



Mémoire en vue de l'obtention du diplôme de Sciences de gestion

« Valeur de portefeuille et diversification : quelle est la taille de portefeuille optimale en tenant compte des coûts de transaction ? »

Promoteur :
Rudy De Winne

Etudiant :
Mike Cornu

Année académique 2017-2018

1. Résumé

L'objet du mémoire étudié sera l'étude du nombre optimal d'actifs qui composent un portefeuille afin d'établir un arbitrage entre la réduction du risque dû à la diversification et l'augmentation des coûts de transaction liés à l'ajout d'un actif au portefeuille.

Nous avons décidé d'analyser l'Euro Stoxx 50 et ce via une démarche comparative. En effet, nous avons comparé une situation sans coût de transaction à une situation avec coûts de transaction. Cela nous a permis de voir l'impact direct des coûts de transaction. Cette analyse a donc été scindée en deux parties. La première ne contient pas de coût de transaction afin d'avoir une base de comparaison. La seconde contient, quant à elle, les coûts de transaction.

Dans la première partie, nous avons donc calculé le Sharpe ratio maximal afin d'obtenir le portefeuille optimal. Ce portefeuille est composé de 8 actifs et a un Sharpe ratio supérieur à 1. Le portefeuille est donc attractif car le rendement excédentaire pondéré par le risque est supérieur à 1.

Dans la seconde partie, nous avons ajouté les coûts de transaction au modèle précédent. Les coûts de transaction sont composés des frais de courtage ainsi que de la taxe sur les opérations boursières. Nous voyons que, pour les faibles budgets, le portefeuille est composé de moins de titres. Lors de l'optimisation du Sharpe ratio pour différents montants, nous avons pu trouver un nombre d'actifs optimal. Ce nombre évolue de manière progressive avec le montant investi. De plus, nous avons pu voir dans le modèle optimisant le Sharpe ratio que le montant minimal d'investissement était de 2 500 euros.

Le modèle sans coût de transaction a un nombre d'actifs de 8 et ce quel que soit le montant d'investissement. Pour le modèle avec coûts de transaction, nous pouvons voir que le nombre d'actifs augmente en fonction du montant d'investissement. En effet, les coûts de transaction jouent un rôle très important dans le nombre d'actifs à détenir. Ceci est d'autant plus vrai pour les petits budgets qui sont soumis aux coûts minimaux de frais de courtage. Nous pouvons voir que pour un montant inférieur à 300 euros, un seul actif est optimal. Pour un montant entre 301 euros et 600 euros, 2 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 601 euros et 2 000 euros, 3 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 2 001 euros et 2 500 euros, 4 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 2 501 euros et 30 000 euros, 5 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 30 001 euros et 50 000 euros, 6 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un

montant entre 50 001 euros et 100 000 euros, 7 actifs permettent d'optimiser le portefeuille.
Pour un montant supérieur à 100 001 euros, 8 actifs permettent d'optimiser le portefeuille.

2. Remerciements

Tout d'abord, je voudrais remercier mes parents qui m'ont permis de réaliser ces études. Je voudrais également remercier ma compagne et sa famille pour le soutien dont ils ont fait preuve dans les moments difficiles que j'ai connus pendant ces années universitaires.

Ensuite, je voudrais également remercier mon promoteur, Rudy De Winne, pour le sujet de ce mémoire car il m'a permis d'approfondir un sujet très intéressant.

Je voudrais également remercier mes relecteurs, Sylvie Mary et Oliver Cornu, qui ont pris le temps de relire ce mémoire à maintes reprises.

Table des matières

1. Résumé	2
2. Remerciements	4
3. Liste des tableaux	6
4. Liste des graphiques et/ou illustrations	8
5. Liste des annexes	9
6. Introduction générale	10
7. Synthèse de la littérature	11
7.1. Définitions préliminaires	11
7.2. L'hypothèse de comportement des investisseurs	12
7.3. La diversification	14
7.4. Optimisation de portefeuille	15
7.5. Nombre optimal de titres dans le portefeuille	18
7.6. Les coûts de transaction	19
8. Méthodologie	23
8.1. Choix de la méthodologie	23
8.2. Description du design envisagé de la recherche	24
8.2.1. Méthode de collecte des données	24
8.2.2. Composition et taille de l'échantillon	24
8.2.3. Méthode d'analyse des données	25
9. L'analyse, ses résultats et ses limites	27
9.1. Composition de l'échantillon	27
9.2. Calculs préliminaires aux modèles	27
9.3. Modèle sans coût de transaction	28
9.4. Estimation des coûts de transaction	30
9.4.1. Premier groupe de frais	32
9.4.2. Deuxième groupe de frais.....	38
9.4.3. Troisième groupe de frais	45
9.4.4. Quatrième groupe de frais	54
9.4.5. Cinquième groupe de frais	62
9.4.6. Synthèse des cinq groupes de frais	69
9.4.7. Taxe sur les opérations boursières (TOB)	71
9.5. Modèle avec coûts de transaction	71
9.5.1. Sharpe ratio optimal	72
9.5.2. Variance minimale	73
9.5.3. Variance optimale sans coût de transaction	75
9.5.4. Synthèse et comparaison des modèles.....	76
9.6. Comparaison des modèles sans et avec coûts de transaction	78
9.7. Limites	79
10. Conclusion générale	81
11. Bibliographie	83
12. Annexes	88

3. Liste des tableaux

Tableau 1 : Couples rendement-risque	29
Tableau 2 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le premier groupe de frais	32
Tableau 3 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le premier groupe de frais	33
Tableau 4 : Régression linéaire globale pour le premier groupe de frais	33
Tableau 5 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros	36
Tableau 6 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros	36
Tableau 7 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros	37
Tableau 8 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre supérieur à 50 000 euros	38
Tableau 9 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le second groupe de frais	39
Tableau 10 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le second groupe de frais	40
Tableau 11 : Régression linéaire globale pour le second groupe de frais	40
Tableau 12 : Régression linéaire des frais de courtage du second groupe de frais pour les montants d'ordre de 0 à 2500 euros	43
Tableau 13 : Régression linéaire des frais de courtage du second groupe de frais pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros	43
Tableau 14 : Régression linéaire des frais de courtage du second groupe de frais pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros	44
Tableau 15 : Régression linéaire frais de courtage pour les montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros	45
Tableau 16 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le troisième groupe de frais	46
Tableau 17 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le troisième groupe de frais	47
Tableau 18 : Régression linéaire globale pour le troisième groupe de frais	47
Tableau 19 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros pour le troisième groupe de frais	50
Tableau 20 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros pour le troisième groupe de frais	51
Tableau 21 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros pour le troisième groupe de frais	52
Tableau 22 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros	53
Tableau 23 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre supérieur à 50 000 euros pour le troisième groupe de frais	54
Tableau 24 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le quatrième groupe de frais	55
Tableau 25 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le quatrième groupe de frais	56
Tableau 26 : Régression linéaire globale pour le quatrième groupe de frais	56
Tableau 27 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros pour le quatrième groupe de frais	58
Tableau 28 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros pour le quatrième groupe de frais	59
Tableau 29 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros pour le quatrième groupe de frais	60

Tableau 30 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros pour le quatrième groupe de frais	61
Tableau 31 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros pour le quatrième groupe de frais	62
Tableau 32 : Tableau des frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le cinquième groupe de frais	63
Tableau 33 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le cinquième groupe de frais	64
Tableau 34 : Régression linéaire globale pour le cinquième groupe de frais.....	64
Tableau 35 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 2500 euros pour le cinquième groupe de frais	67
Tableau 36 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros pour le cinquième groupe de frais	67
Tableau 37 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros pour le cinquième groupe de frais	68
Tableau 38 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros pour le cinquième groupe de frais	69
Tableau 39 : Nombre d'actifs en fonction du montant de l'ordre	72
Tableau 40 : Proportion des coûts de transaction via la méthode du Sharpe ratio optimal.....	73
Tableau 41 : Proportion des coûts de transaction via la méthode de la variance minimale	74
Tableau 42 : Proportion des coûts de transaction via la méthode de la variance optimale sans coût de transaction.....	76
Tableau 43 : Comparaison du nombre d'actifs sans et avec coûts de transaction	78

4. Liste des graphiques et/ou illustrations

Figure 1 : Représentation des différentes combinaisons rendement espéré-variance (Markowitz, 1952).....	13
Figure 2 : Formule de la variance de deux actifs (D'Hondt, 2017).....	14
Figure 3 : Représentation des différentes combinaisons rendement espéré-variance (Markowitz, 1952).....	16
Figure 4 : Représentation de la droite du marché des capitaux et de la frontière d'efficience (D'Hondt, 2017).....	17
Figure 5 : Formule du Sharpe ratio (Invesopedia, 2018)	18
Figure 6 : Formule logarithmique du rendement (Kocinski, 2014)	27
Figure 7 : Frontière d'efficience	30
Figure 8 : Paliers des frais de courtage pour le premier groupe de frais	35
Figure 9 : Paliers des frais de courtage pour le second groupe de frais	42
Figure 10 : Paliers des frais de courtage pour le troisième groupe de frais	49
Figure 11 : Paliers des frais de courtage pour le quatrième groupe de frais	57
Figure 12 : Paliers des frais de courtage pour le cinquième groupe de frais.....	66

5. Liste des annexes

Annexe 1 : Composition de l'échantillon.....	88
--	----

6. Introduction générale

L'objectif du mémoire étudié sera l'étude du nombre optimal d'actifs qui composent un portefeuille afin d'établir un arbitrage entre la réduction du risque dû à la diversification et l'augmentation des coûts de transaction liés à l'ajout d'un actif au portefeuille.

Tout d'abord, nous avons débuté par une analyse de la littérature existante afin d'avoir les bases théoriques afin de créer nos modèles.

Nous avons décidé d'analyser l'Euro Stoxx 50 et ce via une démarche comparative. En effet, nous avons comparé une situation sans coût de transaction à une situation avec coûts de transaction. Cela nous a permis de voir l'impact direct des coûts de transaction. Cette analyse a donc été scindée en deux parties. La première ne contient pas de coût de transaction afin d'avoir une base de comparaison. La seconde contient, quant à elle, les coûts de transaction.

Ce travail a été organisé suivant les étapes nécessaires à l'élaboration de ces deux modèles. Nous avons donc détaillé les calculs préliminaires afin de créer le modèle sans coût de transaction. Nous avons ensuite trouvé une méthode de calcul des frais de courtage afin de les ajouter au modèle sans coût de transaction. Nous avons ensuite ajouté au modèle la taxe sur les opérations boursières afin d'obtenir l'ensemble des coûts de transaction à inclure au modèle sans coût de transaction.

Nous avons ensuite comparé ces modèles afin de voir l'impact direct des coûts de transaction sur le nombre d'actifs à détenir en portefeuille.

Cette analyse dépend fortement des coûts de transaction et plus particulièrement des frais de courtage. Il est donc très important de noter que les frais de courtage ont été tiré de 6 courtiers ou banques belges. Si les frais de courtage sont largement différents de ceux utilisés par le modèle, il est fort probable que des différences sur le nombre d'actifs soient notables.

7. Synthèse de la littérature

Je vais dans cette partie passer en revue la littérature et mettre en exergue certains points qui seront utiles pour la problématique. Je vais donc me pencher sur la littérature existante et ce principalement concernant la diversification ainsi que les coûts de transaction. Cette revue de littérature me permettra d'avoir une base solide afin de commencer mon analyse.

Dans cette revue de littérature, nous allons débiter par définir des concepts importants de ce mémoire dans la partie « définitions préliminaires ». Nous poursuivrons par l'hypothèse de comportement des investisseurs ainsi que la diversification. Ensuite, nous continuerons par l'optimisation de portefeuille ainsi que le nombre optimal de titres à détenir en portefeuille. Nous finirons cette revue de littérature en détaillant les coûts de transaction.

7.1. Définitions préliminaires

Nous allons commencer cette revue de la littérature par les différents concepts qui seront utilisés fréquemment dans ce mémoire. Nous allons définir premièrement la diversification qui est le concept central de ce mémoire. Nous allons ensuite définir la variance, la covariance et la transaction.

Le premier concept central utilisé est la diversification. La diversification est « l'action de diversifier » (Larousse, 2017). Dans le cadre boursier, la diversification est assimilée à la diversification de portefeuille. La diversification de portefeuille est « l'investissement dans différentes classes d'actifs et de titres de plusieurs émetteurs dans le but de réduire le risque global d'investissement et d'éviter d'amoindrir la performance du portefeuille par la mauvaise performance d'un seul titre, industrie ou pays » (Nasdaq, 2011).

Le second concept est le concept de variance. La variance est la « moyenne arithmétique des carrés des écarts à la moyenne » (Larousse, 2017). Dans le cas de ce mémoire, la variance sera donc la moyenne des carrés des écarts au rendement espéré. C'est donc une mesure de la dispersion du rendement espéré à la moyenne (Markowitz, 1952).

Le troisième concept est le concept de covariance. La covariance « fournit le degré d'interdépendance de deux variables » (Reverso, 2017). Dans un contexte de gestion de portefeuille, elle « permet de mesurer le degré de liaison des fluctuations de deux titres entres eux, ou encore d'un titre avec un indice ». (ABC Bourse, 2017)

Le quatrième concept fréquemment utilisé est la transaction. Une transaction est une « opération commerciale ou boursière » (Larousse, 2017). La transaction est, dans le cadre boursier, assimilée à un ordre de bourse. Un ordre de bourse est « un ordre qu'un acheteur ou un vendeur donne à un intermédiaire en vue de faire exécuter une opération de bourse » (Larousse, 2017).

7.2. L'hypothèse de comportement des investisseurs

Le processus de sélection d'un portefeuille est divisé en deux étapes distinctes. La première est basée sur l'observation et l'expérience. Cette première étape mène à des croyances quant aux performances futures des titres disponibles. La seconde étape est d'analyser la pertinence de ces croyances sur les performances futures des titres. Cette seconde étape mène au choix du portefeuille (Markowitz, 1952).

Une des hypothèses de choix de portefeuille est de maximiser la valeur actualisée des rendements futurs (J.B. Williams, 1938). Cependant, ces rendements futurs ne sont pas certains et sont donc des rendements espérés ou anticipés. Cette hypothèse implique d'investir dans le titre ayant le plus de rendement espéré. S'il existe plusieurs titres avec un même rendement espéré, l'investisseur ne verra pas de différence entre un choix parmi les différents titres ou une combinaison de ceux-ci. Cette hypothèse n'implique donc cependant pas qu'il existe un portefeuille diversifié préféré à un non diversifié (Markowitz, 1952).

Il existe une règle qui implique la maximisation du rendement espéré ainsi que la diversification. Cette règle dit que l'investisseur doit répartir son investissement entre les différents titres ayant le rendement espéré le plus élevé. En effet, la loi des grands nombres permet d'obtenir approximativement la même valeur de rendement du portefeuille que le rendement espéré. Cette règle assume qu'il existe un portefeuille qui maximise le rendement espéré et qui minimise la variance. Or, le portefeuille qui maximise le rendement espéré ne minimise pas forcément la variance (Markowitz, 1952).

Une seconde hypothèse de choix de portefeuille est de voir le rendement espéré comme quelque chose de désirable et la variance comme quelque chose d'indésirable. Comme dit précédemment, le portefeuille qui maximise le rendement espéré ne minimise pas forcément la variance. Il existe donc pour un rendement espéré donné un gain de rendement espéré en ayant plus de variance ou une réduction de rendement espéré en ayant une variance moindre. Cette

hypothèse mène à l'analyse du modèle « E-V » qui lie le rendement espéré et la variance (Markowitz, 1952).

Les investisseurs ont le choix entre différents titres ainsi que d'allocations parmi ceux-ci. Il existe donc de nombreuses combinaisons atteignables de rendement espéré – variance. Il existe cependant parmi ces combinaisons des combinaisons efficientes.

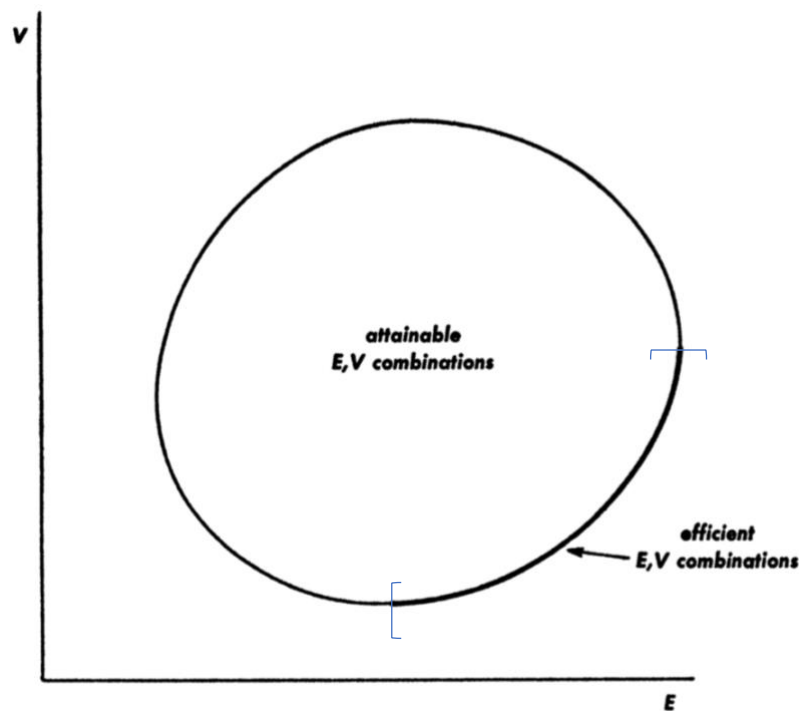


Figure 1 : Représentation des différentes combinaisons rendement espéré-variance (Markowitz, 1952)

Sur la figure 1, nous pouvons voir ces différentes combinaisons atteignables. Sur l'axe horizontal, nous avons les rendements espérés. Sur l'axe vertical, nous avons les variances associées aux rendements espérés. Nous pouvons constater qu'il existe des portefeuilles dominants. En effet, il y a deux types de portefeuilles dominants. D'une part, les portefeuilles qui sont dominants au niveau du rendement espéré et qui ont donc pour un même niveau de variance le rendement espéré le plus élevé. Ces portefeuilles dominants offrent plus de rendement pour un risque identique. D'autre part, les portefeuilles qui sont dominants au niveau de la variance et qui ont donc pour un même niveau de rendement la variance la plus faible. Ces portefeuilles dominants offrent moins de risque pour un rendement espéré identique.

Cet usage de l'hypothèse de choix de portefeuille basée sur le rendement espéré et la variance permet d'expliquer un comportement bien établi d'investissement. Cette hypothèse nous permet également de pouvoir distinguer un comportement d'investissement d'un comportement de spéculatif (Markowitz, 1952).

7.3. La diversification

Sur la base de l'hypothèse de comportement des investisseurs précitée dans le point précédent, les deux variables qui sont importantes dans le choix de portefeuille sont le rendement espéré et la variance.

Cette logique de rendement espéré – variance implique la diversification. En effet, l'ajout d'un nouveau titre au portefeuille pourra permettre de réduire la variance du portefeuille. Cette hypothèse permet la bonne méthode de diversification, c'est-à-dire la méthode de diversification qui ne dépend pas uniquement du nombre de titres différents (Markowitz, 1952).

En effet, la bonne méthode de diversification est de réduire la variance du portefeuille. Comme nous l'avons défini au point 7.1, la variance est une mesure de la dispersion du rendement espéré à la moyenne (Markowitz, 1952). Il est intéressant de nous intéresser désormais à la variance de plusieurs titres. Si nous nous basons sur deux titres, la formule de la variance est :

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_f^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_i^2 + 2w_1(1 - w_1)\rho_{fi}\sigma_f\sigma_i$$

Figure 2 : Formule de la variance de deux actifs (D'Hondt, 2017)

Comme nous pouvons le voir sur la figure 2, nous avons trois termes. En effet, la variance du portefeuille n'est pas uniquement basée sur les variances et les poids des deux titres du portefeuille, elle est également basée sur la covariance des titres du portefeuille. Le premier terme est le produit du poids au carré et de la variance de l'actif f. Le second terme est le produit du poids restant au carré et de la variance de l'actif i. Le troisième terme est le double du produit du poids de l'actif f, du poids de l'actif i (1-poids de l'actif f), de la covariance entre l'actif f et l'actif i de l'écart-type de l'actif f et de l'écart-type de l'actif i. Afin de réduire la valeur du troisième terme, l'investisseur doit choisir des actions faiblement ou négativement corrélées entre-elles. Nous avons donc dans le cas de deux actifs, deux termes de variance et deux termes de covariances. Dans le cas de trois actifs, nous avons trois termes de variances et six termes de covariance. Avec trois titres, nous avons déjà deux fois plus de termes de covariance que de variance. Afin de grandement simplifier les calculs, la solution est d'utiliser la notation matricielle. (Zivot, 2013).

La covariance « permet de mesurer le degré de liaison des fluctuations de deux titres entre eux, ou encore d'un titre avec un indice » (ABC Bourse, 2017). Elle est comprise entre -1 et 1. Un

coefficient de -1 veut dire que les deux variables fluctuent de manière totalement opposée. Un coefficient de 0 veut dire que les deux variables ne sont pas liées de manière linéaire. Un coefficient de 1 veut dire que les deux variables fluctuent de manière totalement identique.

Pour que la covariance soit faible, il faut donc éviter de choisir des titres similaires, c'est-à-dire des titres dans la même industrie, le même secteur, etc. (Markowitz, 1952). Cette logique tend donc à diversifier parmi les industries et donc d'obtenir des faibles covariances voir même des covariances négatives. Ces faibles covariances ou covariances négatives amènent donc à une réduction de la variance plus élevée qu'avec des covariances élevées qui auraient été observées si les titres provenaient de la même industrie ou du même secteur.

La théorie de la sélection de portefeuille appelle donc les investisseurs à diversifier leurs portefeuilles et à diviser leurs richesses entre un large nombre de titres. Si l'on applique cette théorie à la lettre, les investisseurs avec un investissement limité devraient diviser leur investissement entre de nombreux titres avec de petites proportions. Cependant, dans la pratique, cela serait très coûteux et affecterait fortement le rendement des portefeuilles, et ce, à cause des coûts de transaction. La solution optimale en présence de coûts de transaction est donc différente et ce en particulier pour les petits investisseurs pour qui les coûts de transaction jouent un rôle décisif. En effet, ceux-ci forcent l'investisseur à sélectionner un nombre plus faible de titres dans son portefeuille (Baule, 2008).

De plus, une analyse de Mao sur des portefeuilles homogènes a montré que relativement peu de titres sont nécessaires afin d'obtenir la majorité des bénéfices de la diversification (Mao, 1970). Nous allons voir plus en profondeur le nombre de titres optimal afin de réduire le risque dans le point suivant.

7.4. Optimisation de portefeuille

Il existe plusieurs méthodes de choix de portefeuille. Nous allons dans ce point détailler deux méthodes de choix de portefeuille fréquemment utilisées dans la littérature. La première méthode est basée sur le Sharpe ratio tandis que la seconde est basée sur la variance minimale.

Comme nous l'avons vu dans le point 7.2 principalement, deux variables sont importantes dans le choix optimal de portefeuille. Ces deux variables sont la variance, d'une part, et le rendement espéré, d'autre part. Le portefeuille optimal tend à équilibrer ces deux variables afin de choisir un portefeuille possédant le meilleur potentiel de rendement pour un degré de risque acceptable (Markowitz, 1952).

Avant d'expliquer les méthodes d'optimisation de portefeuille et, plus particulièrement, celle du Sharpe ratio, il est très intéressant de s'attacher à l'explication de la frontière d'efficience. En effet, le ratio de Sharpe (1966) se base sur le raisonnement de Markowitz (1952) et de la frontière d'efficience qui en découle.

Markowitz a représenté l'ensemble des combinaisons atteignables possibles pour l'investisseur. Ces différentes combinaisons ont des rendements et variances associés. Il a alors représenté chaque combinaison de manière graphique sur base de la variance et du rendement espéré comme nous pouvons le voir sur la figure 3 (Markowitz, 1952). Cette représentation a été expliquée au point 7.2.

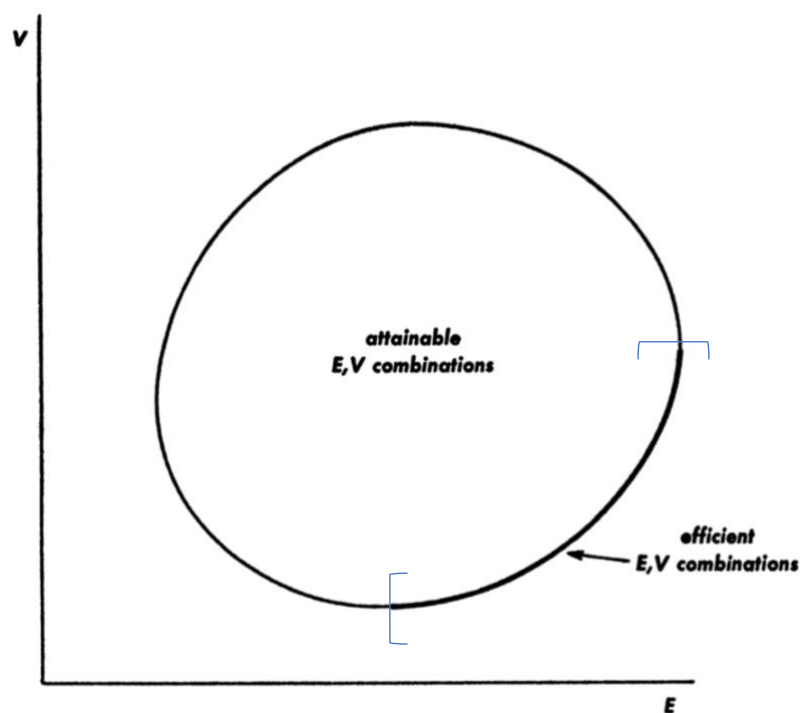


Figure 3 : Représentation des différentes combinaisons rendement espéré-variance (Markowitz, 1952)

Cette représentation s'est par la suite légèrement modifiée. En effet, dans la littérature plus récente, l'axe des abscisses et des ordonnées se sont inversés. Désormais, de nombreux articles, dont celui de Baule (2008), reprennent la variance en abscisse et le rendement espéré en ordonnée.

Afin de trouver le portefeuille optimal, nous devons tracer la droite du marché des capitaux ou CML en anglais (Capital Market Line). Cette droite représente le choix de l'investisseur entre le risque et le rendement des portefeuilles efficaces. La droite représente l'ensemble des combinaisons optimales entre l'actif sans risque et le portefeuille d'actifs risqués. Cette droite représente les rendements maximum pour un niveau de risque donné. La droite du marché des

capitaux est la droite d'allocation du capital ou CAL en anglais (Capital Allocation Line) pour le Sharpe ratio le plus élevé. Elle est donc la droite d'allocation du capital qui permet d'accéder aux rendements optimum pour un niveau de risque donné (Investopedia, 2018).

Sur la figure 4, nous pouvons voir la représentation de deux droites d'allocation du capital, dont une qui est la droite du marché des capitaux, la frontière d'efficience ainsi que de quatre portefeuilles représentés par les lettres A, P, X et Y. Nous pouvons voir la frontière d'efficience ainsi que les portefeuilles A, P et X qui sont sur cette frontière et qui sont donc des portefeuilles efficaces. Nous pouvons voir deux droites d'allocation du capital qui sont nommées CAL(P) et CAL(A). Ces droites passent par le taux sans risque (R_f) et par un point de la droite. La droite d'allocation du capital CAL(P) est également la droite du marché des capitaux car elle est tangente à la frontière d'efficience. Celle-ci passe par le point P qui est le portefeuille efficace le plus attractif dont le Sharpe ratio est le plus grand (D'Hondt, 2017).

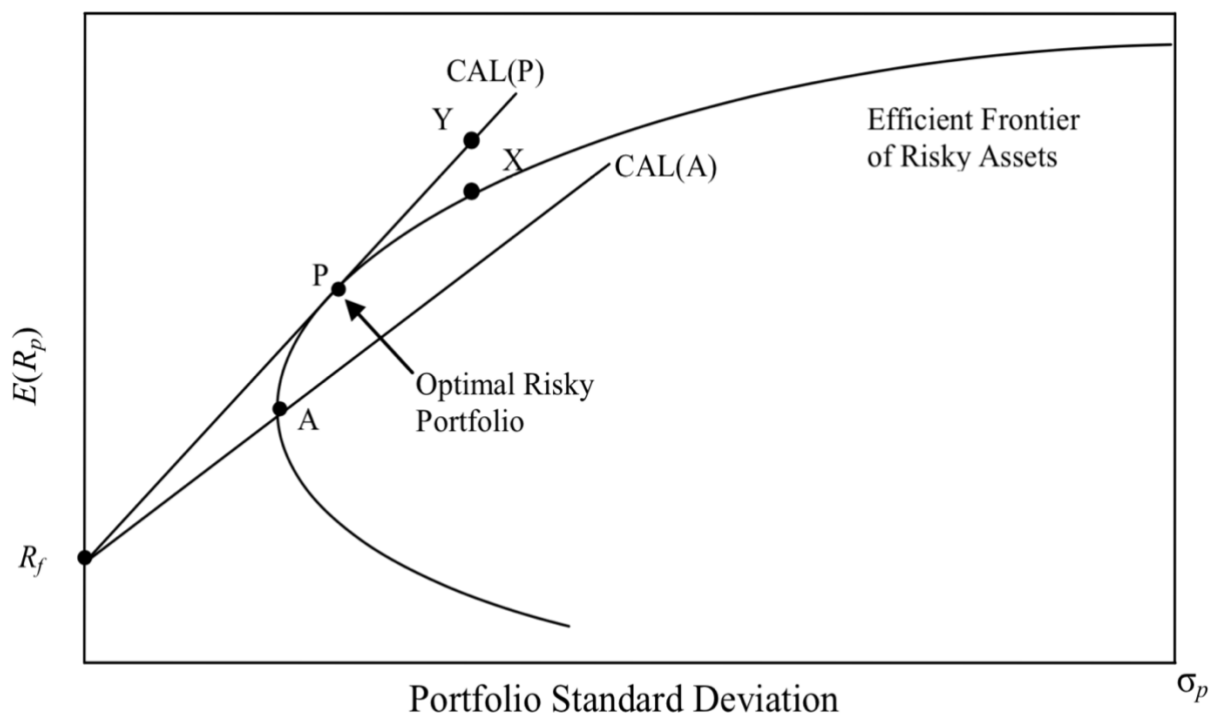


Figure 4 : Représentation de la droite du marché des capitaux et de la frontière d'efficience (D'Hondt, 2017)

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, le Sharpe ratio permet de déterminer le portefeuille le plus attractif. Le Sharpe ratio est « le rendement moyen gagné au-delà du taux sans risque par unité de volatilité ou de risque total » (Investopedia, 2017). Sur la figure 5, vous pouvez trouver la formule du Sharpe ratio. Dans cette formule, le x représente l'investissement, r_x le rendement de l'investissement, R_f le taux sans risque et $\text{StdDev}(x)$ l'écart-type de l'investissement. C'est donc une mesure mettant en lien le surplus de rendement par rapport au

taux sans risque et le risque du portefeuille. Plus la valeur du Sharpe ratio est élevée, plus le rendement tenant compte du risque est attrayant. De manière simple, le ratio montre le rendement excédentaire que nous recevons pour la volatilité supplémentaire que nous subissons de par la détention d'un actif plus risqué. (Investopedia, 2017).

$$S(x) = (r_x - R_f) / \text{StdDev}(x)$$

Figure 5 : Formule du Sharpe ratio (Investopedia, 2018)

La seconde méthode d'optimisation consiste à choisir le portefeuille avec la variance minimale. Ce type de portefeuille attire de nombreux investisseurs depuis de longues années. Suite aux crises économiques, ce type de portefeuille est devenu intéressant pour la gestion du risque. De plus, dans les faits, les rendements des actifs avec une faible volatilité tendent à se rapprocher voir même dépasser le rendement du marché. Ceci s'est également confirmé de manière récente. En effet, suite à une étude de rendements de deux portefeuilles composés d'actions américaines ayant de large capitalisation, nous pouvons voir que pour la majorité des années entre 1967 et 2009 le rendement du portefeuille minimisant la variance est supérieur au marché. Si cette tendance se poursuit, le portefeuille de variance minimale est donc une bonne opportunité d'investissement (Clarke, De Silva, Thorley, 2011).

7.5. Nombre optimal de titres dans le portefeuille

Comme nous l'avons vu dans le point précédent, la diversification amène donc à ajouter des titres au portefeuille afin de réduire la variance du portefeuille. Cependant, relativement peu de titres sont nécessaires pour obtenir la majorité des bénéfices de la diversification. Les investisseurs doivent donc constituer un portefeuille composé de relativement peu de titres mais suffisamment que pour obtenir une grande part de la réduction de risque (Mao, 1970).

De nombreux auteurs se sont donc penchés sur la recherche du nombre optimal d'actifs à avoir en portefeuille. Ces nombres optimaux sont les plus représentatifs et les plus largement adoptés par les universités dans les cours de finance (Y.N. Tang, 2003).

De nombreux auteurs estiment le nombre optimal entre 10 et 15 titres tels que Amling (1989), Francis (1991), Jones (1996), Mayo (1993), Arnold (1998), Moyer, McGuigan et Kretlow (1998). D'autres auteurs ont un nombre optimal proche du nombre optimal précédent. C'est le cas de Gitman et Joehnk (1996) avec un nombre optimal entre 8 et 15, de Lee, Finnerty et Wort (1990) avec un nombre optimal de 15 et de Levy (1996) avec un nombre optimal entre 12 et

18. Gitman (2000) a également modifié son nombre optimal au cours du temps et a proposé dans une recherche suivante un nombre de titres entre 15 et 20 titres.

De nombreux auteurs estiment le nombre optimal quant à eux entre 20 et 30 titres. Bodie, Kane et Marcus (1999), Fabozzi (1995), Brealey et Myers (1996) estiment ce nombre optimal à 20 titres. Lee, Finnerty et Norton (1997) et Pinches (1996) ont estimé ce nombre entre 20 et 30 titres. Emery et Finnerty (1991) et Rao (1995) ont estimé ce nombre entre 25 et 30 titres. Sharpe, Alexander et Bailey (1995) ont quant à eux trouvé un nombre optimal approximatif de 30.

En prenant en compte les nombreux auteurs ayant travaillé sur le nombre d'actifs optimal à avoir en portefeuille, nous pouvons constater que la majorité de ceux-ci recommande un nombre de titres se situant en 10 et 20 titres.

7.6. Les coûts de transaction

Comme nous l'avons vu dans le point 7.3, la diversification amène donc à ajouter des titres dans le portefeuille afin de réduire la variance du portefeuille. Cet ajout d'actifs dans le portefeuille entraîne des coûts de transaction liés à l'achat.

Certaines analyses ignorent les coûts de transaction lors d'un rebalancement de portefeuille que chaque manager de portefeuille doit payer. Ignorer ces coûts de transaction dans le processus de choix de portefeuille revient à trouver une répartition sous-optimale. Cela mène donc à des choix inefficients ou une performance moindre. Or, pour contrôler ou réduire les coûts de transaction imposés par les marchés financiers, il est nécessaire de choisir des portefeuilles efficaces dont on attend moins de coûts de transaction (Li, Wang, Huang, Hoi, 2017).

Les coûts de transaction sont largement reconnus comme un élément important dans la performance d'investissement car ces coûts viennent réduire les gains nets. Ces coûts peuvent représenter une petite fraction de la valeur de la transaction mais, à long terme, ces coûts viennent réduire les gains des investissements de manière non négligeable. Ceci est d'autant plus vrai si le nombre d'actifs requis est grand. Ces coûts font entièrement partie de la structure du marché (Kocinski, 2014). « Ils ne peuvent être éliminés mais peuvent et doivent être contrôlés » (Amihud, Mendelson, 2013).

Cependant, ce n'est pas uniquement le cas pour les grands nombres d'actifs. Pour les petits investisseurs pour qui les coûts de transaction jouent un rôle décisif, la solution optimale en présence de coûts de transaction est également différente. Les petits investisseurs font face à des coûts de transaction minimaux. Dans la pratique, cela serait très coûteux pour eux et affecterait fortement le rendement des portefeuilles de négliger des coûts de transaction. En effet, les coûts de transaction minimaux forcent l'investisseur à sélectionner un nombre plus faible de titres dans son portefeuille (Baule, 2008).

Les coûts de transaction comprennent plusieurs composantes comme les frais de transaction (commissions et taxes), la fourchette, qui est la différence de prix entre le prix vendeur et le prix acheteur (bid-ask spread), et l'impact du marché (Jacquillat, Solnik, Pérignon, 2014, page 55). Cette distinction entre ces trois composantes est également effectuée par Kocinski (2014).

Les frais de transaction contiennent les commissions ou frais de courtage (Kocinski, 2014), la taxe sur les opérations de bourse (BNP, 2018) et les droits de garde (Jacqueroux, 2017, p.5). Ces frais de transaction seront expliqués plus amplement dans la suite de ce point.

Le bid-ask spread est la différence entre la cotation à l'achat et la cotation à la vente. Il existe de nombreux facteurs expliquant la différence entre le prix à l'achat et le prix à la vente. Le facteur le plus important est la liquidité. Pour les actifs fortement échangés, le spread est d'environ 1% du prix. Plus un actif est échangé, plus le spread est faible. La volatilité est également un facteur important. En effet, si la volatilité, le risque et l'incertitude sont faibles, alors le spread sera faible et inversement (Kocinski, 2014). « Le bid-ask spread est également un proxy pour la liquidité de l'actif » (Barucci, 2003, p.302).

L'impact du marché est le changement de prix de l'actif lié à la transaction exécutée. Dans ce contexte, un ordre d'achat tirerait les prix vers le haut tandis qu'un ordre de vente tirerait les prix à la baisse. Il a été démontré qu'une augmentation de la demande va faire augmenter les prix et qu'une augmentation de l'offre va quant à elle réduire les prix. Cela doit donc être pris en compte et ce d'une manière encore plus conséquente lors d'ordre volumineux. (Kocinski, 2014)

« En général, ces coûts peuvent être classés en deux dimensions : Coût fixes versus variables et coûts implicites versus explicites » (Fabozzi, Focardi, Kolm, 2010, p.446). La plupart des coûts de transaction sont des coûts variables car ils dépendent d'autres éléments. Par exemple, la commission va dépendre du montant de l'ordre, le bid-ask spread va dépendre de l'actif, l'impact de marché du montant de l'ordre, etc. Cependant, les droits de garde peuvent être

considérés comme fixes car ils ne dépendent pas d'un élément particulier mais uniquement des frais de garde du compte-titres. Il est également utile de scinder les coûts implicites des coûts explicites. Les coûts explicites sont donc les coûts visibles et non inclus dans le prix. Les commissions et taxes sont donc des coûts explicites. Cependant, le spread et l'impact de marché sont des coûts implicites (Huang, 2013).

Les coûts implicites étant inclus dans les prix, nous nous focaliserons dans ce mémoire sur les coûts explicites et donc sur les frais de transaction. De plus, ces coûts implicites sont également fréquemment considérés comme un élément séparé dans la littérature économique (Kocinski, 2014). Ces frais de transaction peuvent être répartis dans trois catégories : la taxe sur les opérations boursières (BNP, 2018), les frais de courtage (Kocinski, 2014) et les droits de garde (Jacqueroux, 2017, p.5).

La première catégorie de frais de transaction est la taxe sur les opérations boursières qui est fréquemment appelé TOB. Selon l'article 126 alinéa 2 du Code des droits et taxes divers, cette taxe est redevable pour les intermédiaires, les personnes physiques ou morales établis ou résidents en Belgique pour les opérations qu'ils effectuent. Selon l'article 120 du Code des droits et taxes divers, les opérations soumises à la taxe sont les achats et ventes à titre onéreux de valeurs mobilières belges ou étrangères lorsqu'elles sont conclues ou exécutées en Belgique. Cette taxe sur le marché secondaire pour l'achat d'actions est de 0,35% du montant de l'ordre avec un maximum de 1.600 euros (BNP, 2018).

La seconde catégorie de frais de transaction sont les frais de courtage. Les frais de courtage sont le montant d'argent payé au courtier/banquier pour ses services. Ces services incluent les conseils d'investissements et l'exécution des ordres. Le côté acheteur et le côté vendeur ne peuvent pas échanger directement. Le courtier/banquier est donc l'intermédiaire entre la partie acheteuse et la partie vendeuse (Kocinski, 2014).

Le plus simple type de frais de courtage sont les frais de courtage linéaires. Cependant, il est souvent d'usage pour les banques d'appliquer un coût de transaction minimal à chaque transaction. Ceci est très pertinent dans le cas d'un petit investisseur. Dans ce cas, les coûts sont constants sous un certain montant. Au-dessus de ce montant, les coûts augmentent de manière linéaire (Baule, 2008). Kocinski exprime également le fait que, dans un intervalle de valeur d'échange donné, les frais de courtage sont proportionnels. Il ajoute également qu'habituellement une condition de montant minimal est ajoutée (2014).

Ces frais de courtage dépendent de la manière dont l'ordre est placé. Le fait que l'ordre soit exécuté personnellement (en agence), par téléphone ou via internet a donc un impact sur les frais de transaction. Ces frais de courtage varient de courtier à courtier (Kocinski, 2014).

Les frais de courtage peuvent également être relatifs au type de titres pour lequel l'opération est effectuée. En effet, dans certains marchés, différents titres peuvent avoir des taux de coûts de transaction différents. Un broker pourrait, par exemple, avoir un taux de coût de transaction plus élevé pour un actif peu liquide. Intuitivement, il est facilement compréhensible que plus les taux de coûts de transaction sont élevés, moins le manager devra rebalancer son portefeuille et ce afin de contrôler ou réduire les coûts de transaction. Un nombre de rebalancement élevé est accompagné de coûts de transaction élevés dans le cas de coûts de transaction différents de zéro (Li, Wang, Huang, Hoi, 2017).

La troisième catégorie de frais de transaction sont les frais de garde. Les frais de garde sont la « rémunération perçue par la banque pour assurer la conservation d'un titre qu'elle détient pour le compte d'un client » (Jacqueroux, 2017, p.5).

8. Méthodologie

Dans cette partie, nous allons expliquer le choix de notre méthodologie ainsi que le design de la recherche. Nous décrirons dans ce second point la méthode de collecte des données, la composition de l'échantillon ainsi que la méthode d'analyse des résultats.

8.1. Choix de la méthodologie

La méthodologie utilisée pour ce mémoire sera une méthodologie quantitative. En effet, ce type de méthodologie est la plus adaptée à l'objet de ce mémoire. Le contexte du mémoire est financier et dépend du cours des actions, du nombre d'actions ainsi que des coûts de transaction.

Le but est d'obtenir une réponse à la question suivante : « quelle est la taille de portefeuille optimale en tenant compte des coûts de transaction ? » et ce pour différents budgets. La majorité des études actuelles sont axées sur la taille de portefeuille optimale sans tenir compte des coûts de transaction. Nous allons donc dans ce mémoire inclure dans ces recherches précédentes les coûts de transaction.

Comme nous l'avons vu précédemment, la taille de portefeuille optimale dépend principalement de 2 variables : les rendements espérés et la variance des rendements. Le contexte étant la constitution d'un portefeuille optimal, un investisseur tentera de maximiser les rendements espérés et de minimiser la variance. Les rendements espérés seront basés sur les rendements des actions choisies dans le portefeuille. La variance permettra d'obtenir l'écart-type qui permet d'évaluer l'écart possible par rapport au rendement espéré du portefeuille. La diversification, ajout de nouveaux actifs, permettra de diminuer les risques via une réduction de la variance.

L'impact majeur de ce mémoire s'effectuera sur le rendement espéré. En effet, celui-ci sera amoindri par l'ajout des coûts de transaction. Chaque ajout d'un nouvel actif fera naître des coûts de transaction et réduira le rendement espéré. Nous cherchons donc à expliquer cet impact sur la taille optimale de portefeuille et ce pour différents budgets. Mon hypothèse de recherche est que la taille optimale de portefeuille va se réduire et ce, quel que soit le budget. Ma seconde hypothèse de recherche est que la taille optimale va se réduire de manière plus forte si le budget est plus faible.

Ce mémoire permettra donc de rapprocher la théorie de la pratique. En effet, dans la pratique, chaque transaction amène des coûts de transaction. Il est donc intéressant d'intégrer ces coûts de transaction dans la démarche de composition du portefeuille.

8.2. Description du design envisagé de la recherche

Le design de recherche est composé de 3 éléments que sont la méthode de collecte des données, la composition et taille de l'échantillon et la méthode d'analyse des données (Jacquemin, 2017).

8.2.1. Méthode de collecte des données

La méthode de collecte des données sera une collecte de données secondaires. En effet, nous avons besoin de deux données principales que sont, d'une part, les coûts de transaction et, d'autre part, des cours d'actions antérieurs.

Les coûts de transaction comprennent la taxe sur les opérations boursière (TOB), les frais de courtage et les droits de garde. Les frais de courtage et droits de garde seront récoltés directement sur le site web de la banque ou du courtier.

Les données des cours d'action seront tirées de Yahoo Finance ou de Bloomberg. Les données en prix de clôture ajusté seront privilégiées car le prix de clôture ajusté est « le cours de clôture après ajustement de tous les fractionnements et distributions de dividendes applicables » (Yahoo, 2018). Ce prix sera donc plus révélateur du prix réel de l'action. Si ces données ne sont pas disponibles en prix de clôture ajusté, les données seront prix au dernier cours du jour. Ces données seront donc chiffrées.

Cette méthode de collecte permettra d'avoir des résultats objectifs et ne laissera pas de place à la subjectivité. Elle permettra une analyse statistique des données.

8.2.2. Composition et taille de l'échantillon

L'échantillon choisi est un indice sans coût de transaction. L'échantillon choisi dans le cadre de ce mémoire est l'Euro Stoxx 50 qui est un indice qui représente bien le marché européen dans sa globalité. Les données de Bloomberg tirées seront les cours mensuels de chaque action qui compose l'indice et ce sur une durée de 15 ans.

Cet échantillon est conséquent mais est pertinent car on estime généralement la taille optimale sans tenir compte des coûts de transaction entre 10 et 20 actifs (cfr. point 7.5). Cet échantillon est composé de 50 actifs européens dont l'entièreté des actifs ont un historique minimal de

15 ans. En tenant compte de l'hypothèse de recherche qui est la réduction de la taille optimale de portefeuille quel que soit le budget, une vingtaine d'actifs permettrait donc la confirmation ou l'infirmerie de cette hypothèse de recherche. Avec 50 actifs, nous sommes donc sûrs d'avoir assez d'actifs afin de confirmer ou d'infirmer l'hypothèse. Cela nous permettra également de choisir parmi plus de titres et donc d'obtenir plus de combinaisons rendement-risque.

8.2.3. Méthode d'analyse des données

La méthode d'analyse est une méthode comparative. En effet, nous allons comparer une situation sans coût de transaction à une situation avec coûts de transaction. Cela nous permettra donc de voir l'impact direct des coûts de transaction. Cette analyse sera donc scindée en deux parties. La première ne contiendra pas les coûts de transaction tandis que la seconde les inclura. Ces deux situations seront envisagées sans vente à découvert. Les poids investis dans chaque actif seront donc positifs.

L'analyse des données sera basée sur l'optimisation de portefeuille. Cette méthode sera basée sur l'indice Euro Stoxx 50 et donc sur les actifs qui le composent. Nous devons donc calculer le rendement et la variance de chaque action. Nous allons également créer la matrice variance-covariance afin que le modèle puisse trouver un optimum en se basant sur l'ensemble des 50 actions.

Nous débuterons donc par la partie sans coût de transaction. Dans cette partie, nous allons analyser les couples rendement-risque de chaque action et nous dessinerons la frontière d'efficience. Nous calculerons le taux sans risque basé sur l'OAT 10 ans qui est le taux sans risque français de référence. Nous calculerons donc le Sharpe ratio maximal afin d'obtenir le portefeuille optimal. Nous calculerons également le portefeuille ayant la variance minimale. Cette méthode nous donnera les calculs de la première partie qui seront comparés par la suite aux calculs de la seconde partie. Nous aurons donc dans cette partie le nombre optimal d'actifs afin d'obtenir le portefeuille optimal, et donc le Sharpe ratio optimal, ainsi que le nombre d'actifs minimisant la variance.

Pour la seconde partie, nous allons commencer par calculer les coûts de transaction qui regroupent les frais de courtage, la taxe sur les opérations boursières (TOB) ainsi que les droits de garde.

Nous allons débiter par le calcul des frais de courtage pour différents montants et sur les différentes places de cotation sur lesquelles les actions de l'Euro Stoxx 50 sont cotées. Nous allons donc calculer les frais de courtage associés à différents montants et ce pour chacune des places de cotations nécessaires. Cela nous permettra donc d'obtenir une base de données afin de transformer ces différents frais en fonction de frais de courtage sur base du montant de l'ordre. Nous obtiendrons donc différentes fonctions de frais de courtage que nous pourrons insérer dans notre modèle. Nous ajouterons ensuite à ces frais de courtage, la taxe sur les opérations boursière et les droits de garde.

Nous effectuerons trois types d'analyse. Nous commencerons par le Sharpe ratio optimal. Ensuite, nous analyserons l'impact des coûts de transaction sur le portefeuille minimisant la variance. Nous analyserons ensuite l'impact des coûts de transaction en nous basant sur la variance du portefeuille optimal sans coût de transaction.

Nous calculerons, pour commencer, pour différents budgets les Sharpe ratio optimaux afin d'obtenir le nombre d'actifs, l'écart-type, le rendement et les coûts de transaction associés. Cela nous donnera donc un nombre d'actifs optimal en fonction du montant investi. Nous pourrons donc analyser l'évolution du nombre d'actifs en fonction du montant investi.

Nous calculerons, ensuite, l'impact des coûts de transaction sur le portefeuille minimisant la variance. Nous pourrons donc voir l'impact direct des coûts de transaction sur le rendement du portefeuille et ce pour différents montants.

Nous finirons par notre troisième analyse qui consistera à maximiser le rendement du portefeuille en utilisant la variance du portefeuille optimal sans coût de transaction. Nous pourrons donc également voir l'impact direct des coûts de transaction sur le rendement du portefeuille et ce pour différents montants.

Afin de voir le rôle des coûts de transaction dans l'univers d'investissement qu'est l'Euro Stoxx 50, nous comparerons les deux modèles sur base du nombre d'actifs et des rendements afin d'en tirer des conclusions.

9. L'analyse, ses résultats et ses limites

Dans ce point, nous allons commencer par détailler l'échantillon et effectuer, sur celui-ci, des calculs préliminaires aux modèles. Nous poursuivrons par l'analyse du modèle sans coût de transaction. Nous estimerons ensuite les coûts de transaction afin de pouvoir analyser, par la suite, le modèle avec coûts de transaction. Nous comparerons les deux modèles et poserons les limites de ce mémoire.

9.1. Composition de l'échantillon

Nous avons débuté par la récolte des données pour l'échantillon. Nous avons donc récolté les actions de l'Euro Stoxx 50, leur place de cotation et le pays de la place de cotation. Pour ce faire, nous avons dû faire des choix au niveau de la place de cotation. En effet, certains titres sont disponibles sur différentes places de cotation. Lorsqu'un titre est disponible sur plusieurs places de cotation, nous avons choisi la place de cotation amenant le moins de frais de courtage. Cette composition est disponible à l'annexe 1. Sur cette annexe, nous pouvons voir les actions présentes dans l'Euro Stoxx 50 ainsi que leur ordre, la place de cotation retenue ainsi que le pays associé à la place de cotation. Nous avons dans notre échantillon 2 actions sur le marché belge, 19 actions sur le marché français, 6 actions sur le marché hollandais, 17 actions sur le marché allemand, 2 actions sur le marché italien et 4 actions sur le marché espagnol.

9.2. Calculs préliminaires aux modèles

Comme nous l'avons vu dans la revue de la littérature, il existe deux concepts clés que sont le rendement espéré et le risque. Le risque est l'écart-type qui correspond la racine de la variance. Nous allons donc commencer par calculer ces deux concepts sur nos 50 actifs.

Pour ce faire, nous avons calculé les rendements mensuels à l'aide de la formule logarithmique ci-dessous. S_t est la valeur de l'action au temps t et S_{t-1} est la valeur de l'action au temps $t-1$. Cette formule a été appliquée à l'ensemble des actions individuelles de l'Euro Stoxx 50 et ce pendant les 15 années de données historiques choisies.

$$R_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right)$$

Figure 6 : Formule logarithmique du rendement (Kocinski, 2014)

Nous avons ensuite effectué une moyenne de ces rendements mensuels qui sera considérée comme le rendement espéré mensuel.

Nous avons également calculé la variance de ces rendements mensuels et ce pour chaque action. Cette variance étant basée sur les rendements mensuels, elle est donc également mensuelle.

Nous avons ensuite transformé la variance et le rendement espéré mensuel en annuel. Pour ce faire, nous avons multiplié la variance mensuelle par 12 et pour le rendement nous avons utilisé la formule : $(1 + \text{taux mensuel})^{12} - 1$.

Nous avons ensuite, sur base des rendements mensuels, calculé la matrice variance-covariance qui permet de faciliter la formation de portefeuille car elle contient les variances de chaque actif mais également les covariances. Dans le cas de l'Euro Stoxx 50, nous obtenons une matrice de 50 x 50 qui est donc composée de 50 lignes et 50 colonnes (Cfr. fichier Excel annexé). La matrice étant basée sur des rendements annuels, nous avons donc obtenu des variances et covariances mensuelles. Nous avons donc transformé cette matrice mensuelle en annuelle en multipliant chacune des variances et covariances par 12.

Nous avons également calculé le taux du rendement sans risque. Pour ce faire, nous avons repris les rendements mensuels annualisés de l'OAT 10 ans pendant la même période que les données historiques des actions. Nous avons ensuite effectué une moyenne de ces taux et avons obtenu un taux du rendement sans risque de 2,85%.

9.3. Modèle sans coût de transaction

Le modèle est basé sur les poids investis dans chaque action, sur les rendements espérés associés et sur la matrice variance-covariance.

Nous avons ensuite calculé les variances partielles et rendements partiels de chacune des actions. Ce modèle est évolutif et permet donc d'obtenir la variance globale et le rendement global, en sommant les variances partielles et rendements partiels, des différentes combinaisons entre les actions.

Nous avons débuté par effectuer les calculs afin de construire la frontière d'efficience. Nous avons donc minimisé la variance sur base d'un rendement donné. Sur le tableau X, nous avons le résumé de ces couples rendement-risque. La première ligne correspond à l'actif sans risque. Nous avons également calculé le portefeuille optimal, c'est-à-dire le portefeuille pour lequel le

Sharpe ratio est maximal. Ce portefeuille a un écart-type de 11,36% et un rendement de 17,02%. Ce portefeuille est composé de 8 actifs et a un Sharpe ratio de 1,2484. Le portefeuille sera donc attractif car le rendement excédentaire pondéré par le risque est supérieur à 1. Nous avons également calculé le portefeuille qui minimise la variance. Ce portefeuille a un écart-type de 8,54% et un rendement de 9,62%. Ce portefeuille est composé de 16 actions et a un Sharpe ratio de 0,7928. Le portefeuille ne sera donc pas attractif car le rendement excédentaire pondéré par le risque est inférieur à 1. Dans ce cas, l'investisseur réfléchi choisira de ne pas investir dans le portefeuille et investira dans le taux sans risque.

<i>X</i> axis = <i>SD</i>	<i>Y</i> axis = <i>E[r]</i>	
Ecart-type	E[r]	Sharpe ratio
0	2,85%	
31,38%	24,87%	0,70
22,73%	23,00%	0,89
19,83%	22,00%	0,97
17,38%	21,00%	1,04
15,31%	20,00%	1,12
13,56%	19,00%	1,19
12,23%	18,00%	1,24
11,36%	17,02%	1,25
11,34%	17,00%	1,25
10,62%	16,00%	1,24
10,03%	15,00%	1,21
9,55%	14,00%	1,17
9,18%	13,00%	1,11
8,89%	12,00%	1,03
8,69%	11,00%	0,94
8,60%	10,00%	0,83
8,57%	9,00%	0,72
8,54%	9,62%	0,79
8,74%	8,00%	0,59
9,04%	7,00%	0,46
9,47%	6,00%	0,33
10,00%	5,00%	0,22
10,62%	4,00%	0,11
11,33%	3,00%	0,01

Tableau 1 : Couples rendement-risque

Nous pouvons donc, à l'aide des données du tableau 1, construire la frontière d'efficience de l'univers d'investissement choisi. Sur la figure 7, nous avons construit la frontière d'efficience. Cette frontière est représentée en deux coloris : le bleu et l'orange. La partie bleue est composée de portefeuilles dominants les portefeuilles orange. En effet, pour un écart-type similaire à un point de la courbe orange, un portefeuille existant offre un meilleur rendement. Sur ce graphe, nous avons représenté le portefeuille optimal, maximisant le Sharpe ratio, avec une croix bleu ciel. C'est donc la combinaison rendement-risque qui débute la courbe bleue des portefeuilles dominants. A partir de ce point, pour obtenir un rendement supplémentaire, l'investisseur devra prendre plus de risque. Les croix vertes représentent les combinaisons rendement-risque des

50 actions de l'Euro Stoxx 50. Nous avons ensuite tracé la droite violette qui est la droite du marché des capitaux. Cette droite passe par le taux sans risque et est tangente à la frontière d'efficience.

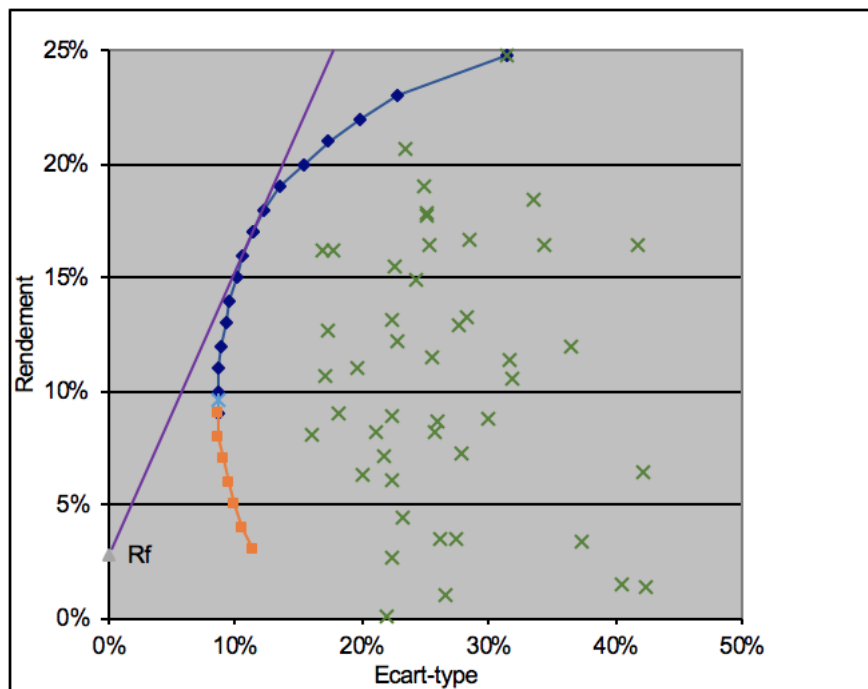


Figure 7 : Frontière d'efficience

9.4. Estimation des coûts de transaction

Comme nous l'avons vu dans la revue de la littérature, les frais de transaction sont répartis dans trois catégories : la taxe sur les opérations boursières, les frais de courtage et les droits de garde. Chaque ordre d'achat ou de vente est assorti de frais de courtage qui dépendent de la banque ou du courtier chez qui l'ordre est passé.

Afin de débiter cette analyse, nous avons dû chiffrer les droits de garde et les frais de courtage associés à chaque montant. Nous pouvons supposer qu'un investisseur cherchera à minimiser ses coûts de transaction. Cette hypothèse avait également été utilisée par Baule (2008). La manière la moins chère et la plus simple d'acheter ou de vendre des actions est d'utiliser les plateformes internet des banques/courtiers. Les grandes banques telles que Belfius, BNP Paribas Fortis, ING ou KBC proposent des frais de courtage qui sont 5 à 10 fois plus élevés que chez les courtiers les moins chers (Test-achats, 2016).

Nous nous baserons donc sur les frais de courtage des plateformes internet belges. De plus, les frais de gestion sont payants chez les grandes banques ce qui n'est pas le cas via la plupart des

courtiers les moins chers (Test-achats, 2016). Nous assumerons donc également que les droits de garde sont nuls chez les courtiers les moins chers.

Pour calculer les frais de courtage, nous avons récolté les différents frais de courtage de 6 banques/courtiers belges. Nous avons, pour ce faire, récolté les frais de courtage associés aux actions sur le marché Euronext pour les courtiers les moins chers et les courtiers offrant le meilleur rapport qualité/prix. En effet, les prix ne sont pas toujours corrélés avec les services offerts par la banque ou le courtier. Les banques dont nous avons calculé et analysé les frais de courtage sont Binck, Medirect, Argenta, Deutsche Bank, Bolero et Keytrade Bank (Test-achats, 2016).

Pour ce faire, nous avons récolté les frais de courtage des différentes banques sur leurs sites internet respectifs des banques/courtiers : Binck (2017), Medirect (2018), Argenta (2018), Deutsche Bank (2018), Bolero (2018) et Keytrade Bank (2017). Nous avons ensuite calculé les frais de courtage pour chacune de ces banques et ce pour différents montants.

Nous avons remarqué lors de la récolte des frais de courtage que ceux-ci diffèrent en fonction de la place de cotation et/ou du pays où est cotée l'action. Nous avons alors relevé les différentes places de cotation de chaque actif afin de calculer les frais de courtage de chacune de ces places de cotation. Lorsque les actions sont disponibles sur plusieurs places de cotation, la place de cotation amenant le moins de frais de courtage lors de la transaction a été choisie. De cette manière, nous obtenons 8 places de cotation dans l'indice de l'Euro Stoxx 50. Nous avons donc Euronext Bruxelles (Belgique), Euronext Paris (France), Euronext Amsterdam (Pays-Bas), Xetra Francfort (Allemagne), Berlin (Allemagne), Stuttgart (Allemagne), Milan (Italie) et Madrid (Espagne). Au niveau des frais de courtage, ces 8 places de cotation peuvent être regroupées en 5 groupes. Le premier groupe est composé des frais de courtage pour les actions sur le marché belge d'Euronext Bruxelles. Le second groupe est composé des frais de courtage pour les actions sur le marché français (Euronext Paris) et les actions sur le marché hollandais (Euronext Amsterdam). Le troisième groupe est composé des frais de courtage pour les actions allemandes qu'elles soient sur le marché Xetra, de Berlin ou de Stuttgart. Le quatrième est composé des actions italiennes qui sont sur le marché de Milan. Le cinquième, et dernier groupe, est composé des actions espagnoles qui sont sur le marché de Madrid.

Nous finirons ensuite ce point par un résumé des frais de courtage ainsi que par un rappel de la taxe sur les opérations boursières.

9.4.1. Premier groupe de frais

Le premier groupe est composé des frais de courtage pour les ordres exécutés sur le marché belge d'Euronext Bruxelles. Nous avons donc récolté les frais de courtage pour différents montants pour les ordres exécutés sur le marché belges.

Sur le tableau 2, vous pouvez voir les frais associés à chaque montant pour les 6 banques/courtiers précités.

Montant de l'ordre	Binck	Medirect	Argenta	Deutsche Bank	Bolero	Keytrade Bank
0	7	8	10	7	8	8
2500	7	8	10	7	8	8
3000	10	8	10	10	15	15
5000	10	8	13	10	15	15
7500	15	8	19	20	15	25
10000	15	10	25	20	15	25
15000	15	15	38	20	30	25
20000	15	20	50	20	30	25
25000	15	25	63	20	45	25
50000	25	50	125	20	50	25
100000	50	100	250	40	95	50
150000	74	150	375	59	170	75
200000	99	200	500	79	245	100
250000	124	250	625	99	320	125
300000	149	300	750	119	395	150
350000	173	350	875	138	470	175
400000	198	400	1000	158	545	200
450000	223	450	1125	178	620	225
500000	248	500	1250	198	695	250

Tableau 2 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le premier groupe de frais

Afin d'obtenir un coût unique, nous avons effectué la moyenne des frais de courtage de ces 6 banques/courtiers et ce pour chaque montant. A la suite de ce calcul, nous obtenons un tableau à 2 colonnes, que nous pouvons voir sur le tableau 3.

Montant	Moyenne des banques
0	7,74
2500	7,74
3000	11,15
5000	11,58
7500	16,78
10000	18,24
15000	23,66
20000	26,58
25000	31,99
50000	49,08
100000	97,32
150000	150,56
200000	203,80
250000	257,04
300000	310,28
350000	363,53
400000	416,77
450000	470,01
500000	523,25

Tableau 3 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le premier groupe de frais

Nous avons ensuite effectué une régression linéaire globale. Sur le tableau 4, vous pouvez trouver la régression linéaire des valeurs X, les montants d'ordre et sur les valeurs Y, les frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de corrélation	0,99965817								
Coefficient de détermination	0,99931645								
Coefficient de détermination ajusté	0,99927373								
Erreur-type	4,83327179								
Observations	18								
ANALYSE DE VARIANCE									
	Degré de liberté	Somme des carrés	Carré moyen	F	Valeur critique de F				
Régression	1	546432,41	546432,41	23391,2815	9,3623E-27				
Résidus	16	373,768259	23,3605162						
Total	17	546806,179							
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de confiance = 95,0%				
Constante	4,0305731	1,55491158	2,59215582	0,01965132	0,7343078	7,32683841	0,7343078	7,32683841	
Variable X 1	0,00102765	6,7192E-06	152,942086	9,3623E-27	0,0010134	0,00104189	0,0010134	0,00104189	

Tableau 4 : Régression linéaire globale pour le premier groupe de frais

Nous pouvons donc voir sur le tableau 4 que le modèle explique 99,93% de la variabilité avec une erreur-type de 4,83. La constante est estimée à 4,0305731 et le coefficient du montant de l'ordre est estimé quant à lui à 0,00102765. Nous avons donc la fonction suivante : $4,0305731 + 0,00102765 * \text{montant de l'ordre}$. Nous pouvons également remarquer une erreur type assez élevée de 1,5549 pour la constante. La probabilité associée est de 0,1965. La constante est donc significative à 5% et 10% mais ne l'est pas à 1%. De plus, la moyenne des frais de courtage minimum, c'est-à-dire les frais associés à un montant proche de 0 euros, est de 7,74. Nous voyons ici dans le modèle que si le montant de l'ordre tend vers 0, le montant des frais de courtage tend vers 4,03. Ce montant est proche de la moitié de la moyenne des frais minimum. En utilisant ce modèle, nous sous-estimerions les frais de courtage pour les petits investisseurs. Nous n'allons donc pas utiliser ce modèle pour la suite de notre analyse.

Nous avons donc analysé d'une manière plus poussée les frais de courtage afin de voir s'il nous était possible d'obtenir une fonction plus proche des frais de courtage réels.

Suite à une analyse graphique plus poussée de ces frais, nous pouvons déceler différents paliers. Sur la figure 8, nous avons représenté de manière graphique. Nous avons représenté les frais de courtage en fonction du montant de l'ordre. Nous pouvons voir sur ce graphique que certains montants sont des fins de paliers. En effet, nous pouvons constater un grand écart avec le montant suivant. Nous pouvons donc déceler l'existence de quatre paliers que sont les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros, de 2 500,01 à 5 000 euros, de 5 000,01 à 50 000 euros et au-dessus de 50 000 euros.

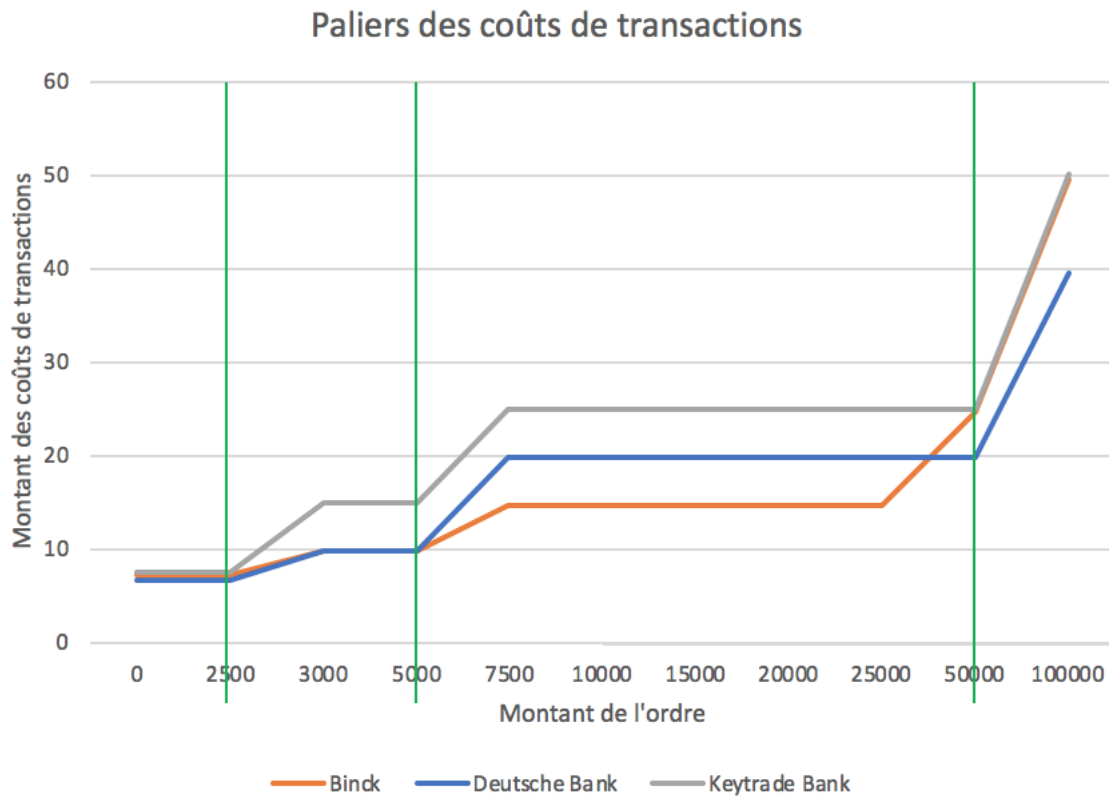


Figure 8 : Paliers des frais de courtage pour le premier groupe de frais

Nous avons donc décidé de construire une fonction de frais de courtage scindée en quatre morceaux pour faire le parallélisme avec les 4 paliers précités. Les 4 sous-fonctions sont une première fonction pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros, une seconde de 2 500,01 à 5 000 euros, une troisième de 5 000,01 à 50 000 euros et une quatrième au-dessus de 50 000 euros. Afin de déterminer ces sous-fonctions, nous avons effectué quatre régressions linéaires afin de trouver les équations de ces sous-fonctions.

La première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros. Sur le tableau 5, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. De plus, l'erreur-type est de 0. Le coefficient de la constante est de 7,7416 et celui du montant de l'ordre est de 0. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Pour tout ordre entre 0 et 2 500 euros, les frais de courtage associés sont de 7,74 euros. Nous avons donc la fonction suivante : 7,74. Elle est, en effet, composée uniquement de la constante car le coefficient de la variable est de 0. Ceci correspond au montant minimum de frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de c	1								
Coefficient de c	1								
Coefficient de c	65535								
Erreur-type	0								
Observations	2								
ANALYSE DE VARIANCE									
	Degré de liberté	mm des carr	enne des car	F	eur critique de F				
Régression	1	0	0	#NOMBRE!	#NOMBRE!				
Résidus	0	0	65535						
Total	1	0							
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de c	
Constante	7,74166667	0	65535	#NOMBRE!	7,74166667	7,74166667	7,74166667	7,74166667	
Variable X 1	0	0	65535	#NOMBRE!	0	0	0	0	

Tableau 5 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros

La seconde sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros. Sur le tableau 6, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. De plus, l'erreur type est de 0. Le coefficient de la constante est de 10,5125 et celui du montant de l'ordre est de 0,0002125. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Pour tout ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $10,5125 + 0,0002125 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de c	1								
Coefficient de c	1								
Coefficient de c	65535								
Erreur-type	0								
Observations	2								
ANALYSE DE VARIANCE									
	Degré de liberté	mm des carr	enne des car	F	eur critique de F				
Régression	1	0,0903125	0,0903125	#NOMBRE!	#NOMBRE!				
Résidus	0	0	65535						
Total	1	0,0903125							
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de c	
Constante	10,5125	0	65535	#NOMBRE!	10,5125	10,5125	10,5125	10,5125	
Variable X 1	0,0002125	0	65535	#NOMBRE!	0,0002125	0,0002125	0,0002125	0,0002125	

Tableau 6 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros

La troisième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros. Sur le tableau 7, nous pouvons voir que le modèle explique 99,31% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 11,4966 et celui du montant de l'ordre est de 0,00076349. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0,7247 pour la constante ce qui correspond à environ la moitié de l'écart-type de la constante de la régression globale. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 50 00,01 et 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $11,4966 + 0,00076349 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de c	0,99724365							
Coefficient de c	0,9944949							
Coefficient de c	0,99311862							
Erreur-type	0,98260546							
Observations	6							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	697,678745	697,678745	722,59865	1,1386E-05			
Résidus	4	3,86205396	0,96551349					
Total	5	701,540799						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de c</i>
Constante	11,496671	0,72470151	15,8640086	9,2275E-05	9,48457705	13,508765	9,48457705	13,508765
Variable X 1	0,00076349	2,8402E-05	26,8811951	1,1386E-05	0,00068463	0,00084235	0,00068463	0,00084235

Tableau 7 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros

La quatrième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre supérieur à 50 000 euros. Sur le tableau 8, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de -9,1666667 et celui du montant de l'ordre est de 0,00106483. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur-type très proche de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre supérieur à 50 000, nous avons donc la fonction suivante : $-9,1666667 + 0,00106483 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de c	1							
Coefficient de c	1							
Coefficient de c	1							
Erreur-type	3,0738E-14							
Observations	9							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm</i>	<i>me des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>		
Régression	1	170080,504	170080,504	1,8001E+32	3,375E-111			
Résidus	7	6,6138E-27	9,4483E-28					
Total	8	170080,504						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>our seuil de c</i>
Constante	-9,1666667	2,5921E-14	-3,536E+14	3,818E-100	-9,1666667	-9,1666667	-9,1666667	-9,1666667
Variable X 1	0,00106483	7,9365E-20	1,3417E+16	3,375E-111	0,00106483	0,00106483	0,00106483	0,00106483

Tableau 8 : Régression linéaire des frais de courtage du premier groupe pour les montants d'ordre supérieur à 50 000 euros

9.4.2. Deuxième groupe de frais

Le second groupe est composé des frais de courtage pour les ordres exécutés sur le marché français d'Euronext Paris et sur le marché hollandais sur Euronext Amsterdam. Nous avons donc récolté les frais de courtage pour différents montants pour les ordres exécutés sur le marché français et sur le marché hollandais.

Sur le tableau 9, vous pouvez voir les frais associés à chaque montant pour les 6 banques/courtiers précités.

Montant de l'ordre	Binck	Medirect	Argenta	Deutsche Bank	Bolero	Keytrade Bank
0	10	8	10	10	8	8
2500	10	8	10	10	8	8
3000	10	8	10	13	15	15
5000	10	8	13	13	15	15
7500	15	8	19	20	15	25
10000	15	10	25	20	15	25
15000	15	15	38	20	30	25
20000	15	20	50	20	30	25
25000	15	25	63	20	45	25
50000	25	50	125	20	50	25
100000	50	100	250	40	95	50
150000	74	150	375	59	170	75
200000	99	200	500	79	245	100
250000	124	250	625	99	320	125
300000	149	300	750	119	395	150
350000	173	350	875	138	470	175
400000	198	400	1000	158	545	200
450000	223	450	1125	178	620	225
500000	248	500	1250	198	695	250

Tableau 9 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le second groupe de frais

Afin d'obtenir un coût unique, nous avons effectué la moyenne des frais de courtage de ces 6 banques/courtiers et ce pour chaque montant. A la suite de ce calcul, nous obtenons un tableau à 2 colonnes, que nous pouvons voir sur le tableau 10.

Montant	Moyenne des banques
0	8,66
2500	8,66
3000	11,65
5000	12,08
7500	16,78
10000	18,24
15000	23,66
20000	26,58
25000	31,99
50000	49,08
100000	97,32
150000	150,56
200000	203,80
250000	257,04
300000	310,28
350000	363,53
400000	416,77
450000	470,01
500000	523,25

Tableau 10 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le second groupe de frais

Nous avons ensuite effectué une régression linéaire globale. Sur le tableau 11, vous pouvez trouver la régression linéaire des valeurs X, les montants d'ordre et sur les valeurs Y, les frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de corrélation	0,9996454								
Coefficient de détermination	0,99929092								
Coefficient de détermination ajusté	0,99924921								
Erreur-type	4,87018285								
Observations	19								
ANALYSE DE VARIANCE									
	Degré de liberté	mm	des carrés	mm	F	eur critique de F			
Régression	1	568244,784	568244,784	23957,6891	3,2463E-28				
Résidus	17	403,217577	23,718681						
Total	18	568648,002							
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de	c
Constante	4,67086925	1,49273392	3,12907022	0,00611148	1,52147598	7,82026253	1,52147598	7,82026253	
Variable X 1	0,00102578	6,6272E-06	154,782716	3,2463E-28	0,0010118	0,00103976	0,0010118	0,00103976	

Tableau 11 : Régression linéaire globale pour le second groupe de frais

Nous pouvons donc voir sur la le tableau 11 que le modèle explique 99,93% de la variabilité avec une erreur-type de 4,87. La constante est estimée à 4,67086925 et le coefficient du montant de l'ordre est estimé quant à lui à 0,00102578. Nous avons donc la fonction suivante : $4,67086925 + 0,00102578 * \text{montant de l'ordre}$. Nous pouvons également remarquer une erreur-type assez élevée de 1,4927 pour la constante. La probabilité associée est de 0,006. La constante est donc significative à 1%, 5% et 10%. De plus, la moyenne des frais de courtage minimum, c'est-à-dire les frais associés à un montant proche de 0 euros, est de 8,66. Nous voyons ici dans le modèle que si le montant de l'ordre tend vers 0, le montant des frais de courtage tendent vers 4,67. Ce montant est proche de la moitié de la moyenne des frais minimum. En utilisant ce modèle, nous sous-estimerions les frais de courtage pour les petits investisseurs. Nous n'allons donc pas utiliser ce modèle pour la suite de notre analyse.

Nous avons donc analysé d'une manière plus poussée les frais de courtage afin de voir s'il nous était possible d'obtenir une fonction plus proche des frais de courtage réels.

Suite à une analyse graphique plus poussée de ces frais, nous pouvons déceler différents paliers. Sur la figure 9, nous avons représenté les frais de courtage en fonction du montant de l'ordre. Nous pouvons voir sur ce graphique que certains montants sont des fins de paliers. En effet, nous pouvons constater un grand écart avec le montant suivant. Nous pouvons donc déceler l'existence de quatre paliers que sont les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros, de 2 500,01 à 5 000 euros, de 5 000,01 à 50 000 euros et au-dessus de 50 000 euros.

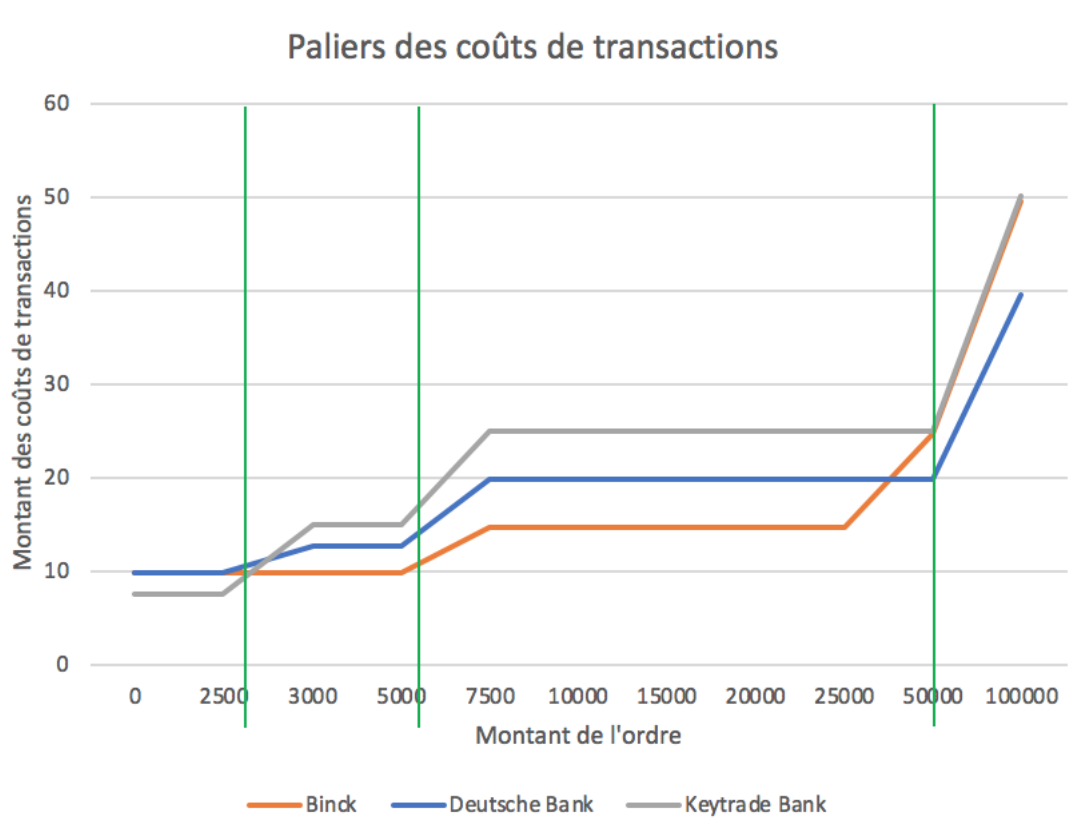


Figure 9 : Paliers des frais de courtage pour le second groupe de frais

Nous avons donc décidé de construire une fonction de frais de courtage scindée en quatre morceaux pour faire le parallélisme avec les quatre paliers précités. Les quatre sous-fonctions sont une première fonction pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros, une seconde de 2 500,01 à 5 000 euros, une troisième de 5 000,01 à 50 000 euros et une quatrième au-dessus de 50 000 euros. Afin de déterminer ces sous-fonctions, nous avons effectué quatre régressions linéaires afin de trouver les équations de ces sous-fonctions.

La première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros. Sur le tableau 12, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. De plus, l'erreur-type est de 0. Le coefficient de la constante est de 8,6583 et celui du montant de l'ordre est de 0. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Pour tout ordre entre 0 et 2 500 euros, les frais de courtage associés sont de 8,66 euros. Nous avons donc la fonction suivante : $8,66$. Elle est en effet composée uniquement de la constante car le coefficient de la variable est de 0. Ceci correspond au montant minimum de frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de c	1							
Coefficient de c	1							
Coefficient de c	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	0	0	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>our seuil de c</i>
Constante	8,65833333	0	65535	#NOMBRE!	8,65833333	8,65833333	8,65833333	8,65833333
Variable X 1	0	0	65535	#NOMBRE!	0	0	0	0

Tableau 12 : Régression linéaire des frais de courtage du second groupe de frais pour les montants d'ordre de 0 à 2500 euros

La seconde sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros. Sur le tableau 13, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. De plus, l'erreur-type est de 0. Le coefficient de la constante est de 11,0125 et celui du montant de l'ordre est de 0,0002125. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Pour tout ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $11,0125 + 0,0002125 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de c	1							
Coefficient de c	1							
Coefficient de c	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	0,0903125	0,0903125	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0,0903125						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>our seuil de c</i>
Constante	11,0125	0	65535	#NOMBRE!	11,0125	11,0125	11,0125	11,0125
Variable X 1	0,0002125	0	65535	#NOMBRE!	0,0002125	0,0002125	0,0002125	0,0002125

Tableau 13 : Régression linéaire des frais de courtage du second groupe de frais pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros

La troisième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros. Sur le tableau 14, nous pouvons voir que le modèle explique 99,31% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 11,4966 et celui du montant de l'ordre est de 0,00076349. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0,7247 pour la constante ce qui correspond à environ la moitié de l'écart-type de la constante de la régression globale. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 50 000,01 et 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $11,4966 + 0,00076349 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de c	0,99724365							
Coefficient de c	0,9944949							
Coefficient de c	0,99311862							
Erreur-type	0,98260546							
Observations	6							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm</i>	<i>des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>		
Régression	1	697,678745	697,678745	722,59865	1,1386E-05			
Résidus	4	3,86205396	0,96551349					
Total	5	701,540799						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de c</i>
Constante	11,496671	0,72470151	15,8640086	9,2275E-05	9,48457705	13,508765	9,48457705	13,508765
Variable X 1	0,00076349	2,8402E-05	26,8811951	1,1386E-05	0,00068463	0,00084235	0,00068463	0,00084235

Tableau 14 : Régression linéaire des frais de courtage du second groupe de frais pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros

La quatrième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre supérieur à 50 000 euros. Sur le tableau 15, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de -9,1666667 et celui du montant de l'ordre est de 0,00106483. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur-type très proche de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre supérieur à 50 000, nous avons donc la fonction suivante : $-9,1666667 + 0,00106483 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de corrélation	1								
Coefficient de détermination	1								
Coefficient de détermination ajusté	1								
Erreur-type	3,0738E-14								
Observations	9								
ANALYSE DE VARIANCE									
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carrés</i>	<i>mmme des carrés</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	170080,504	170080,504	1,8001E+32	3,375E-111				
Résidus	7	6,6138E-27	9,4483E-28						
Total	8	170080,504							
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Constante	-9,1666667	2,5921E-14	-3,536E+14	3,818E-100	-9,1666667	-9,1666667	-9,1666667	-9,1666667	-9,1666667
Variable X 1	0,00106483	7,9365E-20	1,3417E+16	3,375E-111	0,00106483	0,00106483	0,00106483	0,00106483	0,00106483

Tableau 15 : Régression linéaire frais de courtage pour les montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros

9.4.3. Troisième groupe de frais

Le troisième groupe est composé des frais de courtage pour les ordres exécutés sur le marché allemand sur le marché Xetra Francfort, Berlin ou Stuttgart. Nous avons donc récolté les frais de courtage pour différents montants pour les ordres exécutés sur le marché allemand.

Sur le tableau 16, vous pouvez voir les frais associés à chaque montant pour les 6 banques/courtiers précités.

Montant de l'ordre	Binck	Medirect	Argenta	Deutsche Bank	Bolero	Keytrade Bank
0	9,75	7,50	25,00	19,75	15,00	24,95
2500	9,75	7,50	25,00	19,75	15,00	24,95
3000	9,75	7,50	25,00	19,75	30,00	24,95
5000	9,75	7,50	30,00	19,75	30,00	24,95
7500	14,75	7,50	45,00	24,75	30,00	24,95
10000	14,75	10,00	60,00	24,75	30,00	24,95
15000	14,75	15,00	90,00	24,75	60,00	24,95
20000	14,75	20,00	120,00	24,75	60,00	24,95
25000	14,75	25,00	150,00	24,75	60,00	24,95
50000	24,75	50,00	300,00	24,75	60,00	24,95
100000	49,50	100,00	600,00	49,50	150,00	49,90
150000	74,25	150,00	900,00	74,25	225,00	74,85
200000	99,00	200,00	1200,00	99,00	300,00	99,80
250000	123,75	250,00	1500,00	123,75	375,00	124,75
300000	148,50	300,00	1800,00	148,50	450,00	149,70
350000	173,25	350,00	2100,00	173,25	525,00	174,65
400000	198,00	400,00	2400,00	198,00	600,00	199,60
450000	222,75	450,00	2700,00	222,75	675,00	224,55
500000	247,50	500,00	3000,00	247,50	750,00	249,50

Tableau 16 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le troisième groupe de frais

Afin d'obtenir un coût unique, nous avons effectué la moyenne des frais de courtage de ces 6 banques/courtiers et ce pour chaque montant. A la suite de ce calcul, nous obtenons un tableau à 2 colonnes, que nous pouvons voir sur le tableau 17.

Montant	Moyenne des banques
0	16,99
2500	16,99
3000	19,49
5000	20,33
7500	24,49
10000	27,41
15000	38,24
20000	44,08
25000	49,91
50000	80,74
100000	166,48
150000	249,73
200000	332,97
250000	416,21
300000	499,45
350000	582,69
400000	665,93
450000	749,18
500000	832,42

Tableau 17 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le troisième groupe de frais

Nous avons ensuite effectué une régression linéaire globale. Sur le tableau 18, vous pouvez trouver la régression linéaire des valeurs X, les montants d'ordre et sur les valeurs Y, les frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de	0,99987249								
Coefficient de	0,99974499								
Coefficient de	0,99972999								
Erreur-type	4,65770912								
Observations	19								
ANALYSE DE VARIANCE									
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mm des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	1445843,84	1445843,84	66646,3949	5,447E-32				
Résidus	17	368,802322	21,6942542						
Total	18	1446212,64							
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>cour seuil de c</i>	
Constante	10,0029034	1,42760972	7,00674928	2,112E-06	6,99091017	13,0148966	6,99091017	13,0148966	
Variable X 1	0,00163624	6,3381E-06	258,159631	5,447E-32	0,00162287	0,00164962	0,00162287	0,00164962	

Tableau 18 : Régression linéaire globale pour le troisième groupe de frais

Nous pouvons donc voir sur le tableau 18 que le modèle explique 99,97% de la variabilité avec une erreur-type de 4,66. La constante est estimée à 10,0029 et le coefficient du montant de l'ordre est estimé quant à lui à 0,00163624. Nous avons donc la fonction suivante : $10,0029 + 0,00163624 * \text{montant de l'ordre}$. Nous pouvons également remarquer une erreur type assez élevée de 1,4276 pour la constante. La probabilité associée est proche de 0. La constante est donc significative à 1%, 5% et 10%. Cependant, en utilisant ce modèle, nous nous exposerions à un écart type assez grand et donc une plus faible précision dans le calcul des frais de courtage pour les petits investisseurs. Nous n'allons donc pas utiliser ce modèle pour la suite de notre analyse.

Nous avons donc analysé d'une manière plus poussée les frais de courtage afin de voir si il nous était possible d'obtenir une fonction plus proche des frais de courtage réels.

Suite à une analyse graphique plus poussée de ces frais, nous pouvons déceler différents paliers. Sur la figure 10, nous avons représenté de manière graphique ces différents paliers. Nous avons représenté les frais de courtage en fonction du montant de l'ordre. Nous pouvons voir sur ce graphique que certains montants sont des fins de paliers. En effet, nous pouvons constater un grand écart avec le montant suivant. Nous pouvons donc déceler l'existence de trois paliers que sont les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros, de 5000,01 à 50 000 euros et au-dessus de 50 000 euros.

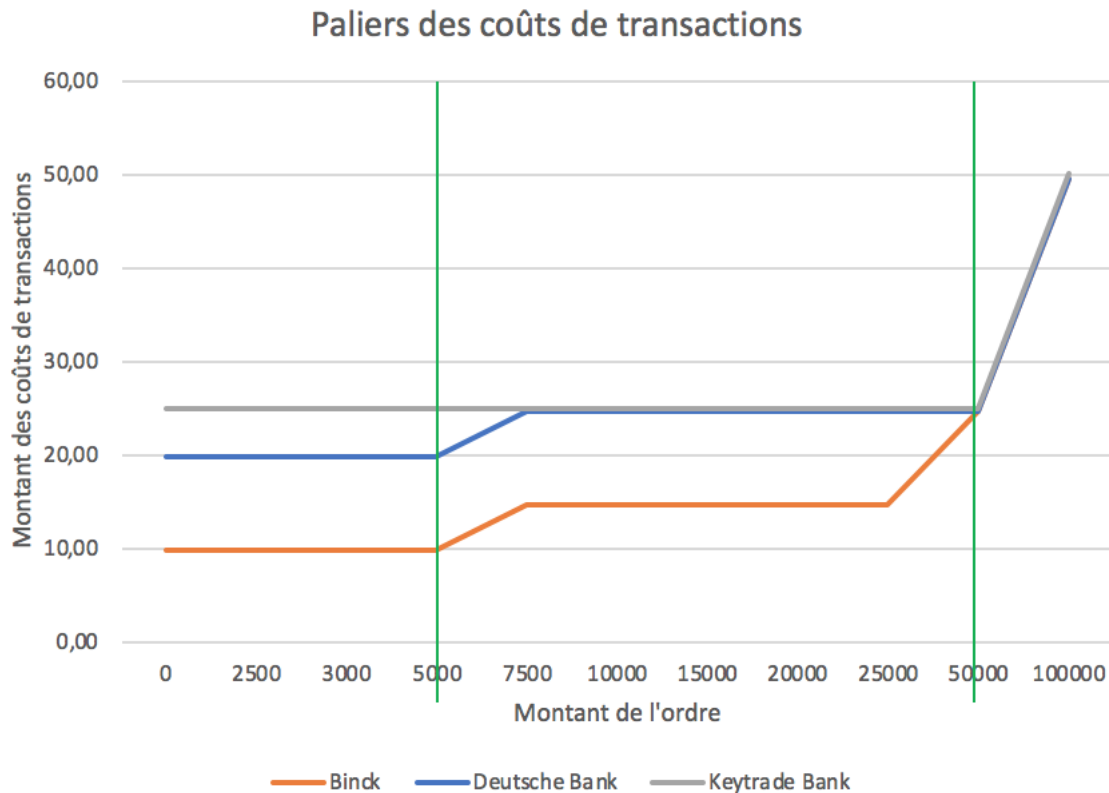


Figure 10 : Paliers des frais de courtage pour le troisième groupe de frais

Nous avons donc décidé de construire une fonction de frais de courtage scindée en trois morceaux pour faire le parallélisme avec les trois paliers précités. Les trois sous-fonctions sont une première fonction pour les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros, une deuxième de 5 000,01 à 50 000 euros et une troisième au-dessus de 50 000 euros. Afin de déterminer ces sous-fonctions, nous avons effectué trois régressions linéaires afin de trouver les équations de ces sous-fonctions.

La première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 5 000 euros. Sur le tableau 19, nous pouvons voir que le modèle n'explique que 54,67% de la variabilité. Cependant, l'erreur-type est de 1,1565. Ce modèle est donc plus précis que le modèle global. Le coefficient de la constante est de 16,6181 et celui du montant de l'ordre est de 0,0007. Le coefficient de la constante est significatif à 1% et donc à 5% et 10%. Cependant, le coefficient du montant de l'ordre n'est pas significatif à 10% et donc ne l'est également pas ni à 5% ni à 1%. Nous ne pouvons donc pas nous fier à ce coefficient car la probabilité d'erreur est trop élevée.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de c	0,83538336							
Coefficient de c	0,69786535							
Coefficient de c	0,54679803							
Erreur-type	1,15653589							
Observations	4							
ANALYSE DE VARIANCE								
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>		
Régression	1	6,17901615	6,17901615	4,61956522	0,16461664			
Résidus	2	2,67515052	1,33757526					
Total	3	8,85416667						
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Constante	16,6181034	1,02996871	16,1345711	0,00381937	12,1865058	21,0497011	12,1865058	21,0497011
Variable X 1	0,00069787	0,00032469	2,14931738	0,16461664	-0,0006992	0,0020949	-0,0006992	0,0020949

Tableau 19 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros pour le troisième groupe de frais

Pour pallier à ce problème de significativité, nous avons scindé la catégorie de montant en deux parties égales. La première partie comprenant les frais pour les montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros et la seconde pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros.

La première partie de cette première cette sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros. Sur le tableau 20, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 16,99167 et celui du montant de l'ordre est de 0. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0 pour le modèle. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 0 et 2 500 euros, nous avons donc la fonction suivante : 16,99167. Cette fonction ne comprend que la constante car le coefficient du montant de l'ordre est de 0.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	0	0	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>our seuil de c</i>
Constante	16,9916667	0	65535	#NOMBRE!	16,9916667	16,9916667	16,9916667	16,9916667
Variable X 1	0	0	65535	#NOMBRE!	0	0	0	0

Tableau 20 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros pour le troisième groupe de frais

La deuxième partie de cette première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros. Sur le tableau 21, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 18,24167 et celui du montant de l'ordre est de 0,00041667. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $18,24167 + 0,00041667 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	0,34722222	0,34722222	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0,34722222						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>cour seuil de c</i>
Constante	18,2416667	0	65535	#NOMBRE!	18,2416667	18,2416667	18,2416667	18,2416667
Variable X 1	0,00041667	0	65535	#NOMBRE!	0,00041667	0,00041667	0,00041667	0,00041667

Tableau 21 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros pour le troisième groupe de frais

La deuxième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros. Sur le tableau 22, nous pouvons voir que le modèle explique 99,02% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 16,28272 et celui du montant de l'ordre est de 0,001311. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 1,48525 pour la constante ce qui correspond à environ le tiers de l'écart-type de la constante de la régression globale. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 50 000,01 et 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $16,28272 + 0,001311 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de	0,9960811								
Coefficient de	0,99217756								
Coefficient de	0,99022195								
Erreur-type	2,01381699								
Observations	6								
ANALYSE DE VARIANCE									
	<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>F</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Régression	1	2057,53395	2057,53395	507,349236	2,3007E-05				
Résidus	4	16,2218354	4,0545885						
Total	5	2073,75579							
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Constante	16,2827169	1,48525148	10,962936	0,00039331	12,1589977	20,4064361	12,1589977	20,4064361	12,1589977
Variable X 1	0,00131114	5,821E-05	22,5244142	2,3007E-05	0,00114952	0,00147276	0,00114952	0,00147276	0,00114952

Tableau 22 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros

La troisième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre supérieur à 50 000 euros. Sur le tableau 23, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 0 et celui du montant de l'ordre est de 0,0016648. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type très proche de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre supérieur à 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $0,0016648 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de corrélation	1								
Coefficient de détermination	1								
Coefficient de détermination ajusté	1								
Erreur-type	4,3965E-14								
Observations	9								
ANALYSE DE VARIANCE									
	<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>F</i>	<i>Probabilité F</i>	<i>Probabilité F critique</i>			
Régression	1	415750,504	415750,504	2,1509E+32	1,81E-111				
Résidus	7	1,3531E-26	1,9329E-27						
Total	8	415750,504							
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Constante	0	3,7075E-14	0	1	-8,767E-14	8,7668E-14	-8,767E-14	8,7668E-14	8,7668E-14
Variable X 1	0,00166483	1,1352E-19	1,4666E+16	1,81E-111	0,00166483	0,00166483	0,00166483	0,00166483	0,00166483

Tableau 23 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre supérieur à 50 000 euros pour le troisième groupe de frais

9.4.4. Quatrième groupe de frais

Le quatrième groupe est composé des frais de courtage pour les ordres exécutés sur le marché italien. Nous avons donc récolté les frais de courtage pour différents montants pour les ordres exécutés sur le marché italien.

Sur le tableau 24, vous pouvez voir les frais associés à chaque montant pour les 6 banques/courtiers précités.

Montant de l'ordre	Binck	Medirect	Argenta	Deutsche Bank	Bolero	Keytrade Bank
0	9,75	7,50	25,00	19,75	15,00	24,95
2500	9,75	7,50	25,00	19,75	15,00	24,95
3000	9,75	7,50	25,00	19,75	30,00	24,95
5000	9,75	7,50	30,00	19,75	30,00	24,95
7500	14,75	11,25	45,00	24,75	37,50	24,95
10000	14,75	15,00	60,00	24,75	50,00	24,95
15000	14,75	22,50	90,00	24,75	75,00	24,95
20000	14,75	30,00	120,00	24,75	100,00	24,95
25000	14,75	37,50	150,00	24,75	125,00	24,95
50000	24,75	75,00	300,00	24,75	250,00	24,95
100000	49,50	150,00	600,00	49,50	500,00	49,90
150000	74,25	225,00	900,00	74,25	750,00	74,85
200000	99,00	300,00	1200,00	99,00	1000,00	99,80
250000	123,75	375,00	1500,00	123,75	1250,00	124,75
300000	148,50	450,00	1800,00	148,50	1500,00	149,70
350000	173,25	525,00	2100,00	173,25	1750,00	174,65
400000	198,00	600,00	2400,00	198,00	2000,00	199,60
450000	222,75	675,00	2700,00	222,75	2250,00	224,55
500000	247,50	750,00	3000,00	247,50	2500,00	249,50

Tableau 24 : Frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le quatrième groupe de frais

Afin d'obtenir un coût unique, nous avons effectué la moyenne des frais de courtage de ces 6 banques/courtiers et ce pour chaque montant. A la suite de ce calcul, nous obtenons un tableau à 2 colonnes, que nous pouvons voir sur le tableau 25.

Montant	Moyenne des banques
0	16,99
2500	16,99
3000	19,49
5000	20,33
7500	26,37
10000	31,58
15000	41,99
20000	52,41
25000	62,83
50000	116,58
100000	233,15
150000	349,73
200000	466,30
250000	582,88
300000	699,45
350000	816,03
400000	932,60
450000	1049,18
500000	1165,75

Tableau 25 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le quatrième groupe de frais

Nous avons ensuite effectué une régression linéaire globale. Sur le tableau 26, vous pouvez trouver la régression linéaire des valeurs X, les montants d'ordre et sur les valeurs Y, les frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de corrélation	0,9999545								
Coefficient de détermination	0,999909								
Coefficient de détermination ajusté	0,99990365								
Erreur-type	3,92676052								
Observations	19								
ANALYSE DE VARIANCE									
	Degré de liberté	Somme des carrés	Erreur des carrés	F	Erreur critique de F				
Régression	1	2880254,84	2880254,84	186793,64	8,5556E-36				
Résidus	17	262,130619	15,4194482						
Total	18	2880516,97							
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de	pour seuil de
Constante	7,70829664	1,20357054	6,40452418	6,533E-06	5,16898476	10,2476085	5,16898476	10,2476085	
Variable X 1	0,00230942	5,3435E-06	432,196298	8,5556E-36	0,00229815	0,00232069	0,00229815	0,00232069	

Tableau 26 : Régression linéaire globale pour le quatrième groupe de frais

Nous pouvons donc voir sur le tableau 26 que le modèle explique 99,99% de la variabilité avec une erreur-type de 3,9268. La constante est estimée à 7,708296 et le coefficient du montant de l'ordre est estimé quant à lui à 0,002309. Nous avons donc la fonction suivante : $7,708296 + 0,002309 * \text{montant de l'ordre}$. Nous pouvons également remarquer une erreur type assez élevée de 1,2035 pour la constante. La probabilité associée est proche de 0. La constante est donc significative à 1%, 5% et 10%. Cependant, en utilisant ce modèle, nous nous exposerions à un écart type assez grand et donc une plus faible précision dans le calcul des frais de courtage pour les petits investisseurs. Nous n'allons donc pas utiliser ce modèle pour la suite de notre analyse.

Nous avons donc analysé d'une manière plus poussée les frais de courtage afin de voir s'il nous était possible d'obtenir une fonction plus proche des frais de courtage réels.

Suite à une analyse graphique plus poussée de ces frais, nous pouvons déceler différents paliers. Sur la figure 11, nous avons représenté les frais de courtage en fonction du montant de l'ordre. Nous pouvons voir sur ce graphique que certains montants sont des fins de paliers. En effet, nous pouvons constater un grand écart avec le montant suivant. Nous pouvons donc déceler l'existence de trois paliers que sont les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros, de 5 000,01 à 50 000 euros et au-dessus de 50 000 euros.

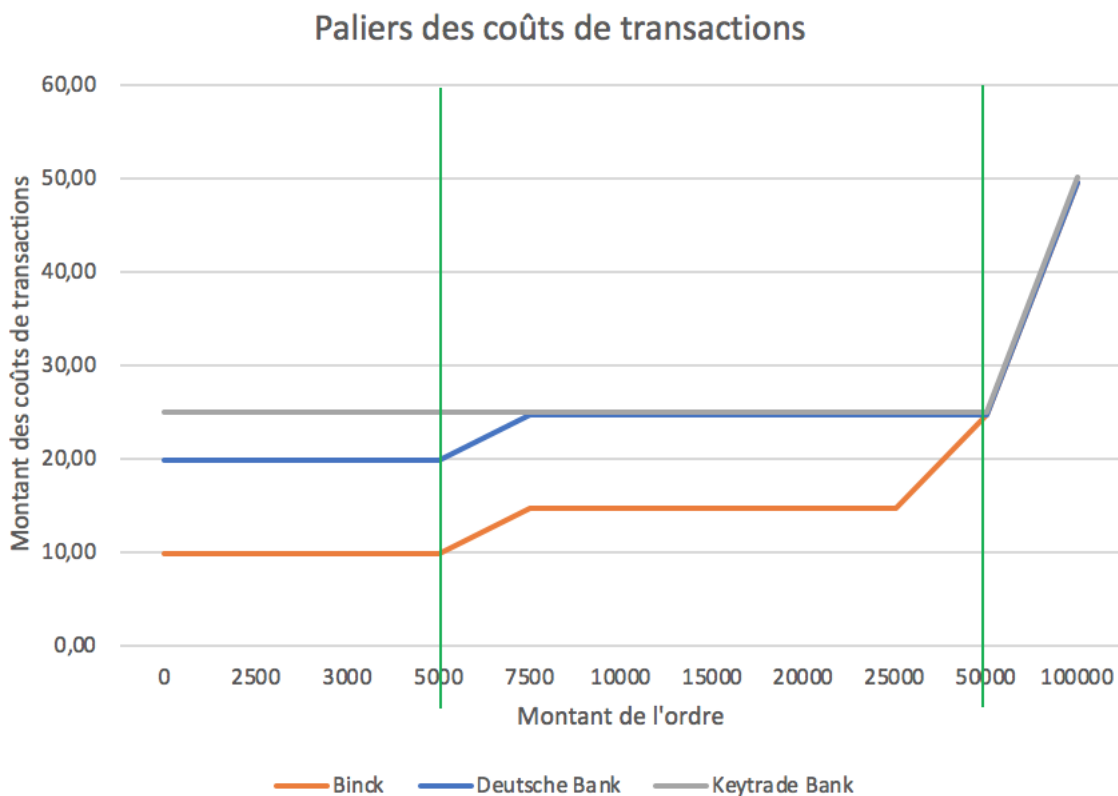


Figure 11 : Paliers des frais de courtage pour le quatrième groupe de frais

Nous avons donc décidé de construire une fonction de frais de courtage scindée en trois morceaux pour faire le parallélisme avec les trois paliers précités. Les trois sous-fonctions sont une première fonction pour les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros, une deuxième de 5 000,01 à 50 000 euros et une troisième au-dessus de 50 000 euros. Afin de déterminer ces sous-fonctions, nous avons effectué trois régressions linéaires afin de trouver les équations de ces sous-fonctions.

La première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 5 000 euros. Sur le tableau 27, nous pouvons voir que le modèle n'explique que 54,68% de la variabilité. Cependant, l'erreur type est de 1,1565. Ce modèle est donc plus précis que le modèle global. Le coefficient de la constante est de 16,6181 et celui du montant de l'ordre est de 0,0007. Le coefficient de la constante est significatif à 1% et donc à 5% et 10%. Cependant, le coefficient du montant de l'ordre n'est pas significatif à 10% et donc ne l'est également pas ni à 5% ni à 1%. Nous ne pouvons donc pas nous fier à ce coefficient car la probabilité d'erreur est trop élevée.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	0,83538336							
Coefficient de d	0,69786535							
Coefficient de d	0,54679803							
Erreur-type	1,15653589							
Observations	4							
ANALYSE DE VARIANCE								
		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Erreur critique de F</i>			
Régression	1	6,17901615	6,17901615	4,61956522	0,16461664			
Résidus	2	2,67515052	1,33757526					
Total	3	8,85416667						
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Constante	16,6181034	1,02996871	16,1345711	0,00381937	12,1865058	21,0497011	12,1865058	21,0497011
Variable X 1	0,00069787	0,00032469	2,14931738	0,16461664	-0,0006992	0,0020949	-0,0006992	0,0020949

Tableau 27 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 5 000 euros pour le quatrième groupe de frais

Pour pallier à ce problème de significativité, nous avons scindé la catégorie de montant en deux parties égales. La première partie comprenant les frais pour les montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros et la seconde pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros.

La première partie de cette première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros. Sur le tableau 28, nous pouvons voir que le

modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 16,99167 et celui du montant de l'ordre est de 0. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0 pour le modèle. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 0 et 2 500 euros, nous avons donc la fonction suivante : 16,99167. Cette fonction ne comprend que la constante car le coefficient du montant de l'ordre est de 0.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de c	1								
Coefficient de c	1								
Coefficient de c	65535								
Erreur-type	0								
Observations	2								
ANALYSE DE VARIANCE									
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm</i>	<i>me des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	0	0	0	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535						
Total	1	0							
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>c</i>
Constante	16,9916667	0	65535	#NOMBRE!	16,9916667	16,9916667	16,9916667	16,9916667	
Variable X 1	0	0	65535	#NOMBRE!	0	0	0	0	

Tableau 28 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros pour le quatrième groupe de frais

La deuxième partie de cette première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros. Sur le tableau 29, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 18,24167 et celui du montant de l'ordre est de 0,00041667. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $18,24167 + 0,00041667 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carré</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>		
Régression	1	0,34722222	0,34722222	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0,34722222						
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>
Constante	18,2416667	0	65535	#NOMBRE!	18,2416667	18,2416667	18,2416667	18,2416667
Variable X 1	0,00041667	0	65535	#NOMBRE!	0,00041667	0,00041667	0,00041667	0,00041667

Tableau 29 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros pour le quatrième groupe de frais

La deuxième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros. Sur le tableau 30, nous pouvons voir que le modèle explique 99,99% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 10,16870 et celui du montant de l'ordre est de 0,002123. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type de 0,002123 pour la constante ce qui est nettement inférieur à l'écart-type de la constante de la régression globale. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $10,16870 + 0,002123 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de c	0,99996327								
Coefficient de c	0,99992653								
Coefficient de c	0,99990817								
Erreur-type	0,3148333								
Observations	6								
ANALYSE DE VARIANCE									
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression		1	5396,34108	5396,34108	54442,5006	2,0241E-09			
Résidus		4	0,39648003	0,09912001					
Total		5	5396,73756						
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>our seuil de c</i>
Constante		10,1687047	0,23219917	43,7930282	1,6256E-06	9,52401643	10,8133929	9,52401643	10,8133929
Variable X 1		0,00212337	9,1003E-06	233,329168	2,0241E-09	0,0020981	0,00214863	0,0020981	0,00214863

Tableau 30 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros pour le quatrième groupe de frais

La troisième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre supérieur à 50 000 euros. Sur le tableau 31, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est proche de 0 et celui du montant de l'ordre est de 0,002332. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur-type très proche de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre supérieur à 50 000 euros, en omettant la constante proche de 0, nous avons donc la fonction suivante : $0,002332 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de d	1								
Coefficient de d	1								
Coefficient de d	1								
Erreur-type	2,791E-14								
Observations	9								
ANALYSE DE VARIANCE									
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mme des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	815383,838	815383,838	1,0468E+33	7,117E-114				
Résidus	7	5,4526E-27	7,7894E-28						
Total	8	815383,838							
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de c</i>
Constante	1,1369E-13	2,3535E-14	4,83045892	0,00189847	5,8034E-14	1,6934E-13	5,8034E-14	1,6934E-13	
Variable X 1	0,0023315	7,2062E-20	3,2354E+16	7,117E-114	0,0023315	0,0023315	0,0023315	0,0023315	

Tableau 31 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros pour le quatrième groupe de frais

9.4.5. Cinquième groupe de frais

Le cinquième groupe est composé des frais de courtage pour les ordres exécutés sur le marché espagnol. Nous avons donc récolté les frais de courtage pour différents montants pour les ordres exécutés sur le marché espagnol.

Sur le tableau 32, vous pouvez voir les frais associés à chaque montant pour les 6 banques/courtiers précités.

Montant de l'ordre	Binck	Medirect	Argenta	Deutsche Bank	Bolero	Keytrade Bank
0	14,75	15,00	25,00	19,75	15,00	24,95
2500	14,75	15,00	25,00	19,75	15,00	24,95
3000	24,75	15,00	25,00	19,75	30,00	24,95
5000	24,75	17,50	30,00	19,75	30,00	24,95
7500	29,75	26,25	45,00	24,75	37,50	24,95
10000	29,75	35,00	60,00	24,75	50,00	24,95
15000	29,75	52,50	90,00	24,75	75,00	24,95
20000	29,75	70,00	120,00	24,75	100,00	24,95
25000	29,75	87,50	150,00	24,75	125,00	24,95
50000	29,75	175,00	300,00	24,75	250,00	24,95
100000	59,50	350,00	600,00	49,50	500,00	49,90
150000	89,25	525,00	900,00	74,25	750,00	74,85
200000	119,00	700,00	1200,00	99,00	1000,00	99,80
250000	148,75	875,00	1500,00	123,75	1250,00	124,75
300000	178,50	1050,00	1800,00	148,50	1500,00	149,70
350000	208,25	1225,00	2100,00	173,25	1750,00	174,65
400000	238,00	1400,00	2400,00	198,00	2000,00	199,60
450000	267,75	1575,00	2700,00	222,75	2250,00	224,55
500000	297,50	1750,00	3000,00	247,50	2500,00	249,50

Tableau 32 : Tableau des frais de courtage de 6 banques/courtiers pour le cinquième groupe de frais

Afin d'obtenir un coût unique, nous avons effectué la moyenne des frais de courtage de ces 6 banques/courtiers et ce pour chaque montant. A la suite de ce calcul, nous obtenons un tableau à 2 colonnes, que nous pouvons voir sur le tableau 33.

Montant	Moyenne des banques
0	19,08
2500	19,08
3000	23,24
5000	24,49
7500	31,37
10000	37,41
15000	49,49
20000	61,58
25000	73,66
50000	134,08
100000	268,15
150000	402,23
200000	536,30
250000	670,38
300000	804,45
350000	938,53
400000	1072,60
450000	1206,68
500000	1340,75

Tableau 33 : Moyenne des frais pour chaque montant d'ordre pour le cinquième groupe de frais

Nous avons ensuite effectué une régression linéaire globale. Sur le tableau 34, vous pouvez trouver la régression linéaire des valeurs X, les montants d'ordre et sur les valeurs Y, les frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de corrélation	0,99995511								
Coefficient de détermination	0,99991021								
Coefficient de détermination ajusté	0,99990493								
Erreur-type	4,48304092								
Observations	19								
ANALYSE DE VARIANCE									
		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Erreur des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Erreur critique de F</i>			
Régression	1	3804891,66	3804891,66	189320,172	7,6324E-36				
Résidus	17	341,66015	20,0976559						
Total	18	3805233,32							
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>c</i>
Constante	9,49766249	1,3740731	6,91205038	2,5141E-06	6,59862166	12,3967033	6,59862166	12,3967033	
Variable X 1	0,00265435	6,1004E-06	435,109379	7,6324E-36	0,00264148	0,00266722	0,00264148	0,00266722	

Tableau 34 : Régression linéaire globale pour le cinquième groupe de frais

Nous pouvons donc voir sur le tableau 34, que le modèle explique 99,99% de la variabilité avec une erreur-type de 4,48. La constante est estimée à 9,49766 et le coefficient du montant de l'ordre est estimé quant à lui à 0,00265. Nous avons donc la fonction suivante : $9,49766 + 0,00265 * \text{montant de l'ordre}$. Nous pouvons également remarquer une erreur-type assez élevée de 1,374 pour la constante. La probabilité associée est proche de 0. La constante est donc significative à 1%, 5% et 10%. De plus, la moyenne des frais de courtage minimum, c'est-à-dire les frais associés à un montant proche de 0 euros, est de 19,075. Nous voyons, ici dans le modèle, que si le montant de l'ordre tend vers 0, le montant des frais de courtage tend vers 9,50. Ce montant est proche de la moitié de la moyenne des frais minimum. En utilisant ce modèle, nous sous-estimerions les frais de courtage pour les petits investisseurs. Nous n'allons donc pas utiliser ce modèle pour la suite de notre analyse.

Nous avons donc analysé d'une manière plus poussée les frais de courtage afin de voir s'il nous était possible d'obtenir une fonction plus proche des frais de courtage réels.

Suite à une analyse graphique plus poussée de ces frais, nous pouvons déceler différents paliers. Sur la figure 12, nous avons représenté les frais de courtage en fonction du montant de l'ordre. Nous pouvons voir sur ce graphique que certains montants sont des fins de paliers. En effet, nous pouvons constater un grand écart avec le montant suivant. Nous pouvons donc déceler l'existence de quatre paliers que sont les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros, de 2 500,01 à 5 000 euros, de 5 000,01 à 50 000 euros et au-dessus de 50 000 euros.

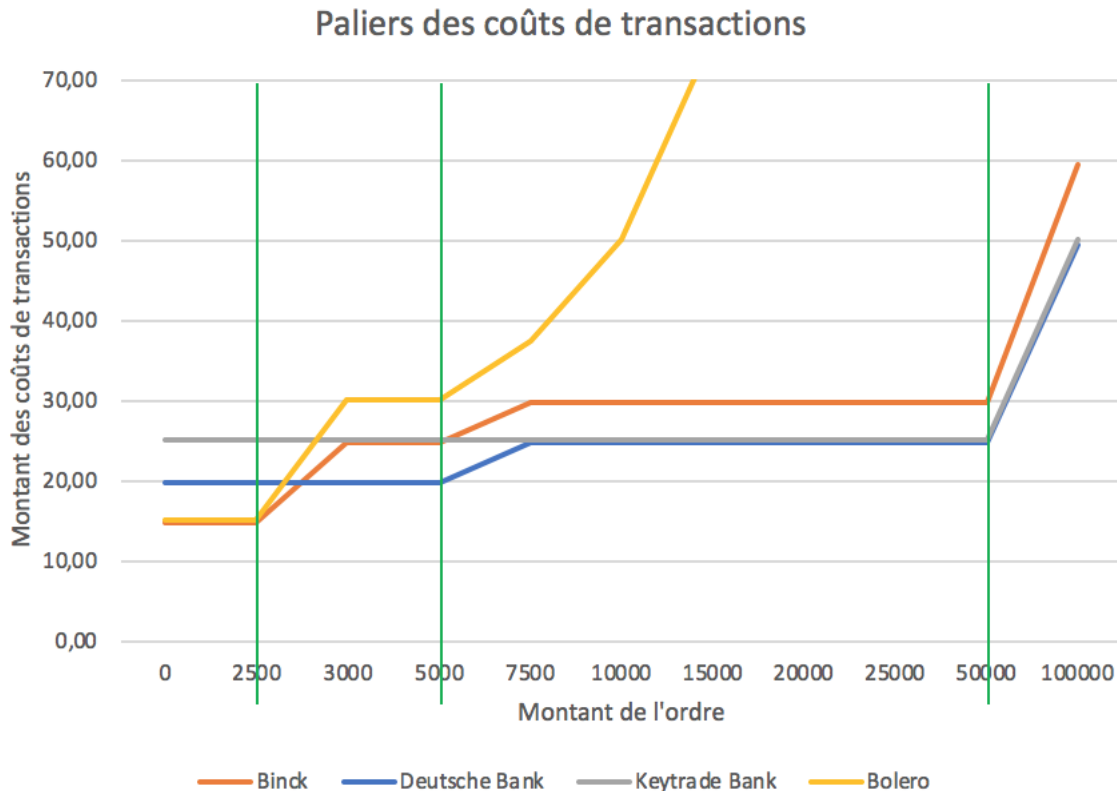


Figure 12 : Paliers des frais de courtage pour le cinquième groupe de frais

Nous avons donc décidé de construire une fonction de frais de courtage scindée en quatre morceaux pour faire le parallélisme avec les quatre paliers précités. Les quatre sous-fonctions sont une première fonction pour les montants d'ordre de 0 à 2 500 euros, une seconde de 2 500,01 à 5 000 euros, une troisième de 5 000,01 à 50 000 euros et une quatrième au-dessus de 50 000 euros. Afin de déterminer ces sous-fonctions, nous avons effectué quatre régressions linéaires afin de trouver les équations de ces sous-fonctions.

La première sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 0 et 2 500 euros. Sur le tableau 35, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. De plus, l'erreur type est de 0. Le coefficient de la constante est de 19,075 et celui du montant de l'ordre est de 0. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Pour tout ordre entre 0 et 2 500 euros, les frais de courtage associés sont de 8,66 euros. Nous avons donc la fonction suivante : 19,075. Elle est en effet composée uniquement de la constante car le coefficient de la variable est de 0. Ceci correspond au montant minimum de frais de courtage.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
	Degré de liberté	mm des carr	enne des car	F	eur critique de F			
Régression	1	0	0	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	our seuil de	our seuil de c
Constante	19,075	0	65535	#NOMBRE!	19,075	19,075	19,075	19,075
Variable X 1	0	0	65535	#NOMBRE!	0	0	0	0

Tableau 35 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 0 à 2500 euros pour le cinquième groupe de frais

La seconde sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros. Sur le tableau 36, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. De plus, l'erreur type est de 0. Le coefficient de la constante est de 21,3667 et celui du montant de l'ordre est de 0,000625. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Pour tout ordre entre 2 500,01 et 5 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $21,3667 + 0,000625 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	65535							
Erreur-type	0							
Observations	2							
ANALYSE DE VARIANCE								
	Degré de liberté	mm des carr	enne des car	F	eur critique de F			
Régression	1	0,78125	0,78125	#NOMBRE!	#NOMBRE!			
Résidus	0	0	65535					
Total	1	0,78125						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	pour seuil de	pour seuil de	our seuil de	our seuil de c
Constante	21,3666667	0	65535	#NOMBRE!	21,3666667	21,3666667	21,3666667	21,3666667
Variable X 1	0,000625	0	65535	#NOMBRE!	0,000625	0,000625	0,000625	0,000625

Tableau 36 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 2 500,01 à 5 000 euros pour le cinquième groupe de frais

La troisième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros. Sur le tableau 37, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 13,2417 et celui du montant de l'ordre est de 0,002417. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur-type proche de 0 pour la constante et la variable. Cela n'était pas le cas de l'écart-type de la constante de la régression globale. Cela confirme donc la meilleure précision de cette sous-fonction. Pour tout ordre entre 5 000,01 et 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $13,2417 + 0,002417 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ								
Statistiques de la régression								
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Coefficient de d	1							
Erreur-type	7,5886E-15							
Observations	6							
ANALYSE DE VARIANCE								
	<i>Degré de liberté</i>	<i>mm</i>	<i>des carrés</i>	<i>mm</i>	<i>de la</i>	<i>F</i>	<i>statistique</i>	<i>critique de F</i>
Régression	1	6990,08247	6990,08247	1,2138E+32	4,0722E-64			
Résidus	4	2,3035E-28	5,7587E-29					
Total	5	6990,08247						
	<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>
Constante	13,2416667	5,5968E-15	2,3659E+15	1,9149E-61	13,2416667	13,2416667	13,2416667	13,2416667
Variable X 1	0,00241667	2,1935E-19	1,1017E+16	4,0722E-64	0,00241667	0,00241667	0,00241667	0,00241667

Tableau 37 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre de 5 000,01 à 50 000 euros pour le cinquième groupe de frais

La quatrième sous-fonction est la fonction des frais de courtage associés à des montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros. Sur le tableau 38, nous pouvons voir que le modèle explique 100% de la variabilité. Le coefficient de la constante est de 0 et celui du montant de l'ordre est de 0,0026815. Ces coefficients sont tous deux significatifs à 1% et donc à 5% et 10%. Nous pouvons également remarquer une erreur type très proche de 0 pour la constante et la variable. Pour tout ordre supérieur à 50 000 euros, nous avons donc la fonction suivante : $0,0026815 * \text{montant de l'ordre}$.

RAPPORT DÉTAILLÉ									
Statistiques de la régression									
Coefficient de d	1								
Coefficient de d	1								
Coefficient de d	1								
Erreur-type	9,7277E-14								
Observations	9								
ANALYSE DE VARIANCE									
		<i>Degré de liberté</i>	<i>mmme des carr</i>	<i>enne des car</i>	<i>F</i>	<i>eur critique de F</i>			
Régression	1	1078566,34	1078566,34	1,1398E+32	1,671E-110				
Résidus	7	6,6239E-26	9,4627E-27						
Total	8	1078566,34							
		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>pour seuil de</i>	<i>our seuil de</i>	<i>cour seuil de c</i>
Constante	0	8,2031E-14	0	1	-1,94E-13	1,9397E-13	-1,94E-13	1,9397E-13	
Variable X 1	0,0026815	2,5117E-19	1,0676E+16	1,671E-110	0,0026815	0,0026815	0,0026815	0,0026815	

Tableau 38 : Régression linéaire des frais de courtage pour les montants d'ordre supérieurs à 50 000 euros pour le cinquième groupe de frais

9.4.6. Synthèse des cinq groupes de frais

Dans cette partie, nous allons récapituler les résultats des cinq groupes de frais précités. Nous avons donc effectué précédemment les différentes sous-fonctions pour les cinq groupes de frais et avons décelé l'existence de plusieurs fonctions linéaires par groupe de frais et ce en fonction du montant de l'ordre.

Pour rappel, le premier groupe est composé des actions belges sur le marché Euronext Bruxelles. Nous avons créé précédemment l'ensemble des sous-fonctions pour le premier groupe. Nous avons donc pour le premier groupe les fonctions suivantes :

- Pour les montants inférieurs à 2 500 euros, le montant des frais de courtage sera de 7,74
- Pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $10,51 + 0,0002 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants entre 5 000,01 et 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $11,50 + 0,0008 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants supérieurs à 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $9,17 + 0,0011 * \text{montant de l'ordre}$

Pour rappel, le second groupe est composé des actions françaises et hollandaises. Nous avons créé précédemment l'ensemble des sous-fonctions pour le second groupe. Nous avons donc pour le second groupe les fonctions suivantes :

- Pour les montants inférieurs à 2 500 euros, le montant des frais de courtage sera de 8,66
- Pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $10,01 + 0,0002 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants entre 5 000,01 et 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $11,50 + 0,0008 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants supérieurs à 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $9,17 + 0,0011 * \text{montant de l'ordre}$

Pour rappel, le troisième groupe est composé des actions allemandes. Nous avons créé précédemment l'ensemble des sous-fonctions pour le troisième groupe. Nous avons donc pour le troisième groupe les fonctions suivantes :

- Pour les montants inférieurs à 2 500 euros, le montant des frais de courtage sera de 16,99
- Pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $18,24 + 0,0004 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants entre 5 000,01 et 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $16,28 + 0,0013 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants supérieurs à 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $0,0017 * \text{montant de l'ordre}$

Pour rappel, le quatrième groupe est composé des actions italiennes. Nous avons créé précédemment l'ensemble des sous-fonctions pour le quatrième groupe. Nous avons donc pour le quatrième groupe les fonctions suivantes :

- Pour les montants inférieurs à 2 500 euros, le montant des frais de courtage sera de 16,99
- Pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $18,24 + 0,0004 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants entre 5 000,01 et 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $10,17 + 0,0021 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants supérieurs à 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera $0,0023 * \text{montant de l'ordre}$

Pour rappel, le cinquième groupe est composé des actions espagnoles. Nous avons créé précédemment l'ensemble des sous-fonctions pour le cinquième groupe. Nous avons donc pour le cinquième groupe les fonctions suivantes :

- Pour les montants inférieurs à 2 500 euros, le montant des frais de courtage sera de 19,08
- Pour les montants entre 2 500,01 et 5 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $21,37 + 0,0006 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants entre 5 000,01 et 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $13,24 + 0,0024 * \text{montant de l'ordre}$
- Pour les montants supérieurs à 50 000 euros, le montant des frais de courtage sera de $0,0027 * \text{montant de l'ordre}$

Ces différentes fonctions de frais de courtage seront implémentées dans le modèle avec coûts de transaction dans le point 9.5.

9.4.7. Taxe sur les opérations boursières (TOB)

Pour rappel, selon l'article 120 du Code des droits et taxes divers, les opérations soumises à la taxe sont les achats et ventes à titre onéreux de valeurs mobilières belges ou étrangères lorsqu'elles sont conclues ou exécutées en Belgique. Cette taxe sur le marché secondaire pour l'achat d'actions est de 0,35% du montant de l'ordre avec un maximum de 1.600 euros (BNP, 2018).

Nous implémenterons également cette taxe dans les coûts de transaction dans le modèle avec coûts de transaction dans le point 9.5.

9.5. Modèle avec coûts de transaction

Dans ce modèle, nous avons ajouté le calcul des coûts de transaction. Nous avons donc ajouté les frais de courtage ainsi que la taxe sur les opérations boursières. Dans ce modèle, les montants d'investissement sont très importants car ils permettent de calculer le montant des coûts de transaction. Dans ce modèle, nous nous sommes basés sur des montants hors coûts de transaction. Les coûts de transaction impactent le rendement et viennent le diminuer. Lorsque nous parlons de 2 000 euros, par exemple, l'investisseur devra réellement déboursier lors de l'achat 2 000 euros ainsi que les coûts de transaction. Dans notre modèle, nous parlerons donc de montants hors coûts de transaction.

Nous avons ajouté dans ce modèle détaillé le pays où l'action est cotée afin de pouvoir calculer le montant des frais de courtage de manière automatique. Cela nous a permis d'insérer l'ensemble des fonctions découlant des régressions linéaires (voir point 9.4.6)

Nous effectuerons trois types d'analyse. Nous commencerons par le Sharpe ratio optimal. Ensuite, nous analyserons l'impact des coûts de transaction sur le portefeuille minimisant la variance. Nous analyserons ensuite l'impact des coûts de transaction en nous basant sur la variance du portefeuille optimal sans coût de transaction.

9.5.1. Sharpe ratio optimal

Pour la méthode du Sharpe ratio optimal, nous avons utilisé le solveur Excel afin de maximiser le Sharpe ratio. Nous avons effectué cette manipulation pour différents montants. Sur le tableau 39, nous pouvons voir les résultats obtenus. Nous pouvons voir que pour un montant d'investissement inférieur à 300 euros, l'investisseur devra donc choisir un actif unique. Cet actif est donc celui qui a le plus grand Sharpe ratio des actions individuelles. Nous pouvons également voir que pour des montants plus élevés le nombre d'actifs est de 8. Nous pouvons voir que le nombre d'actifs à détenir augmente progressivement en fonction du montant.

Budget	Nombre d'actifs
< 300€	1
301€-600€	2
601€-2 000€	3
2 001€-2 500€	4
2 501€-30 000€	5
30 001€-50 000€	6
50 001€-100 000€	7
> 100 001€	8

Tableau 39 : Nombre d'actifs en fonction du montant de l'ordre

Sur base de la logique du Sharpe ratio, un investissement n'aura pas lieu si le Sharpe ratio est inférieur à 1. En effet, plus la valeur du Sharpe ratio est élevée, plus le rendement tenant compte du risque est attrayant. De manière simple, le ratio montre le rendement excédentaire que nous recevons pour la volatilité supplémentaire que nous subissons de par la détention d'un actif plus risqué. Si nous avons un Sharpe ratio de 1, nous serons indécis entre l'investissement du portefeuille et l'investissement dans le taux sans risque. Le Sharpe ratio dépasse le seuil de 1 lorsque le montant d'investissement est supérieur à 2 500 euros. L'investisseur ne doit donc pas investir dans un portefeuille si son montant d'investissement est inférieur à 2 500 euros. Dans le cas contraire, il subirait un risque supérieur à la rentabilité excédentaire qu'il peut espérer. Ce ratio atteint même 1,2315 pour un montant de 20 000 000 euros.

Sur le tableau 40, nous pouvons voir la proportion des coûts de transaction par rapport au budget initial. Nous pouvons voir que la proportion des coûts de transaction diminue si le budget augmente. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 3 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 2%. Pour un budget entre 3 000 euros et 10 000 euros, nous avons entre 0,97% et 1,85%. Lorsque nous dépassons les 10 000 euros, les coûts de transaction passent sous les 1%. Lorsque nous passons 50 000 euros, les coûts ne représentent plus que moins de 0,54%. Pour un montant d'investissement de 20 000 000 euros, nous obtenons une proportion de 0,19%. Nous voyons donc que les coûts de transaction jouent un rôle de plus en plus faible lorsque le montant d'investissement augmente. L'impact des coûts de transaction a donc un impact plus important sur les petits budgets que sur les gros budgets.

Budget	CT/budget
< 1 000€	5,30% - 2,95%
1 001€ -3 000€	2,64% - 2,07%
3 001€-10 000€	1,85% - 0,97%
10 001€ -50 000€	0,81% - 0,60%
>50 001€	< 0,54%

Tableau 40 : Proportion des coûts de transaction via la méthode du Sharpe ratio optimal

Nous pouvons également remarquer que la proportion des coûts de transaction se stabilise autour de 0,48% du montant d'investissement entre 500 000 euros et 1 000 000 euros. Pourtant, au-dessus de 1 000 000 euros, la proportion se met à nouveau à baisser. Ceci s'explique par le fait que la taxe sur les opérations boursières (TOB) est limitée à 1 600 euros. Cela viendra donc réduire la proportion de coûts de transaction en fonction du montant pour des montants d'investissement supérieurs à 1 000 000 euros.

9.5.2. Variance minimale

Nous avons ensuite analysé le portefeuille ayant la variance minimale. Nous avons donc, dans ce cas, le même portefeuille que celui qui optimise le modèle sans coût de transaction. Le couple rendement-risque est donc uniquement impacté sur le rendement. En effet, le risque est identique car le portefeuille est identique. Le risque sera donc de 8,54% quel que soit le montant.

Le portefeuille optimal est donc composé de 16 actions. Cela a un impact très marqué et cela principalement sur les petits budgets. En effet, en dessous de 2 500 euros, le rendement espéré est négatif. De plus, en dessous de 4 000 euros, le Sharpe ratio est négatif. Le rendement excédentaire est donc négatif. Sans tenir compte du risque, ce portefeuille est donc moins rentable que le taux sans risque. Pour un montant de 20 000 000 euros, le rendement associé

est de 9,36%. Cela représente un Sharpe ratio de 0,7631. L'investisseur réfléchi ne doit donc pas investir dans le portefeuille minimisant la variance. Dans le cas contraire, il subirait un risque supérieur à la rentabilité excédentaire qu'il peut espérer.

Une grande part de l'explication du fait que les rendements des petits montants sont très faibles est la présence des coûts de transaction. En effet, le portefeuille contient 16 actions, ce qui amène des frais de courtage importants.

Sur le tableau 41, nous pouvons voir la proportion des coûts de transaction par rapport au budget initial. Nous pouvons voir que la proportion des coûts de transaction diminue si le budget augmente. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 1 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 20%. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 3 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 7%. Pour un budget entre 3 000 euros et 10 000 euros, nous avons entre 2,36% et 5,38%. Lorsque nous dépassons les 10 000 euros, les coûts de transaction passent sous les 2%. Cette proportion passe sous la barre des 1% à partir de 40 000 euros. Lorsque nous passons 50 000 euros, les coûts ne représentent plus que moins de 0,66%. Pour un montant d'investissement de 20 000 000 euros, nous obtenons une proportion de 0,25%. Nous voyons donc que les coûts de transaction jouent un rôle de plus en plus faible lorsque le montant d'investissement augmente. L'impact des coûts de transaction a donc un impact plus important sur les petits budgets que sur les gros budgets.

Budget	CT/budget
< 1 000€	100,87% - 20,45%
1 001€ - 3 000€	13,75% - 7,05%
3 001€ - 10 000€	5,38% - 2,36%
10 001€ - 50 000€	1,71% - 0,84%
>50 001€	< 0,66%

Tableau 41 : Proportion des coûts de transaction via la méthode de la variance minimale

Nous pouvons également remarquer que la proportion des coûts de transaction se stabilise autour de 0,49% du montant d'investissement entre 900 000 euros et 2 000 000 euros. Pourtant, au-dessus de 2 000 000 euros, la proportion se met à nouveau à baisser. Ceci s'explique par le fait que la taxe sur les opérations boursières (TOB) est limitée à 1 600 euros. Cela viendra donc réduire la proportion de coûts de transaction en fonction du montant pour des montants d'investissement supérieurs à 2 000 000 euros.

9.5.3. Variance optimale sans coût de transaction

Nous avons ensuite analysé le portefeuille ayant la variance du Sharpe ratio optimal sans coût de transaction, c'est-à-dire un écart-type de 11,36%. Nous avons ensuite optimisé le rendement en fonction de cet écart-type donné mais peu de portefeuilles offrent exactement le même rendement. Nous avons donc dans ce cas, une composition de portefeuille identique ou très proche de celui qui optimise le Sharpe ratio dans le modèle sans coût de transaction. Le couple rendement-risque est donc quasiment uniquement impacté sur le rendement.

Sur base de la logique du Sharpe ratio, un investissement n'aura pas lieu si le Sharpe ratio est inférieur à 1. En effet, plus la valeur du Sharpe ratio est élevée, plus le rendement tenant compte du risque est attrayant. Dans ce modèle, le Sharpe ratio dépasse le seuil de 1 lorsque le montant d'investissement est supérieur à 4 000 euros. L'investisseur ne doit donc pas investir dans un portefeuille si son montant d'investissement est inférieur à 4 000 euros. Dans le cas contraire, il subirait un risque supérieur à la rentabilité excédentaire qu'il peut espérer. Ce ratio atteint même 1,2315 pour un montant de 20 000 000 euros.

Dans ce modèle, nous avons donc 8 actifs quel que soit le budget. L'impact des coûts de transaction est donc important pour les petits budgets. En effet, pour des montants inférieurs à 500 euros, nous pouvons même constater que le rendement espéré est négatif.

Sur le tableau 42, nous pouvons voir la proportion des coûts de transaction par rapport au budget initial. Nous pouvons voir que la proportion des coûts de transaction diminue si le budget augmente. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 1 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 9,69%. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 3 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 3,46%. Pour un budget entre 3 000 euros et 10 000 euros, nous avons entre 1,28% et 2,68%. Lorsque nous dépassons les 10 000 euros, les coûts de transaction sont prêts à passer sous les 1%. Cette proportion passe sous la barre des 1% à partir de 20 000 euros. Lorsque nous passons 50 000 euros, les coûts ne représentent plus que moins de 0,55%. Pour un montant d'investissement de 20 000 000 euros, nous obtenons une proportion de 0,19%. Nous voyons donc que les coûts de transaction jouent un rôle de plus en plus faible lorsque le montant d'investissement augmente. L'impact des coûts de transaction a donc un impact plus important sur les petits budgets que sur les gros budgets.

Budget	CT/budget
< 1 000€	47,03% - 9,69%
1 001€ - 3 000€	6,57% - 3,46%
3 001€ - 10 000€	2,68% - 1,28%
10 001€ - 50 000€	1,01% - 0,65%
>50 001€	<0,55%

Tableau 42 : Proportion des coûts de transaction via la méthode de la variance optimale sans coût de transaction

Nous pouvons également remarquer que la proportion des coûts de transaction se stabilise autour de 0,48% du montant d'investissement entre 500 000 euros et 1 000 000 euros. Pourtant, au-dessus de 1 000 000 euros, la proportion se met à nouveau à baisser. Ceci s'explique par le fait que la taxe sur les opérations boursières (TOB) est limitée à 1 600 euros. Cela viendra donc réduire la proportion de coûts de transaction en fonction du montant pour des montants d'investissement supérieurs à 1 000 000 euros.

9.5.4. Synthèse et comparaison des modèles

Nous avons donc analysé, dans les trois points précédents, trois modèles que sont la méthode basée sur le Sharpe ratio optimal, la méthode basée sur la variance minimale et la méthode d'optimisation des rendements sur base de l'écart-type optimal sans coût de transaction.

Pour la méthode du Sharpe ratio optimal, nous pouvons voir que pour un montant d'investissement inférieur à 300 euros, l'investisseur devra donc choisir un actif unique. Nous pouvons également voir que pour des montants plus élevés le nombre d'actifs est de 8. Nous pouvons voir que le nombre d'actifs à détenir augmente progressivement en fonction du montant. Le Sharpe ratio dépasse le seuil de 1 lorsque le montant d'investissement est supérieur à 2 500 euros. L'investisseur ne doit donc pas investir dans un portefeuille si son montant d'investissement est inférieur à 2 500 euros. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 3 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 2%. Lorsque nous dépassons les 10 000 euros, les coûts de transaction passent sous les 1%. Lorsque nous passons 50 000 euros, les coûts ne représentent plus que moins de 0,54%.

Pour la méthode basée sur la variance minimale, le portefeuille optimal est composé de 16 actions. Le portefeuille est donc composé de deux fois plus d'actions que pour la méthode du Sharpe ratio optimal. Cela a un impact très marqué et cela principalement sur les petits budgets. En effet, en dessous de 2 500 euros, le rendement espéré est négatif. De plus, en dessous de 4 000 euros, le Sharpe ratio est négatif. Pour un montant de 20 000 000 euros, le Sharpe ratio n'est que de 0,7631. L'investisseur réfléchi ne doit donc pas investir dans le portefeuille

minimisant la variance. Dans le cas contraire, il subirait un risque supérieur à la rentabilité excédentaire qu'il peut espérer. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 1 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 20%. Nous pouvons voir également que pour un budget inférieur à 3 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 7%. Lorsque nous passons 50 000 euros, les coûts ne représentent plus que moins de 0,66%.

Pour la méthode basée sur la variance optimale sans coût de transaction, nous avons 8 actifs quel que soit le budget. L'impact des coûts de transaction est donc important pour les petits budgets. En effet, pour des montants inférieurs à 500 euros, nous pouvons même constater que le rendement espéré est négatif. Dans ce modèle, le Sharpe ratio dépasse le seuil de 1 lorsque le montant d'investissement est supérieur à 4 000 euros. L'investisseur ne doit donc pas investir dans un portefeuille si son montant d'investissement est inférieur à 4 000 euros. Ce ratio atteint même 1,2315 pour un montant de 20 000 000 euros. Nous pouvons voir que pour un budget inférieur à 1 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 9,69%. Nous pouvons voir également que pour un budget inférieur à 3 000 euros, les coûts de transaction sont supérieurs à 3,46%. Cette proportion passe sous la barre des 1% à partir de 20 000 euros. Lorsque nous passons 50 000 euros, les coûts ne représentent plus que moins de 0,55%. Pour un montant d'investissement de 20 000 000 euros, nous obtenons une proportion de 0,19%.

Nous pouvons donc en conclure que sur notre échantillon, en tenant compte des coûts de transaction, le Sharpe ratio optimal dépasse le seuil de 1 lorsque le montant d'investissement est supérieur à 2 500 euros. Il n'est pas attractif d'investir dans le portefeuille ayant la variance minimale. En effet, le nombre d'actifs est trop élevé pour atteindre un Sharpe ratio supérieur à 1. Pour la méthode basée sur la variance optimale sans coût de transaction, le Sharpe ratio dépasse le seuil de 1 lorsque le montant d'investissement est supérieur à 4 000 euros.

En comparant la méthode du Sharpe ratio optimal et la méthode basée sur la variance optimale sans coût de transaction, nous pouvons voir que pour des montants supérieurs à 10 000 euros les Sharpe ratio sont assez proches. Cela est également le cas pour la proportion des coûts de transaction. Le modèle basé sur la variance optimale sans coût de transaction est donc une assez proche estimation de l'optimum pour des montants supérieurs à 10 000 euros. L'investissement minimal pour la méthode du Sharpe ratio optimal est de 2 500 euros alors qu'il est de 4 000 euros dans le modèle basé sur la variance optimale sans coût de transaction. Cette différence s'explique par le nombre d'actifs détenus. En effet, dans le modèle basé sur la variance optimale sans coût de transaction, pour un montant sous les 4 000 euros, le nombre d'actifs est de 8 alors qu'il est inférieur à 5 dans le modèle du Sharpe ratio optimal. Cette

différence de nombre d'actifs est très importante car elle influe sur les coûts de transaction. Plus les montants investis baissent et plus cette différence va s'intensifier car les coûts tendront à s'élever pour un plus grand nombre d'actifs détenus car les montants investis dans chaque action seront faibles et les frais de courtage se rapprocheront donc des coûts minimaux.

9.6. Comparaison des modèles sans et avec coûts de transaction

Nous avons pu voir dans les différents modèles avec coûts de transaction l'importance des coûts de transaction dans l'optimisation. Ceci est d'autant plus vrai pour les petits montants d'investissement. Comme nous l'avons vu dans le modèle du Sharpe ratio au point 9.5.1, l'investissement minimal est de 2 500 euros afin d'obtenir un Sharpe ratio supérieur à 1.

Sur le tableau 43, nous pouvons voir le nombre d'actifs optimal en fonction du montant pour les deux modèles. Le modèle sans coût de transaction a un nombre d'actifs de 8 et ce quel que soit le montant d'investissement. Pour le modèle avec coûts de transaction, nous pouvons voir que le nombre d'actifs augmente en fonction du montant d'investissement. Nous pouvons voir que pour un montant inférieur à 300 euros, un seul actif est optimal. Pour un montant entre 301 euros et 600 euros, 2 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 601 euros et 2 000 euros, 3 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 2 001 euros et 2 500 euros, 4 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 2 501 euros et 30 000 euros, 5 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 30 001 euros et 50 000 euros, 6 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 50 001 euros et 100 000 euros, 7 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant supérieur à 100 001 euros, 8 actifs permettent d'optimiser le portefeuille.

Budget	Nombre d'actifs sans coût de transaction	Nombre d'actifs avec coûts de transaction
< 300€	8	1
301€-600€	8	2
601€-2 000€	8	3
2 001€-2 500€	8	4
2 501€-30 000€	8	5
30 001€-50 000€	8	6
50 001€-100 000€	8	7
> 100 001€	8	8

Tableau 43 : Comparaison du nombre d'actifs sans et avec coûts de transaction

Nous pouvons donc bien voir l'impact des coûts de transaction sur le choix du portefeuille optimal. Nous voyons que pour les faibles budgets le portefeuille est composé de moins de

titres. Nous avons vu dans le point 9.5 qu'il n'est pas attractif d'investir avec un budget inférieur à 2 500 euros.

Nous pouvons également voir que le différentiel de Sharpe ratio entre les deux modèles diminue en fonction du montant investi. Plus le montant d'investissement est grand, plus le Sharpe ratio du modèle avec coûts de transaction tend à se rapprocher du Sharpe ratio sans coût de transaction. Ceci s'explique par la proportion de coûts de transaction de chaque portefeuille. En effet, cette proportion décroît pour chaque portefeuille contenant le même nombre d'actifs. Celle-ci n'augmente que lorsqu'un titre est ajouté au portefeuille. De plus, pour de gros budgets d'investissement supérieurs à 1 000 000 euros, le seuil maximal de la taxe sur les opérations boursières entre en jeu. En effet, le seuil maximal est de 1 600 euros. Ce montant est atteint lors de gros budget. Cela permet donc de réduire la proportion des coûts de transaction du portefeuille.

9.7. Limites

Il existe également des limites à notre étude. Nous allons les détailler dans ce point.

Tout d'abord, nos modèles sont basés sur des montants investis dans chaque action. Cependant, nous ne pouvons pas investir dans un nombre non entier d'actions. Il serait donc intéressant d'effectuer également cette analyse en nombre entier et ce en tenant compte des cours actuels de chaque action lors de l'achat.

Dans notre analyse, la variance moyenne est utilisée sur base des rendements des mensuels des actions. De nombreux modèles se basent également sur la variance des rendements. L'hypothèse sous ce calcul de la variance est que les rendements sont normalement distribués. Cependant, les distributions du rendement réel des actifs sont négativement asymétriques et sont leptokurtique (D'Hondt, 2017).

Cette analyse est basée sur une seule période d'investissement et n'est pas multi-périodes. En effet, lorsqu'un investisseur aura acquis son portefeuille, le modèle ne lui permettra pas de choisir le portefeuille dans lequel il doit investir en $t + 1$.

Nous ne nous sommes pas intéressés au comportement de l'investisseur. Nous nous sommes basés sur une utilité symétrique. Cependant, les investisseurs sont averses aux pertes. L'utilité n'est donc pas symétrique mais suit une forme de S, qui est concave dans le domaine des gains et convexe dans le domaine des pertes (Kahneman, Tversky, 1979).

Cette étude a été réalisée avec des frais de courtage offerts par les courtiers ou banques belges. De plus, l'ensemble des courtiers ou banques belges n'ont pas été utilisés. En effet, seuls les frais de courtage de 6 courtiers ou banques ont été utilisés. Il pourrait également exister des courtiers ou banques qui favorisent les grosses opérations de bourse avec des taux inférieurs à ceux utilisés.

De plus, le caractère généralisable de cet échantillon sera restreint car nous sommes uniquement basés sur l'Euro Stoxx 50. L'univers d'investissement est beaucoup plus large. L'univers d'investissement ne se limite pas aux actions européennes. Par exemple, cette analyse ne prend pas en compte les actions américaines. Il serait donc intéressant d'établir cette analyse sur un univers d'investissement plus large.

10. Conclusion générale

Nous avons dans ce mémoire suivi une démarche comparative. En effet, nous avons comparé une situation sans coût de transaction à une situation avec coûts de transaction. Cela nous a permis de voir l'impact direct des coûts de transaction. Cette analyse a donc été scindée en deux parties. La première ne contient pas de coût de transaction afin d'avoir une base de comparaison. La seconde contient, quant à elle, les coûts de transaction.

Dans la première partie, nous avons donc calculé donc le Sharpe ratio maximal afin d'obtenir le portefeuille optimal. Ce portefeuille est composé de 8 actifs et a un Sharpe ratio supérieur à 1. Le portefeuille est donc attractif car le rendement excédentaire pondéré par le risque est supérieur à 1. Nous avons également calculé le portefeuille ayant la variance minimale. Il est composé de 16 actifs et a un Sharpe ratio inférieur à 1. Le portefeuille n'est donc pas attractif car le rendement excédentaire pondéré par le risque est inférieur à 1.

Dans la seconde partie, nous avons ajouté les coûts de transaction au modèle précédent. Les coûts de transaction sont composés des frais de courtage ainsi que de la taxe sur les opérations boursières. Nous avons donc débuté par une analyse des frais de courtage afin de pouvoir les inclure dans notre modèle. Suite à cela, nous avons pu calculer, pour différents budgets, le Sharpe ratio maximal afin d'obtenir le portefeuille optimal, le portefeuille ayant la variance minimale ainsi que le portefeuille maximisant le rendement avec l'écart-type optimal du modèle sans coûts de transaction.

Nous avons remarqué que le portefeuille ayant la variance minimale n'était pas attractif quel que soit le montant investi. Nous avons également remarqué que, pour des montants supérieurs à 10 000 euros, le modèle se basant sur l'écart-type optimal du modèle sans coûts de transaction était assez proche des résultats obtenus par le modèle d'optimisation de Sharpe. Cependant, ce portefeuille étant composé de 8 actifs, et ce quel que soit le montant, possède des coûts de transaction assez élevé pour les budgets. Ce modèle nous amènerait à ne pas investir sous un montant de 4 000 euros. En effet, le Sharpe ratio de 1 n'est obtenu qu'à partir de 4 000 euros. Hors, nous avons pu voir dans le modèle optimisant le Sharpe ratio que le montant minimal d'investissement était de 2 500 euros.

En effet, nous pouvons bien voir l'impact des coûts de transaction sur le choix du portefeuille optimal. Nous voyons que, pour les faibles budgets, le portefeuille est composé de moins de

titres. Lors de l'optimisation du Sharpe ratio pour différents montants, nous avons pu trouver un nombre d'actifs optimal. Ce nombre évolue de manière progressive avec le montant investi.

Le modèle sans coût de transaction a un nombre d'actifs de 8 et ce quel que soit le montant d'investissement. Pour le modèle avec coûts de transaction, nous pouvons voir que le nombre d'actifs augmente en fonction du montant d'investissement. En effet, les coûts de transaction jouent un rôle très important dans le nombre d'actifs à détenir. Ceci est d'autant plus vrai pour les petits budgets qui sont soumis aux coûts minimaux de frais de courtage. Nous pouvons voir que pour un montant inférieur à 300 euros, un seul actif est optimal. Pour un montant entre 301 euros et 600 euros, 2 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 601 euros et 2 000 euros, 3 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 2 001 euros et 2 500 euros, 4 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 2 501 euros et 30 000 euros, 5 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 30 001 euros et 50 000 euros, 6 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant entre 50 001 euros et 100 000 euros, 7 actifs permettent d'optimiser le portefeuille. Pour un montant supérieur à 100 001 euros, 8 actifs permettent d'optimiser le portefeuille.

Ces résultats sont très intéressants pour l'investisseur car nous avons pu voir qu'un choix trop grand d'actifs diminuerait le rendement excédentaire pondéré par le risque. Il est donc très important pour l'investisseur de prendre en compte les coûts de transaction lors de la formation de son portefeuille. L'investisseur ne doit donc pas se baser sur un modèle sans coût de transaction si il veut maximiser son rendement excédentaire pondéré par le risque. Cependant, il peut avoir une estimation assez proche de la réalité de son rendement excédentaire pondéré par le risque en maximisant le rendement sur base de l'écart-type du portefeuille optimal sans coût de transaction. Ce résultat permettra à l'investisseur de se faire une idée du rendement qu'il peut espérer. Néanmoins, inclure les coûts de transaction dans les décisions d'investissement permettrait à l'investisseur de faire des choix plus efficaces.

11. Bibliographie

La bibliographie reprend l'ensemble des références que nous avons utilisées pour réaliser le mémoire. Nous avons regroupé les références par type. Nous avons considéré deux types de référence. La première contient l'ensemble des références scientifiques, managériales, de loi et universitaires. La seconde contient l'ensemble des références en ligne.

Articles scientifiques, managériaux, de loi et cours universitaires

Amihud Y., Mendelson H., 2013, « Transaction Costs and Asset Management », Global Asset Management – Strategies, Risk, Processes, and Technologies, London: Palgrave Macmillan, pp. 414-434

Amling F., 1989, « Investments: an introduction to analysis & management », 6th ed. Englewood Cliffs

Arnold G., 1998, « Corporate Financial management », Great Britain: Pitman Publishing

Barucci, E., 2003, « Financial Markets Theory – Equilibrium, Efficiency and Information », London: Springer-Verlag.

Baule R., 2008, « Optimal portfolio selection for the small investor considering risk and transaction costs », OR Spectrum, 32, pp. 61-76

Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., 1999, « Investments », 4ème ed., New York : McGraw-Hill Companies

Brealey R.A., Myers S.C., 1996, « Principles of corporate Finance », 5ème ed.. New York: The McGraw-Hill Companies

Clarke R., De Silva H., Thorley S., 2011, « Minimum-Variance Portfolio Composition », The Journal Of Portfolio Management, 37, numéro 2, pp. 31-45.

Code des droits et taxe divers, 2 mars 1927, article 120, M.B. 6 mars 1927

Code des droits et taxe divers, 2 mars 1927, article 126, M.B. 6 mars 1927

D'Hondt, C., 2017, « Cours universitaire : Portfolio Management » , UCL Mons

Emery D.R., Finnerty J.D., 1997, « Corporate Financial management », Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall

Fabozzi F. J., Focardi S. M., Kolm P. N., 2010, « Quantitative Equity Investing », Hoboken: John Wiley & Sons.

Fabozzi F.J., 1995, « Investment management », Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall

Francis J.C., 1991, « Investments: analysis and management », 5ème ed., New York: McGraw-Hill

Gitman L.J., 2000, « Principles of managerial Finance », 9ème ed., Reading,MA: Addison-Wesley Longman

Gitman L.J., Joehnk M.D., 1996, « Fundamentals of investing », 6ème ed., New York: Harper Collins College Publishers

Huang, Y.C., 2013, « Determinants of Trading Costs », Hoboken: John Wiley & Sons., Edition H. K. Baker et H. Kiyamaz, Market Microstructure in Emerging and Developed Markets, pp. 233-252

Jacquillat B., Solnik B., Pérignon C., 2014, « Marchés financiers : Gestion de portefeuille et des risques », 6e éd., Dunod

Jones C.P., 1996, « Investments: analysis and management », 5ème ed., Singapore: Wiley

Kahneman D., Tversky A., 1979, « Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk », *Econometrica*, 47, numéro 2, pp. 263-291

Kocinski M., 2014, « Transaction costs and market impact in investment management », *Financial Internet Quarterly, e-Finanse*, 2014, 10, numéro 4, pp. 28-35

Lee C.F., Finnerty J.E., Norton E.A., 1997, « Foundations of Financial management », Minneapolis, St. Paul: West Publishing

Lee C.F., Finnerty J.E., Wort D.H., 1990, « Security analysis and portfolio management », London, England: Scott, Foresman Company

Levy H., 1996, « Introduction to investments », Cincinnati, OH:South-Western College Publishing

Li B., Wang J., Huang D., Hoi S.C.H., 2017, « Transaction cost optimization for online portfolio selection », *Quantitative Finance*, août 2017, pp. 1-14

Mao J. C. T., 1970, « Essentials of portfolio diversification strategy », The Journal of Finance, 25, pp. 1109-1121

Markowitz H., 1952, « Portfolio Selection », The journal of Finance, 7, pp. 77-91

Mayo H.B., 1993, « Investment: an introduction », 4ème ed., Orlando:Harcourt Brace College Publishers

Moyer R.C., McGuigan J.R., Kretlow W.J., 1998, « Contemporary Finance management », Cincinnati, OH: South-Western College Publishing

Pinches G.E., 1996, « Essentials of Financial management », 5ème ed., NewYork, NY: Harper Collins College Publishers

Rao R.K.S., 1995, « Financial management: concepts and applications », 3ème ed., Cincinnati, OH: South-Western College Publishing

Sharpe W.F., 1966, « Mutual Fund Performance », Journal of Business, Janvier, pp. 119-138

Sharpe W.F., Alexander G.J., Bailey J.V., 1995, « Investments », 5ème ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall

Tang G. Y. N., 2003, « How Efficient is naive portfolio diversification ? an educational note », Omega, 32, PP. 155-160.

Williams J. B., 1938, « The Theory of Investment Value », pp. 55-75

Liens internet

ABC Bourse, 2017, « Variance et covariance - partie 1 », <https://www.abcbourse.com/>, page consultée le 21/07/2018, article en ligne

Argenta, 2018, « Liste des tarifs », <https://www.argenta.be/portalservlet/content/atom/contentRepository/content/Liste%20des%20tarifs.pdf?id=e4788494-2d01-4017-a9fd-dcfcaa29b334>, PDF consulté le 04/07/2018, PDF en ligne

Binck, 2017, « Tarifs », <https://www.binck.be/docs/librariesprovider7/tarifs/tarifs-negociier.pdf?sfvrsn=8>, PDF consulté le 04/07/2018, PDF en ligne

BNP, 2018, « Tarification des principales opérations sur titres », [https://www.bnpparibasfortis.be/rsc/contrib/document/1-Website/5-](https://www.bnpparibasfortis.be/rsc/contrib/document/1-Website/5-Docserver/BNP/F03470F.pdf)

Docserver/BNP/F03470F.pdf, PDF consulté le 20/06/2018, PDF en ligne

Bolero, 2018, « Tarifs en ligne », <https://www.bolero.be/uploads/media/5b365a4f3a583/101-tarifs-fr-20180701-final.pdf?token=/uploads/media/5b365a4f3a583/101-tarifs-fr-20180701-final.pdf>, PDF consulté le 04/07/2018, PDF en ligne

Campbell R. Harvey, 2011, « Portfolio diversification », <https://www.nasdaq.com/>, page consultée le 21/07/2018, article en ligne

Deutsche Bank, 2018, « Des tarifs en toute transparence », <https://www.deutschebank.be/media/pdf/tarifs-operations-bancaires-et-titres.pdf?r=6879>, PDF consulté le 04/07/2018, PDF en ligne

Investopedia, 2017, « Understanding The Sharpe Ratio », <https://www.investopedia.com/>, page consultée le 23/06/2018, article en ligne

Investopedia, 2018, « Capital Market Line – CML », <https://www.investopedia.com/>, page consultée le 22/06/2018, article en ligne

Keytrade Bank, 2017, « Tarifs », https://www.keytradebank.be/files/documentcenter/docsPricesTariff_2017_fr.pdf, PDF consulté le 04/07/2018, PDF en ligne

Larousse, 2017, « Diversification », <https://www.larousse.fr/>, page consultée le 20/07/2018, dictionnaire en ligne

Larousse, 2017, « Ordre », <https://www.larousse.fr/>, page consultée le 20/07/2018, dictionnaire en ligne

Larousse, 2017, « Transaction », <https://www.larousse.fr/>, page consultée le 20/07/2018, dictionnaire en ligne

Larousse, 2017, « Variance », <https://www.larousse.fr/>, page consultée le 20/07/2018, dictionnaire en ligne

Medirect, 2018, « Frais de courtage », <https://www.medirect.be/fr-be/guide-tarifaire/frais-de-courtage>, page consultée le 04/07/2018, article en ligne

Reverso, 2017, « Covariance », <https://dictionnaire.reverso.net/>, page consultée le 21/07/2018, dictionnaire en ligne

Test-achats, 2016, « Les banques les moins chères pour investir en actions », <https://www.test-achats.be>, page consultée le 21/06/2018, article en ligne

Yahoo, 2018, « Qu'est-ce qu'un cours de clôture ajusté ? », <https://fr.aide.yahoo.com/>, page consultée le 26/06/2018, article en ligne

Zivot E., 2013, « Portfolio Theory with Matrix Algebra », Faculté de Washington, <https://faculty.washington.edu/ezivot/econ424/portfolioTheoryMatrix.pdf>, PWP consulté le 23/07/2018, PWP en ligne

12. Annexes

Annexe 1 : Composition de l'échantillon

Place	Action	Place de cotation	Pays
1	AB INBEV	Euronext Bruxelles	Belgique
2	LVMH	Euronext Paris	France
3	TOTAL	Euronext Paris	France
4	UNILEVER	Euronext Amsterdam	Pays-Bas
5	SAP	Xetra	Allemagne
6	L'ORÉAL	Euronext Paris	France
7	SIEMENS	Xetra	Allemagne
8	INDITEX	Xetra	Allemagne
9	BAYER	Xetra	Allemagne
10	SANOFI	Euronext Paris	France
11	AIRBUS SE	Euronext Paris	France
12	ALLIANZ	Xetra	Allemagne
13	BASF	Xetra	Allemagne
14	BANCO SANTANDER	Madrid	Espagne
15	ASML HOLDING	Euronext Amsterdam	Pays-Bas
16	VOLKSWAGEN	Xetra	Allemagne
17	BNP PARIBAS	Euronext Paris	France
18	DEUTSCHE TELEKOM	Xetra	Allemagne
19	DAIMLER	Xetra	Allemagne
20	ENI	Milan	Italie
21	BMW	Xetra	Allemagne
22	AXA	Euronext Paris	France
23	VINCI	Euronext Paris	France
24	ENEL	Xetra	Allemagne
25	ING GROEP	Euronext Amsterdam	Pays-Bas
26	AIR LIQUIDE	Euronext Paris	France
27	DANONE	Euronext Paris	France
28	SAFRAN	Euronext Paris	France
29	IBERDROLA	Madrid	Espagne
30	INTESA SANPAOLO	Milan	Italie
31	SCHNEIDER ELECTRIC SE	Euronext Paris	France
32	BANCO BILBAO	Madrid	Espagne
33	ADIDAS	Xetra	Allemagne
34	ORANGE	Euronext Paris	France
35	TELEFONICA	Madrid	Espagne
36	FRESENIUS	Xetra	Allemagne
37	DEUTSCHE POST	Xetra	Allemagne
38	ROYAL PHILIPS	Euronext Amsterdam	Pays-Bas
39	ENGIE	Euronext Paris	France
40	SOCIÉTÉ GÉNÉRALE	Euronext Paris	France
41	NOKIA	Euronext Paris	France
42	VIVENDI	Euronext Paris	France
43	MUENCHENER RUECKVERSICHER	Stuttgart	Allemagne
44	ESSILOR INTERNATIONAL	Euronext Paris	France
45	UNIBAIL-RODAMCO-WESTFIELD	Euronext Amsterdam	Pays-Bas
46	AHOLD DELHAIZE	Euronext Amsterdam	Pays-Bas
47	CRH PLC	Xetra	Allemagne
48	SAINT-GOBAIN	Euronext Paris	France
49	E.ON	Euronext Bruxelles	Belgique
50	DEUTSCHE BANK	Xetra	Allemagne