

Louvain School of Management

Exploitation d'un réseau de gazoducs

Passage du réseau belge de gazoducs au gaz à haut pouvoir calorifique

Auteur·es : Delhayé Adrien
Promoteur·rices : De Wolf Daniel
Lecteur·rices : De Wolf Daniel
Année académique 2019-2020
Master 60 en Science de gestion

Table des matières

1	Introduction	1
2	Formulation du problème	2
2.1	Le réseau de gaz Belge	2
2.2	Éléments du problème	3
2.2.1	Ensemble des noeuds	4
2.2.2	Contraintes sur les arcs	8
2.3	Formulation de l'objectif et des contraintes	11
3	Algorithme de résolution	13
3.1	Forme du problème	13
3.2	Calcul d'un point de départ	14
3.2.1	Problème simplifié et propriétés	14
3.2.2	Résolution du problème simplifié	16
3.3	Résolution du problème initial	18
4	Analyse post-optimale	19
4.1	Données du problèmes	19
4.1.1	La demande	19
4.1.2	L'approvisionnement	21
4.2	Résultat	23
4.2.1	Valeurs des noeuds	23
4.2.2	Valeurs des arcs	23
4.2.3	Réponses aux questions	24

5 Conclusion	32
A Informations sur le réseau	34
B Implémentation de l'algorithme	37
B.1 Code GAMS	37
Bibliography	48

Table des figures

2.1	Réseau belge de transport de gaz à haute pression (disposition actuelle) . . .	3
2.2	Schéma représentant un noeud d'interconnexion.	5
2.3	Schéma représentant un noeud d'offre.	6
2.4	Schéma représentant un noeud de demande.	7
2.5	Schéma descriptif des flux au seins d'un arc actif.	11
3.1	Approximation linéaire par morceaux de la fonction objectif	17
4.1	Valeurs des approvisionnements obtenues par l'algorithme.	23
4.2	Valeurs des demandes obtenues par l'algorithme.	24
4.3	Valeurs des pression obtenues par l'algorithme.	24
4.4	Réseau de gaz riche après la fin de l'approvisionnement des Pays-Bas. . .	29
5.1	Coût de l'approvisionnement en fonction de \bar{s}_{Voeren}	33

Liste des tableaux

4.1	Demande annuelle en gaz de la Belgique d'après les estimations de la fédération belge des industries de gaz.	20
4.2	Demande annuelle en gaz riche de la Belgique d'après les estimations de la fédération belge des industries de gaz.	20
4.3	Demande journalière en gaz riche de la Belgique d'après les estimations de la fédération belge des industries de gaz.	21
4.4	Approvisionnement en gaz riche de la Belgique et prix des contrats. . . .	22
4.5	Approvisionnement en gaz riche de la Belgique et prix des contrats. . . .	22
4.6	Capacité de stockage	22
4.7	Valeurs des approvisionnements pour chaque niveau de l'algorithme. . . .	25
4.8	Valeurs des flux à travers le réseau	26
4.9	Description des approvisionnements et des demandes aux noeuds du réseau.	28
4.10	Description des gazoducs du réseau L.	29
4.11	Modification des demandes aux noeuds du réseau.	30
4.12	Approvisionnement pour le réseau complet : cas 1.	30
4.13	Approvisionnements pour le réseau complet : cas 2.	31
A.1	Description des gazoducs du réseau gaz riche.	35
A.2	Descriptions des bornes au noeuds du réseau de gaz riche.	36

Résumé

L'objectif de ce TFE est de résoudre un problème de transport non-linéaire en utilisant les méthodes proposées par DE WOLF et SMEERS[1]. Une description du réseau de gaz belge est présentée ainsi que les valeurs clés qui forment le problème de transport de gaz. Les différentes équations physiques et économiques régissant le problème sont analysées afin de formuler un problème d'optimisation sous contraintes qui correspond à la minimisation des coûts d'approvisionnement en gaz du réseau.

Un algorithme est alors proposé pour résoudre le problème en calculant une première solution obtenue en relaxant certaines contraintes puis, en utilisant cette solution comme point de départ, résoudre le problème complet. Afin de traiter les non-linéarités du problème, on procèdera à une approximation linéaire par morceau de certaines équations.

Dans un premier temps, une optimisation du réseau belge actuel de gaz à haut pouvoir calorifique est proposée puis en tenant compte de la fin de l'approvisionnement venant de Hollande, un réseau optimisé pour l'ensemble de la demande belge est proposé.

Avant-Propos

Je tenais à remercier le professeur Michel De Wolfe de l'Université Catholique de Louvain pour son accompagnement, son attachement à la rigueur et la clarté de ses explications qui m'ont permises de rédiger ce documents.

Chapitre 1

Introduction

En Belgique, plus de 3 millions d'habitants consomment du gaz naturel provenant du réseau de distribution belge afin de pouvoir chauffer leurs habitations, cuisiner, etc.... Le gaz naturel est également utilisé dans le domaine de l'industrie et pour la production d'électricité.

Depuis 1966, la Belgique importe du gaz naturel des Pays-Bas [2]. En effet, de part leur proximité avec la Belgique et leur importantes réserves, les gisements de gaz hollandais représentaient une excellente option d'approvisionnement pour notre pays.

Depuis la fin des années 70, la Belgique a également commencé à s'approvisionner dans d'autres pays suite à la hausse de la demande en gaz (parmi ces pays on peut citer : la Norvège, le Royaume-Uni ou encore le Qatar). Le gaz provenant de ces autres pays est qualifié de gaz "riche" du à son haut pouvoir calorifique (environ $11.4kWh/m^3$ pour le gaz riche et $10.3kWh/m^3$ pour le gaz pauvre soit en moyenne 10% d'augmentation[3] par rapport à son homologue pauvre). Cependant, principalement à cause de la détérioration du paysage hollandais suite à l'exploitation trop importante du gisement, les Pays-Bas ont décidé d'arrêter progressivement l'exploitation de gaz naturel et cesseront de fournir du gaz à la Belgique d'ici 2030.

La fin de cet approvisionnement qui constitue une bonne partie l'approvisionnement belge en gaz naturel signifie que le réseau de gazoducs actuel va devoir être réorganisé de façon à pouvoir distribuer du gaz riche dans les régions anciennement alimentées en gaz pauvre.

Chapitre 2

Formulation du problème

2.1 Le réseau de gaz Belge

Dans cette section, on présentera les différents éléments du problème et on développera la formulation mathématique en vue de la résoudre dans la section 3 et 4. Comme mentionné lors de l'introduction, le problème traité concerne l'exploitation du réseau de transport de gaz en Belgique et plus particulièrement le transport de gaz sur des longues distances qui se fait donc à haute pression. En effet les lois physique décrivant le comportement des fluides diffèrent en fonction de leur pression et la façon de traiter un gaz à basse pression (typiquement utilisé pour la distribution locale, donc non traitée ici) est différente de celle utilisée pour traiter un gaz à haute pression.

La Figure 2.1 schématise l'infrastructure du réseau belge de transport de gaz dans sa forme actuelle. Ce dernier se compose de plusieurs points d'approvisionnement (représentés par les flèches pointant vers le réseau) provenant essentiellement depuis les Pays-Bas, la Norvège, l'Algérie ou simplement d'une station de stockage. Il se compose également de plusieurs points de consommation (stations de redistributions) et enfin d'un ensemble de lignes de transport de gaz utilisées pour relier ces deux types de points entre eux.

Il arrive que certaines de ces lignes soient équipées de compresseurs (représentés en blanc sur la Figure) servant à réaugmenter la pression du gaz lorsque celui-ci doit être acheminé vers des points de forte consommation (Bruxelles, Anvers,...) ou lorsqu'une grande distance sépare deux points du réseau. Il est à noter que les compresseurs situés sur le réseau

transportant le gaz pauvre sont disposés de façon à traiter le gaz arrivant des Pays-Bas, or ce gaz est voué à ne plus être acheminé en Belgique ce qui implique que les stations de compression devront être réorganisées pour traiter le gaz provenant des nouvelles sources d’approvisionnement.

Afin de simplifier le modèle, on considèrera que la gestion du réseau se fait par une seule compagnie et ce pour tout le réseau (gaz riche et pauvre compris).

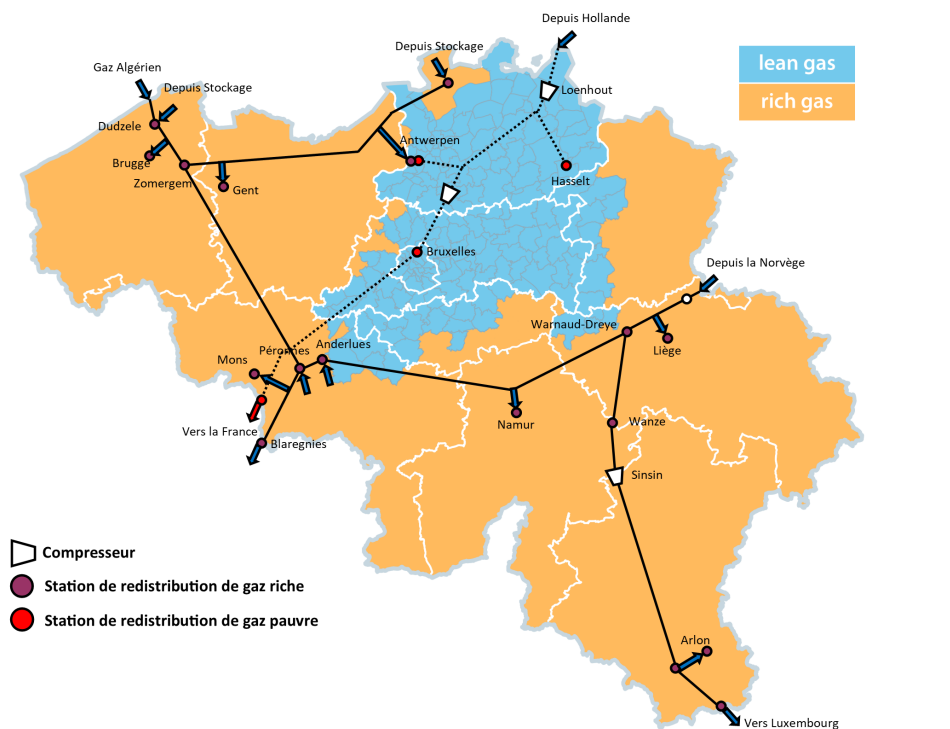


FIGURE 2.1 – Réseau belge de transport de gaz à haute pression (disposition actuelle)

2.2 Éléments du problème

Afin de formuler ce problème sous forme d’équations mathématiques on considèrera que le réseau de transport de gaz peut être vu comme un ensemble de noeuds reliés entre eux par des arcs. Les noeuds sont caractérisés par la pression du gaz à leur position ainsi que par leur approvisionnement et sont distingués selon trois catégories :

- Les noeuds de demande .
- Les noeuds d’offre.
- Les noeuds d’interconnexion des gazoducs.

Les arcs quant à eux sont caractérisés par le flot de gaz les traversant, décrit par les lois physiques que nous présenterons ci-après. Les arcs sont de deux types :

- Les arcs passifs qui ne servent qu'à transporter le gaz d'un point A à un point B.
- Les arcs actifs sont ceux sur lesquels une station de compression est présente.

On peut définir un formalisme mathématique des différents noeuds et arcs du réseau :

2.2.1 Ensemble des noeuds

On définira l'ensemble des noeuds du réseau par N . Cet ensemble N comprend également l'ensemble des noeuds d'offre N_s et des noeuds de demande N_d . L'ensemble des arcs sera quant à lui noté A avec comme sous-ensembles ceux des arcs actifs A_a et des arcs passifs A_p . Les noeuds seront référencés par les lettres i, j, k, \dots . Il y a présence d'un arc entre deux noeuds i et j si : $(i, j) \in N$. En résumé on a donc :

$$\begin{aligned}
 \text{Ensemble des noeuds :} & \quad N; \\
 \text{Ensemble des noeuds de demande :} & \quad N_d \subset N \\
 \text{Ensemble des noeuds d'offre :} & \quad N_s \subset N
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ensemble des arcs :} & \quad A; \\
 \text{Ensemble des arcs passifs :} & \quad A_p \subset A \\
 \text{Ensemble des arcs actifs :} & \quad A_a \subset A
 \end{aligned}$$

Les différents noeuds et arcs sont soumis à des contraintes qui leurs sont propres. On présente maintenant les différentes contraintes associées à chaque type de noeud :

Noeuds d'interconnexion

Les noeuds d'interconnexion sont simplement soumis à la loi de conservation des flux, c'est à dire que la somme des flux entrants est égale à la somme des flux sortants. Cette loi peut s'écrire de la façon suivante en considérant un noeud i relié à plusieurs gazoducs entrants (dont le gaz rentre dans i) notés j et à plusieurs gazoducs sortants (dont le gaz

part de i vers d'autres noeuds) notés k :

$$\sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} = \sum_{k|(i,k) \in A} f_{ik} \quad \forall i, j, k \in N \quad (2.2)$$

où f_{ji} représente le flux allant du noeud j au noeud i . Un schéma de ce type de noeud est présenté à la Figure 2.2. Cette équation doit être respectée pour tous les noeuds d'interconnexion du réseau et constitue donc une contrainte à notre problème. Aux noeuds d'interconnexion il n'y donc ni offre ni demande et ces noeuds appartiennent donc à N mais pas à N_d ni N_s .

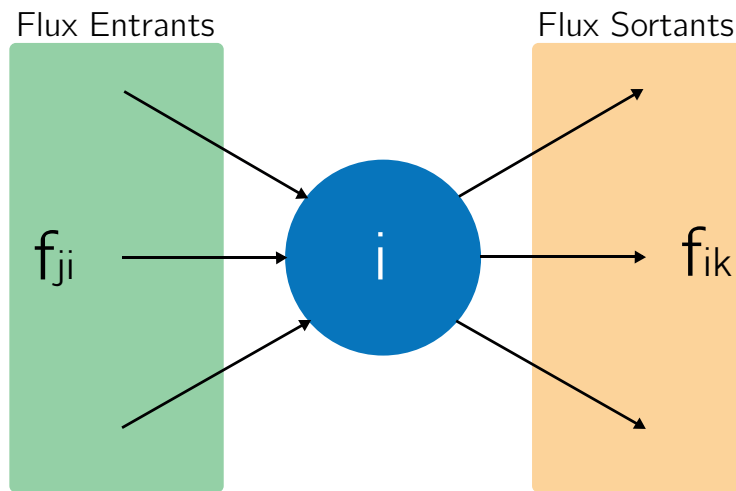


FIGURE 2.2 – Schéma représentant un noeud d'interconnexion.

Noeuds d'offre

Les noeuds d'offre sont ceux qui fournissent le gaz au réseau, ils doivent donc satisfaire un approvisionnement constant chaque jour. La valeur de cet approvisionnement peut cependant fluctuer autour d'une valeur nominale grâce à une clause de flexibilité avec le fournisseur et ce du moment que la quantité moyenne fournie sur l'année est égale à la quantité nominale spécifiée.

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \overline{s}_i \quad \forall i \in N_s. \quad (2.3)$$

la notation s fait référence à "supply" en anglais. Généralement, la fluctuation autour de la valeur nominale ne peut dépasser 15% de celle-ci. Cela signifie que si par exemple le

contrat stipule une consommation de 100 litres par jour, il est possible d'avoir certains jours un approvisionnement de 85 litres ou de 115 litres pour peu qu'en moyenne sur l'année l'on ai consommé 100 litres par jour. La relation ?? se voit donc modifiée en ajoutant l'approvisionnement fourni au noeud :

$$\sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} + s_i = \sum_{k|(i,k) \in A} f_{ik} \quad \forall i \in N_s \text{ et } j, k \in N. \quad (2.4)$$

où s_i est l'approvisionnement (l'offre) en gaz depuis l'extérieur au noeuds i . La Figure 2.3 représente schématiquement ce type de noeud.

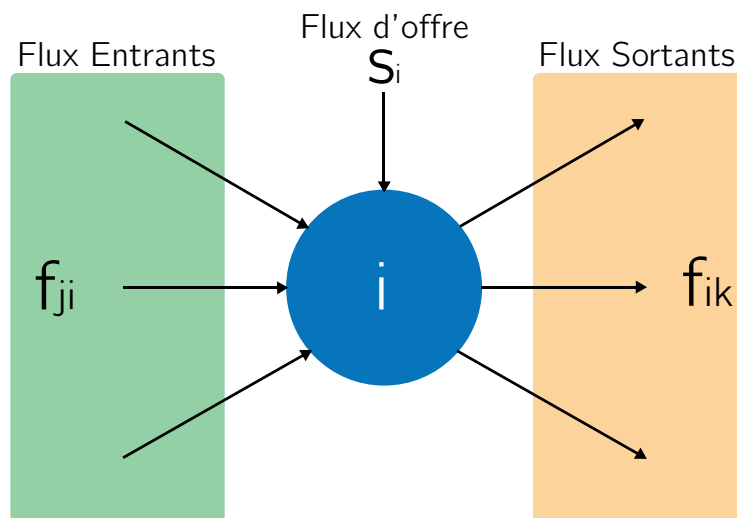


FIGURE 2.3 – Schéma représentant un noeud d'offre.

Ceci ajoute donc une seconde contrainte à notre réseau. On notera également que la pression au noeud d'offre p_i ne peut pas excéder une pression maximale d'alimentation \bar{p}_i soit :

$$0 \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad \forall i \in N_d \quad (2.5)$$

Noeuds de demande

Tout comme les noeuds d'offre, les noeuds de demande doivent être approvisionnés de telle façon que la demande du noeud soit satisfaite. La demande, contrairement à l'offre ne bénéficie pas d'une flexibilité et la valeur soutirée sera considérée comme constante. Cette demande correspond en fait à la quantité de gaz demandé par le point d'approvisionnement

afin de le redistribuer à basse pression dans les ménages,.... L'équation de conservation des flux à un noeud de demande peut s'écrire comme-ci :

$$\sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} - d_i = \sum_{k|(i,k) \in A} f_{ik} \quad \forall i \in N_d \text{ et } j, k \in N. \quad (2.6)$$

où d_i est la demande au noeud i . Le terme d_i est soustrait à la somme des flux entrant dans le noeud puisque la demande correspond à un flux soutiré au noeud.

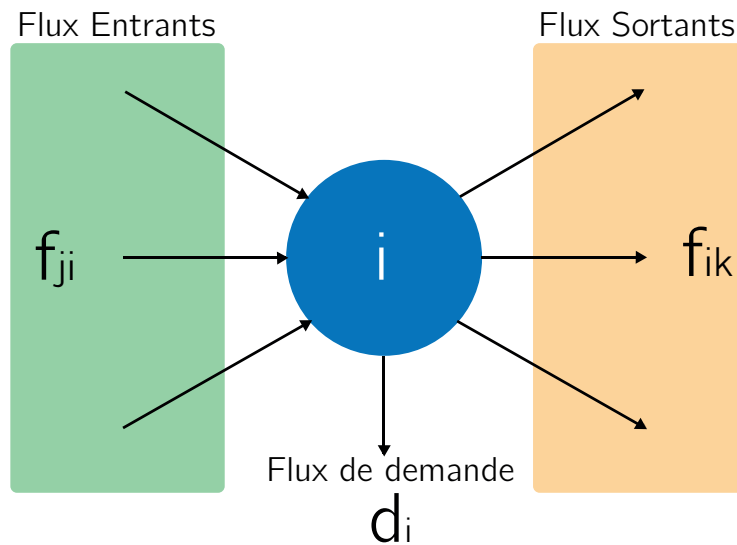


FIGURE 2.4 – Schéma représentant un noeud de demande.

La demande d_i doit être supérieur à une valeur minimale d'approvisionnement (la quantité de gaz redistribuée depuis un noeud de demande doit être au moins celle demandée par la région approvisionnée) :

$$\underline{d}_i \leq d_i \quad \forall i \in N_d \quad (2.7)$$

On peut généraliser les équations 2.2, 2.4 et 2.6 en une seule équation en considérant la seule variable s_i . Dans le cas d'une noeud d'offre, le flux s_i sera positif, il sera négatif dans le cas d'un noeud de demande et nul pour les autres noeuds de sorte que l'on généralise la conservation des flux en chaque noeud comme :

$$\sum_{j|(i,j) \in A} f_{ji} + s_i = \sum_{k|(i,k) \in A} f_{ik} \quad \forall i, j, k \in N. \quad (2.8)$$

La contrainte 2.7 se retrouve alors comprise dans 2.3 pour peu qu'on considère que c'est le flux $-s_i$ qui devra être supérieur à la demande. Dans le cas d'une demande, l'approvisionnement au noeud devra donc être compris entre $-d_i$ et $-\infty$ puisqu'on peut accepter un excédant d'approvisionnement au noeuds de demande.

A cette contrainte, on rajoutera le fait que la pression aux noeuds de demande doit être supérieur à une pression minimale \underline{p}_i fixée par les consommateurs soit :

$$\underline{p}_i \leq p_i \quad (2.9)$$

Pour généraliser les Equations 2.5 et 2.9 on notera :

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \overline{p}_i \quad (2.10)$$

Ces trois types de noeuds sont les seuls présent sur le réseau et ils sont entièrement décrits par les équations présentées ci-avant. On s'intéresse maintenant aux équations régissant les arcs et aux écoulements présents au seins de ceux-ci.

2.2.2 Contraintes sur les arcs

La difficulté du problème repose sur le fait qu'outre les contraintes exposées ci-dessus, une contrainte de bornes de pression sur le réseau vient s'ajouter au problème. Il faudra donc tenir compte que la pression aux noeuds de demande doit satisfaire une pression minimale car les compagnies de distribution locale nécessitent à leur entrée une pression suffisante. Les fournisseurs quant à eux s'engagent à fournir le gaz avec une pression correspondant à la pression maximale d'alimentation de la source de gaz, cette pression pouvant être diminuée à l'entrée du réseau grâce à un détendeur si nécessaire.

Le formalisme mathématique décrivant l'écoulement au seins des gazoducs se fera via l'équation d'écoulement des fluides où Loi de Darcy[4] (pour les arcs passifs). Cette loi relie le flux f_{ij} dans un gazoduc et la chute de pression au seins de ce gazoduc ($p_i - p_j$) (p_i représente la pression à l'origine du gazoduc et p_j celle à l'extrémité). La relation est

du type :

$$f_{ij} = \begin{cases} C_{ij}(p_i^2 - p_j^2)^{\frac{1}{2}} & \text{si } p_i \geq p_j \\ 0 & \text{si sinon} \end{cases} \quad \forall (i, j) \in A_p \quad (2.11)$$

où C_{ij} est une constante qui est fonction de la longueur, du diamètre et de la rugosité de la conduite ainsi que du type de gaz. On aura pour chaque conduite :

$$C_{ij}^2 = 92,074830 * 10^{-15} \frac{D_{ij}^5}{\lambda_{ij} z T L_{ij} \delta} \quad (2.12)$$

où :

$$\frac{1}{\lambda_{ij}} = \left[2 \log \left(\frac{3,7 D_{ij}}{\epsilon} \right) \right]^2 \quad (2.13)$$

avec :

$$\begin{aligned} L &= \text{longueur de la conduite [km]} \\ D &= \text{diamètre intérieur de la conduite [mm]} \\ T &= \text{température du gaz [K]} &= 281.15K \\ \epsilon &= \text{rugosité absolue du gazoduc [mm]} &= 0.05mm \\ \delta &= \text{densité du gaz relative à l'air [-]} &= 0.6106 \\ z &= \text{facteur de compressibilité du gaz [-]} &= 0.8 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Les valeurs de L_{ij} et D_{ij} dépendent évidemment de la conduite et sont données au Tableau A.1. L'Équation 2.11 peut être également écrite sans tenir compte de la contrainte spécifiant que la pression à l'origine du gazoduc doit être inférieure à la pression à son extrémité en considérant non plus des arcs à orientation unique (le fluide ne peut circuler que de l'origine à l'extrémité) mais bidirectionnels. En considérant cette possibilité, l'équation n'est plus contrainte mais il faut alors distinguer deux cas :

- $f_{ij} > 0$: le flot de gaz se déplace du noeud i vers le noeud j.
- $f_{ij} < 0$: le flot de gaz se déplace du noeud j vers le noeud i (on parlera du flot $-f_{ij}$).

On peut alors récrire la loi physique de l'écoulement comme suit :

$$f_{ij} = \text{sign}(p_i - p_j) C_{ij} |p_i^2 - p_j^2|^{\frac{1}{2}} \quad \forall (i, j) \in A_p \quad (2.15)$$

où la fonction $sign(x)$ vaut +1 si $x \geq 0$ et -1 si $x < 0$. On peut encore récrire l'Équation 2.15 de la façon suivante :

$$sign(f_{ij})f_{ij}^2 = C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2)^{-1} \quad \forall (i, j) \in A_p \quad (2.16)$$

Pour les arcs actifs, la loi d'écoulement nécessite de prendre en compte l'impact des compresseurs. L'on peut décrire la relation entre le flot passant dans le compresseur f_{ij} et la différence de pression entre l'entrée et la sortie du compresseur p_i et p_j comme suit :

$$f_{ij} = \frac{P_{ij}}{k_1 \left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{k_3} - k_2} \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (2.17)$$

où les paramètres k_1 , k_2 et k_3 sont des constantes et P_{ij} est la puissance du compresseur. Pour simplifier le modèle, on considèrera que le compresseur remontera toujours la pression jusqu'à sa pression de sortie maximum c'est à dire que la pression de sortie du compresseur sera toujours fixée à la pression maximale que le compresseur peut atteindre soit :

$$p_j = \bar{p}_j \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (2.18)$$

Cet particularité a pour effet de relacher la contrainte 2.16 puisque la différence de pression n'est plus seulement due à l'écoulement mais également à l'effet du compresseur, elle devient alors :

$$sign(f_{ij})f_{ij}^2 \geq C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (2.19)$$

Une contrainte supplémentaire due à la présence de compresseur est que le sens du flux à travers l'arc est imposé et il ne peut donc pas circuler dans les deux sens :

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (2.20)$$

Le caractère hautement non linéaire de l'Équation 2.17 apporte une difficulté non négligeable dans la résolution du problème. Effectivement si la relation entre le flux à travers le compresseur et la différence de pression à ses bornes est gardée telle quelle, les algorithmes de résolution standards ne seront pas efficaces. Pour palier à ce problème, on

1. A l'avenir, on utilisera cette formule pour la résolution du problème d'exploitation.

considèrera la simplification suivante : il y a une perte de gaz proportionnelle à la quantité compressée (une partie du gaz injecté dans le compresseur est utilisée pour son fonctionnement). On considèrera que cette perte est de l'ordre de 1%. Une quantité de 100 l de gaz traversant un arc actif subira donc une perte de 1 l de gaz soit 99 l en sortie de l'arc.

Si on considère que le pourcentage du flux conservé après passage dans le compresseur est $\rho^{[5]}$, on définira le flux arrivant au bout de l'arc actif comme le flux à son origine multiplié par ce taux de conservation. La Figure 2.5 représente ce type d'arc, le noeud i représente le noeud d'origine de l'arc et le noeud j son extrémité.

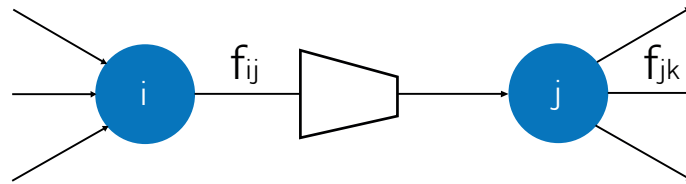


FIGURE 2.5 – Schéma descriptif des flux au sein d'un arc actif.

La loi de conservation pour un arc actif peut donc s'écrire comme suit :

$$\rho_{ij} f_{ij} = \sum_{k|(j,k) \in A} f_{jk} \quad \forall (i,j) \in A_a \text{ et } i,j,k \in N \quad (2.21)$$

Nous pouvons généraliser l'Equation 2.8 pour tous les types de noeuds sur le réseau :

$$\sum_{i|(i,j) \in A_a} \rho_{ij} f_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in A_p} f_{ij} + s_j = \sum_{k|(j,k) \in A} f_{jk} \quad \forall i \in N \quad (2.22)$$

2.3 Formulation de l'objectif et des contraintes

L'objectif du problème consiste à minimiser les coûts d'approvisionnement qui seront supposés proportionnels à la quantité prélevée à un coefficient près c_j qui peut varier en fonction du noeud d'approvisionnement.

Nous pouvons maintenant formuler mathématiquement le problème ainsi que chacune de

ses contraintes comme suit :

$$\min z = \sum_{j \in N_s} c_j s_j \text{ tel que : } \begin{cases} \sum_{i,(i,j) \in A_a} \rho_{ij} f_{ij} + \sum_{i,(i,j) \in A_p} f_{ij} = \sum_{k,(j,k) \in A} f_{jk}, & \forall j \in N \\ \text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 = C_{ij}(p_i^2 - p_j^2), & \forall (i,j) \in A_p \\ \text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 \leq C_{ij}(p_i^2 - p_j^2), & \forall (i,j) \in A_a \\ \underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i, & \forall i \in N_s \\ \underline{p}_i \leq p_i \leq \bar{p}_i, & \forall i \in (N_s \cup N_d) \\ p_j = \bar{p}_j, & \forall (i,j) \in A_a \end{cases} \quad (2.23)$$

L'offre prélevée s_j est donc ici la variable de décision du problème où la fonction objectif z correspond aux coûts totaux des approvisionnements qui doivent satisfaire les contraintes exposées ci-dessus.

Afin de simplifier en partie les non-linéarités sur les contraintes liant le flux et la pression dans les arcs, nous pouvons opérer au changement de variable suivant :

$$\pi_i = p_i^2, \quad \forall i \in N \quad (2.24)$$

Etant donné qu'une pression ne peut être négative, la contrainte de bornes sur les pressions reste similaire soit :

$$\underline{\pi}_i \leq \pi_i \leq \bar{\pi}_i \quad (2.25)$$

De ce fait, seules les non-linéarités dues aux flux persistent.

La section suivante proposera une résolution de ce problème sur base des données du réseau belge de gazoducs.

Chapitre 3

Algorithme de résolution

Dans cette section, on présentera l'algorithme nous permettant de résoudre le problème formulé dans la Section 2.

L'algorithme proposé est tiré de l'article de DE WOLF et SMEERS [6] qui traite du problème d'optimisation du réseau de gazoducs belge.

3.1 Forme du problème

Le problème formulé dans la section précédente demande donc d'optimiser la fonction objectif du coût de l'approvisionnement. Cette fonction possède l'avantage d'être linéaire et donc facile à optimiser en elle-même mais le problème d'optimisation réside plus ici dans les contraintes qui sont elles non-linéaires. En effet les contraintes de relation entre les flux dans les arcs et l'approvisionnement aux noeuds est d'une part non-linéaire et d'autre part non convexe et ne peut donc pas efficacement être optimiser par des algorithmes standards. Le problème à résoudre est donc un problème d'optimisation sous contraintes non-linéaires.

Pour pallier à cela, on résoudra d'abord un problème intermédiaire simplifié afin de contrer les non-linéarités du problème notamment en procédant à une linéarisation par morceau de certaines équations. Cette première solution obtenue servira alors de point de départ pour la suite de l'algorithme.

3.2 Calcul d'un point de départ

3.2.1 Problème simplifié et propriétés

Le problème à résoudre 2.23 possède une contrainte liée au flux et aux pressions non convexe ce qui rend très compliqué son optimisation. Une première façon de rendre cette contrainte convexe serait de fixer pour chaque noeud d'offre et de demande soit la pression aux noeuds p_i , soit l'approvisionnement s_i [1]. Le problème est que ces conditions sont trop restrictives et reviennent à réduire le domaine de faisabilité du problème à un point unique ce qui n'est évidemment pas le but recherché.

L'objectif ici sera de résoudre deux problèmes : dans un premier temps, on résout un problème plus simple en relâchant les contraintes sur les pressions et en ignorant les compresseurs. En résolvant ce problème on trouve une première solution qui servira de point de départ pour la résolution du problème complet cette fois-ci (en considérant les compresseurs et les contraintes sur les pressions).

Pour déterminer le point de départ pour l'optimisation du problème complet on considère le problème d'optimisation non linéaire simplifié suivant :

$$\begin{aligned} \min h(f, s) &= \sum_{(i,j) \in A} \frac{|f_{ij}| f_{ij}^2}{3C_{ij}^2} \\ \text{s.c.} \quad q \quad & \sum_{j|(i,j) \in A} f_{ij} - \sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} = s_i \quad \forall i \in N \\ & \underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i \quad \forall i \in N \end{aligned} \quad (3.1)$$

La signification de ce problème est la suivante [7] : la fonction objectif est en fait l'énergie mécanique dissipée par unité de temps dans les gazoducs lorsqu'il n'y a pas de compresseur.

Le problème 3.1 étant strictement convexe en les variables de flots, sa solution optimale sera unique et la première contrainte assure que ce sera également le cas pour les variables d'approvisionnement aux noeuds.

Une autre propriété intéressante de la résolution de ce problème est que sa solution optimale satisfait les contraintes non-linéaire liant flux et pression du problème principal

dans le cas où l'on utilise les multiplicateurs de Lagrange λ_i associés[8] à la contrainte du problème simplifié d'équilibre des flux. Pour rappel, dans un problème d'optimisation convexe l'objectif est d'optimiser un polyèdre convexe sous certaines contraintes. Les points correspondants à une optimisation du problème sont en fait les points où le polyèdre (ici la fonction à minimiser $\mathbf{h}(f, s)$) est tangent à la courbe des contraintes (qui sont ici celles définissant la conservation des flux et les bornes des approvisionnements de l'Equation 3.1). Mathématiquement cela revient à trouver un point pour lequel les gradients des fonctions (objectif et contraintes) sont parallèles ce qui se traduit par l'expression suivante en considérant la fonction $\mathbf{g}(f, s) = 0$ comme la fonction des contraintes du problème :

$$\nabla \mathbf{h}(f, s) = \lambda \nabla \mathbf{g}(f, s)$$

où λ correspond à le vecteur appelé multiplicateur de Lagrange. La résolution de cette équation permet de trouver les optimums de $\mathbf{h}(f, s)$ sous les contraintes $\mathbf{g}(f, s)$ (dans notre cas on aura $g_1(f, s)$ la contrainte sur la conservation et $g_2(f, s)$ celle sur les bornes des s_i). Les conditions de Karush-Kuhn-Tucker[9] s'énonce comme suit en considérant le vecteur des variables optimales $X^* = (f^*, s^*)$ (que l'on nomme souvent point critique) du Lagrangien $L_\lambda = h(f, s) + \sum_{k=1}^2 \lambda_k g_k(f, s)$ (c'est à dire que X^* est tel que $\nabla L_\lambda(X^*) = 0$), le point est un optimum si :

$$\nabla h(X^*) + \sum_{k=1}^2 \lambda_k \nabla g_k(X^*) = 0 \quad (3.2)$$

En appliquant ces conditions on trouve la relation suivante entre les multiplicateurs de lagrange associés à la contrainte de conservation des flux (les λ_1 de l'Equation 3.2), en considérant λ_i comme le multiplicateur associé au noeud i (attention, les indices sur les λ n'ont plus la même signification que pour l'équation des conditions de Karush-Kuhn-Tucker, on a :

$$\text{sign}(f_{ij}) \frac{f_{ij}^2}{C_{ij}^2} = \lambda_i - \lambda_j, \quad \forall (i, j) \in A. \quad (3.3)$$

Une propriété intéressante de ces multiplicateurs de Lagrange est qu'ils correspondent à l'augmentation de l'objectif pour une augmentation unitaire de la contraintes qui leur

est associée. En logistique, c'est ce qu'on appelle également les coûts cachés du problème. Cette propriété nous sera utile dans l'analyse post-optimale du problème.

Bien qu'il puisse être tentant de remplacer les λ_i par p_i^2 de façon à retrouver la contrainte liant les flux et la pression (Equation 2.16) on ne peut le faire directement car les multiplicateurs de Lagrange n'étant pas soumis à une contrainte de positivité, ce serait une erreur. On peut cependant définir la valeur seuil :

$$\underline{\lambda} = \min_{i \in N} \{\lambda_i\} \quad (3.4)$$

et écrire :

$$p_i^2 = \lambda_i - \underline{\lambda} \quad (3.5)$$

Et l'on retrouve bien la contrainte liant les flux et la pression sur les arcs, la solution optimale du problème simplifié 3.1 satisfait donc les contraintes du problème 2.23 exceptés celles des bornes sur les pressions des noeuds.

3.2.2 Résolution du problème simplifié

Pour résoudre ce problème simplifié, on procède d'abord à une approximation linéaire par morceaux des termes non-linéaires de la fonction objectif $h(f, s)$ en choisissant un certain nombre d'intervalles (ici choisir un grand nombre d'intervalles n'est pas très intéressant puisqu'on ne cherche qu'une approximation de la solution dans un premier temps) de façon similaire à la Section 3. La Figure 3.1 montre un exemple de choix d'approximation linéaire des termes non linéaires du problème, on voit que l'approximation (en rouge) n'est pas très fidèle à la fonction originale (en bleu) d'où la nécessité d'affiner l'approximation de la solution au fur et à mesure. En utilisant un algorithme de résolution linéaire on trouve un couple de points solution (f^*, s^*) associé aux multiplicateurs de Lagrange λ^* . Comme l'approximation linéaire est assez grossière, le point solution ne satisfera probablement pas la contrainte flux-pression non-linéaire exactement et l'on peut calculer la différence entre la solution intermédiaire trouvée et ce qu'on obtient comme flux en injectant dans l'expression initiale du flux la différence des carrés des pressions

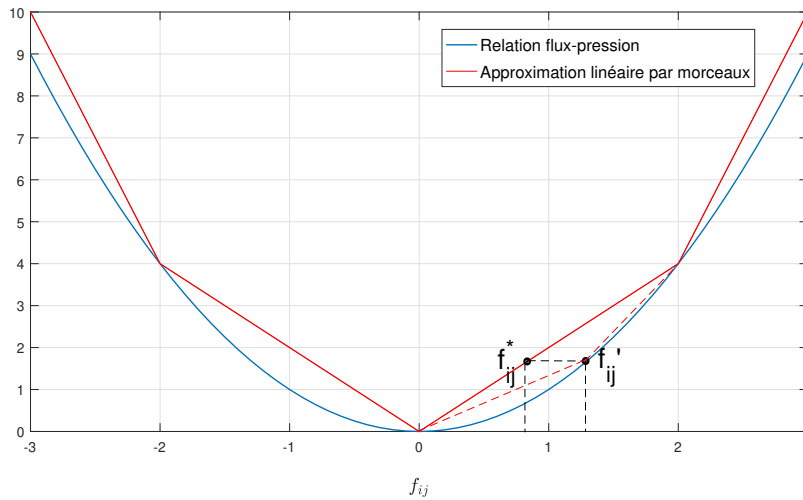


FIGURE 3.1 – Approximation linéaire par morceaux de la fonction objectif

$\lambda_i^* - \lambda_j^*$ soit :

$$f'_{ij} = \text{sign}(\lambda_i^* - \lambda_j^*) C_{ij} |\lambda_i^* - \lambda_j^*|^{\frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

Si l'erreur $e_{ij} = f'_{ij} - f_{ij}^*$ est supérieur à une certaine tolérance choisie, on ajoute f'_{ij} au points de discrétisation de l'approximation linéaire (ligne en rouge pointillée) comme présenté sur le Figure 3.1 et on réitère le processus jusqu'à ce que l'erreur soit suffisamment petite.

On notera par soucis de clarté que les représentations graphiques des approximations linéaires ci-dessus concernent une seule des variables de flots f_{ij} mais qu'en pratique l'algorithme travaille sur autant de variables de flots qu'il y a d'arcs dans le problème soit, une optimisation sur un polyèdre à autant de dimension qu'il y a de noeuds. On ajoutera donc un nombre de points de discrétisation à chaque cycle de l'optimisation pouvant aller jusqu'à ce nombre de dimension selon l'erreur commise et le seuil choisi.

Le point obtenu $X^* = (f^*, s^*, \lambda^*)$ servira ensuite de point de départ pour la résolution du problème complet. On le notera donc (f^0, s^0, λ^0)

Le type d'optimisation utilisé lors des étapes de l'algorithme est une programmation non-linéaire discontinue puisque le dérivée de la fonction à minimiser est discontinue du fait de la valeur absolue.

3.3 Résolution du problème initial

Une fois un point de départ déterminé sur base de la solution du problème simplifié, on effectue maintenant une résolution du problème initial en y ajoutant les contraintes sur les bornes de pressions. L'algorithme est le suivant :

(ii) Initialisation

Dans un premier temps, on démarre du point de départ (f^0, p^0, s^0) obtenu via le problème simplifié. De façon similaire à l'optimisation précédente, les éléments non-linéaires des contraintes flux-pression ($sign(f_{ij})f_{ij}^2$) sont approximés linéairement par morceaux avec comme point de discrétisation f_{ij}^0 inclu.

(ii) kⁱème itération

Résolution du problème approxiné linéairement par morceaux via un algorithme du Simplexe.

La solution obtenue est le point (f^k, p^k, s^k) .

(iii) Sortie de l'algorithme

On calcule ensuite de façon similaire à l'algorithme précédent $f_{ij}^{k'}$ calculé comme suit :

$$f_{ij}^{k'} = sign(p_i^k - p_j^k)C_{ij}|(p_i^k)^2 - (p_j^k)^2|^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Si l'erreur $e_{ij}^k = f_{ij}^{k'} - f_{ij}^k$ est inférieur au seuil r^k , la solution est f_{ij}^k , sinon on ajoute $f_{ij}^{k'}$ comme point de discrétisation et on retourne en (ii).

Chapitre 4

Analyse post-optimale

4.1 Données du problèmes

Dans un premier temps, nous allons présenter succinctement les données relatives au problème, soit les demandes aux différentes régions, les approvisionnements disponibles et les prix relatifs à ceux-ci.

4.1.1 La demande

La demande énergétique en gaz pour les 10 provinces belges est présentée au Tableau 4.1.

Ces données concernent la totalité du réseau de distribution de gaz belge. Cependant, on résoudra dans un premier temps le problème de distribution du gaz à haut pouvoir calorifique uniquement. On peut donc ignorer les régions de Bruxelles, Hasselt et une partie de la province d'Anvers pour considérer la demande en gaz riche comme présentée au Tableau 4.2. On constate que la demande en gaz riche correspond à $\frac{244.088}{385.150} = 63,35\%$ de la demande totale en gaz.

Pour pouvoir être traité dans notre modèle, ces données doivent être converties en flux. Le pouvoir calorifique du gaz riche est de $0.041855 \text{ GJ}/m^3$ soit $23,8910^9 m^3/\text{GJ}$. La consommation maximale du réseau correspond à la consommation enregistrée le 30 novembre de l'année de référence soit $2.207 \text{ GJ}/\text{jour}$ soit pour le réseau de gaz riche à $1.28710^6 \text{ GJ}/\text{jour}$ ce qui correspond à un flux de demande de $30.68210^6 m^3/\text{jour}$. Les données

Province	Demande (10 ⁶ GJ)	Pourcentage
Antwerpen	96.251	24.99 %
Arlon	1.765	0.46 %
Brugge	31.159	8.09 %
Bruxelles	57.270	14.87 %
Gent	41.797	10.85 %
Hasselt	19.704	5.12 %
Liège	50.617	13.14 %
Mons	54.460	14.14 %
Namur	16.863	4.38 %
Luxembourg	15.264	3.96 %
Total	385.150	100.00 %

TABLE 4.1 – Demande annuelle en gaz de la Belgique d’après les estimations de la fédération belge des industries de gaz.

Province	Demande (10 ⁶ GJ)	Pourcentage
Antwerpen	32.083	13.15%
Arlon	1.765	0.72 %
Brugge	31.159	12.77 %
Gent	41.797	17.13 %
Liège	50.617	20.74 %
Mons	54.460	22.32 %
Namur	16.863	6.91 %
Luxembourg	15.264	6.26 %
Total	244.088	100.00 %

TABLE 4.2 – Demande annuelle en gaz riche de la Belgique d’après les estimations de la fédération belge des industries de gaz.

converties sont présentées au Tableau 4.3.

Province	Demande ($10^6 m^3/\text{jour}$)	Pourcentage
Antwerpen	4.034	13.15%
Arlon	0.222	0.72 %
Brugge	31.159	12.77 %
Gent	5.256	17.13 %
Liège	6.365	20.74 %
Mons	6.848	22.32 %
Namur	2.120	6.91 %
Luxembourg	1.919	6.26 %
Total	244.088	100.00 %

TABLE 4.3 – Demande journalière en gaz riche de la Belgique d’après les estimations de la fédération belge des industries de gaz.

Les données précédentes ne concerne que la demande interne en gaz mais une partie du gaz transitant en Belgique est également redistribuée notamment en France via la conduite de s’Gravenvoeren à Blaregnies. Le flux annuel vers la France est de $5.7 \cdot 10^9 m^3$ soit $15.616 \cdot 10^6 m^3/\text{jour}$.

Ces calculs simplifient quelque peu la réalité bien entendu puisqu’on considère que la demande journalière ne dépend pas du jour de l’année.

4.1.2 L’approvisionnement

Pour ce qui est de l’approvisionnement en Belgique, le gaz riche provient de l’Algérie ou de la Norvège. Une estimation des quantités annuelles contractées ainsi que des prix peut être retrouvée dans le rapport Cedigaz [10] et est repris au Tableau 4.5

Pour rappel, une close de flexibilité permet une modulation de l’approvisionnement entre 85% et 115% (hypothèse faite en l’absence de toute autre information). Celà nous

Producteur	Quantité annuelle $10^9 m^3/\text{an}$	Quantité journalière $10^6 m^3/\text{jour}$	prix \$/MTBU
Norvège	2.03	5.562	1.68
Algérie	3.68	10.082	2.28

TABLE 4.4 – Approvisionnement en gaz riche de la Belgique et prix des contrats.

donne donc les bornes d’approvisionnement du problème 2.23. Les sites d’approvisionnement direct depuis l’Algérie et la Norvège sont les sites de Zeebrugge et Voeren respectivement (que l’on considèrera comme des noeuds d’approvisionnement).

Producteur	Quantité journalière $10^6 m^3/\text{jour}$	minimum $10^6 m^3/\text{jour}$	maximum $10^6 m^3/\text{jour}$
Norvège	5.562	4.728	6.396
Algérie	10.082	8.870	11.594

TABLE 4.5 – Approvisionnement en gaz riche de la Belgique et prix des contrats.

On a également fait référence à des sites de stockage qui peuvent également être considéré comme faisant partie de l’approvisionnement, ces sites proposent du gaz au prix algérien pour Dudzele et Loenhout et au prix norvégien pour Anderlues et Péronnes. Les données d’approvisionnement pour ces points de stockage sont reprises au Tableau 4.6.

Noeud de zStockage	Destockage Maximum $10^6 m^3/\text{jour}$
Anderlues	1.2
Péronnes	8.400
Loenhout	4.80
Péronnes	0.96
Total	15.36

TABLE 4.6 – Capacité de stockage

Un résumé des bornes sur les offres et les demandes (pour rappel, une demande se traduira par une offre négative) et les bornes sur les pressions en chaque noeud est repris

au Tableau A.2.

4.2 Résultat

Sur base de l’algorithme présenté dans la Partie 3, des données de la Section 4.1 ainsi que des informations sur les arcs du réseau (Tableau A.1), on peut trouver un optimum pour la distribution du gaz riche en Belgique.

La solution donnée par l’algorithme est la suivante :

$$z^* = 91.102 \quad (4.1)$$

4.2.1 Valeurs des noeuds

Les Figures 4.1, 4.2 et 4.3 montrent les résultats obtenus en chaque noeud par la solution proposée. On constate que les bornes pour chaque valeurs sont respectées par rapport au Tableau A.2 ce qui semble indiquer que la solution est réalisable.

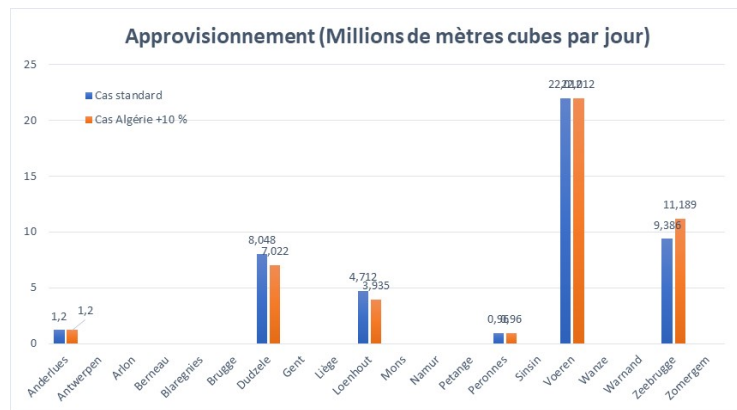


FIGURE 4.1 – Valeurs des approvisionnements obtenues par l’algorithme.

Les résultats à chaque étape de l’algorithme (problème simplifié, contrainte non linéaire et bornes de pressions) est présenté au Tableau

4.2.2 Valeurs des arcs

Les flux à travers chacun des arcs du réseau obtenus sont présentés au Tableau 4.8.

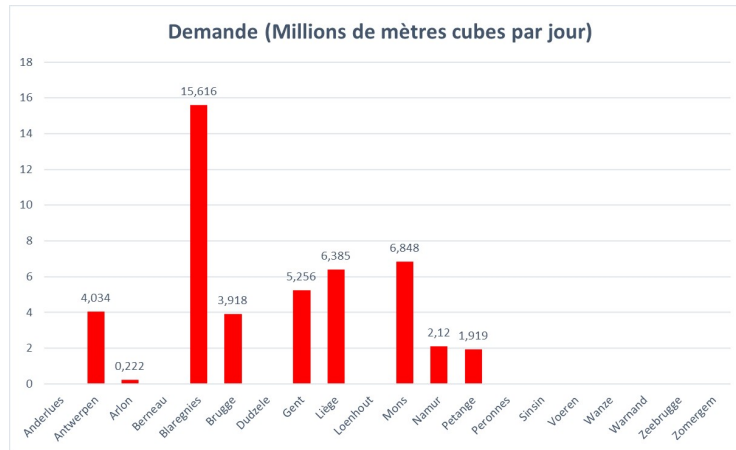


FIGURE 4.2 – Valeurs des demandes obtenues par l’algorithme.

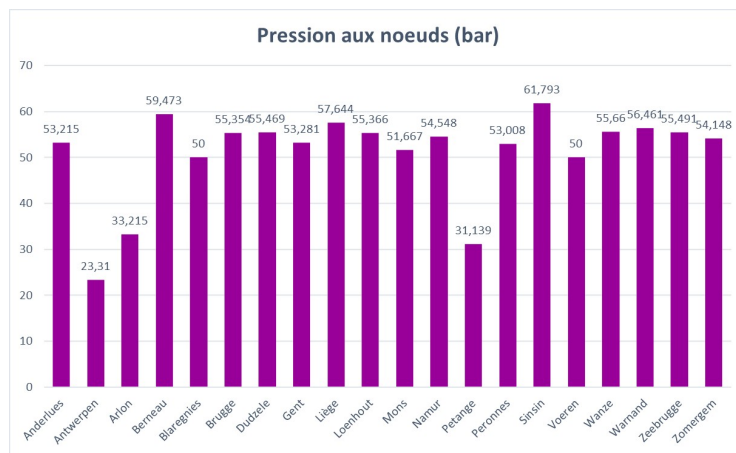


FIGURE 4.3 – Valeurs des pression obtenues par l’algorithme.

4.2.3 Réponses aux questions

Nous répondons maintenant aux trois questions posées pour l’analyse post-optimale.

Augmentation du prix du gaz algérien

On prévoit une augmentation de 10% du gaz algérien. Soit un changement du prix de 2.28 \$/MBTU à 2.508 \$/MBTU.

La solution optimale dans ce cas de figure devient :

$$z^* = 96.151 \quad (4.2)$$

Ce qui correspond à une augmentation du coût total de 5.51%. On peut voir sur la Figure 4.1 que ce changement provoque une diminution de l’approvisionnement aux noeuds de

Noeuds d'approvisionnement	s Etape 1	s Etape 2	s Etape 3
Anderlues	1.200	1.200	1.200
Dudzele	8.400	8.400	6.532
Loenhout	4.800	4.800	4.034
Peronnes	0.960	0.960	0.960
Voeren	20.344	22.012	22.012
Zeebrugge	10.912	8.946	11.581

TABLE 4.7 – Valeurs des approvisionnements pour chaque niveau de l'algorithme.

Dudzele et Loenhout et en contrepartie, la quantité prélevée à Zeebrugge augmente. La quantité prélevée à la Norvège n'augmente pas malgré un prix plus faible étant donné que les bornes maximales sont déjà atteintes.

Augmentation des contrats

On se demande maintenant s'il est intéressant d'augmenter les contrats avec la Norvège ainsi qu'avec l'Algérie.

A première vue, on constate que puisque tous les noeuds d'approvisionnement du contrat norvégien sont à leurs bornes maximales, il est surprenant intéressant d'augmenter le contrat. Pour plus de précision sur les effets d'une augmentation du contrat, nous allons regarder les prix cachés associés à l'approvisionnement aux noeuds. Le Tableau 4.9 montre les valeurs des approvisionnements en chaque noeuds.

Pour rappel le prix caché correspond à une augmentation de l'objectif pour une augmentation unitaire de la contrainte, soit ici les bornes sur l'approvisionnement (ce qui correspond également à la valeur des multiplicateurs de Lagrange associés à cette contrainte). Il est évident que les coûts cachés pour les noeuds de demande (où $\bar{s}_i < 0$) ne doivent pas être pris en compte puisqu'augmenter le membre de droite de la contrainte signifie simplement une diminution de la demande et donc une diminution de la fonction coût équivalent au prix du gaz. En revanche, on constate qu'une augmentation des bornes d'approvisionne-

n° Arc	i	j	Flux f_{ij} m^3 /jour
1	Zeebrugge	Dudzele	5.790331
2	Zeebrugge	Dudzele	5.790331
3	Dudzele	Brugge	9.056104
4	Dudzele	Brugge	9.056104
5	Brugge	Zomergem	14.194208
6	Loenhout	Antwerpen	4.033792
7	Antwerpen	Gent	-0.000208
8	Gent	Zomergem	-5.256208
9	Zomergem	Peronnes	8.938000
10	Voeren	Berneau	11.791024
11	Voeren	Berneau	10.443320
12	Berneau	Liege	19.625224
13	Berneau	Liege	2.386776
14	Liege	Warnand	13.932554
15	Liege	Warnand	1.694446
16	Warnand	Namur	13.486000
17	Namur	Anderlues	11.366000
18	Anderlues	Peronnes	12.566000
19	Peronnes	Mons	22.464000
20	Mons	Blaregnies	15.616000
21	Warnand	Wanze	2.141000
22	Wanze	Sinsin	2.162626
23	Sinsin	Arlon	2.141000
24	Arlon	Petange	1.919000

TABLE 4.8 – Valeurs des flux à travers le réseau

ment aux noeuds alimentés par l'Algérie ne réduira pas le coût total (EPS est équivalent à 0) alors qu'une augmentation de l'approvisionnement pour les noeuds d'offre alimentés par la Norvège diminuerait de 0.6 \$/MBTU l'objectif. Cette diminution correspond à la différence entre le prix du gaz norvégien et algérien tout simplement.

On peut donc conclure qu'il est intéressant d'augmenter le contrat avec la Norvège mais pas celui avec l'Algérie. Le montant de l'augmentation du contrat cependant dépendra de la faisabilité du problème au vu des contraintes de flux et de pression, il ne suffit donc pas de se contenter d'augmenter le contrat norvégien à l'infini.

Fin du réseau de gaz à bas pouvoir calorifique

Comme expliqué au début de ce document, les approvisionnements du réseau bas pouvoir calorifique sont voués à disparaître d'ici une dizaine d'années. De ce fait, le réseau de gaz riche devra être étendu afin de pouvoir alimenter les régions concernées par ce changement. Cela implique que les contrats avec les fournisseurs algériens et norvégiens devront être augmentés pour répondre à la demande supplémentaire de 141.062 GJ ce qui revient, pour le jour où la demande était maximale à une augmentation de 702.355 GJ.

On considère le réseau supplémentaire présenté au Tableau 4.10 qu'on notera *réseau L*, constitué de conduites doubles de diamètre intérieur de 890 mm capable de transporter le gaz à une pression de 67 bars et possède deux stations de compression situées à Weedle et à Winksele.

Un schéma du réseau complet est présenté sur la Figure 4.4.

L'objectif ici est de déterminer les nouveaux contrats pour permettre d'approvisionner ce réseau. On considèrera que les noeuds du réseaux L ne sont que des noeuds de demandes et donc il faudra déterminer l'approvisionnement aux noeuds de Voeren et Zeebrugge pour subvenir à ces besoins supplémentaires.

On considèrera la demande aux noeuds de Hasselt, Antwerpen et Bruxelles définie comme suit (Tableaux 4.11) :

Noeud	\underline{s}_i	s_i	\overline{s}_i	Coût caché
Anderlues	.	1.2000	1.2000	-0.6000
Antwerpen	$-\infty$	-4.0340	-4.0340	-2.2800
Arlon	$-\infty$	-0.2220	-0.2220	-2.2800
Berneau	.	.	.	-2.2800
Blaregnies	$-\infty$	-15.6160	-15.6160	-2.2800
Brugge	$-\infty$	-3.9180	-3.9180	-2.2800
Dudzele	.	6.532	8.4000	.
Gent	$-\infty$	-5.2560	-5.2560	-2.2800
Liege	$-\infty$	-6.3850	-6.3850	-2.2800
Loenhout	.	4.034	4.8000	EPS
Mons	$-\infty$	-6.8480	-6.8480	-2.2800
Namur	$-\infty$	-2.1200	-2.1200	-2.2800
Petange	$-\infty$	-1.9190	-1.9190	-2.2800
Peronnes	.	0.9600	0.9600	-0.6000
Sinsin	.	.	.	-2.2800
Voeren	20.3440	22.0120	22.0120	-0.6000
Wanze	.	.	.	-2.2800
Warnand	.	.	.	-2.2800
Zeebrugge	8.8700	11.581	11.5940	EPS
Zomergem	.	.	.	-2.2800

TABLE 4.9 – Description des approvisionnements et des demandes aux noeuds du réseau.

arc	de	à	diamètre [mm]	longuer [km]	C_{ij}^2	type d'arc
25	Poppel	Weedle	890.0	5	7,25622	a
26	Poppel	Weedle	890.0	5	7,25622	a
27	Weedle	Anvers	890.0	46	0,788719561	p
28	Weedle	Anvers	890.0	46	0,788719561	p
29	Weedle	Hasselt	890.0	58	0,625536203	p
30	Weedle	Winksele	890.0	62	0,585179029	a
31	Weedle	Winksele	890.0	62	0,585179029	p
32	Winksele	Bruxelles	890.0	21	1,727671418	p
33	Winksele	Bruxelles	890.0	21	1,727671418	p
34	Bruxelles	Mons	890.0	69	0,52581304	p
35	Bruxelles	Mons	890.0	69	0,52581304	p
36	Mons	Blaregnies	890.0	25	1,451243992	p

TABLE 4.10 – Description des gazoducsdu réseau L.

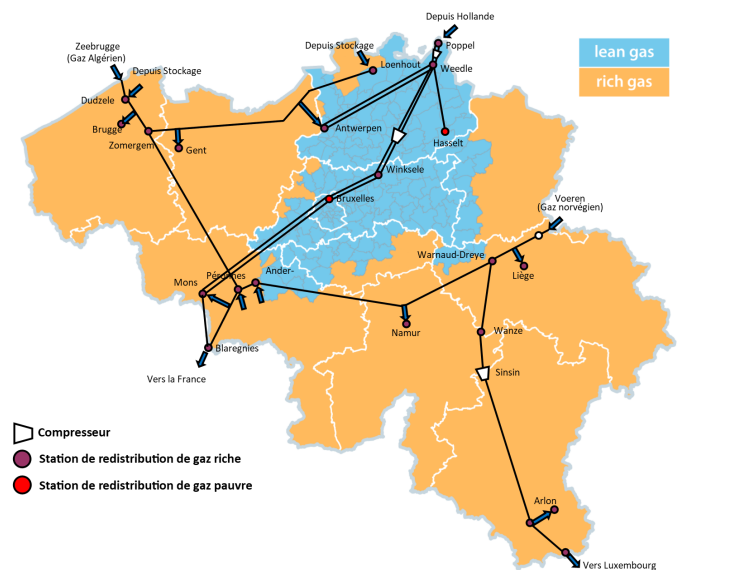


FIGURE 4.4 – Réseau de gaz riche après la fin de l’approvisionnement des Pays-Bas.

Noeud	Demande $10^6 m^3/\text{jour}$
Antwerpen	12.1
Bruxelles	7,2
Hasselt	2,48

TABLE 4.11 – Modification des demandes aux noeuds du réseau.

Noeuds	Demande $10^6 m^3/\text{jour}$
Anderlues	1.2000
Dudzele	7.9940
Loenhout	3.0050
Peronnes	0.9600
Voeren	50.0350
Zeebrugg	0.8700

TABLE 4.12 – Approvisionnement pour le réseau complet : cas 1.

Cas 1 : les approvisionnements sont libres

Si on suppose que les contrats sont libres, c'est à dire qu'on peut choisir n'importe quelle quantité d'approvisionnement que ce soit pour l'Algérie ou la Norvège on obtient les approvisionnements suivants (Tableau 4.12) :

On constate que, étant donné le prix moins élevé du gaz en provenance de Norvège, c'est celui-ci qui est privilégié. Cependant, l'approvisionnement depuis Voeren est très important et il se peut qu'une telle quantité ne puisse être contractée.

Le coût total sera alors de :

$$z^* = 114.749 \quad (4.3)$$

Noeuds	Demande $10^6 m^3/\text{jour}$
Anderlues	1.2000
Dudzele	0.0161
Loenhout	0.9199
Peronnes	0.9600
Voeren	50.0957
Zeebrugg	10.8723

TABLE 4.13 – Approvisionnements pour le réseau complet : cas 2.

Cas 2 : les approvisionnements depuis l’Algérie et la Norvège sont d’au moins ceux de la solution optimale du réseau gaz riche initial.

On considère cette fois-ci que les contrats établis lors de l’optimisation du problème 1 doivent être au minimum aussi importants soit $\underline{s}_{Voeren} = 22.0120$ et $\underline{s}_{Zeebrugge} = 8.8700$. On obtien alors les approvisionnements suivants (Tableau 4.13) :

Le coût total sera alors de :

$$z^* = 114.7125 \quad (4.4)$$

L’approvisionnement en provenance de Voeren reste sans surprise le plus important du à son coût moins élevé. Le coût total reste cependant semblable au **cas 1** car l’augmentation forcée de l’approvisionnement depuis Zeebrugge est compensée par une diminution depuis les points de stockage associé à l’Algérie.

Une autre constatation est que le flux de gaz depuis Poppel vers Weedle (les deux arcs) est nul et que le flux de l’arc actif reliant Weedle à Winksele est également nul. Cela signifie que ces arcs ne sont pas utilisés par le réseau et ont intérêt à être mis hors service.

Chapitre 5

Conclusion

Une description du réseau de gazoduc Belge actuel ainsi que du réseau anticipé afin de prévoir la fin de l’approvisionnement depuis la Hollande a été proposée. Le système de transport de gaz a été modélisé sous forme de plusieurs équations de conservation et de transport à travers le réseau.

L’objectif du problème était de déterminer les approvisionnements aux différents noeuds d’offre du réseau de façon à minimiser les coûts associés à ces approvisionnements et ce sous plusieurs contraintes liées au flux à travers le réseaux, à la pression au noeuds et aux bornes d’approvisionnement au niveau des noeuds (dues aux contrats).

Les solutions du problème pour le réseau actuel de gaz riche ont été calculées ainsi que les coûts cachés associés aux contraintes d’approvisionnements du réseau. On constate que les approvisionnements depuis la Norvège ont intérêt à être augmentés (car les coûts d’approvisionnement sont moindres) par rapport à l’Algérie. Sur la Figure 5.1, on constate que l’augmentation de l’approvisionnement depuis la Norvège, toutes choses étant égale par ailleurs, coïncide avec une diminution du coût totale optimal.

Dans un second temps, nous avons déterminer un approvisionnement pour le réseau adapté à une fin de contrat avec la Hollande. Ce réseau possède plus d’arcs et de noeuds du fait de l’ajout de l’ancien réseau de gaz à bas pouvoir calorifique au réseau à haut pouvoir calorifique. Cela se traduit en terme d’approvisionnement par une augmentation de la demande pour Anvers et une nouvelle demande au noeuds ajoutés de Bruxelles et Hasselt.

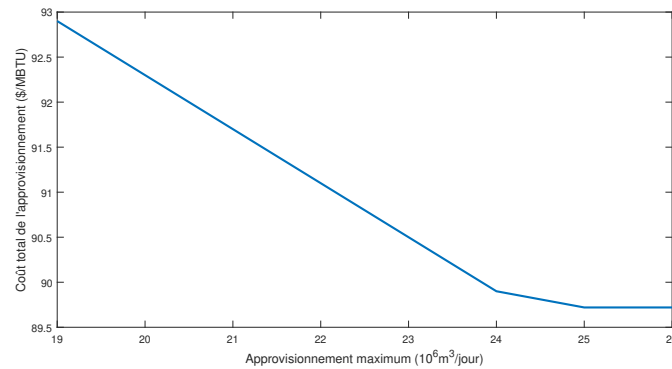


FIGURE 5.1 – Coût de l’approvisionnement en fonction de \bar{s}_{Voeren} .

Du fait du prix moindre de l’approvisionnement depuis la Norvège, celui-ci sera privilégié par rapport à celui en provenance d’Algérie.

Les conduites reliant Popple et Weedle ne sont plus utilisées puisque le gaz ne provient plus de Hollande et peuvent donc être mises hors-service. La conduite active reliant Weedle à Winksele peut elle aussi être mise hors service.

Afin de permettre une transition du réseau actuel vers le réseau adapté, il sera nécessaire d’augmenter au maximum le contrat avec la Norvège pour peu que les prix restent fixes (de façon générale, les approvisionnements ne changeront pas tant que le prix du gaz norvégien n’atteindra pas le prix de celui provenant d’Algérie). Dans le cas 2 on remarque que l’approvisionnement à Dudzele est très faible, il pourrait donc être intéressant de réviser le réseau afin de supprimer ce point d’approvisionnement.

Annexe A

Informations sur le réseau

arc	de	à	diamètre [mm]	longuer [km]	C_{ij}^2	type d'arc
1	Zeebrugge	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
2	Zeebrugge	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
3	Dudzele	Brugge	890.0	6.0	6.04685	p
4	Dudzele	Brugge	890.0	6.0	6.04685	p
5	Brugge	Zomergem	890.0	26.0	1.39543	p
6	Loenhout	Antwerpen	590.1	43.0	0.100256	p
7	Antwerpen	Gent	590.1	29.0	0.148655	p
8	Gent	Zomergem	590.1	19.0	0.226895	p
9	Zomergem	Péronnes	890.0	55.0	0.659656	p
10	Voeren	Berneau	890.0	5.0	7.25622	a
11	Voeren	Berneau	395.5	5.0	0.108033	a
12	Berneau	Liège	890.0	20.0	1.81405	p
13	Berneau	Liège	395.5	20.0	0.0270084	p
14	Liège	Warnand	890.0	25.0	1.45124	p
15	Liège	Warnand	395.5	25.0	0.0216067	p
16	Warnand	Namur	890.0	42.0	0.863836	p
17	Namur	Anderlues	890.0	40.0	0.907027	p
18	Anderlues	Péronnes	890.0	5.0	7.25622	p
19	Péronnes	Mons	890.0	10.0	3.62811	p
20	Mons	Blaregnies	890.0	25.0	1.45124	p
21	Warnand	Wanze	395.5	10.5	0.0514445	p
22	Wanze	Sinsin	315.5	26.0	0.00641977	a
23	Sinsin	Arlon	315.5	98.0	0.00170320	p
24	Arlon	Pétange	315.5	6.0	0.0278190	p

TABLE A.1 – Description des gazoducs du réseau gaz riche.

Noeud	Ville	\underline{s}_i $10^6 m^3$	\overline{s}_i $10^6 m^3$	\underline{p}_i bar	\overline{p}_i bar	c_i \$/MBTU
1	Zeebrugge	8.870	11.594	0.0	77.0	2.28
2	Dudzele	0.0	8.4	0.0	77.0	2.28
3	Brugge	$-\infty$	-3.918	30.0	80.0	0.00
4	Zomergem	0.0	0.0	0.0	80.0	0.00
5	Loenhout	0.0	4.8	0.0	77.0	2.28
6	Antwerpen	∞	-4.034	30.0	80.0	0.00
7	Gent	$-\infty$	-5.256	30.0	80.0	0.00
8	Voeren	20.344	22.012	50.0	66.2	1.68
9	Berneau	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
10	Liège	$-\infty$	-6.365	30.0	66.2	0.00
11	Warnand	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
12	Namur	$-\infty$	-2.120	0.0	66.2	0.00
13	Anderlues	0.0	1.2	0.0	66.2	1.68
14	Péronnes	0.0	0.96	0.0	66.2	1.68
15	Mons	$-\infty$	-6.848	0.0	66.2	0.00
16	Blaregnies	$-\infty$	-15.616	50.0	66.2	0.00
17	Wanze	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
18	Sinsin	0.0	0.0	0.0	63.0	0.00
19	Arlon	$-\infty$	-0.222	0.0	66.2	0.00
20	Pétange	$-\infty$	-1.919	25.0	66.2	0.00

TABLE A.2 – Descriptions des bornes au noeuds du réseau de gaz riche.

Annexe B

Implémentation de l'algorithme

B.1 Code GAMS

```
$title Optimisation du réseau de Gazoduc Belge
*===== SECTION NOEUDS =====
Set
  i indices des noeuds du réseau
  / Anderlues, Antwerpen, Arlon,   Berneau,   Blaregnies
    Brugge,   Dudzele,   Gent,   Liege,   Loenhout
    Mons,     Namur,     Petange, Peronnes, Sinsin
    Voeren,   Wanze,     Warnand, Zeebrugge, Zomergem
    Poppel,   Weedle,    Hasselt, Winksele, Bruxelles/;
Alias (i,j);

* Bornes sur le réseaux et coûts : initialisation
Set n_info initialisation des paramètres des noeuds
  / s_min approvisionnement min
```

s_max approvisionnement max
p_min pression min
p_max pression max
c cout total/;

* Pour chaque noeud, on définit les bornes de pressions et d'approvisionnement

Table Node_data(i,n_info) Valeurs des paramètres des noeuds

	s_min	s_max	p_min	p_max	c
Anderlues	0	1.2	0	66.2	1.68
Antwerpen	-inf	-12.1	30	80.0	0
Arlon	-inf	-0.222	0	66.2	0
Berneau	0	0	0	66.2	0
Blaregnies	-inf	-15.616	50	66.2	0
Brugge	-inf	-3.918	30	80.0	0
Dudzele	0	8.4	0	77.0	2.28
Gent	-inf	-5.256	30	80	0
Liege	-inf	-6.385	30	66.2	0
Loenhout	0	4.8	0	77.0	2.28
Mons	-inf	-6.848	0	66.2	0
Namur	-inf	-2.120	0	66.2	0
Petange	-inf	-1.919	25	66.2	0
Peronnes	0	0.96	0	66.2	1.68
Sinsin	0	0	0	63.0	0
Voeren	0.0120	142.012	50	66.2	1.68
Wanze	0	0	0	66.2	0
Warnand	0	0	0	66.2	0
Zeebrugge	0.8700	141.594	0	77.0	2.28
Zomergem	0	0	0	80.0	0

Poppel	0	0	0	67.0	0
Weedle	0	0	0	67.0	0
Hasselt	-inf	-2.48	0	67.0	0
Winksele	0	0	0	67.0	0
Bruxelles	-inf	-7.2	0	67.0	0 ;

*===== SECTION ARC =====

* Indices des arcs

Set

* On a 24 arcs dans le réseaux qu'on numérottera donc de la sorte

a les arcs / 1*36 /

aa(a) les arcs actifs

ap(a) les arcs passif

arc_description(a,i,i) description des arcs;

Set arc_set Caractéristiques des arcs

/ D Diamètre de la conduite (mm)

 L Longueur de la conduite (km)

 actif =1 si actif /;

* Données de dimensionnement des arcs (perte : rho_i)

Table Arc_data(a,i,j,*) table des caractéristiques

	D	L	actif	perte
1.Zeebrugge. Dudzele	890.0	4.0		
2.Zeebrugge. Dudzele	890.0	4.0		

3.	Dudzele	. Brugge	890.0	6.0		
4.	Dudzele	. Brugge	890.0	6.0		
5.	Brugge	. Zomergem	890.0	26.0		
6.	Loenhout	. Antwerpen	590.1	43.0		
7.	Antwerpen.	Gent	590.1	29.0		
8.	Gent	. Zomergem	590.1	19.0		
9.	Zomergem	. Peronnes	890.0	55.0		
10.	Voeren	. Berneau	890.0	5.0	1	0.00
11.	Voeren	. Berneau	395.0	5.0	1	0.00
12.	Berneau	. Liege	890.0	20.0		
13.	Berneau	. Liege	395.0	20.0		
14.	Liege	. Warnand	890.0	25.0		
15.	Liege	. Warnand	395.0	25.0		
16.	Warnand	. Namur	890.0	42.0		
17.	Namur	. Anderlues	890.0	40.0		
18.	Anderlues.	Peronnes	890.0	5.0		
19.	Peronnes	. Mons	890.0	10.0		
20.	Mons	. Blaregnies	890.0	25.0		
21.	Warnand	. Wanze	395.5	10.5		
22.	Wanze	. Sinsin	315.5	26.0	1	0.00
23.	Sinsin	. Arlon	315.5	98.0		
24.	Arlon	. Petange	315.5	6.0		

* A partir d'ici les arcs sont ceux du réseau L

25.	Poppel	. Weedle	890.0	5.0	1	0.00
26.	Poppel	. Weedle	890.0	5.0	1	0.00
27.	Weedle	. Antwerpen	890.0	46.0		
28.	Weedle	. Antwerpen	890.0	46.0		
29.	Weedle	. Hasselt	890.0	58.0		
30.	Weedle	. Winksele	890.0	62.0	1	0.00

```

31.Weedle . Winksele      890.0  62.0
32.Winksele . Bruxelles  890.0  21.0
33.Winksele . Bruxelles  890.0  21.0
34.Bruxelles. Mons      890.0  69.0
35.Bruxelles. Mons      890.0  69.0
36.Mons      . Blaregnies  890.0  25.0      ;

```

* valeur des constantes sur les conduites

Scalar

```

T  Température           / 281.15 /
e  Rugosité absolue      /  0.05 /
delta Densité relative à l'air /  0.616 /
z  Facteur de compressibilité /  0.8  /;

```

* On calcul les valeurs de lambda et Cij

Parameter

```

lambda(a,i,j)
cij(a,i,j)
arep(a,i,j,*) ;

```

*arc_description permet de simplifier l'écriture des arcs ici

```
arc_description(a,i,j) = Arc_data(a,i,j,'L');
```

```
aa(a) = sum(arc_description(a,i,j), Arc_data(arc_description,'actif'));
```

```
ap(a) = not aa(a);
```

```
lambda(arc_description(a,i,j)) = 1/sqr(2*log10(3.7*Arc_data(arc_description
```

```
, 'D')/e));
cij(arc_description(a,i,j)) = 96.074830e-15*power(Arc_data(arc_description
, 'D'),5)/lambda(arc_description)/z/T/Arc_data(arc_description, 'L')/delta;
arep(arc_description, 'lambda') = lambda(arc_description);
arep(arc_description, 'cij') = cij(arc_description);
```

```
*===== PARTIE EQUATION =====
```

```
*Definition des variable flux, approvisionnement, pression et coût
```

```
Variable
```

```
f(a,i,j) flux
s(i) approvisionnement
pi(i) carré de la pression
cout cout de l'approvisionnement
```

```
* Définition des équations
```

```
Equation
```

```
flux_equation(i) 'conservation des flux'
pression_passif_equation(a,i,j) 'flux et pression pour arc passif'
pression_actif_equation(a,i,j) 'flux et pression pour arc actif'
coutEquation 'Fonction objectif de coût';
```

```
* On écrit les différentes équations du système
```

```
* Conservation des flux
```

```
flux_equation(i).. sum(arc_description(a,i,j), f(arc_description)*(1 -
```

```

Arc_data(arc_description,'perte')) =e= sum(arc_description(a,j,i),
f(arc_description)) + s(i);
*Liens pression et flux pour arc passif
pression_passif_equation(arc_description(ap,i,j)).. signpower(
f(arc_description),2) =e= cij(arc_description)*(pi(i) - pi(j));
* Liens pression et flux pour arc actif
pression_actif_equation(arc_description(aa,i,j)).. - sqr(
f(arc_description)) =g= cij(arc_description)*(pi(i) - pi(j));
*Coût totale de l'approvisionnement
coutEquation.. cout =e= sum(i, Node_data(i,'c')*s(i));

* Définition des valeur max et min (bornes)
s.lo(i) = Node_data(i,'s_min');

s.up(i) = Node_data(i,'s_max');

pi.lo(i) = sqr(Node_data(i,'p_min'));

pi.up(i) = sqr(Node_data(i,'p_max'));

f.lo(arc_description(aa,i,j)) = 0;

*On initialise le flux de façon aléatoire pour ne pas trouver
une solution triviale
*(f.lo = valeur actuelle du flux, se reset lorsqu'on a fini le solve)
f.l(arc_description) = uniform(0,1);

Parameter
flux_bornes(a,i,j,*)

```

```

pi_bornes(a,i,j,*) ;

flux_bornes(arc_description(ap,i,j),'min') = -sqrt(cij(arc_description)
*(pi.up(j) - pi.lo(i)));
flux_bornes(arc_description(ap,i,j),'max') = sqrt(cij(arc_description)
*(pi.up(i) - pi.lo(j)));

pi_bornes(arc_description(ap,i,j),'min') = pi.lo(i) - pi.up(j);
pi_bornes(arc_description(ap,i,j),'max') = pi.up(i) - pi.lo(j);

display flux_bornes, pi_bornes;

```

Equation

objectif_simple	L'objectif simplifié de minimisation de l'énergie di
signe_flux(a,i,j)	Sens du flux
pression_flux(a,i,j)	Relation flux-pression
f_min	
f_max	
pi_min	
pi_max;	

Variable

sig(a,i,j)	'signe du flux'
b(a,i,j)	'direction du flux'
h	'Fonction Objectif h simplifie a minimiser';

Binary Variable b;

```
pression_flux(arc_description(ap,i,j)).. sig(arc_description)*
```

```

sqr(f(arc_description)) =e= cij(arc_description)*(pi(i) - pi(j));

objectif_simple.. h =e= sum(arc_description(a,i,j), abs(f(arc_description))*
sqr(f(arc_description))/3/cij(arc_description));

signe_flux(arc_description(ap,i,j)).. sig(arc_description) =e=
2*b(arc_description) - 1;

f_min(arc_description(ap,i,j)).. f(arc_description) =g=
flux_bornes(arc_description,'min')*(1 - b(arc_description));

f_max(arc_description(ap,i,j)).. f(arc_description) =l=
flux_bornes(arc_description,'max')* b(arc_description);

pi_min(arc_description(ap,i,j)).. pi(i) - pi(j) =g=
pi_bornes(arc_description,'min')*(1 - b(arc_description));

pi_max(arc_description(ap,i,j)).. pi(i) - pi(j) =l=
pi_bornes(arc_description,'max')*b(arc_description);

pi.l(i) = 0;
s.l(i) = 0;
f.l(arc_description) = uniform(0,1);

*Modeles pour les 3 problemes : probleme simplifie, avec
*equation flux-pression et puis avec les contraintes sur les bornes
Model
step1 / objectif_simple, flux_equation /

```

```
step2 / coutEquation, flux_equation, pression_flux,  
pression_actif_equation /  
step3 / coutEquation, flux_equation, pression_flux, pression_actif_equation,  
signe_flux, pi_min, pi_max, f_min, f_max /;
```

* Nous trouvons donc une bonne solution initiale en
* résolvant le premier problème :

```
$ontext
```

```
step1.optfile=1;
```

```
$onecho > dicopt.opt
```

```
maxcycles 100
```

```
RTOBJR 3.0e-6
```

```
RTPIVA 1.0e-7
```

```
$offecho
```

```
step2.optfile=1;
```

```
$onecho > dicopt.opt
```

```
maxcycles 100
```

```
RTOBJR 3.0e-6
```

```
RTPIVA 1.0e-7
```

```
$offecho
```

```
step3.optfile=1;
```

```
$onecho > dicopt.opt
```

```
maxcycles 100
```

RTOBJR 3.0e-6

RTPIVA 1.0e-7

\$offecho

\$offtext

Parameter

flux_valeur 'valeurs des flux à display'

to_display 'valeurs au noeuds à display';

solve step1 using dnlp min h;

to_display('Step 1',i,'Approvisionnement') = s.l(i)\$(s.l(i) > 0);

solve step2 using nlp min cout;

to_display('Step 2',i,'Approvisionnement') = s.l(i)\$(s.l(i) > 0);

solve step3 using minlp min cout;

to_display('Step 3',i,'Approvisionnement') = s.l(i)\$(s.l(i) > 0);

flux_valeur('D&S',arc_description,'Flow') = f.l(arc_description);

to_display('D&S',i,'Approvisionnement') = s.l(i)\$(s.l(i) > 0);

to_display('D&S',i,'Demande') = -s.l(i)\$(s.l(i) < 0);

to_display('D&S',i,'Pression') = sqrt(pi.l(i));

to_display('D&S','', 'Cout') = cout.l;

display flux_valeur, to_display;

Bibliographie

- [1] Daniel De Wolf and Yves Smeers. The gas transmission problem solved by an extension of the simplex algorithm. 46(11) :1454–1465.
- [2] MS Windows NT passage du gaz pauvre au gaz riche en belgique. <https://www.engie.be>. Accessed : 2019-11-14.
- [3] MS Windows NT quelle-est la différence entre gaz riche et pauvre ?. <https://www.energuide.be/>. Accessed : 2019-11-14.
- [4] Abdon Atangana. Darcy law. 2018.
- [5] DE WOLF D. Optimisation de réseaux de transport de gaz avec considération des pertes de charge dans les gazoducs. 1992.
- [6] Daniel De Wolf and Yves Smeers. The gas transmission problem solved by an extension of the simplex algorithm. 46(11) :1454–1465.
- [7] Daniel DE Wolf. MATHEMATICAL PROPERTIES OF FORMULATIONS OF THE GAS TRANSMISSION PROBLEM. page 6.
- [8] Robert Samuel Schechter Gordon S. G. Beveridge. Optimization : theory and practice.
- [9] Wu Hsien-Chung. The karush–kuhn–tucker optimality conditions in an optimization problem with interval-valued objective function.
- [10] S Cornot. Le gaz naturel dans le monde.

Résumé :

L'objectif de ce TFE est de résoudre un problème de transport non-linéaire en utilisant les méthodes proposées par DE WOLF et SMEERS[1]. Une description du réseau de gaz belge est présentée ainsi que les valeurs clés qui forment le problème de transport de gaz. Les différentes équations physiques et économiques régissant le problème sont analysées afin de formuler un problème d'optimisation sous contraintes qui correspond à la minimisation des coûts d'approvisionnement en gaz du réseau. Un algorithme est alors proposé pour résoudre le problème en calculant une première solution obtenue en relaxant certaines contraintes puis, en utilisant cette solution comme point de départ, résoudre le problème complet. Afin de traiter les non-linéarités du problème, on procèdera à une approximation linéaire par morceau de certaines équations. Dans un premier temps, une optimisation du réseau belge actuel de gaz à haut pouvoir calorifique est proposée puis en tenant compte de la fin de l'approvisionnement venant de Hollande, un réseau optimisé pour l'ensemble de la demande belge est proposé.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
Louvain School of Management

Place des Doyens, 1 bte L2.01.01, 1348 Louvain-la-Neuve
Boulevard Emile Devreux 6, 6000 Charleroi, Belgique
Chaussée de Binche 151, 7000 Mons, Belgique

www.uclouvain.be/lsm