

Louvain School of Management

# Gestion de la production de desserts glacé à l'aide du logiciel d'optimisation GAMS

Auteur : CHARLES-ALBERT BEDORET

Promoteur : DANIEL DE WOLF

Année académique 2020-2021

Travail de fin d'études (TFE) en vue d'obtenir le titre de  
Master (60) en Sciences de Gestion

Horaire de jour

## Remerciements

Je voudrais remercier sincèrement toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce Travail de Fin d'Études (TFE), sans qui tout ça n'aurait pas été possible.

Mes remerciements vont, tout d'abord, vers mon promoteur Monsieur Daniel de Wolf pour m'avoir accordé sa confiance sur ce sujet de TFE, qui m'a soutenu dans mon choix, qui m'a aiguillé et aidé tout le long de l'année. Merci de m'avoir suivi dans l'aspect pédagogique et rédactionnel de ce travail de fin d'études .

Enfin, des remerciements spéciaux vont vers Céline d'Oreye, ma meilleure amie, ma moitié, qui a pu m'aider et me conseiller pour rendre ce TFE plus agréable à lire. Merci pour ses encouragements.

# Table des matières

Remerciements .....	2
Table des matières .....	3
Liste des tableaux.....	6
Liste des figures.....	7
1 Introduction.....	8
2 Données du problème.....	9
2.1 Données concernant la demande.....	9
2.2 Données concernant les matières premières.....	9
2.3 Données concernant le stockage.....	10
2.4 Données concernant le temps de préparation .....	11
2.5 Données concernant le personnel.....	12
3 Modèle mathématique .....	14
3.1 Indices.....	14
3.2 Paramètres .....	15
3.2.1 Coûts unitaires.....	15
3.2.2 Paramètres concernant les matières premières.....	15
3.2.3 Volumes de stockage.....	15
3.2.4 Paramètres concernant la production de desserts.....	15
3.3 Variables de décision .....	16
3.3.1 Coûts totaux .....	16
3.3.2 Achats des matières premières.....	16
3.3.3 Stockage .....	16
3.3.4 Production des desserts glacés .....	16
3.4 Fonction objective .....	17

3.5	Contraintes .....	18
3.5.1	Initialisations des variables de stock et du nombre d'ouvriers.....	18
3.5.2	Équation de récurrence sur les stocks .....	18
3.5.3	Limite d'achat des matières premières.....	19
3.5.4	Capacité de stockage du surgélateur .....	19
3.5.5	Mise à jour du nombre d'ouvrier .....	19
3.5.6	Production des desserts glacés .....	20
3.5.7	Positivé des variables .....	20
4	Structure et algorithme de résolution .....	21
5	Résultats obtenus.....	22
5.1	Le coût total minimum .....	22
5.2	Le plan optimal d'achat des ingrédients .....	23
5.3	Le plan optimal de production des desserts .....	24
5.4	Le plan optimal de stockage des ingrédients et des desserts.....	26
5.5	Les effectifs nécessaires par atelier.....	28
6	Analyse post-optimale.....	30
6.1	Question 1 .....	30
6.2	Question 2 .....	31
6.3	Question supplémentaire 1 .....	33
6.4	Question supplémentaire 2 .....	33
7	Conclusion .....	34
8	Bibliographie .....	35
8.1	Ouvrages.....	35
8.2	Site internet .....	35
9	Annexes.....	36
	Annexe A : listing des résultats de GAMS .....	36



## Liste des tableaux

Tableau 1 : Demande unitaire trimestrielle des deux desserts glacés .....	9
Tableau 2 : Offre trimestrielle des matières premières.....	10
Tableau 3 : Prix des matières premières par trimestre.....	10
Tableau 4 : Quantité d'ingrédient dans les desserts.....	10
Tableau 5 : Coûts de stockage des matières premières et des desserts glacés .....	10
Tableau 6 : Volume de stockage dans le surgélateur.....	11
Tableau 7 : Stockage initial des matières premières et des desserts glacés .....	11
Tableau 8 : Temps de fabrication, par ateliers, des deux desserts.....	11
Tableau 9 : Coûts horaire des deux ateliers .....	12
Tableau 10 : Nombre de jour ouvrable par trimestre.....	12
Tableau 11 : Nombre initial d'ouvriers.....	12
Tableau 12 : Coût d'engagement et de licenciement pour chaque atelier .....	12
Tableau 13 : Nombre maximum d'ouvriers dans les ateliers.....	13
Tableau 14 : Résultats obtenus via le logiciel GAMS .....	22
Tableau 15 : Coûts détaillés des postes selon les périodes .....	23
Tableau 16 : Limites inférieures et supérieures de l'offre de fruits frais en automne .....	31
Tableau 17 : Limites inférieures et supérieures d'un litre supplémentaire du surgélateur ....	32
Tableau 18 : Comparaison des coûts totaux de production .....	33

## Liste des figures

Figure 1 : Coût total de la planification de production .....	23
Figure 2 : Achat trimestriel des ingrédients .....	24
Figure 3 : Production trimestrielle des desserts glacés .....	25
Figure 4 : Production, demande et stock des "Délices du Cacao" .....	25
Figure 5 : Production, demande et stock des "Délices du Verger" .....	26
Figure 6 : Stock des ingrédients par période.....	27
Figure 7 : Stock des desserts glacés par période .....	27
Figure 8 : Optimisation du surgélateur par période .....	28
Figure 9 : Effectif présent dans les ateliers à chaque période .....	29

# 1 Introduction

Ce travail de fin d'études nous demande de nous mettre dans la peau d'un ingénieur mandaté par une entreprise de fabrication de desserts glacés. Notre mission est d'aider l'ingénieur responsable de la production en trouver des solutions pour optimiser la planification de la production afin de réduire le coût total annuel. Plus précisément, il nous est demandé de fournir les plans optimaux d'achat des matières premières, de production, de stockage et d'engagement et de licenciement pour chaque trimestre tout en respectant pleinement la demande. Pour se faire, la compagnie de desserts glacés met à notre disposition un ensemble de données à propos de leurs installations et leur organisation au sein de l'usine.

Dans un premier temps, nous allons parcourir les données mises à notre disposition. Sur base de ces éléments, nous allons définir un modèle mathématique qui répondra à l'objectif principal, c'est-à-dire la minimisation du coût annuel de la production. Une fois le modèle mathématique formulé, nous l'écrirons dans le logiciel d'optimisation GAMS. Ce dernier nous donnera l'ensemble des résultats et les procédures à mettre en œuvre pour satisfaire la demande tout en minimisant les coûts. Nous parcourrons finalement ces résultats et nous analyserons des situations qui nous seront posées.



## 2 Données du problème

Ce chapitre présente les données de la planification de la production des desserts glacés de la société qui nous a mandaté. Le processus de fabrication d'un dessert glacé se déroule de la façon suivante : lors de chaque trimestre, l'ingénieur responsable détermine les quantités de matières premières à acheter pour produire les volumes de desserts qui répondront à la demande. Chaque dessert doit passer par les ateliers de conception et de conditionnement. Ces deux étapes nécessitent un certain temps de préparation et un certain nombre d'ouvriers. Le chômage technique n'étant pas permis, nous devons licencier du personnel si cela est nécessaire. Qu'il s'agisse d'un licenciement ou d'un engagement, ces deux actions ont un coût qui diffère selon le niveau de qualification de la personne. Enfin, afin de satisfaire pleinement la demande trimestrielle, il est parfois nécessaire de prévoir des stocks de matières premières ainsi que de produits finis pendant les périodes creuses. Nous allons maintenant parcourir les données de ces différentes étapes.

### 2.1 Données concernant la demande

Le Tableau 1 nous indique la demande trimestrielle de chaque dessert glacé qui doit être satisfaite. Comme nous pouvons le voir, la demande varie selon les périodes.

	Printemps	Été	Automne	Hiver
Demande du « Délice du Cacao »	4 500	7 500	7 000	6 000
Demande du « Délice du Verger »	2 500	1 500	5 000	7 000

Tableau 1 : Demande unitaire trimestrielle des deux desserts glacés

### 2.2 Données concernant les matières premières

Le Tableau 2 nous montre la disponibilité des matières premières durant l'année. Nous observons que l'offre de chocolat est illimitée tout au long de l'année. Les fruits frais, quant à eux, sont plus difficile à trouver l'hiver, leur offre est donc très faible durant cette période.

	Printemps	Été	Automne	Hiver
Offre de chocolat [kg]	illimitée	illimitée	illimitée	illimitée
Offre des fruits frais [kg]	1 000	2 000	500	60

Tableau 2 : Offre trimestrielle des matières premières

Les prix des matières premières sont indiqués dans le Tableau 3. Les tarifs sont constants pour les fruits frais alors que ceux du chocolat varie selon les périodes de l'année.

	Printemps	Été	Automne	Hiver
Prix du chocolat [€/kg]	1,5	1	2	4
Prix des fruits frais [€/kg]	6,5	6,5	6,5	6,5

Tableau 3 : Prix des matières premières par trimestre

Enfin, le Tableau 4 nous donne la quantité d'ingrédients nécessaires à la conception d'un dessert glacé.

Quantité d'ingrédient par dessert	[g/dessert]
Chocolat pour le « Délice du Cacao »	50
Fruits frais pour le « Délice du Verger »	100

Tableau 4 : Quantité d'ingrédient dans les desserts

## 2.3 Données concernant le stockage

Lors de périodes creuses, il sera peut-être nécessaire de stocker les matières premières et les produits finis. Les tarifs de stockage sont indiqués dans le Tableau 5.

Coût de stockage	[€/trimestre]
Un kilogramme de chocolat	0,10
Un kilogramme de fruits frais	0,35
Un « Délice du Cacao »	0,25
Un « Délice du Verger »	0,25

Tableau 5 : Coûts de stockage des matières premières et des desserts glacés

Les fruits frais et les desserts glacés doivent être stockés dans un surgélateur. Celui-ci a une capacité maximale de 2 000 litres. Pour savoir combien de marchandises nous allons pouvoir stocker, le Tableau 6 nous donne le volume d'un kilogramme de fruits frais et celui de chaque dessert glacé.

Volume	[litre]
Un kilogramme de fruits frais	2,5
Un « Délice du Cacao »	0,5
Un « Délice du Verger »	0,6

Tableau 6 : Volume de stockage dans le surgélateur

Nous commençons l'année avec un stock initial, ce dernier est indiqué dans le Tableau 7.

Stockage initial	
Chocolat	120 kg
Fruits frais	50 kg
Dessert « Délice du Cacao »	250 unités
Dessert « Délice du Verger »	350 unités

Tableau 7 : Stockage initial des matières premières et des desserts glacés

## 2.4 Données concernant le temps de préparation

Pour être fabriqués, les desserts glacés doivent passer par les ateliers de confection et de conditionnement. Le temps passé dans chaque atelier est indiqué dans le Tableau 8.

Temps en minute pour	la confection	le conditionnement
du « Délice du Cacao »	30	10
du « Délice du Verger »	35	15

Tableau 8 : Temps de fabrication, par ateliers, des deux desserts

Le Tableau 9 présente les coûts horaires de ces deux ateliers.

Coût horaire	[€/h]
Atelier confection	12,50
Atelier conditionnement	9,50

Tableau 9 : Coûts horaire des deux ateliers

## 2.5 Données concernant le personnel

Le Tableau 10 nous donne, par trimestre, les jours ouvrables.

	Printemps	Été	Automne	Hiver
Jours ouvrables	60	63	57	60

Tableau 10 : Nombre de jour ouvrable par trimestre

Le personnel initial, présent avant de débiter l'année, est indiqué dans le Tableau 11.

	Confection	Conditionnement
Personnel initial	30	12

Tableau 11 : Nombre initial d'ouvriers

Licencier ou engager une personne représente un certain coût. Celui-ci varie selon la qualification de l'ouvrier. Le coût n'est pas le même d'un atelier à l'autre. Le Tableau 12 nous montre ces différents coûts.

	Confection	Conditionnement
Coût d'engagement	1 000 €	500 €
Coût de licenciement	2 500 €	1 500 €

Tableau 12 : Coût d'engagement et de licenciement pour chaque atelier

Finalement, il faut respecter un nombre maximum d'ouvriers présent dans chaque atelier. Ceci est défini dans le Tableau 13.

Nombre maximum d'ouvriers	
Atelier confection	52
Atelier conditionnement	22

*Tableau 13 : Nombre maximum d'ouvriers dans les ateliers*

Chacune de ces données doit se retrouver dans le modèle mathématique. Nous allons développer ce modèle dans le prochain chapitre.

## 3 Modèle mathématique

Afin de minimiser le coût total de production des desserts glacés, nous avons besoin d'établir des équations qui traduisent la planification de la production. Avec les données qui nous ont été présentées dans le chapitre précédent, nous allons créer un modèle mathématique. Nous allons commencer par la définition des indices, des paramètres et des variables de décisions. Nous passerons ensuite à l'écriture de la fonction objective dont l'objectif est de minimiser le coût total. Nous terminons avec l'élaboration des contraintes qui régissent le modèle.

### 3.1 Indices

Nous définissons quatre indices.

- $p$  = les produits « *Délice du Cacao* » et « *Délice du Verger* ».  $p \in P = \{1, 2\}$
- $mp$  = les matières premières « *Chocolat* » et « *Fruits frais* ».  $mp \in MP = \{1, 2\}$
- $a$  = les ateliers « *Confection* » et « *Conditionnement* ».  $a \in A = \{1, 2\}$
- $t$  = les périodes « *Initiale* », « *Printemps* », « *Été* », « *Automne* » et « *Hiver* ».  
 $t \in T = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Nous devons également définir un sous-ensemble  $T_1$  de l'ensemble  $T$ .

- $T_1$  = un sous-ensemble de l'ensemble  $T$ .
- $T_1$  = « *Printemps* », « *Été* », « *Automne* » et « *Hiver* ».  $T_1 \subset T = \{1, 2, 3, 4\}$

Les périodes sont représentées dans l'ensemble  $T$  ainsi que dans le sous-ensemble  $T_1$ . L'objectif est de faciliter l'écriture des valeurs initiales des variables de stock et du nombre d'ouvriers présents dans les ateliers avant de débiter l'année.

## 3.2 Paramètres

Voici la liste des paramètres entrant dans le modèle mathématique. Nous commençons avec les paramètres représentant les coûts unitaires. Ensuite nous définissons les paramètres entrant dans le processus de production des desserts glacés.

### 3.2.1 Coûts unitaires

- $\text{CoûtUnitaireStockageProduit}_p$  = coût unitaire de stockage du produit  $p$ .
- $\text{CoûtUnitaireStockageMP}_{mp}$  = coût unitaire de stockage de la matière première  $mp$ .
- $\text{CoûtUnitaireLicencierement}_a$  = coût unitaire de licenciement à l'atelier  $a$ .
- $\text{CoûtUnitaireEngagement}_a$  = coût unitaire d'engagement à l'atelier  $a$ .
- $\text{CoûtUnitaireHoraireAtelier}_a$  = coût horaire unitaire à l'atelier  $a$ .

### 3.2.2 Paramètres concernant les matières premières

- $\text{PrixMP}_{mp,t}$  = prix de la matière première  $mp$  à la période  $t$ .
- $\text{OffreMP}_{mp,t}$  = offre de la matière première  $mp$  à la période  $t$ .
- $\text{QuantiteMPP}_{mp,p}$  = quantité nécessaire de matière première  $mp$  pour confectionner le produit  $p$ .

### 3.2.3 Volumes de stockage

- $\text{VolumeStockageMP}_{mp}$  = volume de stockage de la matière première  $mp$ .
- $\text{VolumeStockageProduit}_p$  = volume de stockage du produit  $p$ .
- $\text{VolumeMAX}$  = volume maximum de stockage.

### 3.2.4 Paramètres concernant la production de desserts

- $\text{Demande}_{p,t}$  = demande du produit  $p$  à la période  $t$ .
- $\text{TempsFabricationProduit}_{p,a}$  = temps de fabrication du produit  $p$  à l'atelier  $a$ .
- $\text{JourOuvrable}_t$  = nombre de jour ouvrable à la période  $t$ .
- $\text{HoraireJournalier}$  = nombre d'heure de travail journalier d'un ouvrier.
- $\text{OuvrierMAX}_a$  = nombre maximum d'ouvriers dans l'atelier  $a$ .

### 3.3 Variables de décision

Les variables de décision sont classées de la même manière que les paramètres. Nous définissons d'abord les coûts totaux, ensuite les variables liées directement à la production.

#### 3.3.1 Coûts totaux

- $ctpp_t$  = coût total de la production à la période  $t$ .
- $ctmp_t$  = coût total des matières premières à la période  $t$ .
- $ctsp_t$  = coût total du stock des produits à la période  $t$ .
- $ctsmpt_t$  = coût total du stock des matières premières à la période  $t$ .
- $cte_t$  = coût total d'engagement à la période  $t$ .
- $ctli_t$  = coût total de licenciement à la période  $t$ .

#### 3.3.2 Achats des matières premières

- $achatmp_{mp,t}$  = achat de la matière première  $mp$  à la période  $t$ .

#### 3.3.3 Stockage

- $sp_{p,t}$  = stock du produit  $p$  à la période  $t$ .
- $smp_{mp,t}$  = stock de la matière première  $mp$  à la période  $t$ .

#### 3.3.4 Production des desserts glacés

- $pp_{p,t}$  = production du produit  $p$  à la période  $t$ .
- $ouvrier_{a,t}$  = nombre d'ouvriers présents à l'atelier  $a$  à la période  $t$ .
- $eo_{a,t}$  = nombre d'ouvriers engagés à l'atelier  $a$  à la période  $t$ .
- $lio_{a,t}$  = nombre d'ouvriers licenciés à l'atelier  $a$  à la période  $t$ .



### 3.4 Fonction objective

La fonction objective est la somme de l'ensemble des coûts totaux durant l'année. Elle est divisée en six parties pour simplifier la lecture du modèle. Cette décomposition nous permettra également de connaître les coûts totaux de chaque poste. L'objectif final est donc de minimiser la somme des coûts totaux.

$$\min z = \sum_t^4 (ctmp_t + ctsmp_t + ctsp_t + ctp_p_t + cte_t + ctli_t)$$

Dans laquelle nous avons :

- Le coût total d'achat des matières premières :

$$ctmp_t = \sum_{mp}^2 achatmp_{mp,t} * PrixMP_{mp,t} \quad \forall t \in T_1$$

- Le coût total de stockage des matières premières :

$$ctsm_p_t = \sum_{mp}^2 sm_p_{mp,t} * CoûtUnitaireStockageMP_{mp} \quad \forall t \in T_1$$

- Le coût total de stockage des produits finis :

$$ctsp_t = \sum_p^2 sp_{p,t} * CoûtUnitaireStockageProduit_p \quad \forall t \in T_1$$

- Le coût total de la production des produits :

$$ctpp_t = \sum_p^2 \sum_a^2 pp_{p,t} * TempsFabricationProduit_{p,a} * CoûtUnitaireHoraireAtelier_a \quad \forall t \in T_1$$

➤ Le coût total d'engagement des ouvriers :

$$cte_t = \sum_a^2 eo_{a,t} * CoûtUnitaireEngagement_a \quad \forall t \in T_1$$

➤ Le coût total de licenciement des ouvriers :

$$ctli_t = \sum_a^2 lio_{a,t} * CoûtUnitaireLicenciement_a \quad \forall t \in T_1$$

### 3.5 Contraintes

Nous terminons l'écriture du modèle mathématique avec la définition des contraintes. Nous avons d'une part les contraintes d'initialisation des variables. D'autre part, nous avons les contraintes liées au processus de production des desserts glacés.

#### 3.5.1 Initialisations des variables de stock et du nombre d'ouvriers

$$smp_{1,0} = 120$$

$$smp_{2,0} = 50$$

$$sp_{1,0} = 250$$

$$sp_{2,0} = 350$$

$$ouvrier_{1,0} = 30$$

$$ouvrier_{2,0} = 12$$

#### 3.5.2 Équation de récurrence sur les stocks

Mise à jour des stocks de matières premières :

$$smp_{mp,t} = smp_{mp,t-1} + achatmp_{mp,t} - \sum_p^2 (QuantitéMPP_{mp,p} * pp_{p,t}) \quad \forall mp \in MP \text{ et } \forall t \in T_1$$

Mise à jour des stocks de produits finis :

$$sp_{p,t} = sp_{p,t-1} + pp_{p,t} - Demande_{p,t} \quad \forall p \in P \text{ et } \forall t \in T_1$$

### 3.5.3 Limite d'achat des matières premières

Il est impossible d'acheter plus de matières premières que l'offre du marché :

$$achatmp_{mp,t} \leq OffreMP_{mp,t} \quad \forall mp \in MP \text{ et } \forall t \in T_1$$

### 3.5.4 Capacité de stockage du surgélateur

Il est indispensable de stocker les matières premières ainsi que les produits finis dans un surgélateur. Or le volume de celui-ci est limité :

$$\sum_p^2 (VolumeStockageProduit_p * sp_{p,t}) + \sum_{mp}^2 (VolumeStockageMP_{mp} * smp_{mp,t}) \leq VolumeMAX \quad \forall t \in T_1$$

### 3.5.5 Mise à jour du nombre d'ouvrier

Mise à jour du nombre d'ouvrier :

$$ouvrier_{a,t} = ouvrier_{a,t-1} + eo_{a,t} - lio_{a,t} \quad \forall a \in A \text{ et } \forall t \in T_1$$

Les ateliers de confection et de conditionnement sont limités en place. Il ne faut donc pas dépasser un nombre d'ouvrier présent à l'intérieur de ceux-ci :

$$ouvrier_{a,t} \leq OuvrierMAX_a \quad \forall a \in A \text{ et } \forall t \in T_1$$

### 3.5.6 Production des desserts glacés

Il y a un lien direct entre le temps total pour la fabrication des desserts glacés et le temps de travail total des ouvriers :

$$\sum_p^2 (pp_{p,t} * TempsFabricationProduit_{p,a})$$
$$= ouvrier_{a,t} * HoraireJournalier * JourOuvrable_t \quad \forall a \in A \text{ et } \forall t \in T_1$$

### 3.5.7 Positivé des variables

Il s'agit d'un problème de planification de production, un problème réel et concret, c'est pourquoi l'ensemble des variables doit être positif :

$$ctmp_t \geq 0 \quad \forall t \in T_1$$
$$ctsp_t \geq 0 \quad \forall t \in T_1$$
$$ctsmpt_t \geq 0 \quad \forall t \in T_1$$
$$cte_t \geq 0 \quad \forall t \in T_1$$
$$ctli_t \geq 0 \quad \forall t \in T_1$$
$$ctpp_t \geq 0 \quad \forall t \in T_1$$
$$smp_{mp,t} \geq 0 \quad \forall mp \in MP \text{ et } \forall t \in T$$
$$sp_{p,t} \geq 0 \quad \forall p \in P \text{ et } \forall t \in T$$
$$ouvrier_{a,t} \geq 0 \quad \forall a \in A \text{ et } \forall t \in T$$
$$pp_{p,t} \geq 0 \quad \forall p \in P \text{ et } \forall t \in T_1$$
$$achatmp_{mp,t} \geq 0 \quad \forall mp \in MP \text{ et } \forall t \in T_1$$
$$eo_{a,t} \geq 0 \quad \forall a \in A \text{ et } \forall t \in T_1$$
$$lio_{a,t} \geq 0 \quad \forall a \in A \text{ et } \forall t \in T_1$$

## 4 Structure et algorithme de résolution

Le modèle mathématique de la planification de production de desserts glacés a été écrit dans le logiciel GAMS. Ce modèle est un problème linéaire. En effet, nous avons pris l'hypothèse que les ouvriers pouvaient travailler en temps partiel. Cela évite que la variable représentant le nombre d'ouvrier ne soit entière. C'est également le cas pour la production des desserts glacés. Nous n'imposons pas de production entière. Enfin, toutes les contraintes sont linéaires. Puisqu'il s'agit d'un problème linéaire, nous avons choisi le module LP<sup>1</sup> de GAMS.

Dans le chapitre 6.3 *Question supplémentaire 1*, nous testerons d'imposer un nombre entier d'ouvriers présents dans les ateliers. Une telle hypothèse représente une augmentation d'environ 4% des coûts totaux de production. Nous analyserons les conséquences de ces contraintes supplémentaires sur les coûts de production.

En faisant tourner le modèle dans le logiciel d'optimisation, GAMS nous donne l'ensemble des valeurs des variables et des paramètres répondant à la fonction objective. Ces résultats sont présentés dans le prochain chapitre.

---

<sup>1</sup> LP signifie Linear Problem.

## 5 Résultats obtenus

Le Tableau 14 présente les résultats des principaux postes de la planification de production des desserts glacés. Ces données trimestrielles ont été obtenues via le logiciel d'optimisation GAMS. Dans la suite de ce chapitre nous allons développer plus en détails ces résultats.

Quantité	Printemps	Été	Automne	Hiver
Achats de chocolat	166,59	300,91	350,00	300,00
Achats de fruits frais	183,80	771,20	500,00	60,00
Production de "Délice du Cacao"	5731,71	6018,29	7000,00	6000,00
Production de "Délice du Verger"	2337,98	2454,88	4717,95	6139,19
Engagements en confection	0,00	0,00	4,90	0,00
Licenciements en confection	21,19	0,00	0,00	0,00
Engagements en conditionnement	0,00	0,00	1,94	0,14
Licenciements en conditionnement	8,79	0,00	0,00	0,00

Tableau 14 : Résultats obtenus via le logiciel GAMS

### 5.1 Le coût total minimum

Grâce à l'optimisation de la planification de production, le coût total s'élève à 428.099,31 €. La Figure 1 nous montre la proportion des différents coûts totaux sur l'année écoulée. Nous remarquons que le coût total de la production dépasse les 80%. À l'avenir, s'il faut davantage réduire le coût total, il faudra jouer sur un des paramètres entrant dans l'équation du coût de la production. La main d'œuvre est un facteur très couteux. Réduire les coûts du personnel pourrait diminuer considérablement le coût total.

Les coûts de stockage représentent, quant à eux, moins de 1%. Il serait peut-être avantageux d'investir dans l'augmentation de la capacité du surgélateur pour pouvoir stocker de plus grandes quantités. Cela permettrait peut-être de réduire les coûts de production en étalant davantage la fabrication tout au long de l'année, ce qui réduirait par conséquent le nombre d'ouvriers par atelier. Le taux de remplissage du surgélateur est indiqué à la Figure 8.

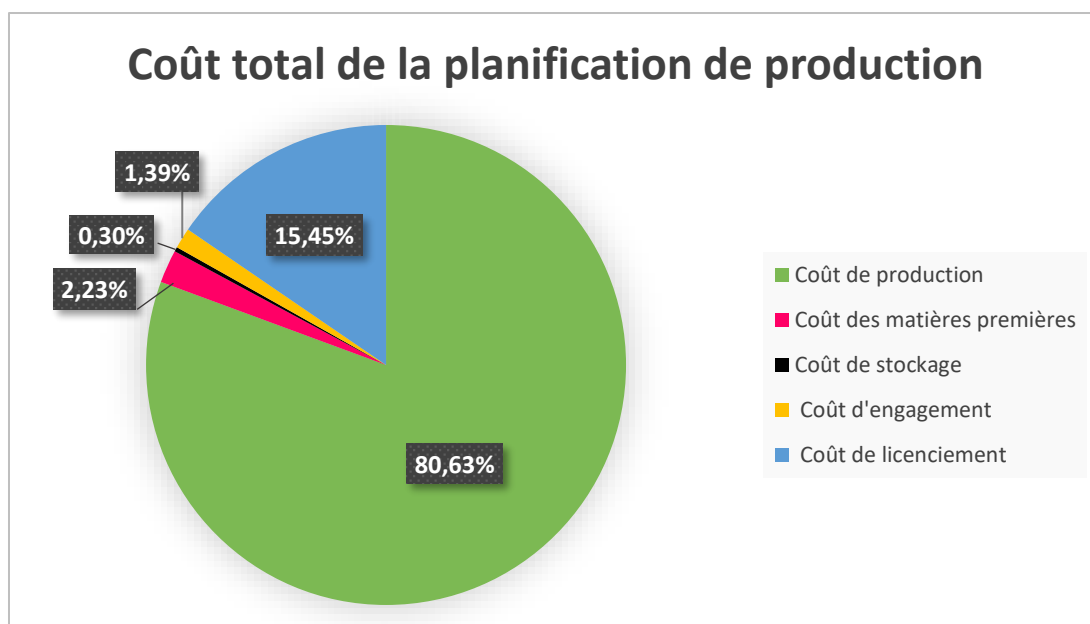


Figure 1 : Coût total de la planification de production

	Printemps	Été	Automne	Hiver	Année
Coût de production	67498,84	70873,78	100440,18	106345,54	345158,34
Coût des matières premières	1358,50	2727,16	3275,00	2190,00	9550,66
Coût de stockage	417,42	469,71	409,07	0,00	1296,2
Coût d'engagement	0,00	0,00	5867,60	67,88	5935,48
Coût de licenciement	66158,63	0,00	0,00	0,00	66158,63
<b>Coût total</b>	<b>135433,39</b>	<b>74070,65</b>	<b>109991,85</b>	<b>108603,42</b>	<b>428099,31</b>

Tableau 15 : Coûts détaillés des postes selon les périodes

## 5.2 Le plan optimal d'achat des ingrédients

La Figure 2 dévoile le plan optimal d'achat des ingrédients durant les 4 périodes de l'année. Comme l'indique le Tableau 2, nous observons que l'offre de fruits frais étant très faible en hiver, il faut acheter les matières premières en été et les stocker pour pouvoir satisfaire pleinement la demande. L'offre de chocolat étant illimitée, le problème ne se pose pas et les achats suivent la demande trimestrielle.

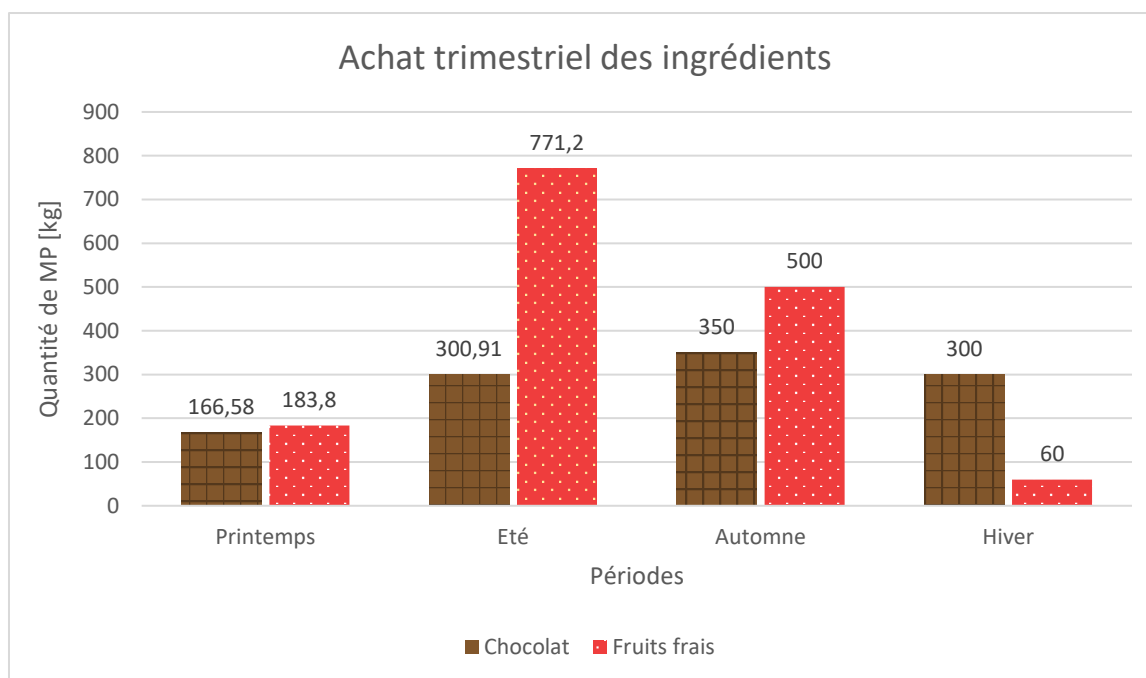


Figure 2 : Achat trimestriel des ingrédients

### 5.3 Le plan optimal de production des desserts

La Figure 3 représente la production trimestrielle des nos 2 desserts glacés. La Figure 4 et la Figure 5 nous montrent, respectivement, la comparaison entre la demande et la production des « Délices du Cacao » et des « Délices du Verger ».

En ce qui concerne les « Délices du Cacao », nous pouvons voir que pour les périodes « Automne » et « Hiver », la production est exactement égale à la demande. Au printemps, la production dépasse la demande ce qui nécessite un stockage des produits finis. En été, c'est la situation inverse puisque nous avons un stock de produits finis réalisé aux périodes précédentes qui accompagne la production.

Pour les « Délices du Verger », nous remarquons qu'il y a systématiquement un stock de produits finis. Néanmoins, la production augmente avec la demande (tout en restant inférieure à cette dernière) à l'exception de la période « Été » où la production est supérieure à la demande puisque l'offre de fruits frais explose à ce moment de l'année comme le montre le Tableau 2.



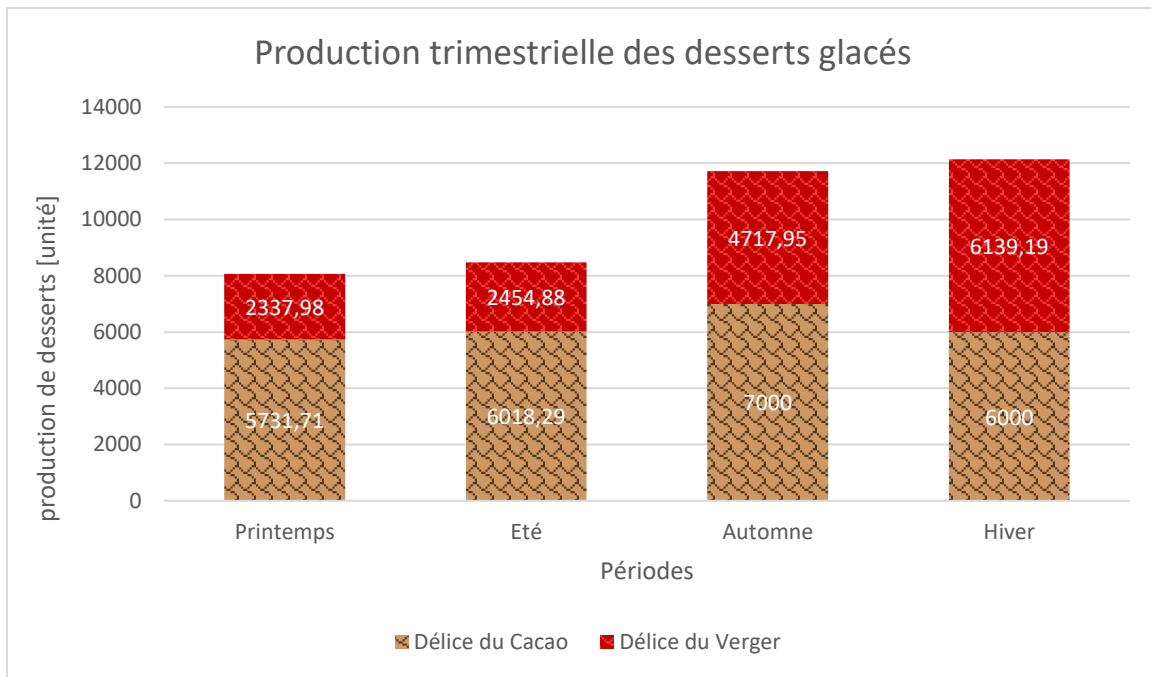


Figure 3 : Production trimestrielle des desserts glacés

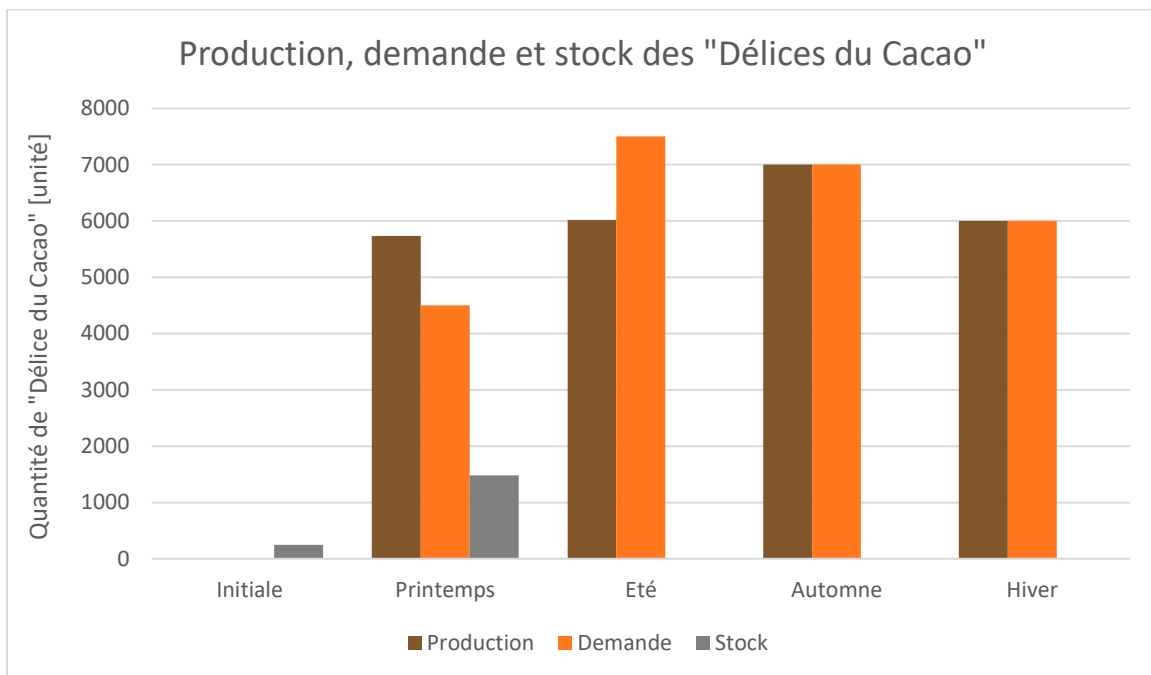


Figure 4 : Production, demande et stock des "Délices du Cacao"

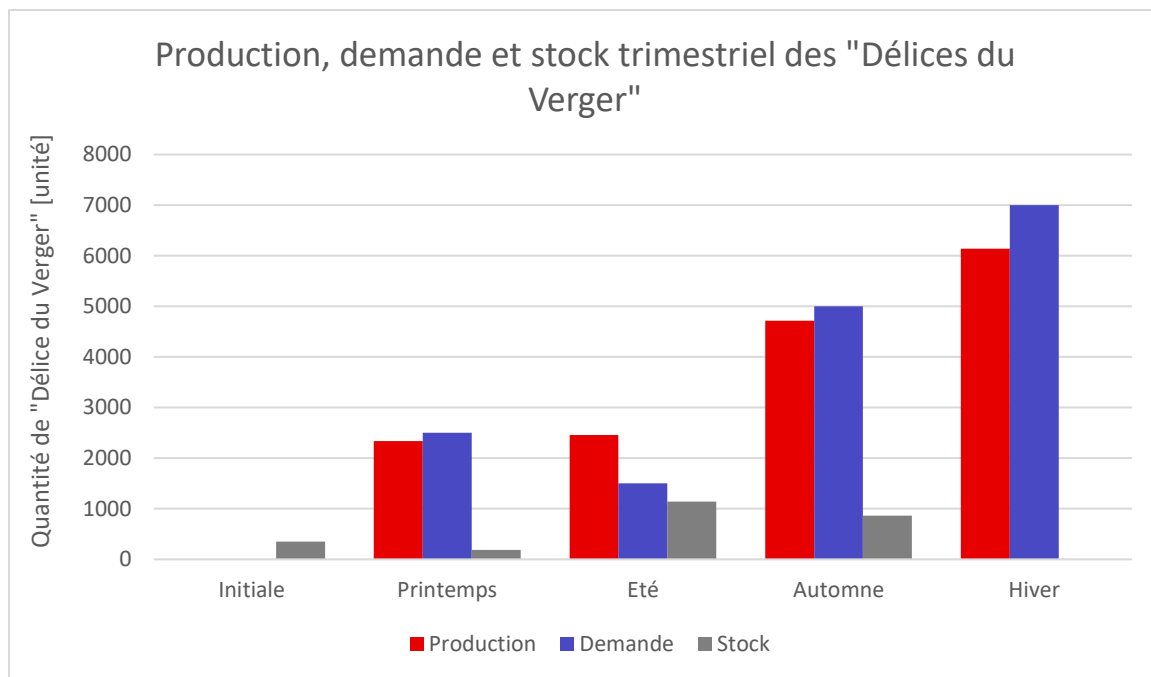


Figure 5 : Production, demande et stock des "Délices du Verger"

## 5.4 Le plan optimal de stockage des ingrédients et des desserts

La Figure 6 nous dévoile le stockage des matières premières. Nous observons facilement qu'il y a un stock important de fruits frais durant les périodes « Été » et « Automne ». Cela est dû à l'offre importante de fruits frais en été et à la raréfaction dans les périodes suivantes. Dès lors, un stock est réalisé pour permettre la continuation de la production jusqu'à la fin de l'année.

La Figure 7 nous montre le stock des desserts glacés tout au long de l'année. Ceux-ci résultent de l'écart entre la production et la demande trimestrielle.

Observons sur la Figure 8 le taux de remplissage du surgélateur par période. Nous pouvons remarquer que la capacité maximale du surgélateur est atteinte en été. Cela est uniquement dû à la production des « Délices du Verger ». En effet, le surgélateur est seulement rempli de fruits frais et de « Délices du Verger ». Ceci est bien sûr une conséquence de la raréfaction de l'offre de fruits frais à la fin de l'année.

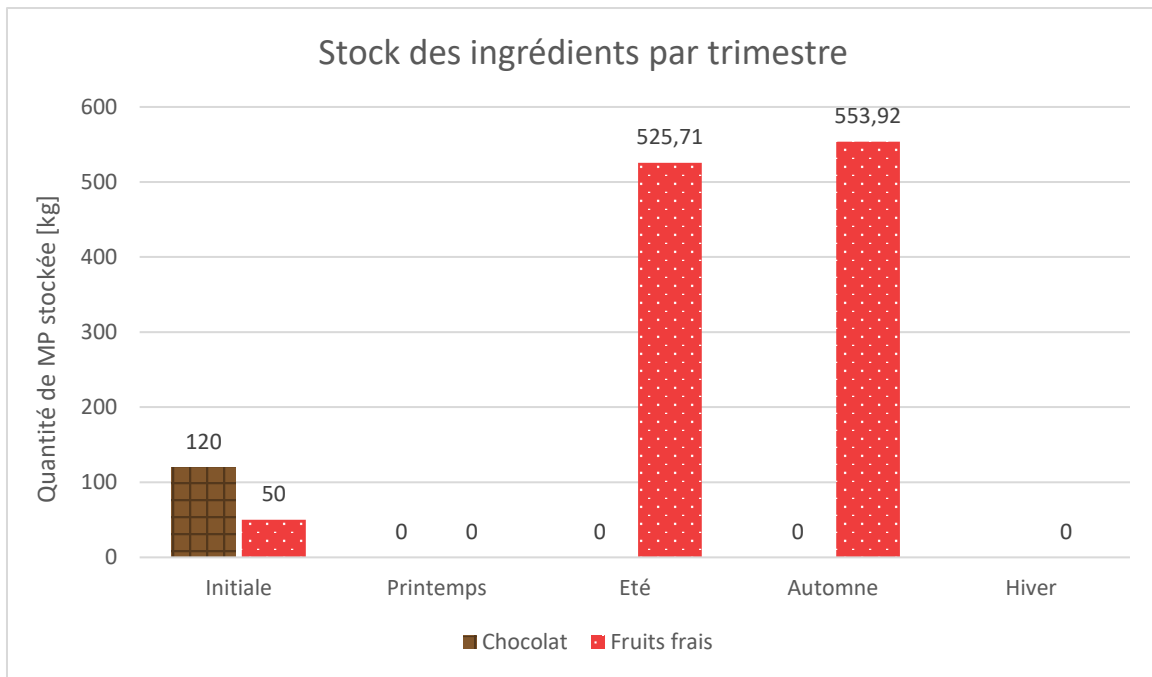


Figure 6 : Stock des ingrédients par période

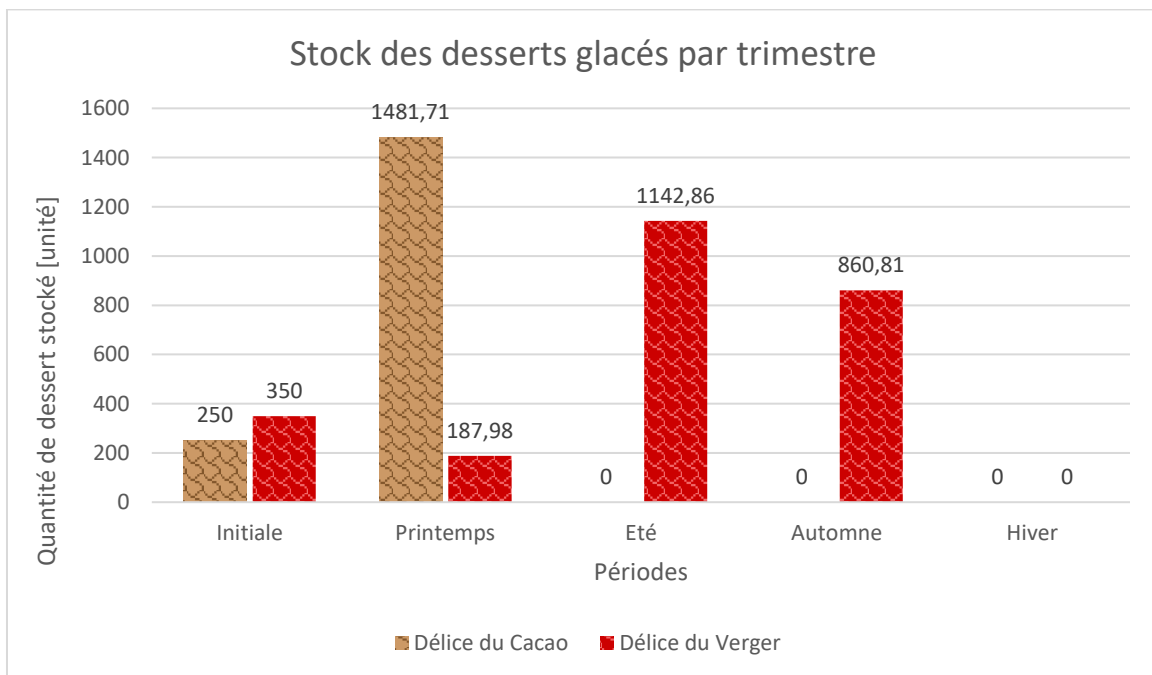
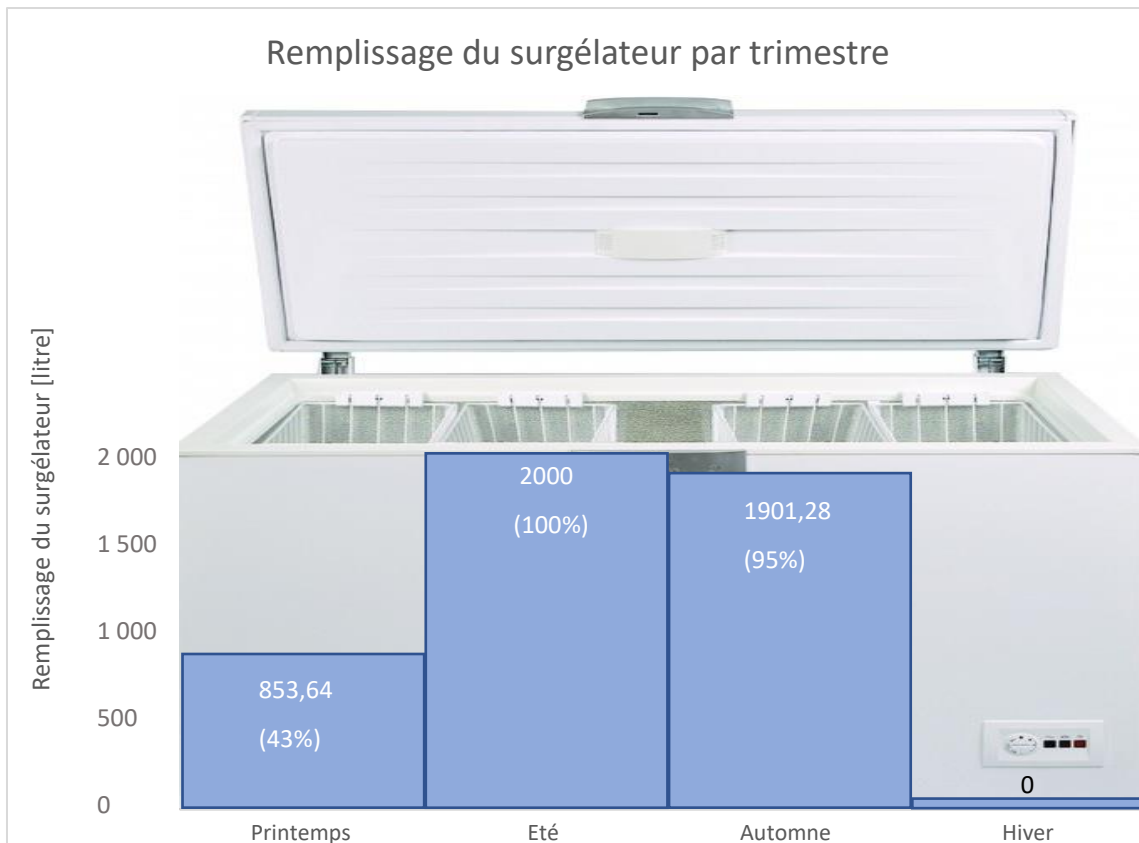


Figure 7 : Stock des desserts glacés par période



*Figure 8 : Optimisation du surgélateur par période*

## 5.5 Les effectifs nécessaires par atelier

Sur la Figure 9, nous pouvons observer les courbes représentant le nombre d'ouvriers par atelier et par période. Les effectifs diminuent drastiquement dès le début de l'année car il y a simplement trop d'ouvriers pour la production. Durant l'année, les effectifs augmenteront légèrement mais seront toujours loin de la limite de la capacité maximale par atelier comme l'indique le Tableau 13.

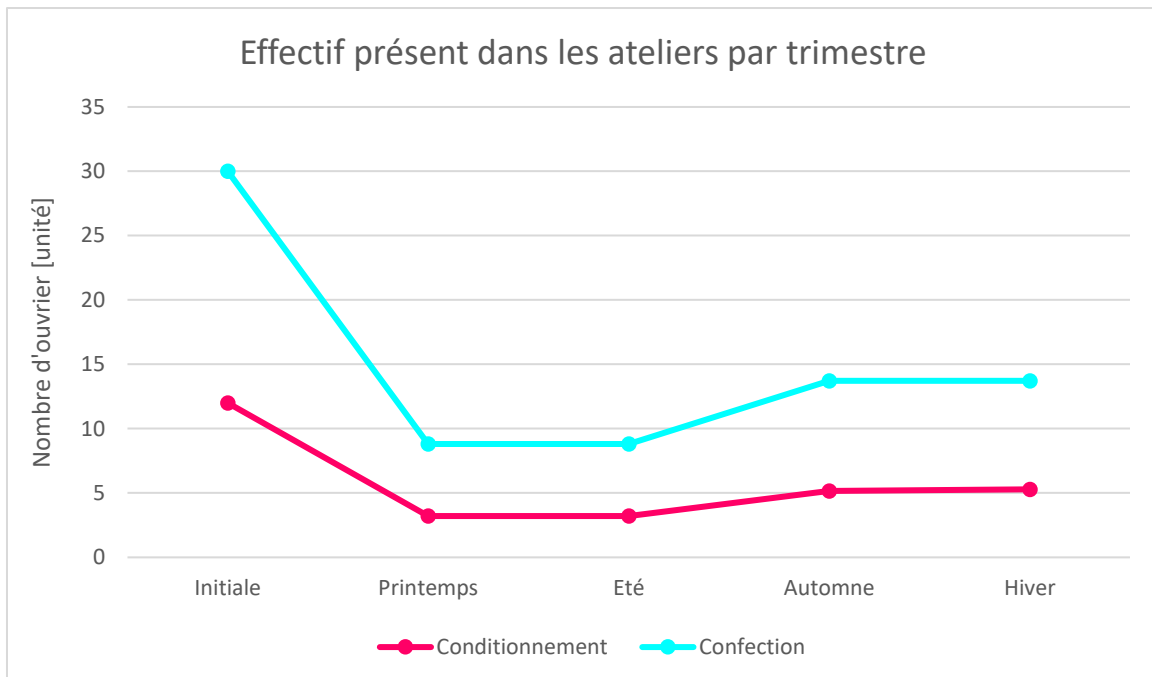


Figure 9 : Effectif présent dans les ateliers à chaque période

## 6 Analyse post-optimale

Avec les résultats délivrés par le logiciel GAMS, nous allons analyser deux situations qui nous sont posées. Pour répondre à ces questions, il faut s'intéresser aux prix cachés du modèle. Dans notre situation, les prix cachés donnent l'effet sur le coût total de la planification de production pour une augmentation unitaire du membre de droite de la contrainte.

### 6.1 Question 1

**Jusqu'à quel prix seriez-vous prêts à payer des unités au-delà des 500 kilos de fruits frais que peut vous fournir le fournisseur habituel peut vous fournir en automne ?**

En automne, l'offre de fruits frais est de 500 kg. En observant le modèle GAMS, le prix caché de la contrainte est de -19,84 €. Une augmentation de l'offre de fruits frais d'une unité, fait baisser les coûts de 19,84 €. Par conséquent, nous sommes prêts à payer jusqu'à 19,84 € pour une unité de plus de fruits frais. Au-delà de ce prix, le coût total de production augmentera, ce qui n'est pas souhaitable.

Il faut toutefois faire attention aux limites de validité de ce prix caché. En effet, il n'est pas valable pour une augmentation infinie de l'offre de fruits frais, il faut déterminer les bornes frontières. GAMS ne nous donne pas directement ces limites de validité, il faut donc itérer le modèle pour les connaître. Pour ce faire, nous rentrons dans le logiciel GAMS une nouvelle valeur pour l'offre initiale en «Automne». Nous choisissons d'être précis à 1 kilogramme près. Les itérations réalisées pour définir les limites inférieures et supérieures de l'offre de fruits frais sont illustrées dans le Tableau 16.

limite supérieure		limite inférieure	
Offre fruits frais	Prix réduit	Offre fruits frais	Prix réduit
500	19,84	500	19,84
550	19,84	450	19,84
600	15,22	400	20,63
575	19,84	425	20,63
585	15,22	435	20,63
580	15,22	440	20,63
576	19,84	445	20,63
577	19,84	446	20,63
578	15,22	447	19,84

Tableau 16 : Limites inférieures et supérieures de l'offre de fruits frais en automne

Avec ces itérations, nous pouvons conclure que les limites inférieures et supérieures sont 447 et 577 kg. Au-delà de ces frontières, nous n'accepterons pas de payer 19,84 euros par kilogramme supplémentaire de fruits frais.

## 6.2 Question 2

**Quel prix êtes-vous prêts à payer en été pour louer de la capacité supplémentaire en surgélation auprès d'une société spécialisée dans le stockage de produits réfrigérés ?**

Le prix caché de la contrainte de volume occupé dans le surgélateur à la période « Été » étant de -8,19 €, cela signifie qu'une unité de capacité de surgélation supplémentaire réduirait donc les coûts totaux de 8,19 €. Si nous devons augmenter la capacité du surgélateur en « Été », nous serions prêts à payer 8,19€ par unité supplémentaire, c'est-à-dire 8,19€ par litre supplémentaire. Ici, les itérations sont précises à 1 litre près. Nous les retrouvons dans le Tableau 17.

limite inférieure		limite supérieure	
Volume surgélateur	Prix réduit	Volume surgélateur	Prix réduit
2000	8,19	2000	8,19
1500	0,92	2500	8,19
1750	3,6	3000	8,19
1850	8,51	3500	0,92
1900	8,19	3250	8,19
1875	8,19	3350	5,22
1865	8,51	3300	8,19
1870	8,19	3325	5,22
1866	8,19	3315	5,22
		3305	5,22
		3301	5,22

Tableau 17 : Limites inférieures et supérieures d'un litre supplémentaire du surgélateur

Avec ces itérations, nous pouvons conclure que les limites inférieures et supérieures sont 1.866 et 3.300 litres. Au-delà de ces frontières, nous n'accepterons pas de louer un litre supplémentaire de surgélateur au prix de 8,19€.

Itérer manuellement n'est pas une tâche difficile mais cela requiert beaucoup de temps. Le logiciel GAMS pourrait nous donner directement les limites de validité des prix cachés comme le fait le solveur Excel. Ceci nous éviterait de modifier le code à chaque itération supplémentaire.

Pour aller plus loin dans l'analyse post-optimale, nous introduisons 2 situations supplémentaires.



### 6.3 Question supplémentaire 1

**Quel est l'effet sur le coût total de production de prévoir un nombre entier d'ouvriers à chaque période ?**

Dans la configuration actuelle, GAMS nous donne des solutions décimales. Le logiciel nous donne donc un nombre d'ouvrier optimal en décimal. Afin d'éviter de constituer un groupe d'ouvriers de 14,07 personnes, nous allons placer la variable « ouvrier » en une INTEGER VARIABLE. De ce fait, nous allons voir si ce changement modifie le coût total de la planification de production. Le Tableau 18 compare la situation initiale avec la nouvelle hypothèse.

Coût total de production	
Nombre décimal ouvriers	Nombre entier ouvriers
428 099,31 €	445 776,39 €

Tableau 18 : Comparaison des coûts totaux de production

Comme nous pouvons le voir, le fait de considérer un nombre d'ouvriers entier fait augmenter le coût total de production de 17.677,08€, soit une augmentation de 3,97%.

### 6.4 Question supplémentaire 2

**Quel est l'effet sur le coût total de production de ne jamais licencier d'ouvriers ?**

Lorsque nous modifions le modèle GAMS pour analyser ce quatrième cas, la résolution de ce dernier devient infaisable : le nombre d'engagement est négatif ! Cela signifie qu'avec les données actuelles (offre, demande, stock, etc), le modèle nous oblige à réduire les effectifs initiaux dès la première période. Cela signifie qu'il n'y a pas besoin d'autant d'ouvriers pour satisfaire la demande. Si nous souhaitons garder l'ensemble des ouvriers initiaux, il faudrait promouvoir les desserts glacés pour en vendre plus, ce qui augmenterait la demande et par conséquent la production.

## 7 Conclusion

Mission réussie. Au travers de ce travail de fin d'études, nous avons réalisé l'optimisation de la planification de la production des deux desserts glacés en minimisant le coût total. Nous avons fourni à l'entreprise les plans optimaux d'achat des ingrédients, de production, de stockage et d'engagement et de licenciement.

Nous sommes donc parvenus à optimiser le coût total annuel à 428.099,31 €. Pour atteindre ce chiffre, nous avons dû répartir les achats des matières premières ainsi que la production tout au long de l'année. Ces opérations ont nécessité une bonne gestion des stocks. Malheureusement, la demande annuelle était trop faible pour garder les ouvriers présents initialement. Nous avons dû licencier presque 30 personnes avant de débiter l'année (nous en avons engagé quelques-unes par la suite). Finalement, nous avons remarqué que les coûts de production constituent la part la plus importante avec plus de 80% du coût total. S'il fallait, par la suite, réduire davantage le coût total, il faudrait s'intéresser de près au plan de production.

Grâce à ce TFE, j'ai pu approfondir le cours de *gestion de la production et modélisation* qui m'avait beaucoup plu lors du premier quadrimestre. J'ai appris à convertir un problème concret de planification de production en un modèle mathématique et à le formuler de manière rigoureuse. Ce TFE m'a également apporté la maîtrise d'un logiciel d'optimisation qui m'était inconnu (GAMS). De plus, j'ai pu mettre en pratique ce que l'ECAM m'a enseigné lors de ces dernières années, notamment en termes d'interprétations des résultats de l'optimisation. Pour toutes ces raisons, je suis ravi d'avoir choisi ce travail de fin d'études.

## 8 Bibliographie

### 8.1 Ouvrages

De Wolf, D. (2019). *Introduction au langage GAMS*. Louvain-la-Neuve.

De Wolf, D. (2021). *Logistique intégrée et approvisionnements*. Louvain-la-Neuve.

De Wolf, D. (2021). *Gestion de la Production et Modélisation*. Louvain-la-Neuve.

### 8.2 Site internet

GAMS (2021). *Company information*. En ligne <https://www.gams.com/about/company/>.

## 9 Annexes

### Annexe A : listing des résultats de GAMS

GAMS 33.2.0 r4f23b21 Released Dec 1, 2020 WEX-WEI x86 64bit/MS Windows - 04/27/21 18:31:18 Page 1  
General Algebraic Modeling System  
Compilation

```
1  OPTION LIMROW=0;
2  OPTION LIMCOL=0;
3
4  SETS
5      P les produits /DELICE_DU_CACAO,DELICE_DU_VERGER/
6      MP les matieres premieres /CHOCOLAT,FRUITS_FRAIS/
7      A les ateliers /CONCEPTION,CONDITIONNEMENT/
8      T les periodes /INITIALEMENT,PRINTEMPS,ETE,AUTOMNE,HIVER/
9      T1(T) les periodes avec initialisation /PRINTEMPS,ETE,AUTOMNE,HIVER/;
10
11  ALIAS (T,TP);
12
13  SET SUIVANT(TP,T) lien entre la période précédente et la période actuelle
14      / INITIALEMENT.PRINTEMPS, PRINTEMPS.ETE, ETE.AUTOMNE, AUTOMNE.HIVER/;
15
16  PARAMETERS
17      CoutUnitaireStockageProduit (P) cout de stockage du produit p (en euro par periode)
18          / DELICE_DU_CACAO  0.25
19          DELICE_DU_VERGER  0.25 /
20
21      CoutUnitaireStockageMP (MP) cout de stockage des matieres premieres mp (en euro par periode)
22          / CHOCOLAT  0.10
23          FRUITS_FRAIS  0.35 /
24
25      CoutUnitaireLicencierement (A) cout de licencierement a l atelier a (en euro)
26          / CONCEPTION 2500
27          CONDITIONNEMENT 1500 /
28
29      CoutUnitaireEngagement (A) cout d engagement a l atelier a (en euro)
30          / CONCEPTION 1000
31          CONDITIONNEMENT 500 /
32
33      CoutUnitaireHoraireAtelier (A) cout horaire de l atelier a (en euro par heure)
34          / CONCEPTION 12.50
35          CONDITIONNEMENT 9.50 /
36
37      VolumeStockageProduit (P) volume de stockage des produits (en litre)
38          / DELICE_DU_CACAO  0.5
39          DELICE_DU_VERGER  0.6 /
40
41      VolumeStockageMP (MP) volume de stockage des matieres premieres (en litre)
42          / CHOCOLAT  0.00
43          FRUITS_FRAIS  2.5 /
44
45      JourOuvrable (T) nombre de jour ouvrable a la periode t (en jour)
46          / PRINTEMPS 60
47          ETE 63
48          AUTOMNE 57
49          HIVER 60 /
50
51      OuvrierMAX (A) nombre maximum d ouvriers dans les ateliers (en ouvrier)
52          / CONCEPTION 52
53          CONDITIONNEMENT 22 /;
54
55
56  TABLE Demande(P,T) demande du produit p a la periode t
57          PRINTEMPS  ETE  AUTOMNE  HIVER
58      DELICE_DU_CACAO  4500  7500  7000  6000
59      DELICE_DU_VERGER  2500  1500  5000  7000 ;
60
61
62  TABLE PrixMP (MP,T) prix des matieres premieres a la periode t (en euro par kilogramme)
63          PRINTEMPS  ETE  AUTOMNE  HIVER
64      CHOCOLAT  6.5  6.5  6.5  6.5
```

```

65         FRUITS_FRAIS      1.5   1   2   4 ;
66
67
68 TABLE OffreMP (MP,T) offre de matiere premiere a la periode t
69         PRINTemps  ETE  AUTOMNE  HIVER
70         CHOCOLAT      +INF  +INF  +INF  +INF
71         FRUITS_FRAIS  1000  2000  500  60 ;
72
73
74 TABLE QuantiteMPP (MP,P) quantite de matiere premiere par produit fini (en kilogramme par dessert)
75         DELICE_DU_CACAO  DELICE_DU_VERGER
76         CHOCOLAT      0.050
77         FRUITS_FRAIS          0.100 ;
78
79
80 TABLE TempsFabricationProduit (P,A) temps de fabrication des produits a l atelier a (en minute)
81         CONCEPTION  CONDITIONNEMENT
82         DELICE_DU_CACAO  30          10
83         DELICE_DU_VERGER  35          15 ;
84
85
86 SCALAR VolumeMAX volume maximum de stockage (en litre) /2000/;
87
88 SCALAR HoraireJournalier nombre d'heure de travail journalier d'un ouvrier (en heure) /8/;
89
90
91 VARIABLES
92     z cout total
93     ctp (T) cout total de production du produit p a la periode t
94     ct (T) cout total des matieres premieres a la periode t
95     ctsp (T) cout total du stock des produits a la periode t
96     ct (T) cout total du stock des matieres premieres a la periode t
97     cte (T) cout total d engagement a la periode t
98     cti (T) cout total de licenciement a la periode t
99     achatmp (MP,T) achat des matieres premieres a la periode t
100    sp (P,T) stock des produits a la periode t
101    smp (MP,T) stock des matieres premieres a la periode t
102    pp (P,T) production du produit p a la periode t
103    ouvrier (A,T) nombre d ouvrier present a l atelier a a la periode t
104    eo (A,T) nombre d ouvrier engage a la periode t
105    lio (A,T) nombre d ouvrier licencie a la periode t ;
106
107
108 POSITIVE VARIABLES
109     ctp
110     ct
111     ctsp
112     ct
113     cte
114     cti
115     achatmp
116     sp
117     smp
118     pp
119     ouvrier
120     eo
121     lio ;
122
123
124 EQUATIONS
125     EQ_Z definit la fonction objective
126     EQ_COUT_TOTAL_MP(T1) cout total des matieres premieres
127     EQ_COUT_TOTAL_STOCKAGE_MP(T1) cout total de stockage des matieres premieres
128     EQ_COUT_TOTAL_STOCKAGE_PRODUIT(T1) cout total de stockage des produits
129     EQ_COUT_TOTAL_PRODUCTION(T1) cout total de production
130     EQ_COUT_TOTAL_ENGAGEMENT(T1) cout total d engagement
131     EQ_COUT_TOTAL_LICENCIEMENT(T1) cout total de licenciement
132     EQ_INIT_SMP1 (MP,T) initialisation stock de chocolat
133     EQ_INIT_SMP2 (MP,T) initialisation stock de fruit frais

```

```

134 EQ_INIT_SP1 (P,T) initialisation stock de delice du cacao
135 EQ_INIT_SP2 (P,T) initialisation stock du verger
136 EQ_INIT_OUVRIER1 (A,T) initialisation nombre ouvrier confection
137 EQ_INIT_OUVRIER2 (A,T) initialisation nombre ouvrier conditionnement
138 EQ_STOCK_MP (MP,T) defini le stock de matieres premieres a la periode t
139 EQ_STOCK_PRODUIT (P,T) defini le stock de produits a la periode t
140 EQ_ACHAT_OFFRE(MP,T1) ne pas acheter plus que l offre
141 EQ_VOLUME_SURGELATEUR(T1) ne pas depasser le volume de stockage du surgelateur
142 EQ_OUVRIER (A,T) defeni le nombre d ouvrier a l atelier a a la periode t
143 EQ_MAXOUVRIER(A,T1) ne pas depasser le nombre d ouvrier maximum autorise
144 EQ_LIEN_PRODUCTION_OUVRIER(A,T1) equation liant la production au nombre d ouvrier ;
145
146
147
148 EQ_Z.. z =E= SUM(T1,ctmp(T1)+ctsmpt(T1)+ctsp(T1)+ctpp(T1)+cte(T1)+ctli(T1));
149
150 EQ_COUT_TOTAL_MP(T1).. ctmp(T1) =E= SUM(MP,achatmp(MP,T1)*PrixMP(MP,T1));
151
152 EQ_COUT_TOTAL_STOCKAGE_MP(T1).. ctsmp(T1) =E= SUM(MP,smp(MP,T1)*CoutUnitaireStockageMP(MP));
153
154 EQ_COUT_TOTAL_STOCKAGE_PRODUIT(T1) .. ctsp(T1) =E= SUM(P,sp(P,T1)*CoutUnitaireStockageProduit(P));
155
156 EQ_COUT_TOTAL_PRODUCTION(T1).. ctp(T1) =E= SUM((P,A),pp(P,T1)*TempsFabricationProduit(P,A)/
60*CoutUnitaireHoraireAtelier(A));
157
158 EQ_COUT_TOTAL_ENGAGEMENT(T1).. cte(T1) =E= SUM(A,eo(A,T1)*CoutUnitaireEngagement(A));
159
160 EQ_COUT_TOTAL_LICENCIEMENT(T1).. ctli(T1) =E= SUM(A,lho(A,T1)*CoutUnitaireLicencierement(A));
161
162 EQ_INIT_SMP1 (MP,T) $ (ORD(T) EQ 1 AND ORD(MP) EQ 1).. smp(MP,T) =E= 120 ;
163
164 EQ_INIT_SMP2 (MP,T) $ (ORD(T) EQ 1 AND ORD(MP) EQ 2)..smp(MP,T) =E= 50 ;
165
166 EQ_INIT_SP1 (P,T) $ (ORD(T) EQ 1 AND ORD(P) EQ 1).. sp(P,T) =E= 250 ;
167
168 EQ_INIT_SP2 (P,T) $ (ORD(T) EQ 1 AND ORD(P) EQ 2).. sp(P,T) =E= 350 ;
169
170 EQ_INIT_OUVRIER1 (A,T) $ (ORD(T) EQ 1 AND ORD(A) EQ 1).. ouvrier(A,T) =E= 30 ;
171
172 EQ_INIT_OUVRIER2 (A,T) $ (ORD(T) EQ 1 AND ORD(A) EQ 2).. ouvrier(A,T) =E= 12 ;
173
174 EQ_STOCK_MP (MP,T) $T1(T) .. smp(MP,T) =E= sum(TP$SUIVANT(TP,T),smp(MP,TP)) + achatmp(MP,T)-
sum(P,QuantiteMPP(MP,P)*pp(P,T));
175
176 EQ_STOCK_PRODUIT (P,T) $T1(T) .. sp(P,T) =E= sum(TP$SUIVANT(TP,T),sp(P,TP))+pp(P,T)-Demande(P,T);
177
178 EQ_ACHAT_OFFRE(MP,T1).. achatmp(MP,T1) =L= OffreMP(MP,T1);
179
180 EQ_VOLUME_SURGELATEUR(T1).. sum(P,VolumeStockageProduit(P)*sp(P,T1))+sum(MP,VolumeStockageMP(MP)*smp(MP,T1)) =L=
VolumeMAX;
181
182 EQ_OUVRIER (A,T) $T1(T) .. ouvrier (A,T) =E= sum(TP$SUIVANT(TP,T),ouvrier (A,TP)) + eo (A,T) - lio (A,T);
183
184 EQ_MAXOUVRIER(A,T1).. ouvrier(A,T1) =L= OuvrierMAX(A);
185
186 EQ_LIEN_PRODUCTION_OUVRIER(A,T1) .. sum(P,pp(P,T1)*TempsFabricationProduit(P,A)/60) =E=
ouvrier(A,T1)*HoraireJournalier*JourOuvrable(T1);
187
188
189
190 MODEL PRODUCTION /ALL/;
191
192 SOLVE PRODUCTION USING LP MINIMIZING z ;
193

```

```

COMPILATION TIME = 0.000 SECONDS 3 MB 33.2.0 r4f23b21 WEX-WEI
GAMS 33.2.0 r4f23b21 Released Dec 1, 2020 WEX-WEI x86 64bit/MS Windows - 04/27/21 18:31:18 Page 2
General Algebraic Modeling System

```

Model Statistics SOLVE PRODUCTION Using LP From line 192

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	20	SINGLE EQUATIONS	83
BLOCKS OF VARIABLES	14	SINGLE VARIABLES	87
NON ZERO ELEMENTS	243		

GENERATION TIME = 0.016 SECONDS 4 MB 33.2.0 r4f23b21 WEX-WEI  
GAMS 33.2.0 r4f23b21 Released Dec 1, 2020 WEX-WEI x86 64bit/MS Windows - 04/27/21 18:31: 18 Page 3  
General Algebraic Modeling System  
Solution Report SOLVE PRODUCTION Using LP From line 192

SOLVE SUMMARY

MODEL PRODUCTION	OBJECTIVE z
TYPE LP	DIRECTION MINIMIZE
SOLVER CPLEX	FROM LINE 192

\*\*\*\* SOLVER STATUS 1 Normal Completion  
\*\*\*\* MODEL STATUS 1 Optimal  
\*\*\*\* OBJECTIVE VALUE 428099.3069

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.016 10000000000.000  
ITERATION COUNT, LIMIT 25 2147483647  
--- \*\*\* This solver runs with a demo license. No commercial use.  
--- GMO memory 0.52 Mb (peak 0.52 Mb)  
--- Dictionary memory 0.00 Mb  
--- Cplex 12.10.0.0 link memory 0.00 Mb (peak 0.01 Mb)  
--- Starting Cplex

--- LP status (1): optimal.  
--- Cplex Time: 0.00sec (det. 0.17 ticks)

Optimal solution found  
Objective: 428099.306868

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--- EQU EQ_Z	.	.	.	1.0000

EQ\_Z definit la fonction objective

--- EQU EQ\_COUT\_TOTAL\_MP cout total des matieres premieres

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	.	1.0000
ETE	.	.	.	1.0000
AUTOMNE	.	.	.	1.0000
HIVER	.	.	.	1.0000

--- EQU EQ\_COUT\_TOTAL\_STOCKAGE\_MP cout total de stockage des matieres premieres

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	.	1.0000
ETE	.	.	.	1.0000
AUTOMNE	.	.	.	1.0000
HIVER	.	.	.	1.0000

--- EQU EQ\_COUT\_TOTAL\_STOCKAGE\_PRODUIT cout total de stockage des produits

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	.	1.0000
ETE	.	.	.	1.0000
AUTOMNE	.	.	.	1.0000
HIVER	.	.	.	1.0000

---- EQU EQ\_COUT\_TOTAL\_PRODUCTION cout total de production

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	.	1.0000
ETE	.	.	.	1.0000
AUTOMNE	.	.	.	1.0000
HIVER	.	.	.	1.0000

---- EQU EQ\_COUT\_TOTAL\_ENGAGEMENT cout total d engagement

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	.	1.0000
ETE	.	.	.	1.0000
AUTOMNE	.	.	.	1.0000
HIVER	.	.	.	1.0000

---- EQU EQ\_COUT\_TOTAL\_LICENCIEMENT cout total de licenciement

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	.	1.0000
ETE	.	.	.	1.0000
AUTOMNE	.	.	.	1.0000
HIVER	.	.	.	1.0000

---- EQU EQ\_INIT\_SMP1 initialisation stock de chocolat

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
CHOCOLAT.INITIALEMENT		120.0000	120.0000	120.0000	-6.5000

---- EQU EQ\_INIT\_SMP2 initialisation stock de fruit frais

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
FRUITS_FRAIS.INITIALEMENT		50.0000	50.0000	50.0000	-1.5000

---- EQU EQ\_INIT\_SP1 initialisation stock de delice du cacao

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
DELICE_DU_CACAO.INITIALEMENT		250.0000	250.0000	250.0000	-5.9131

---- EQU EQ\_INIT\_SP2 initialisation stock du verger

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
DELICE_DU_VERGER.INITIALEMENT		350.0000	350.0000	350.0000	-7.0800

---- EQU EQ\_INIT\_OUVRIER1 initialisation nombre ouvrier confection

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
CONCEPTION.INITIALEMENT		30.0000	30.0000	30.0000	2500.0000

---- EQU EQ\_INIT\_OUVRIER2 initialisation nombre ouvrier conditionnement

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
CONDITIONNEMENT.INITIALEMENT		12.0000	12.0000	12.0000	1500.0000



---- EQU EQ\_STOCK\_MP defini le stock de matieres premieres a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CHOCOLAT .PRINTEMPS	.	.	.	-6.5000
CHOCOLAT .ETE	.	.	.	-6.5000
CHOCOLAT .AUTOMNE	.	.	.	-6.5000
CHOCOLAT .HIVER	.	.	.	-6.5000
FRUITS_FRAIS.PRINTEMPS	.	.	.	-1.5000
FRUITS_FRAIS.ETE	.	.	.	-1.0000
FRUITS_FRAIS.AUTOMNE	.	.	.	-21.8369
FRUITS_FRAIS.HIVER	.	.	.	-22.1869

---- EQU EQ\_STOCK\_PRODUIT defini le stock de produits a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
DELICE_DU_CACAO .PRINTEMPS	-4500.0000	-4500.0000	-4500.0000	-5.9131
DELICE_DU_CACAO .ETE	-7500.0000	-7500.0000	-7500.0000	-6.1631
DELICE_DU_CACAO .AUTOMNE	-7000.0000	-7000.0000	-7000.0000	-8.7125
DELICE_DU_CACAO .HIVER	-6000.0000	-6000.0000	-6000.0000	-8.8472
DELICE_DU_VERGER.PRINTEMPS	-2500.0000	-2500.0000	-2500.0000	-7.0800
DELICE_DU_VERGER.ETE	-1500.0000	-1500.0000	-1500.0000	-7.3300
DELICE_DU_VERGER.AUTOMNE	-5000.0000	-5000.0000	-5000.0000	-12.4969
DELICE_DU_VERGER.HIVER	-7000.0000	-7000.0000	-7000.0000	-12.7469

---- EQU EQ\_ACHAT\_OFFRE ne pas acheter plus que l offre

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CHOCOLAT .PRINTEMPS	-INF	166.5854	+INF	.
CHOCOLAT .ETE	-INF	300.9146	+INF	.
CHOCOLAT .AUTOMNE	-INF	350.0000	+INF	.
CHOCOLAT .HIVER	-INF	300.0000	+INF	.
FRUITS_FRAIS.PRINTEMPS	-INF	183.7979	1000.0000	.
FRUITS_FRAIS.ETE	-INF	771.2021	2000.0000	.
FRUITS_FRAIS.AUTOMNE	-INF	500.0000	500.0000	-19.8369
FRUITS_FRAIS.HIVER	-INF	60.0000	60.0000	-18.1869

---- EQU EQ\_VOLUME\_SURGELATEUR ne pas depasser le volume de stockage du surgelateur

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	-INF	853.6411	2000.0000	.
ETE	-INF	2000.0000	2000.0000	-8.1948
AUTOMNE	-INF	1901.2821	2000.0000	.
HIVER	-INF	2000.0000	.	.

---- EQU EQ\_OUVRIER defini le nombre d ouvrier a l atelier a a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CONCEPTION .PRINTEMPS	.	.	.	2500.0000
CONCEPTION .ETE	.	.	.	682.0488
CONCEPTION .AUTOMNE	.	.	.	-1000.0000
CONCEPTION .HIVER	.	.	.	-494.6139
CONDITIONNEMENT.PRINTEMPS	.	.	.	1500.0000
CONDITIONNEMENT.ETE	.	.	.	487.5122
CONDITIONNEMENT.AUTOMNE	.	.	.	-500.0000
CONDITIONNEMENT.HIVER	.	.	.	-500.0000

---- EQU EQ\_MAXOUVRIER ne pas depasser le nombre d ouvrier maximum autorise

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CONCEPTION .PRINTEMPS	-INF	8.8118	52.0000	.
CONCEPTION .ETE	-INF	8.8118	52.0000	.
CONCEPTION .AUTOMNE	-INF	13.7108	52.0000	.

CONCEPTION .HIVER	-INF	13.7108	52.0000	.
CONDITIONNEMENT.PRINTEMPS	-INF	3.2079	22.0000	.
CONDITIONNEMENT.ETE	-INF	3.2079	22.0000	.
CONDITIONNEMENT.AUTOMNE	-INF	5.1451	22.0000	.
CONDITIONNEMENT.HIVER	-INF	5.2808	22.0000	.

---- EQU EQ\_LIEN\_PRODUCTION\_OUVRIER equation liant la production au nombre d ouvrier

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CONCEPTION .PRINTEMPS	.	.	.	3.7874
CONCEPTION .ETE	.	.	.	3.3374
CONCEPTION .AUTOMNE	.	.	.	-1.1083
CONCEPTION .HIVER	.	.	.	-1.0304
CONDITIONNEMENT.PRINTEMPS	.	.	.	2.1093
CONDITIONNEMENT.ETE	.	.	.	1.9593
CONDITIONNEMENT.AUTOMNE	.	.	.	EPS
CONDITIONNEMENT.HIVER	.	.	.	-1.0417

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR z	-INF	428099.3069	+INF	.

z cout total

---- VAR ctp p cout total de production du produit p a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	67498.8386	+INF	.
ETE	.	70873.7805	+INF	.
AUTOMNE	.	100440.1709	+INF	.
HIVER	.	106345.5433	+INF	.

---- VAR ct m p cout total des matieres premieres a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	1358.5017	+INF	.
ETE	.	2727.1472	+INF	.
AUTOMNE	.	3275.0000	+INF	.
HIVER	.	2190.0000	+INF	.

---- VAR ct s p cout total du stock des produits a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	417.4216	+INF	.
ETE	.	285.7143	+INF	.
AUTOMNE	.	215.2015	+INF	.
HIVER	.	.	+INF	.

---- VAR ct s m p cout total du stock des matieres premieres a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	+INF	.
ETE	.	184.0000	+INF	.
AUTOMNE	.	193.8718	+INF	.
HIVER	.	.	+INF	.

---- VAR ct e cout total d engagement a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS	.	.	+INF	.
ETE	.	.	+INF	.
AUTOMNE	.	5867.6040	+INF	.
HIVER	.	67.8780	+INF	.

---- VAR cti cout total de licenciement a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
PRINTEMPS		66158.6334	+INF	
ETE			+INF	
AUTOMNE			+INF	
HIVER			+INF	

---- VAR achatmp achat des matieres premieres a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CHOCOLAT .PRINTEMPS		166.5854	+INF	
CHOCOLAT .ETE		300.9146	+INF	
CHOCOLAT .AUTOMNE		350.0000	+INF	
CHOCOLAT .HIVER		300.0000	+INF	
FRUITS_FRAIS.PRINTEMPS		183.7979	+INF	
FRUITS_FRAIS.ETE		771.2021	+INF	
FRUITS_FRAIS.AUTOMNE		500.0000	+INF	
FRUITS_FRAIS.HIVER		60.0000	+INF	

---- VAR sp stock des produits a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
DELICE_DU_CACAO .INITIALEMENT			250.0000	+INF
DELICE_DU_CACAO .PRINTEMPS			1481.7073	+INF
DELICE_DU_CACAO .ETE				+INF 1.7980
DELICE_DU_CACAO .AUTOMNE				+INF 0.1153
DELICE_DU_CACAO .HIVER				+INF 9.0972
DELICE_DU_VERGER .INITIALEMENT			350.0000	+INF
DELICE_DU_VERGER .PRINTEMPS			187.9791	+INF
DELICE_DU_VERGER .ETE			1142.8571	+INF
DELICE_DU_VERGER .AUTOMNE			860.8059	+INF
DELICE_DU_VERGER .HIVER				+INF 12.9969

---- VAR smp stock des matieres premieres a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CHOCOLAT .INITIALEMENT		120.0000	+INF	
CHOCOLAT .PRINTEMPS			+INF	0.1000
CHOCOLAT .ETE			+INF	0.1000
CHOCOLAT .AUTOMNE			+INF	0.1000
CHOCOLAT .HIVER			+INF	6.6000
FRUITS_FRAIS .INITIALEMENT		50.0000	+INF	
FRUITS_FRAIS .PRINTEMPS			+INF	0.8500
FRUITS_FRAIS .ETE		525.7143	+INF	
FRUITS_FRAIS .AUTOMNE		553.9194	+INF	
FRUITS_FRAIS .HIVER			+INF	22.5369

---- VAR pp production du produit p a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
DELICE_DU_CACAO .PRINTEMPS			5731.7073	+INF
DELICE_DU_CACAO .ETE			6018.2927	+INF
DELICE_DU_CACAO .AUTOMNE			7000.0000	+INF
DELICE_DU_CACAO .HIVER			6000.0000	+INF
DELICE_DU_VERGER .PRINTEMPS			2337.9791	+INF
DELICE_DU_VERGER .ETE			2454.8780	+INF
DELICE_DU_VERGER .AUTOMNE			4717.9487	+INF
DELICE_DU_VERGER .HIVER			6139.1941	+INF

---- VAR ouvrier nombre d ouvrier present a l atelier a a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--	-------	-------	-------	----------

CONCEPTION	.INITIALEMENT	30.0000	+INF
CONCEPTION	.PRINTEMPS	8.8118	+INF
CONCEPTION	.ETE	8.8118	+INF
CONCEPTION	.AUTOMNE	13.7108	+INF
CONCEPTION	.HIVER	13.7108	+INF
CONDITIONNEMENT	.INITIALEMENT	12.0000	+INF
CONDITIONNEMENT	.PRINTEMPS	3.2079	+INF
CONDITIONNEMENT	.ETE	3.2079	+INF
CONDITIONNEMENT	.AUTOMNE	5.1451	+INF
CONDITIONNEMENT	.HIVER	5.2808	+INF

--- VAR eo nombre d ouvrier engage a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CONCEPTION			+INF	3500.0000
CONCEPTION			+INF	1682.0488
CONCEPTION		4.8990	+INF	
CONCEPTION			+INF	505.3861
CONDITIONNEMENT			+INF	2000.0000
CONDITIONNEMENT			+INF	987.5122
CONDITIONNEMENT		1.9372	+INF	
CONDITIONNEMENT		0.1358	+INF	

--- VAR lio nombre d ouvrier licencie a la periode t

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
CONCEPTION		21.1882	+INF	
CONCEPTION			+INF	1817.9512
CONCEPTION			+INF	3500.0000
CONCEPTION			+INF	2994.6139
CONDITIONNEMENT		8.7921	+INF	
CONDITIONNEMENT			+INF	1012.4878
CONDITIONNEMENT			+INF	2000.0000
CONDITIONNEMENT			+INF	2000.0000

\*\*\*\* REPORT SUMMARY : 0 NONOPT  
0 INFEASIBLE  
0 UNBOUNDED

EXECUTION TIME = 0.109 SECONDS 4 MB 33.2.0 r4f23b21 WEX-WEI

USER: GAMS Demo license for Charles Albert Bedoret G210127|0002CO-GEN  
UCLouvain, Belgium DL030288

\*\*\*\* FILE SUMMARY

Input C:\Users\charl\OneDrive - ECAM\Bureau\Nouveau\_TFE\GAMS\TFE\_Bedoret.gms  
Output C:\Users\charl\OneDrive - ECAM\Bureau\Nouveau\_TFE\GAMS\TFE\_Bedoret.lst

## Abstract :

This thesis is consecrated to optimizing the planning of the production of two frozen desserts. Based on a set of data and information available to us, we provide optimal plans to purchase ingredients, produce, store and engage and fire workers in order to minimize the total cost. This thesis recounts the steps taken to achieve these plans. The first step is to create a mathematical model that links all the data on the production of desserts. Then this model is written in the GAMS optimization software. The latter gives the results that reduce the total cost to its minimum. The final step of this thesis is the analyze of those results.

## Résumé :

Ce travail de fin d'études est consacré à l'optimisation de la planification de la production de deux desserts glacés. Sur base d'un ensemble de données et d'informations mises à notre disposition, nous fournissons les plans optimaux d'achat des ingrédients, de production, de stockage et d'engagement et de licenciement des ouvriers afin de minimiser le coût total. Ce TFE relate les étapes parcourues pour la réalisation de ces plans. Il s'agit d'abord de créer un modèle mathématique qui lie l'ensemble des données sur la production des desserts. Ensuite ce modèle est écrit dans le logiciel d'optimisation GAMS. Ce dernier donne les résultats qui réduisent le coût total à son minimum. La dernière étape de ce TFE est l'analyse de ces résultats.

**UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN**  
Louvain School of Management

Place des Doyens, 1 bte L2.01.01, 1348 Louvain-la-Neuve  
Boulevard Emile Devreux 6, 6000 Charleroi, Belgique  
Chaussée de Binche 151, 7000 Mons, Belgique  
[www.uclouvain.be/lsm](http://www.uclouvain.be/lsm)