

Louvain School of Management

Conséquences du passage de l'ensemble du réseau belge de gazoducs au gaz à haut pouvoir calorifique

Auteur : Jérémie Waltzing
Promoteur : Daniel De Wolf
Année académique 2020-2021
Travail de fin d'études (TFE) en vue d'obtenir le titre de
Master (60) en Sciences de Gestion
Horaire de jour

Résumé

L'objectif de ce travail est de déterminer comment distribuer le gaz naturel au travers du réseau de gazoducs belge pour un coût d'approvisionnement minimal. Cette optimisation du réseau sera effectuée dans deux situations : premièrement dans le cas du réseau actuel de distribution de gaz riche et deuxièmement dans le cas de la situation future du réseau après l'arrêt des livraisons de gaz pauvre par les Pays-Bas.

Pour ce faire, ce travail utilise la méthode proposée par De Wolf et Smeers dans [1]. Cette méthode fait appel à un problème d'optimisation auxiliaire qui permet de trouver un point de départ acceptable pour résoudre le problème d'optimisation du réseau qui se trouve être non-linéaire et non-convexe.

Les résultats de l'optimisation indiquent que l'approvisionnement en gaz riche norvégien doit être privilégié à celui provenant d'Algérie en raison de son coût moindre et ce dans les deux situations étudiées. L'analyse nous indique aussi qu'il faudrait renégocier à la hausse le contrat avec la Norvège au détriment de celui avec l'Algérie. Dans le cadre de la situation future du réseau après l'arrêt des livraisons de gaz néerlandais, le problème n'est réalisable qu'à condition d'ajouter un compresseur supplémentaire sur l'arc Warnand-Namur.

Remerciements

Je tiens à remercier le professeur Daniel De Wolf pour son accompagnement et sa disponibilité tout au long de cette année.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Description du réseau de gaz belge	3
2.1	Structure générale	3
2.2	Description de la demande	5
2.3	Description de l’approvisionnement	6
3	Formulation du problème	8
3.1	Indices	8
3.2	Variables	8
3.3	Formulation de l’objectif	8
3.4	Formulation des contraintes	9
3.4.1	Contraintes sur les noeuds	9
3.4.2	Contraintes sur les arcs	11
3.5	Formulation du problème	12
4	Méthode de résolution du problème	13
4.1	Détermination du point de départ	13
4.1.1	Propriétés du problème auxiliaire	14
4.2	Traitement des arcs parallèles	15
5	Analyse post-optimale	17
5.1	Présentation de la solution optimale	17
5.2	Incertitudes en Algérie	19
5.3	Renégociation des contrats	20
5.4	Arrêt de la fourniture de gaz hollandais	20
6	Conclusion	25
A	Situation actuelle du réseau H	27
B	Situation future du réseau belge de gaz	29

C Code GAMS	31
C.1 Situation actuelle du réseau H	31
C.2 Situation future du réseau	34

Table des figures

- 2.1 Carte du réseau belge de gaz à haute pression [1]. 3
- 2.2 Diagramme représentant le réseau belge de gaz. Les noeuds sont référencés
à la table A.1. 4
- 3.1 Flux de gaz entrant et sortant du noeud i 9

Liste des tableaux

2.1	Demande annuelle de gaz en Belgique par province	5
2.2	Demande annuelle de gaz riche en Belgique par province	5
2.3	Demande journalière maximum de gaz riche en Belgique par province . . .	6
2.4	Montant et prix des contrats	6
2.5	Enlèvements journaliers minimum et maximum	7
2.6	Capacités de déstockage	7
5.1	Résultats optimaux pour les variables s_i et p_i	18
5.2	Résultats optimaux pour les flux de gaz f_{ij}	18
5.3	Résultats optimaux pour les variables s_i et p_i après fusion des réseaux L et H	23
5.4	Résultats optimaux pour les flux de gaz f_{ij} après fusion des réseaux L et H	24
A.1	Description des noeuds du réseau H [1]	27
A.2	Description des gazoducs du réseau H [1]	28
B.1	Description des noeuds après fusion des réseaux H et L	29
B.2	Description des gazoducs après fusion des réseaux H et L	30

Chapitre 1

Introduction

Depuis 1966, la Belgique s’approvisionne en gaz naturel auprès des Pays-Bas [2]. Ce gaz provenant du gisement de Slochteren dans le nord des Pays-Bas est un gaz dit pauvre c’est-à-dire avec un bas pouvoir calorifique. A la fin des années 70, la consommation de gaz naturel en Belgique a beaucoup augmenté et notre pays a dû trouver des sources d’approvisionnement supplémentaires [2]. La Belgique s’est alors tournée notamment vers l’Algérie [3] et la Norvège [2] qui lui fournissent du gaz en complément du contrat néerlandais. Le gaz algérien et norvégien est dit riche car il contient plus d’énergie au mètre cube que le gaz pauvre. Or les réserves de gaz pauvre de la région de Slochteren s’amenuisent. Le gouvernement néerlandais a donc décidé d’arrêter progressivement les livraisons de gaz à la Belgique entre 2018 et 2029 pour les stopper définitivement en 2030 [4]. C’est dans ce contexte de changement dans la distribution du gaz en Belgique que s’inscrit le présent travail.

L’objectif de ce travail est de déterminer comment distribuer le gaz naturel au travers du réseau de gazoducs belge pour un coût d’approvisionnement minimal. La démarche entreprise pour atteindre cet objectif se déroule en trois étapes.

La première étape consiste à formuler le problème d’optimisation sous la forme d’un problème de transport. Ce problème minimisant les coûts de fourniture de gaz doit respecter des contraintes liées aux différents contrats d’approvisionnement, à la demande en gaz de chaque province, aux lois physiques régissant le transport de gaz dans les gazoducs ainsi qu’à la résistance des conduites.

Une fois le problème formulé, il faut le résoudre. La méthode de résolution utilisée est celle proposée par De Wolf et Smeers dans [1]. Cette méthode comporte deux phases. La première consiste à résoudre un problème auxiliaire afin de trouver un point de départ acceptable pour le problème principal formulé lors de la première étape. La seconde phase consiste à résoudre le problème principal.

Enfin, la dernière étape est une analyse de la solution du problème d'optimisation de distribution du gaz en Belgique. Ce chapitre présentera les résultats optimaux pour la situation actuelle du réseau de distribution de gaz riche puis s'intéressera aux conséquences d'une hausse du prix du gaz algérien ainsi qu'à l'intérêt qu'il y aurait à renégocier les contrats d'approvisionnement avec la Norvège et l'Algérie. Finalement, une dernière section présentera la solution optimale pour la distribution de gaz en Belgique une fois que les livraisons de gaz néerlandais seront arrêtées et que tout le pays sera desservi par du gaz riche.

Chapitre 2

Description du réseau de gaz belge

2.1 Structure générale

Le réseau belge de transport de gaz à haute pression (représenté sur la carte 2.1 et schématisé à la figure 2.2) est, en fait, actuellement composé de deux réseaux distincts.

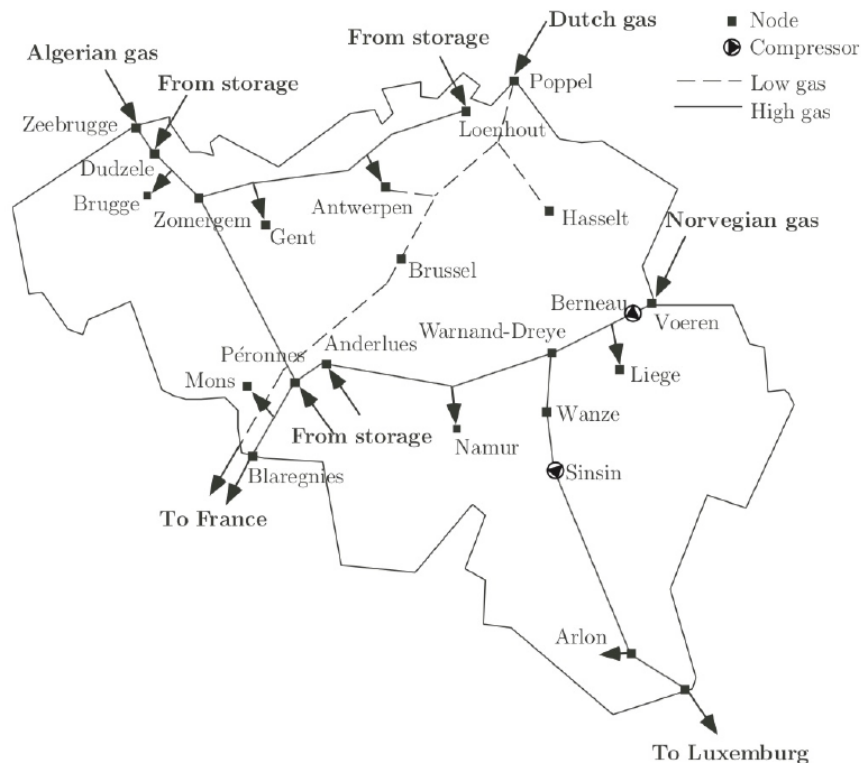


FIGURE 2.1 – Carte du réseau belge de gaz à haute pression [1].

Le premier de ces deux réseaux transporte du gaz naturel à bas pouvoir calorifique, aussi appelé gaz pauvre, provenant des Pays-Bas (dit gaz de Slochteren). Il approvisionne la province de Limbourg, Bruxelles et les deux tiers de la province d'Anvers. Une partie

de ce gaz néerlandais ne fait que transiter par la Belgique en direction de la France via Blaregnies [1]. Cette partie du réseau est dénommée "réseau L" [5].

Le second réseau transporte du gaz à haut pouvoir calorifique, aussi appelé gaz riche, et approvisionne le reste de la Belgique ainsi que le Grand-Duché de Luxembourg. Une partie de ce gaz riche transite par la Belgique en direction de la France, toujours via Blaregnies. Ce gaz riche provient de deux sources d'approvisionnement différentes : l'Algérie dont le gaz arrive par méthaniers au terminal de Zeebrugge et la Norvège dont le gaz arrive en Belgique par gazoducs au niveau de Voeren [1]. Cette partie du réseau est dénommée "réseau H" [5].

Ces réseaux sont tous deux équipés de compresseurs permettant de compenser les pertes de charges dues au transport du gaz dans les conduites et ainsi de maintenir une pression et un débit élevés dans le réseau. Ces compresseurs sont situés à Berneau et Sinsin pour le réseau H et à Weelde et Winksele pour le réseau L [5].

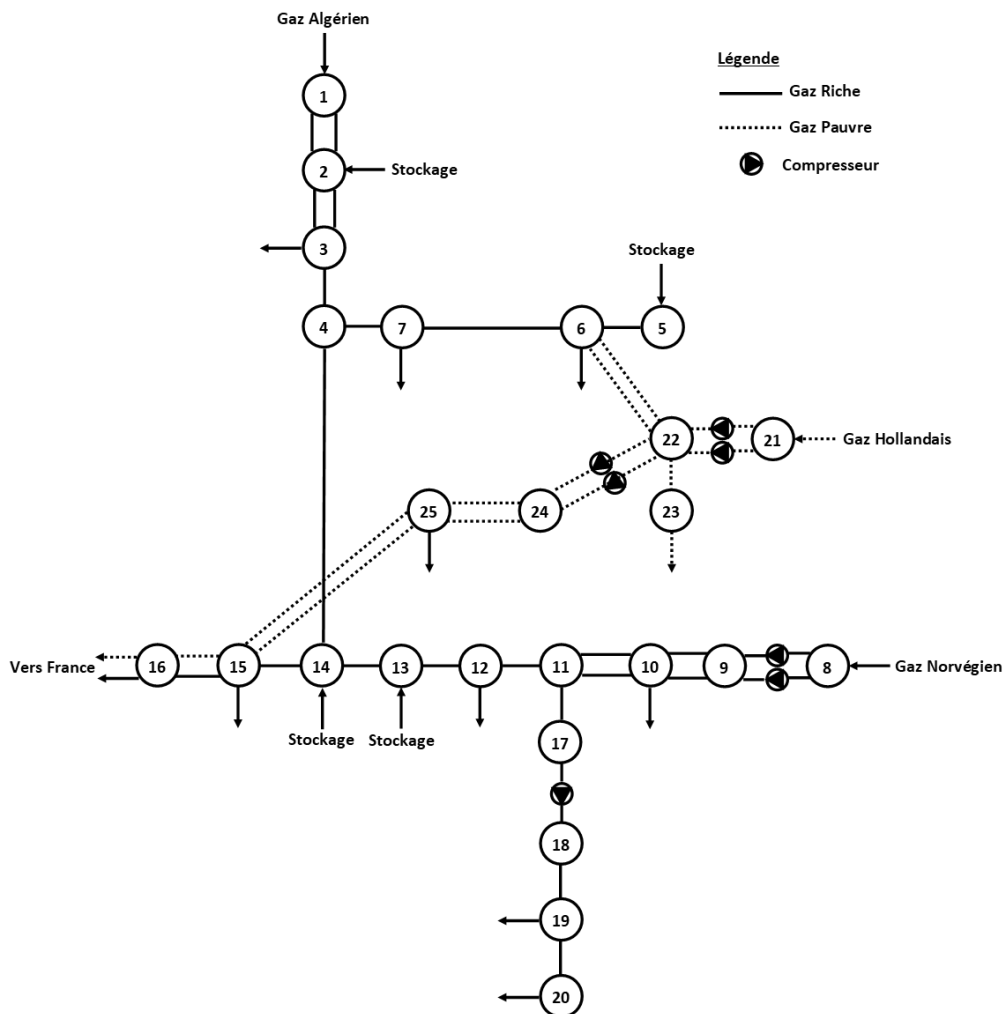


FIGURE 2.2 – Diagramme représentant le réseau belge de gaz. Les noeuds sont référencés à la table A.1.

2.2 Description de la demande

Les estimations de la demande utilisées dans ce travail proviennent du rapport annuel de la fédération belge des industries du gaz [6]. Ces estimations pour la demande annuelle intérieure belge ainsi que celle du Grand-Duché de Luxembourg sont reprises dans la table 2.1.

Province	Demande 10^6 GJ	Pourcentage
Antwerpen	96.251	24.99%
Arlon	1.765	0.46%
Brugge	31.159	8.09%
Bruxelles	57.270	14.87%
Gent	41.797	10.85%
Hasselt	19.704	5.12%
Liège	50.617	13.14%
Mons	54.460	14.14%
Namur	16.863	4.38%
Luxembourg	15.264	3.96%
Total	385.150	100%

TABLE 2.1 – Demande annuelle de gaz en Belgique par province

Pour trouver la demande en gaz riche, il faut exclure de ce tableau Bruxelles, Hasselt et les 2/3 de la province d'Antwerpen qui sont desservis par le gaz pauvre en provenance des Pays-Bas. Cette demande annuelle en gaz riche par province est reprise dans la table 2.2.

Province	Demande 10^6 GJ	Pourcentage
Antwerpen	32.083	13.15%
Arlon	1.765	0.72%
Brugge	31.159	12.77%
Gent	41.797	17.13%
Liège	50.617	20.74%
Mons	54.460	22.32%
Namur	16.863	6.91%
Luxembourg	15.264	6.26%
Total	244.008	100%

TABLE 2.2 – Demande annuelle de gaz riche en Belgique par province

Pour obtenir la demande journalière en gaz riche, on se base sur le jour critique de l'année de référence à savoir le 30 novembre. Ce jour-là, la demande journalière fut de $2.027 \cdot 10^6$ GJ. Cette quantité de gaz comprend uniquement $1.284 \cdot 10^6$ GJ de gaz riche. Le modèle étant formulé en utilisant des mètres cubes standards, on doit convertir cette valeur. Pour cela, on utilise le pouvoir calorifique du gaz riche qui est de 10 000 kilocalories/ m^3 ou

0.041855 GJ/ m^3 . Cela nous donne donc une demande journalière en gaz riche de 30.682 $10^6 m^3$ /jour. Enfin, on répartit cette quantité entre les différents noeuds de demande en utilisant les pourcentages de la table 2.2. Cette répartition de la demande journalière maximum en gaz riche par province est présentée dans la table 2.3.

Province	Demande $10^6 m^3$ /jour	Pourcentage
Antwerpen	4.034	13.15%
Arlon	0.222	0.72%
Brugge	3.918	12.77%
Gent	5.256	17.13%
Liège	6.365	20.74%
Mons	6.848	22.32%
Namur	2.120	6.91%
Luxembourg	1.919	6.26%
Total	30.682	100%

TABLE 2.3 – Demande journalière maximum de gaz riche en Belgique par province

A cela, il faut ajouter le gaz transporté de Voeren à Blaregnies pour la France qui est de 15.616 $10^6 m^3$ /jour.

2.3 Description de l’approvisionnement

Une estimation des quantités annuelles contractées par la Belgique auprès de ses fournisseurs (Norvège et Algérie) ainsi que les prix figurant dans les contrats sont disponibles dans le rapport annuel de Cedigaz [7]. Ces données sont reprises dans la table 2.4.

Producteur	quantité annuelle $10^9 m^3$ /an	quantité journalière $10^6 m^3$ /jour	prix \$/MBTU
Norvège	2.03	5.562	1.68
Algérie	3.68	10.082	2.28

TABLE 2.4 – Montant et prix des contrats

Les contrats d’approvisionnement comporte généralement une clause de flexibilité. On fait ici l’hypothèse que cette clause permet une variation de la quantité journalière livrée entre 85% et 115% de la quantité journalière contractuelle. Les livraisons maximales et minimales ainsi obtenues sont reprises à la table 2.5.

Producteur	quantité journalière $10^6 m^3/\text{an}$	minimum $10^6 m^3/\text{jour}$	maximum $10^6 m^3/\text{jour}$
Norvège	5.562	4.728	6.396
Algérie	10.082	8.870	11.594
Total	15.644	13.297	17.99

TABLE 2.5 – Enlèvements journaliers minimum et maximum

Le gaz provenant des différents lieux de stockage a un prix implicite. On décide d'appliquer le prix du gaz algérien soit 2.28 \$/MBTU pour les lieux de stockage de Loenhout et Dudzele. Le gaz déstocké de Péronnes et Anderlues a lui le prix du gaz norvégien soit 1.68 \$/MBTU. Les capacités de déstockage maximales de ces différents dépôts sont reprises table 2.6.

Stockage	Déstockage maximum m^3/heure	Déstockage maximum $10^6 m^3/\text{jour}$
Anderlues	50 000	1.20
Dudzele	350 000	8.40
Loenhout	200 000	4.80
Péronnes	40 000	0.96

TABLE 2.6 – Capacités de déstockage

Chapitre 3

Formulation du problème

3.1 Indices

Dans le réseau de gaz belge décrit dans le chapitre précédent on distingue trois types de noeuds. Premièrement, les noeuds d'offre au niveau desquels un flux de gaz entre dans le réseau. Ces noeuds d'offre forment l'ensemble N_o . Deuxièmement, les noeuds de demande au niveau desquels un flux de gaz sort du réseau. Ces noeuds forment l'ensemble N_d . Et troisièmement, les noeuds d'interconnexion. Ces trois ensembles sont inclus dans l'ensemble des noeuds du réseau noté N .

Lorsque deux noeuds sont reliés entre eux, ils le sont par un arc. On distingue deux types d'arcs : les arcs actifs comprenant un compresseur et dont l'ensemble est noté A_a et les arcs passifs, sans compresseurs, dont l'ensemble est noté A_p . L'union de ces deux ensembles forment l'ensemble des arcs noté A .

3.2 Variables

Le modèle d'optimisation formulé dans la suite de ce chapitre utilise trois variables :

- p_i : la pression du gaz au noeud i , $\forall i \in N$.
- s_i : le flux de gaz entrant ($s_i > 0$) ou sortant ($s_i < 0$) du réseau au noeud i , $\forall i \in N_o \cup N_d$.
- f_{ij} : le flux de gaz parcourant l'arc (i, j) . On a $f_{ij} > 0$ si le flux de gaz va du noeud i vers le noeud j et $f_{ij} < 0$ si le gaz va du noeud j au noeud i , $\forall (i, j) \in A$.

3.3 Formulation de l'objectif

La fonction objectif correspond ici à la minimisation des coûts d'approvisionnement :

$$\min \quad z = \sum_{i \in N_o} c_i s_i \quad (3.1)$$

où c_i est le prix d'approvisionnement au noeud i .

3.4 Formulation des contraintes

3.4.1 Contraintes sur les noeuds

Une première contrainte sur les noeuds est la conservation des flux. Cela implique que, pour un noeud donné, la somme des flux entrants soit égale à la somme des flux sortants (voir figure 3.1). Cette conservation des flux est formulée comme :

$$s_i + \sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} = \sum_{k|(i,k) \in A} f_{ik} \quad (3.2)$$

Cette équation est valable tant pour un noeud d'offre ($s_i > 0$), de demande ($s_i < 0$) ou d'interconnexion ($s_i = 0$).

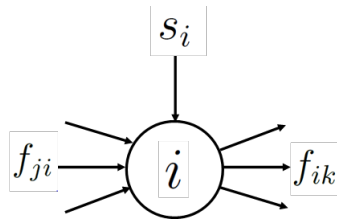


FIGURE 3.1 – Flux de gaz entrant et sortant du noeud i

Une seconde contrainte sur les noeuds concerne la quantité de gaz s_i qui entre ou sort du réseau au noeud i . On distingue ici trois cas de figure, les noeuds d'offre, les noeuds de demande et les noeuds d'interconnexion.

Dans le cas des noeuds d'offre ($s_i > 0$), les contraintes sur la variable s_i sont fixées par les contrats d'approvisionnement en gaz contractés par la Belgique auprès des pays exportateurs. Ces contrats prévoient la livraison d'une certaine quantité quotidienne de gaz ainsi qu'une clause de flexibilité permettant que la quantité de gaz effectivement livrée soit comprise entre 85% et 115% de la quantité contractuelle. Cette clause de flexibilité nous donne donc une borne inférieure (\underline{s}_i) et une borne supérieure (\overline{s}_i) pour la variable s_i d'où les contraintes :

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \overline{s}_i, \quad \forall i \in N_o \quad (3.3)$$

Dans le cas des noeuds de demande ($s_i < 0$), la quantité de gaz prélevée dans le réseau

doit être au moins égale à la demande ($d_i > 0$) de la province concernée. On a donc

$$-s_i \geq d_i \quad (3.4)$$

qui est équivalent à

$$s_i \leq -d_i \quad (3.5)$$

La demande de gaz constitue donc la borne supérieure sur la quantité s_i prélevée dans le réseau. La borne inférieure correspond dans ce cas-ci à $-\infty$ d'où les contraintes :

$$\underline{s}_i = -\infty \leq s_i \leq -d_i = \bar{s}_i, \quad \forall i \in N_d \quad (3.6)$$

Dans le cas d'un noeud d'interconnexion, on a toujours $s_i = 0$ d'où $\underline{s}_i = 0$ et $\bar{s}_i = 0$.

Ces trois cas de figure ont donc la même expression mathématique à savoir

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i, \quad \forall i \in N \quad (3.7)$$

Les valeurs de ces bornes \underline{s}_i et \bar{s}_i pour chacun des noeuds sont reprises dans la table B.1 en annexe.

Un troisième contrainte sur les noeuds concerne la pression du gaz (p_i). Ici aussi on distingue noeuds d'offre et noeuds de demande.

Dans le cas d'un noeud d'offre, les fournisseurs s'engagent contractuellement à fournir le gaz à une pression donnée. Cette pression constitue une borne maximum (\bar{p}_i) car il peut exister des détendeurs à l'entrée du réseau. On a donc pour les noeuds d'offre :

$$0 \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad \forall i \in N_o \quad (3.8)$$

Pour les noeuds de demande, il y a une borne inférieure (\underline{p}_i) à la pression qui correspond à la pression minimale exigée par les compagnies locales de distribution afin de garantir le bon fonctionnement de leur réseau. On a donc

$$\underline{p}_i \leq p_i \quad \forall i \in N_d \quad (3.9)$$

Enfin, il faut noter que tous les noeuds sont soumis à une contrainte de pression maximum correspondant au seuil critique de résistance des conduites de gaz. Ces pressions critiques varient entre 66 et 80 bars en fonction de l'ancienneté de la conduite et sont reprises pour chaque arc dans la table B.2 en annexe.

Ces différentes situations sont résumées en une unique contrainte sur les noeuds :

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \bar{p}_i, \quad \forall i \in N \quad (3.10)$$

3.4.2 Contraintes sur les arcs

La principale contrainte sur les arcs est la loi physique d'écoulement qui lie le flux de gaz f_{ij} parcourant l'arc (i, j) et les pressions aux noeuds i et j .

Cette loi physique d'écoulement se formule comme suit pour les arcs passifs

$$f_{ij} = \begin{cases} C_{ij} (p_i^2 - p_j^2)^{1/2} & \text{si } p_i \geq p_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.11)$$

où C_{ij} est une constante qui se calcule selon la formule

$$C_{ij}^2 = 96,074830 \times 10^{-15} \frac{D^5}{\lambda z T L \delta} \quad (3.12)$$

où

$$\frac{1}{\lambda} = \left[2 \log \left(\frac{3,7D}{\epsilon} \right) \right]^2 \quad (3.13)$$

avec

L	=	longueur du gazoduc [km]	
D	=	diamètre intérieur du gazoduc [mm]	
T	=	température du gaz [K]	= 281,15 K
ϵ	=	rugosité absolue du gazoduc [mm]	= 0,05 mm
δ	=	densité du gaz relative à l'air [-]	= 0,6106
z	=	facteur de compressibilité du gaz [-]	= 0,8

Les valeurs des C_{ij}^2 pour chacun des arcs sont reprises en annexe dans la table B.2.

Or il se trouve que les arcs passifs sont bidirectionnels et donc que la variable f_{ij} est positive si le gaz va de i vers j et négative si le gaz parcourt l'arc dans le sens contraire. On peut donc écrire la loi physique d'écoulement comme

$$f_{ij} = \text{sign}(p_i - p_j) C_{ij} |p_i^2 - p_j^2|^{1/2} \quad (3.14)$$

où $\text{sign}(x)$ vaut 1 si $x \geq 0$ et -1 sinon. Cette équation peut encore être réécrite de manière équivalente comme

$$\text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 = C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad (3.15)$$

Dans le cas des arcs actifs, la loi physique d'écoulement liant le flux de gaz f_{ij} parcourant

l'arc et l'augmentation de pression due au compresseur y est décrite par

$$f_{ij} = \frac{P_{ij}}{k_1 \left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{k_3} - k_2} \quad (3.16)$$

où P_{ij} est la puissance du compresseur et k_1, k_2, k_3 sont des constantes. Cette relation étant hautement non linéaire et donc difficile à exploiter, on simplifie la formulation en faisant trois hypothèses. Premièrement, le flux de gaz parcourant l'arc actif est relié à la différence de pression entre les noeuds de début et de fin d'arc par la contrainte 3.15 relâchée de la manière suivante :

$$\text{sign}(f_{ij})f_{ij}^2 \geq C_{ij}^2(p_i^2 - p_j^2) \quad (3.17)$$

Deuxièmement, le sens de circulation du gaz dans les compresseurs est fixé au préalable. On a donc

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (3.18)$$

Troisièmement, le compresseur peut remonter la pression du gaz jusqu'à la pression maximale permise. Cependant, il peut aussi remonter la pression jusqu'à un niveau inférieur au maximum admissible. La contrainte est donc $p_i \leq \bar{p}_i, \quad \forall (i, j) \in A_a$.

3.5 Formulation du problème

Le problème peut donc être formulé comme :

$$\min \quad z = \sum_{i \in N_o} c_i s_i \quad (3.19a)$$

$$s.t. \quad s_i + \sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} = \sum_{k|(i,k) \in A} f_{ik} \quad \forall i \in N \quad (3.19b)$$

$$\text{sign}(f_{ij})f_{ij}^2 = C_{ij}^2(p_i^2 - p_j^2) \quad \forall (i, j) \in A_p \quad (3.19c)$$

$$\text{sign}(f_{ij})f_{ij}^2 \geq C_{ij}^2(p_i^2 - p_j^2) \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (3.19d)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (3.19e)$$

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i \quad \forall i \in N \quad (3.19f)$$

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad \forall i \in N \quad (3.19g)$$

Chapitre 4

Méthode de résolution du problème

4.1 Détermination du point de départ

Il a été montré dans le chapitre précédent que la formulation du problème est non-linéaire. Cela est dû à la présence de la contrainte 3.19c liant le flux de gaz aux pressions en début et fin de conduite. Il a également été montré par Daniel De Wolf dans [8] que ce problème est convexe si en chaque noeud d'offre ou de demande, on fixe soit la pression soit la quantité de gaz injecté ou extraite du réseau. Comme dans le cas présent on ne fixe pas a priori les valeurs de pression ou des achats de gaz qui sont des variables du problème, le problème est également non-convexe. Afin de trouver un minimum global à un tel problème, il est important d'avoir un bon point de départ c'est-à-dire un point de départ qui soit suffisamment proche de la solution optimale.

Dans le cadre du problème d'optimisation du réseau de gaz belge, la solution optimale va être déterminée par la procédure en deux étapes proposée par De Wolf et Smeers [1]. Premièrement, la résolution d'un problème auxiliaire dont la solution constitue un point de départ acceptable pour la résolution du problème principal décrit au chapitre précédent. La résolution de ce problème principal constituant la seconde étape du processus.

Il a été montré par De Wolf et Smeers [1] que le problème suivant

$$\min \quad h = \sum_{(i,j) \in A} \frac{|f_{ij}| f_{ij}^2}{3C_{ij}^2} \quad (4.1a)$$

$$s.t. \quad \sum_{j|(i,j) \in A} f_{ij} - \sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} = s_i \quad \forall i \in N \quad (4.1b)$$

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \overline{s}_i \quad \forall i \in N \quad (4.1c)$$

peut être considéré comme problème auxiliaire car sa solution fournit un point de départ acceptable pour la résolution du problème principal. De plus, ce problème auxiliaire étant

strictement convexe [1], sa solution est unique.

4.1.1 Propriétés du problème auxiliaire

De Wolf et Smeers ont également montré que ce premier problème a une interprétation physique. Il correspond à la minimisation de la dissipation d'énergie mécanique par unité de temps dans les gazoducs [8].

Il faut noter que le problème auxiliaire relâche les contraintes de pression et élimine les compresseurs du réseau. Cependant, la solution satisfait la contrainte 3.19c liant flux de gaz et différence de pression.

Avant de démontrer cela, rappelons les conditions de Kuhn et Tucker. Celles-ci stipulent que pour un problème d'optimisation de la forme

$$\min \quad f(x) \quad (4.2a)$$

$$s.t. \quad g_k(x) \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (4.2b)$$

$$h_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.2c)$$

s'il existe un minimum local x^* régulier pour les contraintes, alors il existe des multiplieurs $\lambda \in R^m$ et $\mu \in R^p$ tels que

$$\frac{\partial L(x^*)}{\partial x_j} = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (4.3)$$

$$\mu_k g_k(x^*) = 0 \quad \forall k = 1, \dots, p \quad (4.4)$$

$$\mu_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, p \quad (4.5)$$

où $L(x)$ est le Lagrangien du problème. Le Lagrangien se définissant comme :

$$L(x) = f(x) + \sum_{k=1}^p \mu_k g_k(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) \quad (4.6)$$

Appliquons maintenant ces conditions de Kuhn et Tucker au problème auxiliaire. Tout d'abord, la fonction objectif peut se réécrire comme :

$$\sum_{(i,j) \in A} \frac{|f_{ij}| f_{ij}^2}{3C_{ij}^2} = \sum_{(i,j) \in A} \frac{\text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^3}{3C_{ij}^2} \quad (4.7)$$

Ensuite, le Lagrangien se formule comme :

$$L(f_{ij}) = \sum_{(i,j) \in A} \frac{\text{sign}(f_{ij})f_{ij}^3}{3C_{ij}^2} + \sum_{i \in N} \mu_i(s_i - s_i) + \sum_{i \in N} \nu_i(s_i - \bar{s}_i) + \sum_{i \in N} \lambda_i \left(s_i + \sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} f_{ij} \right) \quad (4.8)$$

La première condition de Kuhn et Tucker stipule que les dérivées partielles du Lagrangien par rapport au flux dans les arcs sont nulles ce qui s'écrit mathématiquement comme :

$$\frac{\partial L}{\partial f_{ij}} = \text{sign}(f_{ij}) \frac{f_{ij}^2}{C_{ij}^2} - \lambda_i + \lambda_j = 0 \quad (4.9)$$

Ce qui est équivalent à

$$\text{sign}(f_{ij})f_{ij}^2 = C_{ij}^2(\lambda_i - \lambda_j) \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.10)$$

Comme λ_i et λ_j sont des multiplicateurs de Lagrange associés à des contraintes d'égalité, ils ne sont pas obligatoirement positifs. Donc, faire directement correspondre les multiplicateurs avec les carrés des pressions ($\lambda_i = p_i^2$) n'est pas possible. Il faut d'abord définir

$$\underline{\lambda} = \min_{i \in N} \{\lambda_i\} \quad (4.11)$$

et ensuite définir

$$p_i^2 = \lambda_i - \underline{\lambda} \quad (4.12)$$

où $\underline{\lambda}$ étant négatif, le carré de la pression est positif à tous les noeuds. Enfin, si l'on met ensemble les équations 4.10 et 4.12, on obtient exactement l'équation non linéaire et non-convexe 3.19c.

4.2 Traitement des arcs parallèles

Comme on peut le voir sur la figure 2.2, le réseau de gaz belge comporte plusieurs sections avec deux arcs parallèles. C'est, par exemple, le cas entre Zeebrugge et Dudzele ou entre Bruxelles et Mons. Ces situations existent quand la capacité nécessaire au transport du gaz dépasse le diamètre maximum constructible. La solution adoptée dans ces cas de figure est alors de mettre deux canalisations en parallèle.

Du point de vue de la modélisation mathématique et informatique, cela pose problème. En effet, on utilise la même notation (i, j) pour deux arcs différents. Cependant, il existe un moyen de transformer deux arcs parallèles en un arc équivalent unique.

Supposons qu'il y ait deux arcs parallèles entre les noeuds i et j . Les flux parcourant ces arcs sont notés respectivement f_{ij}^a et f_{ij}^b . Les équations liants le flux de gaz dans les arcs et la différence de pression entre les noeuds i et j sont donc :

$$(f_{ij}^a)^2 = (C_{ij}^a)^2(p_i^2 - p_j^2) \quad (4.13)$$

et

$$(f_{ij}^b)^2 = (C_{ij}^b)^2(p_i^2 - p_j^2) \quad (4.14)$$

où les pressions p_i et p_j sont identiques pour les deux arcs car ceux-ci possèdent les même noeuds de départ et d'arrivée. On peut définir un arc unique équivalent aux deux arcs parallèle dont le flux f_{ij} est calculé par :

$$f_{ij} = f_{ij}^a + f_{ij}^b \quad (4.15)$$

On a donc que :

$$\begin{aligned} f_{ij}^2 &= (f_{ij}^a + f_{ij}^b)^2 \\ &= (f_{ij}^a)^2 + (f_{ij}^b)^2 + 2(f_{ij}^a)(f_{ij}^b) \\ &= (C_{ij}^a)^2(p_i^2 - p_j^2) + (C_{ij}^b)^2(p_i^2 - p_j^2) + 2(C_{ij}^a)\sqrt{p_i^2 - p_j^2}(C_{ij}^b)\sqrt{p_i^2 - p_j^2} \\ &= [(C_{ij}^a)^2 + (C_{ij}^b)^2 + 2(C_{ij}^a)(C_{ij}^b)](p_i^2 - p_j^2) \\ &= (C_{ij}^a + C_{ij}^b)^2(p_i^2 - p_j^2) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Le coefficient C_{ij}^2 de l'arc unique équivalent est donc égal à :

$$C_{ij}^2 = (C_{ij}^a + C_{ij}^b)^2 \quad (4.17)$$

Chapitre 5

Analyse post-optimale

Ce chapitre va, tout d'abord, présenter la solution optimale obtenue pour la distribution de gaz riche en Belgique suite à la modélisation du réseau H en GAMS. Ensuite, une analyse de cette solution est présentée. Cette analyse répond à deux questions. La première question porte sur les conséquences de l'augmentation du prix du gaz algérien suite à des incertitudes dans ce pays. La seconde question porte sur l'intérêt qu'il y a ou non à renégocier les contrats d'approvisionnement avec la Norvège et l'Algérie. Enfin, la dernière section présente la solution optimale obtenue pour la distribution de gaz en Belgique suite à l'arrêt des livraisons de gaz à bas pouvoir calorifique par les Pays-Bas.

5.1 Présentation de la solution optimale

Cette section présente le résultat optimal pour la distribution de gaz riche au sein du réseau H en Belgique lors du jour le plus énergivore de l'année. Les flux de gaz entrant ou sortant du noeud et la pression en chaque noeud sont présentées dans la table 5.1. Les flux de gaz parcourant les arcs du réseau sont repris dans la table 5.2.

Tout d'abord, on remarque que le l'approvisionnement en provenance de Norvège et arrivant en Belgique à hauteur de Voeren est *fixé au maximum permis par le contrat*. Il en va de même pour les points de stockage de *Péronnes et Anderlues où la capacité journalière de déstockage est utilisée à son maximum*. Par contre, *la quantité de gaz livrée par méthanier à Zeebrugge est inférieur au maximum prévu par le contrat* avec l'Algérie (9.4816 millions de mètres cubes standards pour un contrat prévoyant une livraison journalière comprise entre 8.87 et 11.594 millions de mètres cubes). *Les capacités de déstockage de Dudzele et Loenhout ne sont pas non plus utilisées à leur maximum*. Cela s'explique par l'objectif de l'optimisation qui est de minimiser les coûts d'approvisionnement en gaz. En effet, le gaz norvégien et celui provenant des dépôts de Péronnes et Anderlues est moins cher (1.68 \$/MBTU) que celui livré à Zeebrugge en provenance d'Algérie (2.28 \$/MBTU). Il est donc logique que l'on utilise d'abord au maximum les sources d'approvisionnement les

moins onéreuses avant de compléter les besoins avec le gaz le plus coûteux.

Noeud	Ville	s_i [10^6 scm]	p_i [bar]
1	Zeebrugge	9.4816	55.4411
2	Dudzele	7.9556	55.4187
3	Brugge	-3.9180	55.3052
4	Zomergem	0.0	54.1081
5	Loenhout	4.6889	55.2862
6	Antwerpen	-4.0340	53.2660
7	Gent	-5.2560	53.2389
8	Voeren	22.0120	59.8520
9	Berneau	0.0	59.4072
10	Liège	-6.3650	57.5939
11	Warnand	0.0	56.4185
12	Namur	-2.1200	54.5150
13	Anderlues	1.2000	53.1879
14	Péronnes	0.9600	52.9823
15	Mons	-6.8480	51.6530
16	Blaregnies	-15.6160	50.0000
17	Wanze	0.0	55.6233
18	Sinsin	0.0	63.0000
19	Arlon	-0.2220	35.7444
20	Pétange	-1.9190	33.8421

TABLE 5.1 – Résultats optimaux pour les variables s_i et p_i

Arc de	à	f_{ij} [10^6 scm]
Zeebrugge	Dudzele	9.4816
Dudzele	Brugge	17.4371
Brugge	Zomergem	13.5191
Loenhout	Antwerpen	4.6889
Antwerpen	Gent	0.6549
Gent	Zomergem	-4.6011
Zomergem	Péronnes	8.9180
Voeren	Berneau	22.0120
Berneau	Liège	22.0120
Liège	Warnand	15.6470
Warnand	Namur	13.5060
Namur	Anderlues	11.3860
Anderlues	Péronnes	12.5860
Péronnes	Mons	22.4640
Mons	Blaregnies	15.6160
Warnand	Wanze	2.1410
Wanze	Sinsin	2.1410
Sinsin	Arlon	2.1410
Arlon	Pétange	1.9190

TABLE 5.2 – Résultats optimaux pour les flux de gaz f_{ij}

Concernant les pressions, on observe que le compresseur situé sur l'arc Wanze-Sinsin utilise le maximum de sa puissance et remonte la pression au maximum admissible par la conduite soit 63 bars. Le compresseur localisé sur l'arc entre Voeren et Berneau quant à lui n'est pas utilisé puisque la pression entre Voeren et Berneau baisse de telle façon que l'équation 3.19c liant le flux de gaz dans un arc passif à la différence de pression entre les noeuds de début et de fin d'arc est respectée.

Au niveau des flux f_{ij} , on constate que la demande en gaz riche d'Antwerpen est entièrement couverte par le gaz provenant de la zone de stockage de Loenhout. Ce dépôt sert également à couvrir 12,5% de la demande de Gent. Le reste de la demande de Gent est satisfaite par du gaz en provenance de Zeebrugge et de la zone de stockage de Dudzele. Le reste du gaz algérien livré à Zeebrugge et déstocké de Dudzele sert à couvrir partiellement la demande de Mons ainsi que la livraison faite à la France à hauteur du point frontière de Blaregnies. Le complément pour ces deux points de demande est fourni par les zones de stockage de Péronnes et Anderlues ainsi que par une partie du gaz livré par la Norvège à Voeren. Les demandes de Liège, Namur, Arlon et Pétange (pour le Grand-Duché de Luxembourg) sont entièrement satisfaites par le gaz norvégien transitant via Voeren.

Finalement, le coût minimal d'approvisionnement en gaz obtenu par l'algorithme est de :

$$z^* = 91,0562$$

Il faut faire attention que cette valeur donnée par le logiciel GAMS est exprimée en \$ m^3 /BTU. Pour obtenir le coût optimal en \$, il faut convertir les BTU en m^3 . Pour ce faire, on utilise la définition ISO du British Thermal Unit (BTU) qui définit 1 BTU = 1054,5 Joules. Or la densité calorifique du gaz riche est de 10 000 kcal/ m^3 soit 0,041855 GJ/ m^3 . On a donc que 1 BTU = $2,5194 \times 10^{-5} m^3$. Et donc le coût optimal est de :

$$z^* = 3\,614\,184,211 \quad \$/\text{jour}$$

5.2 Incertitudes en Algérie

Si on considère des incertitudes en Algérie, on peut envisager que le prix du gaz algérien augmente de 10%. Le prix du gaz algérien arrivant à Zeebrugge passe donc de 2.28 \$/MBTU à 2.508 \$/MBTU. Il en va de même pour le prix du gaz stocké à Dudzele et Loenhout. En effet, le gaz qui y est conservé et stocké là lors des jours de moindre consommation provient lui aussi d'Algérie via Zeebrugge.

Cette augmentation du prix du gaz algérien n'a aucune conséquence sur les quantités s_i

de gaz entrant et sortant du réseau aux différents noeuds ni sur les pressions qui restent toutes deux identiques à celles présentées dans la table 5.1. De même, les flux f_{ij} parcourant les différents arcs du réseau demeurent inchangés (voir table 5.2). En effet, comme décrit dans la section précédente, les capacités d’approvisionnement en gaz norvégien, moins cher, étant déjà utilisées au maximum, on ne peut les augmenter. Dans les deux cas (avec ou sans augmentation du prix du gaz algérien), le gaz provenant d’Algérie couvre le complément de la demande. Et comme dans les deux cas, la demande reste identique, les flux ne changent pas.

En revanche, cela a une conséquence sur le coût optimal d’approvisionnement z^* qui passe de 91.0562 à 96.101 soit une augmentation de 5,54%.

5.3 Renégociation des contrats

Cette section se pose la question de savoir si la Belgique a intérêt à renégocier à la hausse ou à la baisse les quantités de gaz prévues dans les contrats avec la Norvège et l’Algérie.

Dans le cas du contrat avec la Norvège, on a pu voir à la section 5.1 que la solution optimale pour la distribution de gaz riche en Belgique prévoit que l’approvisionnement en gaz norvégien soit fixé au maximum permis par le contrat. Pour savoir si l’intérêt de la Belgique est de renégocier à la hausse ou à la baisse le montant du contrat avec la Norvège, on regarde le prix caché associé à la contrainte $s_i \leq \bar{s}_i$ au noeud d’entrée du gaz norvégien (Voeren). Ce prix caché est de $-0,6$. Cela signifie que pour chaque unité de volume de gaz norvégien supplémentaire injectée dans le réseau, le coût optimal z^* baissera de 0,6. Cette conclusion est logique puisque le gaz norvégien est moins cher de 0,6 \$/MBTU que le gaz algérien. Une unité de gaz norvégien supplémentaire signifie donc que l’on peut se passer d’une unité de gaz algérien et donc une économie de 0,6 \$. La Belgique a donc intérêt à revoir à la hausse son contrat d’approvisionnement avec la Norvège.

Concernant le cas du contrat avec l’Algérie, il découle de l’analyse du cas norvégien qu’il est plus intéressant pour la Belgique de réduire ce contrat avec l’Algérie puisque le gaz algérien est plus cher que le gaz norvégien.

5.4 Arrêt de la fourniture de gaz hollandais

La section 2.1 a expliqué que la distribution de gaz à haute pression en Belgique se fait historiquement via deux réseaux distincts. Le premier dénommé ”réseau H” distribue du gaz riche provenant de Norvège et d’Algérie. Le second dénommé ”réseau L” distribue quant à lui du gaz pauvre en provenance des Pays-Bas. Or les réserves néerlandaises de

gaz pauvre s'amenuisent. Le gouvernement des Pays-Bas a donc annoncé qu'il allait progressivement réduire ses livraisons de gaz pauvre à la Belgique entre 2018 et 2029 pour les stopper définitivement en 2030 [9].

Suite à l'arrêt de la livraison de gaz pauvre venant des Pays-Bas, le réseau de distribution de gaz à haute pression en Belgique doit être réorganisé. Cette section analyse cette réorganisation du réseau. Pour ce faire, on se projette en 2030, dans la situation où la Belgique est désormais exclusivement approvisionnée en gaz riche.

La conversion au gaz riche des noeuds de demande jusque là desservis par le gaz pauvre néerlandais a pour conséquence qu'il faut augmenter les approvisionnements de la Belgique en gaz riche afin de couvrir le surplus de demande en gaz riche ainsi créé. La demande en gaz pauvre lors du jour de consommation critique étant de 743×10^3 GJ soit 17.7518×10^6 m^3 , il faut augmenter les approvisionnements en gaz riche de cette quantité. Le gaz livré par la Norvège étant moins cher que celui livré par l'Algérie, on fait l'hypothèse que la quantité supplémentaire de gaz nécessaire pour couvrir l'arrêt du gaz néerlandais est fournie grâce à une augmentation du volume du contrat avec la Norvège. La section 5.3 nous a en effet montré que c'est cela qui est le plus intéressant pour la Belgique. Les bornes inférieure et supérieure du nouveau contrat sont donc respectivement de 35.166×10^6 m^3/j et de 42.066×10^6 m^3/j .

Le nouveau réseau est une fusion des deux réseaux historiques (L et H). Les gazoducs de l'ancien réseau L y sont toujours en service et transportent désormais du gaz riche. Les caractéristiques de cette nouvelle configuration du réseau sont reprises en annexe dans les tables B.1 et B.2 respectivement pour les noeuds et les arcs.

Une fois cette nouvelle situation modélisée, on lance le code GAMS afin d'obtenir la distribution optimale du gaz dans le réseau fusionné. On observe alors que le logiciel ne parvient pas à trouver une solution réalisable. En regardant de plus près les résultats de l'optimisation, on observe que l'optimiseur ne parvient pas à satisfaire la contrainte liant flux de gaz et différence de pression dans l'arc passif reliant Warnand à Namur. Cela s'explique par le fait que la quantité de gaz transportée sur cet axe est beaucoup plus importante depuis la fin de la livraison de gaz néerlandais. D'après l'équation 3.19c, plus la quantité de gaz f_{ij} transitant par un arc est importante, plus la différence de pression doit être grande. Or, dans le cas de l'arc Warnand-Namur, il n'est possible ni de descendre suffisamment la pression à Namur sous peine de ne plus respecter les pressions minimum p_i de livraison aux distributeurs locaux de gaz ni d'augmenter la pression à Warnand et donc également en amont (Liège, Berneau et Voeren) sous peine de dépasser la pression maximale de

résistance de la conduite. *La solution à ce problème est de rajouter un compresseur sur l'arc reliant Warnand et Namur qui devient donc un arc actif.* Le code GAMS optimisant la distribution de gaz à haute pression en Belgique après fusion des réseaux L et H et ajout d'un compresseur sur l'arc Warnand-Namur est disponible à l'annexe C.2.

Les résultats de l'optimisation pour le réseau fusionné sont donnés dans les tables 5.3 pour les flux de gaz entrant et sortant ainsi que les pressions aux différents noeuds du réseau. Tandis que la table 5.4 les flux f_{ij} parcourant les différents arcs.

Tout comme pour le cas de la situation avant la fin des livraisons de gaz pauvre néerlandais, on remarque que l'approvisionnement de gaz norvégien à Voeren est fixé à 42.066×10^6 scm soit le maximum possible dans le cadre du contrat renégocié à la hausse avec la Norvège. Il en va de même pour les lieux de stockage de Péronnes et Anderlues où les capacités journalières de déstockage sont utilisées à leur maximum. Cela s'explique toujours par le fait que le gaz provenant de ces noeuds d'offre est moins cher. Or l'optimiseur cherche à minimiser le coût d'approvisionnement, il est donc normal qu'il privilégie les sources les moins onéreuses. Le complément d'approvisionnement nécessaire pour couvrir l'entièreté de la demande est fourni par le gaz algérien livré à Zeebrugge et par le déstockage à Dudzele et Loenhout. La quantité de gaz livrée à Zeebrugge correspond au minimum du contrat avec l'Algérie alors que les capacités de déstockage de Loenhout et Dudzele sont utilisées à un niveau légèrement en dessous de leur maximum.

Au niveau des pressions, on remarque que *les compresseurs situés sur les arcs Voeren-Berneau et Wanze-Sinsin remontent la pression jusqu'au maximum admissible par la conduite.* Donc si il y avait encore une augmentation de la demande, il faudrait soit ajouter un nouveau compresseur soit doubler la conduite. Au contraire, le compresseur localisé sur l'arc entre Weedle et Winksele n'est pas utilisé. En effet, la pression entre Winksele et Weedle (cet arc étant parcouru en "sens inverse") baisse de telle façon que l'équation 3.19c liant le flux de gaz dans un arc passif à la différence de pression entre les noeuds de début et de fin d'arc est respectée. Enfin, le compresseur supplémentaire ajouté entre Warnand et Namur remonte la pression du gaz à 64.2678 bars soit légèrement moins que le maximum autorisé par la résistance de la conduite (66.2 bars).

Noeud	Ville	s_i [10^6 scm]	p_i [bar]
1	Zeebrugge	8.8700	54.7980
2	Dudzele	6.2915	54.7783
3	Brugge	-3.9180	54.6914
4	Zomergem	0.0	53.8568
5	Loenhout	4.6595	51.4776
6	Antwerpen	-12.1020	49.3294
7	Gent	-5.2560	50.3377
8	Voeren	42.0660	66.2000
9	Berneau	0.0	66.2000
10	Liège	-6.3650	60.0633
11	Warnand	0.0	53.9442
12	Namur	-2.1200	64.2678
13	Anderlues	1.2000	55.1412
14	Péronnes	0.9600	53.7934
15	Mons	-6.8480	50.4183
16	Blaregnies	-15.6160	50.0000
17	Wanze	0.0	53.1119
18	Sinsin	0.0	63.0000
19	Arlon	-0.2220	35.7444
20	Pétange	-1.9190	33.8421
21	Poppel	0.0	49.3705
22	Weedle	0.0	49.3705
23	Hasselt	-2.4800	49.2708
24	Winksele	0.0	49.5290
25	Bruxelles	-7.2010	49.5826

TABLE 5.3 – Résultats optimaux pour les variables s_i et p_i après fusion des réseaux L et H

Au niveau des flux, on remarque tout d’abord que l’arc actif reliant Poppel à Weedle n’est plus utilisé. En effet, il ne servait qu’à effectuer la jonction avec les Pays-Bas et ne mène à aucun noeud de demande. Ce tronçon du gazoduc peut donc être mis hors service. Ensuite, les demandes de Liège, Namur, Arlon et Pétange sont entièrement couvertes par du gaz en provenance de Norvège via Voeren. Il en va de même pour les demandes de Brugge et Gent qui sont couvertes complètement par du gaz algérien arrivant en Belgique via Zeebrugge et du lieu de stockage de Dudzele. Un mélange entre le gaz algérien provenant de Zeebrugge et Dudzele et le gaz norvégien provenant de Voeren et des lieux de stockage de Péronnes et Anderlues s’effectue à hauteur de Péronnes. Ce gaz de multiple provenances sert à satisfaire la livraison faite à la France via Blaregnies ainsi que la demande de Mons. Ensuite, à partir de Mons, ce gaz se dirige vers Bruxelles dont il couvre la demande puis transite par Winksele et Weedle pour aller satisfaire la demande de Hasselt et une partie de celle d’Antwerpen. Le reste de la demande d’Antwerpen est couvert par du gaz algérien provenant du dépôt de Loenhout et de Zeebrugge-Dudzele via Gent.

Arc de	à	f_{ij} [10^6 scm]
Zeebrugge	Dudzele	8.8700
Dudzele	Brugge	15.1615
Brugge	Zomergem	11.2435
Loenhout	Antwerpen	4.6595
Antwerpen	Gent	-3.8652
Gent	Zomergem	-9.1212
Zomergem	Péronnes	2.1224
Voeren	Berneau	42.0660
Berneau	Liège	42.0660
Liège	Warnand	35.7010
Warnand	Namur	33.5600
Namur	Anderlues	31.4400
Anderlues	Péronnes	32.6400
Péronnes	Mons	35.7224
Mons	Blaregnies	15.6160
Warnand	Wanze	2.1410
Wanze	Sinsin	2.1410
Sinsin	Arlon	2.1410
Arlon	Pétange	1.9190
Poppel	Weedle	0.0
Weedle	Antwerpen	3.5774
Weedle	Hasselt	2.4800
Weedle	Winksele	-6.0574
Winksele	Bruxelles	-6.0574
Bruxelles	Mons	-13.2584

TABLE 5.4 – Résultats optimaux pour les flux de gaz f_{ij} après fusion des réseaux L et H

Finalement, le coût minimal d’approvisionnement en gaz obtenu par l’algorithme est de :

$$z^* = 119,4916$$

Ce qui en utilisant le même facteur de conversion qu’à la section 5.1 correspond à

$$z^* = 4\,742\,836,338 \text{ \$/jour}$$

Ce montant est logiquement plus élevé que celui obtenu pour la situation du réseau H avant l’arrêt des livraisons néerlandaises puisque les demandes des différents noeuds du réseau L n’étaient pas repris dans ce cas de figure.

Chapitre 6

Conclusion

L'objectif de ce travail était de déterminer comment distribuer le gaz naturel au travers du réseau de gazoducs belge en minimisant le coût d'approvisionnement. Et cela en respectant les contraintes de satisfaction de la demande, des contrats d'approvisionnement, de pression et des relations physiques régissant le transport de gaz dans les conduites.

Dans un premier temps, nous avons examiné la situation actuelle du réseau de gaz riche en Belgique. La solution optimale pour ce problème nous enseigne que le gaz norvégien est privilégié au gaz algérien en raison de son coût moindre. Cela se traduit concrètement par le fait que l'approvisionnement en gaz norvégien via Voeren est fixé au maximum permis par le contrat alors que cela n'est pas le cas pour le gaz algérien arrivant par méthanier à Zeebrugge. Ce dernier sert uniquement de complément pour satisfaire la demande. La solution optimale nous montre également que le compresseur situé sur l'arc Voeren-Berneau n'est pas utilisé au contraire de celui situé sur l'arc Wanze-Sinsin qui va même jusqu'à remonter la pression au maximum admissible par la conduite.

Après avoir décrit la distribution optimale du gaz riche au sein du réseau H, nous avons envisagé deux situations. Premièrement, nous avons constaté que l'impact d'une augmentation de 10% du prix du gaz algérien n'avait aucun impact sur la manière dont les flux de gaz circulaient au sein du réseau ni sur les approvisionnements ni sur les pressions. Le seul effet étant une augmentation de 5,54% du coût optimal. Dans la deuxième situation, nous avons analysé les prix cachés associés aux contraintes de borne sur l'approvisionnement. Ceux-ci nous enseignent qu'il y a un intérêt à augmenter les quantités de gaz prévues dans le contrat avec la Norvège au détriment de celui avec l'Algérie afin de faire baisser le coût optimal.

Enfin, nous avons examiné la situation future du réseau de distribution de gaz en Belgique après l'arrêt des livraisons de gaz pauvre par les Pays-Bas et leur remplacement par du gaz riche. Nous avons d'abord constaté que pour que le problème d'optimisation soit réalisable,

il fallait ajouter un compresseur sur l'arc Warnand-Namur. Ici aussi, le gaz norvégien est privilégié au gaz algérien pour son coût moindre. Cela se traduit également par le fait que l'approvisionnement en gaz norvégien via Voeren est fixé au maximum permis par le contrat alors que cela n'est pas le cas pour le gaz algérien. Au niveau des compresseurs, ceux situés sur les arcs Voeren-Berneau et Wanze-Sinsin sont utilisés à leur maximum. Le compresseur supplémentaire entre Warnand et Namur est également utilisé mais pas à son maximum alors que celui sur l'arc Winksele-Weedle n'est pas utilisé. Finalement, l'arc actif reliant Poppel à Weedle n'est plus en service.

Annexe A

Situation actuelle du réseau H

Noeud	Ville	\underline{s}_i [10^6 scm]	\bar{s}_i [10^6 scm]	\underline{p}_i [bar]	\bar{p}_i [bar]	c_i [\$/MBTU]
1	Zeebrugge	8.870	11.594	0.0	77.0	2.28
2	Dudzele	0.0	8.4	0.0	77.0	2.28
3	Brugge	$-\infty$	-3.918	30.0	80.0	0.00
4	Zomergem	0.0	0.0	0.0	80.0	0.00
5	Loenhout	0.0	4.8	0.0	77.0	2.28
6	Antwerpen	$-\infty$	-4.034	30.0	80.0	0.00
7	Gent	$-\infty$	-5.256	30.0	80.0	0.00
8	Voeren	20.344	22.012	50.0	66.2	1.68
9	Berneau	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
10	Liège	$-\infty$	-6.365	30.0	66.2	0.00
11	Warnand	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
12	Namur	$-\infty$	-2.120	30.0	66.2	0.00
13	Anderlues	0.0	1.2	0.0	66.2	1.68
14	Péronnes	0.0	0.96	0.0	66.2	1.68
15	Mons	$-\infty$	-6.848	30.0	66.2	0.00
16	Blaregnies	$-\infty$	-15.616	50.0	66.2	0.00
17	Wanze	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
18	Sinsin	0.0	0.0	0.0	63.0	0.00
19	Arlon	$-\infty$	-0.222	30.0	66.2	0.00
20	Pétange	$-\infty$	-1.919	25.0	66.2	0.00

TABLE A.1 – Description des noeuds du réseau H [1]

arc	de	à	diamètre [mm]	longueur [km]	C_{ij}^2	Type d'arc
1	Zeebrugge	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
2	Zeebrugge	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
3	Dudzele	Brugge	890.0	6.0	6.04685	p
4	Dudzele	Brugge	890.0	6.0	6.04685	p
5	Brugge	Zomergem	890.0	26.0	1.39543	p
6	Loenhout	Antwerpen	590.1	43.0	0.100256	p
7	Antwerpen	Gent	590.1	29.0	0.148655	p
8	Gent	Zomergem	590.1	19.0	0.226895	p
9	Zomergem	Péronnes	890.0	55.0	0.659656	p
10	Voeren	Berneau	890.0	5.0	7.25622	a
11	Voeren	Berneau	395.5	5.0	0.108033	a
12	Berneau	Liège	890.0	20.0	1.81405	p
13	Berneau	Liège	395.5	20.0	0.0270084	p
14	Liège	Warnand	890.0	25.0	1.45124	p
15	Liège	Warnand	395.5	25.0	0.0216067	p
16	Warnand	Namur	890.0	42.0	0.863836	p
17	Namur	Anderlues	890.0	40.0	0.907027	p
18	Anderlues	Péronnes	890.0	5.0	7.25622	p
19	Péronnes	Mons	890.0	10.0	3.62811	p
20	Mons	Blaregnies	890.0	25.0	1.45124	p
21	Warnand	Wanze	395.5	10.5	0.0514445	p
22	Wanze	Sinsin	315.5	26.0	0.00641977	a
23	Sinsin	Arlon	315.5	98.0	0.00170320	p
24	Arlon	Pétange	315.5	6.0	0.0278190	p

TABLE A.2 – Description des gazoducs du réseau H [1]

Annexe B

Situation future du réseau belge de gaz

Cette annexe décrit l'état du réseau de gaz belge après l'arrêt des livraisons de gaz pauvre provenant des Pays-Bas.

Noeud	Ville	\underline{s}_i [10^6 scm]	\overline{s}_i [10^6 scm]	\underline{p}_i [bar]	\overline{p}_i [bar]	c_i [\$/MBTU]
1	Zeebrugge	8.870	11.594	0.0	77.0	2.28
2	Dudzele	0.0	8.4	0.0	77.0	2.28
3	Brugge	$-\infty$	-3.918	30.0	80.0	0.00
4	Zomergem	0.0	0.0	0.0	80.0	0.00
5	Loenhout	0.0	4.8	0.0	77.0	2.28
6	Antwerpen	$-\infty$	-12.102	30.0	80.0	0.00
7	Gent	$-\infty$	-5.256	30.0	80.0	0.00
8	Voeren	20.344	22.012	50.0	66.2	1.68
9	Berneau	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
10	Liège	$-\infty$	-6.365	30.0	66.2	0.00
11	Warnand	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
12	Namur	$-\infty$	-2.120	30.0	66.2	0.00
13	Anderlues	0.0	1.2	0.0	66.2	1.68
14	Péronnes	0.0	0.96	0.0	66.2	1.68
15	Mons	$-\infty$	-6.848	30.0	66.2	0.00
16	Blaregnies	$-\infty$	-15.616	50.0	66.2	0.00
17	Wanze	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
18	Sinsin	0.0	0.0	0.0	63.0	0.00
19	Arlon	$-\infty$	-0.222	30.0	66.2	0.00
20	Pétange	$-\infty$	-1.919	25.0	66.2	0.00
21	Poppel	0.0	0.0	0.0	67.0	0.00
22	Weedle	0.0	0.0	0.0	67.0	0.00
23	Hasselt	$-\infty$	-2.480	30.0	67.0	0.00
24	Winksele	0.0	0.0	0.0	67.0	0.00
25	Bruxelles	$-\infty$	-7.201	30.0	67.0	0.00

TABLE B.1 – Description des noeuds après fusion des réseaux H et L

arc	de	à	diamètre [mm]	longueur [km]	C_{ij}^2	Type d'arc
1	Zeebrugge	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
2	Zeebrugge	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
3	Dudzele	Brugge	890.0	6.0	6.04685	p
4	Dudzele	Brugge	890.0	6.0	6.04685	p
5	Brugge	Zomergem	890.0	26.0	1.39543	p
6	Loenhout	Antwerpen	590.1	43.0	0.100256	p
7	Antwerpen	Gent	590.1	29.0	0.148655	p
8	Gent	Zomergem	590.1	19.0	0.226895	p
9	Zomergem	Péronnes	890.0	55.0	0.659656	p
10	Voeren	Berneau	890.0	5.0	7.25622	a
11	Voeren	Berneau	395.5	5.0	0.108033	a
12	Berneau	Liège	890.0	20.0	1.81405	p
13	Berneau	Liège	395.5	20.0	0.0270084	p
14	Liège	Warnand	890.0	25.0	1.45124	p
15	Liège	Warnand	395.5	25.0	0.0216067	p
16	Warnand	Namur	890.0	42.0	0.863836	p
17	Namur	Anderlues	890.0	40.0	0.907027	p
18	Anderlues	Péronnes	890.0	5.0	7.25622	p
19	Péronnes	Mons	890.0	10.0	3.62811	p
20	Mons	Blaregnies	890.0	25.0	1.45124	p
21	Warnand	Wanze	395.5	10.5	0.0514445	p
22	Wanze	Sinsin	315.5	26.0	0.00641977	a
23	Sinsin	Arlon	315.5	98.0	0.00170320	p
24	Arlon	Pétange	315.5	6.0	0.0278190	p
25	Poppel	Weedle	890.0	5.0	7.256219	a
26	Poppel	Weedle	890.0	5.0	7.256219	a
27	Weedle	Anvers	890.0	46.0	0.788719	p
28	Weedle	Anvers	890.0	46.0	0.788719	p
29	Weedle	Hasselt	890.0	58.0	0.625536	p
30	Weedle	Winksele	890.0	62.0	0.585179	a
31	Weedle	Winksele	890.0	62.0	0.585179	p
32	Winksele	Bruxelles	890.0	21.0	1.727671	p
33	Winksele	Bruxelles	890.0	21.0	1.727671	p
34	Bruxelles	Mons	890.0	69.0	0.525813	p
35	Bruxelles	Mons	890.0	69.0	0.525813	p
36	Mons	Blaregnies	890.0	25.0	1.451244	p

TABLE B.2 – Description des gazoducs après fusion des réseaux H et L

Annexe C

Code GAMS

C.1 Situation actuelle du réseau H

```
1 SET I les noeuds du reseau /Zeebrugge, Dudzele, Brugge, Zomergem, Loenhout,
  Antwerpen, Gent, Voeren, Berneau, Liege, Warnand, Namur,
2
  Anderlues, Peronnes, Mons, Blaregnies, Wanze,
  Sinsin, Arlon, Petange/;
3 SET D(I) les noeuds de demande /Brugge, Antwerpen, Gent, Liege, Namur, Mons
  , Blaregnies, Arlon, Petange/;
4 SET O(I) les noeuds d'offre /Zeebrugge, Dudzele, Loenhout, Voeren,
  Anderlues, Peronnes/;
5 SET Pmax(I) les noeuds en fin d'arc actif /Berneau, Sinsin/;
6 SET Pmin(I) /Blaregnies/;
7
8 ALIAS(I, J);
9
10 SET Param_noeuds les parametres des noeuds /s_min, s_max, p_min, p_max, c/;
11
12 TABLE Donnees_noeuds(I, Param_noeuds) les donnees des noeuds
13
14           s_min      s_max      p_min      p_max      c
15 Zeebrugge    8.87      11.594     0.0       77.0      2.28
16 Dudzele      0.0        8.4        0.0       77.0      2.28
17 Brugge       -INF        -3.918     30.0      80.0      0.0
18 Zomergem     0.0         0.0        0.0       80.0      0.0
19 Loenhout     0.0         4.8        0.0       77.0      2.28
20 Antwerpen   -INF        -4.034     30.0      80.0      0.0
21 Gent         -INF        -5.256     30.0      80.0      0.0
22 Voeren      20.344     22.012     50.0      66.2      1.68
23 Berneau     0.0         0.0        0.0       66.2      0.0
24 Liege       -INF        -6.365     30.0      66.2      0.0
25 Warnand     0.0         0.0        0.0       66.2      0.0
26 Namur       -INF        -2.12      30.0      66.2      0.0
27 Anderlues   0.0         1.2        0.0       66.2      1.68
  Peronnes    0.0         0.96       0.0       66.2      1.68
```

```

28 Mons          -INF          -6.848          30.0           66.2           0.0
29 Blaregnies    -INF          -15.616         50.0           66.2           0.0
30 Wanze         0.0           0.0             0.0            66.2           0.0
31 Sinsin        0.0           0.0             0.0            63.0           0.0
32 Arlon         -INF          -0.222          30.0           66.2           0.0
33 Petange      -INF          -1.919          25.0           66.2           0.0 ;
34
35 SET A(I,J) la liste des arcs du reseau /Zeebrugge.Dudzele , Dudzele.Brugge ,
      Brugge.Zomergem , Loenhout.Antwerpen , Antwerpen.Gent , Gent.Zomergem ,
36      Zomergem.Peronnes , Voeren.Berneau ,
      Berneau.Liege , Liege.Warnand ,
      Warnand.Namur , Namur.Anderlues ,
      Anderlues.Peronnes ,
37      Peronnes.Mons , Mons.Blaregnies ,
      Warnand.Wanze , Wanze.Sinsin ,
      Sinsin.Arlon , Arlon.Petange/ ;
38
39 SET Aa(I,J) la listee des arcs actifs /Voeren.Berneau , Wanze.Sinsin/ ;
40
41 SET Ap(I,J) la liste des arcs passifs /Zeebrugge.Dudzele , Dudzele.Brugge ,
      Brugge.Zomergem , Loenhout.Antwerpen , Antwerpen.Gent , Gent.Zomergem ,
42      Zomergem.Peronnes , Berneau.Liege ,
      Liege.Warnand , Warnand.Namur ,
      Namur.Anderlues , Anderlues .
      Peronnes ,
43      Peronnes.Mons , Mons.Blaregnies ,
      Warnand.Wanze , Sinsin.Arlon ,
      Arlon.Petange/ ;
44
45
46 PARAMETER Cij2(I,J) valeur du Cij2
47 /Zeebrugge.Dudzele 36.28108
48 Dudzele.Brugge 24.1874
49 Brugge.Zomergem 1.39543
50 Loenhout.Antwerpen 0.100256
51 Antwerpen.Gent 0.148655
52 Gent.Zomergem 0.226895
53 Zomergem.Peronnes 0.659656
54 Voeren.Berneau 9.135028
55 Berneau.Liege 2.283753
56 Liege.Warnand 1.827002
57 Warnand.Namur 0.863836
58 Namur.Anderlues 0.907027
59 Anderlues.Peronnes 7.25622
60 Peronnes.Mons 3.62811
61 Mons.Blaregnies 1.45124
62 Warnand.Wanze 0.0514445

```

```

63 | Wanze.Sinsin      0.00641977
64 | Sinsin.Arlon     0.00170320
65 | Arlon.Petange    0.0278190   / ;
66 |
67 | PARAMETER pi(I) les variables duales ;
68 |
69 | VARIABLES
70 | p(I) la pression au noeud I
71 | s(I) le flux de gaz entrant ou sortant au noeud I
72 | f(I,J) le flux de gaz parcourant l'arc IJ
73 | z le cout d approvisionnement total
74 | h la fonction objectif du probleme auxiliaire ;
75 |
76 |
77 | EQUATIONS
78 | * probleme auxiliaire
79 | objectif_aux la fonction objectif du probleme auxiliaire
80 | conservation_aux(I) la contrainte de conservation
81 | s_inf_aux(I) la borne inferieure sur s
82 | s_sup_aux(I) la borne superieure sur s
83 | * probleme principal
84 | Cout la fonction objectif du probleme principal
85 | Conservation(I) contrainte de conservation des flux
86 | Flux_passifs(I,J) flux dans arcs passifs
87 | Flux_actifs(I,J) flux dans les arcs actifs
88 | Positivite(I,J) positivite des flux dans arcs actifs
89 | Sens_flux(I,J) fixation du sens des flux
90 | Bornes_s_min(I) bornes min sur les flux entrant ou sortant
91 | Bornes_s_max(I) bornes max sur les flux entrant ou sortant
92 | Bornes_p_min(I) bornes min sur les pressions
93 | Bornes_p_max(I) bornes max sur les pressions
94 | Pression_France(I) la pression de livraison a la France;
95 |
96 | * probleme auxiliaire
97 | objectif_aux.. h =E= SUM((I,J) $ A(I,J), ABS(f(I,J))*SQR(f(I,J)))/(3*Cij2(I,
98 | J)));
99 | conservation_aux(I).. SUM(J $ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J $ A(J,I), f(J,I)) =E
100 | = s(I);
101 |
102 |
103 | s_inf_aux(I).. Donnees_noeuds(I,'s_min') =L= s(I);
104 | s_sup_aux(I).. s(I) =L= Donnees_noeuds(I,'s_max');
105 |
106 |
107 | MODEL AUXILIAIRE /objectif_aux ,conservation_aux ,s_inf_aux ,s_sup_aux /;
108 | SOLVE AUXILIAIRE USING DNLP MINIMIZING h;
109 |
110 |
111 | * calcul des pressions de depart a partir des variables duales

```

```

108 pi(I) = conservation_aux.m(I) ;
109
110 SCALAR pi_min ;
111
112 pi_min = smin(I, pi(I));
113 pi(I) = pi(I) - pi_min;
114
115 p.L(I) = SQRT(pi(I)) + 30;
116
117 * fixation du sens des flux
118 PARAMETER signe(I,J) le signe de fij dans la solution du probleme
      auxiliaire ;
119 signe(I,J) = SIGN(f.l(I,J));
120
121 * probleme principal
122 Cout.. z=E=SUM(I, Donnees_noeuds(I, 'c')*s(I));
123 Conservation(I).. s(I)+SUM(J $ A(J,I), f(J,I)) =E= SUM(J $ A(I,J), f(I,J));
124 Flux_passifs(I,J)$Ap(I,J).. SIGN(f(I,J))*SQR(f(I,J)) =E= Cij2(I,J)*(SQR(p(I)
      )-SQR(p(J)));
125 Flux_actifs(I,J)$Aa(I,J).. SIGN(f(I,J))*SQR(f(I,J)) =G= Cij2(I,J)*(SQR(p(I)
      )-SQR(p(J)));
126 Positivite(I,J).. f(I,J)$Aa(I,J) =G= 0;
127 Sens_flux(I,J).. signe(I,J)*f(I,J) =G= 0;
128 Bornes_s_min(I).. Donnees_noeuds(I, 's_min') =L= s(I);
129 Bornes_s_max(I).. s(I) =L= Donnees_noeuds(I, 's_max');
130 Bornes_p_min(I).. Donnees_noeuds(I, 'p_min') =L= p(I);
131 Bornes_p_max(I).. p(I) =L= Donnees_noeuds(I, 'p_max');
132 Pression_France(I)$Pmin(I).. p(I) =E= Donnees_noeuds(I, 'p_min');
133
134
135 MODEL PRINCIPAL /Cout, Conservation, Flux_passifs, Flux_actifs, Positivite,
      Sens_flux, Bornes_s_min, Bornes_s_max, Bornes_p_min, Bornes_p_max,
      Pression_France/;
136 SOLVE PRINCIPAL USING DNLP MINIMIZING z;

```

C.2 Situation future du réseau

```

1 SET I les noeuds du reseau /Zeebrugge, Dudzele, Brugge, Zomergem, Loenhout,
      Antwerpen, Gent, Voeren, Berneau, Liege, Warnand, Namur,
2
      Anderlues, Peronnes, Mons, Blaregnies, Wanze,
      Sinsin, Arlon, Petange, Poppel, Weedle,
      Hasselt, Winksele,
3
      Bruxelles/;
4 SET D(I) les noeuds de demande /Brugge, Antwerpen, Gent, Liege, Namur, Mons
      , Blaregnies, Arlon, Petange, Hasselt, Bruxelles/;

```

```

5 SET O(I) les noeuds d'offre /Zeebrugge, Dudzele, Loenhout, Voeren,
  Anderlues, Peronnes/;
6 SET Pmax(I) les noeuds en fin d'arc actif /Berneau, Sinsin, Weedle,
  Winksele, Namur/;
7 SET Pmin(I) /Blaregnies/;
8
9 ALIAS(I,J);
10
11 SET Param_noeuds les parametres des noeuds /s_min, s_max, p_min, p_max, c/;
12
13 TABLE Donnees_noeuds(I,Param_noeuds) les donnees des noeuds
14      s_min      s_max      p_min      p_max      c
15 Zeebrugge      8.87      11.594      0.0      77.0      2.28
16 Dudzele        0.0        8.4        0.0      77.0      2.28
17 Brugge         -INF       -3.918      30.0      80.0      0.0
18 Zomergem       0.0        0.0        0.0      80.0      0.0
19 Loenhout       0.0        4.8        0.0      77.0      2.28
20 Antwerpen     -INF       -12.102     30.0      80.0      0.0
21 Gent          -INF       -5.256      30.0      80.0      0.0
22 Voeren        35.166     42.066     50.0      66.2      1.68
23 Berneau       0.0        0.0        0.0      66.2      0.0
24 Liege         -INF       -6.365      30.0      66.2      0.0
25 Warnand       0.0        0.0        0.0      66.2      0.0
26 Namur         -INF       -2.12       30.0      66.2      0.0
27 Anderlues     0.0        1.2        0.0      66.2      1.68
28 Peronnes      0.0        0.96       0.0      66.2      1.68
29 Mons         -INF       -6.848     30.0      66.2      0.0
30 Blaregnies    -INF       -15.616    50.0      66.2      0.0
31 Wanze         0.0        0.0        0.0      66.2      0.0
32 Sinsin        0.0        0.0        0.0      63.0      0.0
33 Arlon         -INF       -0.222     30.0      66.2      0.0
34 Petange       -INF       -1.919     25.0      66.2      0.0
35 Poppel        0.0        0.0        0.0      67.0      0.0
36 Weedle        0.0        0.0        0.0      67.0      0.0
37 Hasselt      -INF       -2.48       30.0      67.0      0.0
38 Winksele      0.0        0.0        0.0      67.0      0.0
39 Bruxelles     -INF       -7.201     30.0      67.0      0.0 ;
40
41 SET A(I,J) la liste des arcs du reseau /Zeebrugge.Dudzele, Dudzele.Brugge,
  Brugge.Zomergem, Loenhout.Antwerpen, Antwerpen.Gent, Gent.Zomergem,
42      Zomergem.Peronnes, Voeren.Berneau,
  Berneau.Liege, Liege.Warnand,
  Warnand.Namur, Namur.Anderlues,
  Anderlues.Peronnes,
43      Peronnes.Mons, Mons.Blaregnies,
  Warnand.Wanze, Wanze.Sinsin,
  Sinsin.Arlon, Arlon.Petange,

```

```

44                                     Poppel.Weedle ,
                                        Weedle.Antwerpen , Weedle.Hasselt ,
                                        Weedle.Winksele , Winksele .
                                        Bruxelles , Bruxelles.Mons/ ;
45
46 SET Aa(I,J) la listee des arcs actifs /Voeren.Berneau , Wanze.Sinsin , Poppel
    .Weedle , Weedle.Winksele , Warnand.Namur/ ;
47
48 SET Ap(I,J) la liste des arcs passifs /Zeebrugge.Dudzele , Dudzele.Brugge ,
    Brugge.Zomergem , Loenhout.Antwerpen , Antwerpen.Gent , Gent.Zomergem ,
49                                     Zomergem.Peronnes , Berneau.Liege ,
                                        Liege.Warnand , Namur.Anderlues ,
                                        Anderlues.Peronnes ,
50                                     Peronnes.Mons , Mons.Blaregnies ,
                                        Warnand.Wanze , Sinsin.Arlon ,
                                        Arlon.Petange ,
51                                     Weedle.Antwerpen , Weedle.Hasselt ,
                                        Winksele.Bruxelles , Bruxelles .
                                        Mons/ ;
52
53
54 PARAMETER Cij2(I,J) valeur du Cij2
55 /Zeebrugge.Dudzele 36.28108
56 Dudzele.Brugge 24.1874
57 Brugge.Zomergem 1.39543
58 Loenhout.Antwerpen 0.100256
59 Antwerpen.Gent 0.148655
60 Gent.Zomergem 0.226895
61 Zomergem.Peronnes 0.659656
62 Voeren.Berneau 9.135028
63 Berneau.Liege 2.283753
64 Liege.Warnand 1.827002
65 Warnand.Namur 0.863836
66 Namur.Anderlues 0.907027
67 Anderlues.Peronnes 7.25622
68 Peronnes.Mons 3.62811
69 Mons.Blaregnies 5.804976
70 Warnand.Wanze 0.0514445
71 Wanze.Sinsin 0.00641977
72 Sinsin.Arlon 0.00170320
73 Arlon.Petange 0.0278190
74 Poppel.Weedle 29.024876
75 Weedle.Antwerpen 3.154876
76 Weedle.Hasselt 0.625536
77 Weedle.Winksele 2.340716
78 Winksele.Bruxelles 6.910684
79 Bruxelles.Mons 2.103252 / ;

```

```

80
81 PARAMETER pi(I) les variables duales ;
82
83 VARIABLES
84 p(I) la pression au noeud I
85 s(I) le flux de gaz entrant ou sortant au noeud I
86 f(I,J) le flux de gaz parcourant l'arc IJ
87 z le cout d approvisionnement total
88 h la fonction objectif du probleme auxiliaire ;
89
90
91 EQUATIONS
92 * probleme auxiliaire
93 objectif_aux la fonction objectif du probleme auxiliaire
94 conservation_aux(I) la contrainte de conservation
95 s_inf_aux(I) la borne inferieure sur s
96 s_sup_aux(I) la borne superieure sur s
97 * probleme principal
98 Cout la fonction objectif du probleme principal
99 Conservation(I) contrainte de conservation des flux
100 Flux_passifs(I,J) flux dans arcs passifs
101 Flux_actifs(I,J) flux dans les arcs actifs
102 Sens_flux(I,J) fixation du sens des flux
103 Bornes_s_min(I) bornes min sur les flux entrant ou sortant
104 Bornes_s_max(I) bornes max sur les flux entrant ou sortant
105 Bornes_p_min(I) bornes min sur les pressions
106 Bornes_p_max(I) bornes max sur les pressions
107 Pression_France(I) la pression de livraison a la France ;
108
109 * probleme auxiliaire
110 objectif_aux.. h =E= SUM((I,J) $ A(I,J), ABS(f(I,J))*SQR(f(I,J)))/(3*Cij2(I,
      J)));
111 conservation_aux(I).. SUM(J $ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J $ A(J,I), f(J,I)) =E
      = s(I);
112 s_inf_aux(I).. Donnees_noeuds(I,'s_min') =L= s(I);
113 s_sup_aux(I).. s(I) =L= Donnees_noeuds(I,'s_max');
114
115
116 MODEL AUXILIAIRE /objectif_aux ,conservation_aux ,s_inf_aux ,s_sup_aux/;
117 SOLVE AUXILIAIRE USING DNLP MINIMIZING h;
118
119
120 * calcul des pressions de depart a partir des variables duales
121 pi(I) = conservation_aux.m(I) ;
122
123 SCALAR pi_min ;
124

```

```

125 pi_min = smin(I, pi(I));
126 pi(I) = pi(I) - pi_min;
127
128 p.L(I) = SQRT(pi(I)) + 33;
129
130 * fixation du sens des flux
131 PARAMETER signe(I,J) le signe de fij dans la solution du probleme
      auxiliaire ;
132 signe(I,J) = SIGN(f.l(I,J));
133
134 * probleme principal
135 Cout.. z=E=SUM(I,Donnees_noeuds(I,'c')*s(I));
136 Conservation(I).. s(I)+SUM(J $ A(J,I), f(J,I)) =E= SUM(J $ A(I,J), f(I,J));
137 Flux_passifs(I,J)$Ap(I,J).. SIGN(f(I,J))*SQR(f(I,J)) =E= Cij2(I,J)*(SQR(p(I)
      )-SQR(p(J)));
138 Flux_actifs(I,J)$Aa(I,J).. SIGN(f(I,J))*SQR(f(I,J)) =G= Cij2(I,J)*(SQR(p(I)
      )-SQR(p(J)));
139 Sens_flux(I,J).. signe(I,J)*f(I,J) =G= 0;
140 Bornes_s_min(I).. Donnees_noeuds(I,'s_min') =L= s(I);
141 Bornes_s_max(I).. s(I) =L= Donnees_noeuds(I,'s_max');
142 Bornes_p_min(I).. Donnees_noeuds(I,'p_min') =L= p(I);
143 Bornes_p_max(I).. p(I) =L= Donnees_noeuds(I,'p_max');
144 Pression_France(I)$Pmin(I).. p(I) =E= Donnees_noeuds(I,'p_min');
145
146
147 MODEL PRINCIPAL /Cout, Conservation, Flux_passifs, Flux_actifs, Sens_flux,
      Bornes_s_min, Bornes_s_max, Bornes_p_min, Bornes_p_max, Pression_France
      /;
148 SOLVE PRINCIPAL USING DNLP MINIMIZING z;

```

Bibliographie

- [1] D. De Wolf and Y. Smeers. “The gas transmission problem solved by an extension of the simplex algorithm”. *Management Science*, 46(11) :1454–1465, 2000.
- [2] Paul D. Les 5 questions les plus fréquentes sur le passage du gaz pauvre au gaz riche. <https://www.engie.be/fr/blog/chauffage/les-5-questions-les-plus-frequeemment-posees-sur-le-passage-du-gaz-pauvre-a-gaz-ri> 2 octobre 2017. Consulté le 25 mai 2021.
- [3] D. Junqua. “L’Algérie signe avec la Belgique un accord sur le prix du gaz naturel”. *Le Monde*, 10 avril 1981.
- [4] La moitié des consommateurs de gaz belges passent à une autre sorte de gaz. <https://www.legazchange.be/fr>. Consulté le 23 mai 2021.
- [5] Association Royale des Gaziers Belges (ARGB) : Transport en Belgique. <https://www.gas.be/fr/materielpedagogique/a-propos-du-gaz/transport-et-stockage/transport-en-belgique>. Consulté le 4 février 2021.
- [6] Figaz. “Rapport annuel de la fédération belge des industries du gaz”, 1990.
- [7] S. Cornot. “Le gaz naturel dans le monde”. *CEDIGAZ*, 1990.
- [8] D. De Wolf. “Mathematical properties of formulations of the gas transmission problem”. *Technical Journal*, 11(3) :133–137, 2017.
- [9] Commission wallonne pour l’énergie (CWaPE). Conversion du gaz pauvre au gaz riche. <https://www.cwape.be/node/186>. Consulté le 23 mai 2021.

Abstract :

The goal of the present work is to determine how to distribute the gas through the Belgian pipelines network for a minimal supply cost. This optimization of the network is performed on two situations : firstly in the case of the current gas network and secondly in the case of the future situation of the gas network after the of deliveries from the Netherlands.

In order to perform the optimization, this work uses the method proposed by De Wolf and Smeers in [1]. This method use an auxiliary problem to find an acceptable starting point used to solve the optimization of the gas network that is non linear and non convex.

The results of the optimization indicate that the supply in Norwegian gas must be preferred to the one from Algeria in both situations because it is cheaper. The optimization of the future situation is feasible only if a compressor is added on the arc Warnand-Namur.

Résumé :

L'objectif de ce travail est de déterminer comment distribuer le gaz naturel au travers du réseau de gazoducs belge pour un coût d'approvisionnement minimal. Cette optimisation du réseau sera effectuée dans deux situations : premièrement dans le cas du réseau actuel de distribution de gaz riche et deuxièmement dans le cas de la situation future du réseau après l'arrêt des livraisons de gaz pauvre par les Pays-Bas.

Pour ce faire, ce travail utilise la méthode proposée par De Wolf et Smeers dans [1]. Cette méthode fait appel à un problème d'optimisation auxiliaire qui permet de trouver un point de départ acceptable pour résoudre le problème d'optimisation du réseau qui se trouve être non-linéaire et non-convexe.

Les résultats de l'optimisation indiquent que l'approvisionnement en gaz riche norvégien doit être privilégié à celui provenant d'Algérie en raison de son coût moindre et ce dans les deux situations étudiées. L'analyse nous indique aussi qu'il faudrait renégocier à la hausse le contrat avec la Norvège au détriment de celui avec l'Algérie. Dans le cadre de la situation future du réseau après l'arrêt des livraisons de gaz néerlandais, le problème n'est réalisable qu'à condition d'ajouter un compresseur supplémentaire sur l'arc Warnand-Namur.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
Louvain School of Management

Place des Doyens, 1 bte L2.01.01, 1348 Louvain-la-Neuve
Boulevard Emile Devreux 6, 6000 Charleroi, Belgique
Chaussée de Binche 151, 7000 Mons, Belgique

www.uclouvain.be/lsm