

Identification des paramètres dynamiques d'un robot humanoïde

Mémoire présenté par
Florent D'HONDT

en vue de l'obtention du grade de Master
Ingénieur civil mécanicien

Promoteur(s)
Renaud RONSSE

Lecteur(s)
Renaud RONSSE, Timothée HABRA , Benoît RAUCENT

Année académique 2016-2017

Remerciements

Je souhaiterais tout d'abord adresser mes remerciements aux personnes qui m'ont aidé de près ou de loin dans la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je remercie Monsieur R. Ronsse, professeur à l'Université Catholique de Louvain et promoteur de ce mémoire, pour le temps consacré au bon avancement de ce mémoire et pour les différents commentaires apportés durant la rédaction de celui-ci.

Je remercie Monsieur T. Habra, doctorant à l'Université Catholique de Louvain et tuteur de ce mémoire, pour sa disponibilité, sa patience et ses précieux conseils tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Je remercie Monsieur P. Fisette, professeur à l'Université Catholique de Louvain, pour le temps qu'il a consacré à l'avancement de ce mémoire.

Je remercie Monsieur B. Raucent, professeur à l'Université Catholique de Louvain, pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je remercie Monsieur L. Louette pour son aide dans la relecture de ce mémoire.

Je tiens à remercier mes parents et ma famille, pour tout le soutien apporté durant la rédaction de ce mémoire.

Finalement, je remercie Juliette Longfils pour le soutien moral qu'elle m'a apporté pendant la rédaction de ce mémoire.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Modélisation multicorps : rappels théoriques et implémentation	5
2.1	Définitions	5
2.1.1	Système multicorps	5
2.1.2	Modèle dynamique	6
2.2	Paramètres du modèle dynamique	7
2.2.1	Paramètres dynamiques standards	7
2.2.2	Paramètres dynamiques barycentriques	8
2.3	Modèle dynamique avec paramètres standards	9
2.4	Modèle dynamique avec paramètres barycentriques	9
2.5	Modèle dynamique pour un système à base flottante	9
2.6	Génération symbolique des équations avec ROBOTRAN	11
2.7	Conclusion	12
3	Identification des paramètres dynamiques d'un système multicorps	13
3.1	Identification des paramètres	13
3.1.1	Méthodes d'estimation	14
3.1.2	Cas d'un robot humanoïde	15
3.2	Ensemble minimal des paramètres	15
3.2.1	Simplification symbolique	16
3.2.2	Simplification numérique	16
3.3	Trajectoire excitante	18
3.3.1	Conditionnement de la matrice d'identification	18
3.3.2	Cas d'un robot manipulateur	18
3.3.3	Cas d'un robot humanoïde	19
3.4	Conclusion	20
4	Implémentation d'une toolbox d'identification	21
4.1	Description de la toolbox	21
4.2	Fonctionnement de la toolbox	22
4.3	Procédure d'identification	23
5	Validation de la toolbox : méthodes expérimentales	25
5.1	Identification d'un bras du robot Walk-Man	25
5.1.1	Modèle	25
5.1.2	Expériences réalisées	26
5.2	Identification du robot Walk-Man	26
5.2.1	Modèle	27
5.2.2	Expériences réalisées	27
5.3	Mesure de la qualité de l'identification	28

5.3.1	Qualité de l'estimation des paramètres	28
5.3.2	Qualité de la dynamique du modèle estimé	29
5.3.3	Robustesse de l'identification	29
6	Validation de la toolbox : résultats	31
6.1	Validation du modèle barycentrique	31
6.2	Identification des paramètres	33
6.2.1	Bras du robot Walk-Man	33
6.2.2	Robot Walk-Man	34
6.3	Précision du modèle dynamique estimé	35
6.3.1	Bras du robot Walk-Man	35
6.3.2	Robot Walk-Man	37
6.4	Influence du conditionnement de la matrice d'identification	38
6.4.1	Bras du robot Walk-Man	38
6.4.2	Robot Walk-Man	39
6.5	Impact du bruit sur l'identification des paramètres	40
6.5.1	Bras du robot Walk-Man	40
6.5.2	Robot Walk-Man	42
6.6	Conclusion	44
7	Conclusion	45
7.1	Discussion et perspectives	46
7.2	Conclusion	47
	Bibliographie	48
A	Modèle MBS du robot Walk-Man	50
B	Aspects pratiques de l'identification avec ROBOTRAN	52
B.1	Génération de la matrice Φ	52
B.2	Réduction des paramètres	52
B.3	Calcul des paramètres	53
C	Documentation de la toolbox d'identification	54
C.1	Structure de la toolbox	54
C.2	Fichiers nécessaires à l'identification	54
C.3	Procédure d'identification	56
D	Code la toolbox	59
D.1	Fonction principale	59
D.2	Fonction d'identification	60
D.3	Fonction de conversion des points d'ancrage	62
D.4	Fonction de simplification numérique QR	63
D.5	Fonction de lecture des structures	64
E	Norme de l'espace nul de la matrice Φ	65

Chapitre 1

Introduction

Depuis plusieurs dizaines d'années, le secteur de la robotique est en perpétuelle croissance. A l'heure actuelle, les robots occupent une place prépondérante dans un très grand nombre d'activités, qu'elles soient industrielles (bras manipulateurs) ou quotidiennes (robots ménagers). En parallèle de ces différents types de robots, une autre classe de robots fait l'objet de nombreuses recherches scientifiques ces dernières années : les robots humanoïdes [1, 2].

Comme son nom l'indique, un robot humanoïde est un robot conçu pour ressembler à un humain. Les objectifs d'un tel robot sont divers et variés : ils vont de l'interaction avec des hommes au secours de personnes en zones sinistrées dangereuses à une assistance quotidienne aux humains [3]. Ces objectifs demandent notamment aux robots humanoïdes la compréhension des mécanismes sous-jacents du cerveau humain ainsi qu'une locomotion efficace et précise. L'avantage de ces robots est donc de pouvoir remplacer ou assister l'homme dans des tâches quotidiennes ou dangereuses. De par sa conception, celui-ci entraîne néanmoins des problématiques dont les robots manipulateurs ne font pas l'objet, comme par exemple la stabilité lors de ses déplacements et le nombre beaucoup plus élevé de corps et de degrés de liberté à contrôler.

Comme tous les autres types de robots, les robots humanoïdes répondent aux équations de la dynamique des systèmes multicorps. Le contrôle de ces robots se fait d'ailleurs à l'aide de ces équations dynamiques. Ces équations dépendent de différents paramètres, comme notamment la masse et le centre masse des corps du robot. Une connaissance précise de ces paramètres est cruciale pour obtenir un modèle dynamique précis. En effet, la conception des contrôleurs d'un robot, tel que les contrôleurs de couples, est basée sur le modèle dynamique du robot et la performance de ceux-ci dépend de la précision du modèle utilisé. Le problème est, qu'en général, ces différents paramètres ne sont pas fournis par les constructeurs. La mesure de ces paramètres est irréaliste à cause de la complexité de la majorité des robots.

L'identification expérimentale est la seule méthode efficace permettant de palier à ce manque d'informations provenant des constructeurs. En pratique, un modèle est identifiable s'il est possible de trouver les valeurs des paramètres sous-jacents de ce modèle à partir d'observations faites sur celui-ci. L'identification des paramètres d'un robot traite donc du problème de l'estimation de ces paramètres à partir de la réponse du robot à une expérience menée sur celui-ci. L'idée est donc d'obtenir suffisamment de mesures de bonne qualité pour la dynamique du robot, permettant alors d'estimer ces paramètres au moyen d'un modèle de régression.

De nombreux auteurs scientifiques ont publié des articles contribuant directement ou indirectement au progrès dans l'identification de ces paramètres. Depuis les années 80, ce domaine est au cœur d'un grand nombre de recherches scientifiques au sein de nombreux instituts. Certains de ces auteurs servent d'ailleurs de base théorique à ce mémoire, comme notamment : P. Fisette et J.C. Samin pour la caractérisation dynamique des systèmes multicorps [4–6], B. Armstrong et M. Gautier pour la notion de trajectoires excitantes [7–9], J. Swevers et al. pour l'identification expérimentale des robots manipulateurs [10–12], G. Venture et al. pour l'identification des paramètres des robots humanoïdes [13–16].

L'objectif de ce mémoire est donc d'identifier les paramètres dynamiques d'un robot humanoïde. Pour atteindre cet objectif, plusieurs notions théoriques sont à approfondir :

- qu'est-ce qu'un système multicorps ?
- quels modèles régissent la dynamique d'un tel système ?
- quelles spécificités apporte un robot humanoïde par rapport à un robot manipulateur ?
- quels sont les paramètres dynamiques à identifier ?
- quelles expériences doivent être réalisées afin de trouver ces paramètres ?

Une fois toutes ces bases théoriques assimilées, il sera possible de se concentrer et de tenter de répondre à plusieurs questions de recherches :

- comment automatiser le processus d'identification des paramètres pour différents systèmes multicorps ?
- est-il possible d'améliorer l'identification des paramètres sur base de différents mouvements imposés au robot ?
- quel est l'effet du bruit sur l'identification des paramètres ?

Ce mémoire va tenter de répondre à ces différentes questions. Pour ce faire, plusieurs systèmes multicorps vont être utilisés afin de se familiariser avec le concept d'identification de paramètres : celui d'un bras fixé au sol et celui du robot humanoïde Wak-Man (voir [17]). L'objectif principal du robot Walk-Man est d'intervenir lors de catastrophes naturelles pour sauver des vies et éviter des conséquences plus graves. Pour cela, il a été conçu de manière à ressembler le plus possible à un humain. Celui-ci comporte 33 degrés de liberté et mesure environ 1,85 [m]. L'objectif de ce mémoire est donc d'identifier les paramètres de ce robot humanoïde afin d'obtenir un modèle dynamique précis et efficace.

L'analyse et la simulation de ces systèmes est rendue possible grâce au logiciel ROBOTRAN, logiciel développé par l'UCL-CEREM permettant la modélisation et l'analyse de systèmes multicorps. Pour répondre à ces questions de recherche, ce mémoire est structuré en plusieurs chapitres.

Tout d'abord, le premier chapitre de ce mémoire servira à introduire et définir les concepts de la modélisation multicorps, c'est-à-dire : les systèmes multicorps, les équations du modèle dynamique, les paramètres décrivant un modèle dynamique, les spécificités de modélisation d'un robot humanoïde et l'implémentation pratique d'un système multicorps à l'aide de ROBOTRAN.

Ensuite, le deuxième chapitre détaillera les bases de l'identification des paramètres dynamiques dans le cas de systèmes multicorps. Les conditions d'identification vont être posées et les différentes méthodes d'estimation des paramètres et d'obtention des trajectoires nécessaires à l'identification vont être résumées. Les spécificités d'identification propres aux robots humanoïdes seront aussi mises en évidence.

Le troisième chapitre expliquera le fonctionnement de la méthode automatique implémentée dans le cadre de ce mémoire permettant l'identification des paramètres dynamiques de n'importe quel système multicorps.

En outre, le quatrième chapitre présentera les méthodes expérimentales utilisées afin de valider le bon fonctionnement de la méthode automatique d'identification.

Vient alors le cinquième chapitre qui exposera les différents résultats obtenus pour la validation de l'identification de différents systèmes multicorps par la méthode automatique.

Finalement, ce mémoire se terminera par une conclusion qui répondra aux questions de recherches posées dans cette introduction et présentera certains points qui pourraient faire l'objet d'améliorations ou d'ajouts ultérieurs.

Chapitre 2

Modélisation multicorps : rappels théoriques et implémentation

Dans ce chapitre, les bases théoriques concernant la dynamique des systèmes multicorps, essentielles à la compréhension de ce mémoire, vont être décrites succinctement.

Tout d'abord, les deux grands concepts de ce chapitre, c'est-à-dire les systèmes multicorps et les modèles dynamiques, vont être définis. Ensuite, les paramètres dynamiques décrivant un modèle dynamique vont être présentés. Les équations dynamiques de ces modèles vont alors être introduites, dans le cas d'un système à base fixe et dans le cas d'un système à base flottante. Finalement, le fonctionnement pratique du logiciel ROBOTRAN, permettant d'obtenir ces équations, va être brièvement détaillé.

2.1 Définitions

2.1.1 Système multicorps

Un système multicorps est un ensemble de corps rigides connectés entre eux par des articulations. Un corps rigide est un corps qui ne peut pas se déformer sous l'effet de forces appliquées sur lui-même. Des exemples typiques de systèmes multicorps sont notamment les véhicules routiers ou ferroviaires. Un corps rigide i ainsi que son corps "parent" h et ses corps "enfants" j et k sont représentés à la figure 2.1. On dit qu'un corps est "parent" d'un autre corps quand il est directement antérieur à celui-ci dans la chaîne cinématique du système. A contrario, un corps est "enfant" d'un autre corps quand il est directement postérieur à celui-ci dans la chaîne cinématique.

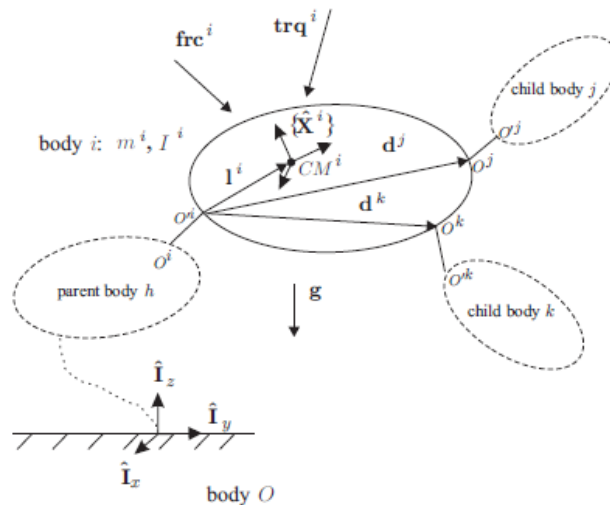


FIGURE 2.1 – Représentation d'un corps i avec son corps "parent" et ses corps "enfants". Adapté de [18]

Dans cette figure, les segments représentent les articulations et les "patates" représentent les corps du système. De plus, $\mathbf{I}^i$ représente le vecteur position du centre de masse CM^i du corps i par rapport au point d'ancrage O^i du corps i et $\mathbf{I}^i$ représente le tenseur d'inertie symétrique du corps i par rapport à son centre de masse CM^i .

Les articulations sont les moyens physiques permettant le mouvement entre deux corps. Les mouvements relatifs permis par une articulation proviennent de sa nature physique, ce qui définit son nombre de degrés de liberté. Toutes les articulations physiques pouvant être modélisées par une succession appropriée d'articulations prismatiques ou rotationnelles, l'hypothèse de modélisation suivante est dès lors utilisée : chaque connexion entre des corps est une combinaison d'articulations à un seul degré de liberté, prismatique ou rotationnelle.

Un système multicorps peut être de deux types : une structure de type "arbre" ("tree-like"), et une structure à boucle cinématique fermée ("closed-loop"). Une structure de type "arbre" est une structure sans boucle fermée. Ces deux structures sont représentées à la figure 2.2. Un robot humanoïde est considéré comme une structure de type "arbre".

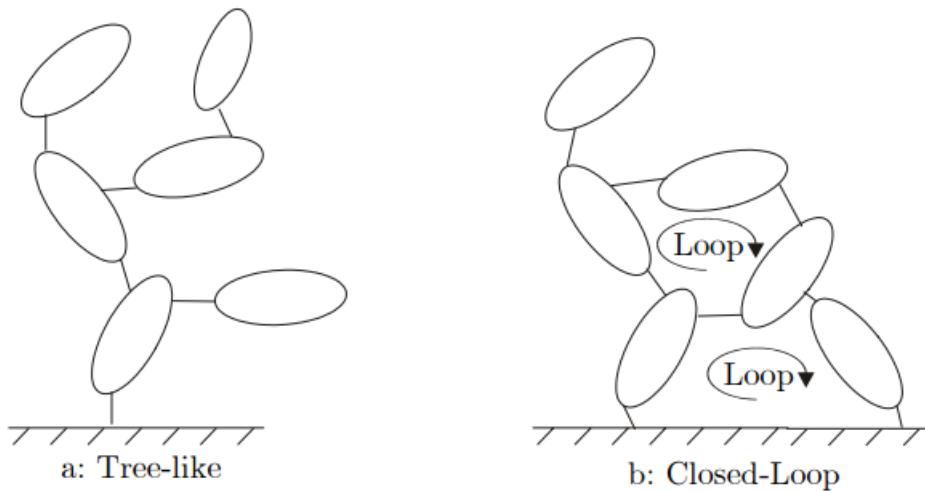


FIGURE 2.2 – a : structure de type "arbre", b : structure à boucles fermées. Adapté de [4]

2.1.2 Modèle dynamique

En robotique, un modèle dynamique permet de relier les forces et les couples transmis dans les articulations aux mouvements du système, c'est-à-dire sa position, sa vitesse et son accélération. Il peut être soit direct, soit inverse.

Pour l'étude de la dynamique d'un système multicorps, il est nécessaire de décrire la configuration de chaque corps en utilisant des variables qui joueront le rôle d'inconnues dans les équations décrivant la dynamique de ces corps. On appelle "coordonnées généralisées" les variables qui peuvent servir à décrire la configuration d'un système. Ces coordonnées généralisées sont notées q .

Le contrôle à haute vitesse et à haute précision d'un robot est seulement possible avec des algorithmes de contrôle avancés, nécessitant une connaissance profonde et précise de la dynamique du robot. Le modèle dynamique d'un robot est donc important pour le contrôle et la simulation de mouvements.

Dynamique directe

La dynamique directe d'un système multicorps consiste à calculer les accélérations généralisées $\ddot{q}$ pour une configuration donnée $(q, \dot{q})$ du système auquel des forces et des couples externes sont appliqués.

L'équation représentant la dynamique directe s'écrit alors :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}, forces, torques, \theta) \quad (2.1)$$

avec :

- q les coordonnées généralisées des articulations ;
- $\dot{q}$ et $\ddot{q}$ respectivement les vitesses et accélérations généralisées des articulations ;
- θ les paramètres du modèle dynamique, qui seront définis à la section suivante (cf. section 2.2) ;
- $forces$ et $torques$ les forces et couples internes ou externes (comme des forces de contact par exemple).

Dynamique inverse

La dynamique inverse d'un système multicorps consiste quant à elle à calculer les forces et couples généralisés Q des articulations devant être appliqués à ces articulations dans une configuration donnée $(q, \dot{q}, \ddot{q})$ du système auquel des forces et des couples externes sont appliqués, afin d'obtenir une trajectoire demandée. L'équation représentant la dynamique inverse s'écrit alors :

$$Q = h(q, \dot{q}, \ddot{q}, \theta, f_e, \tau_e, g) \quad (2.2)$$

avec f_e et τ_e les forces et couples externes exercés sur le système.

2.2 Paramètres du modèle dynamique

2.2.1 Paramètres dynamiques standards

Dans [19], Raucourt décrit un modèle dynamique du robot par plusieurs paramètres θ : les paramètres de l'articulation (actionneur et transmission) et les paramètres du corps (géométrie et répartition de masse).

Les paramètres de l'actionneur sont : l'inertie principale de l'actionneur autour de l'axe de rotation et les caractéristiques de l'actionneur, comme la constante de couple pour un moteur.

Les paramètres de la transmission sont : sa géométrie, le coefficient de frottement, le jeu, la raideur de transmission et le rapport de réduction de la transmission.

Les paramètres de répartition de masse du corps sont : le tenseur d'inertie, le centre de gravité, la masse et l'élasticité du corps. Ces paramètres correspondent aux paramètres inertiels.

Certains de ces paramètres sont connus, d'autres pas. Des hypothèses sont posées afin d'alléger le travail de recherche de ces paramètres :

- la géométrie du robot est connue ;
- les corps sont rigides et les articulations sont idéales (une articulation idéale est une articulation sans élasticité ni jeu) ;
- la friction dans le robot est ignorée.

En posant ces trois hypothèses, l'estimation des paramètres du modèle est réduite aux paramètres les plus importants du modèle : les paramètres inertiels.

Les paramètres dynamiques standards, que nous appellerons dorénavant δ , sont au nombre de 10 par corps et sont donc les suivants :

- masses des corps en $[kg]$;
- centres de masse, c'est à dire les 3 composantes du vecteur $\mathbf{I}^i$ en $[m]$;
- matrices d'inerties, c'est à dire les 6 composantes du tenseur $\mathbf{I}^i$ en $[kg.m^2]$.

où $\mathbf{I}^i$ et $\mathbf{I}^i$ sont définis et représentés à la section 2.1.1.

2.2.2 Paramètres dynamiques barycentriques

Comme il a été montré à la sous-section précédente (cf. section 2.2.1), le modèle du robot est caractérisé par un ensemble de paramètres inertiels représentant la répartition de masse des corps. Ces paramètres peuvent être considérés soit de manière séparée, comme dans le cas des paramètres dynamiques standards, soit de manière combinée, pour devenir alors des paramètres dynamiques dits barycentriques.

Ces paramètres inertiels sont ici barycentriques, c'est-à-dire qu'ils sont formés par la combinaison de certains de ces paramètres entre eux. Ces combinaisons, appelées quantités barycentriques, sont des caractérisations de la masse prenant en compte la topologie du système. L'avantage d'utiliser des paramètres barycentriques est que ceux-ci apparaissent linéairement dans les équations dynamiques. Cet avantage sera mis en évidence au chapitre suivant. Ces paramètres étant également au nombre de dix, l'ensemble des paramètres barycentriques d'un système multicorps composé de n corps est donc de $10n$. Ces paramètres sont les suivants :

- la masse barycentrique $\bar{m}^i$ en $[kg]$,
- le moment barycentrique $\bar{m}^i \mathbf{b}^i$ en $[kg.m]$,
- le tenseur barycentrique $\mathbf{K}^i$ en $[kg.m^2]$.

La masse barycentrique $\bar{m}^i$ d'un corps i est définie comme la masse du corps lui-même, augmenté par la masse totale de ses descendants (on parle alors de corps augmenté); les descendants d'un corps sont tous les corps postérieurs à celui-ci dans la chaîne cinématique :

$$\bar{m}^i = \sum_{j:i \leq j} m^j \quad (2.3)$$

Un corps augmenté i est "un corps fictif composé du corps i et des masses de ses descendants rapportées aux points d'ancrage de ses différents enfants". Ce concept est représenté à la figure 2.3.

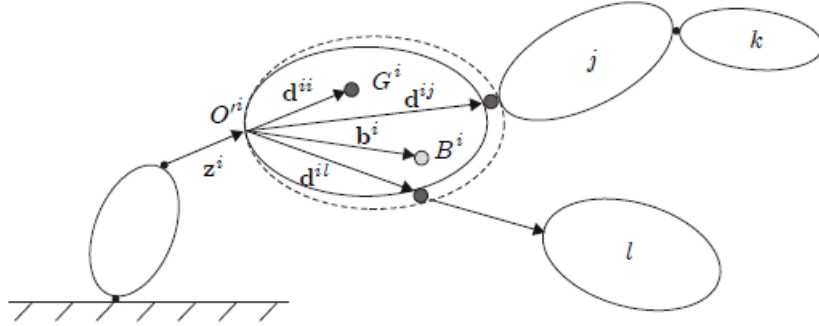


FIGURE 2.3 – Corps augmenté i . Adapté de [4]

Le moment barycentrique $\bar{m}^i \mathbf{b}^i$ représente le vecteur moment localisant le centre de masse du corps augmenté i :

$$\bar{m}^i \mathbf{b}^i = \sum_{j:i \leq j} m^j \mathbf{d}^{ij} \quad (2.4)$$

Le tenseur barycentrique $\mathbf{K}^i$ représente le tenseur d'inertie du corps augmenté i et est donné, au moyen de la formule de Steiner ($\mathbf{I}^P = -m^i \bar{\mathbf{d}} \cdot \bar{\mathbf{d}} + \mathbf{I}^G$), par :

$$\mathbf{K}^i = \mathbf{I}^i - \sum_{j:i \leq j} m^j \bar{\mathbf{d}}^{ij} \cdot \bar{\mathbf{d}}^{ij} \quad (2.5)$$

2.3 Modèle dynamique avec paramètres standards

Les équations du mouvement du robot, pouvant être obtenues par le Principe des Puissances Potentielles ou par le formalisme de Newton-Euler récursif par exemple, ont la forme suivante :

$$M(q, \theta)\ddot{q} + c(q, \dot{q}, \theta, f_e, \tau_e, g) = Q(q, \dot{q}) \quad (2.6)$$

avec :

- $M(n \times n)$ la matrice de masse symétrique définie positive ;
- $c(n \times 1)$ le vecteur dynamique non-linéaire contenant les termes centrifuges, gyroscopiques et de gravité ainsi que la contribution des forces et couples externes ;
- $q(n \times 1)$ les coordonnées généralisées des articulations ;
- $\theta(10n \times 1)$ qui comprend les masses, centres de masse et les matrices d'inertie des corps du système ;
- $Q(n \times 1)$ le vecteur des forces généralisées associés aux coordonnées q (les forces et couples appliqués sur les articulations par les actionneurs).

Les forces et couples externes contenus dans le terme c représentent toutes les forces ou couples agissant sur les corps, en plus des forces et couples des articulations, et de la gravité. Ceux-ci peuvent aussi être mis en évidence dans l'équation 2.6 pour donner l'équation suivante :

$$M(q, \theta)\ddot{q} + d(q, \dot{q}, g) = Q(q, \dot{q}) + Q_e \quad (2.7)$$

où Q_e représente le vecteur de contribution des forces et couples externes sur les articulations du système. Q_e peut être développé sous la forme suivante :

$$Q_e = \sum_{k=1}^N J_k F_k \quad (2.8)$$

avec :

- N le nombre de forces et couples externes exercés sur le système ;
- F_k le vecteur des forces et couples externes exercés sur le robot ;
- J_k la matrice jacobienne correspondant à la projection de ces forces et couples sur les différentes articulations.

2.4 Modèle dynamique avec paramètres barycentriques

L'équation 2.6 peut également être réécrite, en utilisant les paramètres barycentriques, comme étant :

$$\phi(q, \dot{q}, \ddot{q}, g)\delta = Q(q, \dot{q}) + Q_e \quad (2.9)$$

où δ est un vecteur $(10n \times 1)$ contenant les $10n$ paramètres barycentriques du système et ϕ une matrice $(n \times 10n)$.

2.5 Modèle dynamique pour un système à base flottante

En robotique, on distingue deux types de robots : les robots à base fixe et les robots mobiles, avec une base dite flottante, leur permettant de se déplacer. Un robot manipulateur correspond au type à base fixe, c'est-à-dire qu'il est ancré au sol, et est directement concerné par la dynamique décrite ci-dessus. Un robot humanoïde correspond quant à lui à un robot mobile, donc à base flottante, et qui ne comprend aucun corps rigidement fixé au sol (cf. Figure 2.4).

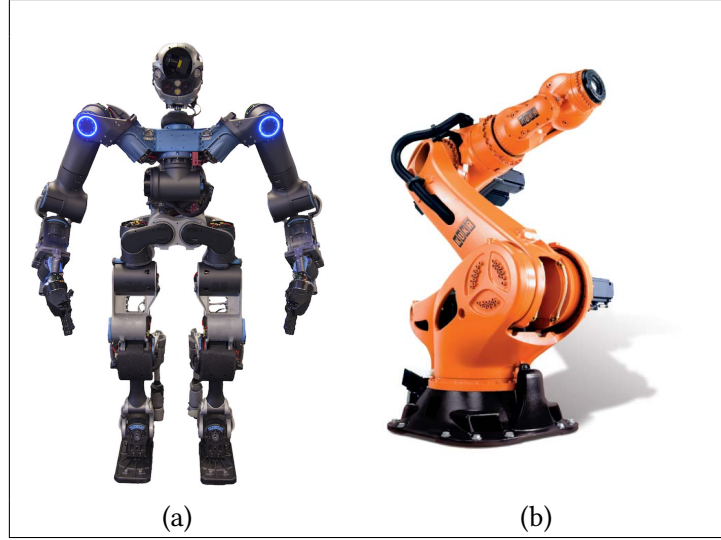


FIGURE 2.4 – (a) Robot humanoïde *Walk-Man* (système à base flottante); (b) Robot manipulateur *KUKA* (système à base fixe)

La base flottante d'un robot mobile lui rajoute 6 degrés de liberté (3 en rotation et 3 en translation) par rapport à un robot manipulateur dont la base fixe ne rajoute aucun degré de liberté. De plus, ces 6 degrés de liberté ne sont pas directement actionnés et il n'y pas d'encodeurs permettant de directement mesurer leur cinématique.

La dynamique d'un tel système peut dès lors être représentée par l'équation 2.10, qui est une adaptation de l'équation 2.7 dans le cas d'un système à base flottante comme un robot humanoïde :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_0 \\ \ddot{q}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Q \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{N_c} \begin{bmatrix} J_{k1} \\ J_{k2} \end{bmatrix} F_k \quad (2.10)$$

avec :

- $\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$ la matrice d'inertie ;
- q_0 le vecteur des coordonnées généralisées représentant les 6 degrés de liberté de la base ;
- q_θ le vecteur des positions des articulations ;
- $\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ le vecteur incluant les forces centripètes, de Coriolis et gravitationnelle ;
- Q le vecteur des couples des articulations ;
- N_c le nombre de points de contact avec l'environnement ;
- F_k le k^e vecteur des forces et couples externes exercés sur le robot ;
- J_{k1} et J_{k2} les matrices jacobiniennes qui transforment F_k en vecteur de forces généralisées.

Il est à noter que le 0 de la matrice $\begin{bmatrix} 0 \\ Q \end{bmatrix}$ provient du fait que la base flottante n'est pas directement actionnée. La partie supérieure de l'équation 2.10 représente le mouvement à 6 degrés de liberté de la base flottante et la partie inférieure décrit le mouvement des n corps des chaînes cinématiques constituant le système entier, par exemple un robot humanoïde.

L'équation 2.10 peut également être réécrite, en utilisant les paramètres barycentriques, comme étant :

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \delta = \begin{bmatrix} 0 \\ Q \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{N_c} \begin{bmatrix} J_{k1} \\ J_{k2} \end{bmatrix} F_k \quad (2.11)$$

avec :

- $\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$,
- δ l'ensemble des paramètres dynamiques barycentriques.

Cette équation est l'adaptation de l'équation 2.9 dans le cas d'un système à base flottante.

Il est à noter que les forces et couples externes exercés sur le système, c'est-à-dire les composantes de F_k dans les équations 2.10 et 2.11, doivent être mesurés, et impliquent donc de disposer de capteurs adaptés afin de réaliser ces mesures. Cela a notamment comme conséquence de devoir adapter la technologie embarquée dans les robots humanoïdes. En général, les capteurs utilisés dans les robots humanoïdes pour mesurer ces forces et couples externes sont des capteurs de couple et des capteurs de force 6 axes.

2.6 Génération symbolique des équations avec ROBOTRAN

L'obtention de ces équations de la dynamique de systèmes multicorps est rendue possible grâce au logiciel ROBOTRAN. ROBOTRAN est un logiciel utilisant l'approche symbolique pour générer ces équations, ce qui permet de simplifier drastiquement les expressions mathématiques et confère aux équations une portabilité élevée vers d'autres disciplines scientifiques telles que le contrôle, l'optimisation, etc. [18]

Une fois que le modèle dynamique du robot est implémenté dans ROBOTRAN à l'aide de l'éditeur graphique interne MBSysPad, les équations dynamiques peuvent être générées dans la syntaxe de MATLAB à l'aide du générateur symbolique MBSysTran. L'analyse de systèmes multicorps peut ensuite être entièrement réalisée à l'aide de MATLAB. Les modules MATLAB pour ROBOTRAN s'appellent MBSysLab.

Le principe de fonctionnement de ROBOTRAN et ses différents modules sont représentés à la figure 2.5.



FIGURE 2.5 – Diagramme de fonctionnement de ROBOTRAN. Adapté de [18]

Afin d'illustrer le fonctionnement de ROBOTRAN, un exemple simple de modèle est représenté à la figure 2.6. Le modèle d'un pendule est obtenu à l'aide de l'éditeur graphique MBSysPad. Celui-ci est composé de deux corps, *Pendulum* et *Slider*, ainsi que de deux articulations, $R2$ et $T3$, représentant respectivement une articulation rotationnelle et une articulation prismatique. Il est également possible d'ajouter, par exemple, des forces externes ou des contraintes sur ce système à l'aide de cet éditeur. Une fois ce modèle implémenté, les équations symboliques peuvent être générées à l'aide du générateur symbolique MBSysTran.

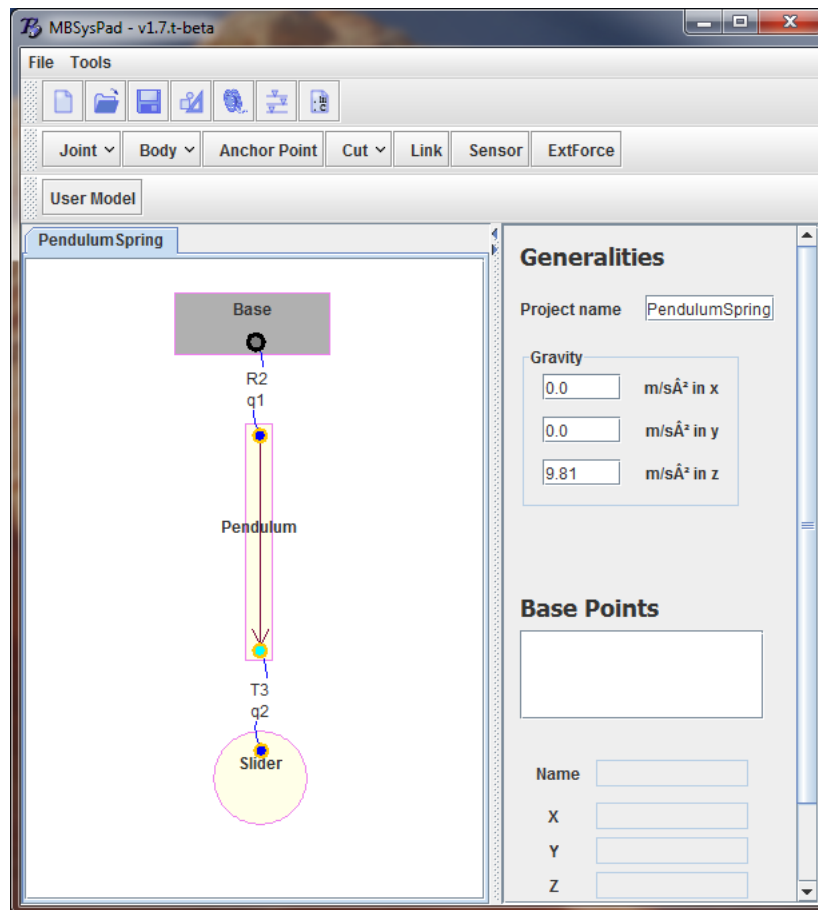


FIGURE 2.6 – Exemple de modèle obtenu à l’aide de l’éditeur MBSysPad

2.7 Conclusion

Plusieurs hypothèses permettant de réduire l’ensemble des paramètres décrivant le modèle dynamique d’un robot ont été posées. Ces paramètres se réduisent alors aux paramètres inertiels.

Ces paramètres peuvent être combinés entre eux afin de donner des paramètres barycentriques. Ces paramètres barycentriques apparaissent de façon linéaire dans les équations du modèle dynamique.

Finalement, un robot humanoïde se distingue d’un robot manipulateur par sa base flottante, lui offrant 6 degrés de liberté supplémentaires. Cette distinction implique une adaptation des équations du modèle dynamique pour le cas des robots humanoïdes.

Chapitre 3

Identification des paramètres dynamiques d'un système multicorps

Selon Siciliano et Khatib, l'identification des systèmes est le domaine concerné par le processus d'identification de modèles à partir de mesures [20]. L'identification des systèmes consiste à "trouver une représentation d'un système sur base de mesures et d'expériences effectuées sur celui-ci." ¹. Il est impossible de décrire complètement un système réel, le but est donc d'obtenir une ou des descriptions suffisamment bonnes pour un objectif donné.

Les fabricants de robots fournissent les paramètres des modèles dynamiques des robots, mais ceux-ci sont soit insuffisants, soit pas assez précis. La solution à ce problème est de procéder à une identification expérimentale du robot afin d'obtenir un modèle dynamique du robot précis et valide. Une identification expérimentale se déroule en 3 grandes étapes :

- générer un modèle dynamique du robot identifiable,
- générer des trajectoires d'excitation optimisées,
- estimer les paramètres du modèle.

3.1 Identification des paramètres

De manière générale, un modèle linéaire peut s'écrire sous la forme :

$$A^l \delta = Q^l \quad (3.1)$$

avec, par exemple, A^l une matrice $(n \times 10n)$, δ un vecteur $(10n \times 1)$ et Q^l un vecteur $(n \times 1)$. Supposons qu'il y ait X différentes mesures réalisées lors d'une expérience, l'exposant $l = 1, \dots, X$ représentant chacune d'entre elles. Les informations provenant des différentes mesures sont combinées en empilant les X équations se rapportant aux X mesures, ce qui donne :

$$A\delta = Q \quad (3.2)$$

$$\text{avec } A = \begin{bmatrix} A^1 \\ A^2 \\ \vdots \\ A^X \end{bmatrix} \text{ et } Q = \begin{bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \\ \vdots \\ Q^X \end{bmatrix}.$$

Les paramètres δ peuvent alors être estimés via par exemple la méthode des moindres carrés :

$$\delta = A^+ Q \quad (3.3)$$

où A^+ correspond à la pseudo-inverse de A : $A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$.

1. System Identification, <https://uclouvain.be/cours-2015-LINMA2875>

La matrice A est dès lors appelée la matrice de régression. Afin de pouvoir effectuer cette inversion, cette dernière doit être de rang plein. Une matrice est de rang plein lorsqu'aucune colonne n'est linéairement dépendante d'autres colonnes. Le rang de la matrice est dès lors égal au nombre de colonnes de celle-ci.

Au chapitre précédent, il a été montré que l'expression d'un modèle dynamique exprimé avec des paramètres barycentriques était elle aussi linéaire. L'équation 3.3 est donc adaptable dans le cas d'un robot manipulateur et d'un robot humanoïde. Les équations 2.9 et 2.11 deviennent alors respectivement :

$$\delta = \Phi^+ \cdot (Q + \sum J_k F_k) \quad (3.4)$$

et

$$\delta = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix}^+ \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ Q \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{N_c} \begin{bmatrix} J_{k1} \\ J_{k2} \end{bmatrix} F_k \right) \quad (3.5)$$

où Φ , Q , J_k et F_k sont également des matrices résultant de l'empilement de X différentes mesures. La matrice Φ est appelée la matrice d'identification du système.

La condition de rang plein de la matrice de régression A s'adapte également dans le cas d'un robot manipulateur ou humanoïde. Selon [5], "l'ensemble des paramètres δ est identifiable si et seulement si il existe une trajectoire du robot telle que la matrice d'identification Φ est de rang plein". Pour satisfaire cette condition, deux critères doivent être respectés :

- éviter des paramétrisations redondantes du modèle ;
- sélectionner des trajectoires suffisamment riches.

En effet, si un de ces critères n'est pas respecté, les colonnes de la matrice d'identification du modèle ne seront plus indépendantes, menant ainsi à une perte de rang. Le premier critère implique la recherche d'un "ensemble minimal de paramètres", assurant au modèle de ne pas être sur-paramétré. Le deuxième critère implique la recherche de trajectoires suffisamment excitantes pour fournir une estimation des paramètres précise et rapide en présence de perturbations (bruit dans les mesures, etc.).

3.1.1 Méthodes d'estimation

Les paramètres dynamiques des équations 3.4 et 3.5 sont estimés à partir des données de mouvements et de couples/forces des actionneurs, mesurés par des instruments de mesures internes. Les encodeurs des articulations sont utilisés pour les données de mouvements, et les données de couples des actionneurs sont obtenues grâce aux mesures de courant des actionneurs ou à des capteurs d'efforts de type jauge de contrainte. Afin de résoudre ces équations, plusieurs méthodes d'estimation sont possibles.

Pour rappel, l'avantage d'utiliser les paramètres barycentriques est que ceux-ci apparaissent linéairement dans les équations dynamiques. C'est pourquoi une grande partie des chercheurs, notamment Gautier et Khalil dans [8], utilisent la méthode des moindres carrés pour l'estimation des paramètres (cf. équation 3.3). C'est également cette méthode qui est utilisée dans le cadre de ce mémoire. Dans [7], Armstrong propose d'utiliser la méthode des moindres carrés pondérés lorsque le bruit dans les mesures de forces/couples varie selon les axes. Ces méthodes supposent uniquement la présence de bruit dans les mesures de sortie, et supposent donc des mesures non-bruitées des positions des articulations. Or, la présence de bruit dans les mesures d'entrée, comme dans les mesures de positions et de forces/couples externes, est très fréquente. Selon Siciliano et Khatib, une méthode permettant de gérer à la fois le bruit dans les mesures d'entrée et de sortie est la méthode des moindres carrés totaux (*total least squares*) [20].

Dans [11], Swevers et al. utilisent une méthode d'estimation des paramètres basée sur un estimateur du maximum de vraisemblance. L'avantage de cet estimateur est qu'il est consistant même si les modèles sont non-linéaires, ce qui peut être le cas avec certains modèles de frottements non-linéaires présents dans le modèle d'un robot. Cette méthode prend en compte le bruit dans les mesures de positions et dans les actionneurs ou, en d'autres mots, combine l'estimation exacte des positions, vitesses et accélérations angulaires des articulations, avec l'estimation des paramètres du robot. Des simulations ont montré que cette méthode est asymptotiquement non biaisée et efficace, signifiant qu'elle mène à des estimations de paramètres avec une matrice de covariance minimale.

3.1.2 Cas d'un robot humanoïde

Dans [15], Venture et al. utilisent le fait que, peu importe la structure cinématique du robot humanoïde, la dimension de l'espace vectoriel engendré par les colonnes de Φ_1 est égale à la dimension de l'espace vectoriel engendré par les colonnes de Φ , soit $\dim(\text{col}(\Phi_1)) = \dim(\text{col}(\Phi))$, pour n'utiliser que la partie supérieure de l'équation 3.5, la réduisant ainsi à :

$$\Phi_1 \cdot \delta = \sum_{k=1}^{N_c} J_{k1} F_k \quad (3.6)$$

L'équation 3.6 peut être vue comme une adaptation du modèle externe présent dans [10] dans le cas d'un système à base flottante.

L'avantage de l'équation 3.6 est que d'une part, celle-ci ne dépend plus des couples articulaires, sensibles au bruit, et d'autre part, l'équation ne tenant plus compte des équations des articulations, il n'est plus nécessaire de prendre en compte l'identification de la visco-élasticité et des frottements de ces articulations. Le modèle d'identification se réduirait donc à :

$$\delta = \Phi_1^+ \cdot \sum_{k=1}^{N_c} J_{k1} F_k \quad (3.7)$$

Néanmoins, il a été montré dans [10] et [12] que dans le cas d'un système à base fixe, la combinaison de mesures internes et externes pour l'identification d'un robot pouvait améliorer la précision du modèle estimé. L'avantage de la méthode de Venture et al. consistant à n'utiliser que des mesures externes est donc contrebalancé par l'avantage de combiner les mesures internes et externes. Dans la suite de ce mémoire, la méthode combinant le modèle interne et externe, représenté dans le cas d'un système à base flottante par le modèle 3.5, a été retenu pour l'identification d'un robot humanoïde.

3.2 Ensemble minimal des paramètres

Comme indiqué précédemment, la recherche d'un ensemble minimal de paramètres, désigné désormais par la notation δ_B , est vitale pour l'identification d'un modèle dynamique [5]. D'une part, l'utilisation d'un ensemble minimal est nécessaire pour garantir un rang plein à la matrice d'identification. En effet, certains paramètres ne sont par exemple identifiables qu'en combinaison linéaire l'un de l'autre. D'autre part, il permet une diminution du nombre d'opérations arithmétiques dans la résolution des équations dynamiques.

L'avantage d'utiliser des paramètres barycentriques est que ceux-ci apparaissent linéairement dans les équations dynamiques du modèle. Mais ces paramètres ne constituent pas un ensemble minimal de paramètres car certains d'entre-eux peuvent encore se combiner ensemble ou disparaître des équations dynamiques. Ils ne sont donc pas utilisables pour l'identification du modèle. Par exemple, si certains moments barycentriques d'un système multicorps apparaissent toujours ensemble dans les équations dynamiques, ceux-ci peuvent alors être réduits en un seul paramètre représentant la combinaison de ces moments barycentriques.

Il existe 2 approches principales qui permettent la détermination de l'ensemble minimal des paramètres, selon que l'objectif est d'obtenir un modèle d'identification structurel ou prédictif :

- la simplification symbolique,
- la simplification numérique.

L'objectif d'un modèle structurel est d'obtenir un ensemble minimal de paramètres permettant de fournir une description physique significative du système. La différence avec un modèle prédictif est que celui-ci ne fournit pas un ensemble de paramètres étant tous physiquement significatifs ou précis, mais permet néanmoins d'obtenir une modélisation dynamique précise. Un exemple concret du principe de

fonctionnement d'un modèle prédictif est détaillé à la sous-section 3.2.2. Dans [9], Gautier explicite une méthode afin de projeter ces paramètres sur les paramètres réels afin de passer d'un modèle prédictif à structurel.

3.2.1 Simplification symbolique

Afin de réaliser une simplification symbolique, des règles de combinaisons récursives ont été trouvées dans [5] permettant d'obtenir cet ensemble minimal à partir des paramètres barycentriques. En démarrant des extrémités de la structure, ces règles permettent de déterminer les paramètres se combinant dans un corps, ceux qui disparaissent des équations et ceux qui sont reportés au corps précédent. Des tableaux fournissant ces règles de combinaison en fonction de la nature de l'articulation, qu'elle soit prismatique ou rotationnelle, sont fournis dans [5] par Fisette, Raucent et Samin.

Ces règles ont été démontrées dans le cas d'articulations prismatiques ou rotationnelles à un seul degré de liberté. Dans le cas où celles-ci en possèdent plusieurs, le logiciel de simplification symbolique insère des corps fictifs sans masse entre deux corps réels et applique les mêmes règles.

Le modèle obtenu grâce à une simplification symbolique est un modèle structurel.

3.2.2 Simplification numérique

La simplification numérique quant à elle nécessite une réduction du rang de la matrice d'identification grâce à une décomposition QR ou une décomposition par valeurs singulières. La matrice Φ peut avoir plusieurs colonnes dépendantes l'une de l'autre, c'est-à-dire en combinaison linéaire. Certains paramètres ne peuvent dès lors être identifiés qu'en combinaison linéaire l'un de l'autre.

Une décomposition QR de la matrice d'identification donnerait :

$$\Phi = Q \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

où Q est une matrice orthogonale, R une matrice triangulaire supérieure et 0 une matrice nulle.

Les paramètres non-identifiables sont ceux dont les éléments correspondant dans la diagonale R_{ii} sont nuls. Les autres paramètres pourraient apparaître en combinaison linéaire, dépendant du nombre d'éléments non-nuls présents dans la colonne j de R . Une approche possible consiste à mettre à 0 tous les éléments de la combinaison linéaire, à l'exception d'un seul. On passe alors d'un modèle structurel à un modèle prédictif selon Siciliano et Khatib [20].

Un exemple concret illustrant ce concept de modèle prédictif est le suivant : considérons un système constitué de deux corps m_1 et m_2 dont les masses sont respectivement de 3 et 2 [kg], où la friction est ignorée et sur lesquels une force F est appliquée. Cet exemple est illustré à la figure 3.1.

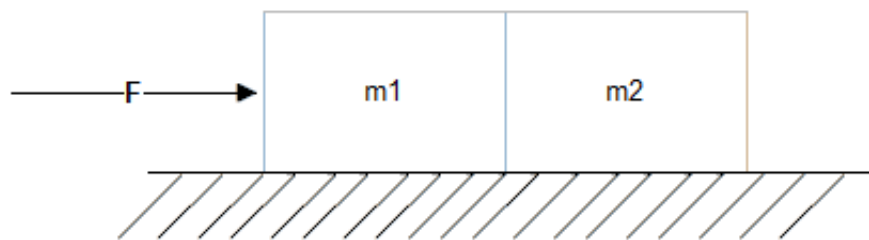


FIGURE 3.1 – Système de 2 corps poussés par une force F

On a alors :

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a \quad (3.9)$$

ou sous forme matricielle :

$$F = \begin{bmatrix} a & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

et donc :

$$F = \begin{bmatrix} a & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

pour donner finalement :

$$F = 5 \cdot a \quad (3.12)$$

Les masses m_1 et m_2 apparaissent toujours ensemble dans la dynamique de ce système. La technique du modèle prédictif consisterait alors à considérer que $m_1 = 0$ et d'utiliser dorénavant $m_2 = 5$ [kg], donnant désormais :

$$F = \begin{bmatrix} a & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

et donc $F = 5 \cdot a$ ce qui est équivalent à l'équation 3.12.

D'une part, le modèle prédictif utilise des paramètres dynamiques incorrects car les masses du corps 1 et 2 sont physiquement incorrectes mais, d'autre part, il fournit une bonne estimation de la dynamique du système.

Il sera montré plus tard dans ce mémoire qu'une limitation dans la simplification symbolique de ROBOTRAN de certains systèmes multicorps permet d'obtenir un modèle structurel du système mais avec une matrice Φ n'étant pas de rang plein ; une simplification numérique sera alors nécessaire, fournissant dès lors un modèle prédictif du système.

Récupération des colonnes impliquées dans des combinaisons linéaires

Une méthode permettant de trouver les colonnes de la matrice Φ d'identification impliquées dans des combinaisons linéaires a été implémentée dans le cadre de ce mémoire. Cette méthode sera utile au moment de la validation de la méthode automatique d'identification car elle permettra d'illustrer le concept de modèle prédictif pour un système multicorps spécifique, où tous les paramètres ne seront pas bien identifiés mais où la modélisation de la dynamique du système sera néanmoins efficace et précise.

Les colonnes d'une matrice A sont linéairement dépendantes si l'espace nul de cette matrice n'est pas vide. Pour rappel, l'espace nul d'une matrice A est simplement l'ensemble des vecteurs x tel quel : $A \cdot x = 0$. Il est possible d'obtenir une base orthonormée pour l'espace nul de la matrice A via une décomposition en valeurs singulières de cette matrice (cf. fonction *null* de MATLAB). La base orthonormée obtenue contiendra autant de colonnes que de combinaisons linéaires dans la matrice A . Chaque élément non-nuls des colonnes de cette base correspondra à une colonne impliquée dans une combinaison linéaire. De plus, les indices de ces éléments correspondront aux indices des colonnes impliquées dans des combinaisons linéaires.

La méthode est donc la suivante : une base orthonormée pour l'espace nul de la matrice Φ est calculée. Afin d'obtenir un vecteur colonne plus facile à analyser qu'une matrice, la norme de chaque ligne de la base est calculée. Les indices des éléments non-nuls de ce vecteur correspondent dès lors aux indices des colonnes de la matrice Φ impliquées dans des combinaisons linéaires.

3.3 Trajectoire excitante

Comme il a été mentionné à la section 3.1, une identification précise et efficace des paramètres dynamiques nécessite des trajectoires suffisamment excitantes. Lors d'expérimentations, il est donc nécessaire de vérifier si l'excitation imposée à un système assure une identification précise et rapide des paramètres et ce même en présence de perturbations telles que du bruit dans les mesures par exemple.

La majorité des articles scientifiques utilise le conditionnement comme mesure de l'influence de ces perturbations, et se base dès lors sur ce conditionnement pour optimiser l'excitation des trajectoires.

3.3.1 Conditionnement de la matrice d'identification

Le conditionnement d'une matrice A est défini par $\kappa_p(A) = \|A\|_p \|A^{-1}\|_p$ où $\|\cdot\|_p$ est une norme matricielle. Pour une norme de Frobenius ($\|\cdot\|_2$), le conditionnement est :

$$\kappa(A) = \frac{\sigma_{\max}(A)}{\sigma_{\min}(A)} \quad (3.14)$$

Le conditionnement exprime "la sensibilité de la solution d'une équation aux perturbations des données : plus $\kappa_p(A)$ est grand, plus la solution est sensible"².

L'objectif principal dans la recherche de trajectoires excitantes est donc la minimisation de ce conditionnement pour la matrice d'identification Φ . Différentes méthodes ont été élaborées dans le cadre de robot manipulateur et de robot humanoïde.

3.3.2 Cas d'un robot manipulateur

Plusieurs méthodes ont été présentées dans le cadre des robots manipulateurs, toutes utilisant une paramétrisation de trajectoire différente. Ces paramètres représentent les degrés de libertés du problème d'optimisation.

Structure déterministe

D'une part, on retrouve les méthodes basées implicitement sur une structure déterministe, c'est-à-dire où la conception de la trajectoire d'excitation ne prend pas en compte les incertitudes sur les mesures ou sur l'estimation des paramètres. Dans [7], Armstrong présente une approche généraliste où les paramètres d'optimisation sont les points d'une suite d'accélération d'articulations. L'optimisation est effectuée en maximisant la valeur singulière minimale du carré de la matrice d'identification. Cette méthode découle sur un nombre élevé de paramètres d'optimisation, entraînant une optimisation très lourde.

Dans [8], Gautier présente quant à lui une approche où les paramètres d'optimisation sont un ensemble fini des positions et des vitesses des articulations séparés dans le temps. L'optimisation s'effectue sur une combinaison linéaire du conditionnement et de l'équilibre des équations générées par les paramètres de la trajectoire.

Finalement, Otani utilise dans [21] des trajectoires combinant un cosinus et une rampe de sorte que les vitesses des articulations changent de façon sinusoïdale entre 0 et leur valeur maximale. Les paramètres d'optimisation sont la fréquence et l'amplitude du mouvement sinusoïdal pour chaque articulation.

Structure statistique

D'autre part, Swevers et al. décrivent dans [11] une méthode basée sur une structure statistique différant des autres méthodes par deux aspects : la paramétrisation de la trajectoire et le critère d'optimisation. Swevers et al. y décrivent une excitation périodique du robot où la trajectoire d'excitation pour chaque

2. Calcul formel et numérique, http://www.ulb.ac.be/di/map/gbonte/calcul/math31_3_4.pdf

articulation est une série finie de Fourier dont les amplitudes des sinus et cosinus sont les paramètres d'optimisation du problème d'optimisation. Le critère d'optimisation de ces amplitudes correspond à la borne de Cramér-Rao sur la matrice de covariance des paramètres estimés. Pour cette optimisation, la borne inférieure de la matrice de covariance est remplacée par une mesure scalaire représentative, son déterminant, menant ainsi au "critère de d-optimalité".

L'excitation périodique est un élément clé pour l'identification expérimentale précise du robot, principalement car elle permet des calculs sans bruit des vitesses et accélérations des articulations à partir de mesures des positions des articulations. Ces calculs non bruités sont rendus possibles car les vitesses et accélérations sont calculées de façon analytique. Les mesures des capteurs sont d'abord approximées, au sens des moindres carrés, comme une somme finie de sinus et de cosinus. Cela revient à prendre la transformée de Fourier discrète des mesures des capteurs. L'avantage de cette transformée est qu'elle n'introduit pas d'erreurs en raison de la périodicité de l'excitation [11].

Des résultats expérimentaux montrent que cette approche mène à des modèles qui sont jusqu'à 75% plus précis dans la prédiction des couples des actionneurs que des modèles résultant de méthodes d'identification n'exploitant pas l'avantage d'une excitation périodique [12].

3.3.3 Cas d'un robot humanoïde

Plusieurs difficultés sont à prendre en compte dans le cas d'un robot humanoïde. D'une part, le nombre de degrés de liberté, d'autre part la stabilité du robot.

Un robot manipulateur consiste en un bras articulé doté de peu de degré de libertés (en moyenne 6-7) par rapport à un robot humanoïde. Un robot humanoïde étant un robot conçu pour ressembler à un humain, celui-ci est en général composé de deux bras, une tête, deux jambes, un torse, un bassin, etc. La multiplication des corps dans un robot humanoïde implique une augmentation importante des degrés de liberté de celui-ci. A l'heure actuelle, un robot humanoïde comporte en général entre 20 et 50 degrés de libertés, soit environ 3 à 7 fois le nombre d'un robot manipulateur. En ce qui concerne le robot *Walk-Man*, celui-ci comporte 33 degrés de liberté (sans compter les 6 degrés de la base flottante).

Or, la génération de trajectoires optimales nécessite des optimisations non-linéaires, dont la complexité augmente avec le nombre de degrés de liberté. Il est donc raisonnable d'imaginer que l'implémentation des méthodes citées dans le cas d'un robot manipulateur risque de s'avérer peu envisageable dans le cadre d'un robot humanoïde.

D'autre part, la base flottante, permettant au robot de se mouvoir dans l'espace, va engendrer des problèmes de stabilité lors de la génération de trajectoires excitantes nécessaires à l'identification. En effet, le mouvement d'un bras peut, par exemple, entraîner la chute du robot et donc nuire à son identification et à son "intégrité physique". Il en découle que les trajectoires applicables au robot sont fortement réduites par rapport à celles d'un robot manipulateur.

Un des principaux défis de ce mémoire réside donc dans le fait de trouver des trajectoires à la fois stables pour le maintien du robot et suffisamment excitantes pour garantir une identification de bonne qualité des paramètres.

Dans [14], Venture et al. proposent une méthode pour obtenir un ensemble de trajectoires excitantes dans le cas d'un robot humanoïde. La matrice d'identification est décomposée en sous-matrice en fonction des cinématiques du système. Le conditionnement de chaque matrice est calculé, et les mouvements menant à un conditionnement assez faible d'au moins une sous-matrice sont sélectionnés comme candidats potentiels. Finalement, afin d'éviter des mouvements avec des excitations similaires, la variance entre ces mouvements est calculée, une variance faible impliquant des excitations similaires, et les mouvements similaires sont alors éliminés.

3.4 Conclusion

Plusieurs points essentiels de ce chapitre sont à retenir pour la bonne compréhension de ce mémoire.

Deux critères doivent être respectés afin de pouvoir identifier les paramètres inertiels d'un robot, c'est-à-dire de garantir une matrice Φ d'identification de rang plein :

- les trajectoires doivent être suffisamment excitantes,
- les paramétrisations redondantes doivent être évitées impliquant ainsi la recherche d'un ensemble minimal de paramètres.

Il existe 2 méthodes différentes permettant d'aboutir à un ensemble minimal de paramètres à identifier : la méthode symbolique et la méthode numérique. Dans la suite de ce mémoire, ces deux méthodes seront utilisées de manière combinées lors des différentes simulations.

Par ailleurs, un critère principal est utilisé pour qualifier la bonne excitabilité ou non d'une trajectoire : le conditionnement de la matrice d'identification. Pour cela, des optimisations non-linéaires sur les paramètres des trajectoires sont à effectuer afin de garantir un conditionnement le plus faible possible. De par son nombre important de degrés de liberté et par sa stabilité, la recherche de trajectoires excitantes pour un robot humanoïde nécessite des adaptations par rapport à un robot manipulateur.

Chapitre 4

Implémentation d'une toolbox d'identification

Afin d'automatiser le processus d'identification détaillé au chapitre précédent, une toolbox d'identification a été créée. En effet, au lieu d'avoir implémenté une solution d'identification spécifique à un modèle de robot, une méthode d'identification automatique a été conçue. Celle-ci permet à un utilisateur d'identifier avec MATLAB n'importe quel système multicorps en fournissant à cette dernière un certain nombre d'arguments d'entrées.

Une description de cette toolbox et de son fonctionnement global est détaillée dans la suite de ce chapitre. Une documentation complète destinée à un futur utilisateur est disponible à l'annexe C.

4.1 Description de la toolbox

Afin d'identifier un système multicorps spécifique, l'utilisateur doit d'abord procéder à une excitation du système afin d'obtenir les différentes mesures de la dynamique du système. Comme il a été montré à la section 3.3.1, l'utilisateur doit veiller à imposer des trajectoires suffisamment excitantes afin d'obtenir une bonne identification des paramètres dynamiques.

Une fois l'excitation effectuée, il est désormais possible de procéder à l'identification des paramètres. *mbs_exe_identification* est le nom du module d'identification. Celui-ci prend comme arguments d'entrée :

- la structure *mbs_data* qui est utilisée dans toutes routines de calcul du package *MBsysLab* ;
- la structure *mbs_info* qui contient l'ensemble des informations du système multicorps ;
- les fichiers de mesures de positions, vitesses, accélérations et couples de toutes les articulations au cours du temps ;
- les fichiers des forces/couples externes appliquées sur le système ;
- la fonction symbolique permettant le calcul de la matrice Φ d'identification ;
- des options à spécifier par l'utilisateur par rapport à la simplification numérique de la matrice Φ .

Il est à noter que la fonction symbolique est fournie par ROBOTRAN. En effet, ROBOTRAN génère une fonction prête à l'emploi permettant de calculer la matrice Φ en dérivant symboliquement les équations barycentriques du formalisme de Newton-Euler récursif¹.

Les arguments de sortie du module d'identification sont les suivants :

- l'ensemble minimal des paramètres estimés ;
- la matrice Φ d'identification.
- l'indice des colonnes restantes de la matrice Φ suite à une éventuelle simplification numérique.
- le type de modèle obtenu (structurel ou prédictif).

1. Cette fonction est, pour le moment, uniquement générable par le Professeur P. Fisette.

Une fonction annexe est également disponible : celle-ci permet le calcul des valeurs réelles des paramètres dynamiques en se basant sur une fonction symbolique fournie par ROBOTRAN permettant le calcul des paramètres, dans le cas où les caractéristiques du modèle sont connues.

4.2 Fonctionnement de la toolbox

Le fonctionnement de la toolbox d'identification se déroule en quatre grandes étapes :

- récupération des données caractérisant la dynamique du système ;
- calcul symbolique de la matrice d'identification (cf. section 3.2.1) ;
- réduction numérique de la matrice d'identification si nécessaire (cf. section 3.2.2) ;
- estimation de l'ensemble minimal des paramètres du système (cf. section 3.1.1).

Un diagramme de fonctionnement de la toolbox reprenant ces quatre grandes étapes est représenté à la figure 4.1. On y retrouve en vert la toolbox dans sa globalité, en orange les étapes principales réalisées par la toolbox, en jaune les fichiers "inputs" et en bleu les fonctions "inputs" nécessaires à la réalisation de certaines étapes.

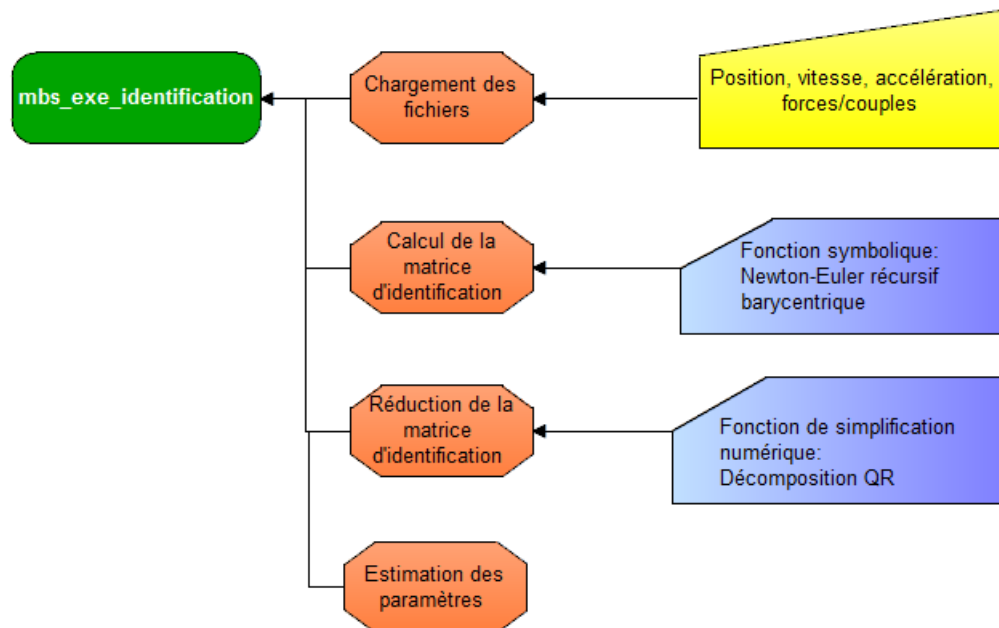


FIGURE 4.1 – Diagramme de fonctionnement de la toolbox

Tout d'abord, la toolbox récupère les différents paramètres caractérisant les articulations et les corps du système, c'est-à-dire :

- le vecteur représentant la gravité sur le système ;
- la masse, l'inertie et le centre de masse des corps ;
- la position des points d'ancrage des articulations sur les corps ;

La récupération des points d'ancrage a nécessité l'implémentation d'une fonction auxiliaire permettant leur récupération à partir du modèle ROBOTRAN. En effet, deux versions différentes de ROBOTRAN doivent être utilisées afin d'identifier un système multicorps : une ancienne version permettant de générer les fonctions symboliques d'identification, et la version actuelle utilisée pour l'implémentation du modèle et la génération des équations dynamiques. Le problème est que ces deux versions de ROBOTRAN utilisent des conventions différentes pour les points d'ancrage d'un modèle multicorps. Il a donc fallu

implémenter une fonction permettant de convertir automatiquement l'ordre des points d'ancrage de la chaîne cinématique de la version actuelle de ROBOTRAN pour les faire correspondre à l'ordre de l'ancienne version, de sorte que les fonctions symboliques soient utilisables.

Ensuite, grâce aux fichiers fournis par l'utilisateur, la toolbox récupère d'une part la position, la vitesse, l'accélération et les couples des différentes articulations et d'autre part les forces/couples externes exercés sur le système.

Une fois toutes les données dynamiques récupérées, la toolbox se charge de calculer la matrice Φ d'identification. Pour chaque pas de temps, les sous-matrices ϕ_i sont calculées à l'aide de la fonction symbolique générée par ROBOTRAN. Cette fonction prend en argument la position, la vitesse, l'accélération et les points d'ancrage des différentes articulations, ainsi que le vecteur représentant l'effet de la gravité. La matrice Φ est alors obtenue par empilement de toutes ces sous-matrices (cf. section 3.2).

En parallèle du calcul de la matrice Φ , la toolbox calcule la contribution des forces et couples externes sur chaque articulation à l'aide de matrices jacobiniennes. La contribution de ces forces et couples externes ainsi que les couples transmis dans chaque articulation aux différents pas de temps sont alors empilés dans deux matrices distinctes : *Forces_ext* et *Q*.

Afin de garantir l'identifiabilité des paramètres dynamiques, la toolbox vérifie ensuite le rang de la matrice Φ d'identification. Cette vérification est vitale à cause d'une limitation de la génération symbolique de ROBOTRAN. En effet, lors de la génération de fonction symbolique permettant le calcul de la matrice Φ , ROBOTRAN ne différencie pas les articulations bloquées des articulations libres. La présence d'articulations bloquées dans le modèle d'un robot peut s'expliquer par plusieurs raisons :

- les articulations bloquées permettent de "créer" de nouveaux repères pour les articulations qui ne sont pas alignés sur les précédents dans la chaîne cinématique, ce qui permet d'avoir des articulations autour d'axes (de rotation ou de translation) différents de 90° des précédents ;
- une suite de 6 articulations bloquées peut être utilisée afin d'implémenter dans le modèle un capteur de force 6 axes, chaque articulation bloquée représentant un des 6 axes.

La suppression de ces articulations bloquées dans la dynamique du système va entraîner l'apparition de colonnes nulles ou linéairement dépendantes dans la matrice Φ . Une explication détaillée des causes de l'apparition de ces colonnes nulles dans la matrice Φ est disponible à l'annexe B.

A l'aide d'une fonction de simplification numérique basée sur une décomposition QR , la matrice Φ est réduite en une matrice de rang plein (cf. section 3.2.2). L'ensemble minimal des paramètres est donc ici déterminé numériquement.

Une fois la matrice Φ générée et réduite si nécessaire, il est désormais possible d'estimer l'ensemble minimal des paramètres δ_B . L'équation à résoudre est finalement la suivante :

$$\delta_B = \Phi^+ \cdot (Q + \text{Forces_ext}) \quad (4.1)$$

qui correspond aux équations 3.4 et 3.5.

Afin de résoudre ce système linéaire, le pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice Φ est calculé. Il permet de fournir une solution des moindres carrés au système.

4.3 Procédure d'identification

Afin d'identifier les paramètres d'un robot dans des conditions réalistes, c'est-à-dire en présence de bruit, une procédure "type" va être détaillée ci-dessous.

Tout d'abord, il est nécessaire d'utiliser un modèle simulé du robot, c'est-à-dire implémenter le modèle du robot dans ROBOTRAN. Une fois le modèle implémenté, il est possible de réaliser une identification des paramètres du robot sur base de données non-bruitées créées par l'utilisateur grâce à la toolbox et à la fonction symbolique permettant la génération de la matrice Φ . Dans cette première étape, la simplification

numérique QR est utilisée si nécessaire (typiquement si le modèle contient des articulations bloquées). Cette première étape permet en fait de déterminer l'ensemble minimal des paramètres dans un cas théorique. En ne commençant pas par une détermination théorique (c'est-à-dire sans bruit) de l'ensemble des paramètres, il ne serait pas possible de déterminer le réel ensemble minimal des paramètres étant donné que le bruit dans les mesures impacterait les éléments de la matrice Φ et donc les combinaisons linéaires présentes dans celle-ci. Il serait alors difficile voire impossible d'ajuster le seuil de tolérance de la simplification numérique afin d'obtenir le réel ensemble minimal de paramètres.

Une fois l'identification théorique effectuée, il est désormais possible d'identifier les paramètres du robot avec des données bruitées. Connaissant maintenant l'ensemble minimal des paramètres à garder pour le système, la simplification numérique n'est plus nécessaire lors de l'identification. En effet, une fois la matrice Φ calculée, il est désormais uniquement nécessaire de réduire cette matrice Φ en gardant les colonnes correspondant aux paramètres trouvés lors de l'identification théorique.

Afin de pouvoir choisir la méthode de simplification numérique adéquate, des options sont disponibles dans la toolbox. En effet, il est possible de spécifier à celle-ci quelle réduction numérique utilisée (QR ou directe via l'ensemble minimal des paramètres) et de donc de fournir le seuil de tolérance voulu par l'utilisateur ou de fournir les indices des paramètres de l'ensemble minimal.

Chapitre 5

Validation de la toolbox : méthodes expérimentales

Dans ce chapitre, les méthodes expérimentales ayant pour but de valider la toolbox d'identification vont être présentées.

Pour chaque système multicorps utilisé, le modèle et les expériences réalisées vont être détaillés. Dans le cadre de mémoire, les expériences sont en fait des simulations réalisées à l'aide du logiciel ROBOTRAN.

Ensuite, les différentes mesures permettant d'évaluer la qualité de l'identification obtenue à l'aide de la toolbox seront introduites.

5.1 Identification d'un bras du robot Walk-Man

Avant de tenter d'identifier le robot humanoïde Walk-Man dans son ensemble, l'identification d'un des bras du robot, fixé au sol, est une première tâche à mettre en œuvre. Ce modèle se rapporte donc à un robot manipulateur industriel classique avec une chaîne cinématique en série. Le bras du robot Walk-Man étant cinématiquement plus simple comparé au robot Walk-Man, les différents résultats obtenus grâce à la toolbox d'identification seront plus faciles à interpréter. Sur base de cette première analyse, des généralisations au modèle du robot humanoïde complet vont pouvoir être effectuées.

5.1.1 Modèle

Par choix arbitraire, le modèle utilisé du bras à identifier est celui du bras gauche du robot humanoïde. Celui-ci est composé de 7 corps et sa masse totale est de 14,9 [kg]. Ce dernier est fixé au sol et comporte 7 articulations plus 2 articulations bloquées. Les deux premières articulations du bras, responsables du mouvement en lacet et en roulis de l'épaule, sont bloquées pour donner l'orientation initiale de l'épaule. Les caractéristiques principales du bras sont donc :

- 7 corps ;
- 2 articulations rotationnelles bloquées ;
- 7 articulations rotationnelles libres.

Une vue 3D du bras du robot Walk-Man est représentée à la figure 5.1. Le modèle multicorps du bras du robot Walk-Man est représenté à la figure 5.2, où T_i et R_i représentent respectivement des articulations prismatiques et rotationnelles avec $i = \{1, 2, 3\}$ correspondant respectivement aux axes $\{x, y, z\}$, et où q_i correspond aux coordonnées généralisées du système.

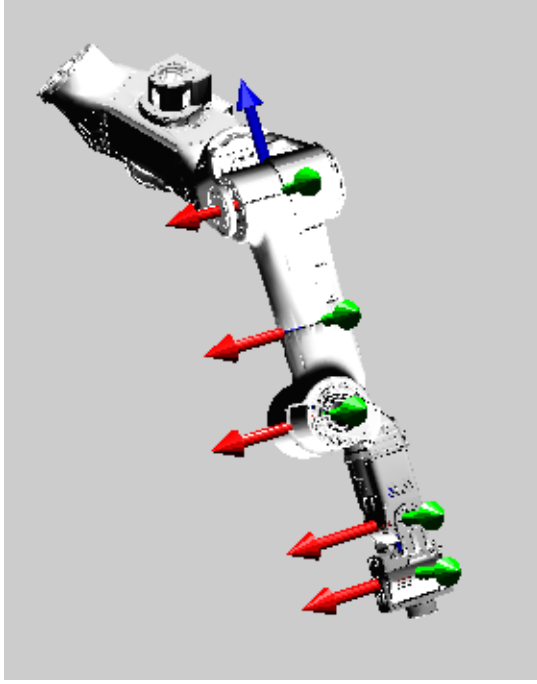


FIGURE 5.1 – Vue 3D du bras du robot Walk-Man

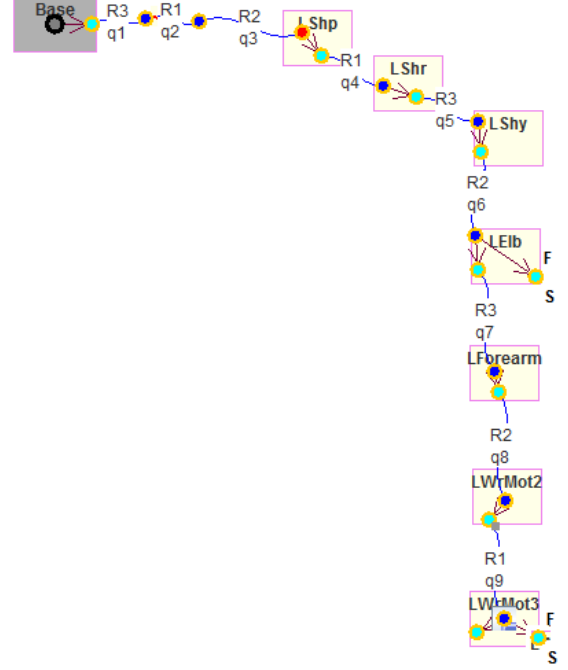


FIGURE 5.2 – Modèle du bras du robot Walk-Man

5.1.2 Expériences réalisées

Les simulations menées afin d'identifier les paramètres du bras du robot Walk-Man sont les suivantes :

- temps de simulation : 5 [s] ;
- pas de temps : $5 \cdot 10^{-4}$ [s] ;
- excitations :
 - chaque articulation est excitée par une trajectoire sinusoïdale de même amplitude : $0.4 \sin(\omega t)$;
 - les différentes fréquences d'excitation ω utilisées sont : 0.25 [Hz], 0.50 [Hz], 0.63 [Hz], 0.75 [Hz], 0.88 [Hz], 1.00 [Hz], 1.50 [Hz], 2.00 [Hz]. Celles-ci sont utilisées séparément ;
 - le déphasage entre les différentes trajectoires sinusoïdales est nul.
- Deux forces externes sont appliquées sur le système :
 - une force externe appliquée sur le bout du bras avec comme composantes : $\{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z\} = \{100 [N], 40 [N], 60 [Nm], 15 [Nm], 10 [Nm], 10 [Nm]\}$
 - une force externe appliquée sur le coude avec comme composantes : $\{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z\} = \{0 [N], 50 [N], 0 [Nm], 0 [Nm], 0 [Nm], 0 [Nm]\}$
- La position, la vitesse, l'accélération, le couple des articulations ainsi que les forces externes appliquées sur le système au cours du temps sont collectés dans des fichiers distincts.

Les simulations réalisées utilisent la dynamique inverse via le module *Inverse dynamics* de MBsysLab, c'est-à-dire que les couples à transmettre dans les articulations sont calculés pour suivre une trajectoire imposée aux articulations du système.

5.2 Identification du robot Walk-Man

L'objectif principal de ce mémoire étant l'identification des paramètres dynamiques d'un robot humanoïde, le robot Walk-Man (voir [17]) va être le système multicorps de référence afin de valider le fonctionnement de la toolbox dans le cas d'un robot humanoïde.

5.2.1 Modèle

Le modèle du robot Walk-Man est composé de 55 articulations et de 35 corps avec une masse totale de 105 [kg]. Les 55 articulations sont composées de :

- 6 articulations correspondant à la base flottante;
- 6 articulations bloquées par jambe correspondant à l'implémentation d'un capteur de forces 6 axes au niveau des pieds du Walk-Man, chaque articulation représentant un des 6 axes;
- 2 articulations bloquées par bras correspondant aux 2 articulations bloquées de l'épaule (cf. section 5.1.1);
- 1 articulation bloquée au niveau du torse. Celle-ci permet d'ajouter une rotation afin de modéliser des articulations qui ne sont pas perpendiculaires dans la chaîne cinématique (comme pour l'épaule);
- 1 articulation bloquée au niveau du cou afin de bloquer le mouvement du cou;
- 31 articulations rotationnelles actionnées.

Une vue 3D du robot Walk-Man est représentée à la figure 5.3. Le modèle multicorps du robot Walk-Man est représenté dans l'annexe A.

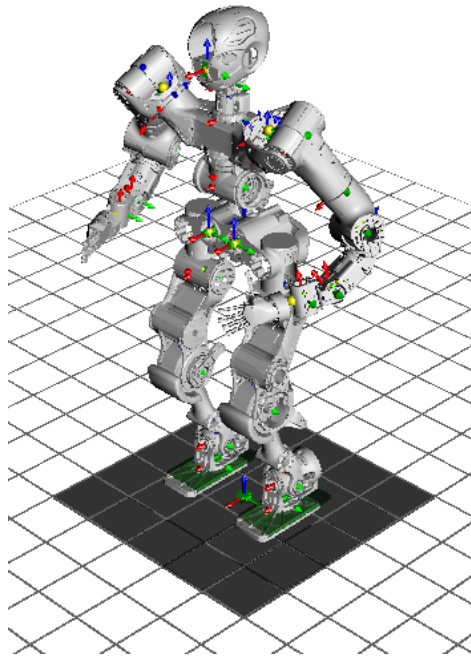


FIGURE 5.3 – Vue 3D du robot Walk-Man

5.2.2 Expériences réalisées

Les simulations menées afin d'identifier les paramètres dynamiques du robot Walk-Man ont été réalisées à l'aide du modèle *C/Simulink* du robot Walk-Man (pour plus d'informations, se référer à [22]) et sont les suivantes :

- temps de simulation : 10 [s];
- pas de temps : $5 \cdot 10^{-4}$ [s];
- deux mouvements vont être utilisés sur le robot Walk-Man afin de tester l'effet du niveau d'excitation d'un mouvement sur l'identification des paramètres, tout en restant stable :
 - le robot Walk-Man se stabilisant sur le sol et restant debout;
 - le robot Walk-Man effectuant un accroupissement (squat). Quelques snapshots de ce squat sont représentés dans le tableau 5.1.

- deux forces externes sont appliquées sur le système : les forces de réaction du sol sur les deux pieds du robot. Chaque pied est modélisé par un mesh de forme parallélépipède rectangle. Le mesh de la plante de pied contient un grid de 5x4 points de contact. Le modèle de contact est un modèle d'interpénétration.
- la position, la vitesse, l'accélération, le couple des articulations ainsi que les forces externes appliquées sur le système au cours du temps sont collectés dans des fichiers distincts.

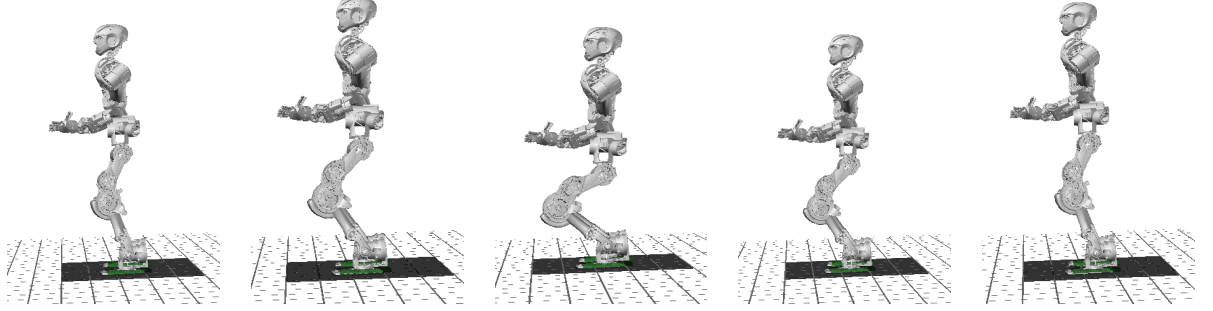


TABLE 5.1 – Squat du robot Walk-Man

Les simulations réalisées utilisent également la dynamique inverse, c'est-à-dire que les couples à transmettre dans les articulations sont calculés pour suivre une trajectoire imposée aux articulations du système.

5.3 Mesure de la qualité de l'identification

Afin de valider la toolbox d'identification développée dans ce mémoire, il est nécessaire de mesurer la qualité de l'identification réalisée pour déterminer à quel point celle-ci est correcte et précise. Pour rappel, l'ensemble des paramètres à estimer est composé de masses barycentriques en $[kg]$, de vecteurs barycentriques en $[kg.m]$ et de tenseurs barycentriques en $[kg.m^2]$. Il est donc indispensable de fixer une métrique "objective" et "mesurable" permettant de comparer le modèle défini par les paramètres réels du robot humanoïde, qui sont connus dans ce mémoire étant donné que les tests se font en simulation, et celui défini par les paramètres estimés lors de l'identification.

5.3.1 Qualité de l'estimation des paramètres

Une première méthode classique de mesure de qualité serait de calculer l'erreur absolue ainsi que l'erreur relative en $[\%]$ des paramètres estimés, c'est-à-dire le pourcentage d'erreur. Pour une certaine valeur δ et son approximation δ_{approx} , l'erreur relative se calcule comme ceci¹ :

$$x = \left| \frac{\delta - \delta_{approx}}{\delta} \right| \quad (5.1)$$

L'erreur en pourcentage est alors :

$$x_{\%} = 100\% \times \left| \frac{\delta - \delta_{approx}}{\delta} \right| \quad (5.2)$$

L'ensemble des paramètres à estimer étant composé de 3 types de paramètres différents, comme indiqués ci-dessus, l'erreur relative va permettre de comparer, en les adimensionnalisant, la précision obtenue pour ces 3 types de paramètres et va également permettre de comparer les résultats de plusieurs trajectoires d'excitation de manière objective.

1. Weisstein, Eric W. "Relative Error." From MathWorld—A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/RelativeError.html>

Il est important de mettre en évidence le fait que cette mesure de qualité de l'estimation des paramètres est rendue possible dans le cadre de ce mémoire car toute l'identification se fait via des simulations et que les paramètres réels du système sont connus. L'objectif premier de l'identification étant d'estimer des paramètres inconnus, cette mesure est impossible dans un cas réel et il est donc crucial d'également mesurer la qualité de la dynamique du modèle estimé par rapport à celle du modèle réel.

5.3.2 Qualité de la dynamique du modèle estimé

Une fois que la qualité de l'estimation des paramètres a été calculée, il est important de se pencher sur la mesure de la qualité de la dynamique du modèle obtenu sur base des paramètres estimés.

Dans [15], Venture et al., dont le modèle d'identification est pour rappel l'équation 3.6, comparent le vecteur des forces/couples externes $\sum_{k=1}^{N_c} J_k F_k$ obtenu à l'aide du plateau de force positionné sous le robot avec le vecteur des efforts généralisés $\Phi_1 \cdot \delta$ obtenu grâce aux paramètres estimés lors de l'identification, pour les 6 composantes de la base flottante. Pour cela, la moyenne et l'écart type de l'erreur entre ces efforts sont calculés et comparés.

Pour rappel, le modèle utilisé par Venture et al. est un modèle réduit qui ne prend pas en compte les couples articulaires (cf. section 3.1.2). Le modèle utilisé dans le cadre de ce mémoire tient compte de ces couples articulaires. Leur méthode est adaptable dans le cas de nos simulations. L'idée est de comparer le vecteur des efforts généralisés $\Phi \cdot \delta_B$ obtenu grâce aux paramètres estimés lors de l'identification avec le vecteur des forces/couples externes $\sum_{k=1}^{N_c} J_k F_k$ et le vecteur des couples articulaires. Cela revient à comparer la dynamique obtenue grâce aux paramètres estimés lors de l'identification avec la dynamique obtenue par la dynamique inverse lors de la simulation (et qui correspond à la dynamique réelle dont on cherche à se rapprocher) :

$$Erreur = Q + \sum_{k=1}^N J_k F_k - (\Phi \cdot \delta_B) \quad (5.3)$$

5.3.3 Robustesse de l'identification

Afin de mesurer la robustesse de l'identification, il est nécessaire d'ajouter du bruit dans les différentes mesures de positions, vitesses, accélérations, couples et forces externes. En effet, tous les capteurs physiques font l'objet de bruit plus ou moins important dans leurs mesures.

Bruit de dérivation

Lors des simulations numériques, les mesures des vitesses et accélérations des différentes articulations sont obtenues grâce à la dynamique inverse de ROBOTRAN. Cependant, en conditions réelles d'expérimentations, ces mesures de vitesses et accélérations ne sont pas toujours disponibles directement. Par exemple, seules les mesures de positions sont disponibles grâce à des encodeurs de position. Il est alors nécessaire de dériver numériquement ces mesures afin d'obtenir les mesures de vitesses et accélérations aux différents pas de temps.

La méthode de dérivation utilisée est la même que celle utilisée par Venture et al. dans [23], c'est-à-dire une méthode de dérivation utilisant les différences centrées de la forme suivante :

$$f_d(t_k) = \frac{f(t_{k+1}) - f(t_{k-1}))}{2T} \quad (5.4)$$

avec :

- f représentant la fonction à dériver ;
- f_d représentant la fonction dérivée ;
- t_k le temps au pas de temps k ;
- T représentant le pas de temps.

Les mesures de vitesses et d'accélérations sont obtenues en dérivant respectivement une et deux fois les mesures de positions des articulations.

Bruit de mesure

En plus du bruit induit par une dérivation numérique, du bruit gaussien va également être ajouté dans les différents fichiers obtenus, c'est-à-dire : les mesures de positions, de couples transmis aux articulations et des forces/couples externes. Plusieurs ordres de grandeur de variance de bruit vont être utilisés, allant de 10^{-20} à 10^1 .

La densité de probabilité de la distribution du bruit utilisé est la suivante :

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5.5)$$

avec :

- μ la moyenne de la distribution,
- σ^2 la variance.

Afin d'implémenter du bruit gaussien dans MATLAB, l'équation suivante a été utilisée :

$$X_{bruitée} = X + \sqrt{\sigma^2} \cdot randn(X) \quad (5.6)$$

où :

- $X_{bruitée}$ est une matrice de mesures altérées par du bruit de dimensions (m,n);
- X est une matrice de mesures de dimensions (m,n);
- $randn(X)$ est une fonction MATLAB qui renvoie une matrice de dimension (m,n) avec des entrées aléatoires, choisies parmi une distribution normale avec une moyenne valant 0, une variance valant 1 et un écart-type valant également 1.

La multiplication de cette matrice par $\sqrt{\sigma^2}$ permet d'obtenir un bruit gaussien avec la variance σ^2 souhaitée.

Il est également nécessaire de prendre en compte la propagation du bruit des mesures de position dans les mesures de vitesses et d'accélération via les dérivées premières et secondes. La propagation d'un bruit gaussien de variance σ^2 via une dérivée est obtenue comme étant :

$$X'_{bruitée} = X' + \left(\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sigma^2}}{T} \right) \cdot randn(X') \quad (5.7)$$

avec, pour rappel, T représentant le pas de temps de la simulation.

La variance de l'erreur étant divisée par le pas de temps de la simulation, le bruit des mesures de position va donc se propager et s'amplifier dans les mesures de vitesses et encore plus dans les mesures d'accélération (la dérivée seconde entraîne l'apparition de T^2 au dénominateur).

Mesure de l'impact du bruit

Afin de mesurer l'impact du bruit de dérivation et du bruit de mesures sur l'identification des paramètres et sur la dynamique du modèle obtenu, l'erreur dans les couples du modèle dynamique obtenu sur base des paramètres estimés par rapport aux couples du modèle dynamique standard va être calculée de la façon suivante :

$$Erreur = (\Phi_{bruitée} \cdot \delta_{B_{bruitée}}) - Q - \sum_{k=1}^N J_k F_k \quad (5.8)$$

Chapitre 6

Validation de la toolbox : résultats

Dans ce chapitre, les résultats mesurant la qualité de l'identification de la toolbox vont être présentés. Ces différents résultats ont pour objectif de valider le fonctionnement de la toolbox. Ces résultats seront à chaque fois obtenus pour les deux modèles introduits aux sections 5.1.1 et 5.2.1.

Tout d'abord, le modèle dynamique barycentrique introduit à la section 2.4 va être comparé au modèle dynamique standard afin de confirmer que la forme barycentrique est bien équivalente au modèle standard.

Ensuite, les résultats présentant la qualité de l'identification et la précision du modèle dynamique estimé vont être présentés dans un cas idéal, c'est-à-dire sans bruit de mesure. Cela permettra de valider le fonctionnement de la toolbox.

Par ailleurs, l'influence de l'excitabilité des trajectoires imposées au système et du conditionnement de la matrice d'identification sur l'identification des paramètres, introduit à la section 3.3, va être vérifiée.

Finalement, l'impact du bruit de dérivation numérique et du bruit de mesure sur la dynamique du modèle estimé va être étudié.

6.1 Validation du modèle barycentrique

En guise de résultats introductifs, le modèle dynamique standard obtenu grâce à la dynamique inverse de ROBOTRAN et le modèle dynamique barycentrique obtenu à l'aide des fonctions symboliques générées par ROBOTRAN fournissant la matrice Φ d'identification et l'ensemble réel des paramètres minimaux (qui sont connus ici étant donné que les tests se font en simulation) vont être comparés. Cette comparaison entre les deux modèles est une simple vérification de la correspondance entre ces deux modèles introduits théoriquement aux sections 2.3 et 2.4 dans le cas d'un système à base fixe et à la section 2.5 dans le cas d'un système à base flottante flottante.

Cette comparaison est également une preuve du bon fonctionnement de la toolbox. En effet, comme expliqué à la section 4.2, deux versions différentes de ROBOTRAN doivent être utilisées afin d'identifier un système multicorps. Une bonne correspondance entre le modèle barycentrique et le modèle standard indique un bon fonctionnement de la fonction automatique permettant d'obtenir les différents points d'ancrage du modèle.

Le graphe de la figure 6.1 représente la dynamique du modèle standard et du modèle barycentrique pour l'articulation du coude du modèle du bras du robot Walk-Man attaché au sol. Le graphe de la figure 6.2 représente quant à lui la dynamique du modèle standard et du modèle barycentrique pour l'articulation de la cheville droite du modèle du robot Walk-Man. Un seul graphe correspondant à la dynamique d'une articulation spécifique d'un des deux modèles est représenté, la dynamique des autres articulations n'apportant pas plus d'informations graphiques que celles obtenues pour ces graphes.

Sur base des différents graphes, la correspondance entre les deux modèles est bien confirmée, l'erreur moyenne entre ceux-ci étant de $6,91\text{E-}15$ [Nm] pour le modèle du bras du robot Walk-Man et de $5,26\text{E-}14$ [Nm] pour le modèle du robot Walk-Man, ces ordres de grandeur étant de l'ordre de précision du calcul numérique avec MATLAB pour des nombres à virgule flottante à double précision.

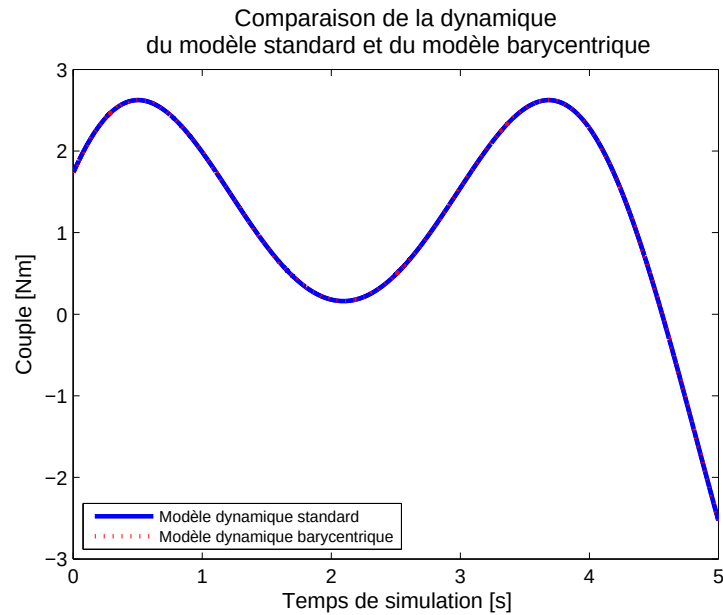


FIGURE 6.1 – Couples du modèle standard et du modèle barycentrique pour l'articulation du coude du bras du robot Walk-Man pour une trajectoire sinusoïdale de $0,75$ [Hz]

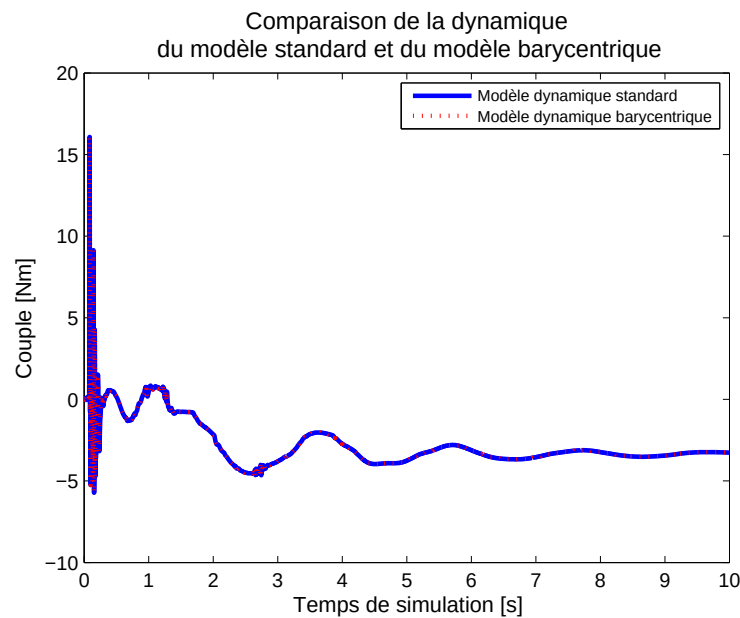


FIGURE 6.2 – Couples du modèle standard et du modèle barycentrique pour l'articulation de la cheville droite du robot Walk-Man restant debout

6.2 Identification des paramètres

La qualité de l'identification des paramètres obtenus à l'aide la toolbox va être mesurée dans des conditions parfaites de simulation, c'est-à-dire avec des données pures (non-bruitées).

6.2.1 Bras du robot Walk-Man

La simplification symbolique de ROBOTRAN a réduit le nombre des paramètres dynamiques barycentriques de 70 à 48 paramètres à estimer (cf. section 3.2.1). Cependant, le système du bras du robot Walk-Man comportant 2 articulations bloquées, la simplification numérique de la matrice Φ trouve et donc retire 3 colonnes nulles dans cette dernière afin obtenir un rang plein, impliquant une diminution de l'ensemble minimal des paramètres à estimer à 45 paramètres (cf. sections 3.2.2 et 4.2). Ces 45 paramètres comportent :

- 14 vecteurs barycentriques (centre de masse);
- 31 tenseurs barycentriques (inertie).

Les graphes de la figure 6.3 représentent les erreurs absolues ainsi que la moyenne de ces erreurs dans l'identification des vecteurs et tenseurs barycentriques pour la trajectoire sinusoïdale de 0,75 [Hz]. Il est à noter que l'échelle utilisée pour l'ordonnée est une échelle *log*, ce qui explique la position "non-intuitive" de la droite de la moyenne des erreurs sur les deux graphes.

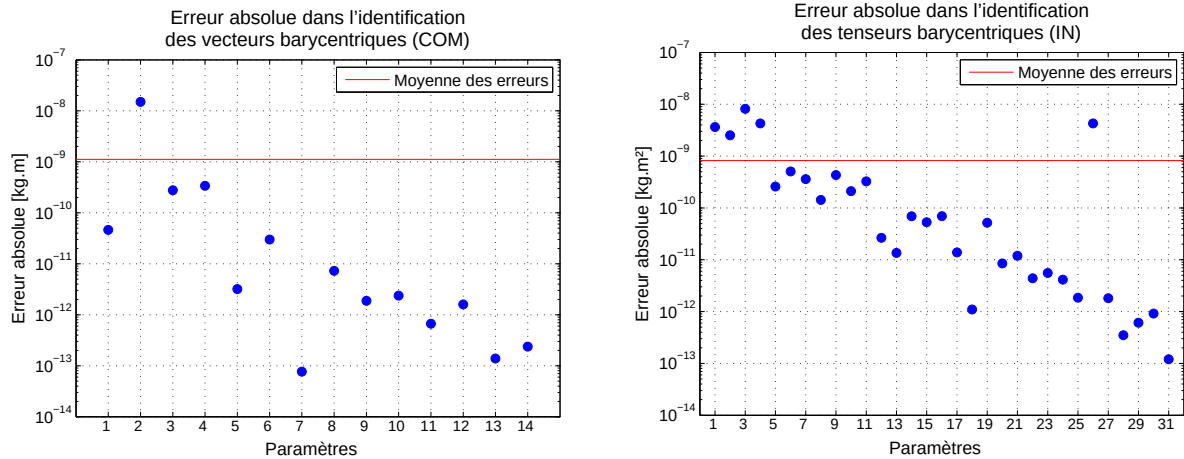


FIGURE 6.3 – Erreur absolue dans l'estimation des vecteurs barycentriques et des tenseurs barycentriques pour le bras du robot Walk-Man pour une trajectoire sinusoïdale de 0,75 [Hz]. L'échelle utilisée pour l'ordonnée est une échelle *log*.

Le tableau 6.1 reprend les valeurs pour la moyenne et l'écart-type des erreurs absolues des différents paramètres. On y observe une très bonne identification des vecteurs et tenseurs barycentriques.

	Vecteurs bary. [<i>kg.m</i>]	Tenseurs bary. [<i>kg.m²</i>]
Moyenne des erreurs absolues	1,12 E-09	8,20 E-10
Ecart-type des erreurs absolues	3,98 E-09	1,85 E-09

TABLE 6.1 – Tableau des moyennes et écarts-types des erreurs absolues dans l'identification des paramètres du bras du robot Walk-Man pour une trajectoire sinusoïdale de 0,75 [Hz]

De plus, on observe également dans les graphes de la figure 6.3 une tendance décroissante des erreurs absolues dans l'identification des paramètres. L'ordre des paramètres correspondant à l'ordre des différents corps dans la chaîne cinématique du modèle, plus les corps se situent en bout de chaîne, plus les erreurs absolues dans l'identification de leurs paramètres sont faibles. Cette tendance s'explique par

le fait que, pour les 45 colonnes de la matrice Φ réduite, plus l'indice de la colonne est élevé, moins les colonnes contiennent de zéros. Plus ces colonnes contiennent de zéros, moins l'estimateur possède d'informations pour estimer le paramètre correspondant et donc, moins l'estimation du paramètre est précise.

La présence de plus ou moins de zéros dans les colonnes de la matrice Φ peut s'expliquer en repartant de l'équation, simplifiée pour cette justification, du modèle barycentrique :

$$\Phi \cdot \delta = Q$$

où $\Phi(i, j)$ représente l'influence de $\delta(j)$ sur les couples $Q(i)$. Plus l'indice j de la colonne de la matrice Φ est élevé, plus on avance dans la chaîne cinématique du bras. Or, le paramètre d'un corps de la chaîne cinématique a un impact sur tous les couples transmis en amont de ce corps. Donc, plus le corps concerné par un paramètre se retrouve en bout de chaîne, plus ce paramètre aura un impact sur la dynamique d'un grand nombre de corps situés en amont de celui-ci. La matrice Φ représentant l'influence des paramètres sur les couples transmis, la colonne de la matrice Φ correspondant à un paramètre en bout de chaîne a donc plus d'influence sur les couples transmis en amont, et possède dès lors plus d'informations et donc moins de zéros que la colonne correspondant à un paramètre d'un corps moins avancée dans la chaîne cinématique.

6.2.2 Robot Walk-Man

La simplification symbolique de ROBOTRAN a réduit le nombre des paramètres dynamiques barycentriques de 350 à 252 paramètres à estimer. Cependant, le modèle cinématique du robot Walk-Man comportant plusieurs articulations bloquées (18 pour rappel), la simplification numérique de la matrice Φ trouve et donc retire 29 colonnes dépendantes dont 3 colonnes nulles dans cette dernière afin obtenir un rang plein, impliquant une diminution de l'ensemble minimal des paramètres à estimer à 223 paramètres. La simplification numérique ayant cette fois-ci retiré des colonnes en combinaison linéaire, le modèle dynamique estimé n'est plus un modèle structurel mais un modèle prédictif (cf. section 3.2.2). Ces 223 paramètres comportent :

- 1 masse barycentrique ;
- 64 vecteurs barycentriques (centre de masse) ;
- 158 tenseurs barycentriques (inertie).

Le tableau 6.2 reprend la moyenne et l'écart-type des erreurs absolues dans l'identification des paramètres pour le cas d'un mouvement où le robot Walk-Man reste debout sans bouger.

	Masse bary. [kg]	Vecteurs bary. [kg.m]	Tenseurs bary. [kg.m ²]
Moyenne des erreurs absolues	9,09 E-13	5,98 E-02	5,92 E-02
Ecart-type des erreurs absolues	0	0,27	0,24

TABLE 6.2 – Tableau des moyennes et écarts-types des erreurs absolues dans l'identification des paramètres pour le robot Walk-Man restant fixe

On y observe une très bonne identification de la masse barycentrique, mais des ordres de grandeur d'erreurs pour les vecteurs et tenseurs barycentriques plus élevés que pour le bras du robot Walk-Man. Ces erreurs plus élevées illustrent le concept de modèle prédictif introduit à la section 3.2.2. Sur les graphes de la figure 6.4, on peut voir la répartition des erreurs absolues dans l'identification des vecteurs et tenseurs barycentriques.

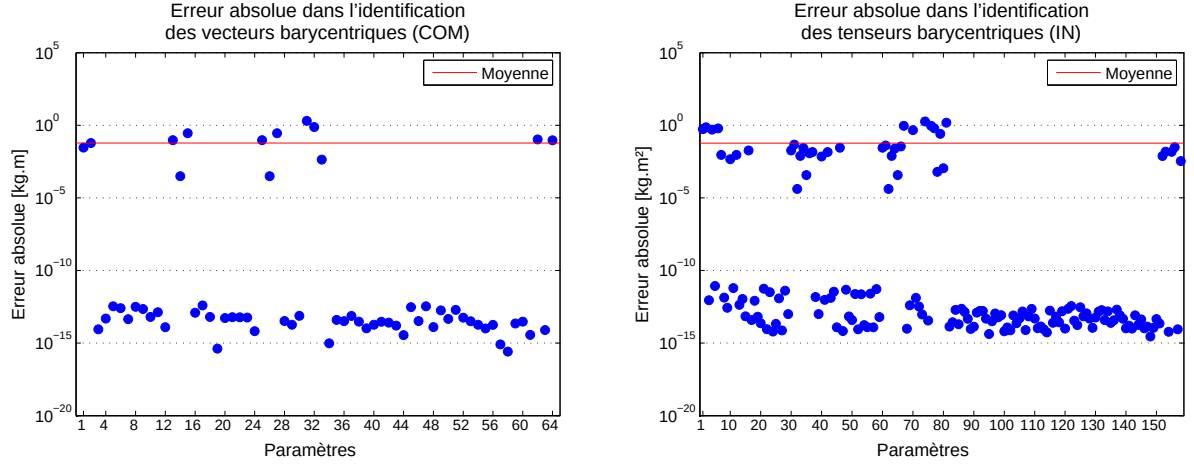


FIGURE 6.4 – Erreur absolue dans l'identification des vecteurs et tenseurs barycentriques pour le robot Walk-Man restant fixe

On observe que la majorité des paramètres sont bien identifiés, les erreurs absolues étant majoritairement comprises entre des ordres de grandeur de 10^{-15} et 10^{-10} . Cependant, certains paramètres (13 vecteurs barycentriques et 40 tenseurs barycentriques) se voient moins bien identifiés, leurs erreurs se situant entre des ordres de grandeur de 10^{-5} et 10^0 . Comme détaillé à la section 3.2.2, chaque colonne se retrouvant en combinaison linéaire avec d'autres colonnes dans la matrice Φ d'identification a été supprimée. Les paramètres obtenus ne sont donc physiquement pas tous significatifs ou précis, mais permettent d'obtenir néanmoins un modèle dynamique précis, comme il le sera montré à la section suivante. Afin de démontrer que ces paramètres mal-identifiés correspondent bien aux colonnes impliquées dans les différentes combinaisons linéaires, la méthode de vérification détaillée à la section 3.2.2 va être utilisée.

Pour rappel, l'idée est de calculer une base orthonormée pour l'espace nul de la matrice Φ . Si on applique cette méthode à la matrice Φ non-réduite du robot Walk-Man, on obtient une base de dimensions (252×29) , 252 correspondant au nombre de paramètres suite à la simplification symbolique et 29 correspondant au nombre de combinaisons linéaires présentes dans la matrice Φ . En prenant la norme des différentes lignes de cette base orthonormée, on obtient un vecteur colonne (252×1) . Les éléments non-nuls de ce vecteur correspondent alors aux colonnes impliquées dans des combinaisons linéaires. L'objectif est donc d'obtenir $29 + 13 + 40 = 82$ éléments non-nuls dans ce vecteur : 29 pour les colonnes supprimées par la simplification numérique, 13 pour le nombre de vecteurs barycentriques mal-identifiés et 40 pour le nombre de tenseurs barycentriques mal-identifiés (cf. figure 6.4). Les résultats pour les différents paramètres sont repris dans l'annexe E. On y observe la présence de 82 éléments non-nuls correspondant bien aux paramètres mal-identifiés, ce qui confirme l'effet de la réduction en modèle prédictif sur la précision de l'identification de certains paramètres.

6.3 Précision du modèle dynamique estimé

Comme précisé dans l'introduction, un des buts principaux de l'identification est d'obtenir un modèle dynamique précis pour le contrôle et la simulation. Il n'est donc pas nécessaire d'estimer précisément chaque paramètre δ , comme dans le cas d'un modèle prédictif, mais plutôt d'obtenir un bon modèle dynamique.

6.3.1 Bras du robot Walk-Man

Dans le graphe de la figure 6.5, le modèle dynamique standard obtenu grâce à la dynamique inverse de ROBOTRAN et le modèle dynamique estimé obtenu sur base des paramètres identifiés par la toolbox d'identification sont représentés via les couples transmis dans l'articulation du coude. La différence

avec le graphe de la figure 6.1 est que le graphe de la figure 6.5 représente la dynamique du modèle barycentrique obtenu avec les valeurs estimées des paramètres dynamiques, alors que le graphe de la figure 6.1 représente la dynamique du modèle barycentrique obtenu avec les valeurs réelles des paramètres dynamiques (valeurs connues dans le cas de nos simulations). Les couples transmis dans les autres articulations ne sont pas illustrés, ceux-ci n'apportant pas plus d'informations graphiques que ceux du coude.

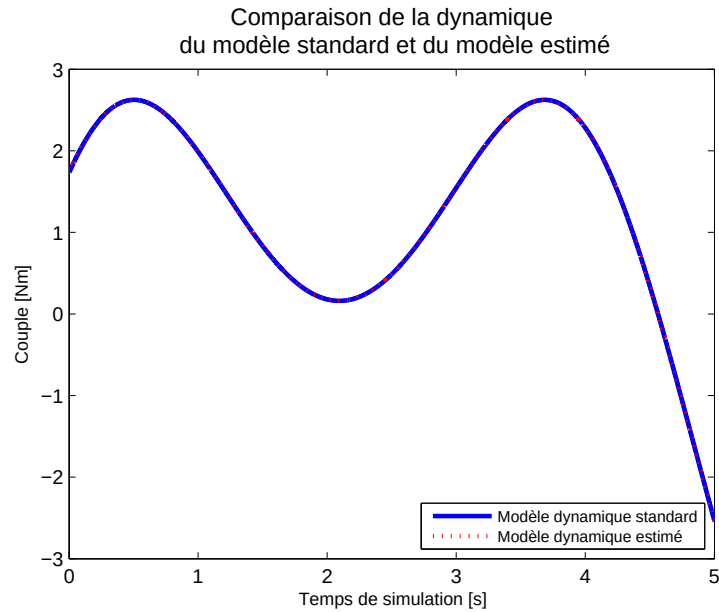


FIGURE 6.5 – Couples du modèle standard obtenu par la dynamique inverse et du modèle estimé à l'aide de l'ensemble minimal des paramètres, pour l'articulation du coude du bras du robot Walk-Man et pour une trajectoire sinusoïdale de 0,75 [Hz]

On observe une excellente correspondance entre les deux modèles dynamiques. Le tableau 6.3 reprend la moyenne et l'écart-type des erreurs des différentes articulations du modèle estimé par rapport au modèle standard pour une trajectoire sinusoïdale de 0,75 [Hz].

Articulations	Moyenne des erreurs [Nm]	Ecart-type des erreurs [Nm]
Epaule (sagittal)	2,31 E-08	1,79 E-08
Epaule (latéral)	1,44 E-09	1,13 E-09
Epaule (lacet)	3,19 E-11	1,28 E-11
Coude	1,58 E-11	1,04 E-11
Avant-bras	8,78 E-12	5,59 E-12
Poignet 1	5,45 E-12	2,43 E-12
Poignet 2	5,73 E-13	5,89 E-13
Total	3,51 E-09	9,61 E-09

TABLE 6.3 – Moyenne et écart-type des erreurs dans les couples du modèle estimé du bras du robot Walk-Man pour une trajectoire sinusoïdale de 0,75 [Hz]

A nouveau, on observe que plus on avance vers l'extrémité de la chaîne cinématique, plus le modèle identifié est précis.

6.3.2 Robot Walk-Man

Dans le graphe de la figure 6.6, le modèle dynamique standard obtenu grâce à la dynamique inverse de ROBOTRAN et le modèle dynamique estimé obtenu à l'aide de la toolbox d'identification sont représentés via les couples transmis dans l'articulation de la cheville droite. Les couples transmis dans les autres articulations ne sont pas illustrés, ceux-ci n'apportant pas plus d'informations graphiques que ceux de la cheville.

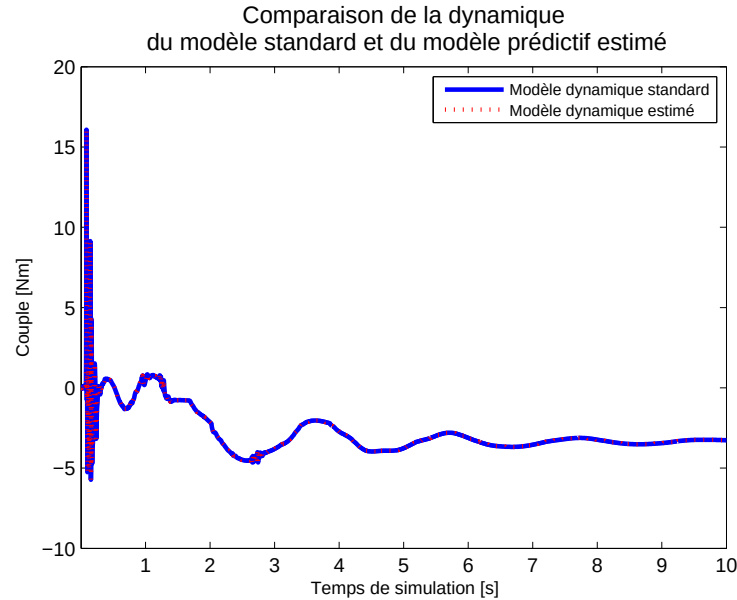


FIGURE 6.6 – Couples du modèle standard obtenu par la dynamique inverse et du modèle estimé à l'aide de l'ensemble minimal des paramètres, pour l'articulation de la cheville droite du robot Walk-Man restant fixe

Comme pour le bras du robot Walk-Man, on observe également une excellente correspondance entre les deux modèles dynamiques. Le tableau 6.4 reprend la moyenne et l'écart-type des erreurs des articulations de la jambe droite du modèle estimé par rapport au modèle standard, ainsi que la moyenne et l'écart-type des erreurs de toutes les articulations.

Articulations	Moyenne des erreurs [Nm]	Ecart-type des erreurs [Nm]
Hanche droite (latéral)	3,34E-11	2,43E-11
Hanche droite (lacet)	1,80E-10	7,49E-11
Hanche droite (sagittal)	3,61E-11	1,63E-11
Genou droit	3,14E-11	1,40E-11
Cheville droite (sagittal)	3,10E-11	1,34E-11
Cheville droite (latéral)	6,10E-12	2,69E-12
...	...	...
Total	1.95 E-11	5.36 E-11

TABLE 6.4 – Moyenne et écart-type des erreurs dans les couples du modèle estimé du robot Walk-Man restant fixe

On y observe que le modèle dynamique obtenu est bien un modèle prédictif et non structurel. En effet, malgré une moins bonne identification de certains paramètres dynamiques observée à la section 6.2.2, le modèle dynamique obtenu sur base des paramètres estimés fournit une modélisation très précise de la dynamique du robot Walk-Man.

6.4 Influence du conditionnement de la matrice d'identification

Dans le chapitre 3, l'importance des trajectoires excitantes pour une bonne estimation des paramètres dynamiques a été mise en évidence. De plus, il a été montré que le conditionnement de la matrice Φ d'identification était un moyen de mesurer la "richesse" de l'excitation d'une trajectoire (cf. section 3.3.1). L'objectif de cette section est donc de vérifier l'influence du conditionnement de la matrice d'identification sur l'identification des paramètres dynamiques.

6.4.1 Bras du robot Walk-Man

Le graphe de la figure 6.7 permet d'illustrer l'influence du conditionnement sur la qualité de l'estimation des paramètres. Sur ce graphe, le conditionnement de la matrice Φ et l'erreur relative moyenne dans l'estimation des paramètres ont été calculés pour les 8 trajectoires sinusoïdales de fréquences différentes introduites à la section 5.1.2, appliquées aux différentes articulations du bras du robot Walk-Man. On observe que plus le conditionnement de la matrice d'identification augmente, plus l'erreur relative moyenne dans l'estimation des paramètres dynamiques augmente, confirmant ainsi l'impact du conditionnement sur la qualité de l'identification.

En plus de ces 8 trajectoires sinusoïdales utilisées séparément, une combinaison de plusieurs trajectoires a également été testée. Cette combinaison consiste en un empilement des matrices Φ obtenues pour les trajectoires de 0,75 [Hz], 1 [Hz] et 2 [Hz]. Le résultat d'une telle combinaison, visible lui-aussi sur le graphe de la figure 6.7, est que le conditionnement de la matrice Φ et l'erreur relative moyenne dans l'identification des paramètres sont plus faibles que dans le cas des trajectoires utilisées séparément. Dès lors, en combinant plusieurs fréquences d'excitation, à la manière d'une série de Fourier, on obtient une excitation plus riche et une meilleure excitation.

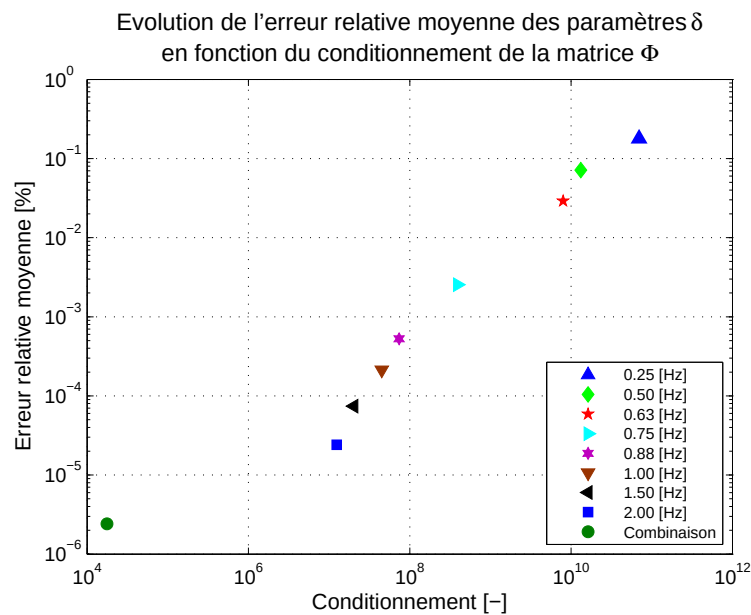


FIGURE 6.7 – Graphe représentant l'évolution de l'erreur relative moyenne des paramètres par rapport au conditionnement de la matrice d'identification Φ

Pour finir, un dernier mouvement a été testé : celui du bras restant totalement fixe. Dans ce cas extrême, le conditionnement de la sous-matrice Φ , correspondant aux paramètres inertiels, est alors infini, empêchant dès lors l'identification de ces paramètres et confirmant la nécessité de trajectoires suffisamment excitantes pour l'identification des paramètres dynamiques. Ce résultat confirme l'intuition que l'on pourrait avoir : sans bouger, il n'est pas possible d'estimer les paramètres inertiels d'un système.

Les résultats du tableau 6.5 indiquent qu'une trajectoire avec un faible conditionnement, et donc avec une erreur relative moyenne plus faible dans l'estimation des paramètres, permet de fournir un modèle dynamique estimé plus précis que celui obtenu à l'aide d'une trajectoire avec un conditionnement plus élevé.

Articulations	Trajectoire : 2 [Hz]		Trajectoire : 0,75 [Hz]	
	Moyenne [Nm]	Ecart-type [Nm]	Moyenne [Nm]	Ecart-type [Nm]
Epaule (sagittal)	3,83 E-09	3,83 E-09	2,31 E-08	1,79 E-08
Epaule (latéral)	1,11 E-10	1,11 E-10	1,44 E-08	1,13 E-09
Epaule (lacet)	4,77 E-12	4,78 E-12	3,19 E-11	1,28 E-11
Coude	6,96 E-12	6,96 E-12	1,58 E-11	1,04 E-11
Avant-bras	3,63 E-12	3,63 E-12	8,78 E-12	5,59 E-12
Poignet 1	1,67 E-13	1,67 E-13	5,45 E-12	2,43 E-12
Poignet 2	3,26 E-13	3,26 E-13	5,73 E-13	5,89 E-13
Total	5,36 E-10	1,50 E-09	3,51 E-09	9,61 E-09

TABLE 6.5 – Moyenne et écart-type des erreurs du modèle estimé du bras du robot Walk-Man pour deux trajectoires différentes

6.4.2 Robot Walk-Man

Seuls deux mouvements différents ayant été implémentés pour le robot Walk-Man (cf. section 5.2.2), un graphe aussi complet que celui fourni à la figure 6.7 ne pourra pas être fourni.

Le graphe de la figure 6.8 représente l'erreur relative moyenne dans la dynamique du modèle prédictif estimé par rapport à celle du modèle standard en fonction du conditionnement de la matrice d'identification. Même si le nombre de mouvements testés ne permet pas de dégager une tendance aussi claire que le graphe de la figure 6.7, on observe également dans le cas du Walk-Man que pour un conditionnement de la matrice d'identification plus élevé, l'erreur dans la dynamique du modèle estimé est plus élevée.

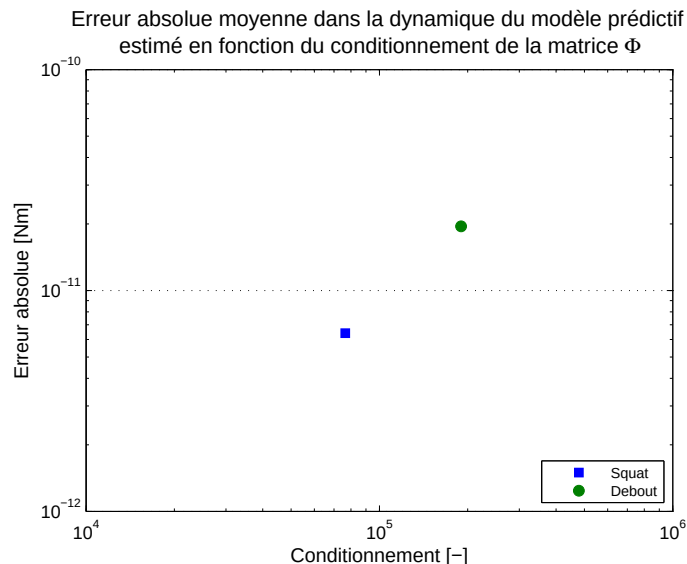


FIGURE 6.8 – Comparaison de l'erreur absolue dans les couples du modèle prédictif estimé du robot Walk-Man pour deux mouvements différents : debout et squat

Le tableau 6.6 reprend la moyenne des erreurs des articulations de la jambe droite du modèle estimé par rapport au modèle standard pour les deux mouvements. On observe globalement des erreurs plus faibles pour la dynamique obtenue avec le squat du robot Walk-Man.

Articulations	Moyenne des erreurs [Nm]	
	Walk-Man debout	Walk-Man squat
Hanche droite (latéral)	3,34 E-11	9,60 E-12
Hanche droite (lacet)	1,80 E-10	2,60 E-11
Hanche droite (sagittal)	3,61 E-11	2,69 E-11
Genou droit	3,14 E-11	2,61 E-11
Cheville droite (sagittal)	3,10 E-11	2,44 E-11
Cheville droite (latéral)	6,10 E-12	5,01 E-12
...	...	...
Total	1.95 E-11	6.41 E-12

TABLE 6.6 – Moyenne des erreurs dans les couples du modèle estimé du robot Walk-Man pour le mouvement "debout" et "squat"

6.5 Impact du bruit sur l'identification des paramètres

Tous les résultats obtenus jusqu'à présent témoignent d'une excellente identification de l'ensemble minimal des paramètres et d'une très bonne précision des modèles dynamiques estimés. Néanmoins, ces résultats ont été obtenus à l'aide de mesures parfaites obtenues par simulation, c'est-à-dire non-bruitées. Afin de se rapprocher de conditions réelles d'expérimentations, il est important de prendre en compte la présence de bruit dans les mesures et le bruit induit par la dérivation manuelle des mesures de position (cf. section 5.3.3).

6.5.1 Bras du robot Walk-Man

Bruit de dérivation

Le tableau 6.7 reprend les erreurs absolues moyennes dans l'estimation des vecteurs et tenseurs barycentriques ainsi que l'erreur moyenne dans la dynamique du modèle estimé pour des méthodes d'obtention différentes des vitesses et accélérations des différentes articulations : d'un côté, les "vraies" vitesses et accélérations obtenues par la dynamique inverse de ROBOTRAN et de l'autre, les vitesses et accélérations obtenues par une méthode de dérivation centrée (cf. section 5.3.3).

Méthode d'obtention des vitesses et accélérations	Erreur absolue moyenne [kg.m]	Erreur absolue moyenne [kg.m ²]	Erreur absolue moyenne [Nm]
Dynamique inverse	1.12 E-09	8.20 E-10	3,51 E-09
Dérivation centrée	1.84 E-06	3.20 E-07	8.96 E-09

TABLE 6.7 – Comparaison de l'erreur moyenne dans l'estimation des paramètres et dans la dynamique du bras du robot Walk-Man pour deux méthodes d'obtention différentes des vitesses et accélérations : dynamique inverse et dérivation centrée

On observe un impact non-négligeable (de plusieurs ordres de grandeur) de la dérivation numérique sur la précision de l'identification des paramètres et un impact moins important sur la précision de la dynamique du modèle estimé sur base de ces paramètres.

Bruit de mesure

Les graphes des figures 6.9, 6.10 et 6.11 représentent l'impact de différents niveaux de bruit dans les mesures respectivement des positions, des couples transmis aux articulations et des forces/couples externes sur la dynamique du modèle estimé pour le bras du robot Walk-Man. Pour chaque cas, l'erreur absolue moyenne et la variance des erreurs ont été calculées.

On observe dans les graphes de la figure 6.9 une tendance croissante similaire pour l'erreur moyenne et la variance des erreurs. Pour une variance de bruit de l'ordre de $10^{-5}[\text{rad}^2]$, l'erreur atteint un seuil d'erreur de 1 [Nm].

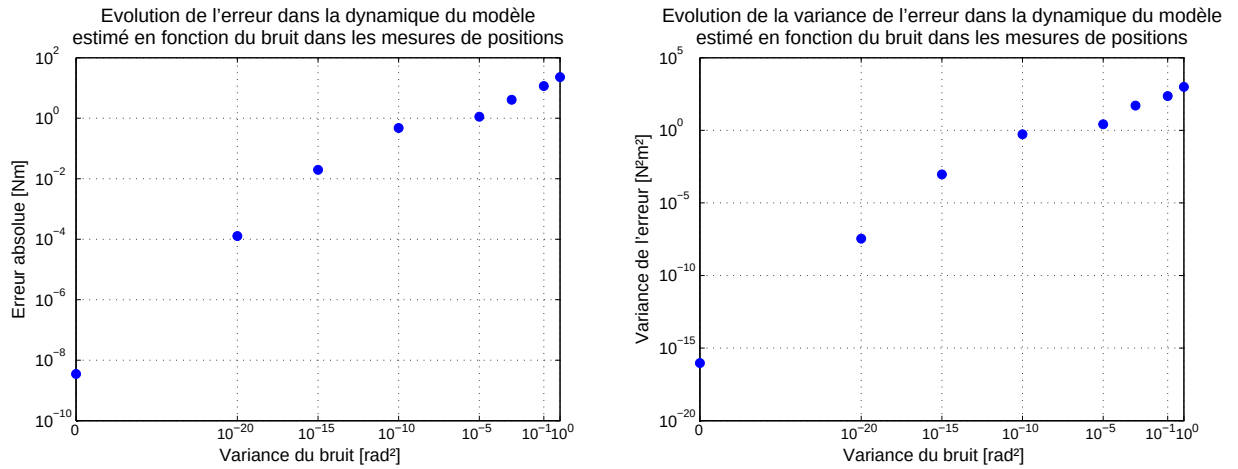


FIGURE 6.9 – Graphes représentant l'évolution de l'erreur et de la variance de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé du bras du robot Walk-Man en fonction du bruit dans les mesures de positions

Ensuite, on observe également dans les graphes de la figure 6.10 une tendance croissante similaire pour l'erreur moyenne et la variance des erreurs en fonction du niveau de bruit. Cependant, l'impact du bruit dans les mesures de couples sur la dynamique du modèle estimé est moins important que dans le cas de bruit dans les mesures de positions. En effet, un seuil d'erreur de 0,01 [Nm] est seulement atteint pour une variance de bruit d'ordre 1 [N^2m^2].

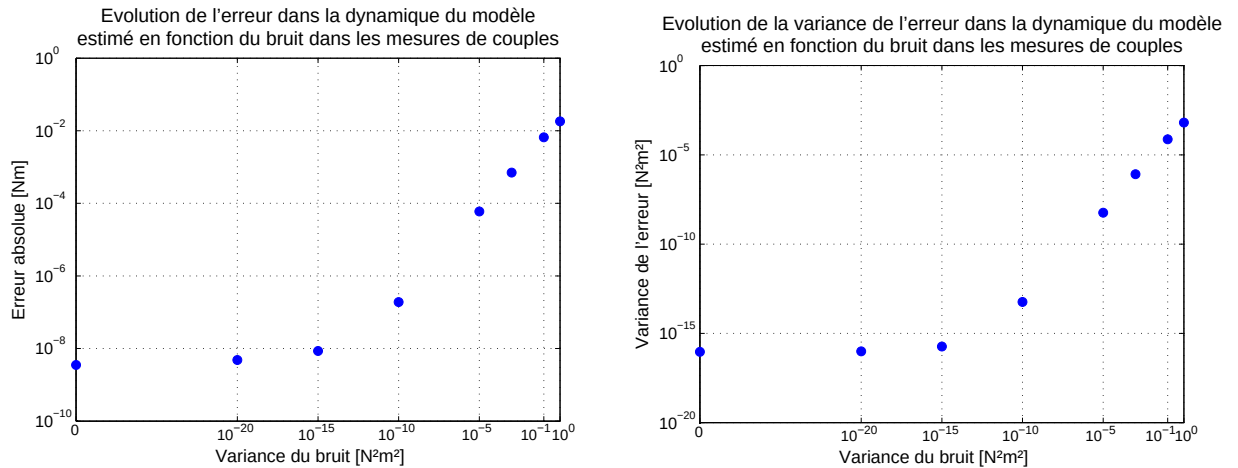


FIGURE 6.10 – Graphes représentant l'évolution de l'erreur et de la variance de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé du bras du robot Walk-Man en fonction du bruit dans les mesures de couples transmis aux articulations

Finalement, on observe une nouvelle fois dans les graphes de la figure 6.11 une même tendance croissante pour l'erreur moyenne et la variance des erreurs en fonction du niveau de bruit. Les résultats sont d'ailleurs très similaires avec ceux obtenus par l'ajout de bruit dans les mesures de couples. Le seuil d'erreur de 0,01 [Nm] est également atteint pour une variance de bruit d'ordre 1 [N^2m^2].

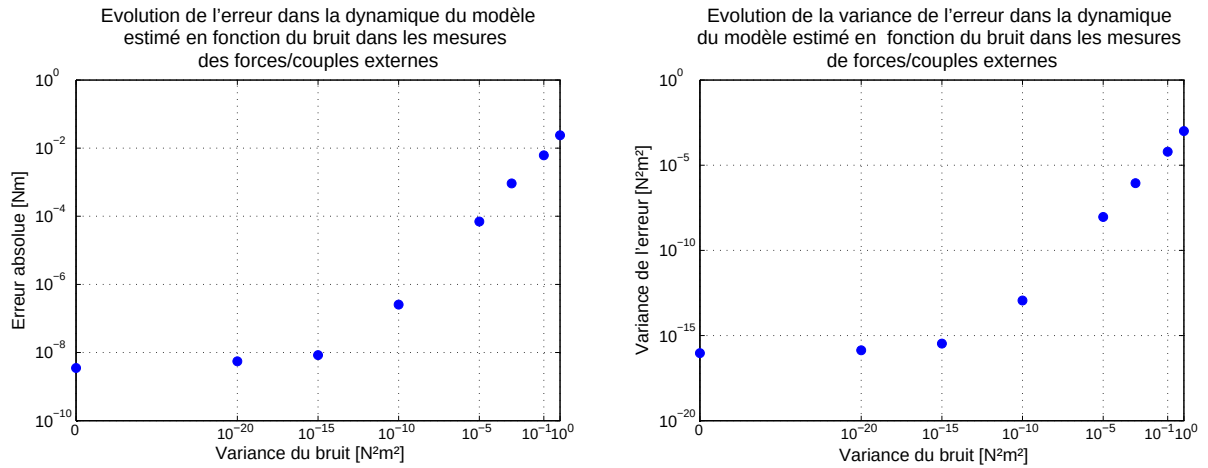


FIGURE 6.11 – Graphes représentant l'évolution de l'erreur et de la variance de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé du bras du robot Walk-Man en fonction du bruit dans les mesures de forces/couples externes

L'impact plus important du bruit dans les mesures de positions peut être expliqué par le fait que les vitesses et accélérations des différentes articulations sont obtenues respectivement par des dérivées premières et secondes des mesures de positions. Le bruit dans les mesures de positions se voit alors propager et amplifier dans les mesures de vitesses et d'accélérations. En effet, il a été montré à la section 5.3.3 que lors de la propagation du bruit de mesures de positions via une dérivation numérique, le pas de temps de la simulation amplifiait la variance du bruit des mesures de position. Or, le pas de temps de simulation est de 5 E-04 [s], ce qui est très faible et ce qui va donc provoquer une amplification très importante du bruit dans les mesures de vitesses et encore plus importante dans les mesures d'accélérations. La variance du bruit dans les mesures de vitesses et d'accélérations étant donc plus importante, l'impact du bruit dans les mesures de positions est donc plus important que celui dans les mesures de couples transmis aux articulations et des forces/couples externes.

6.5.2 Robot Walk-Man

Bruit de dérivation

Le tableau 6.8 reprend les erreurs absolues moyennes dans l'estimation des masses, vecteurs et tenseurs barycentriques ainsi que l'erreur moyenne dans la dynamique du modèle estimé pour des méthodes d'obtention différentes des vitesses et accélérations des différentes articulations.

Méthode d'obtention des vitesses et accélérations	Erreur absolue moyenne [kg]	Erreur absolue moyenne [kg.m]	Erreur absolue moyenne [kg.m ²]	Erreur absolue moyenne [Nm]
Dynamique inverse	9,09 E-13	5,98 E-02	5,92 E-02	1,95 E-11
Dérivation centrée	53,30	11,07	67,18	25,87

TABLE 6.8 – Comparaison de l'erreur moyenne dans l'estimation des paramètres et dans la dynamique du robot Walk-Man dans le cas d'une dérivation automatique et centrée

On observe un impact beaucoup plus important de la dérivation numérique sur l'estimation des paramètres ainsi que sur la précision du modèle dynamique estimé par rapport au cas du bras du robot Walk-Man. Un tel impact pose problème quant à l'identification des paramètres dynamiques. Un filtrage des données semble inévitable afin de pouvoir profiter de la toolbox.

Bruit de mesure

Les graphes des figures 6.12, 6.13 et 6.14 représentent l'impact de différents niveaux de bruit dans les mesures respectivement des positions, des couples transmis aux articulations et des forces/couples externes sur la dynamique du modèle estimé du robot Walk-Man.

On observe dans les graphes de la figure 6.12 une tendance croissante similaire à celle obtenue pour le bras du robot Wak-Man (cf. figure 6.9). Cependant, les ordres de grandeur de l'erreur et de la variance de l'erreur sont plus élevés pour le robot Walk-Man. En effet, pour une variance de bruit de l'ordre de $10^{-15}[\text{rad}^2]$, l'erreur atteint déjà un seuil d'erreur de 1 [Nm].

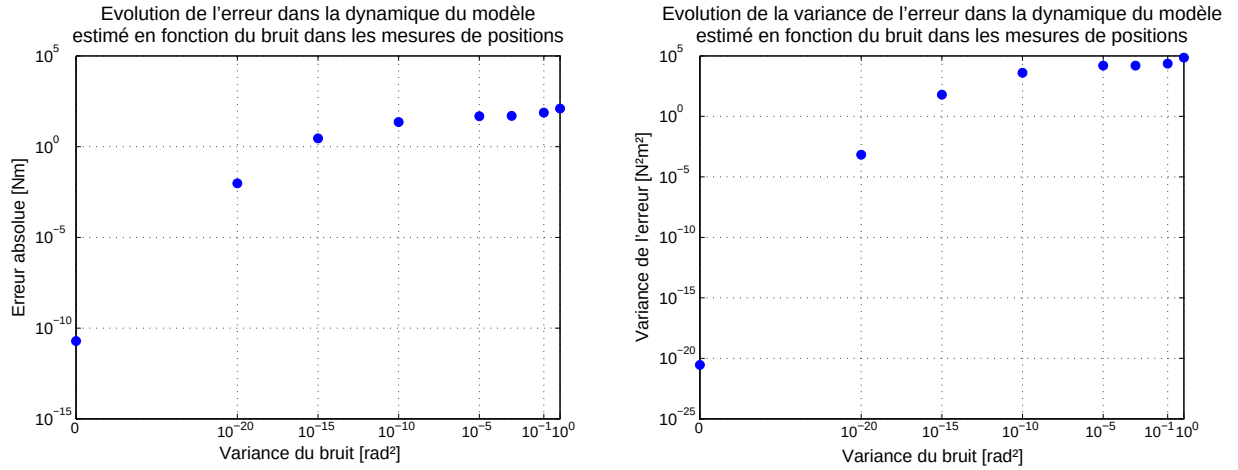


FIGURE 6.12 – Graphes représentant l'évolution de l'erreur et de la variance de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé du robot Walk-Man en fonction du bruit dans les mesures de positions

Ensuite, on observe également dans les graphes de la figure 6.13 une tendance croissante similaire à celle obtenue pour le bras du robot Wak-Man (cf. figure 6.10). Pour une variance de bruit de l'ordre de $10^{-1} [N^2m^2]$, l'erreur atteint un seuil d'erreur de 0,01 [Nm].

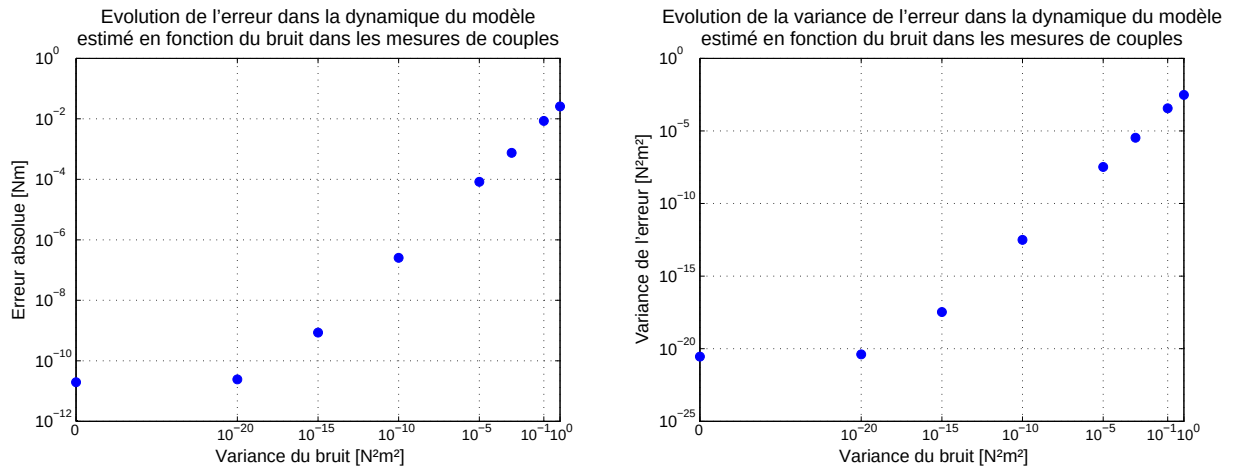


FIGURE 6.13 – Graphes représentant l'évolution de l'erreur et de la variance de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé du robot Walk-Man en fonction du bruit dans les mesures de couples transmis aux articulations

Finalement, on observe une nouvelle fois dans les graphes de la figure 6.14 une même tendance croissante similaire à celle obtenue pour le bras du robot Walk-Man (cf. figure 6.11). Les résultats sont d'ailleurs

très similaires avec ceux obtenus par l'ajout de bruit dans les mesures de couples. Le seuil d'erreur de 0,01 [Nm] est également atteint pour une variance de bruit d'ordre 10^{-1} [N^2m^2].

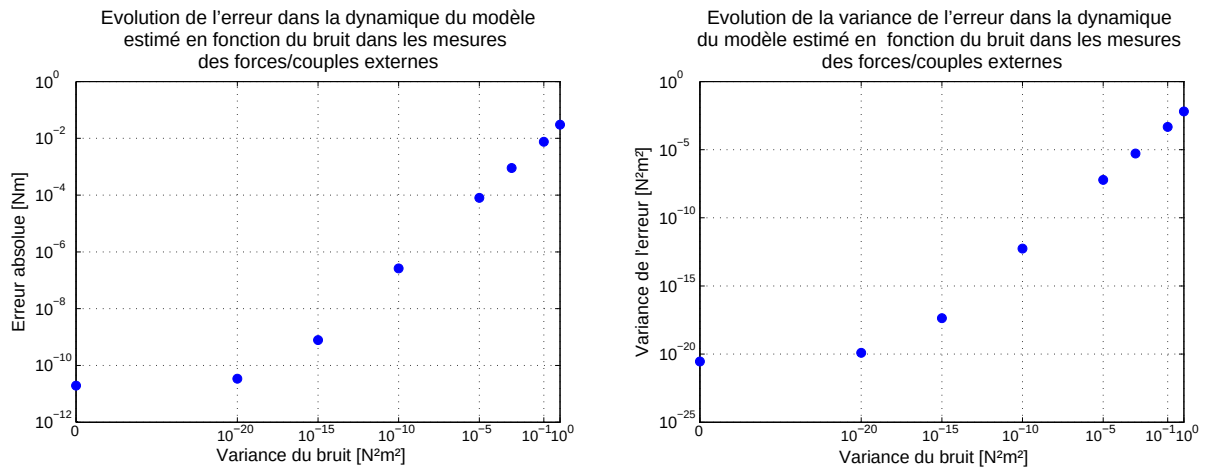


FIGURE 6.14 – Graphes représentant l'évolution de l'erreur et de la variance de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé du robot Walk-Man en fonction du bruit dans les mesures de forces/couples externes

Les résultats obtenus pour l'impact du bruit dans les mesures du robot Walk-Man sur la qualité d'identification sont relativement similaires à ceux obtenus pour le bras du robot Walk-Man. En effet, les graphes obtenus pour l'influence du bruit dans les mesures ont une tendance croissante similaire à ceux obtenus pour le bras du robot Walk-Man. Néanmoins, les ordres de grandeurs d'erreurs obtenus pour le robot Walk-Man sont plus élevés que ceux obtenus pour le bras du robot Walk-Man.

6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, le bon fonctionnement de la toolbox d'identification avec des mesures non-bruitées a été vérifié pour l'identification des paramètres du bras du robot Walk-Man et du robot Walk-Man.

De plus, le concept de "modèle prédictif" a été illustré dans le cas du robot Walk-Man. Même si certains paramètres sont moins bien identifiés, le modèle obtenu sur base de l'ensemble des paramètres estimés fournit une modélisation de la dynamique du robot Walk-Man très précise.

Il a également été montré que le conditionnement de la matrice d'identification avait un réel impact sur l'identification des paramètres dynamiques.

Finalement, l'impact du bruit sur l'identification des paramètres a été étudié. Il a été montré que l'impact du bruit de dérivation et de mesures était beaucoup plus élevé sur l'identification du robot Walk-Man que sur celle du bras du robot Walk-Man.

Chapitre 7

Conclusion

L'émergence de la robotique dans notre société, et plus particulièrement celle des robots humanoïdes au cours des dernières années, amène une série de problématiques technologiques à résoudre. La résolution de ces problématiques permettrait de remplir pleinement les objectifs auxquels ils sont destinés, comme l'opération dans des zones sinistrées dangereuses. Une de ces problématiques réside dans le contrôle efficace et précis des robots humanoïdes. Un contrôle de qualité d'un robot humanoïde passe obligatoirement par une connaissance rigoureuse des paramètres dynamiques qui régissent un tel système. L'identification expérimentale est la seule méthode efficace et précise permettant d'obtenir ces paramètres. L'objectif de ce mémoire était d'identifier précisément ces paramètres dynamiques afin d'obtenir un modèle dynamique du robot humanoïde se rapprochant le plus possible de la réalité.

Afin d'atteindre l'objectif de ce mémoire, plusieurs questions de recherches ont été posées dans l'introduction de ce mémoire. Ces questions portaient sur l'automatisation du processus d'identification, sur les moyens d'amélioration de l'identification des paramètres et sur l'effet du bruit sur l'identification (cf. chapitre 1).

Les contributions apportées par ce mémoire à ces différentes questions et objectifs sont les suivantes :

- **implémentation d'une toolbox d'identification pour ROBOTRAN** : une méthode d'identification automatique a été créée. Celle-ci ne permet pas uniquement l'identification d'un système en particulier, mais elle a été généralisée afin de permettre à un utilisateur d'identifier et d'estimer l'ensemble minimal des paramètres de n'importe quel système multicorps, qu'il soit à base fixe (comme dans le cas d'un robot manipulateur) ou à base flottante (comme dans le cas d'un robot humanoïde) (voir chapitre 4 et annexe C);
- **analyse de l'effet du conditionnement sur l'identification** : il a été montré que le conditionnement de la matrice d'identification et donc de la richesse d'excitabilité des trajectoires imposées à un système multicorps avaient un impact sur la précision de l'identification des paramètres dynamiques et sur la précision du modèle dynamique obtenu sur base de ces paramètres. Plus le conditionnement de la matrice d'identification est faible, plus l'erreur dans l'identification des paramètres est faible (voir section 6.4);
- **efficacité d'un modèle prédictif à fournir un modèle dynamique précis** : dans le cas d'un robot humanoïde, il a été montré que, malgré une identification moins précise de certains paramètres dynamiques du système, un modèle prédictif permettait d'obtenir une très bonne modélisation de la dynamique d'un robot humanoïde (voir section 6.3.2);
- **impact du bruit sur l'identification** : il a été montré que le bruit avait un impact non-négligeable sur l'identification des paramètres. L'impact du bruit de dérivation et de mesures est d'ailleurs beaucoup plus élevé dans le cas du robot Walk-Man que dans le cas du bras du Walk-Man attaché au sol (voir section 6.5).

7.1 Discussion et perspectives

Les différents résultats obtenus pour l'identification des paramètres dynamiques du bras du robot Walk-Man et du robot Walk-Man lui-même confirment le bon fonctionnement de la toolbox pour des simulations théoriques. La toolbox identifie bien l'ensemble minimal des paramètres à l'aide d'une simplification symbolique, et même numérique dans le cas où le modèle cinématique du robot contient des articulations bloquées. L'estimation des paramètres dynamiques fournie par la toolbox est également très précise pour la majorité des paramètres. Cependant, la simplification numérique utilisée pour le robot Walk-Man réduit le modèle du robot à un modèle prédictif. Tous les paramètres ne sont donc pas bien identifiés. Ces paramètres moins bien identifiés sont d'ailleurs ceux impliqués dans des combinaisons linéaires, comme on s'y attendait. Néanmoins, la mauvaise estimation de ces paramètres ne porte pas à conséquence sur la qualité de la dynamique du modèle obtenu grâce à ceux-ci. Dans un cas purement théorique, pour des données non-bruitées, la toolbox fournit donc un modèle dynamique très précis (l'erreur moyenne étant de l'ordre de 10^{-11} [Nm]) qui permettrait un très bon contrôle du robot Walk-Man en simulation.

Les résultats obtenus confirment également que le conditionnement de la matrice d'identification est une mesure permettant d'améliorer l'identification des paramètres. En effet, moins le conditionnement est élevé, moins l'erreur dans l'identification des paramètres est élevée. Un résultat intéressant à mettre en évidence est celui obtenu pour la combinaison de plusieurs trajectoires. Cette combinaison permet d'obtenir une matrice d'identification avec un conditionnement plus faible et dès lors une erreur moyenne dans l'identification plus faible. Ce résultat n'est d'ailleurs pas surprenant, car il peut être rapproché aux trajectoires basées sur une série de Fourier dont l'efficacité a été détaillée à la section 3.3.

Les résultats obtenus par la toolbox dans le cas de mesures bruitées indiquent une tendance intéressante dans le cas du bras du robot Walk-Man et du robot Walk-Man. On remarque globalement une tendance croissante relativement linéaire de l'erreur dans la dynamique du modèle estimé en fonction du niveau de bruit dans les mesures de couples. De plus, l'impact du bruit dans les mesures de positions est beaucoup plus important que celui dans les mesures de couples transmis aux articulations et de forces/couples externes. Il est à noter que l'impact du bruit de dérivation sur l'identification du robot Walk-Man est extrêmement élevé. Le bon fonctionnement de la toolbox d'identification pour le robot Walk-Man dans des conditions réalistes va donc être fortement altéré.

Même si les résultats obtenus permettent de répondre aux questions de recherches et aux objectifs du mémoire, plusieurs perspectives d'améliorations sont envisageables. Celles-ci sont présentées ci-dessous.

Prise en compte de la friction

Les résultats ont été obtenus sur base de plusieurs hypothèses (cf. section 2.2.1). En effet, la friction interne est ignorée, les corps sont supposés rigides et les articulations sont supposées idéales. Les résultats détaillés ci-dessus, même si obtenus dans le cadre de simulations théoriques, sont donc à nuancer sur base de ces différentes hypothèses. En effet, l'impact de la friction présente dans les articulations et dans les corps pourraient par exemple être implémenté dans le modèle.

Test de plus de trajectoires d'excitation

Même si dans le cas du bras du robot Walk-Man, plusieurs trajectoires sinusoïdales ont été testées, il aurait été intéressant de comparer les résultats obtenus par ces trajectoires avec des trajectoires basées sur des méthodes d'optimisation détaillées au chapitre 3, notamment celle basée sur l'optimisation d'une série de Fourier. De plus, seulement deux trajectoires différentes ont été testées pour le robot Walk-Man. Même si ces deux trajectoires tendent à confirmer les résultats obtenus pour le bras du Walk-Man, il aurait été intéressant de tester plus de trajectoires avec des conditionnements différents afin de confirmer la généralisation de l'impact du conditionnement de la matrice d'identification sur l'identification des paramètres dans le cas d'un système à base flottante.

Procédure d'identification différente

Il aurait été intéressant de tester une procédure d'identification basée sur celle de Venture et al. dans [14]. En effet, au lieu de tenter une identification de tous les paramètres du robot Walk-Man en une seule fois, il aurait été intéressant de "diviser" l'identification des paramètres par membres du Walk-Man. La recherche de trajectoires excitantes se verrait grandement facilitée, l'optimisation du conditionnement de la matrice d'identification se cantonnerait dans ce cas-ci à l'optimisation de sous-matrices d'identification correspondant aux différents membres du Walk-Man. L'excitation et l'identification des différents paramètres se ferait alors en séquence, un membre à la fois.

Filtrage des données

Les moins bons résultats obtenus par la toolbox en présence de bruit ne sont pas surprenants. En effet, ils peuvent tout d'abord s'expliquer par le fait que les données n'ont pas été filtrées. Dans [23], Venture et al. utilisent, pour calculer des dérivées, un filtre digital passe-bande calculé comme étant le produit d'un filtre de Butterworth avec un algorithme de différence centrée. L'application d'un filtre de ce genre permettrait d'améliorer les résultats obtenus lors de l'application de différents niveaux de bruit.

Amélioration de l'estimateur

L'estimateur utilisé dans la toolbox se base sur la méthode des moindres carrés. Or, il a été vu à la section 3.1.1 que cette méthode suppose uniquement la présence de bruit dans les mesures de sortie. L'utilisation d'un tel estimateur se révèle donc moins efficace dans un cas réaliste où du bruit se retrouve dans les mesures d'entrée et de sortie, comme ce qui a été testé dans le cadre de ce mémoire. Il aurait donc été intéressant d'étudier les résultats obtenus par des estimateurs basés sur d'autres méthodes, comme celle des moindres carrés totaux ou celle basée sur le maximum de vraisemblance.

Modèle d'identification différent

Afin de réduire l'impact du bruit sur les résultats obtenus par la toolbox, il aurait également été intéressant de baser notre modèle d'identification sur celui utilisé par Venture et al. dans [15], et qui est discuté à la section 3.1.2. L'avantage de ce modèle résidait notamment dans le fait que le modèle utilisé ne dépendait plus des couples articulaires, l'impact du bruit dans les mesures de couple n'auraient donc pas affecté l'estimation des paramètres dynamiques.

7.2 Conclusion

En résumé, ce mémoire a permis de développer une toolbox d'identification pour le robot Walk-Man. Cette toolbox se généralise à l'identification de n'importe quel système multicorps.

De plus, une analyse de l'effet du bruit a été réalisée afin de vérifier les résultats obtenus par la toolbox dans des conditions proches des conditions réelles d'expérimentations. Afin de complètement valider cet outil, il serait nécessaire de le tester sur de vraies données issues d'expérimentations.

Même si les résultats obtenus pour l'identification des paramètres dynamiques du robot Walk-Man dans un cas théorique sont très satisfaisants, certaines pistes d'améliorations ont été proposées, concernant notamment la limitation de l'impact du bruit sur l'identification.

Pour terminer, j'espère que cet outil d'identification pourra bénéficier à d'autres personnes, voire même être amélioré sur base notamment des pistes d'améliorations proposées ci-dessus. Pour cette raison le code est librement accessible en open source au lien : https://git.immc.ucl.ac.be/fdhondt/Robotran_Identification.

Bibliographie

- [1] Diane GALBAUD. *Le boom de la robotique se rapproche*. Le Monde. 9 février 2017. URL : http://www.lemonde.fr/o21/article/2017/02/09/robotique-le-boom-se-rapproche_5077336_5014018.html (visité le 07/06/2017).
- [2] Guillaume CHAMPEAU. *L'avenir de la robotique en France et dans le monde*. numerama. 22 juin 2012. URL : <http://www.numerama.com/magazine/22968-1-avenir-de-la-robotique-en-france-et-dans-le-monde.html> (visité le 07/06/2017).
- [3] IEEE-RAS. *Humanoid Robotics. About humanoid robotics*. 2017. URL : <http://www.humanoid-robotics.org/> (visité le 07/06/2017).
- [4] P. FISETTE et J.C. SAMIN. *Symbolic modeling of multibody systems*. Syllabus, Université catholique de Louvain, 18 Juillet 2003.
- [5] P. FISETTE, B. RAUCENT et J. C. SAMIN. « Minimal dynamic characterization of tree-like multibody systems ». In : *Nonlinear Dynamics* 9.1 (1996), p. 165–184. ISSN : 1573-269X. DOI : 10.1007/BF01833299.
- [6] X. CHENUT, P. FISETTE et J. C. SAMIN. « Recursive Formalism with a Minimal Dynamic Parameterization for the Identification and Simulation of Multibody Systems. Application to the Human Body ». In : *Multibody System Dynamics* 8.2 (2002), p. 117–140. ISSN : 1573-272X. DOI : 10.1023/A:1019555013391.
- [7] B. ARMSTRONG. « On finding 'exciting' trajectories for identification experiments involving systems with non-linear dynamics ». In : *Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. T. 4. Mar. 1987, p. 1131–1139. DOI : 10.1109/ROBOT.1987.1087968.
- [8] M. GAUTIER et W. KHALIL. « Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots ». In : *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. Déc. 1991, 494–499 vol.1. DOI : 10.1109/CDC.1991.261353.
- [9] M. GAUTIER. « Numerical calculation of the base inertial parameters of robots ». In : *Proceedings, IEEE International Conference on Robotics and Automation*. T. 2. Mai 1990, p. 1020–1025. DOI : 10.1109/ROBOT.1990.126126.
- [10] J. SWEVERS et al. « Experimental identification of robot dynamics for control ». In : *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings*. T. 1. 2000, p. 241–246. DOI : 10.1109/ROBOT.2000.844065.
- [11] J. SWEVERS et al. « Optimal robot excitation and identification ». In : *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 13.5 (oct. 1997), p. 730–740. DOI : 10.1109/70.631234.
- [12] W. VERDONCK, J. SWEVERS et J. C. SAMIN. « Experimental Robot Identification : Advantages of Combining Internal and External Measurements and of Using Periodic Excitation ». In : *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 123.4 (2001), p. 630–636. DOI : 10.1115/1.1409936.

- [13] Y. FUJIMOTO, S. OBATA et A. KAWAMURA. « Robust biped walking with active interaction control between foot and ground ». In : *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146)*. T. 3. Mai 1998, p. 2030–2035. DOI : 10.1109/ROBOT.1998.680613.
- [14] G. VENTURE, K. AYUSAWA et Y. NAKAMURA. « A numerical method for choosing motions with optimal excitation properties for identification of biped dynamics - An application to human ». In : *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Mai 2009, p. 1226–1231. DOI : 10.1109/ROBOT.2009.5152264.
- [15] K. AYUSAWA, G. VENTURE et Y. NAKAMURA. « Identification of humanoid robots dynamics using floating-base motion dynamics ». In : *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Sept. 2008, p. 2854–2859. DOI : 10.1109/IROS.2008.4650614.
- [16] K. AYUSAWA, G. VENTURE et Y. NAKAMURA. « Identification of the inertial parameters of a humanoid robot using unactuated dynamics of the base link ». In : *Humanoids 2008 - 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*. Déc. 2008, p. 1–7. DOI : 10.1109/ICHR.2008.4755923.
- [17] N.G. TSAGARAKIS et al. « WALK-MAN : A High Performance Humanoid Platform for Realistic Environments ». In : *Journal of Field Robotics* (2016).
- [18] *Modeling Multibody Systems with ROBOTRAN*. UCL-CEREM. Sept. 2009. URL : http://www.robotran.be/images/files/Robotran_basics.pdf.
- [19] B. RAUCENT. « Identification des paramètres dynamiques des robots manipulateurs ». Thèse de Doctorat. Université Catholique de Louvain, 1990.
- [20] B. SICILIANO et O. KHATIB. *Springer Handbook of Robotics*. 2nd. Springer Publishing Company, Incorporated, 2016. ISBN : 9783319325507. DOI : 10.1007/978-3-319-32552-1.
- [21] K. OTANI et T. KAKIZAKIR. « Motion planning and modeling for accurately identifying dynamic parameters of an industrial robotic manipulator ». In : *Proceedings of the international symposium on industrial robots*. T. 24. 1993, p. 743–748.
- [22] Alexandra A. ZOBOVA et al. « Multi-physics modelling of a compliant humanoid robot ». In : *Multibody System Dynamics* 39.1-2 (2017), p. 95–114. DOI : 10.1007/s11044-016-9545-4.
- [23] G. VENTURE et al. « Modeling and Identification of Passenger Car Dynamics Using Robotics Formalism ». In : *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 7.3 (sept. 2006), p. 349–359. ISSN : 1524-9050. DOI : 10.1109/TITS.2006.880620.

Annexe A

Modèle MBS du robot Walk-Man

Le modèle multicorps du robot Walk-Man est représenté à la page suivante dans la figure A.1, où T_i et R_i représentent respectivement des articulations prismatiques et rotationnelles avec $i = \{1, 2, 3\}$ correspondant respectivement aux axes $\{x, y, z\}$, et où q_i correspond aux coordonnées généralisées du système.

Annexe B

Aspects pratiques de l'identification avec ROBOTRAN

Afin d'expliquer pratiquement le processus de suppression de colonnes dans la matrice Φ d'identification engendrée par des articulations bloquées, ce processus va être illustré à l'aide des articulations bloquées de l'épaule du bras du robot Walk-Man.

B.1 Génération de la matrice Φ

La génération de la matrice Φ est rendue possible grâce à ROBOTRAN. ROBOTRAN dérive symboliquement les équations barycentriques du formalisme de Newton-Euler récursif et fournit une fonction prête à l'emploi. Pour chaque pas de temps, les sous-matrices ϕ_i sont calculées à l'aide de cette fonction qui prend comme argument la position, la vitesse, l'accélération, la gravité et les points d'ancrages des différentes articulations. La matrice Φ est alors obtenue par empilement de toutes ces sous-matrices.

B.2 Réduction des paramètres

Le bras gauche étant composé de 7 corps, le nombre de paramètres barycentriques s'élève à 70. La simplification symbolique permet de réduire ce nombre de paramètres à 48. On a alors :

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \cdots & \phi_{1,48} \\ \phi_{2,1} & \cdots & \phi_{2,48} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \phi_{9,1} & \cdots & \phi_{9,48} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{48} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Les deux premières articulations étant bloquées, Q_1 et Q_2 sont nuls. En effet, si ces articulations sont bloquées, aucun couple n'est transmis dans celles-ci. En supprimant les deux premières lignes de la matrice Q correspondant à Q_1 et Q_2 , il est nécessaire de supprimer les 2 premières lignes de la matrice ϕ afin de respecter les dimensions du système. Or, la suppression de ces lignes provoquent "l'apparition" de 3 colonnes nulles dans la matrice Φ :

$$\begin{bmatrix} Q_3 \\ Q_4 \\ \vdots \\ Q_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{3,1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \phi_{1,48} \\ \phi_{4,1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \phi_{4,48} \\ \vdots & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \vdots \\ \phi_{9,1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \phi_{9,48} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{48} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Ces 3 colonnes n'étaient pas entièrement nulles avant la suppression des deux premières lignes de la matrice ϕ . Les valeurs non-nulles de ces colonnes ont été supprimées lors de l'enlèvement de ces deux lignes, provoquant ainsi une réduction de ces 3 colonnes en colonnes nulles. Il est à noter que pour le robot Walk-Man, la suppression des lignes correspondant aux articulations bloquées fait apparaître des colonnes nulles ainsi que des colonnes en combinaison linéaire.

L'estimation des paramètres étant rendue possible grâce au calcul de la pseudo-inverse de la matrice Φ , celle-ci doit être de rang plein comme il l'a été expliqué au chapitre 3. Les colonnes de 0 sont alors supprimées, et les δ correspondants également. Ces δ n'étaient en réalité identifiables que par des excitations de ces articulations bloquées, excitations donc impossibles. L'ensemble minimal des paramètres à identifier se réduit donc finalement à 45 :

$$\begin{bmatrix} Q_3 \\ Q_4 \\ \vdots \\ Q_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{3,1} & \cdots & \phi_{3,45} \\ \phi_{4,1} & \cdots & \phi_{4,45} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \phi_{9,1} & \cdots & \phi_{9,45} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{45} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

B.3 Calcul des paramètres

Une fois la matrice Φ générée et réduite, il est désormais possible de calculer l'ensemble minimal des paramètres. Après avoir empilé sous forme matricielle les couples des 7 articulations aux différents pas de temps, le système à résoudre est finalement, pour une simulation de 5 [s] avec un pas de temps de 5 E-04 [s], le suivant :

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{45} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_{1001} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^1Q_3 \\ \vdots \\ {}^1Q_9 \\ \vdots \\ {}^{1001}Q_3 \\ \vdots \\ {}^{1001}Q_9 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Afin de résoudre ce système linéaire, la pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice Φ est calculée. Elle permet de fournir une solution des moindres carrés au système.

Annexe C

Documentation de la toolbox d'identification

C.1 Structure de la toolbox

Les différentes fonctions utilisées par la toolbox sont les suivantes :

- la fonction principale *main.m*;
- la fonction *mbs_exe_identification.m* qui permet d'identifier un système spécifique;
- la fonction auxiliaire *read_Struct.m* qui permet de lire les structures en inputs de la fonction d'identification;
- la fonction auxiliaire *convert_anchor_points.m* qui permet de convertir l'ordre des points d'ancrage de la nouvelle version de ROBOTRAN vers l'ancienne version de ROBOTRAN;
- la fonction auxiliaire *QR.m* qui permet la simplification numérique de la matrice d'identification via une décomposition QR.

Ces 5 fichiers doivent se retrouver dans un même dossier comme sur la figure C.1.

Utilisateurs > Florent > MBProjects > Identification Toolbox

Nom	Modifié le	Type	Taille
walkman_robotran	05/06/2017 17:35	Dossier de fichiers	
convert_anchor_points	05/06/2017 17:32	MATLAB Code	1 Ko
main	05/06/2017 17:38	MATLAB Code	1 Ko
mbs_exe_identification	05/06/2017 17:44	MATLAB Code	4 Ko
QR	05/06/2017 17:44	MATLAB Code	1 Ko
read_Struct	05/06/2017 17:40	MATLAB Code	1 Ko

FIGURE C.1 – Structure des fonctions de la toolbox

C.2 Fichiers nécessaires à l'identification

Les fichiers nécessaires pour l'identification sont les suivants :

- un fichier reprenant les positions des différentes articulations au cours du temps;
- un fichier reprenant les vitesses des différentes articulations au cours du temps;
- un fichier reprenant les accélérations des différentes articulations au cours du temps;
- un fichier reprenant les couples des différentes articulations au cours du temps;

Ces fichiers doivent être des fichiers au format ".txt". La première ligne de ces fichiers doit être la ligne reprenant le temps de la simulation. Ensuite, les lignes suivantes correspondent aux différentes articulations classées par ordre d'apparition dans la chaîne cinématique du système. Donc, pour un système comprenant 10 articulations, les différents fichiers doivent avoir 11 lignes : la première pour le temps et les 10 suivantes pour les articulations. Les colonnes représentent quant à elles les résultats pour les différentes articulations à chaque pas de temps de la simulation.

En plus de ces fichiers, la toolbox a également besoin des fichiers reprenant les forces/couples externes. Ceux-ci doivent également être au format ".txt". La première ligne de ces fichiers doit être la ligne reprenant le temps de la simulation. Ensuite, les lignes suivantes correspondent respectivement aux :

- forces selon l'axe X;
- forces selon l'axe Y;
- forces selon l'axe Z;
- couples selon l'axe X;
- couples selon l'axe Y;
- couples selon l'axe Z.

Les fichiers des forces/couples externes comprendront donc 7 lignes. Les colonnes représentent quant à elles les valeurs pour les forces/couples à chaque pas de temps de la simulation.

Finalement, la toolbox a besoin de la fonction symbolique permettant de générer la matrice Φ d'identification¹, du fichier ".mbs" du modèle à identifier ainsi que de la fonction symbolique *mbs_sensor_XXX* où XXX correspond au nom du modèle ROBOTRAN. Cette fonction se trouve dans le dossier *SymbolicR* du modèle à identifier.

Tous ces fichiers doivent se retrouver dans un dossier à l'intérieur du dossier de la toolbox d'identification comme sur la figure C.2. Le nom de ce dossier doit être le même que celui du fichier ".mbs".

Utilisateurs > Florent > MBProjects > Identification Toolbox > walkman_robotran				
Nom	Modifié le	Type	Taille	
 F_true_Lfoot_fall	30/05/2017 14:12	Document texte	1 094 Ko	
 F_true_Rfoot_fall	30/05/2017 14:12	Document texte	1 094 Ko	
 idinvbar_walkman	06/05/2017 13:14	MATLAB Code	378 Ko	
 mbs_sensor_walkman_robotran	28/04/2017 13:26	MATLAB Code	435 Ko	
 q_walkman_fall	30/05/2017 14:09	Document texte	9 008 Ko	
 qd_walkman_fall	30/05/2017 14:10	Document texte	8 965 Ko	
 qdd_walkman_fall	30/05/2017 14:11	Document texte	8 930 Ko	
 Qq_walkman_fall	30/05/2017 14:12	Document texte	6 074 Ko	
 walkman_robotran	05/06/2017 14:49	Fichier MBS	142 Ko	

FIGURE C.2 – Fichiers nécessaires à l'identification

1. Pour le moment, seul le Professeur P. Fisette peut générer cette fonction

C.3 Procédure d'identification

La fonction *main.m* permet de lancer l'identification d'un système. La fonction *main.m* est de la forme suivante :

```
1 [mbs_data, mbs_info] = mbs_load('walkman_robotran');
2 addpath(genpath((mbs_info.mbsname)));
3 Forces_externes = struct('Rfoot_force', 'Forces_externes1.txt', ...
    'Lfoot_force', 'Forces_externes2.txt');
4 Mesures = struct('Position', 'q_walkman.txt', 'Vitesse', 'qd_walkman.txt', ...
    'Acceleration', 'qdd_walkman.txt', 'Couple', 'Qq_walkman.txt');
5 option = struct('tolerance', 1E-10, 'iteration', 5, 'id', []);
6 [delta_estim, PHI_estim, id, Model] = mbs_exe_identification(mbs_data, mbs_info, ...
    Mesures, Forces_externes, 'idinvar_walkman', option);
```

La 1ère ligne permet de charger le fichier ".mbs" du système à analyser :

```
1 [mbs_data, mbs_info] = mbs_load('walkman_robotran');
```

Une fenêtre va s'ouvrir pour demander à l'utilisateur de spécifier l'emplacement de ce fichier.

La 2e ligne permet d'ajouter le dossier contenant les fichiers nécessaires à l'identification au *path* de MATLAB :

```
1 addpath(genpath((mbs_info.mbsname)));
```

La 3e ligne permet d'initialiser la structure *Forces_externes* qui va contenir les différents fichiers reprenant les forces/couples externes :

```
1 Forces_externes = struct('Rfoot_force', 'Forces_externes1.txt', ...
    'Lfoot_force', 'Forces_externes2.txt');
```

Les entrées de cette structure se font par paire :

- d'abord le nom du *sensor* dans ROBOTRAN correspondant aux forces/couples externes appliqués comme sur la figure C.3 (ici "Rfoot_Force");
- ensuite le nom du fichier ".txt" contenant les forces/couples externes (ici "Forces_externes1.txt").

Dans notre exemple, il y a 2 forces/couples externes appliqués sur le système, il y a donc 2 paires d'entrées dans la structure. Attention, il est vital d'indiquer le nom exact du *sensor* correspondant aux forces/couples externes !

Ensuite, la 4e ligne permet d'initialiser la structure *Mesures* qui va contenir les différents fichiers reprenant les positions, vitesses, accélération et couples des articulations :

```
1 Mesures = struct('Position', 'q_walkman.txt', 'Vitesse', 'qd_walkman.txt', ...
    'Acceleration', 'qdd_walkman.txt', 'Couple', 'Qq_walkman.txt');
```

Les entrées de cette structure se font également par paire :

- d'abord le nom de la mesure : "Position", "Vitesse", "Accélération" ou "Couple";
- ensuite le nom du fichier ".txt" correspondant à la mesure.

Attention, il est vital de bien respecter l'ordre des entrées dans la structure : d'abord les positions, puis les vitesses, puis les accélérations, puis les couples.

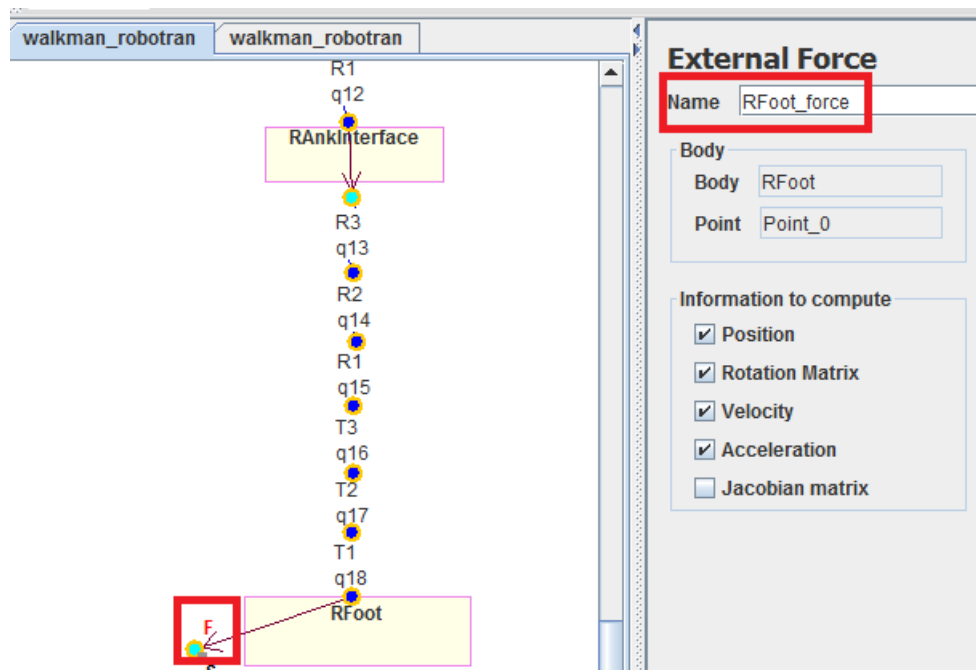


FIGURE C.3 – Nom des forces externes

La 5e ligne correspond à la ligne d'options disponibles pour l'identification d'un système :

```
1 option = struct('tolerance', 1E-10, 'iteration', 5, 'id', []);
```

On y retrouve :

- le seuil de tolérance pour la simplification QR (default value = $1E-10$);
- le pas d'itération pour le calcul de la matrice d'identification (default value = 5);
- l'indice des colonnes à garder lors de la simplification numérique (default value = []).

La simplification numérique de la matrice d'identification, si nécessaire, peut se faire soit via une simplification numérique QR , soit simplement en imposant l'indice des colonnes à garder. Pour identifier un système dans des conditions réelles (avec des données bruitées), il est d'abord conseillé de procéder à une première identification avec des mesures non-bruitées en utilisant une simplification QR et en utilisant la valeur de tolérance par défaut. Une fois les indices des colonnes restantes de la matrice Φ récupérés, il est alors possible de procéder à une seconde identification avec des données bruitées et en spécifiant le vecteur contenant les indices des colonnes (cf. section 4.3).

Exemple d'options pour la simplification QR :

```
1 option = struct('tolerance', 1E-10, 'iteration', 5, 'id', []);
```

Exemple d'options pour la simplification via imposition des colonnes à garder (le vecteur *id* est normalement obtenu en output de la fonction d'identification, la déclaration du vecteur *id* dans l'exemple suivant est juste à titre d'illustration) :

```
1 id = [1 2 5 7 8 9 10];
2 option = struct('tolerance', 1E-10, 'iteration', 5, 'id', id);
```

Il est à noter que dès que l'option *id* n'est plus vide (contrairement à la valeur par défaut " [] "), la simplification numérique utilise cette méthode de simplification.

Finalement, la 6e ligne permet de lancer la fonction d'identification :

```
1 [delta_estim, PHI_estim, id, Model] = mbs_exe_identification(mbs_data, mbs_info, ...  
    Mesures, Forces_externes, 'idinvbar_walkman', option);
```

La seule modification apportée à cette ligne est le nom de la fonction symbolique permettant le calcul de la matrice Φ . Dans notre exemple, la fonction s'appelle *idinvbar_walkman*.

Les outputs de la fonction d'identification sont les suivants :

- *delta_estim* : l'ensemble des paramètres estimés ;
- *PHI_estim* : la matrice d'identification estimée ;
- *id* : l'indice des colonnes restantes de la matrice d'identification ;
- *Model* : le type de modèle obtenu grâce à l'identification (structurel ou prédictif).

Annexe D

Code la toolbox

D.1 Fonction principale

```
1 [mbs_data, mbs_info] = mbs_load('walkman_robotran');
2 addpath(genpath((mbs_info.mbsname)));
3 Mesures = struct('Position', 'q_walkman_fall.txt', 'Vitesse', ...
    'qd_walkman_fall.txt', 'Acceleration', 'qdd_walkman_fall.txt', 'Couple', ...
    'Qq_walkman_fall.txt');
4 Forces_externes = struct('RFoot_force', 'F_true_Rfoot_fall.txt', ...
    'LFoot_force', 'F_true_Lfoot_fall.txt');
5 option = struct('tolerance', 1E-10, 'iteration', 5, 'id', []);
6 [delta_estim, PHI_estim, id, Model] = mbs_exe_identification(mbs_data, mbs_info, ...
    Mesures, Forces_externes, 'idinvbar_walkman', option);
```

D.2 Fonction d'identification

```
1 function [delta_estim,PHI_estim,id,Model] = mbs_exe_identification(mbs_data,...
2     mbs_info,Measurements,External_forces,idinvbar,option)
3 %% Loading options
4 tol = option.tolerance;
5 iter = option.iteration;
6 ID = option.id;
7 %% Loading the model parameters
8 Njoint = mbs_data.Njoint;
9 Id_Blocked = [];
10 g = mbs_data.g;
11 d= convert_anchor_points(mbs_info,mbs_data);
12 Model = 'Structural Model';
13 %% Loading the positions, speeds and accelerations of the joints
14 [Measurements,~,~] = read_Struct(Measurements);
15 q = Measurements{1}';
16 [~,q_col] = size(q);
17 check_blocked = all(~diff(q));
18 for i=1:q_col
19     if check_blocked(i) == 1
20         Id_Blocked = [Id_Blocked,i];
21     end
22 end
23 qd = Measurements{2}';
24 qdd = Measurements{3}';
25 Qq = Measurements{4}';
26 [~,Qq_col] = size(Qq);
27 if Qq_col == q_col
28     Qq(:,Id_Blocked) = [];
29 end
30 [~,N_Act_joints] = size(Qq);
31 %% Load les forces externes
32 [External_forces,N_ext,Forces_names] = read_Struct(External_forces);
33 %% Get the number of parameters
34 size_PHI = feval(idinvbar,zeros(Njoint),zeros(Njoint),zeros(Njoint),...
35     d,g,Id_Blocked);
36 %% Pre-allocation
37 iteration = (1:iter:length(q));
38 row_matrix = length(iteration) * N_Act_joints;
39 PHI = zeros(row_matrix,length(size_PHI));
40 Qqv = zeros(row_matrix,1);
41 Forces_ext = zeros(row_matrix,1);
42 k = 1;
43 %% Computation of the sub-matrix PHI and the external forces at each time step
44 for i= iteration
45     %% Get the position, speed and accelerations at the time step
46     mbs_data.q = q(i,:);
47     mbs_data.qd = qd(i,:);
48     mbs_data.qdd = qdd(i,:);
49     Qqi = Qq(i,:);
50     %% Computation of the sub-matrix PHI
51     phi_tmp = feval(idinvbar,q(i,:),qd(i,:),qdd(i,:),d,g,Id_Blocked);
52     %% Computation of the contribution of the external forces on the joints
53     F_externes = zeros(N_Act_joints,1);
54     for j=1:N_ext
55         Sensor = mbs_comp_F_sensor(mbs_data,i,mbs_get_F_sensor_id...
56             (mbs_info, Forces_names{j})); % Get the infos of the sensor
57         Sensor.J(:,Id_Blocked) = [];
58         F_externes = F_externes + Sensor.J' * External_forces{j}(:,i);
59     end
```

```

60     %% Stacking the sub-matrices
61     stack = ((N_Act_joints*k)-(N_Act_joints-1):N_Act_joints*k);
62     PHI(stack,:) = phi_tmp;
63     Qqv(stack) = Qqi;
64     Forces_ext(stack) = F_externes;
65     k = k+1;
66 end
67 %% Checking the rank of PHI
68 [~,c] = size(PHI);
69 if rank(PHI) == c
70     % Full rank
71     fprintf('\n The rank of PHI is full. No need of a numerical ...
        simplification!');
72     fprintf('\n Estimation of the parameters in progress...');
73     delta_estim = pinv(PHI) * (Qqv + Forces_ext);
74     PHI_estim = PHI;
75     id = [1:1:length(delta_estim)];
76     fprintf('\n The model identified is a structural model! \n');
77 else
78     % Not full rank
79     dim = c - rank(PHI);
80     fprintf('Warning: The rank of PHI is not full. Missing: %d',dim);
81     fprintf('\n Removing the dependent columns');
82     if isempty(ID)
83         [PHI_estim,id] = QR(PHI,tol);
84     else
85         PHI_estim = PHI(:,ID);
86         id = ID;
87     end
88     fprintf('\n Estimation of the parameters in progress...');
89     delta_estim = pinv(PHI_estim) * (Qqv + Forces_ext);
90     [~,c_red] = size(PHI_estim);
91     if rank(PHI_estim) ~= c_red
92         dim_red = c_red - rank(PHI_estim);
93         fprintf('\n Warning!!! The rank of PHI is still not full, there is a ...
            problem somewhere. Missing: %d',dim_red);
94     else
95         fprintf('\n The rank of PHI is now full, rank = %d',rank(PHI_estim));
96     end
97     if dim > sum(~any(PHI,1))
98         fprintf('\n Beware: the model identified is a predictive model, not a ...
            structural one');
99         fprintf('\n Some parameter won't be properly identified but the ...
            dynamics can be properly estimated with them \n');
100         Model = 'Predictive model';
101     else
102         fprintf('\n The model identified is a structural model! \n');
103     end
104 end
105 end

```

D.3 Fonction de conversion des points d’ancrage

```
1 function [d] = conver_anchor_points(mbs_info,mbs_data)
2 N_joints = length(mbs_info.alljoints);
3 d = zeros(3,N_joints);
4 Bodies_names = fieldnames(mbs_info.bodies);
5 N_bodies = length(fieldnames(mbs_info.bodies));
6 id = 1;
7
8 for i = 1:N_bodies
9     % Get the number of joints attached to the body
10    N_joints_bodies = ...
        length(fieldnames(mbs_info.bodies.(Bodies_names{i}).joints));
11    point_id = ...
        mbs_get_bodypoint_id(mbs_info,mbs_info.bodies.(Bodies_names{i}).parent{1}, ...
        mbs_info.bodies.(Bodies_names{i}).parent{2});
12    if N_joints_bodies == 1 %normal
13        d(:,id) = mbs_data.dpt(:,point_id);
14        id = id + 1;
15    elseif point_id <=0 % base
16        for j=1:N_joints_bodies-1
17            d(:,id+j) = [0 0 0];
18        end
19        id = id + N_joints_bodies;
20    else
21        d(:,id) = mbs_data.dpt(:,point_id);
22        for j=1:N_joints_bodies-1
23            d(:,id+j) = [0 0 0];
24        end
25        id = id + N_joints_bodies;
26    end
27 end
```

D.4 Fonction de simplification numérique QR

```
1 function [Xsub,idx]=QR(X,tol)
2 %Extract a linearly independent set of columns of a given matrix X
3 %
4 % [Xsub,idx]=licols(X)
5 %
6 %in:
7 %
8 % X: The given input matrix
9 % tol: A rank estimation tolerance. Default=1e-10
10 %
11 %out:
12 %
13 % Xsub: The extracted columns of X
14 % idx: The indices (into X) of the extracted columns
15 if ~nnz(X) %X has no non-zeros and hence no independent columns
16     Xsub=[]; idx=[];
17     return
18 end
19 if nargin<2, tol=1e-10; end
20 [Q, R, E] = qr(X,0);
21 if ~isvector(R)
22     diagr = abs(diag(R));
23 else
24     diagr = R(1);
25 end
26 %Rank estimation
27 r = find(diagr >= tol*diagr(1), 1, 'last'); %rank estimation
28 idx=sort(E(1:r));
29 Xsub=X(:,idx);
30 end
```

D.5 Fonction de lecture des structures

```
1 function [file,N,Field_names] = read_Struct(Name)
2
3 N = length(fieldnames(Name));
4 Field_names = fieldnames(Name);
5
6 for i = 1:N
7     file{i} = dlmread(Name.(Field_names{i}));
8     file{i}(1,:) = []; %remove time
9 end
10 end
```

Annexe E

Norme de l'espace nul de la matrice Φ

Param.	Norme espace nulle	Erreur absolue [kg.m]	Param.	Norme espace nulle	Erreur absolue [kg.m]
1	3,04E-01	2,93E-02	33	6,96E-01	4,37E-03
2	6,22E-01	6,01E-02	34	0	1,54E-13
3	0	1,28E-12	35	0	1,97E-12
4	0	4,92E-12	36	0	2,10E-12
5	0	3,88E-13	37	0	3,82E-12
6	0	1,83E-12	38	0	3,49E-13
7	0	4,40E-12	39	0	3,93E-13
8	0	1,21E-12	40	0	2,29E-13
9	0	1,71E-13	41	0	1,34E-13
10	0	3,43E-12	42	0	2,20E-13
11	0	1,94E-12	43	0	6,64E-13
12	0	3,74E-12	44	0	5,39E-14
13	7,06E-01	9,52E-02	45	0	6,87E-14
14	7,06E-01	3,13E-04	46	0	3,54E-13
15	7,01E-01	2,84E-01	47	0	1,70E-13
16	0	2,42E-12	48	0	4,92E-13
17	0	4,21E-13	49	0	4,36E-12
18	0	1,14E-12	50	0	1,21E-12
19	0	1,40E-12	51	0	4,66E-12
20	0	2,27E-12	52	0	1,04E-13
21	0	5,22E-13	53	0	6,28E-13
22	0	7,50E-12	54	0	3,47E-13
23	0	3,38E-12	55	0	1,81E-13
24	0	1,09E-11	56	0	3,02E-13
25	7,06E-01	9,52E-02	57	0	8,92E-13
26	7,06E-01	3,13E-04	58	0	6,88E-15
27	7,01E-01	2,84E-01	59	0	6,78E-13
28	0	1,62E-12	60	0	4,11E-13
29	0	5,02E-12	61	0	5,64E-13
30	0	3,91E-13	62	6,98E-01	1,07E-01
31	6,04E-01	2,01E+00	63	0	4,11E-14
32	2,30E-01	7,63E-01	64	7,01E-01	9,19E-02

TABLE E.1 – Comparaison de la valeur des éléments de la base orthonormée pour l'espace nul de Φ et la valeur de l'erreur absolue dans l'identification vecteurs barycentriques

Param.	Norme espace nulle	Erreur absolue [kg.m]	Param.	Norme espace nulle	Erreur absolue [kg.m]
1	2,95E-01	5,46E-01	41	0	1,95E-11
2	4,89E-01	7,30E-01	42	1,44E-01	1,43E-02
3	0	1,02E-12	43	0	6,75E-12
4	3,14E-01	5,02E-01	44	0	1,40E-10
5	0	2,80E-11	45	0	1,31E-14
6	2,64E-01	6,12E-01	46	2,89E-01	2,85E-02
7	1,44E-01	9,23E-03	47	0	2,45E-13
8	0	1,31E-12	48	0	3,75E-10
9	0	1,34E-14	49	0	1,01E-13
10	7,22E-02	4,62E-03	50	0	1,91E-13
11	0	1,02E-11	51	0	3,67E-10
12	1,44E-01	9,23E-03	52	0	1,14E-12
13	0	1,31E-12	53	0	1,22E-09
14	0	3,85E-11	54	0	1,67E-12
15	0	2,37E-14	55	0	4,88E-13
16	2,89E-01	1,85E-02	56	0	3,45E-10
17	0	3,02E-13	57	0	7,53E-13
18	0	1,95E-10	58	0	8,15E-10
19	0	1,29E-13	59	0	8,23E-14
20	0	1,46E-12	60	2,89E-01	2,85E-02
21	0	8,20E-10	61	7,16E-01	4,07E-02
22	0	1,76E-12	62	7,07E-01	4,12E-05
23	0	1,94E-09	63	7,08E-01	7,81E-03
24	0	1,08E-12	64	7,09E-01	2,42E-02
25	0	1,74E-12	65	7,08E-01	3,73E-04
26	0	1,02E-09	66	6,59E-01	3,48E-02
27	0	1,20E-12	67	2,40E-01	9,20E-01
28	0	7,06E-10	68	0	1,28E-13
29	0	1,05E-11	69	0	5,08E-12
30	2,89E-01	1,85E-02	70	1,20E-01	4,60E-01
31	7,16E-01	4,65E-02	71	0	2,15E-12
32	7,07E-01	4,12E-05	72	0	5,14E-13
33	7,08E-01	7,81E-03	73	0	1,11E-11
34	7,09E-01	2,71E-02	74	4,80E-01	1,84E+00
35	7,08E-01	3,73E-04	75	0	8,34E-14
36	6,59E-01	1,18E-02	76	2,40E-01	9,20E-01
37	1,44E-01	1,43E-02	77	1,94E-01	6,27E-01
38	0	6,08E-12	78	2,16E-01	6,17E-04
39	0	8,18E-13	79	1,59E-01	2,55E-01
40	7,22E-02	7,14E-03	80	5,48E-01	1,11E-03

TABLE E.2 – Comparaison de la valeur des éléments de la base orthonormée pour l'espace nul de Φ et la valeur de l'erreur absolue dans l'identification tenseurs barycentriques

Param.	Norme espace nulle	Erreur absolue [kg.m]	Param.	Norme espace nulle	Erreur absolue [kg.m]
81	5,00E-01	1,52E+00	121	0	2,75E-12
82	0	3,11E-13	122	0	4,88E-14
83	0	2,43E-13	123	0	1,24E-13
84	0	1,10E-12	124	0	2,31E-14
85	0	4,12E-13	125	0	2,25E-12
86	0	1,75E-12	126	0	4,41E-13
87	0	8,16E-13	127	0	9,88E-13
88	0	2,77E-13	128	0	1,88E-13
89	0	4,86E-14	129	0	3,46E-12
90	0	1,29E-13	130	0	5,96E-14
91	0	2,44E-13	131	0	1,53E-12
92	0	1,48E-12	132	0	4,13E-12
93	0	7,01E-14	133	0	3,59E-12
94	0	3,93E-13	134	0	2,71E-12
95	0	2,11E-14	135	0	9,38E-14
96	0	2,08E-12	136	0	9,30E-13
97	0	4,84E-13	137	0	2,75E-12
98	0	5,07E-13	138	0	4,20E-12
99	0	2,34E-13	139	0	2,24E-14
100	0	6,44E-14	140	0	1,01E-13
101	0	2,06E-12	141	0	5,51E-13
102	0	2,84E-13	142	0	1,80E-15
103	0	4,86E-13	143	0	8,80E-14
104	0	2,79E-13	144	0	1,03E-12
105	0	9,69E-14	145	0	1,66E-13
106	0	3,52E-13	146	0	3,34E-13
107	0	8,42E-15	147	0	7,30E-14
108	0	1,14E-13	148	0	3,13E-15
109	0	8,40E-13	149	0	5,79E-16
110	0	3,02E-14	150	0	9,45E-13
111	0	5,37E-13	151	0	2,07E-13
112	0	7,82E-15	152	3,78E-02	7,67E-03
113	0	5,06E-15	153	7,56E-02	1,53E-02
114	0	2,11E-14	154	0	8,79E-14
115	0	8,01E-13	155	7,57E-02	1,50E-02
116	0	9,32E-14	156	1,51E-01	3,07E-02
117	0	4,41E-13	157	0	2,72E-15
118	0	7,99E-13	158	7,67E-02	3,44E-03
119	0	3,29E-12			
120	0	1,16E-12			

TABLE E.3 – Comparaison de la valeur des éléments de la base orthonormée pour l'espace nul de Φ et la valeur de l'erreur absolue dans l'identification vecteurs barycentriques (suite)

