

# Incorporation des appareils de voie dans les longs rails soudés

Mémoire présenté par  
**Matthieu LEZAACK**

en vue de l'obtention du grade de Master  
**Ingénieur civil mécanicien**

Promoteur(s)  
**Laurent DELANNAY, Nicolas DOCQUIER**

Lecteur(s)  
**Issam DOGHRI**

Année académique 2016-2017



# Table des matières

1	Introduction . . . . .	5
2	Mise en situation et contexte . . . . .	5
2.1	Histoire des longs rails soudés . . . . .	6
2.2	Appareils de voie . . . . .	8
2.3	Problématique et enjeux . . . . .	9
2.4	Collaboration avec Infrabel . . . . .	10
3	Partie I : Théorie . . . . .	11
3.1	Equations de dilatation . . . . .	11
3.2	Rappels de la théorie des poutres : Modèle Euler-Bernoulli . . . . .	12
3.2.1	Equations constitutives du modèle . . . . .	13
3.2.2	Théorie des poutres appliquée aux voies de chemin de fer . . . . .	13
3.2.3	Stabilité des longs rails soudés . . . . .	16
3.2.4	Application numérique . . . . .	17
3.2.5	Modes et charges critiques de flambement . . . . .	18
3.2.6	Zone de respiration dans les longs rails soudés . . . . .	18
3.2.7	Application numérique . . . . .	21
3.3	Logiciel d'éléments finis ABAQUS et étude du flambement . . . . .	21
3.3.1	Détection du flambement via pilotage déplacement-force . . . . .	21
3.3.2	Etude du flambement par la fonction " <b>*BUCKLE</b> " . . . . .	22
3.3.3	Le flambement : un problème de valeurs propres . . . . .	23
3.3.4	Quelques tests pour l'étude du flambement dans ABAQUS . . . . .	26
3.3.5	Etude des connecteurs et paramètres . . . . .	36
4	Partie II : Construction du modèle . . . . .	38
4.1	Construction de la géométrie . . . . .	38
4.1.1	Rails et sections . . . . .	38
4.1.2	Supports, traverses, longueurs et sections . . . . .	39
4.1.3	Connexion rails-supports/traverses . . . . .	40
4.1.4	Connexion supports/traverses - ballast . . . . .	41
4.2	Construction assemblage dans ABAQUS . . . . .	41
4.2.1	Utilisation des assemblages et avantages . . . . .	42
4.3	Voie courante . . . . .	42
4.3.1	Choix des connexions rails-traverses et paramètres . . . . .	43
4.3.2	Choix des connexions traverses-ballast et paramètres . . . . .	44
4.3.3	Données numériques de la voie . . . . .	45
4.3.4	Résultat visuel . . . . .	45
4.4	Appareils de voie (P215 HA1/8) . . . . .	46
4.4.1	Définition des éléments à modéliser . . . . .	46
4.4.2	Choix des connexions rails-supports et paramètres . . . . .	47
4.4.3	Choix des connexions supports-ballast et paramètres . . . . .	47
4.4.4	Choix d'une connexion pour le cœur de croisement et paramètres . . . . .	48
4.4.5	Choix d'une connexion pour la butée " $\Omega$ " des aiguilles et paramètres . . . . .	49
4.4.6	Résultat visuel . . . . .	49

4.5	Réseau : P215 incorporé aux voies . . . . .	51
4.5.1	Mise en place des voies . . . . .	51
4.5.2	Choix des connexions entre les voies et l'appareil et paramètres .	53
5	Partie III : Simulations et résultats . . . . .	54
5.1	Paramètres . . . . .	54
5.1.1	Choix du type de connexion entre P215 et les voies (soudé, avec jeux,...) . . . . .	54
5.1.2	Choix des conditions limites et frontières (fin de voie ou de réseau)	54
5.2	Voie courante uniforme . . . . .	55
5.2.1	Etude de la réponse de la voie en fonction de la différence de température appliquée . . . . .	55
5.2.2	Etude du flambement : longueur d'onde et DT critiques . . . . .	64
5.2.3	Comparaisons mesures-modèle . . . . .	65
5.3	Voie courante en tronçons reliés . . . . .	65
5.3.1	Etude de la réponse de la voie en fonction de la différence de température appliquée à un tronçon de voie . . . . .	66
5.4	Réseau P215 et LRS . . . . .	68
5.4.1	Etude de la réponse du réseau en fonction de la différence de température appliquée . . . . .	70
5.4.2	Etude du flambement : longueur d'onde et DT critiques . . . . .	74
5.5	Etudes paramétriques . . . . .	75
5.5.1	Sollicitation de la voie directe dans l'appareil de voie . . . . .	75
5.5.2	Etude de la sensibilité de l'appareil à la courbure de la voie déviée	77
5.5.3	Etude de la sensibilité de l'appareil à la rigidité des supports . .	78
6	Conclusion . . . . .	79
7	Annexes . . . . .	80
7.1	Table des symboles . . . . .	80
7.2	Lexique du vocabulaire technique . . . . .	80
7.3	Théorie des poutres . . . . .	82
7.3.1	Dérivation des équations constitutives du modèle d'Euler Bernoulli	82
7.3.2	Flèche des poutres . . . . .	84
7.3.3	Flambement des poutres . . . . .	85
7.4	Etude des éléments connecteurs . . . . .	86
7.4.1	Cartesian . . . . .	86
7.4.2	Bushing . . . . .	87
7.4.3	Beam . . . . .	89
7.5	Sensibilité de la longueur d'onde de flambement en fonction d'une résistance latérale variable . . . . .	89
7.6	Bibliographie . . . . .	91
7.7	Crédits iconographiques . . . . .	91

# 1 Introduction

*"Train annulé à cause des conditions climatiques"*, entend-on dans les gares en période estivale. Pas de vent, pourtant, ni de pluies torrentielles, uniquement un ciel bleu parfaitement dégagé. Comment de si bonnes conditions atmosphériques peuvent-elles justifier la suppression d'un train ?

Pour une raison ou une autre, c'est bien la chaleur qui a causé le problème. Dilatation, compression, élongation et bien d'autres notions entrent en jeu et contribuent à faire plier, bouger ou endommager la très sensible installation qu'est le réseau ferroviaire. En particulier au niveau des aiguillages, pièces indispensables mais fragiles, qui sont source de beaucoup de soucis de sécurité...

## 2 Mise en situation et contexte

Longs rails soudés ? Appareils de voie ? Pour la personne non initiée, ce titre peut sembler énigmatique. Il cache cependant un problème bien réel dont on entend peu parler en dehors du cercle des collaborateurs des chemins de fer. Vous l'aurez compris, nous parlerons d'un enjeu majeur dans le milieu ferroviaire et nous allons évoquer et étudier les composants fondamentaux dans le domaine, à savoir les rails, les très longs rails, les aiguilles et leurs fixations diverses.

Pourquoi appareil de voie ? Il s'agit du terme technique désignant les aiguillages. Il en existe une grande variété, bien qu'une sorte de standardisation des modèles commence à voir le jour en Belgique. Un appareil est donc l'élément indispensable permettant aux trains de changer de voie. Voies et appareils sont tous deux posés sur un lit de ballast, cette couche de gravier moyen qui maintient fermement l'ensemble des rails par l'intermédiaire de pièces de bois ou de béton appelées traverses et supports en fonction de leur forme et de leur position dans les voies.

Les longs rails soudés désignent des rails qui sont assemblés sur les voies à l'aide d'un procédé dit "soudure aluminothermique". Ce procédé crée une connexion continue et homogène entre des sections de rail de quelques dizaines voire centaines de mètres et permet ainsi la réalisation d'un unique rail, aussi long que souhaité. Il n'y a pas de limitation en longueur de ce type de rail et ils se terminent généralement de deux manières différentes : ils sont soit interrompus par un joint mécanique à éclisse, soit ils se terminent en aiguille dans un appareil de voie.

La problématique de ce mémoire est alors la suivante : comment des rails de plusieurs kilomètres de longueur se comportent-ils lors de l'augmentation de leur température ? Quel est le déplacement des voies soumises à ces variations thermiques et finalement, en fin de long rail soudé, que se passe-t-il ? L'incorporation d'un appareil de voie, lui-même soudé aux longs rails, peut-elle assurer une résistance au déplacement et à la déformation suffisante pour être sûre en termes d'exploitation du réseau ?

En effet, la résistance au déplacement des voies est cruciale pour la sécurité et la pérennité du réseau ferroviaire. Ces questions sont loin d'être triviales, surtout avec l'incorporation d'un appareil de voie dans les calculs. Le comportement de l'ensemble ne présente alors pas de développement et modèle analytique réellement utilisable en pratique pour évaluer les déplacements et les contraintes des rails. L'utilisation d'un logiciel d'éléments finis permet la construction d'un modèle numérique capable de tenir compte de la géométrie particulière d'un appareil de voie.

Dans le but de réaliser un modèle réaliste, la compréhension du rôle de chaque élément du réseau ferré a de l'importance. En particulier, les relations complexes décrivant le comportement du ballast face au déplacement des supports et traverses en bois ou en béton. De nombreuses

expériences ont été réalisées dans l'histoire des chemins de fer mais la réalité du terrain reste difficile à évaluer, de telle sorte que les limites maximales de déplacement de la voie restent encore difficilement mesurables aujourd'hui.

## 2.1 Histoire des longs rails soudés

Les longs rails soudés sont l'aboutissement de l'évolution des techniques de fabrication en la matière. Des premiers rails de quelques mètres du début, les techniques sidérurgistes ont permis leur allongement tant au niveau de la fonderie qu'au niveau de l'avancée des techniques d'assemblage. Là où autrefois on plaçait des éclisses à hauteur des joints, il est maintenant possible de souder deux rails ensemble sur le terrain. Les soudures sont réalisées par le procédé "aluminothermique" et assurent la continuité des rails sans trop modifier la résistance mécanique.

Lors d'une variation thermique de la voie, la dilatation de l'ensemble est affectée par l'absence de joints, autrefois régulièrement placés et donnant un certain "rythme" aux convois par les petits chocs qu'ils génèrent lors du passage du train. Maintenant, sans aucun jeu sur des centaines de mètres, les rails sont bloqués en compression lorsque la température s'élève.

Les chemins de fer ont constaté que les longs rails soudés présentaient un faible déplacement des voies uniquement au niveau de deux zones de "respiration", zones situées au début et à la fin de la voie en longs rails soudés. Le déplacement maximal de la voie à ses extrémités est de l'ordre du centimètre. Cependant, en incorporant des appareils de voie dans les longs rails soudés, on empêche l'établissement d'une zone de respiration et la contrainte de compression des longs rails peut alors probablement déplacer ou détruire l'appareil. Dans cette optique, afin d'éviter que cette compression ne vienne détruire les appareils de voie qui terminent le long rail, il est de coutume de placer des appareils de dilatation en entrée et sortie des appareils de voie (ou de manière équivalente une succession de joints à éclisse offrant alors suffisamment de jeu pour la dilatation). Ainsi la force de compression est annulée avant d'atteindre les parties fragiles du réseau.

Infrabel procède de la même manière dans les courbes serrées ou au niveau des ponts, qui présentent un risque accru de déplacement des voies, d'un côté par la courbure qui facilite le déplacement latéral de la voie et de l'autre par le comportement élastique et de dilatation importante des ponts. Tout déplacement des voies doit être limité, d'où l'intérêt de réduire la contrainte de compression dans les rails, car la compression peut induire un déplacement de la voie.



FIGURE 1 – Exemple de flambement de voie

Cependant, le risque le plus important qui mène à une destruction rapide des voies est le flambage ou flambement, c'est à dire le déplacement latéral et brutal de la voie sur le ballast à cause d'une force de compression trop grande dans les rails (voir figure 1)<sup>1</sup>. De la même manière qu'une poutre flambe à partir d'une certaine charge, les voies également sont soumises à cette déformation instable à partir d'une charge trop importante. L'évaluation de la charge critique est un enjeu majeur pour la sécurité ferroviaire.

---

1. Image : Sia Magazine

## 2.2 Appareils de voie

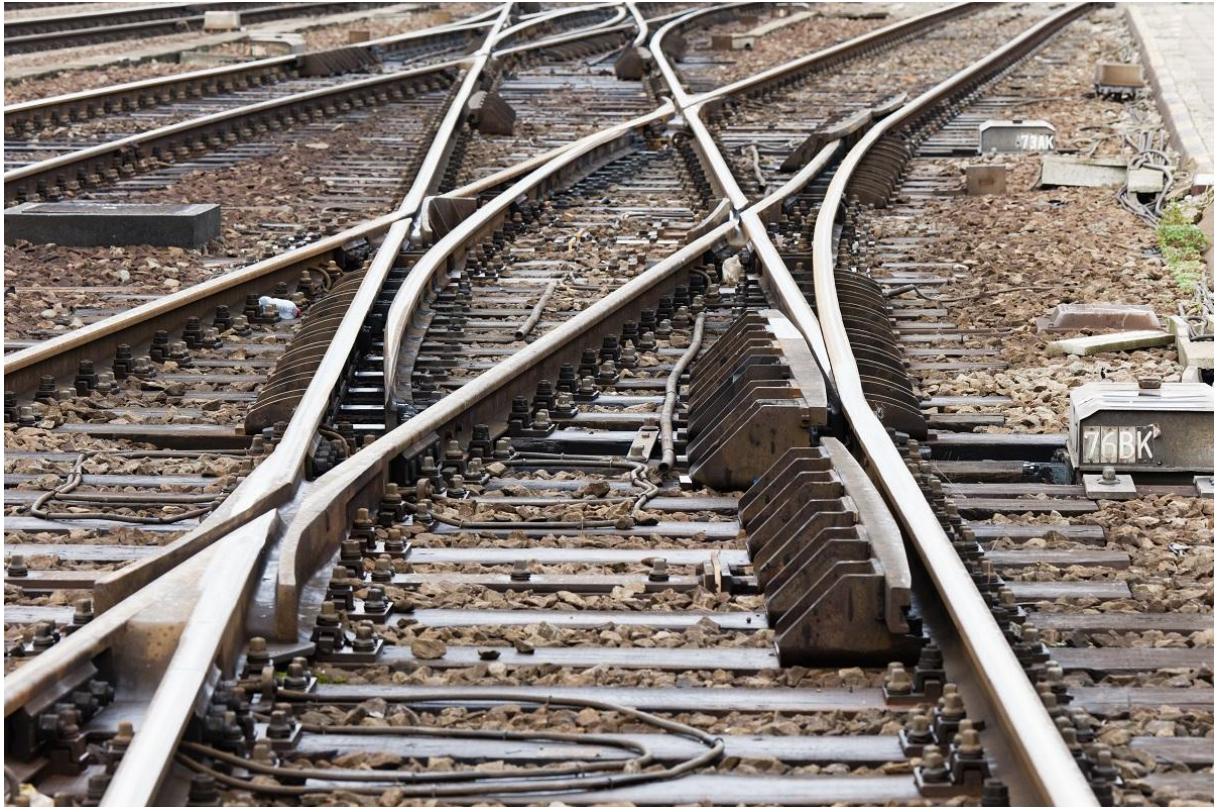


FIGURE 2 – Appareils de voie

Les appareils de voie (figure 2)<sup>2</sup> sont essentiels au fonctionnement d'un réseau. Il en existe une grande variété pouvant répondre aux contraintes géométriques et de vitesse de passage des trains circulant sur voies dans lesquelles ils s'insèrent. Infrabel, le gestionnaire de l'infrastructure ferroviaire belge possède sa propre dénomination pour classer les appareils de voie en fonction de l'année de début de production et de l'angle de déviation de l'appareil. L'angle de déviation est l'angle d'ouverture formé par la voie directe avec la voie déviée.

Chaque appareil est composé de deux "demis" parties : les aiguilles et le cœur de croisement. Les aiguilles assurent le changement de voie en déviant les roues et en les faisant changer de rail, puis le cœur de croisement assure le passage à l'intersection de la voie déviée et de la voie directe. Le cœur de croisement (figure 3) nécessite la présence de deux pièces appelées contre-rails (figure 4) pour assurer le franchissement du cœur sans risque de déraillement et sans endommager la pointe visible sur le cœur. Les seules pièces mobiles sont donc les aiguilles, pilotées manuellement par un levier ou par un moteur dans le cas d'un appareil automatisé. Sur une longueur variable en fonction du modèle, les aiguilles sont libres de glisser sur des coussinets de glissement. Elles sont donc isolées des contraintes thermiques qui génèrent une compression dans les rails car elles peuvent se dilater et glisser dans la direction longitudinale de la voie.

---

2. Image : Infrabel



FIGURE 3 – Cœur de croisement



FIGURE 4 – Contre-rail

Pour renforcer les appareils de voies, les supports sont légèrement plus lourds que les traverses habituelles des voies courantes. La présence des contre-rails et cœur de croisement renforce également la rigidité de l'ensemble. Pour reprendre les forces éventuelles poussant sur les aiguilles, un dispositif avec jeu permet de reprendre les efforts. Ce dispositif est dit "fixation  $\Omega$ ". Pour assurer un bon ancrage au sol, des bèches d'ancrage sont traditionnellement disposées sur certains supports et traverses des voies connectées à l'appareil sur une distance semblable à la longueur de l'appareil.

### 2.3 Problématique et enjeux

La problématique de ce mémoire est l'étude la résistance des appareils et des voies soudées à ces derniers confrontés à des efforts de compression liés à la dilatation contrainte des rails. Pour l'instant, en Belgique, la sécurité de l'ensemble du réseau est assurée par l'utilisation d'appareils dits de "dilatation". Ces appareils spécifiques ont été créés afin d'assurer une diminution drastique des efforts de compression (et de traction dans le cas d'un refroidissement des rails) en fin de longs rails soudés. Ces appareils permettent un déplacement longitudinal des rails en déplaçant deux aiguilles, éléments centraux des appareils de dilatation. Toutefois, ces appareils ont un coût considérable et sont source de nuisances sonores et de chocs pour les passagers. D'une utilité encore à ce jour incertaine et remplaçables par des joints de dilatation conventionnels, les appareils de dilatation sont un héritage encombrant dont Infrabel souhaiterait se débarrasser. Cependant, ce sont également les joints classiques entre les rails que la société aimerait supprimer. Ce faisant, Infrabel souhaiterait donc incorporer directement les appareils de voie dans le réseau de longs rails soudés, en supprimant les appareils de dilatation et les joints. L'objectif de ce mémoire est d'apporter des éléments prouvant que le retrait des appareils de dilatation est possible dans certaines conditions.

Les appareils de voie sont en effet des sites préférentiels à l'apparition du flambement ou d'une cassure. Dans un appareil, les deux rails contre-aiguille issus de la voie directe d'entrée continuent de part en part dans la voie directe de sortie et dans la voie déviée. Cependant, deux autres rails commencent au niveau des aiguilles. Ceci correspond à une discontinuité dans les longs rails soudés et les supports de ces deux nouveaux rails devront récupérer les efforts de compression des longs rails soudés en aval. De plus, la voie déviée pousse la voie principale latéralement, agissant comme un déclencheur de flambement en générant une courbure de la voie directe.

On devrait donc s'attendre à une apparition de flambement dans la zone proche des aiguilles

et dans le prolongement de l'appareil en amont. En effet, les efforts de compression de deux voies s'additionnent sur une seule voie au niveau des deux aiguilles, répartissant ainsi partiellement les efforts de quatre rails sur les deux rails d'entrée d'appareil par l'intermédiaire des supports qui reprennent également une partie des efforts.

La nécessité d'un jeu de dilatation est donc un paramètre crucial pour assurer la sécurité du réseau. Sur les appareils présentant un faible angle de déviation, l'effort latéral de la voie déviée sur la voie directe reste faible et Infrabel pratique déjà la soudure des appareils aux longs rails. Par contre, la question est plus critique pour des appareils de plus grand angle de déviation à support en bois, plus légers que les supports en béton.

L'intérêt de ce travail est alors l'apport d'une validation théorique et numérique de la possibilité de soudure des appareils dans les longs rails sans entraver la sécurité de l'ensemble. Un modèle numérique peut apporter un réalisme qu'aucun développement analytique ne peut fournir pour la géométrie variable du problème et il apportera des informations précieuses en termes d'évolution des contraintes et déplacements. Le modèle pourra être validé et comparé aux mesures expérimentales et observations. Nous espérons que le modèle apportera des informations inédites sur l'évolution des contraintes thermiques dans les rails au niveau de l'aiguillage, sur les déplacements caractéristiques de l'ensemble et sur la résistance maximale face aux instabilités de flambement.

## 2.4 Collaboration avec Infrabel

Le sujet d'étude de ce mémoire a été proposé par la société Infrabel, gestionnaire du réseau ferroviaire belge. Dans le but de répondre à des problématiques concrètes pour l'entreprise, les ingénieurs d'Infrabel collaborent avec enthousiasme avec les universités belges. J'ai eu la chance de pouvoir m'approprier un sujet de recherche concernant le secteur très spécifique des appareils de voie, ou aiguillages. Tout au long du travail, des échanges entre Infrabel et l'UCL, d'une part, ont permis la réalisation de ce mémoire. La combinaison du point de vue plus théorique et extérieur de l'UCL et des savoirs et connaissances spécifiques d'Infrabel, d'autre part, a permis de mener à bien dans des conditions optimales l'étude des appareils de voie dans les longs rails soudés.

Par ailleurs, j'ai réalisé un stage de trois mois au sein de l'entreprise, me permettant de vraiment m'imprégner du sujet et de la thématique. Lors de ce stage, j'ai pu notamment étudier la nomenclature des appareils, dessiner des pièces mécaniques et examiner les géométries d'usure des aiguilles et des rails. Quelques visites édifiantes m'ont aussi été proposées afin que je puisse me rendre réellement compte des enjeux de l'entreprise en termes d'entretien, fonctionnement, coût d'exploitation et encore bien d'autres.

Finalement, lors de la mise au point de mon modèle numérique, mon maître de stage et ses collègues m'ont été d'une très grande aide par rapport à l'analyse de mes premiers résultats. Ils m'ont ainsi donné les ordres de grandeur caractéristiques des différents paramètres et les résultats attendus au niveau des simulations. Leur aide a vraiment permis l'avancée dans la bonne direction de mon travail. Oserais-je dire qu'ils m'ont mis sur la bonne voie ? Qu'ils trouvent en tout cas ici l'expression de ma reconnaissance pour leur soutien.

### 3 Partie I : Théorie

Cette première section reprend les différentes bases théoriques ayant mené à la construction du modèle et à sa validation. La théorie abordée ici est une théorie des poutres, étudiée dans le cas particulier des voies de chemin de fer. Nous allons reprendre la dérivation des équations de base jusqu'à l'obtention des équations caractéristiques étudiées par les administrations ferroviaires européennes. En effet, l'étude analytique des voies de chemin de fer est un sujet largement couvert qui a déjà fait l'objet de nombreuses recherches. La nouveauté de ce mémoire sera l'incorporation des appareils de voie dans les longs rails, générant ainsi des discontinuités par rapport au cas de la voie courante. Pour la réalisation de cette section théorique, certains développements sont inspirés des documents suivants, référencés en fin d'ouvrage.

- Document I : *Flambage par rapport au plan horizontal d'une voie sur plate-forme élastique*
- Document II : *Du flambage horizontal d'une voie de grande longueur*
- *La voie en longs rails soudés : Son comportement et sa stabilité sous l'effet des variations de température*

Sur la base des quelques formules présentées, nous pourrions évaluer la performance du logiciel face à la théorie analytique dans des cas simples. Ceci sera un bon point de comparaison en termes d'ordres de grandeur pour les déplacements et pour les contraintes maximales avant instabilité de flambement. En particulier, cette section va permettre l'élaboration d'une formule d'évaluation de la charge critique de flambement latéral et vertical des voies ferrées.

Afin de donner quelques résultats numériques, nous allons considérer les paramètres suivants :

Module de Young acier	$E = 2.1 \cdot 10^{11} Pa$
Coefficient de dilatation acier	$\alpha = 1.1 \cdot 10^{-5} / ^\circ C$
Variation de température caractéristique dans les rails	$\Delta T = 50^\circ C$
Section d'un rail	$S = 90 cm^2$
Module d'inertie vertical rail	$I_{OY} = 3040 cm^4$
Module d'inertie latéral rail	$I_{OZ} = 510 cm^4$
Coefficient de ballast vertical moyen	$k_v = 200 MN/m^2$
Coefficient de ballast latéral moyen	$k_l = 2.5 MN/m^2$
Résistance longitudinale du ballast	$r = 15 kN/m$

Ces paramètres sont représentatifs des caractéristiques mécaniques des rails sur le terrain. La variation de température est représentative de la variation entre la température de pose du rail et les extréma atteints en été.

#### 3.1 Equations de dilatation

Premièrement, rappelons l'évolution des contraintes et déformations dans un objet semblable à un rail. Dans le cas d'une variation de température sans contrainte, un corps chauffé ou refroidi va se dilater ou se contracter. Connaissant la valeur du coefficient de dilatation  $\alpha [1/^\circ C]$  et la variation de température  $\Delta T [^\circ C]$ , on peut écrire la déformation thermique associée dans chaque direction. Si le matériau est isotrope, on obtient la formule suivante :

$$\epsilon^{thermique} = \epsilon_x^{th} = \epsilon_y^{th} = \epsilon_z^{th} = \alpha \cdot \Delta T \quad (1)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0 \quad (2)$$

La dilatation ne génère pas de cisaillement. Pour un rail caractéristique soumis à une variation de  $50^\circ C$ , la déformation axiale dans la direction  $OX$  donne  $5.5 \cdot 10^{-4}$ . Pour un rail de  $1 km$  de longueur, on observerait alors une élongation de  $0.55 m$ , ce qui ne peut bien entendu pas arriver

dans les voies de chemin de fer pour une raison évidente de sécurité...

L'autre cas d'intérêt est le suivant : lorsque la dilatation de la poutre est contrainte par des conditions frontière empêchant l'élongation axiale de la poutre, la déformation thermique est contrée par une déformation élastique qui va induire une contrainte de compression ou de traction.

Prenons ici le cas simplifié d'un rail assimilé à une poutre. Si le rail est bloqué de telle sorte que l'élongation de la poutre ne soit pas possible dans la direction de la longueur  $OX$ , la variation de température va se traduire par une augmentation de la contrainte axiale  $\sigma_x$ . Les poutres et les rails étant très longs par rapport à leur section, on peut considérer l'hypothèse selon laquelle la dilatation transversale par rapport à l'axe longitudinal  $OX$  n'est pas contrainte. On a donc les relations suivantes, liant la déformation élastique, la déformation thermique et la contrainte :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= E \cdot \epsilon_x^{el} \\ \sigma_y &= E \cdot \epsilon_y^{el} = 0 \\ \sigma_z &= E \cdot \epsilon_z^{el} = 0 \\ \epsilon_x^{tot} &= 0 = \epsilon_x^{el} + \epsilon_x^{th}\end{aligned}$$

d'où on retire :

$$\sigma_x = -E \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (3)$$

La contrainte liée à l'échauffement d'une poutre encastree en ses deux extrémités est donc linéaire avec la différence de température et le coefficient de dilatation. Dans le cas d'un rail en acier soumis à une variation de température de  $50^\circ C$ , en associant le coefficient et le module de Young caractéristique, on trouve la contrainte axiale associée :

$$\sigma_x = -1.155 \cdot 10^8 Pa$$

Cette valeur est théoriquement la compression maximale observable dans un rail ou une poutre parfaitement bloqué longitudinalement. La valeur reste bien inférieure à la limite de plasticité de l'acier qui se situe autour de  $10^9 Pa$  pour les aciers constituant les rails. Cette compression correspond, pour la section du rail, à une force de d'environ

$$P_x = 1.0 \cdot 10^6 N$$

Dans une combinaison mixte où le rail serait partiellement contraint dans sa dilatation longitudinale, la contrainte axiale  $\sigma_x$  serait alors comprise entre cette valeur maximale correspondant à l'encastrement des deux extrémités et une contrainte nulle dans le cas où la dilatation n'est pas contrainte.

### 3.2 Rappels de la théorie des poutres : Modèle Euler-Bernoulli

Pour analyser la problématique de ce mémoire, il est nécessaire de rappeler les bases de la théorie des poutres. Celle choisie ici est la théorie d'Euler-Bernoulli, qui néglige l'influence du cisaillement dans les poutres en considérant que chaque section droite reste perpendiculaire à la courbe moyenne lors de la déformation, à l'inverse de la théorie développée par Timoshenko. La théorie d'Euler-Bernoulli est cependant utilisable car le modèle est valide pour des poutres de longueur beaucoup plus grande que la hauteur et la largeur de la section. Dans le cas de rails, cette condition d'utilisation est pleinement satisfaite. Les équations dérivées dans les sections suivantes seront utiles à l'analyse de simulations de vérification de la bonne utilisation du logiciel d'éléments finis ABAQUS.

### 3.2.1 Equations constitutives du modèle

Rappelons ici les équations et relations fondamentales permettant l'élaboration d'un modèle analytique pour les voies de chemin de fer assimilées à des poutres. Le développement de ces équations est disponible en annexe (voir 7.3.1).

Premièrement voici le module d'inertie, permettant d'associer la section d'une poutre à la résistance à la flexion.

$$I = \oint_{\text{section}} z^2 dydz \quad (4)$$

Moment d'inertie, en  $[m^4]$ . Le positionnement des axes  $OZ$  et  $OY$  sur la section de la poutre dépend de la position de l'axe local de rotation de la section. Pour les sections rectangulaires, l'origine du repère  $(OY, OZ)$  est par défaut située sur l'axe passant par le centre géométrique de la section. En toute généralité, on peut placer l'axe de rotation local où on veut (figure 5). On calcule ensuite le module pour cette position particulière de l'axe avec la formule 4.

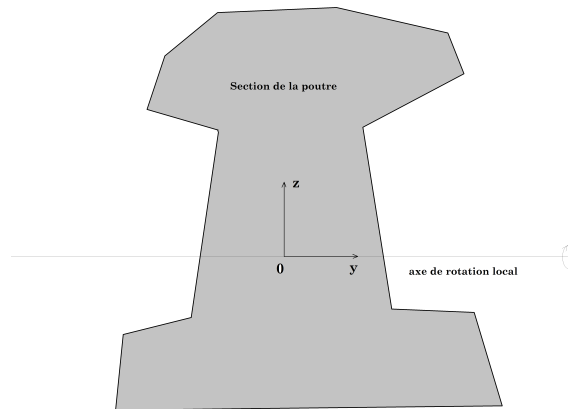


FIGURE 5 – Références pour le calcul du module d'inertie

Ensuite, voici l'équation fondamentale liant le moment de force et la flexion.

$$M = -EI \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (5)$$

Cette équation se base sur l'hypothèse d'Euler-Bernoulli qui néglige le cisaillement de la poutre lors de sa flexion, c'est à dire que chaque section de la poutre reste parfaitement perpendiculaire à la courbure moyenne de la configuration déformée de la poutre.

### 3.2.2 Théorie des poutres appliquée aux voies de chemin de fer

L'étude des poutres en fonction du type de chargement est facilement réalisable et deux exemples sont donnés en annexe dans la section 7.3.1. On y retrouve l'établissement de l'équation différentielle qu'il faut résoudre en fonction des chargements et des appuis de la poutre. Dans le cas des voies de chemin de fer, on peut considérer la voie comme une poutre, moyennant quelques aménagements. La voie peut en effet être vue comme une poutre, dont les caractéristiques telles que son module de Young et son module d'inertie sont adaptées. Ainsi, le modèle analytique présenté en annexe pour les poutres donne une équation différentielle d'équilibre statique déjà fort proche de celle que nous allons obtenir pour la voie ferrée. La recherche de cette équation différentielle peut commencer par l'équilibre des forces et moments de force s'appliquant sur un volume de contrôle constitué d'une section de voie. La poutre simulant la voie repose sur un sol élastique et est fixée de manière continue dans ce même sol. La déformation de la poutre devra

donc vaincre la résistance du sol. Les forces en jeu seront associées aux forces pouvant mener au flambement de la voie. Nous allons donc uniquement nous concentrer sur une force de compression de la poutre-voie.

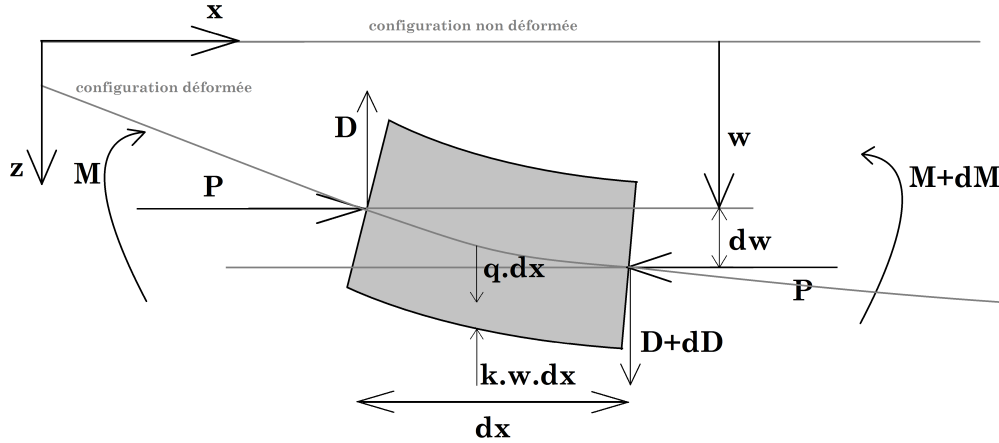


FIGURE 6 – Element de poutre Euler-Bernoulli simulant la voie ferrée

Considérons premièrement le comportement de la voie dans la direction verticale. Le chargement consiste, comme indiqué sur la figure 6, en une compression des rails équivalant à une force  $P$  dans la direction de la voie. Le ballast sert d'appui à la voie. L'enfoncement maximal des rails dans le sol est dès lors limité par la force de réaction du ballast. Dans un décollement des voies du sol, le poids propre des voies permet la limitation de l'amplitude du mouvement en repoussant les voies au sol.

En considérant  $w[m]$  comme l'enfoncement du rail dans le ballast,  $k[N/m^2]$  le coefficient de ballast,  $q[N/m]$  le poids linéique de la voie, il est possible de déterminer une nouvelle équation d'équilibre pour le cas d'une voie se déformant dans la direction verticale. En prenant  $P[N]$  la force de compression dans le rail,  $D[N]$  la force transversale verticale dans le rail et  $M[Nm]$  le moment fléchissant, nous pouvons écrire l'équilibre des forces dans la direction verticale et l'équilibre du moment de force pour une section de rail quelconque :

$$dD + qdx - kw dx = 0$$

$$Ddx + Pdw - dM = 0$$

Le lien entre la flèche du rail  $w$  et le moment fléchissant reste identique à la relation donnée à l'équation 5. La validité de cette équation basée sur l'hypothèse de Bernoulli est justifiée par la grande longueur de la poutre simulant la voie par rapport à sa section. Par élimination de  $D$  et  $M$  dans ces équations, on peut trouver l'équation d'équilibre pour le comportement vertical de la voie :

$$\frac{d^4w}{dx^4} + \frac{P}{EI} \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{k}{EI} w = \frac{q}{EI} \quad (6)$$

En effectuant un remplacement de variable, il est possible et aisé de rendre cette équation sans dimensions. On obtient alors la forme suivante :

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \beta^2 \frac{d^2 w}{d\xi^2} + \gamma^2 w = \gamma^2 r z_1$$

avec les expressions de chaque paramètre sans dimensions comme suit :

$$\xi = \frac{2x}{L} \quad \beta^2 = \frac{PL^2}{4EI} \quad \gamma^2 = \frac{kL^4}{16EI} \quad r = \frac{q}{kz_1}$$

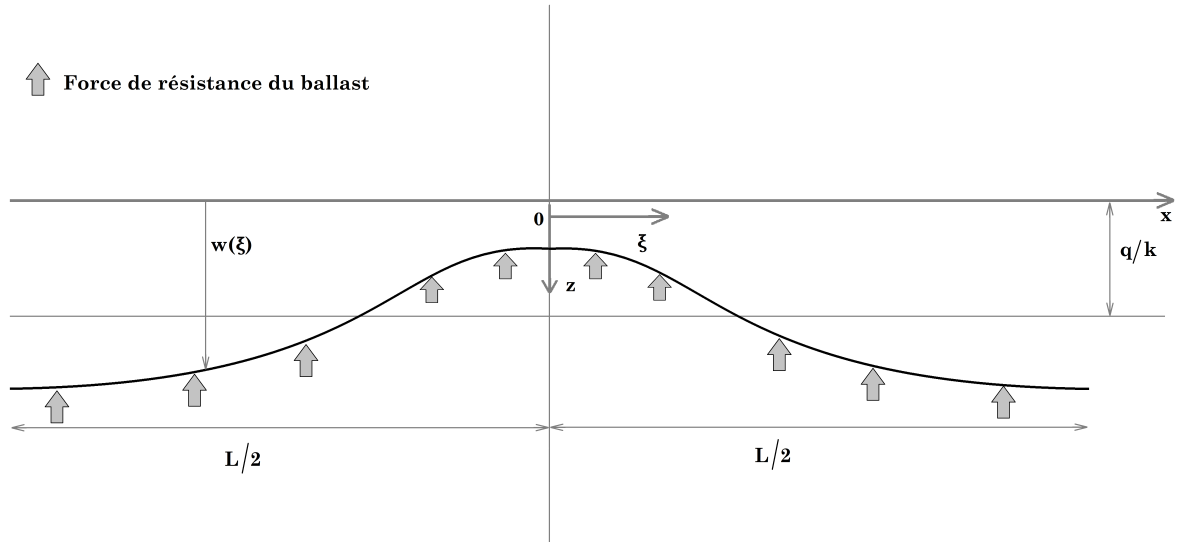


FIGURE 7 – Element de poutre Euler-Bernoulli : déformation verticale

Comme indiqué sur la figure 7, on définit  $L$  et  $z_1$  comme la longueur d'onde et l'amplitude de la déformée verticale dans le rail en cas de déformation périodique ou bien comme la longueur et la hauteur de la bosse si la déformation ne présente qu'un seul défaut. Etant donné que la force de résistance du ballast a été incorporée dans cette équation, la flèche  $w$  doit être définie positive pour correspondre à un enfoncement dans le sol.

La solution de pareille équation différentielle a la forme suivante :

$$w = e^{a\xi}(A\cos(b\xi) + B\sin(b\xi)) + e^{-a\xi}(C\cos(b\xi) + D\sin(b\xi)) + rz_1 \quad (7)$$

où les coefficients  $a$  et  $b$  valent :

$$a = \frac{1}{2}\sqrt{2\gamma - \beta^2} \quad b = \frac{1}{2}\sqrt{2\gamma + \beta^2}$$

Considérons à présent le cas de l'équilibre des forces horizontales dans la direction transversale à la voie. De la même manière que l'équilibre vertical, le déplacement des rails est contraint par le ballast. La résistance du ballast au déplacement latéral de la voie donc intervenir dans le développement théorique. De manière générale, la résistance sera moins importante dans le cas d'un déplacement latéral. Il s'agit en pratique de la direction dans laquelle les voies se déforment.

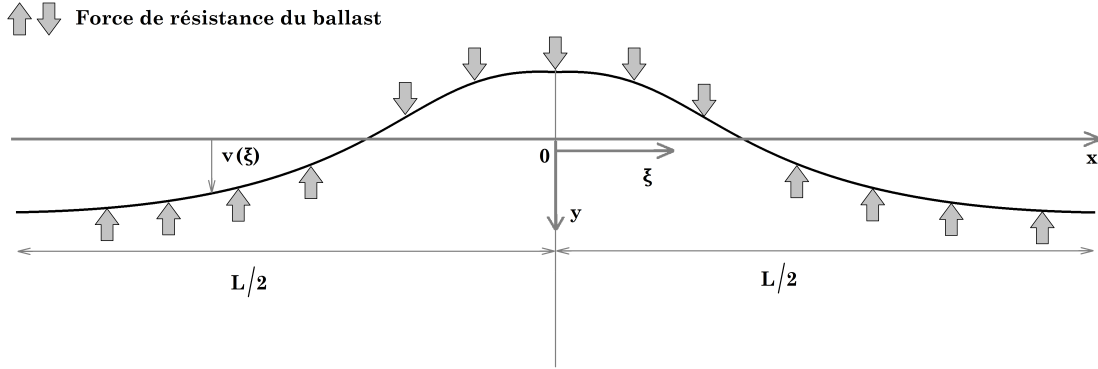


FIGURE 8 – Element de poutre Euler-Bernoulli : déformation transversale

Commençons par dériver l'équation d'équilibre latéral. Le déplacement de la voie dans la direction latérale est noté  $v$ . En considérant le coefficient de ballast dans la direction latérale  $k[N/m^2]$ , on retrouve pratiquement la même équation que l'équation 6 à l'exception du terme indépendant qui est nul. En effet, au repos, la déformée latérale (figure 8) est initialement nulle, contrairement à la déformée verticale qui était liée à l'enfoncement de la voie sous son propre poids (figure 7). On obtient :

$$\frac{d^4 v}{dx^4} + \frac{P}{EI} \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{k}{EI} v = 0 \quad (8)$$

Ce qui revient à l'équation sans dimensions suivante :

$$\frac{d^4 v}{d\xi^4} + \beta^2 \frac{d^2 v}{d\xi^2} + \gamma^2 v = 0$$

où les paramètres sont identiques à ceux de l'équilibre vertical.

$$\xi = \frac{2x}{L} \quad \beta^2 = \frac{PL^2}{4EI} \quad \gamma^2 = \frac{kL^4}{16EI}$$

La solution générale de cette équation différentielle est de nouveau de la forme suivante :

$$v = e^{a\xi}(A\cos(b\xi) + B\sin(b\xi)) + e^{-a\xi}(C\cos(b\xi) + D\sin(b\xi)) \quad (9)$$

ce qui est pratiquement identique à la solution donnée à l'équation 7 pour l'étude verticale. La résolution de ces équations demande la détermination des constantes d'intégration en utilisant les conditions frontières du problème.

### 3.2.3 Stabilité des longs rails soudés

Sur la base des développements présentés et des équations 7 et 9, la stabilité des voies peut être étudiée. Nous allons montrer que la stabilité des voies est toujours assurée par rapport au risque de flambement vertical dans des gammes de température raisonnables mais pas forcément assurée dans le cas du flambement latéral.

**Cas du flambement vertical de la voie** Le flambement vertical peut être étudié en premier. Le module d'inertie des rails étant plus élevé que le module correspondant à une flexion latérale du rail, la force de résistance critique pour le flambement vertical est attendue plus importante que la force critique de flambement latéral. En ce qui concerne l'équilibre des forces en jeu dans cette configuration, le déplacement vertical de la voie est contraint, d'une part, par la raideur du ballast, c'est-à-dire la résistance qu'il offre à l'enfoncement de la voie dans le sol et, d'autre part, la résistance offerte par le poids propre de la voie et ses traverses, éléments de fixations etc...

Sur la base de l'équation 7, on peut rechercher la force critique  $P$  à partir de laquelle le flambement peut avoir lieu. Pour que la déformée de la voie reste finie, il faut imposer l'une des deux conditions suivantes : soit le coefficient  $a$  est nul, soit les constantes d'intégration sont toutes nulles ( $A = B = C = D = 0$ ). On obtient donc les deux contraintes :

$$a = 0 \quad \text{et} \quad w = rz_1$$

Pour la seconde contrainte, il n'y a pas de déformation et la voie reste stable. La première contrainte implique la possibilité d'obtenir une déformation courbée.  $a = 0$  impose :

$$2\gamma - \beta^2 = 0$$

ce qui revient à dire, en remplaçant les coefficients sans dimensions par leur expression :

$$P_{crit} = 2\sqrt{kEI} \quad (10)$$

**Cas du flambement latéral de la voie** Au niveau de la stabilité dans le cas du flambement latéral de la voie, le risque est naturellement plus important car la résistance au déplacement latéral est moins grande. Les conditions nécessaires pour éviter que la déformée ne tende vers l'infini sont de nouveau l'annulation des exposants de  $e$ , comme pour le cas vertical. On trouve donc  $a = 0$  et on retombe sur la même équation déterminant la force critique de flambement : équation 10.

**Longueur d'onde de flambement** Dans les deux cas de flambement vertical et horizontal, la longueur d'onde des déformations peut être évaluée et peut ensuite être facilement comparée aux mesures sur le terrain. Dans les deux solutions générales, la longueur d'onde dépend des paramètres  $b\xi$ . En effet, en supposant une déformée sinusoïdale, on cherche pour  $x = L$  l'annulation du cosinus après une longueur d'onde  $L$ , ce qui se traduit par  $b\xi = 2\pi$ . Etant donné que  $\xi = 2x/L$ , on trouve  $b = \pi$ . Par la définition des paramètres  $a$  et  $b$  des solutions générales de l'équation, on trouve finalement la longueur d'onde de flambement :

$$L^2 = 4\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{k}} \quad (11)$$

### 3.2.4 Application numérique

En évaluant l'équation 10 à l'aide des données des infrastructures ferroviaires, les études montrent que pour des charges thermiques atmosphériques admissibles, la force maximale développée dans les rails reste largement inférieure à la force critique de flambement vertical. Par contre, la force de flambement latéral est beaucoup plus proche de la force thermique. Il suffit donc d'une petite variation de la résistance de la voie ou d'un défaut d'alignement pour que le risque de flambement devienne grand. Finalement, nous pouvons maintenant établir une première valeur de résistance de la voie ferrée et de la longueur d'onde de sa déformée lors du

flambement. En prenant le coefficient de ballast moyen  $k$ , nous pouvons évaluer facilement ces deux grandeurs. Dans le cas du flambement vertical, nous obtenons :

$$P_{crit} \simeq 7.14 \cdot 10^7 N$$

grâce à l'équation 10 et

$$L \simeq 2.7m$$

par l'équation 11. Pour le flambement latéral nous obtenons les valeurs suivantes :

$$P_{crit} \simeq 3.27 \cdot 10^6 N$$

$$L \simeq 5.0m$$

toujours par les mêmes équations. Nous pouvons donc conclure que le flambement latéral est le cas critique, la force limite est nettement plus faible que celle de flambement vertical. On peut concentrer l'étude de ce travail sur l'unique cas de flambement latéral, flambement qui est le seul observé sur le terrain dans les gammes de températures considérées. De plus, toujours selon la théorie, la force critique de flambement latéral reste supérieure d'un facteur 3 à la force maximale de compression dérivée pour un rail encastré soumis à une variation de température.

Les valeurs ici trouvées nous permettront de comparer les résultats obtenus avec le logiciel à la lumière de la théorie. Cependant, le développement analytique ne permet pas ici de tenir compte de l'évolution du coefficient de ballast, c'est-à-dire de l'évolution de la raideur de la force de rappel du ballast sur les traverses. Le logiciel d'éléments finis aura ici l'avantage de pouvoir facilement tenir compte de la variation de la résistance.

### 3.2.5 Modes et charges critiques de flambement

Nous avons pu évaluer la forme de la déformée de la voie et nous avons calculé la force critique menant au flambement des voies. Cependant, la force critique ne correspond qu'au premier "mode" de flambage. En effet, une fois l'instabilité présente et cette première charge critique atteinte, l'objet étudié se déforme subitement, entraînant la destruction de l'infrastructure qui dépendait de cet élément. La déformée de flambement initiale donne alors la charge critique associée. Il arrive que d'autres déformées puissent mener au flambement du même objet. A cette nouvelle configuration, correspond une autre force critique qui peut être différente de la première.

Dans le cas des équations du déplacement latéral et vertical de la voie (équations 9 et 7), la solution de l'équation différentielle contient des sinus et cosinus. Typiquement, dans ce problème, les modes de flambement correspondront à une sinusoïde dont la longueur d'onde variera avec la charge critique associée. Cependant, la première charge critique la plus faible entraîne déjà le flambement et la connaissance des autres modes de flambement perd dès lors son intérêt dans notre problème. En effet, pour assurer la sécurité, il faut rester en dessous de cette charge de flambement minimale.

### 3.2.6 Zone de respiration dans les longs rails soudés

Un dernier développement analytique utile à ce travail peut encore être présenté. En effet, l'évolution des contraintes dans les longs rails n'a rien de trivial. Lors de l'échauffement des longs rails soudés, la dilatation est plus ou moins bloquée par la continuité des rails et par les supports qui les maintiennent en place. En fin de voie constituée de longs rails, il y a interruption du rail, d'où l'annulation de la contrainte. En fonction de la pose des voies, il est possible de jouer sur la contrainte axiale se développant dans le rail lors d'une variation de température.

La manière dont les traverses bloquent le déplacement du rail est ici un paramètre important pour permettre une bonne compréhension du problème. En effet, les fixations du rail dans la direction axiale ne permettent normalement pas son glissement sur les traverses. Ce sont donc bien ces dernières qui se meuvent dans le ballast. Le comportement de l'écoulement granulaire du ballast offre une résistance à deux vitesses lors du déplacement d'une traverse : une première réaction élastique sur un faible déplacement avant d'obtenir une résistance quasiment constante à partir de quelques millimètres de déplacement.

Dans une modélisation simplifiée, le comportement de la résistance du ballast peut être réduit à la composante quasi-constante. En effet, la zone de respiration développe des déplacements relatifs des supports supérieurs au déplacement permettant de passer au second mode de résistance.

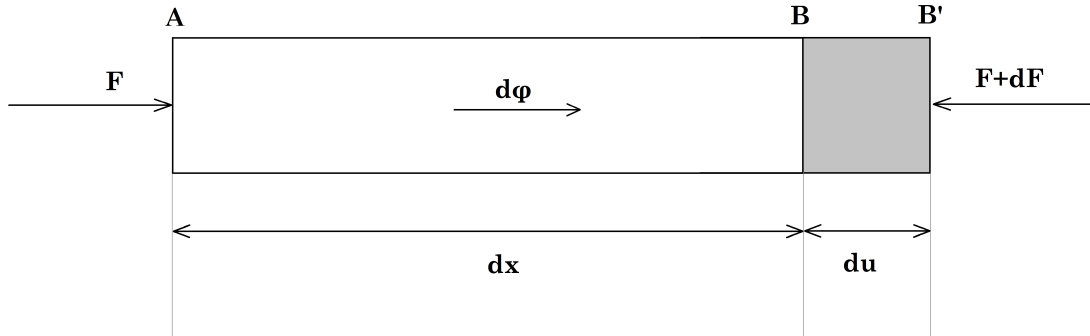


FIGURE 9 – Element de poutre Euler-Bernoulli : chargement axial

Commençons par les équations générales d'équilibre dans les longs rails soudés. Considérons un tronçon de rail de section  $S$  de longueur  $AB = dx$  à une température initiale  $\theta_0$ , comme sur la figure 9. A cette température, aucun effort n'est présent dans la direction axiale. Lors d'un changement de température faisant passer l'ensemble du rail à  $\theta$ , la dilatation est contrainte par les traverses de la voie et le ballast. L'élément de longueur  $AB$  subit alors une force  $F$  sur sa face  $A$  et une force  $F + dF$  sur sa face  $B$ . Cette différence  $dF$  est la composante qui équilibre la force de réaction du ballast sur le rail. Après le changement de température, le morceau de rail s'est allongé d'une longueur  $du$  sur sa longueur totale  $dx$ .

Contrairement au cas d'une poutre ou d'un rail dont les deux extrémités sont bloquées dans l'axe  $OX$ , la variation de température peut entraîner une déformation du rail et une contrainte interne liée à la résistance du ballast. On obtient alors les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\epsilon_x^{thermique} &= \alpha \Delta T = \alpha(\theta - \theta_0) \\ \epsilon_x^{tot} &= \epsilon_x^{thermique} + \epsilon_x^{elastique} = \frac{du}{dx} \\ \epsilon_x^{elastique} &= \frac{\sigma_x}{E} = \frac{-F}{ES}\end{aligned}$$

On trouve alors :

$$du = \left( \alpha \Delta T - \frac{F}{ES} \right) dx \quad (12)$$

Il faut maintenant lier cette équation 12 à la force de résistance du ballast. On sait que la variation de force  $dF$  sur la face  $B$  du morceau de rail est due à la résistance du ballast dans la direction opposée. La force de résistance du ballast peut être appelée  $d\phi$  et on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d\phi}{dx} = -\frac{dF}{dx}$$

Or, la résistance du ballast  $\frac{d\phi}{dx}$  est dépendante du déplacement  $u$  au point  $B$ . De là, on trouve :

$$\frac{d\phi}{dx} = f(u)$$

En dérivant l'équation 12, on retrouve l'expression générale de l'équilibre du rail soumis à une variation de température :

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{1}{ES} \frac{dF}{dx} = \frac{1}{ES} \frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{ES} f(u) \quad (13)$$

Pour aller plus loin dans l'étude, il faut maintenant donner une forme à la fonction  $f(u)$ . En prenant le cas simpliste d'un frottement pur, on peut considérer que :

$$\begin{aligned} f(u) &= +r, & \text{si} & \quad \frac{du}{dx} > 0 \\ f(u) &= -r, & \text{si} & \quad \frac{du}{dx} < 0 \\ f(u) &= 0, & \text{si} & \quad \frac{du}{dx} = 0 \end{aligned}$$

En partant maintenant d'une voie de longueur  $OO'$ , comme montré sur la figure 10, supposons une montée en température uniforme de l'ensemble des longs rails soudés. Les extrémités sont libres et imposent une contrainte nulle en  $O$  et  $O'$ . Etant donnée la forme de la fonction  $f(u)$ , la pente de la force évoluant en fonction de la position  $x$  est donnée par  $+r$  entre  $O$  et  $M$  et par  $-r$  entre  $M'$  et  $O'$ . Entre les deux points  $M$  et  $M'$ , la force atteint son maximum, qui est équivalent à la force obtenue pour un encastrement parfait des rails chauffés. On a donc, si la voie  $OO'$  est suffisamment longue, l'apparition d'un plateau dans le graphe de la force en fonction de la position dans la voie. La force du plateau vaut :

$$F_{max} = ES\alpha\Delta T \quad \text{ou} \quad \sigma_{max} = -E\alpha\Delta T$$

car  $du = 0$  dans l'équation 12. On retrouve donc bien le résultat de l'équation 3

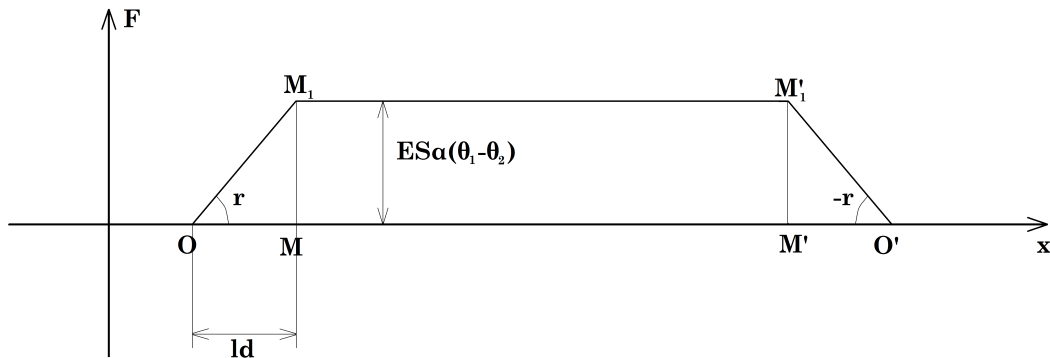


FIGURE 10 – Zone de respiration : apparition d'un plateau de en force de compression

L'intérêt de ce développement théorique est de pouvoir estimer la longueur de voie nécessaire à l'apparition de ce plateau en force axiale. La distance du point  $O$  à  $M$  et celle du point  $M'$  à  $O'$  est identique dans le cas simplifié du frottement pur. Par définition, nous cherchons la distance minimale  $\Delta x = OM$  qui offre un déplacement  $du$  du point  $M$  nul. L'équation 12 nous informe

que si  $du = 0$  pour  $\Delta x \neq 0$ , la force est déterminée par  $F = ES\alpha\Delta T$ . En réinjectant cette valeur dans l'équation 13, on trouve la distance  $OM$  et  $M'O'$  :

$$\Delta x = OM = O'M' = \frac{ES\alpha\Delta T}{r}$$

On retrouve le terme  $r$  qui est la résistance linéique en  $[N/m]$  du ballast. Autrement dit, dans le cas simplifié étudié, la distance maximale  $\Delta x$  vaut la force maximale générée pour une voie encastree divisée par la résistance linéique du ballast.

Par définition, le segment de voie  $MM'$  n'a pas subi de déplacement et est soumis à la contrainte la plus élevée. Cette zone est appelée zone neutre, tandis que les deux zones  $OM$  et  $O'M'$  sont les zones de respiration des longs rails soudés. Le travail réalisé pour ce mémoire permettra de comparer les résultats théoriques obtenus dans cette section avec les simulations.

### 3.2.7 Application numérique

Au terme des développements analytiques sur la zone de respiration, nous pouvons évaluer la longueur de cette transition en fonction des paramètres standard de la voie courante. Nous savons déjà que la compression maximale observée dans les rails vaut  $1.155 \cdot 10^8 Pa$ . La résistance linéique du ballast étant supposée constante, le résultat est donc une approximation de la réalité mais étant donné le caractère quasi constant de la résistance au déplacement du ballast sur les traverses, on peut s'attendre à une approximation assez proche de la réalité. On trouve :

$$OM = dx = 70m$$

## 3.3 Logiciel d'éléments finis ABAQUS et étude du flambement

Nous voyons bien dans les développements présentés jusqu'ici que les solutions analytiques se développent à l'aide de valeurs constantes ou moyennes des différentes raideurs en jeu dans le problème de la modélisation de la voie. Outre le fait qu'il n'existe pas encore de modèle analytique permettant de prendre en compte de manière raisonnable l'existence d'un appareil de voie dans les longs rails, le comportement de la résistance du ballast est bien plus complexe que les approximations linéaires utilisées. Donnant une première idée des forces critiques et du déplacement longitudinal, les solutions analytiques sont bien incapables de nous aider dans la recherche du comportement des appareils de voies incorporés aux longs rails soudés.

Pour permettre une étude efficace et plus précise de la problématique, les éléments finis sont une solution bien utile. Le logiciel choisi est appelé ABAQUS et quelques fonctionnalités vont être décrites dans la suite de ce mémoire. En particulier, nous allons nous concentrer sur le but ultime : la recherche du flambement dans les voies et appareils de voie incorporés. Pour ce faire, nous allons commencer par rechercher le flambement dans des poutres de géométrie simple avant de nous attaquer au cas général de la voie puis de nous confronter au flambement du réseau présentant un appareil de voie.

### 3.3.1 Détection du flambement via pilotage déplacement-force

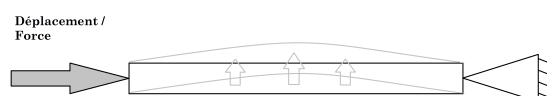


FIGURE 11 – Exemple d'un chargement pouvant causer le flambement d'une poutre

Une première méthode pour trouver les charges critiques de flambement est une recherche de la force de réaction de la structure face à un déplacement induisant une déformation de la structure étudiée (à l'image de l'exemple présenté sur la figure 11). Dans le cas des rails ou des poutres, le chargement critique d'intérêt est le chargement axial. En "comprimant" d'une certaine longueur  $\Delta L$  le rail dans la direction axiale, il est possible d'évaluer la force de résistance à ce déplacement. A supposer que le rail présente une déformation par flexion, on peut alors atteindre et observer un plateau dans la force de réaction, plateau atteint pour une certaine longueur  $\Delta L_{critique}$ . On a alors atteint une configuration de la structure qui n'est plus en mesure de contrer la déformation si on ajoute un  $\delta L$  additionnel de déplacement relatif entre les deux points d'appui de la structure.

Autrement dit, une fois que la déformation par compression de longueur  $\Delta L_{critique}$  est atteinte, la résistance associée au déplacement additionnel s'annule et la raideur dans la direction du déplacement s'annule également. Cette propriété de la raideur nous servira pour comprendre la manière dont ABAQUS peut calculer les modes et charges de flambement.

Lorsque nous réalisons par itérations successives la mesure de la force de réaction en fonction du déplacement (par compression) imposé, nous obtenons un graphe semblable à celui représenté sur la figure 12. Dans un premier temps, la force de réaction est proportionnelle au déplacement avant d'atteindre une valeur critique en plateau, correspondant à la force nécessaire à générer le flambement.

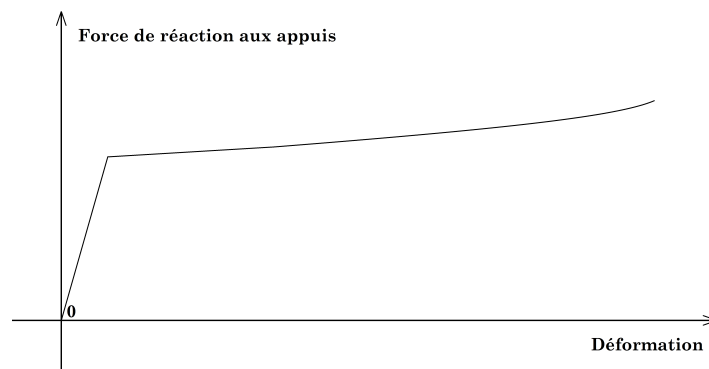


FIGURE 12 – Force de réaction aux appuis en fonction de la déformation de la structure lors de l'apparition d'une instabilité de type flambement

On constate bien que si la charge appliquée sur une poutre ou un rail dépasse la valeur critique en plateau, le déplacement lié à la charge devient subitement très grand et, en général, ce comportement mène à la destruction de la poutre. En tous cas, le rôle structural d'une poutre qui atteint sa limite de chargement n'est clairement plus assuré et il convient d'éviter à tout prix le flambement.

En particulier dans les voies de chemin de fer, le flambement mènera directement au déraillement des trains. C'est donc pour une raison évidente de sécurité que le flambement des voies doit être évité et de nombreux dispositifs sont mis en place pour le contrer sur le terrain, à commencer par la présence de supports et de traverses tous les  $600mm$ .

### 3.3.2 Etude du flambement par la fonction "**\*BUCKLE**"

ABAQUS possède de nombreuses fonctionnalités pré-définies permettant entre autre l'analyse du flambement des structures. L'utilisation de ces fonctionnalités permet à l'utilisateur de gagner beaucoup de temps de simulation et de gagner une généralisation totale de la géométrie de la structure et des chargements appliqués. La fonction dénommée "**\*BUCKLE**" peut ainsi être utilisée

dans une simulation afin d'obtenir différents modes de flambement et les chargements critiques associés à chaque mode.

Plus précisément, la fonction "**\*BUCKLE**" fonctionne de manière itérative en recherchant en parallèle plusieurs modes de flambement (ou déformées de la structure) et les charges critiques associées. Les charges peuvent être de différentes origines : charge ponctuelle sur certains nœuds, charge répartie sur plusieurs éléments, déplacement, vitesse ou accélération imposés ou encore une variation de la température. Le logiciel permet la définition de chargements statiques additionnels et la combinaison de tous les types de chargement.

Le seul mode de flambement véritablement important dans ce travail correspond au premier mode, celui possédant la charge critique minimale. Les autres modes peuvent être utiles pour montrer qu'un rail flambe d'abord latéralement avant de présenter un flambage vertical.

### 3.3.3 Le flambement : un problème de valeurs propres

Pour bien cerner le fonctionnement de cette fonction, aventurons-nous dans le domaine du calcul matriciel. Le développement suivant est inspiré du document suivant : *On the buckling finite analysis of beam structures*. Les éléments finis associent à chaque nœud faisant partie d'une poutre une raideur. Cette raideur est calculée dans toutes les directions possibles de déplacement de la structure étudiée. Ainsi, lors de l'application d'une force ou d'un déplacement, la réponse associée est calculable en fonction de cette matrice de raideur via l'équation 14.

$$K \cdot v = F \tag{14}$$

$F$  et  $v$  sont des vecteurs contenant la force et le déplacement de chaque nœud de la structure et  $K$  est la matrice de raideur tangentielle au déplacement. Une fois la réponse calculée, une nouvelle configuration des éléments de la poutre se développe. A partir de cette nouvelle configuration, la matrice de raideur est réévaluée. En faisant ainsi varier la force ou le déplacement, il est possible de déterminer les configurations de flambement. En effet, elles se caractérisent par une très faible variation de la raideur en fonction du chargement appliqué. Pour rappel, le graphique 12 nous montre l'allure typique de la réponse force/déplacement d'une poutre chargée axialement.

La fonction "**\*BUCKLE**" recherche donc les configurations de flambement à l'aide des valeurs propres de la matrice de raideur. Voici donc un petit interlude mathématique permettant l'élaboration du développement amenant à la détermination des modes de flambement à partir d'une formulation du problème à base de valeurs propres et de déterminants nuls.

Premièrement, l'apparition du flambement correspond au moment précis où la réponse en force de réaction de la structure s'annule pour une configuration des nœuds particulière sous un chargement. Plus précisément, ceci signifie que la force de réaction liée à la déformation élastique de la structure atteint un maximum et qu'une légère augmentation du chargement provoquera la destruction par flambage à cause de l'incapacité de la structure à supporter davantage. On est donc en présence d'une force critique et d'une déformation critique menant au flambement. En supposant que la structure étudiée est dans une configuration telle qu'elle ne puisse plus reprendre d'efforts dans une direction particulière, sa matrice de raideur atteint une composition critique face à un déplacement additionnel de certains nœuds. On a la relation suivante :

$$K_{crit} \cdot v = 0$$

Comme la variation de la position des nœuds  $v$  n'est pas nulle, on peut rechercher les singularités dans la matrice  $K_{crit}$  en utilisant le déterminant de cette dernière et en imposant :

$$\det(K_{crit}) = 0$$

Cette relation demande cependant un coût de calcul très élevé et pas forcément utile puisqu'on cherche la première composition de  $K_{crit}$  amenant à une configuration instable. Il est possible d'utiliser une astuce basée sur une hypothèse de linéarité de l'évolution de la raideur lors de l'augmentation du chargement.

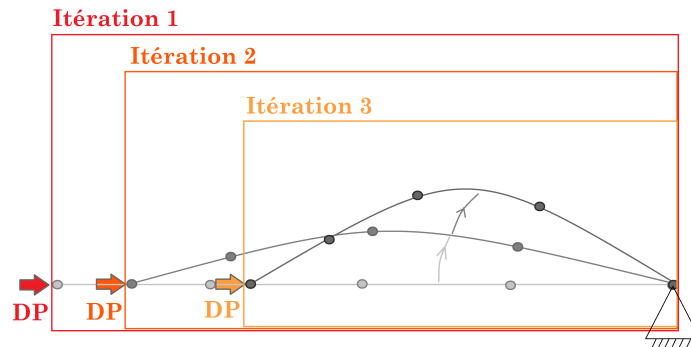


FIGURE 13 – Schéma des itérations par augmentation de la charge axiale  $DP$

Considérons donc, en toute généralité, une structure et une force ou un chargement équivalent pour ABAQUS (variation de température, déplacement imposé d'un nœud, charge répartie ou ponctuelle). La structure présente une certaine raideur initiale et la force est également initiée à une certaine valeur. Il faut maintenant concevoir l'évolution de la raideur de la structure en fonction de la variation de la charge initiale et de la déformation induite. Plus précisément, nous allons réaliser un processus itératif tel qu'à chaque étape, la force appliquée augmente, puis déforme la structure de telle manière à ré-évaluer la raideur de l'ensemble soumis à cette charge, comme représenté sur la figure 13. La nouvelle matrice de raideur tient compte du chargement à l'itération précédente.

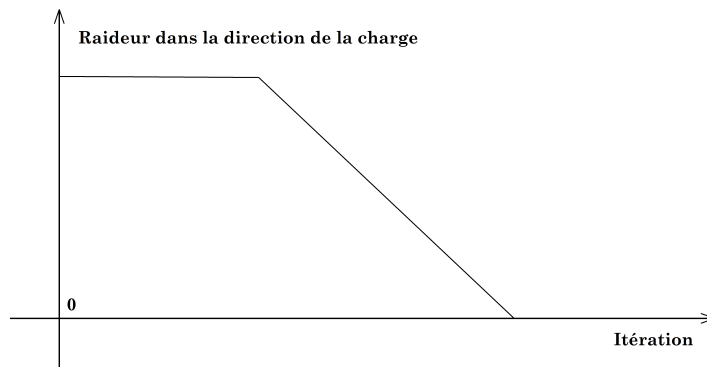


FIGURE 14 – Evolution de la raideur dans la direction de chargement en fonction des itérations de l'algorithme

Nous pouvons ainsi construire le graphe de l'évolution de la raideur dans la direction de chargement à chaque itération (figure 14). A chaque itération correspond un incrément  $DP$  de la charge initiale. On finit par constater que la raideur dans la direction de chargement évolue d'une valeur initiale  $K_0$  à zéro à partir d'un certain nombre d'itérations, car la charge critique est atteinte. A partir de ce point, le moindre  $DP$  en plus provoque une grande déformation de la structure car la capacité de cette dernière à contrer le chargement est épuisée.

L'hypothèse maintenant utilisée pour poursuivre est que la variation de la matrice de raideur est linéaire dans les dernières itérations précédant l'apparition du flambement. Pour une itération

$k$  du procédé quelconque située dans la zone linéaire, si l'itération  $z$  est une itération qui a dépassé le point de flambement et correspond à la force de réaction nulle et si la première itération de la zone linéaire est  $a$ , on peut écrire, en toute généralité la relation suivante :

$$(K^k - K^a) = \lambda(K^z - K^a)$$

Le paramètre  $\lambda$  vaut donc 0 si  $K^k = K^a$  et 1 si  $K^k = K^z$ . On peut ensuite extraire le terme  $K^k$  :

$$K^k = K^a + \lambda(K^z - K^a)$$

Les raideurs  $K^a$  et  $K^z$  sont obtenues par le procédé décrit ci-dessus. Le problème est que la constitution de  $K^z$  est souvent évaluée après avoir dépassé la première instabilité car les itérations ne sont pas assez raffinées pour tomber exactement sur la bonne raideur et la bonne configuration de la structure.

De la même manière, nous pouvons considérer que le vecteur de force  $R$ , qui est la somme de tous les  $DP$  incrémentaux appliqués sur la structure, varie linéairement entre l'itération  $a$  et  $z$ . On peut également écrire :

$$R^k = R^a + \lambda(R^z - R^a)$$

Et de la même manière que pour la constitution de la raideur, l'itération  $z$  peut déjà avoir dépassé le point critique de flambement.

Toutes les matrices de raideur et vecteurs de force appliquée sont donc connus à l'itération  $a$  et  $z$ . Connaissant maintenant une expression donnant la raideur et la force appliquée à l'itération  $k$ , revenons à la définition de l'instabilité de flambement : pour une configuration déformée de la structure, nous observons une force de réaction nulle.

$$K_{critique} \cdot v = 0 \quad \text{et} \quad v \neq 0 \quad (15)$$

Puisque la déformation  $v$  n'est pas nulle, c'est bien la matrice de raideur  $K_{critique}$  qui doit obligatoirement présenter une singularité. On pourrait alors chercher les singularités à l'aide d'une simple recherche des valeurs propres de la matrice de raideur. Cependant ce processus est coûteux en termes de temps de calcul. L'astuce que nous allons utiliser est donc basée sur l'hypothèse de linéarité de la raideur lors des dernières itérations du processus de recherche décrit ci-dessus.

En considérant la matrice de raideur à l'itération  $k$ , nous sommes en présence d'une matrice de raideur déjà proche de la solution recherchée pour l'équation 15. En injectant  $K^k$ , nous trouvons :

$$K^k \cdot v = (K^a + \lambda(K^z - K^a)) \cdot v = 0$$

Ou encore

$$\lambda \left( K^z - K^a \cdot \left( \frac{\lambda - 1}{\lambda} \right) \right) \cdot v = 0$$

En s'assurant que  $\lambda$  soit bien positif. On peut rebaptiser le vecteur de la configuration déformée comme  $\phi_i$ , correspondant à un  $\lambda_i$ . On a donc dans cette formule  $i$  modes propres et valeurs propres.

$$\lambda \left( K^z - K^a \cdot \left( \frac{\lambda_i - 1}{\lambda_i} \right) \right) \cdot \phi_i = 0$$

Les vecteurs  $\phi_i$  sont donc les configurations des déformations menant au flambement. Comme ils sont aussi des vecteurs propres, il est maintenant possible d'évaluer la valeur propre associée. On peut réécrire le problème en imposant  $\mu = \frac{\lambda-1}{\lambda}$ .

$$((K^z - K^a \cdot \mu)\phi_i = 0$$

Ou encore, en procédant à l'inversion de la matrice de raideur, a priori connue de l'itération  $k$  :

$$((K^a)^{-1}K^z - I \cdot \mu_i)\phi_i = 0 \quad \text{ou} \quad (K' - I \cdot \mu_i)\phi_i = 0$$

On se retrouve donc en présence d'une relation liant les vecteurs propres de la déformation de la structure et les valeurs propres de la matrice  $K'$ . Par construction,  $\lambda$  est contraint dans l'intervalle  $[0, 1]$ . La nouvelle variable et valeur propre généralisée  $\mu$  est alors obligatoirement positive. On peut alors reformuler le problème de la recherche afin d'utiliser une méthode de résolution moins coûteuse en termes de temps de calcul :

$$K^z \cdot \phi_i = \mu_i \cdot K^a \cdot \phi_i$$

En résolvant ce système, nous associons une déformation de flambement à une valeur critique de flambement. La recherche doit être menée pour trouver le  $\lambda_i$  le plus faible qui correspondra au premier mode de flambement.

Ainsi, pour une déformation  $\phi_i$  de la structure étudiée, imposée par une charge extérieure, nous sommes en mesure d'évaluer avec une bonne précision la charge critique de flambement, sachant que les  $\lambda_i$  déterminent par calcul les  $\mu_i$  et la matrice de raideur  $K^k$ . Nous savons que la force critique d'initiation de flambement sera donnée par la valeur de la force de réaction correspondante à ce  $K^k$ . En effet, nous avons finalement l'expression de la force critique de flambement :

$$R_{flambement} = R^a + \lambda_i(R^z - R^a)$$

où les forces de réactions sont calculées à l'itération  $a$  et  $z$  sont déterminées par une recherche automatique de la force de réaction face à une déformation de la structure.

### 3.3.4 Quelques tests pour l'étude du flambement dans ABAQUS

Dans le but de construire un modèle numérique pour Infrabel, la vérification de la bonne utilisation du logiciel ABAQUS présente un intérêt certain. Sur la base de quelques cas simples possédant une solution analytique, nous pouvons comparer les résultats du logiciel à la théorie. Ces quelques simulations vont nous permettre d'établir les bases nécessaires à la compréhension de la manière dont on peut calculer les forces et déformées de flambement dans ABAQUS.

Afin de mener à bien les tests de validation, considérons une poutre de géométrie prédéfinie de longueur  $L = 10m$ . Tout au long des simulations et calculs analytiques, la longueur sera prise constante. En ce qui concerne la section de cette poutre de référence, nous allons considérer deux cas de figure intéressants : celui d'une section rectangulaire et d'une section en "I". Ces deux sections sont les deux seule représentées dans les traverses des voies et dans les rails.

Commençons par la définition des sections. Celle rectangulaire ne reprend que peu de paramètres, comme indiqué sur la figure 15<sup>3</sup>.

---

3. Image : Abaqus Analysis User's Guide

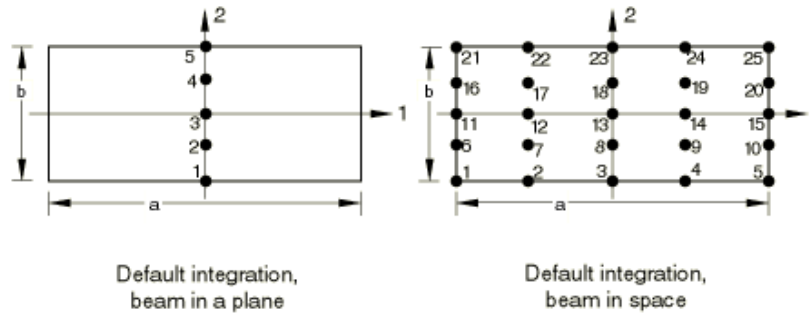


FIGURE 15 – Points d'intégration et dimensions d'une section rectangulaire

On constate que les axes 1 et 2 peuvent être définis pour orienter correctement la section dans le modèle. Pour la poutre en "I" équivalente à un rail dans notre cas, nous pouvons définir la section à l'aide du schéma suivant :

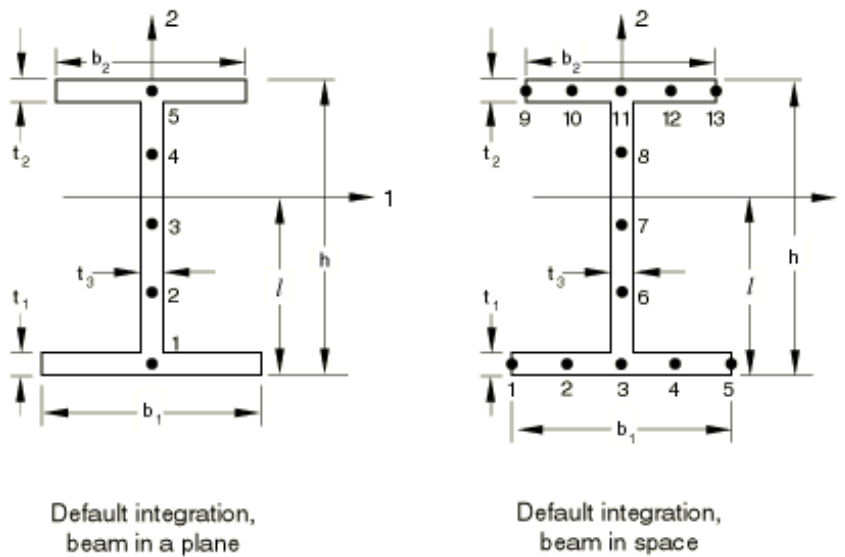


FIGURE 16 – Points d'intégration et dimensions d'une section en "I"

Le schéma présenté à la figure 16<sup>4</sup> permet de donner les principales dimensions à la section. Remarquons en particulier le paramètre  $l$ , qui est la cotation permettant de placer l'axe de rotation de référence pour la flexion "verticale" de la poutre. Pour la section rectangulaire, cette valeur est par défaut le milieu de la hauteur. Par contre, dans le cas de poutres en "I", le positionnement de l'axe de rotation de référence est laissé libre.

Les informations disponibles chez Infrabel concernant les propriétés des rails permettent l'identification des modules d'inertie en fonction de l'axe de rotation de référence. Ce paramètre  $l$  dans la figure 16 est donc un paramètre à ne pas oublier lors de la mise au point du modèle. En effet, donner une valeur inappropriée à ce paramètre augmenterait très vite la résistance à la déformation de la poutre à cause de la composante du module d'inertie liée à la distance entre le barycentre de la surface de la section et sont axe de rotation, par l'équation 18.

Enfin, le schéma montre également un repère d'axes 1 et 2. Ces deux axes permettent l'orientation de la section. L'axe 1, pour la section rectangulaire et en "I" sera toujours le premier axe de rotation pour la flexion. Dans une simulation en 2D, il s'agit du seul axe de rotation utilisable. Lors de la construction de chaque section, il est ainsi possible de donner la direction

4. Image : Abaqus Analysis User's Guide

de l'axe 1 et 2 en sachant que l'axe 3 sortant du plan est toujours parallèle à la direction de l'élément poutre.

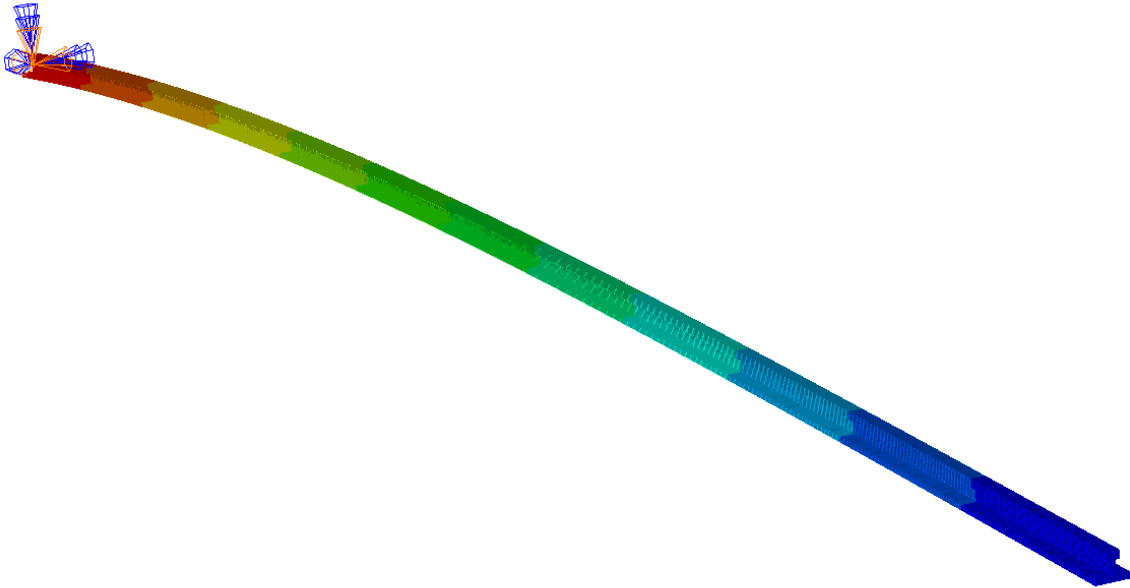


FIGURE 17 – Déformée d'une poutre en "I"

**Première étape : étude de la flèche des poutres sous chargement** Sur la base des équations développées dans l'annexe théorique, comparons le résultat des simulations pour différents cas de chargement. La comparaison sera basée sur la différence entre la courbe théorique de la flèche de la poutre  $w(x)$  (voir figure 17), développée dans la section théorique, et la flèche calculée par le modèle. En ce qui concerne le chargement de la poutre, nous considérerons une poutre chargée ponctuellement en son extrémité et une poutre soumise à une contrainte uniformément répartie. ABAQUS permet l'application de forces distribuées et de forces ponctuelles. La section de la poutre sera choisie premièrement rectangulaire puis en "I". Les équations de la flèche analytique des différents cas de figure peuvent être obtenues en annexe (voir équations 19 20).

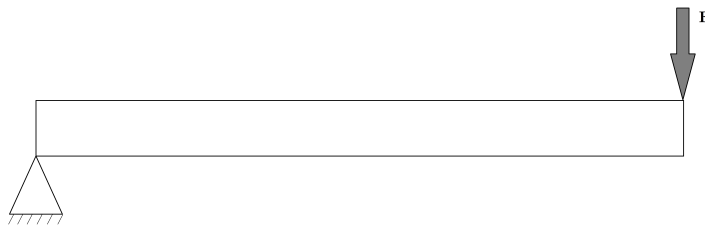


FIGURE 18 – Chargement de type \*CLOAD

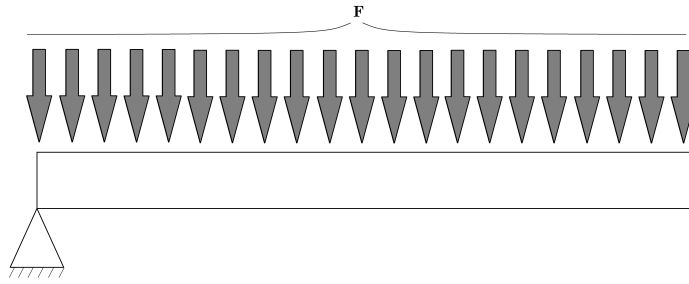


FIGURE 19 – Chargement de type \*DLOAD

Premièrement, voici l'évolution de la flèche normalisée par la charge appliquée dans le cas d'une poutre rectangulaire encastree (cas représenté schématiquement sur la figure 18) alignée sur la direction  $OY$  et soumise à une force ponctuelle à son extrémité libre. La force est exercée dans la direction  $OX$ .

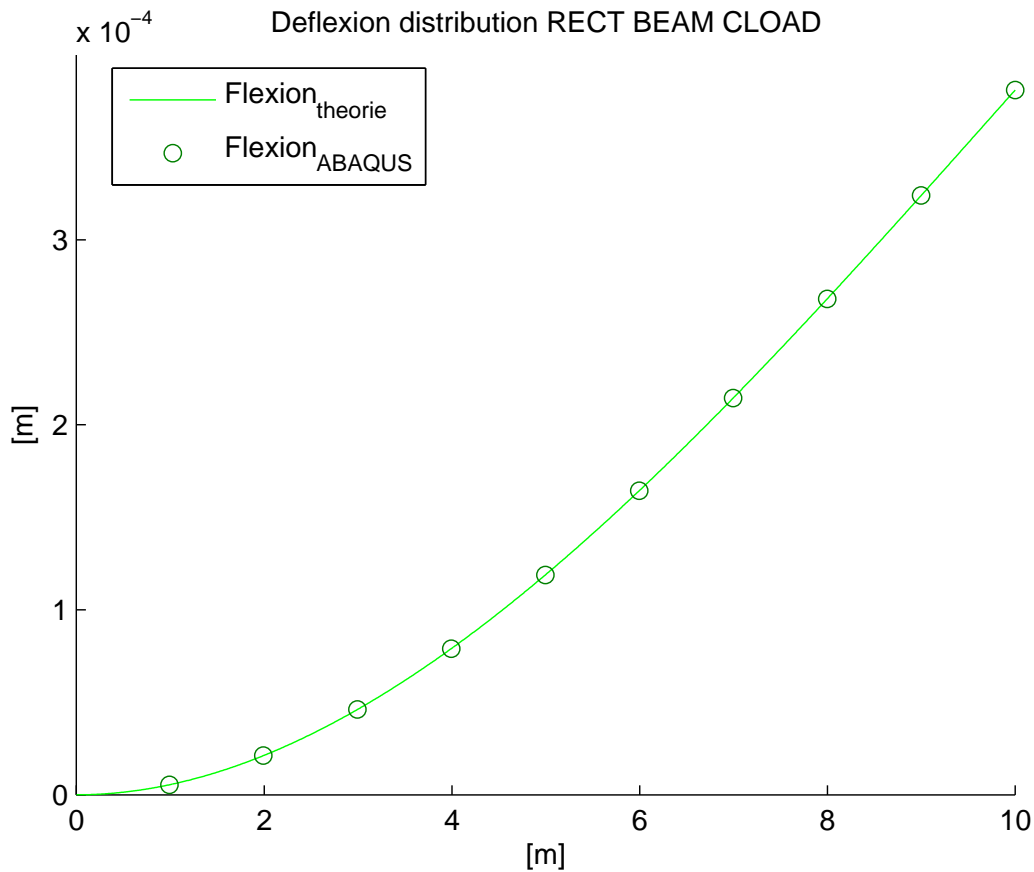


FIGURE 20 – Comparaison de la flèche d'une poutre rectangulaire avec la théorie, CLOAD, OX

Les points calculés avec ABAQUS se superposent à la déformée théorique. Seuls une dizaine de points sur les 1000 points du modèle numérique sont représentés à des fins de lisibilité. L'erreur entre les résultats analytiques et numériques est ici nulle.

Pour bien valider l'étude, terminons par le cas d'une poutre en "I" chargée sur toute sa longueur. Nous pouvons également vérifier que la flèche correspond au résultat analytique. Nous

allons maintenant montrer le cas du chargement de type \*DLOAD, cas représenté à la figure 19.

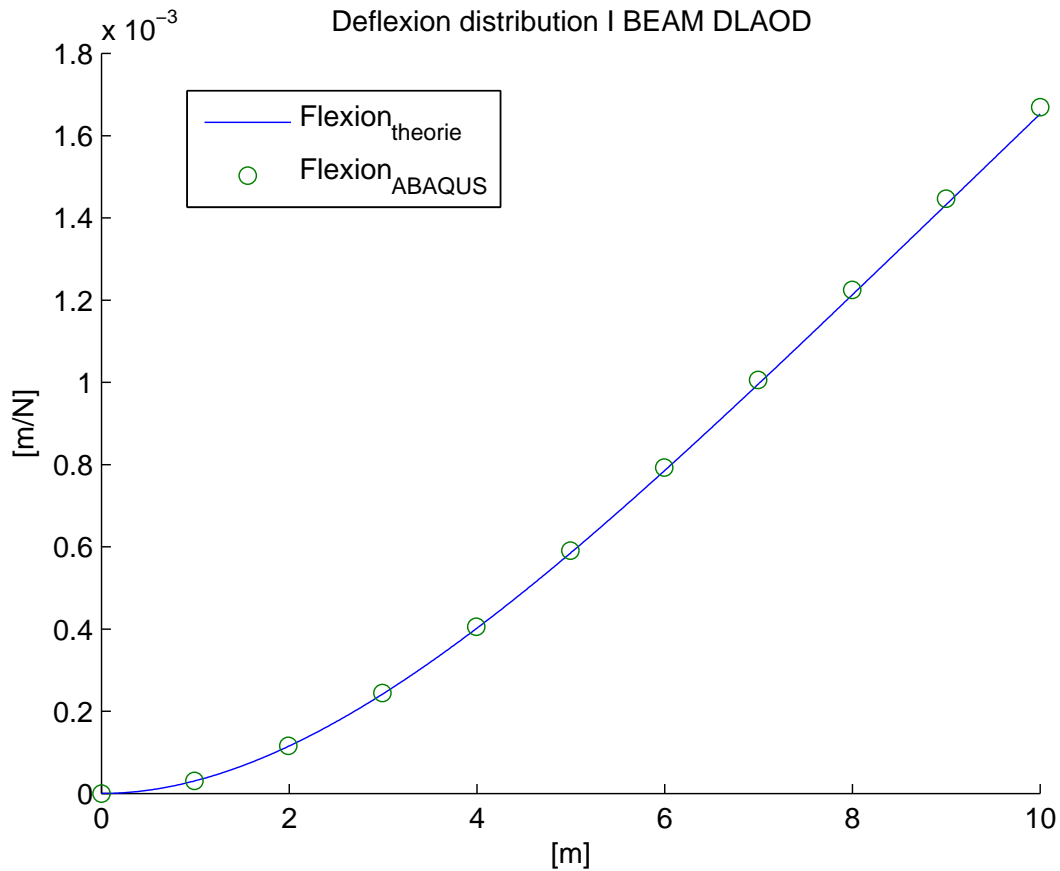


FIGURE 21 – Comparaison de la flèche d'une poutre en "I" avec la théorie, DLOAD, OX

Ici également la superposition est très bonne avec une erreur de l'ordre de 0.1% entre la déformée théorique et la déformée analytique. La simulation ABAQUS est légèrement différente de la déformée affichée car elle possède une composante hors du plan de chargement. C'est-à-dire que pour un chargement dans la direction  $OX$ , la déformée n'est pas tout à fait nulle dans la direction  $OZ$ . Ceci est dû à la section en "I" : le module d'inertie étant variable en fonction de l'orientation de la déformation, le logiciel converge vers la solution minimisant le module et une légère déviation de la poutre par rapport à la flexion théorique peut se développer.

**Seconde étape : étude de la dilatation des poutres** Dans cette section, nous allons étudier l'évolution des contraintes dans le cas d'une poutre encastree des deux côtés. L'évolution de la contrainte en fonction de la différence de température dans le logiciel est comparée entre les résultats numériques et les résultats analytiques.

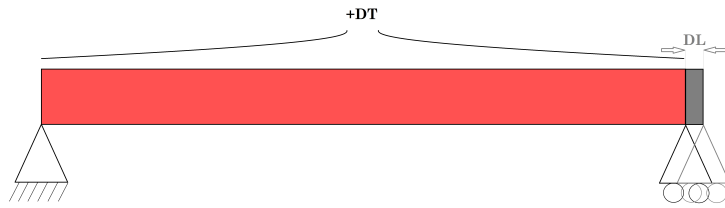


FIGURE 22 – Dilatation libre d'une poutre

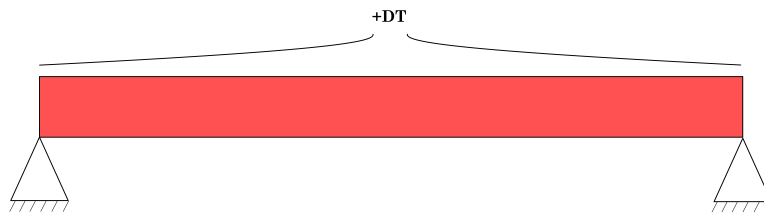


FIGURE 23 – Dilatation contrainte d'une poutre

Premièrement, lors d'un test laissant la poutre libre de se dilater (voir figure 22), nous observons analytiquement une élévation telle que définie par l'équation 1. On ne doit pas observer de contrainte dans l'axe de la poutre et le logiciel doit donner une élévation correspondant à la valeur théorique.

Ensuite, lors d'un test avec la poutre encastree (voir figure 23), la dilatation se traduit par une contrainte de compression telle que donnée analytiquement par la formule 3. Le logiciel doit également retourner cette contrainte.

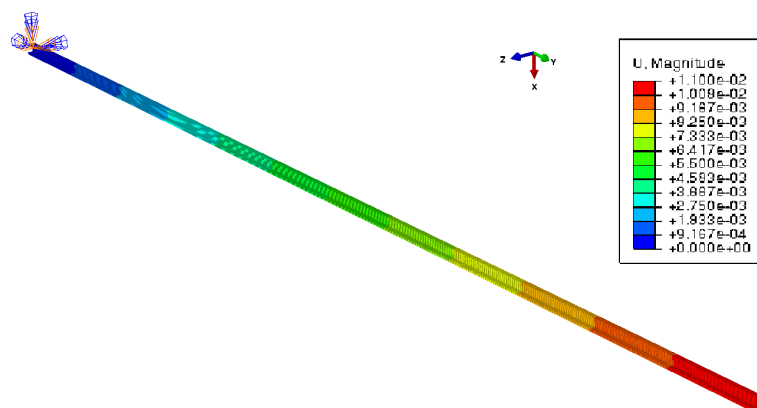


FIGURE 24 – Dilatation libre d'une poutre

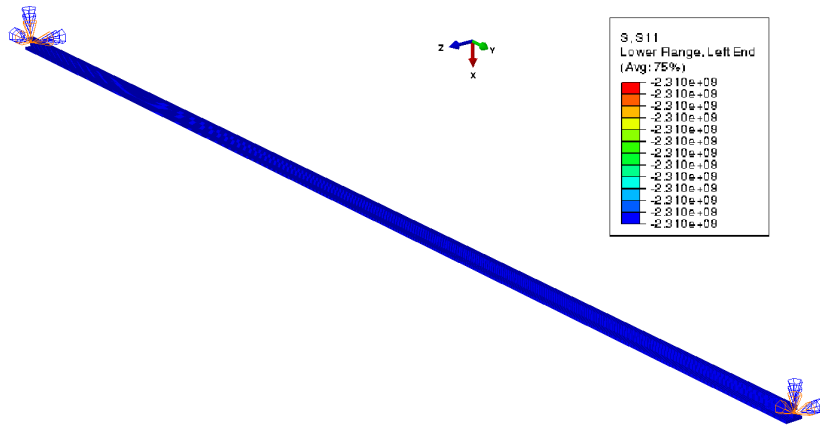


FIGURE 25 – Dilatation contrainte d’une poutre encastrée

On peut ensuite vérifier les résultats numériques. En prenant les paramètres suivants :

$\Delta T$	$100^{\circ}C$
$\alpha$	$1.1 \cdot 10^{-5} m/^{\circ}C$
$E$	$2.1 \cdot 10^{11} Pa$

Nous devons obtenir, conformément aux équations analytiques, une élongation  $DL = 0.001m$  dans le cas d’une poutre libre et une contrainte de  $\sigma = 2.31 \cdot 10^8 Pa$  dans le cas d’une poutre encastrée des deux côtés. Les figures 24 et 25, indiquent bien ces résultats.

**Troisième étape : étude du flambement des poutres** Le flambement des poutres peut être étudié analytiquement pour des géométries simples. Cependant, dans le logiciel d’éléments finis, il est nécessaire de prendre quelques précautions lors du chargement des poutres. En ne considérant pas ici les capacités de recherche de la commande \*BUCKLE, le problème de la recherche des modes de flambement peut être mal posé. En effet, un chargement parfaitement aligné avec l’axe de la poutre ne permettra pas au logiciel de trouver une déformée en flexion en utilisant une commande de chargement telle que \*CLOAD, \*DLOAD ou encore \*BOUNDARY et \*TEMPERATURE, qui correspondent à un chargement simple. Le parfait alignement n’offre pas d’information sur la direction que doit prendre la flèche de la poutre et le logiciel n’effectue qu’une compression axiale. Il est donc nécessaire d’induire un défaut ou une légère courbure initiale dans la poutre étudiée pour assurer l’apparition du flambage dans une direction préférentielle.

Nous allons maintenant essayer de faire manuellement la recherche du flambement par contrôle réaction - déformation. La poutre considérée est de  $10m$  de longueur. En effectuant la recherche de la force de réaction aux extrémités de la poutre face à une déformation axiale grandissante, comme dans l’explication de la fonction \*BUCKLE, nous pouvons générer les graphes suivants, en variant le nombre de nœuds dans la poutre et en conditionnant la flexion de deux manières. Nous commencerons par 10, 100 et finalement 1000 nœuds pour simuler la poutre. Nous utilisons une section rectangulaire. Pour les valeurs utilisées, la formule 23 nous donne la valeur théorique de flambement :

$$F_{crit}^{theorique} = 8.63 \cdot 10^4 N$$

**Courbure initiale de la poutre** Dans ce premier cas de figure, il existe initialement une déformation courbe de la poutre étudiée. Son rayon de courbure est de  $250m$  (ceci correspond au passage au rayon minimal des voies de chemin de fer). Nous obtenons les graphiques suivants : figures 26 et 27.

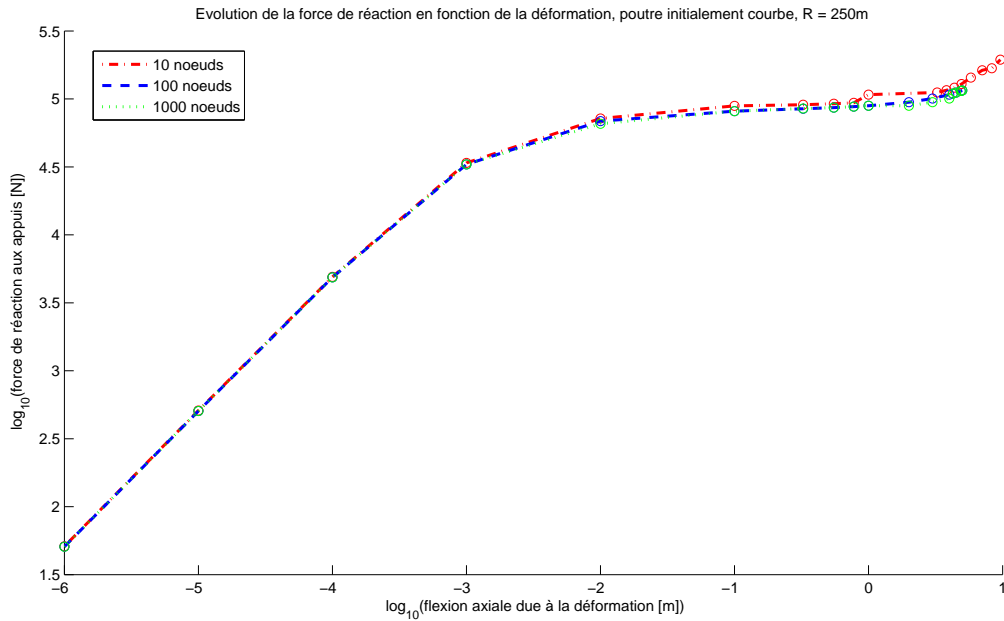


FIGURE 26 – Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre

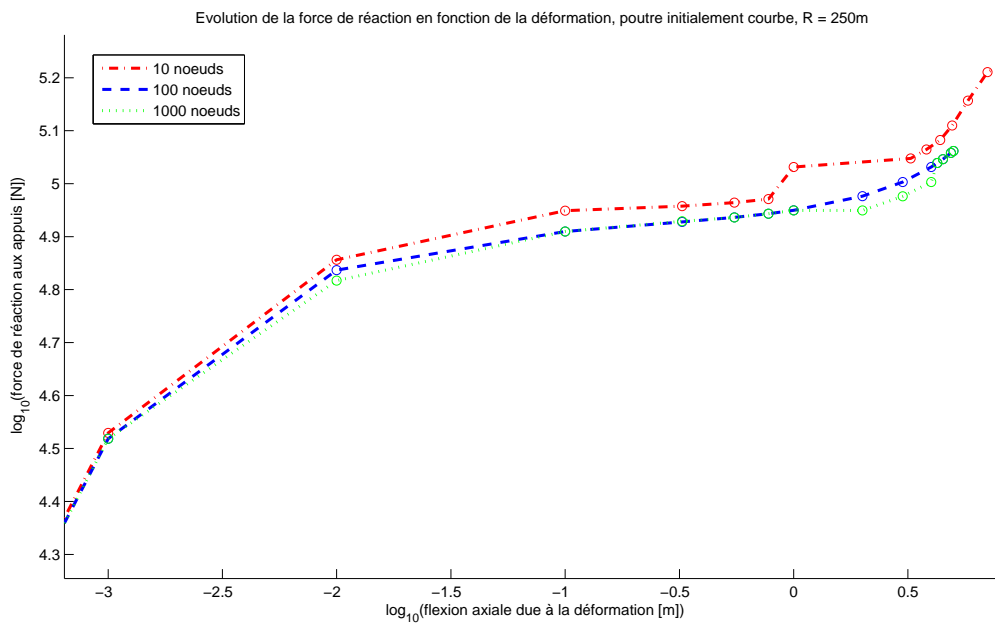


FIGURE 27 – Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre : Zoom

Dans ce cas particulier, le raffinement du maillage rend l'évolution de la force bien lisse et on voit apparaître le plateau pratiquement horizontal responsable de l'instabilité de flambement. La force de réaction critique retournée par la fonction \*BUCKLE varie légèrement en fonction du maillage. Nous obtenons :

	10 noeuds	100 noeuds	1000 noeuds
$F_{crit} [N]$	$9.07 \cdot 10^4$	$8.63 \cdot 10^4$	$8.62 \cdot 10^4$

Ces forces critiques dans le graphique en base logarithmique sont situées à une hauteur de 4.95, 4.93 et 4.93 respectivement. On observe donc que la fonction \*BUCKLE retourne la force qui correspond à la raideur la plus faible de la poutre : en effet, la variation de la force de réaction y est quasiment constante. Nous constatons que la force critique est très proche de la force critique théorique  $F_{crit}^{theorique}$  attendue.

**Défaut ponctuel d'alignement** Dans ce second cas de figure, nous introduisons un défaut ponctuel par le dés-alignement d'un nœud de la poutre, situé au milieu de la longueur. En faisant varier le nombre de nœuds, nous obtenons les graphes suivants : figures 28 et 29.

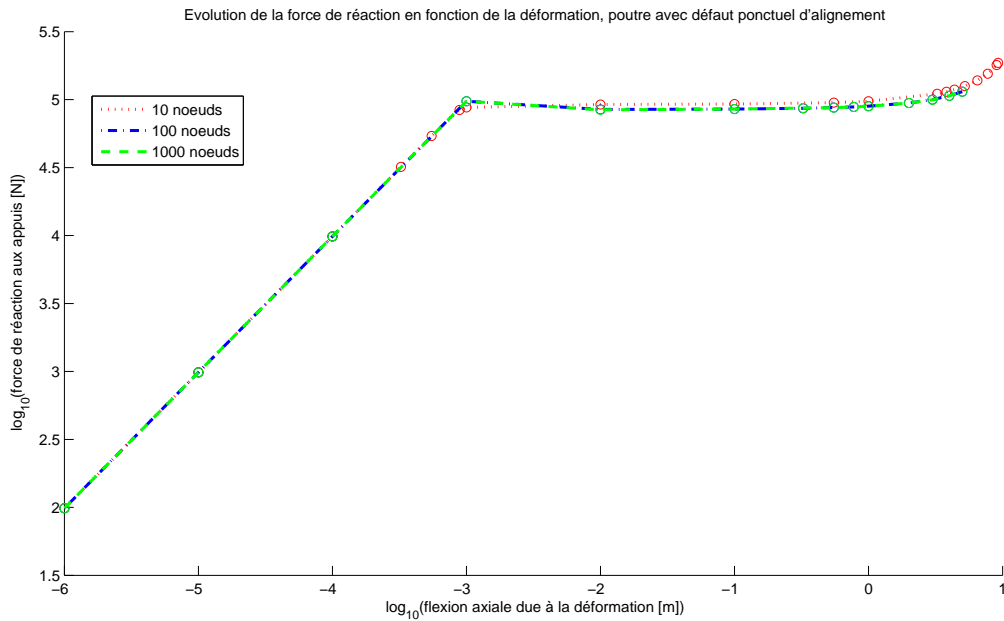


FIGURE 28 – Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre

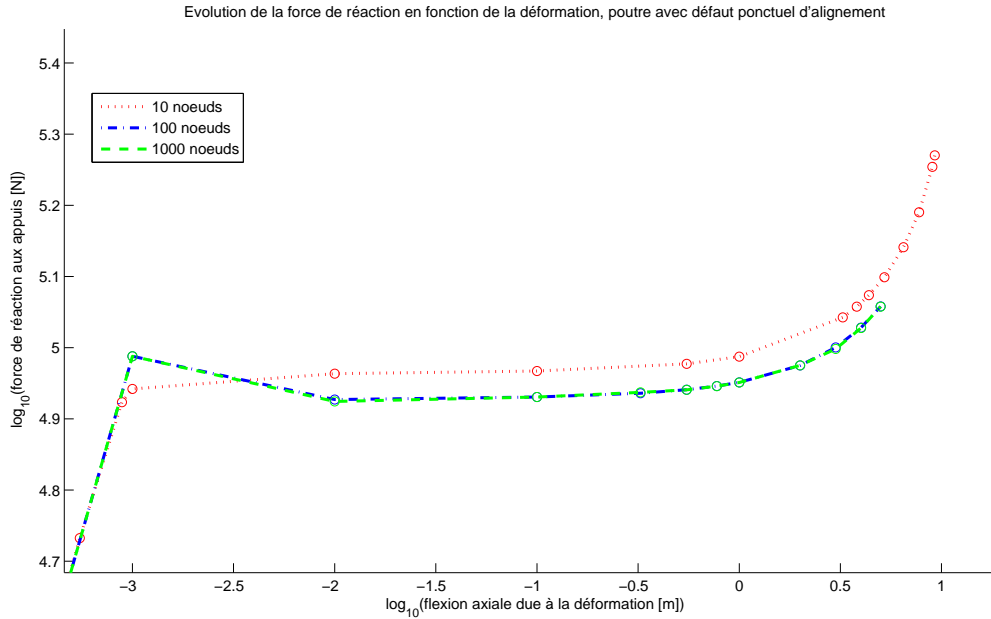


FIGURE 29 – Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre : Zoom

Les résultats présentés ici sont très intéressants : contrairement à la simulation précédente, nous pouvons observer ici pour les maillages de 100 et 1000 nœuds un maximum local de la force de réaction, directement suivi d'un minimum local. Cette simulation est donc parvenue à trouver l'instant critique de flambement car le défaut d'alignement d'un seul nœud au centre de la poutre a relativement peu d'impact sur la force critique et donne juste une toute petite impulsion pour permettre à la poutre de commencer à se déformer par flexion.

La fonction `*BUCKLE` nous donne la force correspondant à la position du minimum local. En effet, nous obtenons :

	10 nœuds	100 nœuds	1000 nœuds
$F_{crit} [N]$	$9.24 \cdot 10^4$	$8.49 \cdot 10^4$	$8.49 \cdot 10^4$

Ce qui correspond dans les graphiques d'échelle logarithmique à une ordonnée de 4.96, 4.92, et 4.92 respectivement. Le premier cas au maillage de 10 nœuds n'est pas assez raffiné pour permettre la détection du pic et la force critique retournée par `*BUCKLE` correspond à la zone du graphique la plus plane, comme dans le test précédent. Par contre, les deux autres maillages permettent la détection de la force de flambement critique par la présence du minimum local de la force de résistance. La force critique est ici légèrement plus faible que dans le cas théorique, en partie à cause de la forme de la déformée qui est induite non pas par la courbure de la poutre mais par un défaut ponctuel générant initialement un angle. De plus, la fonction `*BUCKLE` renvoie la force minimale après le pic. La force critique théorique se situe entre le pic et le minimum dans ce cas-ci.

**Utilisation de `*BUCKLE` dans ABAQUS** Une fois le fonctionnement de la fonction `*BUCKLE` correctement identifié, nous allons maintenant l'utiliser pour réaliser quelques simulations édi-fiantes. Pour n'importe quel type de chargement et en conditionnant le système de manière à pouvoir utiliser `*BUCKLE`, ABAQUS renvoie les charges critiques et les déformées de flambement normalisées de telle sorte que l'amplitude des déformations de flambement soient égales à un. Nous obtenons donc directement la déformée de flambement associée à sa charge critique.



FIGURE 30 – Première déformée de flambement

Après simulation, nous constatons que le premier mode de flambement (figure 30) d'une poutre encastree des deux côtés se développe selon le module d'inertie le plus faible. En effet, de par la géométrie de la section, la déformée horizontale de la poutre est facilitée par un module d'inertie faible, au contraire du flambement vertical qui nécessitera une force critique plus importante pour vaincre le module d'inertie de la poutre en "I". C'est entre autre pour cette raison géométrique que le flambement des voies de longs rails soudés est pratiquement impossible verticalement tandis qu'il est nettement plus probable dans certaines conditions latérales.

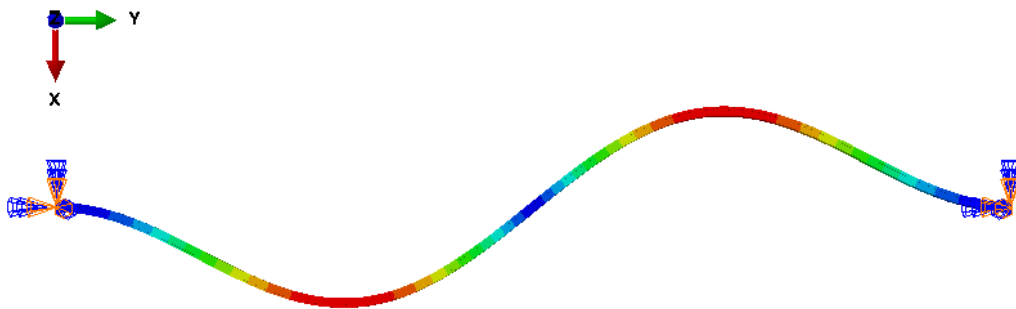


FIGURE 31 – Seconde déformée de flambement

Ensuite, en regardant les modes de flambement suivants, on constate à nouveau que la direction de flambement est d'abord horizontale puis verticale. La déformée de ces modes (voir figure 31) présente une longueur d'onde plus courte, comme attendu dans la théorie en faisant varier le paramètre  $k$  dans l'équation 24 en annexe. La force critique associée est donc plus importante et on ne devrait pas observer d'autre mode de flambement dans la nature que celui qui présente une force critique sensiblement plus faible que les autres modes, à savoir, le mode illustré à la figure 30.

### 3.3.5 Etude des connecteurs et paramètres

Maintenant que les éléments modélisant les rails sont correctement interprétés et analysés, nous allons brièvement discuter des différentes fixations présentes dans les voies de chemin de fer. L'idée générale suivie est d'utiliser des connecteurs pour simuler les fixations au niveau de la selle et du ballast. Il est possible de définir des éléments connecteurs en deux ou trois dimensions. Chaque type d'élément proposé par ABAQUS possède des caractéristiques propres et l'intérêt de la bibliothèque d'éléments est de facilement trouver celui le plus adapté à la situation modélisée.

Ainsi, les connecteurs sont essentiels à la mise au point du modèle. En fonction des besoins de ce travail, trois types de connecteurs seront utilisés : le "bushing", connecteur universel en rotation et translation de ses deux nœuds, le "cartesian", connecteur des translations et le "beam", qui assure une connexion rigide entre ses nœuds.

Au niveau de la caractérisation des connecteurs, la raideur face au déplacement relatif des deux nœuds est le paramètre le plus important. On peut définir la force de réaction en fonction du déplacement relatif comme représenté sur la figure 32<sup>5</sup>. Par défaut, le logiciel interpole les points force-déplacement et extrapole à force constante. Il est aussi possible d'extrapoler en gardant la même raideur que le dernier point force-déplacement. La commande utilisée est `*CONNECTOR ELASTICITY` avec le paramètre non-linéaire activé pour définir les points du graphe force-déplacement.

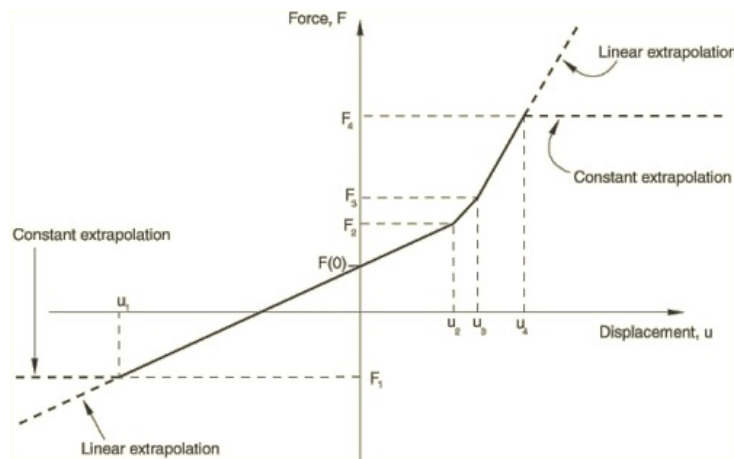


FIGURE 32 – Détermination du comportement élastique des connecteurs

Finalement, d'autres propriétés des connecteurs peuvent être déterminées. Dans ce mémoire, nous avons besoin de modéliser une butée, ce qui peut être réalisé en bloquant le connecteur à partir d'un certain déplacement relatif de ses nœuds. On a alors une connexion rigide qui s'établit. Ceci peut être réalisé à l'aide de la commande `*CONNECTOR LOCK` ou `*CONNECTOR STOP`.

Finalement, des tests ont été réalisés pour vérifier que la définition des connecteurs correspondait bien à la théorie. Les résultats visuels sont disponibles dans la section 7.4.

5. Image : Abaqus Analysis User's Guide

## 4 Partie II : Construction du modèle

Dans cette seconde partie, nous allons mettre en place le modèle d'éléments finis qui va permettre de modéliser le comportement assez complexe que peuvent montrer les voies de chemin de fer et les appareils. Après une longue étude des possibilités et avec l'assurance d'une bonne compréhension du logiciel par des études triviales, nous pouvons maintenant jouer avec les éléments poutres, connecteurs, et autres dispositifs afin de construire brique par brique, traverse par traverse plutôt, la voie d'une part et l'aiguillage de l'autre.

### 4.1 Construction de la géométrie

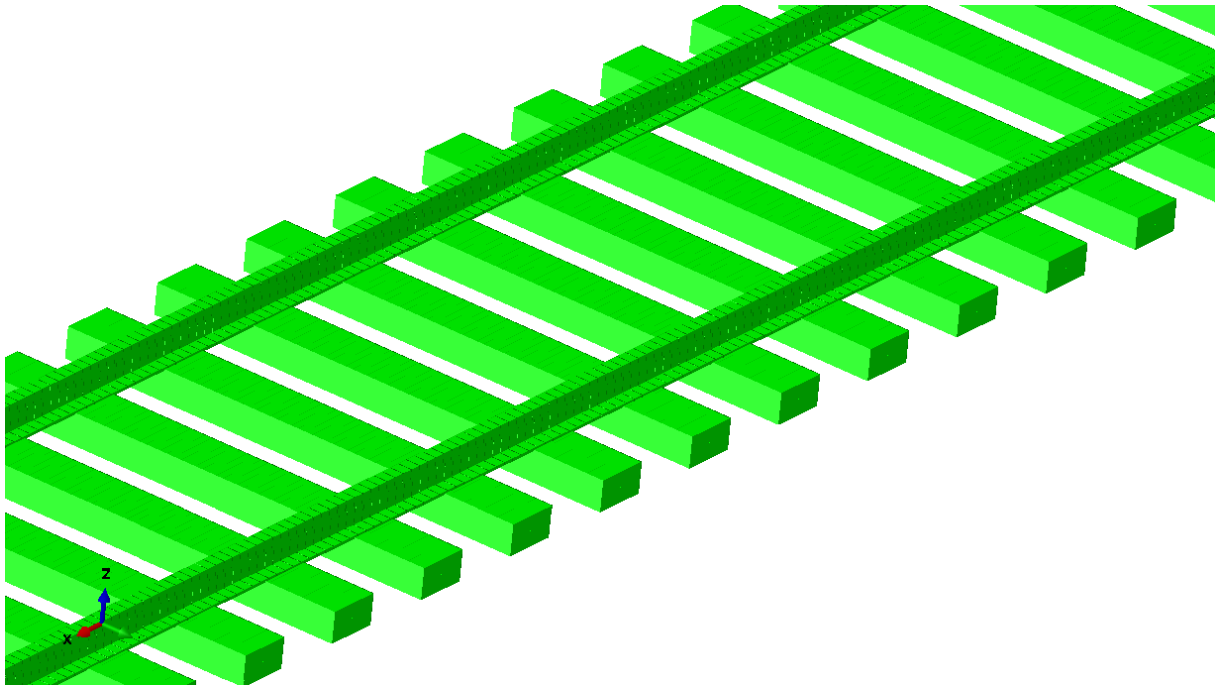


FIGURE 33 – Rails et traverses

Dans un premier temps, identifions les composantes nécessaires à la modélisation. Bien que constitués de nombreuses pièces, les appareils et les voies peuvent être simplifiés en ne considérant "que" les rails, les traverses et les supports. Ces composantes seront les seules à posséder une forme et des propriétés intrinsèques dans le logiciel. Ensuite, le but du jeu est de trouver et de définir des conditions de fixation adaptées pour relier ces éléments ensemble et connecter le tout au sol via le ballast.

#### 4.1.1 Rails et sections

Les rails sont le constituant essentiel des voies et appareils. Sans même tenir compte de leur rôle de guidage et de support des trains, les rails possèdent déjà un point faible structural lorsque les forces de compression atteignent la limite critique de flambement. Le comportement des rails dans leur déformation doit être bien étudié et, en particulier, le module d'inertie de la section pour la flexion latérale du rail doit être bien choisi.

La construction des rails s'effectue de la manière suivante : pour une voie rectiligne, le logiciel demande la position de nœuds qu'il peut ensuite assembler dans des éléments poutre en deux ou trois dimensions. Il est possible de donner deux nœuds et d'interpoler ces positions pour générer de nouveaux nœuds intermédiaires. Pour un rail courbe, il est possible de réaliser une

interpolation courbe en donnant le rayon de courbure et le centre du cercle contenant l'arc généré. Le nombre total de nœuds dans les rails est calculé pour pouvoir faire correspondre ensemble un nœud du rail avec un nœud de la traverse ou du support qui le maintient.

Concernant la section des rails modélisés, ABAQUS permet la modélisation de poutres en "I". Sur la base d'informations venant d'Infrabel, j'ai pu choisir les dimensions de la section pour atteindre les bonnes valeurs du module d'inertie, qui est un paramètre essentiel dans l'étude des poutres. A l'aide des bonnes valeurs du module, la résistance au flambement sera plus proche de la réalité.

Pour des éléments en trois dimensions, la section présente des points d'intégration dans le plan (voir figure 15 et 16). Ces points possèdent des poids d'intégration. Lors de l'obtention des données de la simulation, il convient alors de récupérer les poids d'intégration et de réaliser une moyenne pondérée pour calculer les données telles que la contrainte axiale dans la section. Ainsi, la modélisation de la poutre en "I" ne pose pas de problème d'orientation : la flexion latérale et la flexion verticale sont bien considérées et évaluées.

#### **4.1.2 Supports, traverses, longueurs et sections**

Supports et traverses ont le rôle de supporter les rails et de les maintenir en position. Ce sont ces éléments qui permettent la reprise des efforts dans les rails vers le sol. De géométrie plus simple, ils sont plus faciles à réaliser et à incorporer au modèle.

De la même manière que pour les rails, les supports et traverses sont des éléments poutre. Ils ont également besoin de la définition de nœuds ensuite assemblés en deux ou trois dimensions. Par contre, les supports sont tous rectilignes et de longueur déterminée. Les supports dans les appareils de voie sont en général plus longs et particulièrement au niveau du cœur de croisement.

Comme pour les rails qui possèdent un nœud au niveau de leurs fixations, les traverses et supports possèdent également des nœuds situés au niveau des rails qu'ils soutiennent. Ainsi, ils possèdent au moins deux nœuds fixés par la position des rails (4 nœuds fixés au niveau du cœur de croisement des appareils de voie).

La section de ces supports et traverses est rectangulaire, et dépend du type de matériau utilisé : en effet, les supports en béton sont plus volumineux que les supports en bois et sont donc plus profondément enfoncés dans le ballast. Cet enfoncement et poids additionnel peut être pris en compte dans le comportement de la traverse dans le ballast. Le module d'inertie possède ici un moins grand intérêt que pour les rails car les supports sont moins sollicités en flexion.

### 4.1.3 Connexion rails-supports/traverses

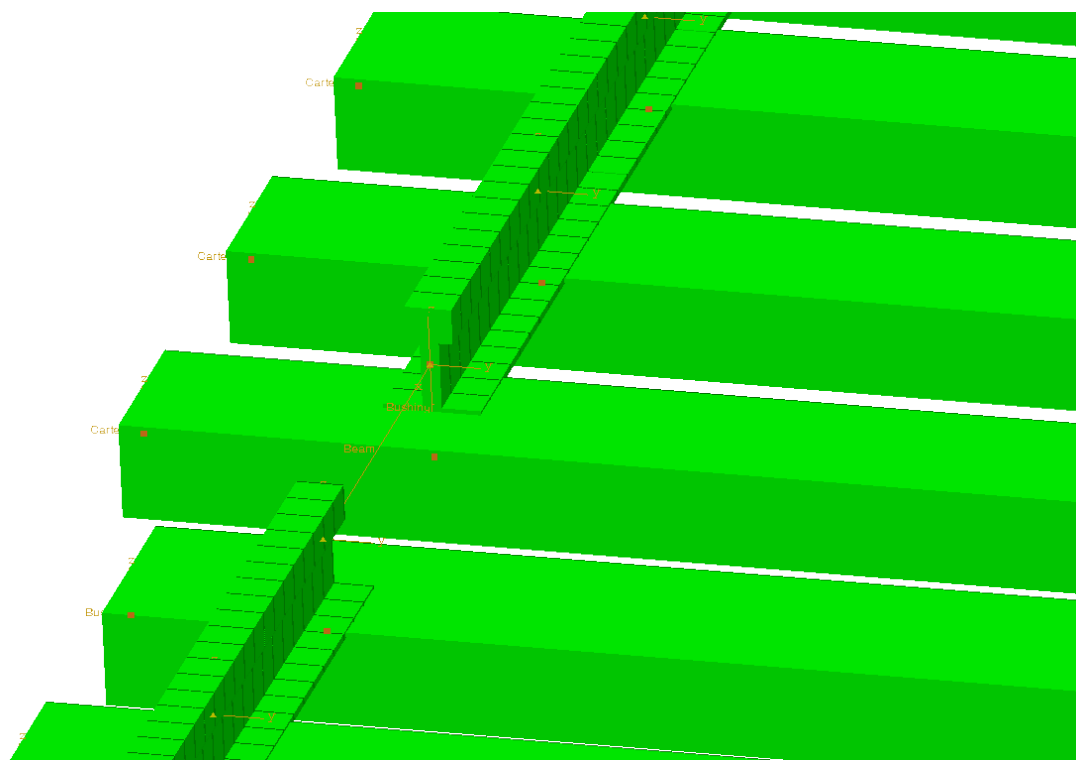


FIGURE 34 – Détail des rails et traverses

Ensuite, une fois les rails et supports générés, il faut connecter ces éléments ensemble. Les informations recueillies auprès d'Infrabel permettent de comprendre la géométrie et les caractéristiques de cette fixation liant rails et support. Cette fixation porte le nom de selle.

La connexion est ici modélisée par un élément connecteur en deux ou trois dimensions, nécessitant deux nœuds de référence. C'est pour cette raison que les rails et les supports possèdent des nœuds alignés par rapport à la position de la selle.

Les caractéristiques de résistance de l'élément connecteur sont ensuite mises à jour en fonction des informations disponibles suite à des modélisations ou expériences précédentes. Le type de connecteur initialement choisi est le type "bushing" (voir figure 37), à savoir celui qui permet un contrôle des six degrés de liberté. Cependant, après analyse des informations, il se révèle que seuls le degré de liberté de rotation autour de l'axe vertical  $OZ$  et le degré de translation dans la direction de la voie ont un intérêt. En effet, l'encastrement du rail sur sa traverse ou son support est trop rigide pour permettre un véritable déplacement dans la direction transversale ou par arrachement du rail de sa fixation. On observera toujours en pratique et aux charges admissibles, le déplacement des traverses et supports dans le ballast avant d'observer un détachement du rail de sa fixation. La translation dans la direction de la voie du rail est également moins probable que le déplacement des supports et traverses dans cette direction également.

L'avantage à maintenir l'utilisation d'un "bushing" pour la fixation est la possibilité de placer des jeux et une raideur sur une très faible distance permettant la simulation des jeux mécaniques d'assemblage de la voie. Si les voies ne présentent pas une fixation en bon état, ce qui peut arriver en pratique, le connecteur "bushing" reste un bon moyen pour simuler une fixation fragilisée.

Toutefois, en situation normale, les deux degrés de translation et les deux degrés de rotation qui ne présentent pas vraiment de possibilité de déplacement du rail en dehors des jeux de construction doivent être bloqués. Pour réaliser le blocage, il suffit d'imposer une grande force de réaction de plusieurs ordres de grandeur au dessus des degrés de libertés autorisés ou bien de bloquer chaque degré de liberté à partir d'un certain déplacement relatif à l'aide d'une commande prédéfinie dans ABAQUS (\*CONNECTOR STOP ou \*CONNECTOR BLOCK).

#### 4.1.4 Connexion supports/traverses - ballast

De la même manière qu'au point précédent, la liaison entre l'ensemble et le ballast peut être simulée par des éléments connecteurs. Dans ce cas de figure, les extrémités des supports et traverses sont fixées à la base inertielle du logiciel.

Une littérature très fournie sur la résistance du ballast au déplacement des voies est disponible chez Infrabel. Les points critiques ici sont la résistance au déplacement latéral et au déplacement longitudinal des voies. La résistance verticale est quant à elle déterminée dans un sens par le poids propre de la voie, et de l'autre, par la résistance à la pénétration de la voie dans le ballast. Cette seconde composante l'emporte normalement toujours à partir d'un enfoncement très faible et une voie rectiligne sans défaut de nivelage vertical ne peut pas s'enfoncer de plus de quelques millimètres. Dans ce cas précis, le comportement non linéaire de la résistance verticale est clairement établi.

Le type de connecteur choisi était initialement un élément "bushing". Après recherche d'informations, il semble cependant inutile de considérer les trois degrés de rotation. En effet, la littérature ne donne que des valeurs dans les trois degrés de liberté de translation. La traverse étant encastree dans toute sa longueur dans le ballast, les rotations relatives sont en général très faibles. A cause des fixations aux rails, on considère que la rotation autour de l'axe transversal de la voie est uniquement pilotée par la déformée verticale des rails. En effet, la déformée verticale implique des efforts très importants par la forme de la section des rails et l'influence du ballast pour empêcher la traverse de tourner sur elle-même dans sa longueur est trop faible pour avoir un réel impact.

Concernant les deux autres degrés de rotation, ils sont automatiquement déduits de la résistance en translation de la traverse dans le ballast en considérant au moins deux connecteurs d'ancrage. En effet, par la forme allongée et l'espacement des connecteurs de la traverse dans le ballast, la rotation autour de l'axe vertical est automatiquement contrée par le déplacement relatif des connecteurs par rapport à leur état de référence. La résistance longitudinale va donc contraindre la rotation autour de l'axe  $OZ$ . De manière semblable, la rotation autour de l'axe longitudinal  $OX$  est bloquée par le déplacement relatif des connecteurs. La rotation autour de  $OY$  est donc contrainte par la résistance verticale du ballast sur la traverse.

Finalement, le type de connecteur choisi est le type "cartesian", ne permettant le contrôle que des trois degrés de liberté de translation. Ce connecteur est normalement suffisant pour la modélisation, en permettant d'intégrer les informations connues issues de la littérature. De manière générale, les informations glanées concernant les différentes résistances au déplacement concordent.

## 4.2 Construction assemblage dans ABAQUS

Un point essentiel à la bonne utilisation du logiciel est l'utilisation d'assemblages. En effet, pour une géométrie présentant de nombreux éléments semblables ou pour copier un élément, il est essentiel de pouvoir rapidement et efficacement effectuer une duplication. ABAQUS permet donc la création d'instances d'une même pièce, disposées à la guise de l'utilisateur dans un assemblage.

### 4.2.1 Utilisation des assemblages et avantages

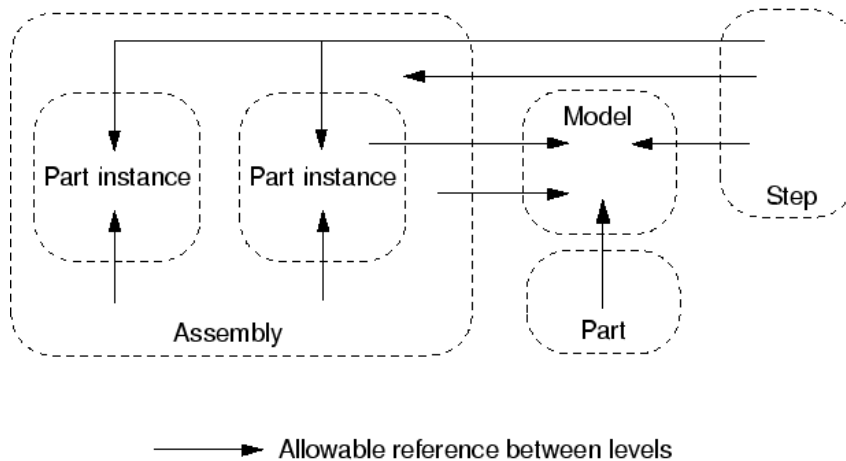


FIGURE 35 – Structure conceptuelle des assemblages dans ABAQUS

Les assembles offrent de nombreuses possibilités et une simplification dans la manière d'identifier les nœuds. En effet, une pièce (\*PART) est un objet distinct, possédant sa propre numérotation de nœuds et d'éléments. Il est ainsi possible, en créant des pièces, de reprendre à chaque fois la numérotation des nœuds et éléments à partir de zéro, ce qui est une très bonne chose pour identifier la position des fixations des traverses et supports aux rails et au ballast. Dans la voie courante, on peut ainsi aisément donner les indices des nœuds associés à un connecteur identiques pour chaque traverse. La différenciation des nœuds se fait maintenant au niveau des noms des traverses, qui peuvent être une chaîne de caractères, facilitant la compréhension du code.

Au niveau d'ABAQUS, les pièces sont copiées sous forme d'instances (\*INSTANCE) à l'endroit souhaité et chaque instance possède donc un nom propre et unique dans l'assemblage. Dans l'assemblage, il est également possible de définir des nœuds et éléments, tout en ayant accès aux données internes de chaque instance, comme représenté sur la figure 35<sup>6</sup>. Les nouveaux éléments doivent posséder un numéro unique, dans le niveau de l'assemblage. On peut ainsi repartir de l'indice "1" dans la numérotation lors de la définition de nouveaux nœuds et éléments, malgré l'existence d'autres entités possédant les mêmes identifiants dans d'autres instances de l'assemblage.

Pour résumer, les assemblages offrent une facilité pour copier des pièces, pour accéder aux données de chaque instances d'une pièce et une facilité à ajouter des éléments au niveau de l'assemblage en ne se souciant pas de la numérotation des identifiants dans les instances présentes. Ainsi, si un nœud numéroté  $X$  est un point de repère dans une pièce, chaque instance de la pièce possède ce même nœud repère au même indice  $X$ . La seule différence entre les instances est le nom de l'instance qui doit être unique.

### 4.3 Voie courante

Cette section montre la procédure d'assemblage des éléments constituant la voie courante et les paramètres laissés libres pour les simulations.

Premièrement, les rails sont chacun des instances indépendantes. Dans le cas de rails droits, il suffit de copier le premier rail et de le décaler en fonction de l'écartement. Pour une géométrie

6. Image : Abaqus Analysis User's Guide

de rails courbes, les deux rails sont différents. En effet, la construction du segment de voie courbe commence d'une traverse pour se terminer sur une autre traverse. La longueur du rail intérieur à la courbe est donc plus petite que celle du rail extérieur.

Ensuite, les traverses sont générées à partir d'une seule traverse de référence. Cette pièce est copiée dans un assemblage en décalant les traverses de la manière adéquate. En fonction du rayon de courbure, une rotation doit être appliquée pour suivre la courbure. Chaque instance de la traverse de référence possède deux nœuds repères pour placer les selles de fixation des rails et deux autres pour la fixation au ballast.

Finalement, le modèle permet à l'utilisateur de choisir la longueur de la voie ainsi que son rayon de courbure. Les conditions limites aux extrémités de la voie seront étudiées plus loin dans la section 5.4.

#### 4.3.1 Choix des connexions rails-traverses et paramètres

Au niveau des fixations des rails sur les traverses, la géométrie particulière des selles implique un blocage efficace des rails dans la direction latérale des voies. En effet, les selles encastrent les rails dans les traverses avec des butées latérales. Les rails sont par contre moins contraints dans la direction longitudinale. Toutefois, le seul degré de liberté vraiment important est la rotation autour de l'axe de rotation vertical  $OZ$ . C'est via la résistance à la torsion que les voies présentent une résistance plus importante au flambement des rails en se combinant à la force de résistance en translation dans la direction  $OY$ .

Lors d'efforts importants, les selles offrent d'abord une réponse linéaire élastique avant d'atteindre un plateau à partir duquel le déplacement n'est plus empêché. Il est donc important d'incorporer dans le modèle ce comportement de résistance élastique suivie d'un frottement constant. Ceci correspond donc aux différents jeux de montage puis blocage identifiées dans la section 4.1.3

En accord avec les données disponibles chez Infrabel, les caractéristiques peuvent être déterminées en fonction du type de selle et de support : voir tableau 36. Chaque degré de liberté est ainsi paramétré en fonction des expériences menées. En particulier, les résistances latérales, longitudinales et en torsion dans le plan horizontal sont bien étudiées.

Indice du DDL dans ABAQUS	Direction/rotation	Résistance maximale	Jeu avant résistance maximale
1	DX	15kN	0.2mm
2	DY	1MN	0.2mm
3	DZ	1MN	0.2mm
4	RotX	1MN/m	0 rad
5	RotY	1MN/m	0 rad
6	RotZ	1kN/m	0 rad

FIGURE 36 – Valeurs des résistances au déplacement

Comme annoncé dans la section couvrant la construction de la géométrie du modèle, les connexions sont modélisées par des éléments connecteurs de type "bushing". Chaque selle est modélisée par un connecteur de ce type et le comportement du connecteur est défini pour ressembler au comportement des véritables selles. L'utilisation d'un connecteur unique par selle semble géométriquement logique et assure la limitation du nombre de composantes dans le

modèle.

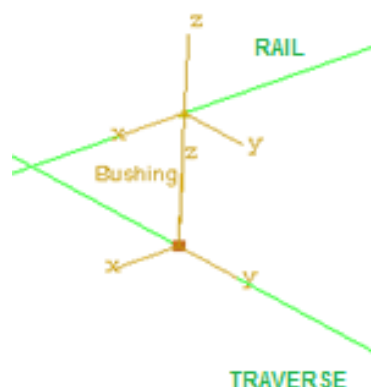


FIGURE 37 – Détail de connecteurs "bushing"

#### 4.3.2 Choix des connexions traverses-ballast et paramètres

Au niveau des fixations dans le ballast, les mêmes comportements élastiques puis de glissement sont observés et mesurés en pratique. La résistance critique dans le ballast est la résistance au déplacement latéral. Lorsque la voie commence à flamber, le comportement de la traverse dans le ballast va permettre ou non le maintien des voies en place. La résistance latérale de la voie dans le ballast est typiquement moitié moins grande que la résistance dans la direction longitudinale.

Le comportement dans le ballast présente d'abord une réponse élastique linéaire aux forces appliquées avant de se transformer en réponse par frottement à partir d'une force critique. De la même manière que les selles reliant les rails aux traverses, l'incorporation du comportement de la fixation des traverses dans le ballast est important pour la mise au point d'un modèle réaliste.

Comme indiqué dans la section 4.1.4, les fixations dans le ballast sont modélisées avec l'aide de connecteurs de type "cartesian". Le comportement de ces connecteurs est initialisé avec cette réponse élastique puis de frottement observée en pratique et en simulation. Dans la construction de mon modèle, le choix arbitraire de placer deux connecteurs par traverse a été fait. En effet, pour tenir compte au mieux de l'influence de l'encastrement des traverses dans le ballast sans trop complexifier le nombre de points d'ancrage, nous pouvons nous contenter de placer deux connecteurs entre les traverses et le ballast pour bloquer de manière réaliste la rotation de la traverse dans la voie. Les données concernant la résistance latérale et longitudinale abondent mais les résistances à la rotation des traverses sont plus difficiles à trouver. La flexion des traverses étant supposée faible, l'ajout d'autres points d'ancrage distribués le long de la traverse n'est pas vraiment utile comparé à la complexification du modèle. Ces hypothèses seront vérifiées plus tard lors de l'étude de la sensibilité de la rigidité des supports (section 5.5.3). Les valeurs numériques choisies sont disponibles dans le tableau suivant : 38.

Indice du DDL dans ABAQUS	Direction/rotation	Résistance maximale	Jeu avant résistance maximale
1	DX	10kN	2mm
2	DY	4.2kN	2mm
3	DZ	1000kN	-2mm
3	DZ	1.8kN	2mm

FIGURE 38 – Valeurs des résistances au déplacement

### 4.3.3 Données numériques de la voie

Voici finalement pour la voie courante l'aperçu de la géométrie encodée dans le logiciel. Le travelage est constant et de  $600mm$  de distance axe-axe pour les traverses, les traverses font  $260mm$  par  $150mm$ , les rails sont espacés de  $1507mm$  axe-axe et leur section présente une géométrie simplifiée en "I" présentant un module d'inertie proche des données techniques d'Infrabel. Hauteur de la section :  $172mm$ , largeur des semelles de  $150mm$  et  $72mm$  en bas et en haut respectivement. L'épaisseur de l'âme est de  $29.5mm$ , celle de la semelle du bas est de  $11.2mm$  et celle du haut est de  $5.6mm$ . Ceci donnant un module d'inertie d'environ  $3020cm^4$  contre la flexion verticale du rail et  $510cm^4$  contre la flexion latérale. Les rails sont de type "60E2", présentant une masse de  $60kg/m$ .

### 4.3.4 Résultat visuel

La figure 39 nous présente le résultat visuel de la voie courante dans ABAQUS.

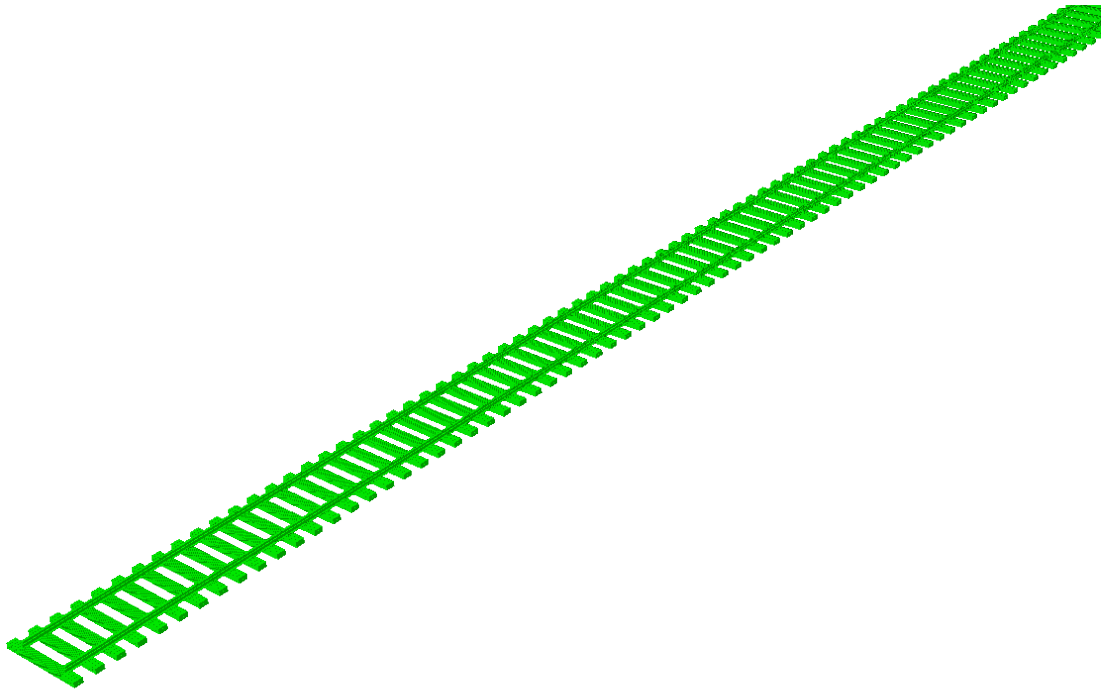


FIGURE 39 – Géométrie de la voie courante

## 4.4 Appareils de voie (P215 HA1/8)

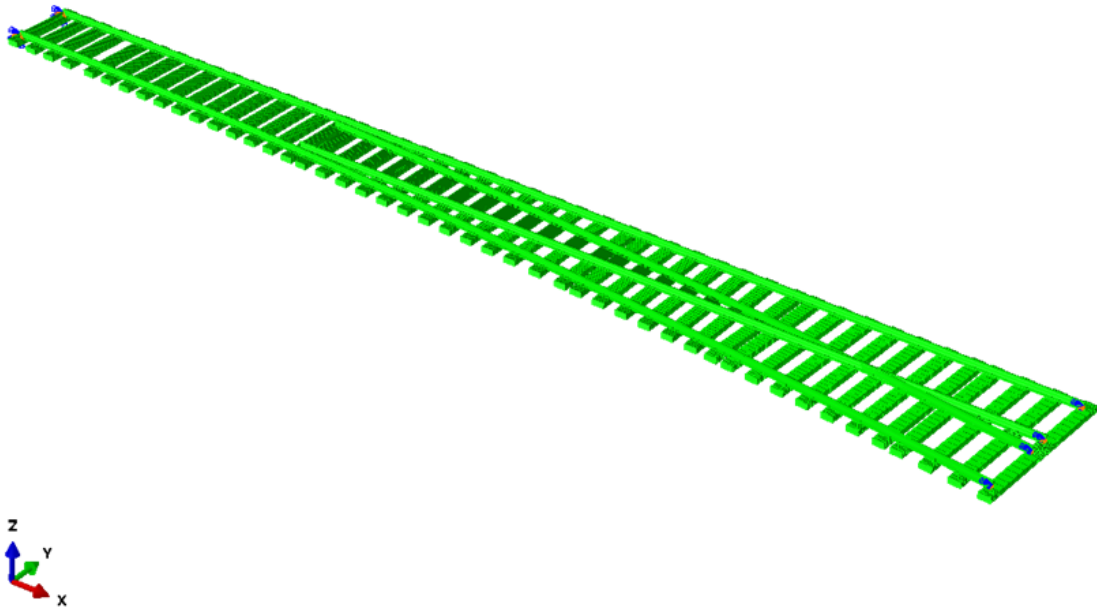


FIGURE 40 – Géométrie de l'appareil de voie

Voici maintenant le cœur du modèle : la construction des appareils de voie (figure 40). Le modèle développé est théoriquement fonctionnel pour tout type d'appareil de voie. Cependant, pour l'étude actuelle, seul un appareil du type P215 HA1/8 a été incorporé. Cet appareil est celui présentant le plus petit rayon de courbure de la voie déviée et le plus grand angle de sortie. Dans le cas de l'étude de la résistance des voies au flambement, cet appareil présente le plus grand risque par cet angle de déviation élevé. La poussée latérale de la voie déviée sur l'appareil est alors plus importante et diminue la marge de résistance au déplacement latéral de la voie. Le P215 HA1/8 est donc le type d'appareil qui intéresse Infrabel pour l'étude de l'incorporation dans les longs rails soudés. Voici les étapes et raisonnements appliqués pour aboutir à l'ajout de cet appareil dans le modèle.

### 4.4.1 Définition des éléments à modéliser

Les éléments d'intérêt à prendre en compte dans le modèle sont identiques à la voie courante : rails et supports. Cependant, la géométrie particulière et la présence de pièces supplémentaires nécessite une petite adaptation de la résistance des fixations. Les aiguilles ne sont pas modélisées dans le modèle car elles reposent simplement sur des coussinets de glissement, qui ne peuvent pas reprendre d'efforts. L'intérêt d'incorporer des aiguilles dans le modèle est donc nul.

Au niveau des fixations, certains composants de l'appareil de voie laissent suggérer l'ajout de connecteurs afin de tenir compte de ces pièces supplémentaires. Ainsi, les deux rails se terminant par les aiguilles se croisent au niveau du cœur de croisement. Ce cœur est une pièce beaucoup plus rigide que l'ensemble et il associe fermement les deux rails qui se croisent. Cette rencontre des deux rails est donc un lieu permettant la reprise des efforts du premier rail par le second et

vice-versa. L'ajout d'une connexion dans le modèle au croisement des rails est donc de grand intérêt.

Une autre composante peut être intéressante à modéliser. Toujours pour les rails du cœur de croisement, dans la direction des aiguilles, l'extrémité de ces rails avant la prolongation en aiguille présente une butée appelée butée  $\Omega$ . Cette butée permet d'empêcher le déplacement longitudinal des aiguilles au delà d'une certaine valeur définie par les spécificités techniques des appareils de voie. Chez Infrabel, la butée laisse un jeu de  $\pm 7mm$  pour le déplacement longitudinale des rails de cœur par rapport aux deux rails contre-aiguille. En effet, les aiguilles doivent rester positionnées à la bonne longueur pour assurer la sécurité et l'efficacité de l'appareil. Si la dilatation des rails est telle qu'ils s'allongent en direction de la pointe des aiguilles, la butée vient stopper leur progression avant que les aiguilles n'aient effectué un déplacement trop important. L'incorporation de ce genre de système de blocage est intéressante de manière générale pour le modèle.

Finalement, l'incorporation de l'appareil de voie ne laisse pas de paramètre géométrique libre. Les plans des appareils donnent leurs dimensions. Les paramètres variables sont les comportements des connecteurs, comme expliqué ci-dessous.

#### **4.4.2 Choix des connexions rails-supports et paramètres**

En suivant la même logique que pour les voies directes, les fixations au niveau des selles restent identiques sur l'appareil de voie. Du moins, le comportement est le même et si le type de selle est différent, d'autres valeurs de raideur de cette fixation peuvent être encodées. On retrouve donc un élément connecteur "bushing" au niveau des selles auquel on attribue le comportement de chaque degré de liberté. Cependant, le seul degré vraiment intéressant reste à nouveau la rotation autour de l'axe vertical  $OZ$ . Comme annoncé dans la section décrivant les connecteurs de la voie courante, l'encastrement du rail dans le support est pratiquement totalement contraint (pour des niveaux de force sous la limite de rupture ou plasticité) et ne laisse place qu'à quelques jeux mécaniques.

#### **4.4.3 Choix des connexions supports-ballast et paramètres**

Ici comme pour la voie courante, les supports possèdent deux connecteurs de type "cartesian" permettant de simuler la résistance au déplacement du support dans le ballast. Cependant, les longueurs de support sont différentes et varient au sein de l'appareil. Comme la longueur influe sur la surface de contact avec le ballast, la résistance au déplacement des longs supports est supposée plus grande que la résistance des supports ou traverses de moins grande longueur. Les éléments connecteurs seront donc adaptés en fonction de la longueur des supports présents dans l'appareil.

Dans le modèle la résistance latérale est ainsi augmentée en fonction de l'augmentation de la longueur du support. Les autres résistances peuvent également être modifiées facilement. Il faut cependant faire attention à la répartition de la force de résistance en fonction des différentes surfaces de contact du support dans le ballast pour ne pas sur-évaluer l'augmentation de la résistance en fonction de l'élongation du support.

#### 4.4.4 Choix d'une connexion pour le cœur de croisement et paramètres

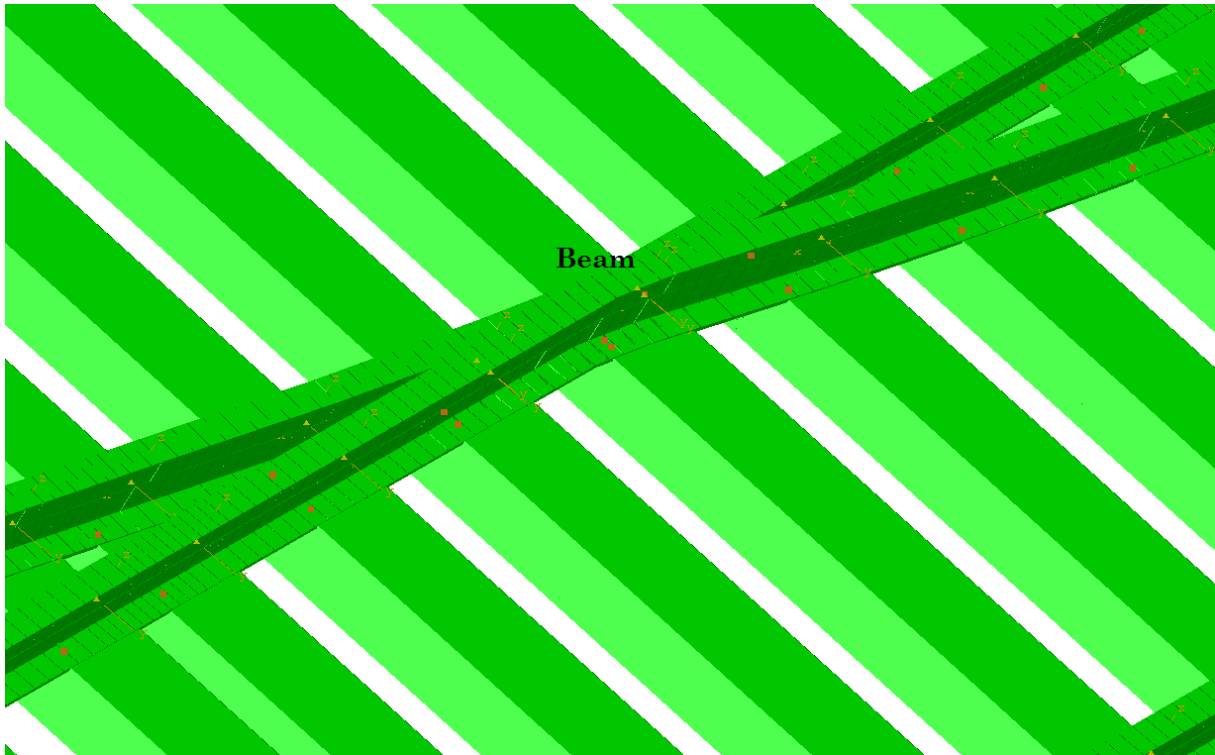


FIGURE 41 – Cœur de croisement et connecteur "beam"

La nécessité de bloquer ensemble les deux rails du cœur de croisement (figure 41) demande le contrôle sur le déplacement relatif entre ces rails. Il n'est pas nécessaire ici de contrôler les degrés de liberté un à un mais il suffit de bloquer de manière rigide les nœuds les plus proches des deux rails. Ainsi, les efforts respectifs des deux rails peuvent interagir l'un avec l'autre. Un connecteur du type "beam" est particulièrement adapté et simple à utiliser pour modéliser cette composante de l'appareil de voie. Ce type de connecteur est une liaison rigide dans toutes les directions et rotations.

#### 4.4.5 Choix d'une connexion pour la butée " $\Omega$ " des aiguilles et paramètres

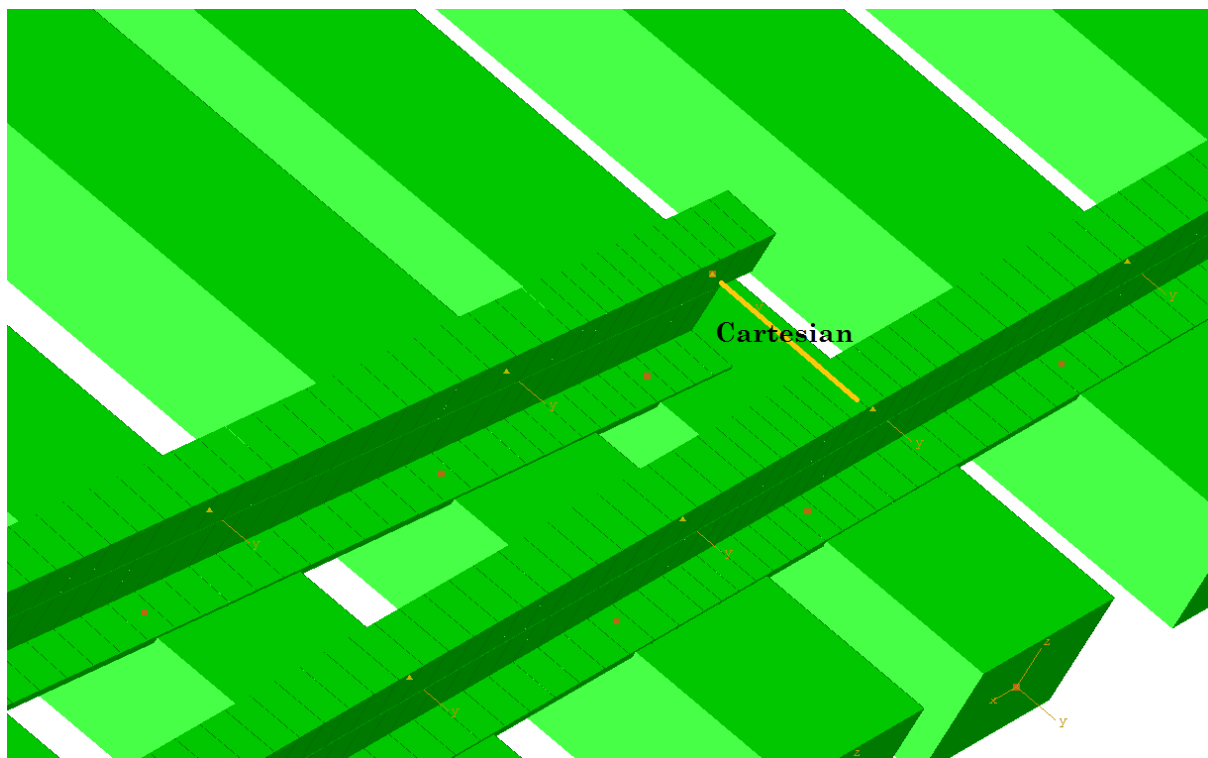


FIGURE 42 – Emplacement butée  $\Omega$

Dans ce dernier cas de figure, les butées précédant les aiguilles peuvent être facilement modélisées en utilisant un connecteur de type "cartesian" et en lui associant un déplacement relatif maximal des nœuds qui le composent. Une fois le déplacement maximal atteint, le connecteur se bloque et doit reprendre les charges comme une butée. Ce connecteur butée n'est pas vital pour le bon fonctionnement du modèle mais pourra servir d'indicateur pour le déplacement critique des rails au niveau des aiguilles, ce qui est une réalité très importante à surveiller en pratique.

Les connecteurs peuvent être bloqués en utilisant la commande `*LOCK` ou la commande `*STOP`. Ces deux commandes permettent le blocage de chaque degré de liberté des connecteurs indépendamment. Dans le cas du présent travail, seule la fixation  $\Omega$  a été dotée de pareil dispositif, visant ainsi à simuler la butée des rails venant du cœur de croisement contre les deux rails contre-aiguille. Ces commandes permettent de vraiment bloquer un degré de liberté sans commencer à jouer avec la rigidité du connecteur. Dans les simulations et conformément aux données reçues chez Infrabel, le déplacement relatif avant butée de la fixation  $\Omega$  est de  $7mm$  vers les pointes d'aiguilles et  $7mm$  vers le cœur de croisement.

La possibilité de bloquer un connecteur peut être un point à explorer pour une étude plus approfondie des jeux et encastremets entre différentes parties des voies de chemin de fer. On pourrait par exemple considérer les joints à éclisse comme des connecteurs possédant une certaine rigidité jusqu'à atteindre un déplacement relatif des deux extrémités assemblées tel que l'éclisse bloque tout mouvement dans la direction longitudinale du rail.

#### 4.4.6 Résultat visuel

Voici finalement le rendu dans le logiciel de l'incorporation de l'appareil de voie sur la figure 40 en début de section et figure 43. Les seules données nécessaires à la construction géométrique

de l'appareil sont les coordonnées des nœuds situés à l'intersection des rails et des supports. Un script Matlab permet la reconstruction de l'appareil à l'aide de ces points de repère. Les sections des rails et supports sont identiques à celles de la voie courante. La tangente de l'angle formé par la voie directe et la direction en sortie de la voie déviée vaut  $1/8$ .

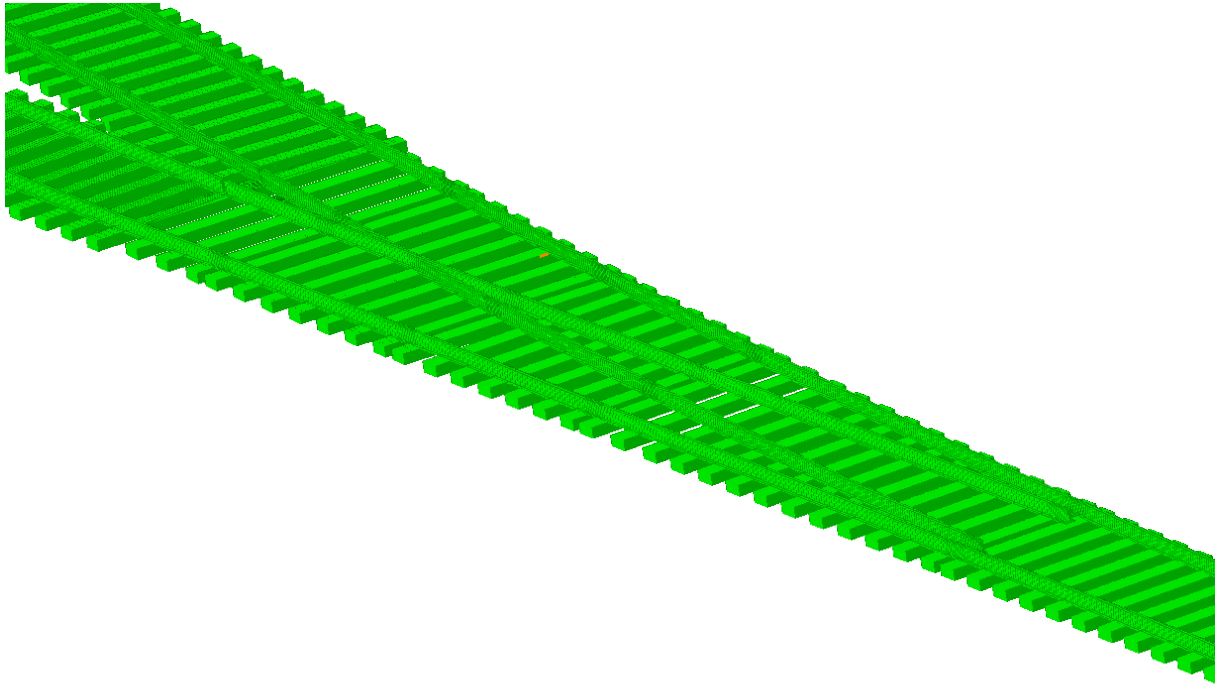


FIGURE 43 – Appareil de voie P215

## 4.5 Réseau : P215 incorporé aux voies

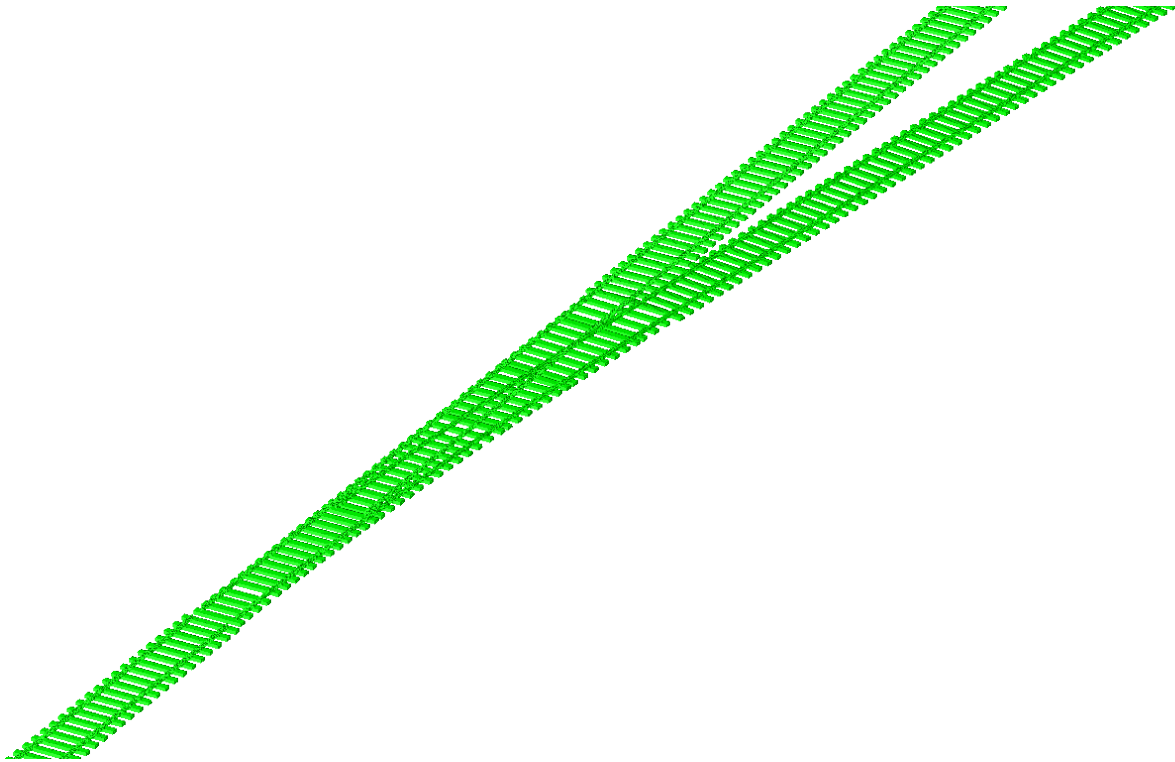


FIGURE 44 – P215 dans les longs rails soudés

Maintenant que les voies peuvent être générées en fonction de leur courbure et leur longueur, il est possible d'assembler l'appareil dans un réseau de longs rails soudés. Comme représenté sur la figure 44, nous observons l'appareil connecté à trois voies courantes.

### 4.5.1 Mise en place des voies

Afin de construire un véritable réseau autour de l'appareil de voie, il est nécessaire d'effectuer quelques calculs trigonométriques. En effet, chaque section de voie et chaque appareil est par défaut placé au niveau de l'origine du repère inertiel du logiciel. L'assemblage de plusieurs voies et appareils nécessite des translations et des rotations de ces éléments. Une grosse partie de ce travail a consisté dans la recherche de la bonne combinaison des rotations avec les translations en utilisant les fonctionnalités d'ABAQUS. En effet, les traverses, rails et supports sont des instances et il est possible de les décaler à la construction de l'assemblage général pour les positionner à l'endroit souhaité.

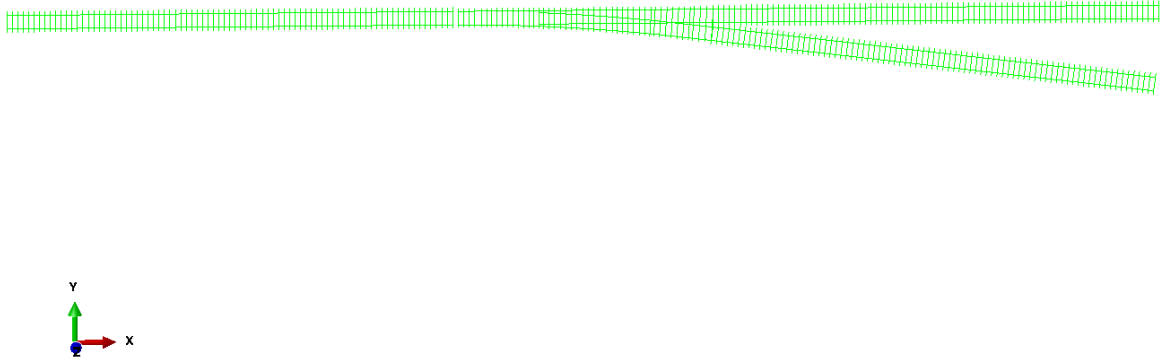


FIGURE 45 – Rendu visuel du modèle, voies droites

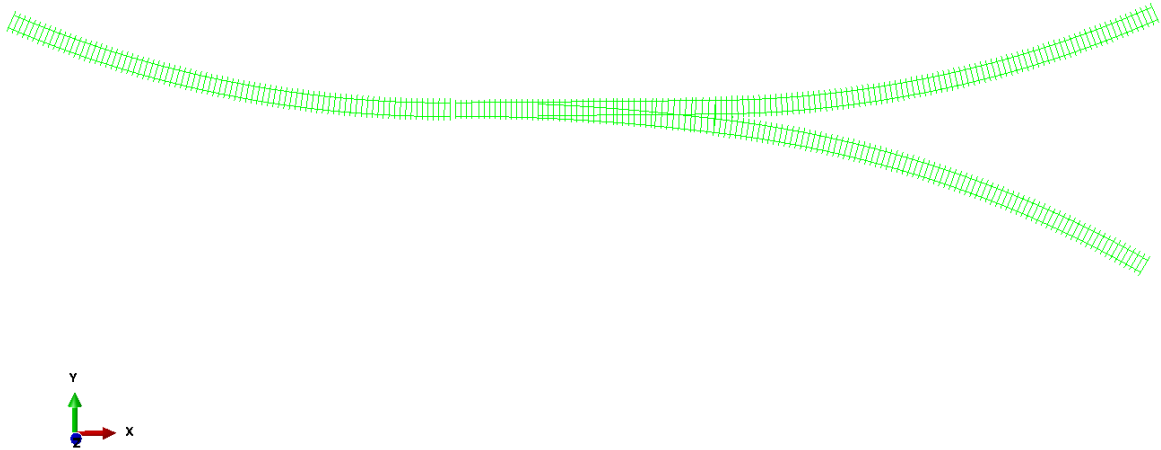


FIGURE 46 – Rendu visuel du modèle, voies courbes

Le résultat actuel du modèle permet la création automatisée d'un appareil de voie connecté à trois voies de longueur et courbure choisie par l'utilisateur (voir figures 45 et 46). La généralisation de cette construction pour inclure d'autres appareils est déjà partiellement accomplie par la possibilité de décaler et faire pivoter tout l'ensemble dans le repère de l'assemblage. Il restera donc à ajouter des composantes en fonction du réseau à étudier.

#### **4.5.2 Choix des connexions entre les voies et l'appareil et paramètres**

Finalement, la dernière étape de la construction d'un réseau est la construction du lien unissant les différentes parties du modèle. Dans le cas de rails soudés, il suffit de connecter ensemble de manière rigide les extrémités de l'appareil aux propres extrémités des voies. Le choix du type de connecteur dépend de l'application. On prendra un connecteur "beam" pour une connexion rigide, et un connecteur "bushing" ou "cartesian" associé à des déplacements relatifs pour simuler des connexions souples ou avec jeux.

## 5 Partie III : Simulations et résultats

Qu'allons-nous chercher à simuler ? Quels chargements ? L'utilisation du modèle est ici utile pour évaluer le comportement de la voie courante et le comparer à la théorie des voies simplifiées. Nous allons ensuite chercher à déterminer les forces et températures critiques de flambement dans le cas de la voie courante et dans le cas de l'appareil de voie incorporé. Si la différence entre les deux cas est faible en laissant une grande marge de sécurité par rapport à la température maximale que les rails peuvent atteindre dans la nature, alors la suppression des appareils de dilatation sera envisageable, du moins en théorie.

### 5.1 Paramètres

Dans cette section, nous allons discuter des paramètres pouvant encore influencer les simulations, en dehors de tout ce qui concerne les fixations et éléments internes de l'appareil P215 et des voies. Il s'agira plutôt des conditions limites, des connexions entre sections de voie et l'appareil et les influences possibles sur la résistance de la voie.

#### 5.1.1 Choix du type de connexion entre P215 et les voies (soudé, avec jeux,...)

Enfin, il faut maintenant considérer l'incorporation des appareils de voie dans les longs rails soudés. A partir des voies courantes et du modèle de l'appareil P215, il faut maintenant assembler ces éléments ensemble pour obtenir un véritable réseau ferroviaire. Dans ce mémoire, les simulations réalisées sont basées sur une géométrie simple : l'appareil est connecté à trois voies courantes, une voie qui arrive à l'appareil et deux voies qui en ressortent. Pour simuler un appareil intégralement soudé aux voies et ne faisant plus qu'un avec les longs rails, il est possible dans ABAQUS d'utiliser des éléments connecteurs "beam". Ce sont ces éléments qui assurent une liaison rigide entre deux nœuds du modèle.

Toutefois, dans une perspective d'ouverture du travail, il est également possible de relier l'appareil aux voies en disposant un jeu de montage sur la voie déviée par exemple, afin de simuler au mieux les embranchements plus complexes qui peuvent présenter un plus grand risque de flambage. On aurait ici une possibilité d'étudier si les jeux de montage permettent réellement une amélioration de la sécurité face à la charge critique. Dans cette optique, ABAQUS laisse de nombreuses possibilités de connecteurs tels que le type "cartesian" associé à des \*CONNECTOR LOCK pour simuler les jeux d'assemblage.

Finalement, dans les manières de fixer les voies aux appareils, le logiciel peut aussi permettre l'évaluation du comportement de la voie face à de nouveaux types de joints, plus flexibles, ou encore de simuler directement les appareils de dilatation en autorisant un déplacement relatif plus important qu'un simple jeu de montage. Toutes les combinaisons existant sur le terrain peuvent être modélisées sans difficulté à l'aide d'ABAQUS.

#### 5.1.2 Choix des conditions limites et frontières (fin de voie ou de réseau)

Dans le premier cas, parlons des conditions en fin de voie pour une voie courante d'une longueur  $L$ . Dans la section théorique, nous étudions le comportement de la voie soumise à une variation de température. Toutefois, la seule résistance au déplacement de la voie est constituée par la résistance du ballast. On observe donc un déplacement libre des extrémités. Pour les simulations, il est intéressant de bloquer les fins de voie pour justement empêcher ce déplacement. Ceci permet l'obtention du plateau de contrainte associé à la dilatation thermique sans développement d'une zone de respiration. Ainsi, pour étudier le comportement d'une voie infiniment longue, il suffit de bloquer les extrémités dans la direction longitudinale pour obtenir des rails virtuellement bloqués par le prolongement de la voie. En bloquant les voies, on obtiendra donc

des résultats valables pour de très longues voies sans avoir besoin de les modéliser.

Cependant, lors de la construction d'une simulation intégrant l'appareil de voie, on observe que la force de compression des deux voies de sortie d'appareil doit être équilibrée par la seule voie en entrée, ce qui se traduit par une augmentation de la contrainte dans la voie en amont de l'appareil. Cette caractéristique nous impose ici de nous soucier quand même des conditions en fin de voie : si les rails sont bloqués, il faut laisser suffisamment de longueur de voie entre la fixation à la frontière du modèle et l'appareil pour que les supports et traverses fassent redescendre la contrainte axiale au niveau du plateau. Si les rails ne sont pas bloqués et que l'apparition d'une zone de respiration se développe, il faut également laisser suffisamment de longueur de voie pour permettre l'établissement du plateau de contrainte associé à la dilatation thermique dans les voies. En effet, dans les deux cas, si la longueur des voies est insuffisante, l'appareil ne subira pas les contraintes maximales associées à un changement de température.

## 5.2 Voie courante uniforme

Dans cette première section consacrée aux simulations, nous allons étudier le comportement de la voie courante simple soumise à une variation de température. La théorie développée sur le flambement des voies et sur la zone de respiration en fin de voie nous permettra l'évaluation et l'interprétation des résultats. L'essentiel est ici d'obtenir les mêmes ordres de grandeur que les mesures effectuées par les différentes administrations ferroviaires d'Europe ayant réalisé des tests grandeur nature.

### 5.2.1 Etude de la réponse de la voie en fonction de la différence de température appliquée

Le comportement d'une section de voie de longs rails soudés soumise à une variation de température est loin d'être trivial. En effet, par la dilatation des rails, des efforts de compression ou de traction apparaissent à cause du blocage des rails dans le ballast. Les contraintes de compression sont les plus intéressantes à étudier car elles seules peuvent mener au flambement de la voie. Ceci correspond donc à une augmentation de température par rapport à la température de pose du rail.

Sur chantier, lors de la pose des voies de longs rails soudés, les rails sont installés de telle sorte qu'il est possible de leur attribuer une température neutre. Cette température correspond à la température pour laquelle il n'existe pas de contrainte dans le rail. Cette température peut être déterminée lors de la pose en fonction de la température ambiante et d'une précontrainte appliquée sur les rails à l'aide d'un dispositif adéquat. Ainsi, la température neutre est en général située autour de la température moyenne entre les températures extrêmes de la région enregistrées dans les rails (environ  $25^{\circ}C$  dans la plupart des cas).

Lorsque les rails se terminent, la contrainte axiale générée par la dilatation doit s'annuler au niveau de l'interruption du rail. Les efforts sont repris progressivement par les traverses et le ballast. La force exercée sur les traverses fait donc bouger ces dernières dans le ballast. Sur environ  $1mm$ , le déplacement du ballast est élastique et offre une réponse linéaire du déplacement face à la force exercée. Par contre, après ce déplacement critique, la force de résistance du ballast sur la traverse reste constante et le déplacement n'offre plus d'augmentation de la résistance. Ce sont donc bien les traverses qui se déplacent dans le ballast et non les rails qui glissent sur leurs points d'ancrage (sauf voie fortement endommagée).

Dans la pratique, pour éviter que cette zone de fin de longs rails ne vienne endommager un composant tel qu'un appareil de voie, Infrabel dispose des appareils de dilatation qui sont capables de reprendre le déplacement des rails en fin de voie. En Belgique, les valeurs maximales

pour le déplacement ne sont pas toujours bien connues mais restent en pratique dans un ordre de grandeur proche de  $10mm$  au maximum.

L'intérêt d'étudier la respiration des fins de voie dans le logiciel ABAQUS est d'obtenir une respiration plus proche de la réalité par la modélisation de la résistance de chaque traverse dans le ballast, à la place d'une résistance moyennée et constante dans l'étude analytique. Nous allons ainsi pouvoir réaliser quelques essais pour évaluer la longueur de la zone de respiration et le déplacement maximal relatif en fin de voie. A l'aide de la documentation technique, nous pourrons confirmer le bon comportement des connecteurs utilisés pour la modélisation dans le logiciel.

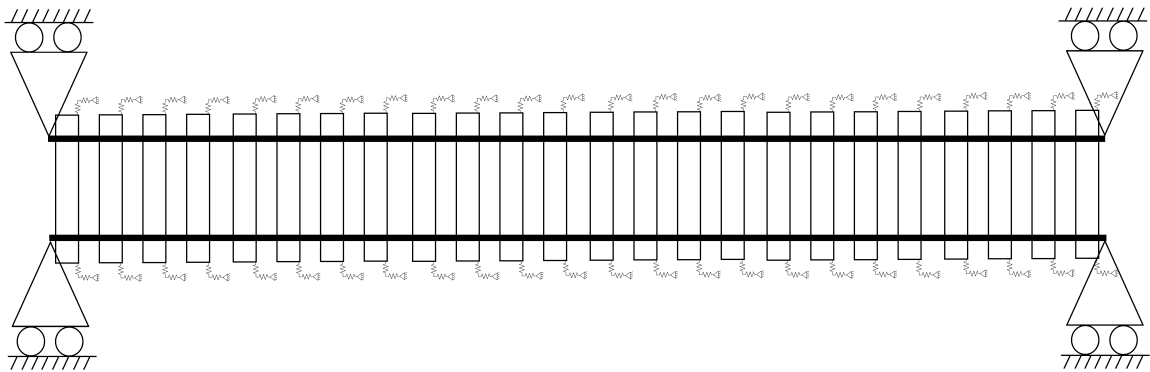


FIGURE 47 – Voie courante "libre" à ses extrémités

**Première simulation** Cette première image (figure 47) nous montre la configuration choisie pour la première simulation. Les rails en fin de voie sont libres de se déplacer dans la direction longitudinale de la voie, dans la mesure où chaque traverse contribue à contraindre le déplacement des rails.

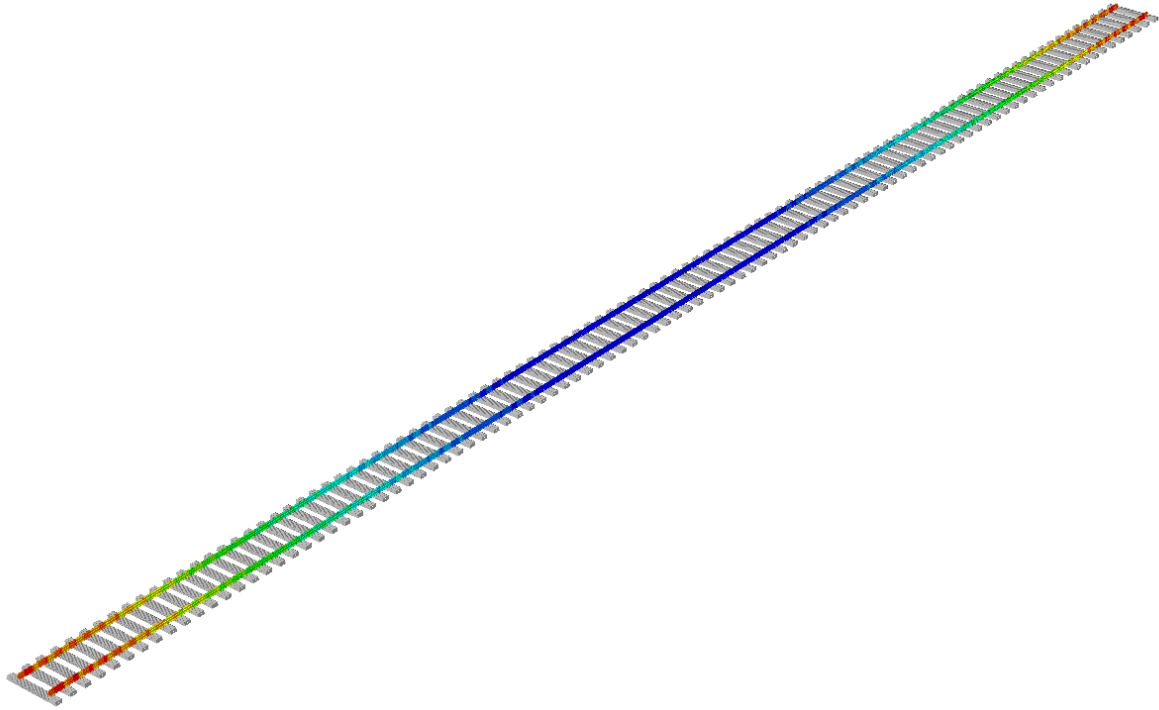


FIGURE 48 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails

Voici sur la figure 48 l'évolution de la contrainte de compression dans les rails pour une variation de température donnée. Le logiciel ABAQUS permet la visualisation des paramètres étudiés. On constate bien qualitativement la diminution de la contrainte au niveau des extrémités (le rouge correspond à une compression plus faible). Afin d'étudier plus en profondeur les résultats, nous allons maintenant rentrer en détail dans les niveaux de contrainte en fonction de quelques paramètres clés comme la longueur de la voie.

**Influence de la longueur des longs rails soudés et de leurs fixations** Deux paramètres sont essentiels à la bonne compréhension de l'évolution de la contrainte dans les voies. Le premier est la longueur de la voie et le second est le type de conditions frontières du problème. Commençons par l'étude de la longueur de la voie pour des rails laissés libres en fin de voie (uniquement maintenus par les traverses, pas de butées bloquant le déplacement longitudinal).

Prenons pour commencer une voie de longueur  $L$  sans conditions particulières à ses extrémités (figure 47). Les rails sont donc attachés aux traverses elles-mêmes encastrées dans le ballast. Si la longueur  $L$  est infinie, chaque segment de voie est en permanence bloqué par les segments voisins. Pour n'importe quelle position dans la voie, aucun déplacement lié à la dilatation ne peut être observé et la contrainte dans le rail correspond à la valeur de la contrainte d'une poutre encastrée, facilement calculable via l'équation 3.

Par contre si la voie est de longueur  $L$  finie, il existe un début et une fin de voie. Ces deux zones doivent permettre d'annuler la contrainte dans les rails liée à la dilatation. En effet, lorsque le rail se termine, la contrainte de compression dans la direction de la voie doit s'annuler en surface car aucune force ne s'applique sur la face terminant le rail. En fonction de la longueur de la voie, différents cas de figure se présentent : premièrement, si la voie est suffisamment longue, la contrainte dans les rails passe d'une valeur nulle au début du rail à une contrainte maximale identique à la compression obtenue dans une voie infinie ou bloquée avant de redescendre vers zéro à l'autre extrémité du rail. Si la voie est plus courte, les rails n'ont pas assez de longueur

pour faire monter la contrainte au niveau du plateau maximal. Une fois la longueur de la zone de transition connue, il est aussi possible de déterminer la valeur maximale du déplacement de la fin de voie pour dimensionner les appareils de dilatation par exemple.

Afin de réaliser des simulations réalistes lors d'une variation de température dans un réseau de longs rails soudés, il est essentiel d'atteindre le plateau maximal de contrainte dans la zone étudiée. Ainsi, la dimension minimale des voies dans le modèle peut être estimée. Typiquement, la zone de transition de la contrainte se développe sur une centaine de mètres pour passer de la contrainte maximale en plateau à la contrainte nulle en fin de voie.

**Variation de température constante** Dans les graphes suivants (49 et 50), nous pouvons observer l'évolution de la contrainte axiale dans la voie. Les rails sont de longueurs croissantes et sont centrés par rapport à l'origine (0,0). La voie n'est pas contrainte à ses extrémités, seules les traverses reprennent les efforts longitudinaux. La figure 49 concerne une voie allant de 30m à 600m de longueur pour une résistance longitudinale de 10kN par traverse, résistance maximale atteinte à partir de 10mm de déplacement relatif de la traverse dans le ballast. Avant d'atteindre cette valeur maximale, la résistance est linéaire de 0 à 10kN en fonction du déplacement.

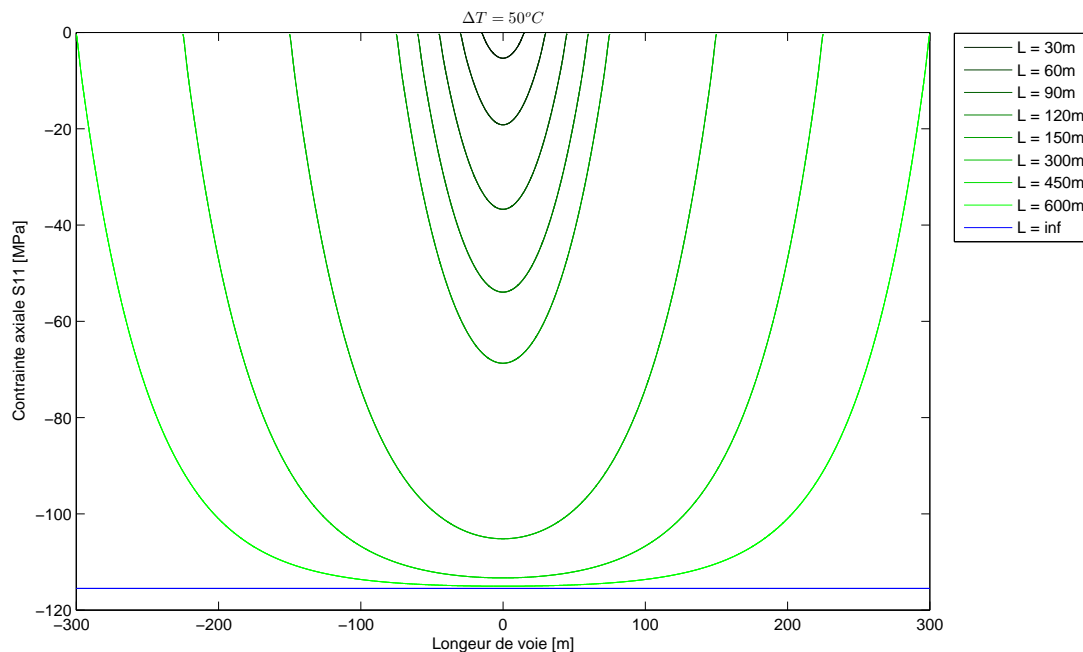


FIGURE 49 – Evolution de la contrainte axiale en fonction de la longueur de la voie

On observe ici que le plateau est atteint à partir de 600m de voie. Ceci veut dire que la zone de respiration fait environ 300m de part et d'autre de la voie en longs rails soudés. Cependant, cette valeur est beaucoup plus élevée que la valeur théorique calculée précédemment et qui était de 70m de longueur. Au niveau des expériences menées par les administrations ferroviaires, ce résultat est également trop élevé.

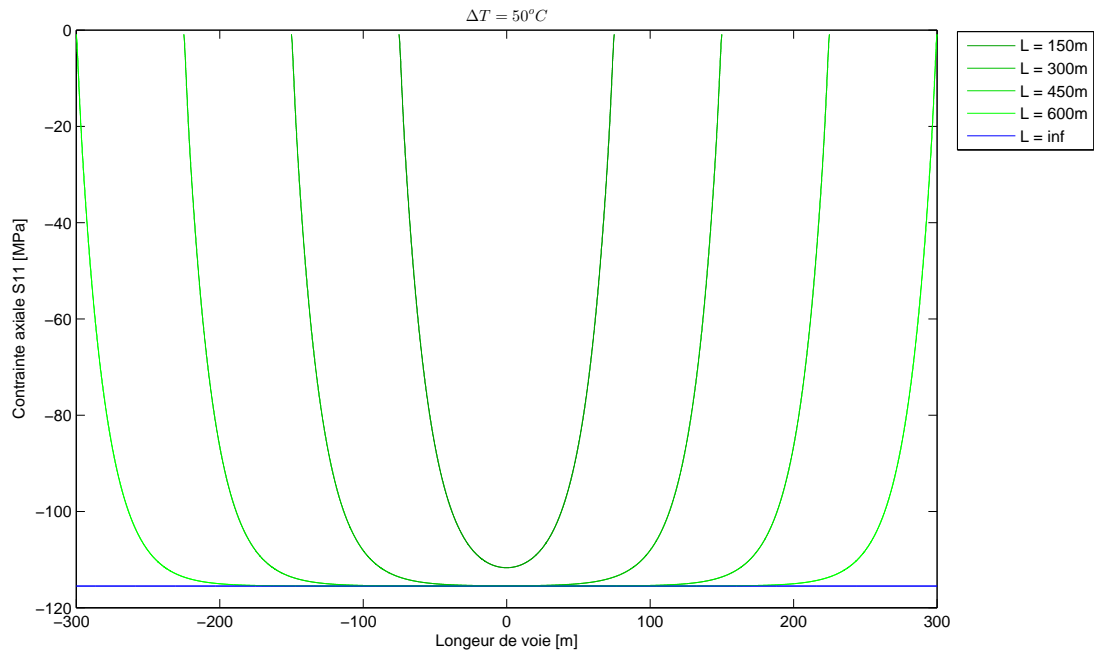


FIGURE 50 – Evolution de la contrainte axiale en fonction de la longueur de la voie, renforcée

Considérons un second cas, où la résistance longitudinale est décuplée. On a donc une résistance maximale de  $100kN$  à partir de  $10mm$ , en conservant un comportement linéaire de la résistance pour des déplacements inférieurs en norme. On obtient sur la figure 50 l'évolution de la contrainte. On constate que la zone de respiration est réduite de moitié. L'influence de la résistance maximale est donc relativement faible sur la longueur de la zone de respiration. La longueur observée ici est d'environ  $100m$ , ce qui est déjà plus proche de la réalité mais la résistance maximale n'est pas réaliste.

**Longueur constante** En considérant maintenant des variations de température différentes, étudions le comportement d'une voie de  $600m$ . Dans ce troisième cas d'étude, la zone d'influence permettant d'atteindre le plateau de contrainte peut être comparée pour une variation de  $50^\circ C$  à  $200^\circ C$  des rails sur la figure 51. Il s'agit de la voie non renforcée présentant  $10kN$  de résistance longitudinale maximale par traverse.

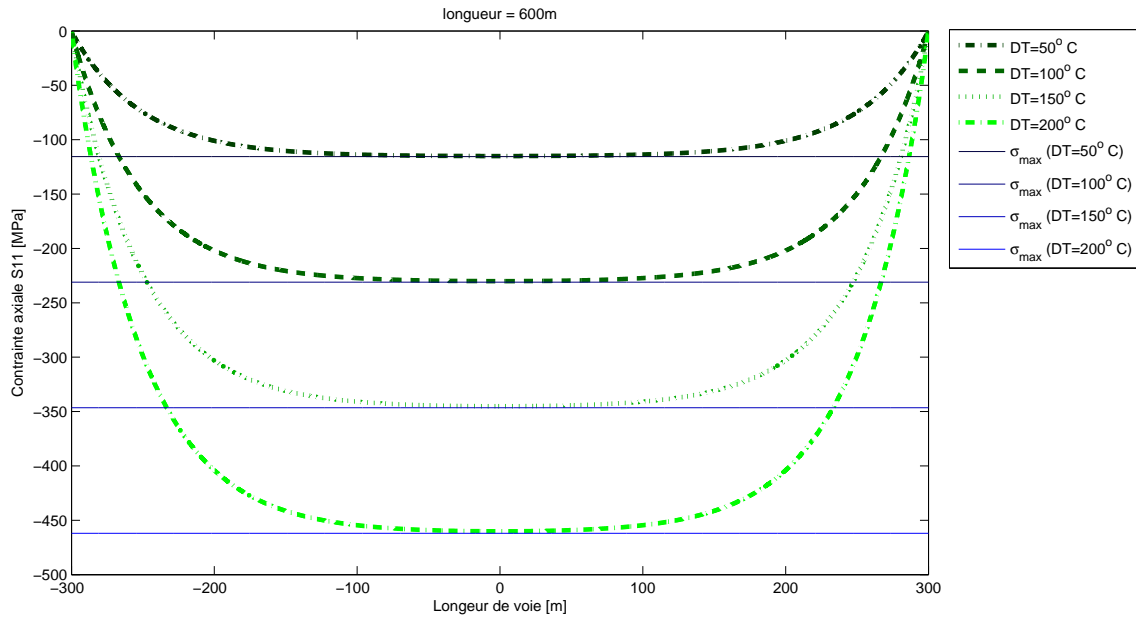


FIGURE 51 – Variation de la longueur de transition avant d’atteindre le plateau de contrainte pour voies de 600m de longueur

On observe que la variation de la zone de transition reste pratiquement identique. Ensuite, reconsidérons la voie renforcée de 100kN de résistance maximale par traverse dans la direction longitudinale. Les résultats sont donnés à la figure 52.

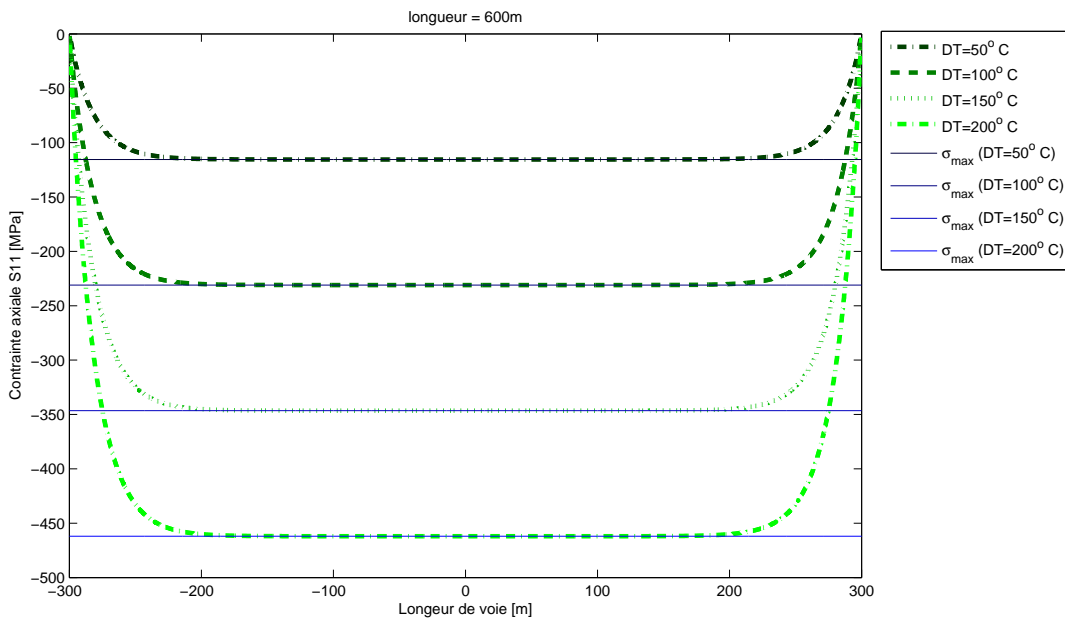


FIGURE 52 – Variation de la longueur de transition avant d’atteindre le plateau de contrainte pour voies renforcées de 600m de longueur

On constate à nouveau que la variation importante de la température n’influe que faiblement sur la longueur de la zone de transition de la contrainte. Les résultats pour la voie renforcée montrent qu’une distance de 100m de voie est nécessaire à la reprise des efforts de dilatation et la

voie non renforcée a besoin de 300m voie pour atteindre son plateau, peu importe les variations de température.

**Raideur dans le ballast** Etant donné que la force de réaction maximale est trop élevée dans l'étude précédente, nous allons jouer sur la raideur des fixations pour atteindre une longueur de la zone de respiration dans les bons ordres de grandeur. En effet, ce paramètre influe sur le déplacement maximal avant d'atteindre la force de réaction limite du ballast sur les traverses. En reprenant la voie standard présentant 10kN de résistance longitudinale maximale par traverse, et en augmentant la raideur du ballast en imposant que cette force soit atteinte après 2mm seulement, on peut obtenir l'évolution de la zone de respiration.

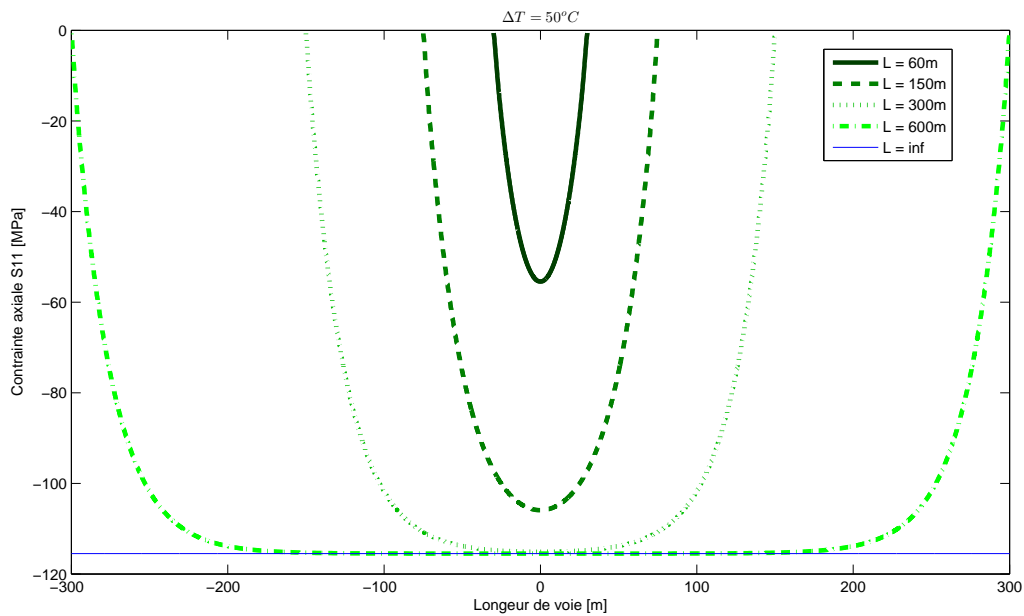


FIGURE 53 – Evolution de la contrainte axiale en fonction de la longueur de la voie, raideur du ballast augmentée

La figure 53 nous présente l'évolution de la zone de respiration pour différentes longueurs de voie. On constate que la taille de la zone de respiration est réduite de moitié par rapport au cas initialement traité à la figure 49. Nous sommes donc maintenant dans une bonne configuration qui présente des caractéristiques proches de celles observées sur le terrain. Vérifions maintenant que la température ne fait que faiblement varier la longueur de la zone de transition.

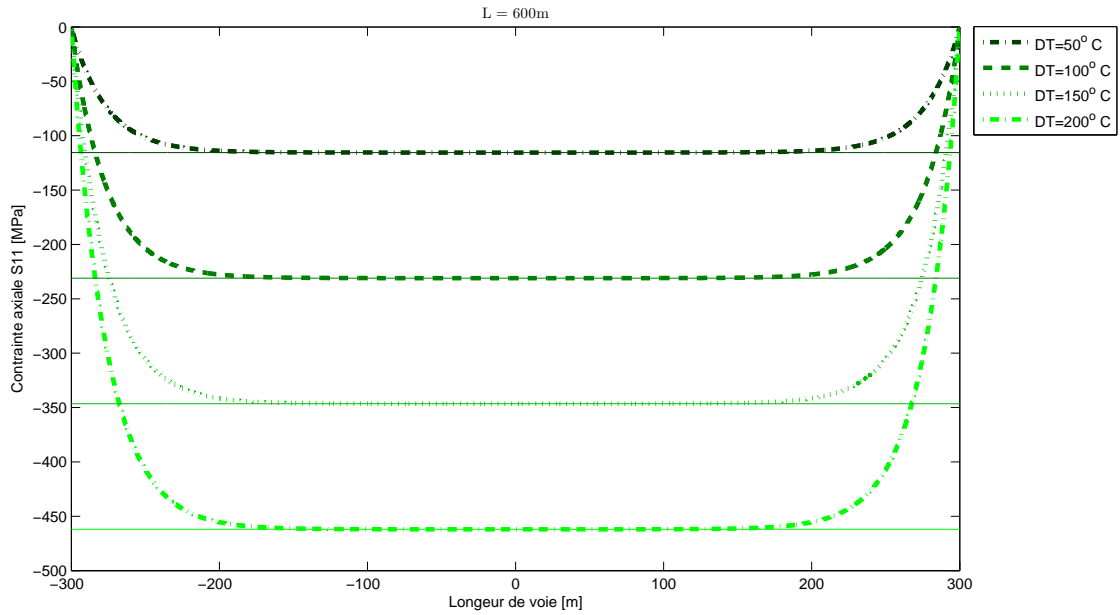


FIGURE 54 – Evolution de la contrainte axiale en fonction de la variation de température, raideur du ballast augmentée

Sur la figure 54 nous n’observons à nouveau pas de grand changement pour les variations de  $200^{\circ}C$  par rapport au cas de base à  $50^{\circ}C$ . Ceci concorde avec les résultats présentés aux figures 51 et 52 : en effet, pour une force maximale de résistance plus élevée et pour le cas de base, on obtient la même constatation d’une dépendance faible de la taille de la zone de transition par rapport à la variation de température.

Sur la base des résultats obtenus jusqu’ici, nous allons valider les paramètres suivants pour les simulations à venir : force maximale de résistance par traverse de  $10kN$ , atteinte à partir de  $2.0mm$ . Il est maintenant possible d’évaluer le déplacement maximal atteint par les extrémités de la voie lors de sa dilatation.

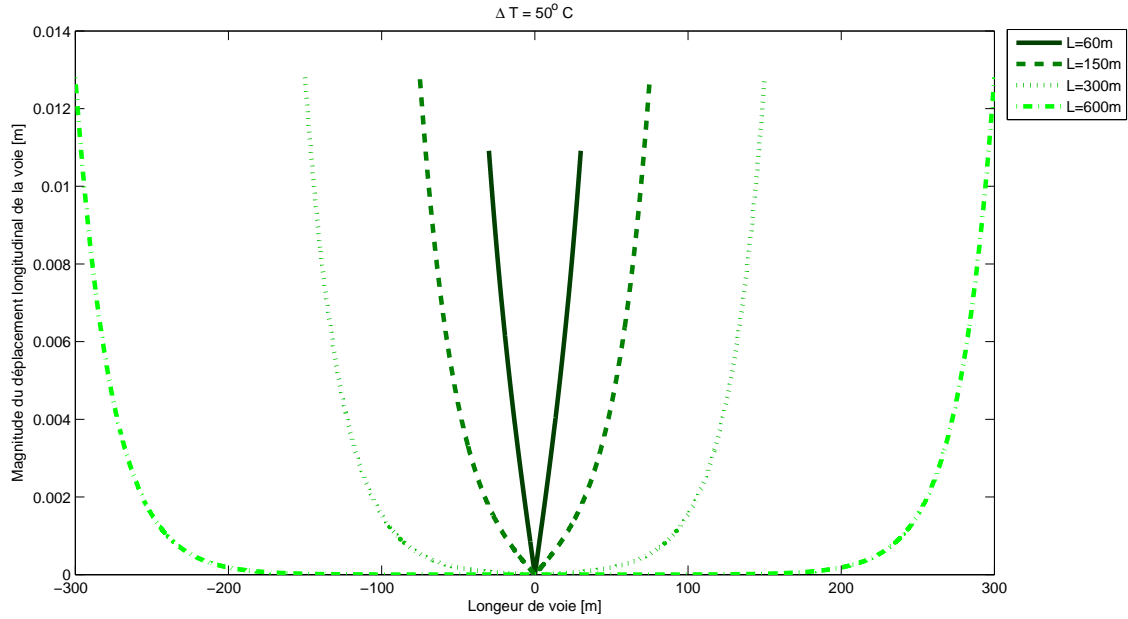


FIGURE 55 – Magnitude du déplacement longitudinal de la voie en fonction de la longueur, raideur du ballast augmentée

La figure 55 nous indique la magnitude du déplacement des rails par rapport à leur position au repos. L'origine du repère est située au milieu de la voie et permet la comparaison des déplacements de voies de longueur variable. Pour les cas présentés, on observe suite à une variation de température atmosphérique, un déplacement maximal aux extrémités proche de  $12\text{mm}$  dans chaque cas. Ceci est en accord avec la littérature qui évalue le déplacement maximal aux alentours d'une dizaine de millimètres. On observe également que les deux voies les plus courtes n'atteignent pas le plateau de contrainte car la demi-longueur est inférieure à la longueur de la zone de respiration. L'ensemble des points de ces deux voies vont donc se déplacer les uns par rapport aux autres en suivant la dilatation.

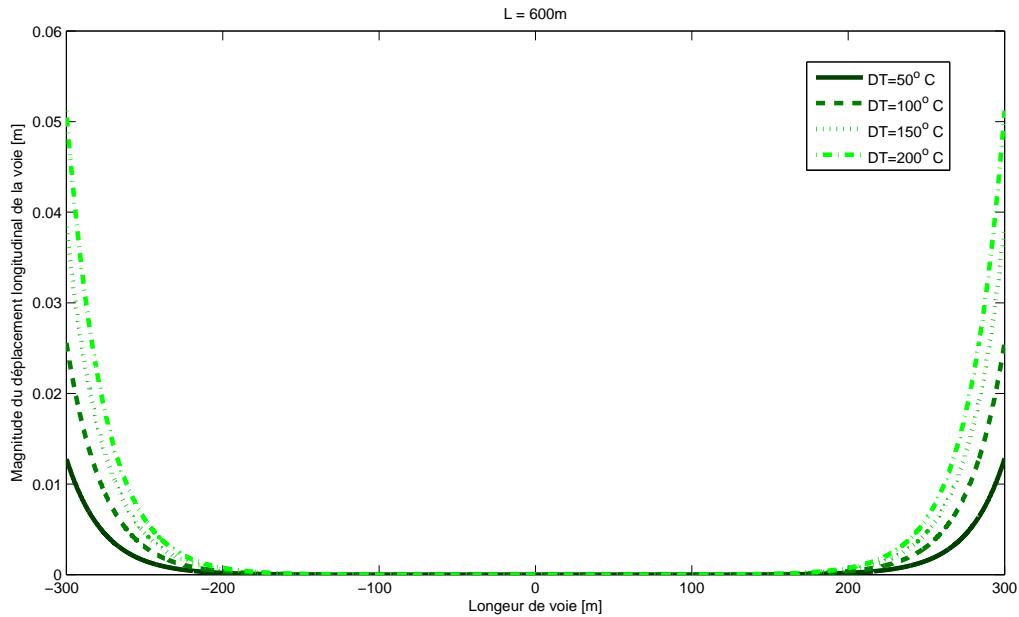


FIGURE 56 – Magnitude du déplacement longitudinal de la voie en fonction de la variation de température, raideur du ballast augmentée

La figure 56 quant à elle présente l'évolution du déplacement relatif de la voie entre son état de repos et l'état chauffé. On observe une augmentation de la distance de déplacement des extrémités en fonction de la voie mais ce déplacement reste perceptible sur une zone de respiration qui ne change pratiquement pas en fonction de la température. L'amplitude de déplacement maximal à  $200^{\circ}\text{C}$  tourne autour de  $50\text{mm}$ .

### 5.2.2 Etude du flambement : longueur d'onde et DT critiques

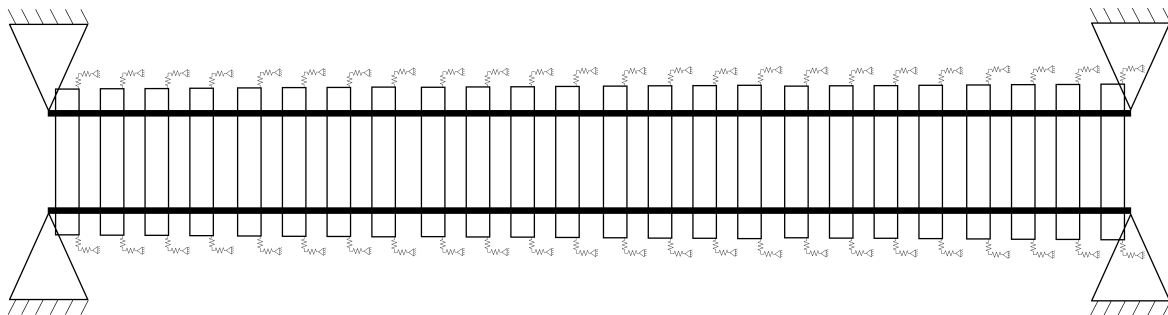


FIGURE 57 – Voie courante "encastrée" à ses extrémités

Une fois les distances minimales de reprise des efforts connues en fonction de la variation de température, il est possible d'effectuer un premier test pour évaluer le mode de flambement dans une voie simple associé à une température critique. En fonction du mode d'ancrage de la fin de voie, on obtiendra des valeurs critiques différentes. En effet, si la voie est libre (voir figure 47), la contrainte axiale diminue à proximité des extrémités. Le tableau suivant reprend les valeurs critiques de flambement pour différents cas de fixation de la fin de voie. Le cas de la voie bloquée en élévation à ses extrémités est représenté sur la figure 57.

Premier cas : voie rectiligne aux extrémités bloquées en translation	
Longueur de voie [m]	Température critique [ $^{\circ}C$ ]
50	131.9
100	131.3
150	131.2
200	131.12

Second cas : voie rectiligne aux extrémités libres	
Longueur de voie [m]	Température critique [ $^{\circ}C$ ]
50	362.6
100	175.1
150	144.6
200	135.9

### 5.2.3 Comparaisons mesures-modèle

Les résultats obtenus à présent peuvent être comparés à la formule théorique nous donnant une estimation de la force de flambement. Nous avons ici une température de flambement qui se rapproche de  $131^{\circ}C$  pour une voie très longue. Ceci correspond à une force de compression de  $2.66 \cdot 10^6 N$ . La théorie nous annonçait une valeur de  $3.27 \cdot 10^6 N$ . On est donc relativement proche et la différence s'explique par la discrétisation de la réaction des traverses. On passe en effet d'un coefficient de ballast en  $N/m^2$  à une raideur contre le déplacement de la traverse dans le ballast. La visualisation dans le logiciel nous montre une déformée de flambement proche de  $6m$ , ce qui est légèrement supérieur à la longueur d'onde théorique.

En annexe, section 7.5, se trouve une étude permettant d'évaluer la température critique et la longueur d'onde de flambement en fonction de la résistance latérale de la voie. Ceci est utile et intéressant pour la vérification du comportement de la voie. Nous pouvons ainsi vérifier que la longueur d'onde diminue avec l'augmentation de la résistance latérale de la voie.

### 5.3 Voie courante en tronçons reliés

Dans cette section, nous allons soumettre un tronçon de voie à une variation de température et observer le comportement du reste des voies qui restent à température constante. Les résultats attendus dans cette étude devraient être une vérification de la longueur critique de reprise des efforts. A partir de cette section, la convention suivante (figure 58) sera utilisée pour identifier les points de repère dans les graphes de résultats :

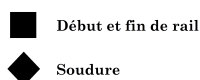


FIGURE 58 – symboles utilisés dans les résultats

### 5.3.1 Etude de la réponse de la voie en fonction de la différence de température appliquée à un tronçon de voie

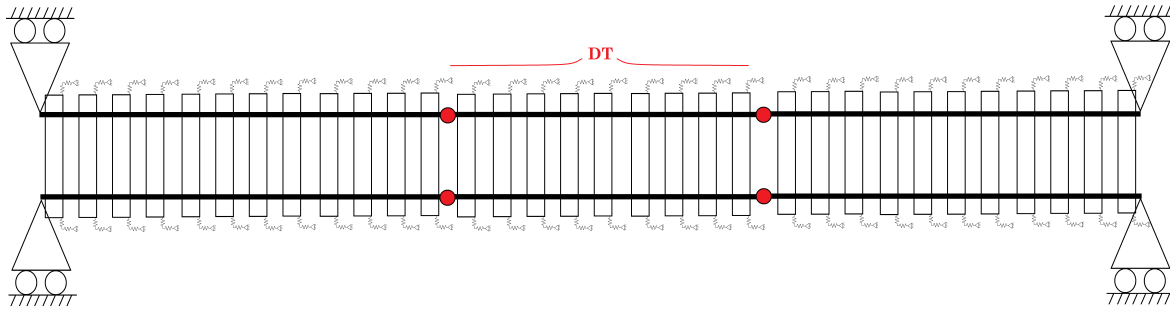


FIGURE 59 – Voie en trois sections "libre" à ses extrémités, échauffement de la section centrale

Dans cette expérience, considérons trois tronçons de voie alignés les uns avec les autres (figure 59). Ils sont assemblés ensemble par des connexions rigides et forment ainsi une voie de longs rails soudés. En fonction de la variation de température du tronçon central, nous observons différents cas de figure : si les tronçons encadrant la zone centrale sont assez longs, on devrait observer une diminution progressive de la contrainte axiale dans les rails jusqu'à revenir à une contrainte nulle à la fin de la zone de transition, en concordance avec l'annulation du déplacement des traverses et des rails. D'autre part, si le tronçon central est assez long, on doit voir apparaître un plateau dans la contrainte axiale des rails correspondant à la valeur maximale théorique de la contrainte dans une poutre encastree (équation3).

Plus en détail, étudions maintenant la variation des efforts dans les rails.

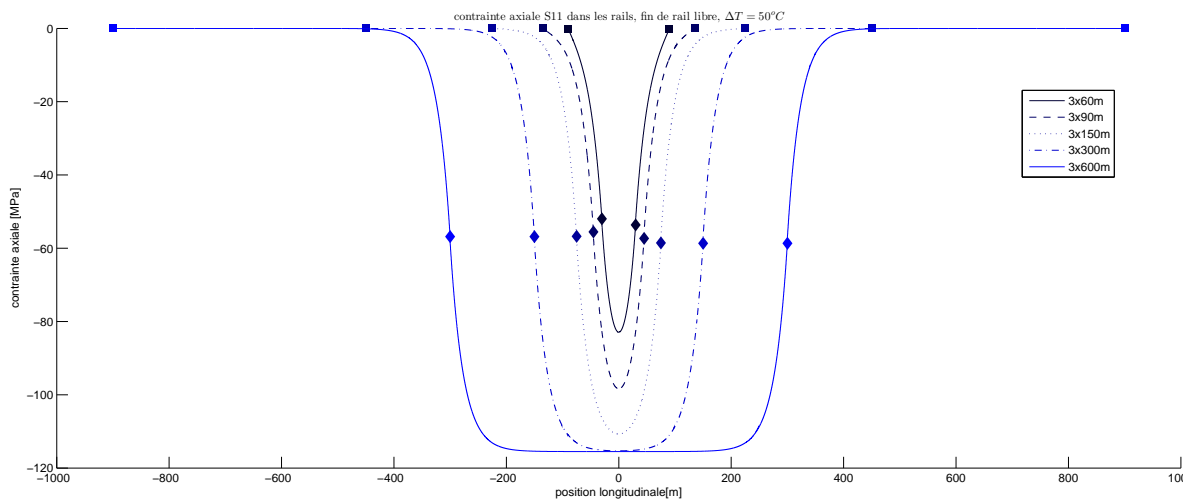


FIGURE 60 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails, le tronçon central est chauffé de  $50^\circ C$

Voici donc en graphique l'évolution de la contrainte axiale dans les rails du modèle en fonction des longueurs respectives des tronçons de voie. Les trois tronçons sont à chaque fois pris de même longueur et sont centrés par rapport à la moitié de la longueur totale des trois segments. On peut observer sur la figure 60 que la voie centrale atteint à nouveau un plateau en compression comme dans les résultats de l'évolution de la contrainte dans une voie courante libre aux extrémités. Cependant, la manière dont la contrainte évolue est ici différente dans la zone de respiration : on

observe un changement de concavité de la contrainte. La zone de respiration est d'une longueur proche de  $200m$  dans ce nouveau cas de figure, la répartition des efforts s'effectue ici à moitié sur le tronçon de voie central et pour l'autre moitié sur le tronçon de voie non chauffé.

Cette simulation permet donc d'apprécier la taille de la zone de respiration dans le cas où une voie contrainte par variation thermique vient s'appuyer sur une voie inerte. De plus, l'intérêt de pareille simulation est la possibilité de supprimer les conditions frontières du problème en laissant des voies inertes reprendre les efforts. Il n'y a donc plus de problème pour choisir de laisser libre ou non la fin de la voie car on vient y placer un amortisseur qui annule le déplacement aux extrémités. En effet, sur la figure 62, on constate que l'encastrement des fins de voie n'a plus d'importance à partir de tronçons de  $150m$  car la contrainte redescend jusque  $0MPa$  de manière continue à partir de cette longueur. Ceci correspond pratiquement à la simulation précédente qui ne fixait pas les fins de voie. La simulation avec extrémités encastree est schématisée à la figure 61.

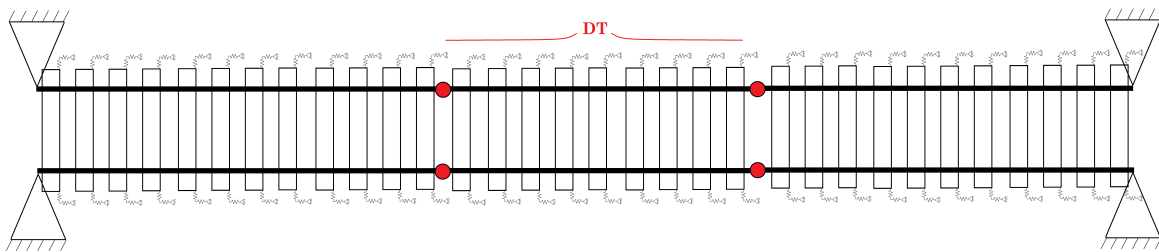


FIGURE 61 – Voie en trois sections encastrees à ses extrémités, échauffement de la section centrale

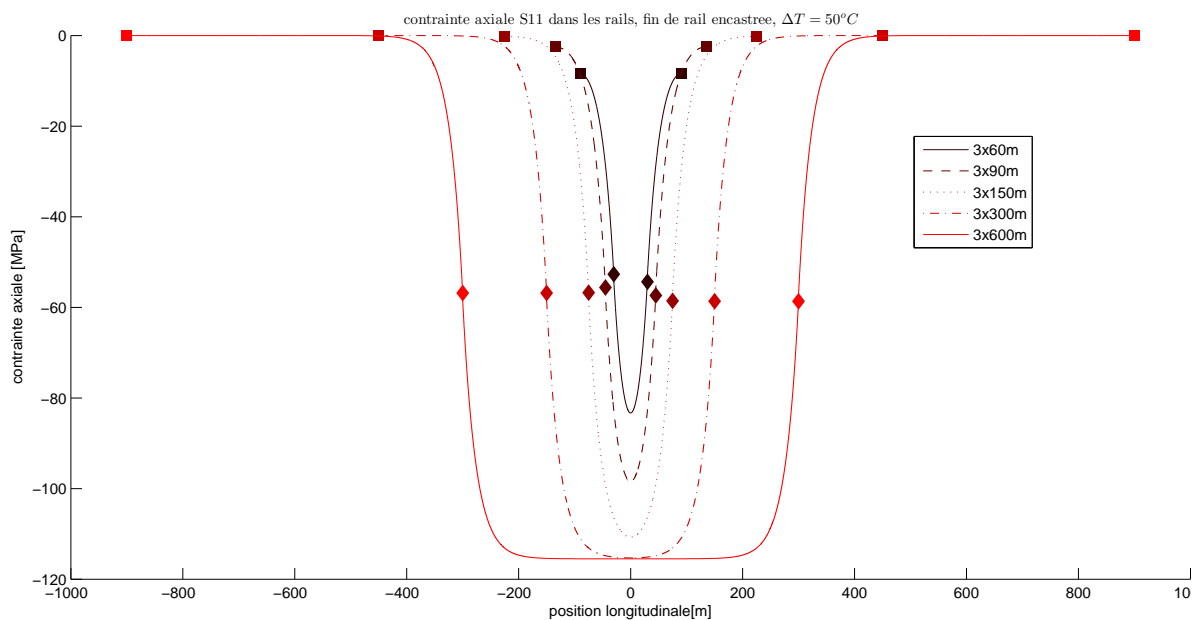


FIGURE 62 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails, voies encastrees, le tronçon central est réchauffé de  $50^{\circ}C$

Nous pouvons constater que les deux sections de voie servant d'encastrement au tronçon central développent le même comportement quant à la zone de respiration. Par l'absence de

contrainte de dilatation dans les deux tronçons inertes, la concavité change de la même manière pour des extrémités encastrées et libres.

Finalement, étudions encore les déplacements relatifs des trois sections de voie. La figure 63 nous indique la magnitude du déplacement relatif des rails par rapport à leur position de départ. On constate qu'il existe deux pics correspondant aux extrémités de la voie chauffée. L'amplitude maximale du déplacement est cependant inférieure à celle observée dans la voie courante libre (voir figure 55). Ceci s'explique par le rallongement de la zone de respiration dans le cas des trois tronçons de voie, qui répartit la charge thermique sur un plus grand nombre de traverses. On tombe alors sur un déplacement maximal d'environ  $6mm$ .

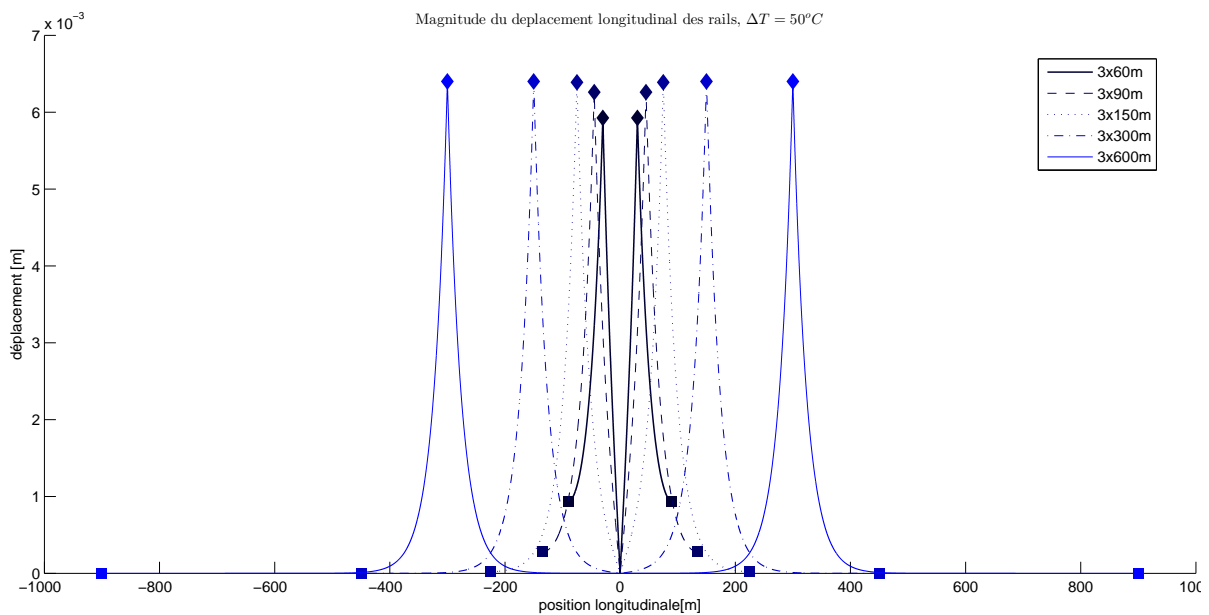


FIGURE 63 – Magnitude du déplacement relatif des rails, voies libres, le tronçon central est réchauffé de  $50^{\circ}C$

En conclusion de l'analyse des déplacements et contraintes, on confirme le bon comportement du modèle face à une élévation de température. Le cas simplifié de la voie courante est ici généralisé afin de montrer la possibilité de créer des simulations ne dépendant pas des conditions limites du problème. Les longueurs caractéristiques de la zone de respiration et de ses déplacements de voie sont ici cohérentes avec les premières simulations et restent en accord avec les valeurs usuelles de la littérature. Les valeurs critiques de flambement de la voie composée reviennent au premier cas de la voie homogène sans conditions limites.

## 5.4 Réseau P215 et LRS

Les études qui vont suivre sont dédiées à la problématique qui préoccupe Infrabel. En effet, avant de supprimer les appareils de dilatation des voies et d'ainsi pallier les nombreux inconvénients de ce genre d'appareils, il faut s'assurer que l'incorporation des aiguillages directement dans les longs rails ne pose pas de problème de sécurité. En comparant les températures critiques menant au flambement de l'appareil intégré et de la voie courante, nous allons pouvoir déterminer le risque et la dangerosité de la suppression des joints de dilatation.

En commençant par l'étude des contraintes, nous allons fixer la longueur des voies nécessaire à la simulation réaliste de l'impact d'une augmentation de température sur l'appareil. Comme

la variation de température n'influe que très peu sur la zone de respiration des voies courantes, nous allons identifier les longueurs nécessaires à l'établissement de la contrainte de compression en plateau dans les voies liées à l'appareil pour une variation de température de  $50^{\circ}C$ .

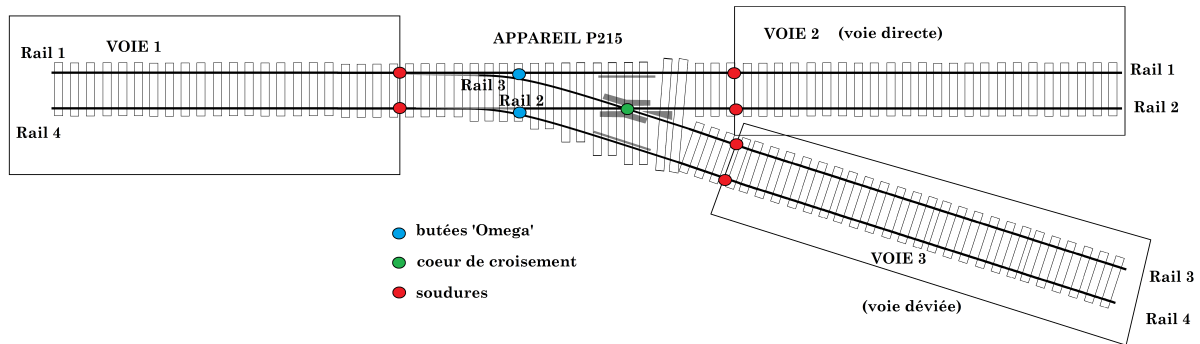


FIGURE 64 – Géométrie des simulations et identifiants

Voici maintenant le cœur de ce mémoire : les simulations englobant appareil de voie et longs rails soudés. La géométrie des simulations étudiées dans cette section est à chaque fois semblable et se compose toujours de trois voies assemblées à l'appareil. Comme indiqué à la figure 5.4, les voies sont soudées et l'identification des rails et des sections de voie se fera comme indiqué.

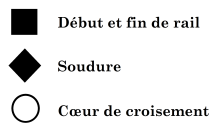


FIGURE 65 – symboles utilisés dans les résultats

La figure 65 rappelle la signification des symboles dans les graphes de résultats. Ils permettent de localiser les soudures, la fin des rails et la position du cœur de croisement.

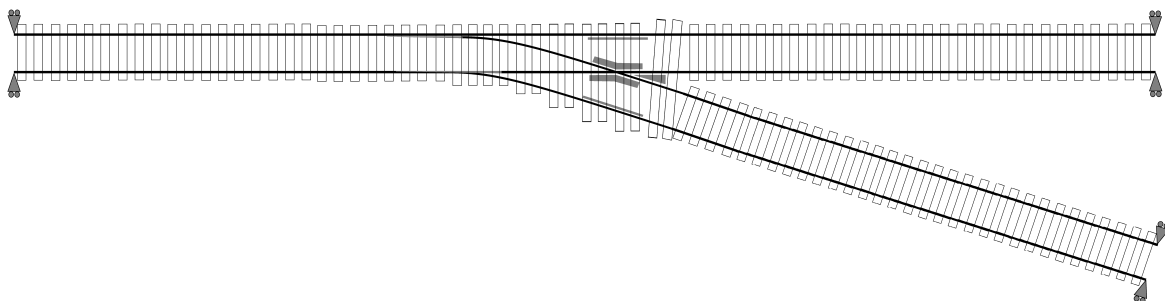


FIGURE 66 – Conditions frontières libres en fin de voie

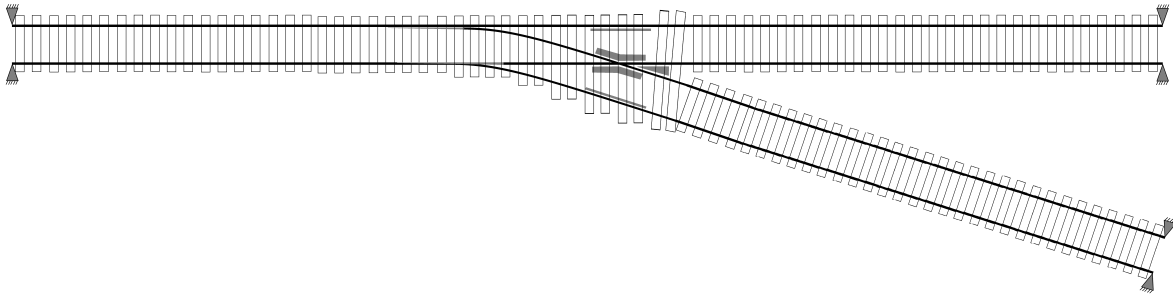


FIGURE 67 – Conditions frontières d’encastrement en fin de voie

La plupart des simulations de cette section seront divisées en deux catégories : la première est celle sans conditions en fin de voie, les rails sont libres d’avancer dans la direction longitudinale. Ce cas de figure, où seules les traverses reprennent les efforts, est représenté à la figure 5.4. L’autre catégorie est celle reprenant toutes les simulations avec les fins de voie bloquées. On peut observer sur la figure 5.4 que les rails ne peuvent plus se déplacer à la limite du problème. Les résultats suivants seront obtenus à l’aide d’une de ces deux conditions.

**Influence des conditions frontières sur la zone de transition** Comme présenté ci dessus, il existe une zone de transition où la contrainte à l’intérieur du rail varie pour s’annuler en fin de voie. Or cette zone est relativement grande et elle correspond à un nombre d’éléments important à ajouter au modèle numérique. Or la présence de la zone de transition n’est pas toujours nécessaire. On peut se passer de cette zone en imposant des conditions frontières.

In fine, la zone de transition nécessaire pour le cas d’un encastrement des rails est plus faible que dans le cas sans encastrement. L’encastrement nécessite une longueur de voie minimale pour faire baisser les contraintes dans les rails jusqu’à atteindre la contrainte maximale de dilatation ; par contre l’absence de blocage des rails en fin de voie nécessite une longueur plus importante pour permettre d’atteindre la contrainte de dilatation maximale dans les rails en entrée et sortie d’appareil de voie.

#### 5.4.1 Etude de la réponse du réseau en fonction de la différence de température appliquée

**Voies soudées de 60m bloquées** En premier lieu, les graphiques 5.4.1 et 5.4.1 montrent l’évolution des contraintes axiales dans les rails, pour un réseau constitué d’un appareil P215 soudé à 60m de voie en entrée et sortie. Les extrémités de ces voies sont bloquées en translation, de telle sorte qu’il n’y ait pas l’apparition de la zone de respiration.

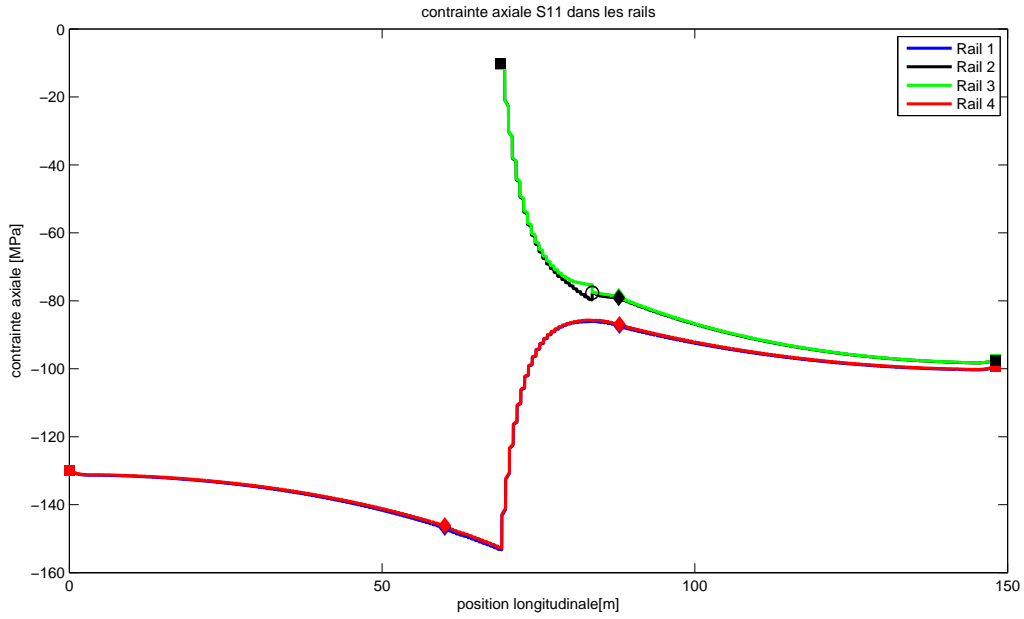


FIGURE 68 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 60m

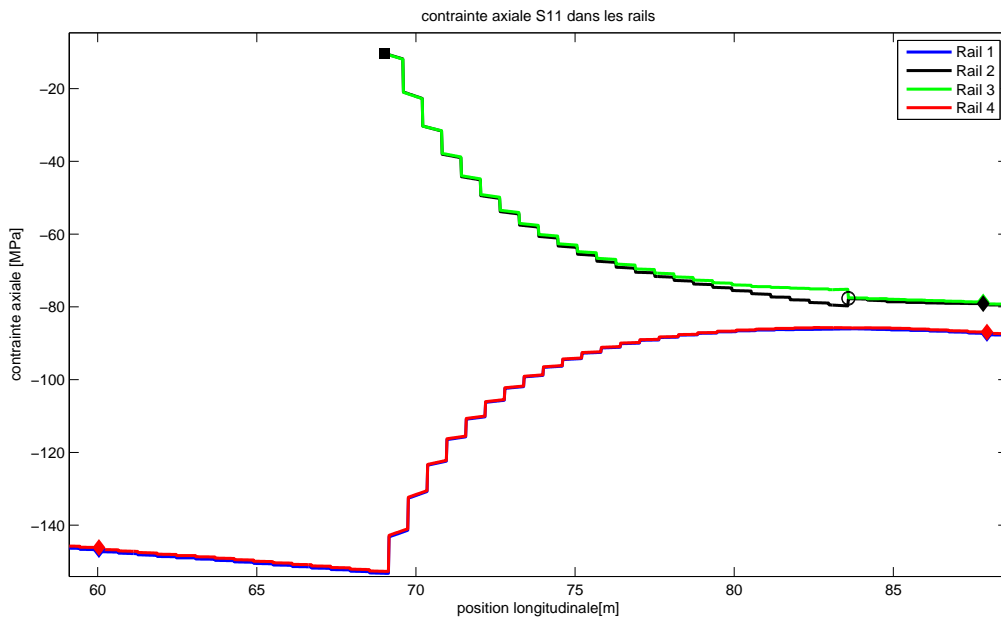


FIGURE 69 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil

Dans ces deux premiers graphes, dont le second représente un zoom autour de la section de rail correspondant à l'appareil, on constate l'absence d'apparition du plateau de contrainte attendu. En effet, pour la variation de température choisie ( $50^{\circ}C$ ), on devrait observer dans les voies un plateau en compression, d'une valeur proche de la valeur théorique. On en conclut donc qu'il est nécessaire d'augmenter la longueur des voies fixées à l'appareil de voie pour réellement simuler l'effet d'une variation de température de  $50^{\circ}C$  sur l'appareil de voie. Toutefois, on constate déjà

un pic dans la contrainte de compression situé dans l'appareil de voie au niveau du support qui termine les rails venant du cœur de croisement. Ce pic correspond bien à la reprise des efforts des deux rails de cœur 2 et 3 par les deux rails contre-aiguille 1 et 2.

**Voies soudées de 600m bloquées** Ensuite, les graphes 5.4.1 et 5.4.1 présentent une simulation typique bien conditionnée pour l'étude du comportement de l'appareil. Nous pouvons clairement observer le plateau de compression dans les rails. On observe une longueur de transition entre l'appareil et le plateau d'environ 200m. Cette longueur permet au pic de contrainte de redescendre jusqu'à la valeur de compression constante.

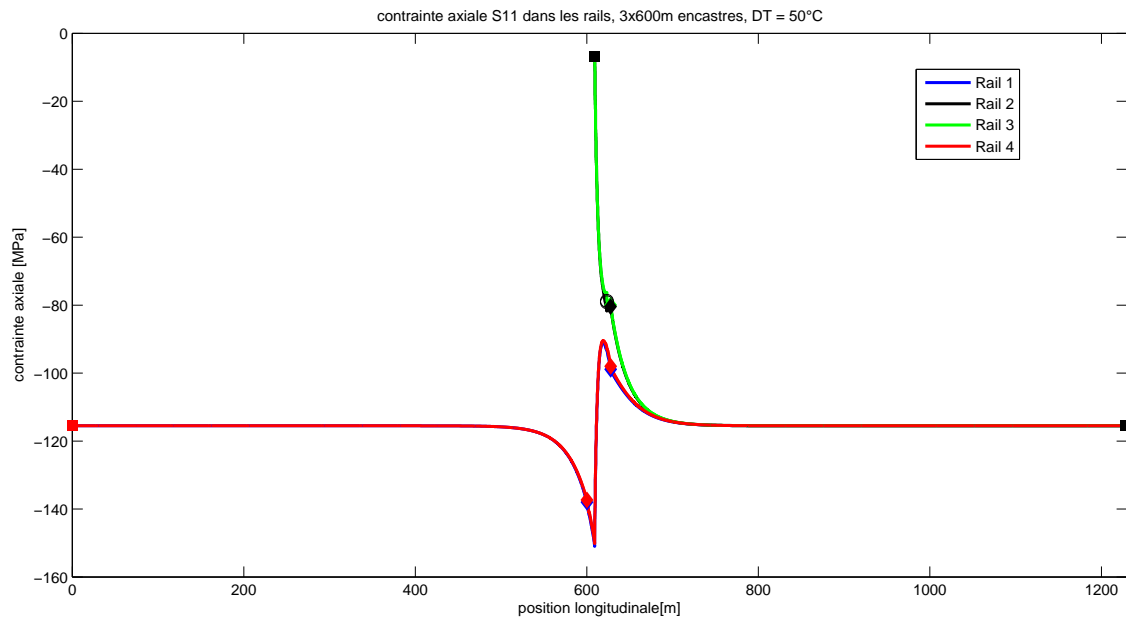


FIGURE 70 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 600m

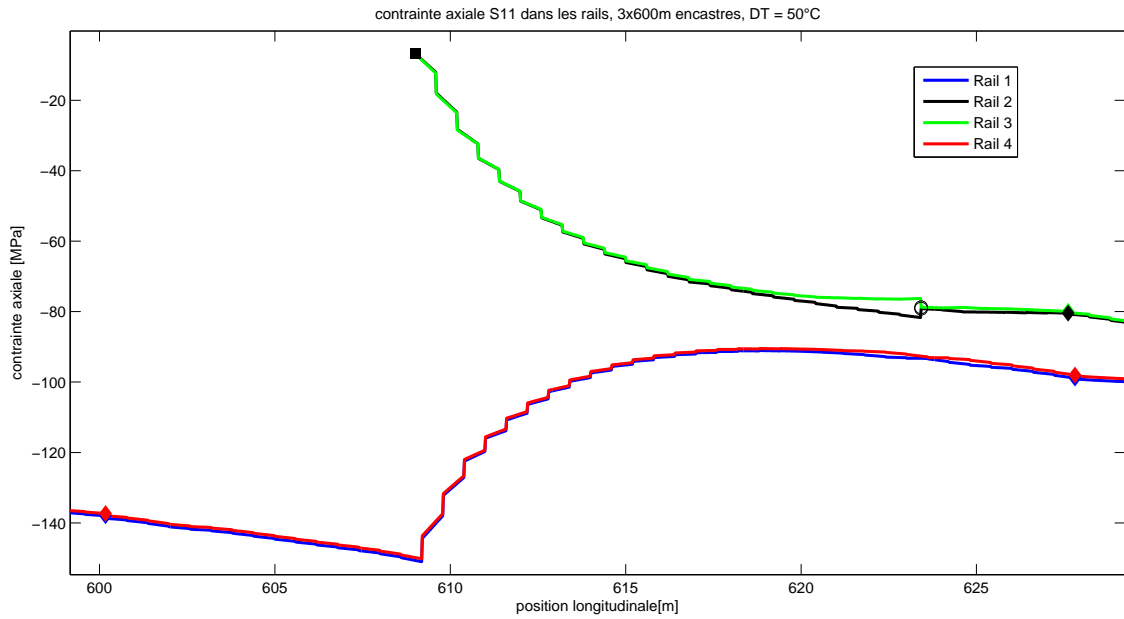


FIGURE 71 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil

**Voies soudées de 600m libres** Enfin, les graphes 72 et 73 présentent également une simulation valide pour l'étude de l'appareil incorporé aux longs rails soudés. On y retrouve le plateau de compression, qui s'établit entre la zone de respiration aux extrémités du réseau et la zone tampon qui permet à la contrainte axiale de diminuer en norme après le pic de pression.

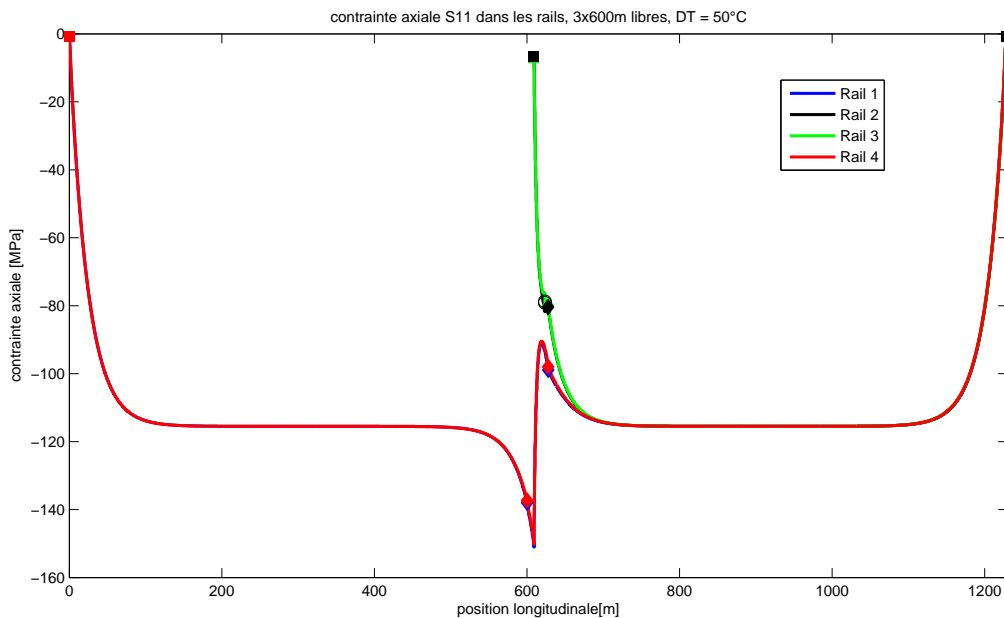


FIGURE 72 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 600m

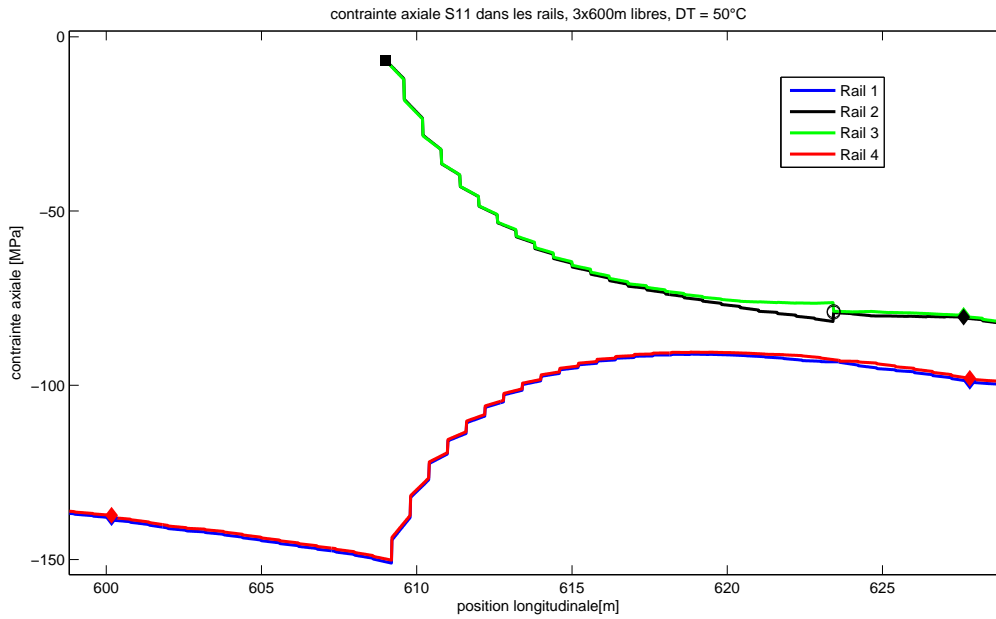


FIGURE 73 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil

En conclusion, la longueur minimale des voies soudées à l'appareil doit être de  $200m$  dans le cas d'un blocage en translation de la fin des rails ou bien de  $300m$  si les rails sont laissés libres. On confirme ainsi l'intuition qui laissait penser que le blocage pouvait diminuer la longueur des voies à modéliser.

#### 5.4.2 Etude du flambement : longueur d'onde et DT critiques

Finalement, quelle est la différence en termes de résistance au flambement entre la voie courante simple et celle intégrant un appareil dans les voies? La déformée normalisée de flambement dans l'appareil est représentée à la figure 74. Le réseau est composé de voies rectilignes bloquées de  $200m$  de longueur. La fonction \*BUCKLE a été utilisée et retourne la température critique de flambement associée à la déformée qui vaut  $114.1^{\circ}C$ .

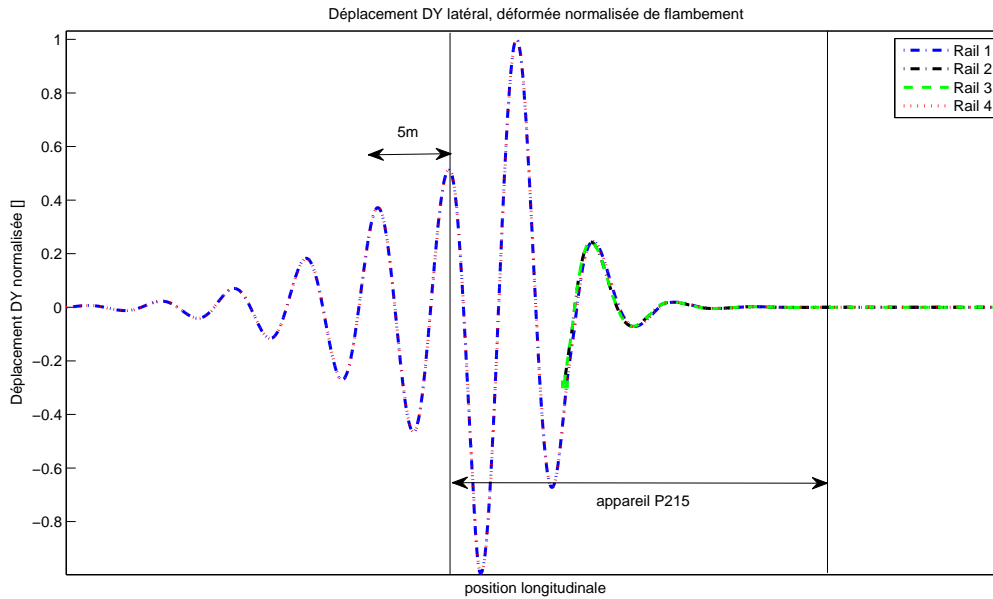


FIGURE 74 – Déformée transversale de flambement,  $\Delta T_{crit} = 114.0^{\circ}C$

Nous constatons que la résistance de la voie avec appareil incorporé est inférieure à la résistance de la voie courante simple. Cette conclusion étaye l'hypothèse de base qui suppose que les appareils de voie sont un site préférentiel de flambement. On constate que la longueur d'onde typique est à nouveau de l'ordre des 5 à 6m de longueur, ce qui est cohérent avec le flambement de la voie courante.

## 5.5 Etudes paramétriques

### 5.5.1 Sollicitation de la voie directe dans l'appareil de voie

Nous allons maintenant étudier le cas de figure qui se présente sur le terrain : la voie directe de l'appareil de voie est soudée et la voie déviée est connectée à un appareil de dilatation. On a alors l'annulation des contraintes dans la voie déviée. Simulons maintenant la réponse de ce genre de montage. Nous allons appliquer une variation de température sur l'ensemble de la voie directe et laisser la voie déviée au repos.

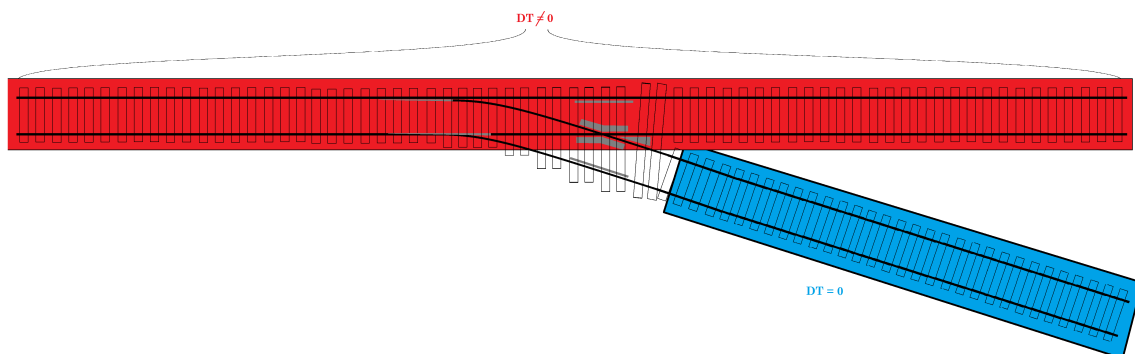


FIGURE 75 – Répartition des variations thermiques

La figure 5.5.1 nous indique la simulation particulière étudiée ici. La voie déviée n'est pas chauffée et est simplement soudée à l'appareil, simulant ainsi la présence d'un appareil de dilatation à proximité. Nous pouvons ensuite étudier les résultats obtenus pour un appareil soudé à 300m de voies en entrée et sortie (graphes 76 et 77).

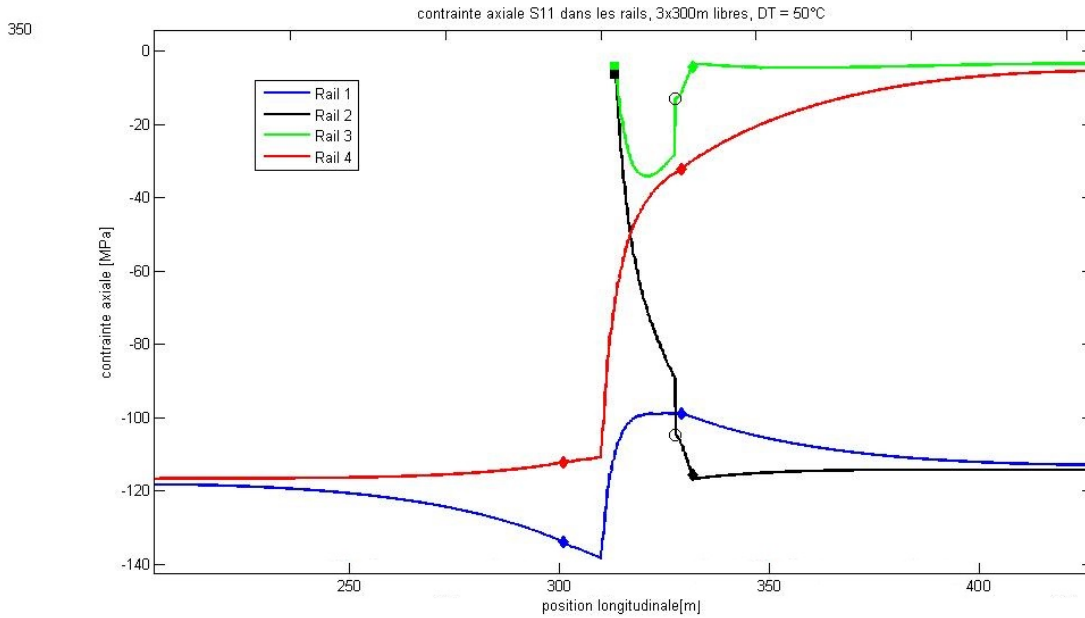


FIGURE 76 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 300m

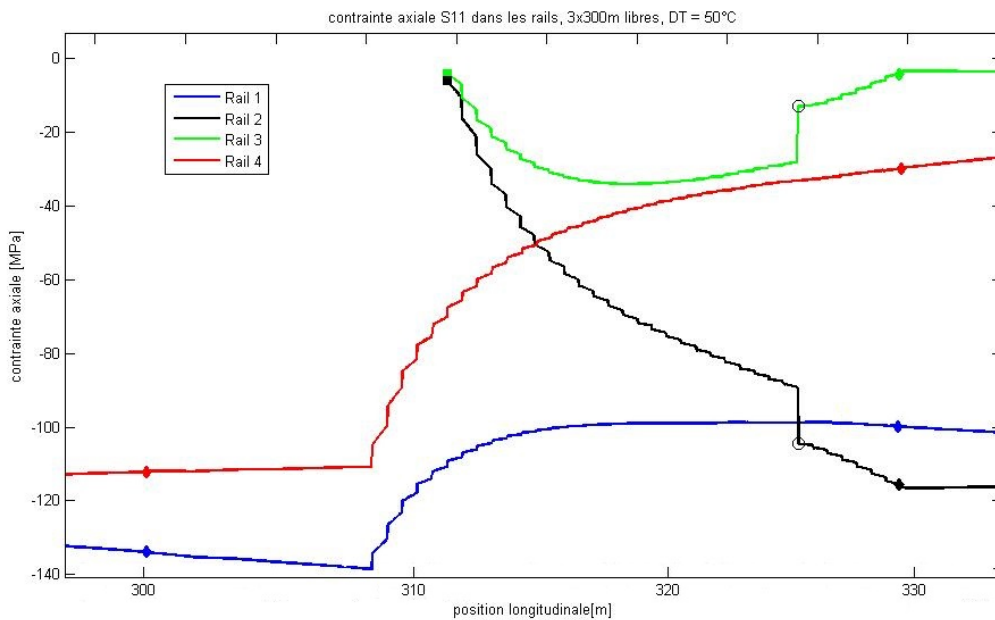


FIGURE 77 – Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil

Les fins de voie sont ici bloquées. La particularité de cette simulation est l'absence de variation de température dans la voie déviée. On peut donc ici étudier l'augmentation de la contrainte axiale due uniquement à la voie principale dans le cas où la voie déviée sert juste de fixation. On

constate qu'il existe un pic de compression, situé également au niveau du dernier support fixant les quatre rails. La fixation de la voie déviée retient l'appareil et le simple fait que le rail de la voie directe passant par le cœur se termine en aiguille nous permet d'observer que l'appareil de voie est quand même soumis à une compression plus élevée que la voie courante, partiellement amortie par la voie déviée.

Du pic de contrainte de  $150MPa$  que nous avons observé dans les simulations précédentes en chauffant l'ensemble du réseau, nous passons à un pic de compression de l'ordre de  $140MPa$ . Par rapport à la compression en plateau de  $115MPa$  dans les voies courantes, l'augmentation locale de la contrainte reste importante. De ce point de vue, la soudure de la voie déviée et son implication sur le pic de contrainte est relativement faible par rapport au déséquilibre des forces engendré par la géométrie propre de l'appareil et l'évasement des deux rails contre-aiguille. En effet, malgré le caractère inerte de la voie déviée dans cette simulation, nous observons que la reprise des efforts du rail 2 qui se termine en aiguille entraîne inexorablement une élévation de la contrainte axiale dans les rails 1 et 4.

La résistance au flambement a également été évaluée à l'aide d'ABAQUS. Nous trouvons une température critique de  $125.6^{\circ}C$ , ce qui est supérieur au cas où la voie courante est également source de contrainte thermique. Par contre, cette température reste inférieure à la valeur de la voie courante et l'appareil reste une zone de flambement préférentielle lorsque la voie déviée est soudée.

### 5.5.2 Etude de la sensibilité de l'appareil à la courbure de la voie déviée

Une question que l'on peut se poser ici est celle de l'impact de la courbure de la voie déviée. En effet, la voie courbe a tendance à flamber plus rapidement. En faisant varier le rayon de courbure de  $1200m$  à  $200m$ , nous ne constatons pas de différence majeure dans la répartition de la force de compression des rails au niveau de l'appareil. Le pic de contrainte ne varie pratiquement pas :

Rayon [m]	Contrainte maximale [MPa]	
	Rail 1	Rail 4
1200	151.03	150.22
1000	151.04	150.23
800	151.04	150.24
600	151.05	150.26
400	151.06	150.26
200	151.06	150.30

Nous nous attendons donc à ne pas voir de différence majeure dans l'évolution de la force critique de flambement. En effet, nous obtenons :

Sensibilité de la force critique de flambement en fonction du rayon de courbure	
Rayon de courbure voie déviée [m]	Température critique [ $^{\circ}C$ ]
200	114.03
600	114.03
1200	114.05
$\infty$	114.07

De fait, nous pouvons conclure que la variation du rayon de la voie connectée n'a pas vraiment d'impact sur le flambement de l'ensemble. L'appareil peut être soudé à des voies déviées de n'importe quel rayon sans qu'on n'observe de différence notable de résistance face au flambement.

### 5.5.3 Etude de la sensibilité de l'appareil à la rigidité des supports

Après l'étude de l'influence du rayon de courbure de la voie déviée, nous allons maintenant nous intéresser dans la même optique à la sensibilité manifestée par l'appareil face à un changement des propriétés mécaniques des supports. En effet, en variant la rigidité des supports, nous verrons l'effet de leur déformation sur la force critique de flambement.

% de la rigidité initiale	Contrainte maximale [MPa] Rail 1	Contrainte maximale [MPa] Rail 4
400	151.24	150.58
200	151.26	150.53
100	150.01	150.17
50	150.37	149.37
25	149.37	148.14

La variation de la contrainte de compression maximale est un peu plus importante que dans l'étude précédente mais la valeur maximale reste à peu de chose près identique. Nous obtenons ensuite les forces critiques de flambement suivantes :

Sensibilité de la force critique de flambement en fonction de la rigidité des supports et traverses	
% de la rigidité initiale	Température critique [ $^{\circ}C$ ]
400	114.05
200	114.04
100	114.07
50	114.12
25	114.02

Nous pouvons de nouveau conclure par l'insensibilité de l'appareil de voie face à la variation de la rigidité de ses supports. De ce fait, l'hypothèse de construction du modèle qui consistait à n'utiliser que deux connexions pour la fixation des traverses et supports dans le ballast se confirme. En effet, la déformation des traverses reste faible et la simplification de la connexion de ces éléments dans le ballast donne des résultats valables pour des traverses rigides et souples. La seule différence notable dans les cas étudiés ici est la répartition des contraintes dans les rails de l'appareil au niveau du cœur de croisement. En effet, des supports moins rigides permettent à la contrainte de s'équilibrer plus facilement sur les rails 2 et 3 et on observe alors une égalisation de la contrainte axiale au niveau du cœur de croisement. Toutefois, ceci n'a aucun impact sur la résistance générale de l'appareil.

## 6 Conclusion

Au terme de cette étude, nous avons construit brique par brique un outil permettant la modélisation des appareils de voie dans les longs rails soudés. En analysant pas à pas le comportement du modèle à l'aide de raisonnements analytiques, nous nous sommes assuré de la bonne compréhension à la fois du logiciel et de la problématique étudiée. Nous avons également pu valider les résultats avec l'aide très éclairante d'Infrabel. La force du modèle réalisé est la généralisation aux appareils du problème de la stabilité des voies. De nombreux cas d'étude et d'exemples peuvent être facilement réalisés à l'aide du logiciel ABAQUS. Les résultats obtenus semblent cohérents au regard des tests triviaux réalisés et des grandeurs caractéristiques obtenues.

En ce qui concerne les résultats des simulations, nous constatons la convergence du modèle et de la réalité sur le cas d'étude de la voie courante. Des zones de respiration aux déplacements maximaux, en passant par les températures critiques et longueurs d'onde de flambement, tous ces résultats restent cohérents dans les différents cas de paramétrisation. Les appareils de voie modélisés ont ensuite été soumis aux mêmes tests, moyennant quelques modifications de la géométrie, partant de l'hypothèse que les résultats satisfaisants dans le cas de la voie courante le soient également dans celui de l'appareil. A la fin de l'exercice, les résultats obtenus pour les appareils incorporés montrent clairement l'impact de la voie déviée sur la température critique de flambement.

Au terme les simulations et études de sensibilité, nous pouvons retenir ce qui suit. Premièrement, la température critique de l'appareil dont la voie déviée est courbe est pratiquement insensible au rayon de courbure de la voie. De même pour la rigidité des traverses et fixations : la forte variation de ce paramètre n'influe pas sur la température critique de flambement et dans les deux cas, les pics de compression restent situés au même niveau et ont la même intensité. Deuxièmement, l'appareil dont la voie déviée est soudée mais ne présente pas d'effort thermique est également impacté dans sa résistance au flambement si la longueur de voie soudée dépasse une certaine longueur. L'appareil est bloqué par voie déviée et la force critique de flambement de l'appareil est réduite d'un facteur non négligeable. La présence historique de joints et d'appareils de dilatation a certes contribué à augmenter marginalement la température critique de flambement mais elle ne s'impose pas dans un contexte de longs rails soudés, dans la mesure où la température maximale atteignable par les rails reste largement inférieure à la température critique.

La soudure des appareils dans les longs rails transforme chaque aiguillage en un site préférentiel de flambement. En effet, c'est au niveau des aiguilles de l'appareil que le réseau commence à se déformer lors d'une augmentation de température. Cependant, la température critique reste bien supérieure à celle que les rails peuvent réellement atteindre en été. L'incorporation des appareils semble donc envisageable, à condition de veiller à la qualité de la pose et de l'entretien de l'appareil ainsi que du ballast. Ceci concorde avec des expériences menées par diverses instances ferroviaires sur des voies accessoires où la pose de capteurs n'indique, pour l'instant, pas de déplacement ni de flambement de la voie.

Enfin, le présent mémoire pourra servir d'amorce à de nouvelles réflexions et études. De nombreuses variantes et combinaisons plus complexes peuvent être envisagées. Il pourra ainsi être utile de modéliser un ensemble d'appareils de voie au sein d'un réseau plus vaste afin d'identifier les points faibles et les zones présentant un risque de flambement. Dans cette optique, ce travail aura posé les premiers jalons de l'analyse statique des éléments de base de ce genre de réseau.

## 7 Annexes

### 7.1 Table des symboles

$\alpha$	coefficient de dilatation	$m/^\circ C$
$\epsilon$	déformation totale	–
$\epsilon^{el}$	déformation élastique	–
$\epsilon^{th}$	déformation thermique	–
$\phi$	force de résistance longitudinale du ballast	$N$
$\theta$	température	$^\circ C$
$\lambda$	valeur propre dans la recherche du flambement	–
$\mu$	valeur propre généralisée	–
$\sigma$	contrainte	$Pa$
$\phi$	vecteur propre dans la recherche du flambement	–
$D$	force de l'effort tranchant	$N$
$E$	module de Young	$Pa$
$F$	force	$N$
$I$	module d'inertie d'une section	$m^4$
$K$	matrice de raideur d'une structure	$N/m$
$L$	longueur de l'onde de flambement	$m$
$M$	moment fléchissant	$Nm$
$P$	force	$N$
$R$	force	$R$
$S$	surface de section	$m^2$
$f$	raideur longitudinale du ballast	$N/m$
$k$	coefficient de ballast	$N/m^2$
$q$	poids linéique de la voie	$N/m$
$r$	raideur longitudinale du ballast	$N/m$
$v$	déformée horizontale du rail	$m$
$w$	déformée verticale du rail	$m$

### 7.2 Lexique du vocabulaire technique

Dans le cadre de ce mémoire, quelques notions propres au monde des chemins de fer doivent être introduites. Ces notions concernent notamment la dénomination des éléments constituant les éléments du réseau ferroviaire, partiellement illustrés aux figures 78 et 79.

- Appareil de voie : dénomination pour un aiguillage
- Voie courante : dénomination pour une voie de chemin de fer simple
- Voie déviée : dans un appareil de voie, correspond à la sortie déviée de l'appareil
- Voie directe : dans un appareil de voie, correspond à la sortie droite de l'appareil
- Appareil de dilatation : appareil à aiguilles permettant la reprise des déplacements des rails dus à la dilatation des longs rails soudés

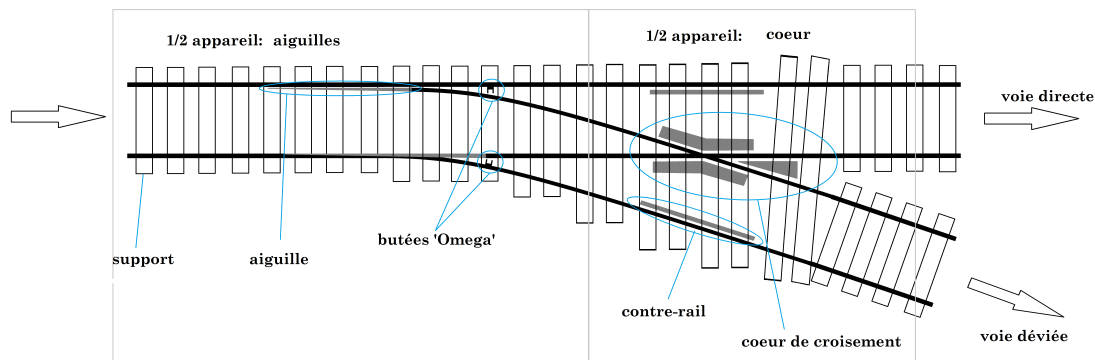


FIGURE 78 – Schéma d'un appareil de voie

Ensuite, les éléments mécaniques de base constituant les voies et les appareils de voie sont :

- Ballast : couche de graviers de taille moyenne servant d'assise aux voies
- Plate-forme : fondation de la voie sur laquelle est déposé le ballast
- Rail : élément fondamental permettant le guidage des trains
- Traverse : élément permettant la fixation des deux rails d'une voie courante, en béton ou en bois, encastrée dans le ballast
- Support : élément permettant la fixation des rails, aiguilles et cœur de croisement des appareils de voie, en béton ou en bois, encastré dans le ballast
- Selle : dispositif permettant la fixation des rails sur les supports et les traverses
- Aiguille : élément des appareils de voie et appareils de dilatation permettant aux roues de changer de rail et de direction
- Rail contre-aiguille : section de rail située en face des aiguilles dans les appareils
- Cœur de croisement : pièce centrale des appareils de voie permettant le passage des roues d'une voie à l'autre au croisement des rails
- Contre-rail : petit rail de section différente disposé au niveau du cœur de croisement des appareils de voie permettant la protection de ce dernier en bloquant les roues contre le rail en face du cœur.
- Bêche d'ancrage : dispositif fixé aux supports et aux traverses permettant une augmentation de la résistance latérale des voies dans le ballast par une augmentation de la surface de frottement
- Coussinet de glissement : pièce métallique servant d'appui aux aiguilles, en permettant le glissement latéral
- Tire-fond : tige filetée permettant la fixation des selles dans les supports et dans les traverses

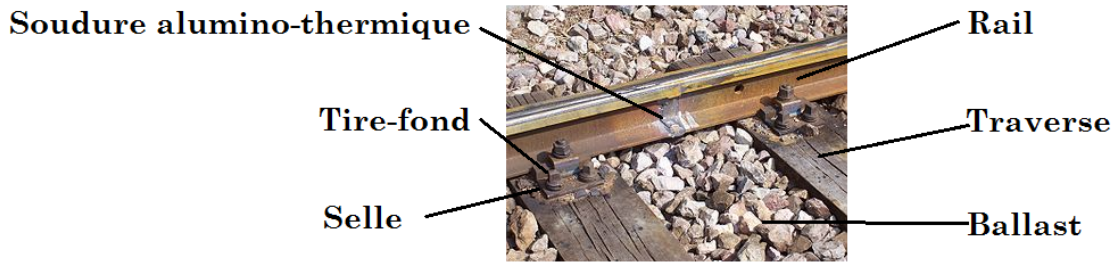


FIGURE 79 – Éléments constitutifs de la voie

La figure 79<sup>7</sup> montre l'apparence d'une soudure aluminothermique. Les éléments élémentaires de fixation des voies y sont représentés.

### 7.3 Théorie des poutres

#### 7.3.1 Dérivation des équations constitutives du modèle d'Euler Bernoulli

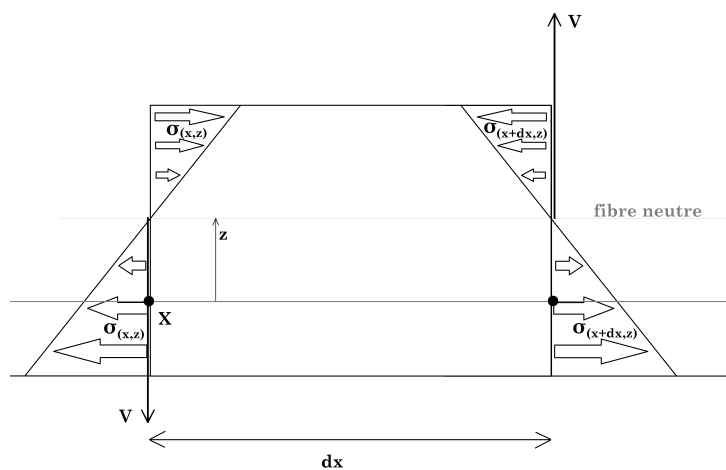


FIGURE 80 – Element de poutre Euler-Bernoulli

Sur la base du schéma présenté à la figure 80, il est possible d'effectuer un équilibre des forces et moments sur le volume de contrôle englobant un morceau de poutre simple. On remarque l'existence d'une fibre neutre, fibre qui ne subit aucune contrainte axiale lors de la mise en chargement de la poutre. Dans certains cas de chargement, cette fibre ne correspond pas à une fibre matérielle et l'ensemble des fibres de la poutre subit alors une elongation ou une compression. Cependant, la position de cette fibre est primordiale pour l'obtention des équations du modèle. On constate que les fibres matérielles sont concentriques avec la fibre neutre et que chaque fibre subit une déformation et une contrainte constantes si le rayon de courbure est constant.  $w$  est la flèche en fonction de la position  $x$ ,  $dx$  est l'épaisseur d'un élément infinitésimal dans la longueur de la poutre,  $z$  est la distance normale entre la fibre neutre et une autre fibre.  $\rho$  est le rayon de courbure local de la poutre.

7. Image : Abaqus Analysis User's Guide

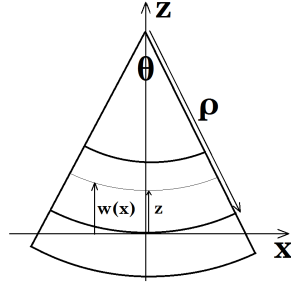


FIGURE 81 – Section de poutre déformée

En utilisant l'hypothèse de Bernoulli quant aux sections droites, il est alors possible d'identifier une relation entre la charge appliquée sur la poutre et la flexion de cette dernière. En effet, en négligeant le cisaillement lors de la déformation de la poutre, seul le moment fléchissant va permettre l'équilibre des forces. On retrouve donc, pour un volume de contrôle tel que celui représenté sur le schéma 81, la relation liant la répartition des efforts dans la section au moment et à la charge appliquée : en effet, la somme des moments de force doit être nulle, en particulier au niveau de la l'axe de rotation passant par la fibre neutre sur la face parallèle à la section de la poutre :

$$dM = \oint_{\text{section}_x} \sigma_{xx} \cdot \hat{n} \cdot z \cdot dS + V dx + \oint_{\text{section}_{x+dx}} \sigma_{xx} \cdot \hat{n} \cdot z \cdot dS = 0$$

$\hat{n}$  est la normale sortante de la face considérée du volume de contrôle. Cette condition est nécessaire pour obtenir l'équilibre statique. En supposant que la déformation reste élastique, on peut dire :

$$\sigma_{xx}(z) = E \epsilon_{xx}(z) = E \frac{z}{\rho}$$

Car l'évolution de la déformation  $\epsilon_{xx}$  dépend de la distance à la fibre neutre  $z$ , voir figure 81. En effet, pour un rayon de courbure  $\rho$  et un arc d'ouverture  $\theta$ , on a la relation suivante :

$$\epsilon_{xx} = \frac{l_{\text{fibre}(z)} - l_{\text{fibre}(0)}}{l_{\text{fibre}(0)}} = \frac{\theta \cdot (\rho + z) - \theta \cdot \rho}{\theta \cdot \rho} = \frac{z}{\rho}$$

En prenant  $z$  positif lorsque la fibre est étirée et  $z$  négatif pour une fibre comprimée. On peut alors écrire :

$$\oint_{\text{section}} \sigma_{xx} \cdot \hat{n} \cdot z dS = \oint_{\text{section}} E \frac{z^2}{\rho} \cdot \hat{n} dS$$

On retrouve dans cette expression le module d'inertie  $I$ , simplifiant l'écriture si  $E$  est considéré comme constant :

$$I = \oint_{\text{section}} z^2 dy dz$$

Ce qui peut être injecté pour faire disparaître les intégrales sur la section du volume de contrôle :

$$\oint_{\text{section}} \sigma_{xx} \cdot \hat{n} \cdot z dS = \frac{EI}{\rho} \cdot \text{signe}(\hat{n})$$

On peut obtenir la relation suivante :

$$\begin{aligned} \left( \frac{EI}{\rho} \right)_{x+dx} - \left( \frac{EI}{\rho} \right)_x &= -V dx \\ \frac{(EI/\rho)_{x+dx} - (EI/\rho)_x}{dx} &= -V \end{aligned}$$

$$\frac{d(EI/\rho)}{dx} = -V$$

En intégrant, nous trouvons finalement l'expression fondamentale de la théorie d'Euler-Bernoulli liant le moment fléchissant et la déformée de la poutre.

$$M = -EI \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (16)$$

### 7.3.2 Flèche des poutres

Dans le cadre de ce mémoire, deux cas de figures sont intéressants à analyser : les poutres de section rectangulaire et celles de section en "I". En effet, les éléments constituant les appareils de voie et les voies de chemin de fer peuvent être assimilés à ce genre de poutre. Les poutres en "I" se décomposent en trois zones distinctes : deux semelles et une âme. L'âme relie les deux semelles ensemble et contient dans la plupart des cas la fibre neutre lors de la flexion de la poutre. Premièrement, considérons les poutres de section rectangulaire. Le module d'inertie associé à ce premier type de section est le suivant :

$$I_{rect} = \frac{l \cdot h^3}{12} \quad (17)$$

où  $l$  est la largeur et  $h$  la hauteur de la section, en orientant cette section de telle sorte que la largeur soit parallèle à l'axe de rotation local  $Y_{local}$ . Pour une section en "I", l'obtention du module d'inertie est un peu plus longue et nécessite l'addition des trois inerties rectangulaires liées à l'âme de la poutre et ses deux semelles. Il faut ensuite utiliser le théorème de transport de Huygens pour tenir compte de la distance des semelles par rapport à l'axe de rotation de référence (celui passant par la fibre neutre par exemple). Pour calculer le terme lié à la distance entre les axes de rotation locaux et référentiel, il suffit de connaître la surface  $S$  de la section et la distance entre-axes  $d = dist(Y_{local}, Y_{reference})$ . Avec la connaissance de l'inertie locale de la section, on peut calculer l'inertie "décentrée" comme suit :

$$I_{ref} = I_{local} + S \cdot d^2 \quad (18)$$

On déduit de l'équation 18 la valeur analytique du module d'inertie d'une section en "I". On additionne les inerties des trois zones rectangulaires et on corrige cette valeur par le théorème de transport afin de tenir compte de la distance séparant le barycentre des semelles et de l'âme à l'axe de rotation de référence de la section en "I".

Dans le cas d'une poutre en "I" symétrique possédant des semelles de mêmes forme et surface, l'axe de rotation de référence minimisant le module d'inertie pour la flexion verticale passe exactement par l'axe de rotation local de l'âme. Il y a donc simplification lors du calcul car il suffit de connaître la distance entre le barycentre local des semelles et le barycentre de l'âme de la poutre. La minimisation du module est assurée par un minimum des deux composantes d'inertie "décentrée" dans l'équation 18, qui correspond dans ce cas particulier à  $d = dist(axe_{ame}, axe_{semelle})$ .

Finalement, la flèche des poutres en fonction de la charge s'obtient en remplaçant le terme  $I$  par son expression. Dans le cas d'une poutre de longueur  $L$  encastree d'un côté et soumise à une force ponctuelle  $F$  de l'autre, on peut partir de l'équation 16 pour obtenir l'équation de la flèche par intégration.

$$w(x) = \frac{Fx^2 \cdot (3L - x)}{6EI} \quad (19)$$

En fonction des sections, le terme  $I$  doit être adapté. On remarquera qu'à cause du théorème de transport de Huygens, pour une même surface, la section en "I" possède une inertie beaucoup

plus grande que la section en rectangle. Ceci permet l'évidement de l'intérieur des poutres en "I" tout en assurant un module d'inertie élevée.

De la même manière, la flèche d'une poutre chargée uniformément par une charge par mètre  $q$  présentera une flèche ayant pour équation :

$$w(x) = \frac{qx^2 \cdot (x^2 + 6L^2 - 4Lx)}{24EI} \quad (20)$$

Ces deux résultats permettent la vérification de la bonne utilisation du logiciel ABAQUS lors des premières simulations de poutres.

### 7.3.3 Flambement des poutres

Cette section reprend les développements analytiques permettant une évaluation de la force ou de la température critique pouvant amener au flambement d'une poutre. Pour rappel, le flambement est une instabilité dans la résistance d'une structure, en particulier les structures linéaires. Lors d'un chargement axial de cette structure, la déformée croît avec la charge. Or, il existe une charge critique à partir de laquelle la résistance due à la flexion de la structure ne suffit plus à contrer l'effort axial. Subitement, la déformation augmente de manière rapide et avec une grande amplitude. On parle alors de flambement. Ce phénomène est à éviter en général pour la plupart des applications mécaniques et structurelles à cause de son instabilité.

Sur la base de l'effort axial lié à la flexion de la poutre et en connaissant le type de chargement dans le même axe, il est possible d'évaluer la force critique de flambement. En effet, par équilibre des moments, le moment de flexion  $M$  de l'équation 16 est généré par le chargement axial  $F$ . Ce chargement induit un moment de valeur  $F \cdot w(x)$ , le bras de levier étant la flèche de la poutre.

$$M = F \cdot w(x) = EI \cdot \frac{d^2w(x)}{dx^2}$$

En substituant  $-F/EI$  par une variable  $\omega^2$ , on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d^2w(x)}{dx^2} = -\omega^2 \cdot w(x) \quad (21)$$

Les solutions de cette équation différentielle ont la forme suivante :

$$w(x) = A \cdot \cos(\omega x) + B \cdot \sin(\omega x) \quad (22)$$

En remplaçant  $w(x)$  dans l'équation 21 par son expression dans l'équation 22, on arrive à trouver la charge critique de flambement, c'est à dire la charge à partir de laquelle la déformée présente une forme incompatible avec les conditions limites du problème. En effet, les conditions limites du problème imposent la position et/ou la courbure, de telle sorte que :

$$w(0) = w_0 \quad \text{et} \quad w(L) = w_L$$

pour la position ou bien

$$w'(0) = w'_0 \quad \text{et} \quad w'(L) = w'_L$$

pour la courbure à la frontière. A partir de ces conditions qui dépendent du problème étudié, nous pouvons extraire la charge critique de flambement. Il existe une formule générale dite d'Euler qui est valable dans différents cas en adaptant la longueur effective de flambement en changeant le paramètre  $\lambda$ . Nous obtenons :

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L_{effectif}^2} = \frac{\pi^2 EI}{(\lambda L)^2} \quad (23)$$

Cette équation donne la force critique du premier mode. Si d'aventure on voulait évaluer la force critique d'un autre mode, nous pouvons utiliser la formule suivante, qui dépend d'un paramètre entier  $k$ , déterminant la longueur d'onde de flambement dans la poutre.

$$F_{crit} = \frac{k^2 \pi^2 EI}{L_{effectif}^2} = \frac{k^2 \pi^2 EI}{(\lambda L)^2} \quad (24)$$

La valeur de  $\lambda$  vaut 1 pour une poutre sur appuis simples permettant une dérivée de la flèche non nulle à la frontière et 0.5 dans le cas d'une poutre encastree des deux côtés. D'autres valeurs existent pour des configurations mixtes ou permettant le déplacement transversal d'une extrémité de la poutre par exemple.

## 7.4 Etude des éléments connecteurs

Voici en images quelques tests réalisés dans le but de montrer le fonctionnement des connecteurs. Dans les cas suivants, les tests ont été réalisés en imposant une force de réaction de  $1000N$  pour un déplacement relatif des nœuds des connecteurs de  $0.1m$ . La force de réaction est définie linéairement en fonction du déplacement et permet donc la vérification de la raideur en fonction du déplacement imposé.

### 7.4.1 Cartesian

Ce type de connecteur est le connecteur idéal pour modéliser les translations. Il permet le contrôle de trois degrés de liberté. Ce connecteur est défini par deux nœuds dont les déplacements dans un repère d'axe local peuvent être caractérisés. Ce genre de connecteur est utile pour toutes les fixations ne nécessitant pas de composante de rotation.

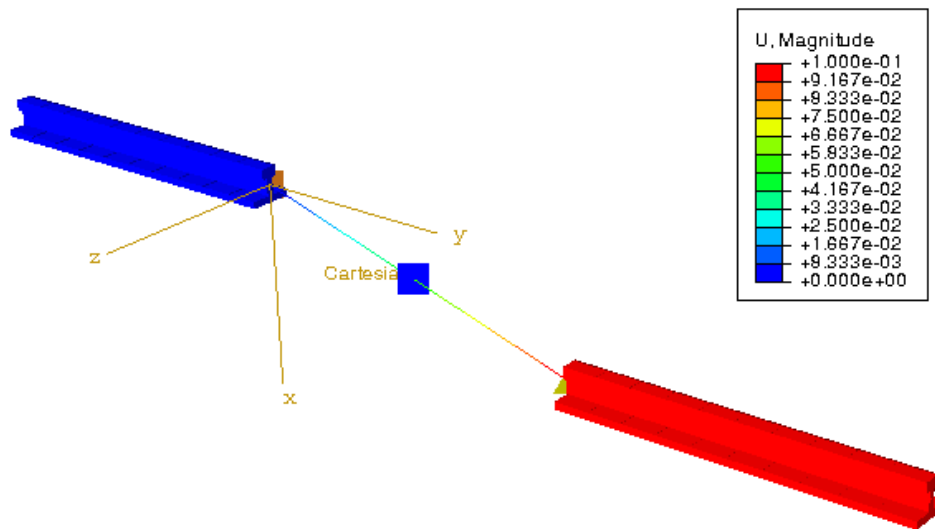


FIGURE 82 – Déplacement de la section rouge

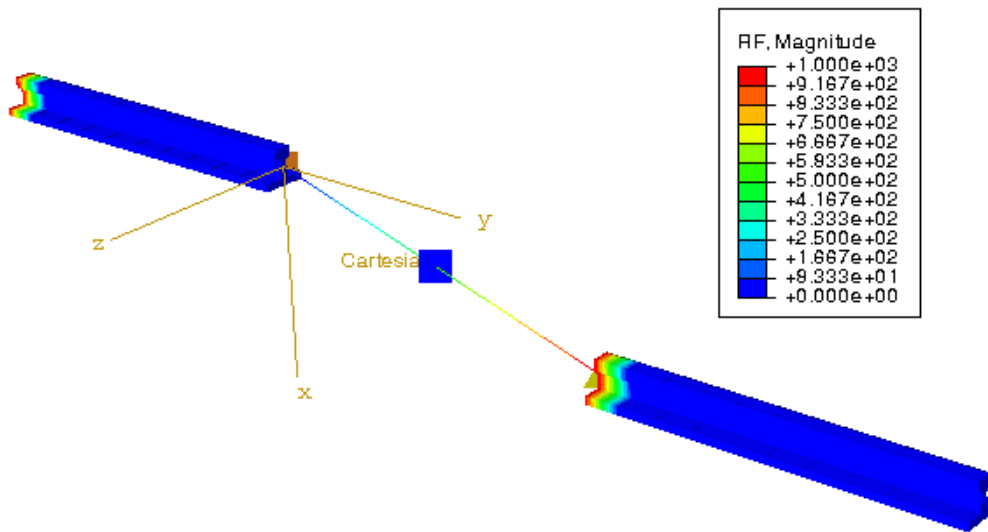


FIGURE 83 – Réponse en résultante de force aux points d’ancrage

Comme montré sur les figures 82 et 83, le test réalisé permet l’étude du comportement linéaire ou non du degré de liberté dans l’axe des sections de rail. En faisant varier la résistance élastique du connecteur, on peut s’assurer de la bonne interprétation des données non linéaires. Les connecteurs cartésiens n’autorisent pas la rotation de l’élément à moins qu’une combinaison de forces ne vienne induire une rotation. Le contrôle de la raideur de ce type de connecteur est relativement aisé, il suffit de forcer le déplacement d’un des deux nœuds du connecteur et d’observer la force en réponse. Ainsi, sur les figures, on peut voir la résultante en force sur les points de chargement du modèle : la base où s’encastre la première section de rail et le premier nœud de la seconde section dont le déplacement est imposé.

#### 7.4.2 Bushing

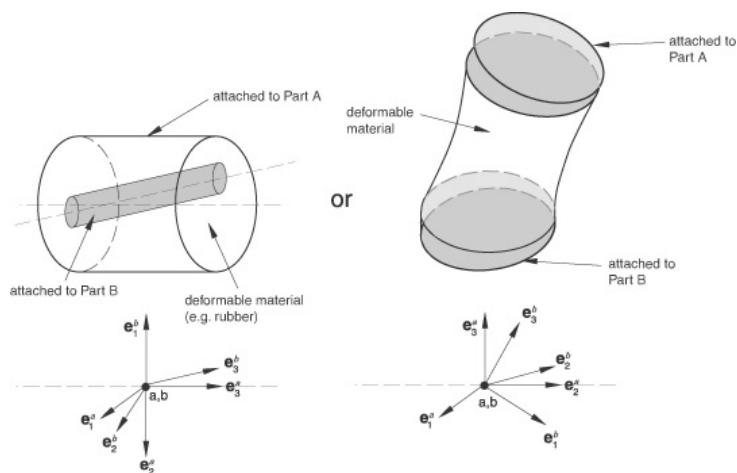


FIGURE 84 – Connecteur "Bushing"

Ce type de connecteur (figure 84<sup>8</sup>) est quant à lui le connecteur universel en translation et rotation. Il est défini entre deux nœuds possédant leur propre repère d’axes. Les six degrés de

8. Image : Abaqus Analysis User’s Guide

liberté de rotation et translation sont ici contrôlables et ce genre de connexion est parfaite pour modéliser une fixation pouvant se déformer dans toutes les directions et en rotation.

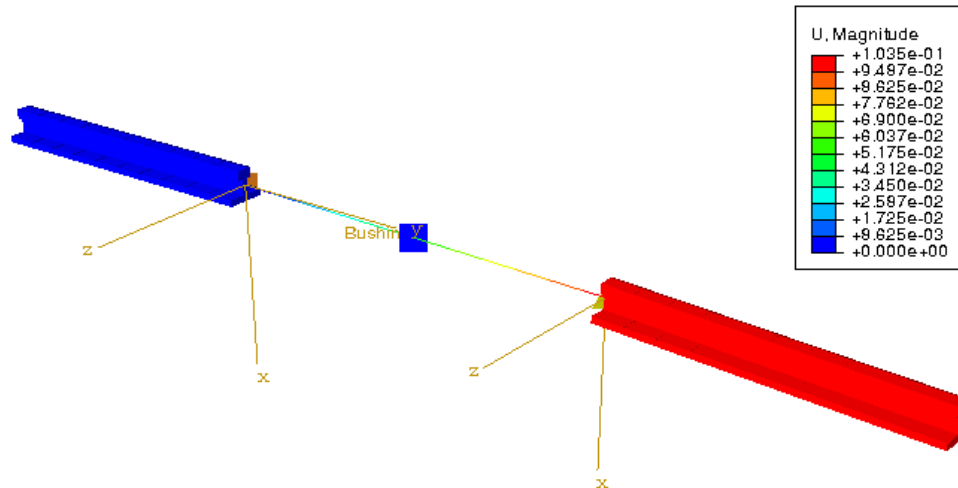


FIGURE 85 – Déplacement de la section de rail en rouge

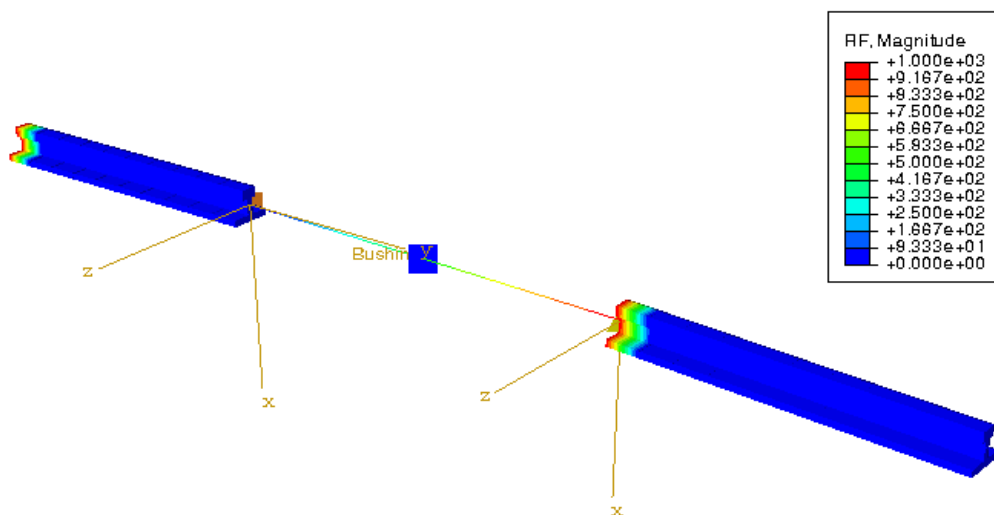


FIGURE 86 – Réponse en résultante de force aux points d'ancrage

Comme montré sur les figures 85 et 86, des tests semblables à ceux effectués pour les connecteurs cartésiens peuvent facilement être réalisés. A la différence des éléments cartésiens, les éléments "Bushing" autorisent la rotation. L'élément lui-même peut pivoter si aucun comportement de rotation ne lui est imposé. Ainsi, en laissant le connecteur libre d'effectuer une rotation, un déplacement en translation d'une extrémité du connecteur ne se traduira pas forcément par une réponse telle que définie pour l'élément cartésien : le connecteur lui-même pivotera en

cherchant la rotation qui assure le minimum de contrainte. Il faut donc faire bien attention au choix du type de connecteur lors de la modélisation. Par exemple, pour la modélisation simplifiée du ballast, il est de coutume de donner une résistance latérale et longitudinale aux connecteurs. Il sera donc important de préférer l'usage d'un élément cartésien si aucune information n'est disponible pour la résistance en rotation de la connexion.

Lorsque la résistance à la torsion est disponible, l'élément "Bushing" peut être paramétré correctement en associant une résistance au déplacement angulaire. Le logiciel permet l'encodage d'une résistance variable en fonction de l'amplitude de la rotation de la même manière que pour le comportement en translation. Les unités sont toutefois différentes car on associe un couple à un angle en radians, au lieu d'une force à un déplacement.

### 7.4.3 Beam

Ce type de connecteur est une connexion rigide entre deux nœuds. Aucun degré de liberté n'est libre. Cette fixation est utile pour modéliser une liaison entre deux morceaux de poutres par exemple.

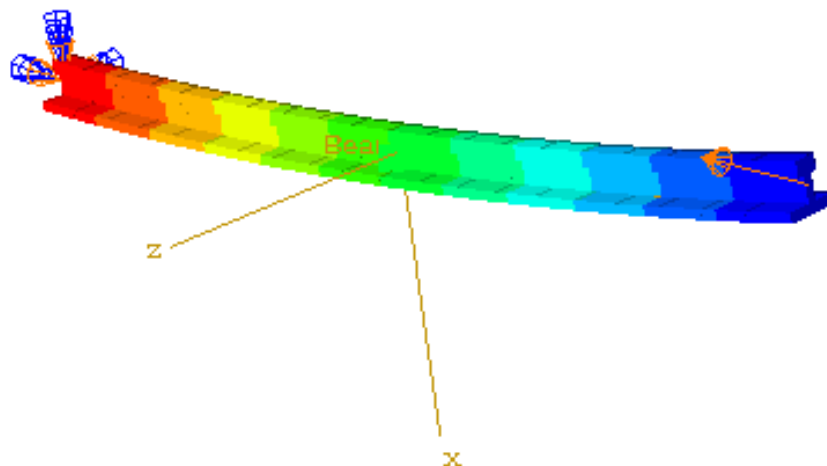


FIGURE 87 – Test de l'élément connecteur de type beam

Comme montré à la figure 87, l'élément connecteur de type beam permet de rendre deux sections complètement fixées l'une à l'autre. Le comportement de cette connexion est donc parfaitement rigide et la transmission des efforts n'est pas influencée par le connecteur. Ce comportement est parfaitement adapté pour modéliser la liaison de différents morceaux de voie ensemble sans entraîner de discontinuité entre les deux sections assemblées par ce connecteur.

## 7.5 Sensibilité de la longueur d'onde de flambement en fonction d'une résistance latérale variable

Afin de motiver le bon comportement des éléments connecteurs permettant la modélisation de la résistance du ballast, effectuons l'expérience suivante : en bloquant les extrémités des rails,

il est possible d'effectuer une étude de l'influence de la résistance au déplacement latéral des voies dans le ballast. Pour une voie simplement posée et sans ancrage dans le ballast, aucune force ne s'exerce pour contrer le déplacement latéral de la voie et nous devrions observer un mode de flambement présentant une grande longueur d'onde. Par contre, lorsque la résistance latérale augmente, le déplacement latéral de la voie est de plus en plus difficile ; la température critique de flambement doit alors augmenter et la longueur d'onde des modes de flambement doit alors diminuer. En effet, une longueur d'onde de flambement plus faible implique une diminution du nombre de traverse déplacées et une diminution de la force de réaction du ballast. Ainsi, pour une raideur des fixations latérale très grande, la longueur d'onde de flambement doit se rapprocher de la distance inter-fixation, c'est-à-dire à la valeur du travelage. Typiquement, une soixantaine de centimètres.

Le tableau suivant indique l'évolution de la longueur d'onde et de la température critique d'une voie de longueur fixe de 100m de longueur et de rigidité des fixations latérales variable.

Troisième cas : voie rectiligne de 100m de longueur aux extrémités bloquées en translation		
Résistance latérale maximale [kN]	Longueur d'onde de flambage [m]	Température critique [°C]
0	100	0.4
0.005	25	8.2
0.05	14.3	25.6
0.5	8.3	80.3
1	7.1	113.3
5	4.8	249.5
10	4	347.3
15	3.6	419.3
20	3.3	477.9
50	2.7	706.5
100	2.3	912.2

Ainsi, sur la base des valeurs de la résistance latérale des voies de chemin de fer, nous devrions retrouver les mêmes longueurs d'onde avec le logiciel que les longueurs d'onde des cas de flambement observé sur le terrain.

## 7.6 Bibliographie

1. Meindert Alidaan VAN, *Stability of continuous welded rail track*, Delft, Delft University Press, 1997
2. Denise LORI-ENG POY, *On the buckling finite analysis of beam structures*, Boston, Massachusetts Institute of Technology, 2002
3. M. A. PRUD'HOMME et M. G. JANIN, *La voie en longs rails soudés : Son comportement et sa stabilité sous l'effet des variations de température*, dans *Informations techniques*, 2, 10(1967), p. 15-30, Paris, Direction des Installations fixes de la SNCF
4. M. A. PRUD'HOMME et M. G. JANIN, *La voie en longs rails soudés : Son comportement et sa stabilité sous l'effet des variations de température (2eme partie)*, dans *Informations techniques*, 3, 1(1968), p. 19-35, Paris, Direction des Installations fixes de la SNCF
5. M. A. PRUD'HOMME et M. G. JANIN, *La stabilité des voies en longs rails soudés*, dans *Informations techniques*, 4, (1968), p. 83-106, Paris, Direction des Installations fixes de la SNCF
6. Jean-Pierre FORTIN, *Théorie simplifiée des longs rails soudés (LRS) voies non chargées*, dans *Revue générale des chemins de fer*, 35, 12 (1999), p.15-25
7. F. BIJL, *Document I : Flambage par rapport au plan horizontal d'une voie sur plate-forme élastique*, Utrecht, ORE, 1957
8. F. BIJL, *Document II : Du flambage horizontal d'une voie de grande longueur*, Utrecht, ORE, 1958
9. F. BIJL, *Document III : Détermination de la force de flambage dans le cas d'une voie longue NS 63 sur ballast de pierrailles*, Utrecht, ORE, 1958
10. *Abaqus Analysis User's Guide*, 2012, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA
11. *Abaqus Keywords Reference Guide*, 2012, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA

## 7.7 Crédits iconographiques

1. figure 1 : Illustration issue de l'article *What Happens To Train Tracks When It Gets Too Hot Out Outside, It Looks Insane.. !*, Sia Magazine, September 22, 2016, disponible sur <http://siamagazin.com/what-happens-to-train-tracks-when-it-gets-too-hot-out-outsideit-> consulté le 05/06/17
2. figures 2, 3 et 4 : Photo issue de l'album en ligne du site internet d'Infrabel, disponible sur <https://www.infrabel.be/fr/galerie-de-photos/appareils-voie-0>, consulté le 05/06/17
3. figure 15 : Illustrations issue de "29.3.9 Beam cross-section library", dans *Abaqus Analysis User's Guide*
4. figure 16 : Illustrations issue de "29.3.9 Beam cross-section library", dans *Abaqus Analysis User's Guide*
5. figure 32 : Illustrations issue de "31.2.1 Connector behavior", dans *Abaqus Analysis User's Guide*
6. figure 35 : Illustrations issue de "2.10.1 Defining an assembly", dans *Abaqus Analysis User's Guide*
7. figure 79 : Illustration issue de l'article *Long rail soudé*, disponible sur [https://fr.wikipedia.org/wiki/Long\\_rail\\_soudé](https://fr.wikipedia.org/wiki/Long_rail_soudé), consulté le 05/06/17
8. figure 84 : Illustrations issue de "31.1.5 Connection-type library", dans *Abaqus Analysis User's Guide*

# Table des figures

1	Exemple de flambement de voie . . . . .	7
2	Appareils de voie . . . . .	8
3	Cœur de croisement . . . . .	9
4	Contre-rail . . . . .	9
5	Références pour le calcul du module d'inertie . . . . .	13
6	Element de poutre Euler-Bernoulli simulant la voie ferrée . . . . .	14
7	Element de poutre Euler-Bernoulli : déformation verticale . . . . .	15
8	Element de poutre Euler-Bernoulli : déformation transversale . . . . .	16
9	Element de poutre Euler-Bernoulli : chargement axial . . . . .	19
10	Zone de respiration : apparition d'un plateau de en force de compression . . . . .	20
11	Exemple d'un chargement pouvant causer le flambement d'une poutre . . . . .	21
12	Force de réaction aux appuis en fonction de la déformation de la structure lors de l'apparition d'une instabilité de type flambement . . . . .	22
13	Schéma des itérations par augmentation de la charge axiale $DP$ . . . . .	24
14	Evolution de la raideur dans la direction de chargement en fonction des itérations de l'algorithme . . . . .	24
15	Points d'intégration et dimensions d'une section rectangulaire . . . . .	27
16	Points d'intégration et dimensions d'une section en "I" . . . . .	27
17	Déformée d'une poutre en "I" . . . . .	28
18	Chargement de type *CLOAD . . . . .	28
19	Chargement de type *DLOAD . . . . .	29
20	Comparaison de la flèche d'une poutre rectangulaire avec la théorie, CLOAD, OX . . . . .	29
21	Comparaison de la flèche d'une poutre en "I" avec la théorie, DLOAD, OX . . . . .	30
22	Dilatation libre d'une poutre . . . . .	31
23	Dilatation contrainte d'une poutre . . . . .	31
24	Dilatation libre d'une poutre . . . . .	31
25	Dilatation contrainte d'une poutre encastree . . . . .	32
26	Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre . . . . .	33
27	Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre : Zoom . . . . .	33
28	Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre . . . . .	34
29	Evolution de la force de réaction en fonction du pilotage en déplacement des extrémités de la poutre : Zoom . . . . .	35
30	Première déformée de flambement . . . . .	36
31	Seconde déformée de flambement . . . . .	36
32	Détermination du comportement élastique des connecteurs . . . . .	37
33	Rails et traverses . . . . .	38
34	Détail des rails et traverses . . . . .	40
35	Structure conceptuelle des assemblages dans ABAQUS . . . . .	42
36	Valeurs des résistances au déplacement . . . . .	43

37	Détail de connecteurs "bushing" . . . . .	44
38	Valeurs des résistances au déplacement . . . . .	44
39	Géométrie de la voie courante . . . . .	45
40	Géométrie de l'appareil de voie . . . . .	46
41	Coeur de croisement et connecteur "beam" . . . . .	48
42	Emplacement butée $\Omega$ . . . . .	49
43	Appareil de voie P215 . . . . .	50
44	P215 dans les longs rails soudés . . . . .	51
45	Rendu visuel du modèle, voies droites . . . . .	52
46	Rendu visuel du modèle, voies courbes . . . . .	52
47	Voie courante "libre" à ses extrémités . . . . .	56
48	Evolution de la contrainte axiale dans les rails . . . . .	57
49	Evolution de la contrainte axiale en fonction de la longueur de la voie . . . . .	58
50	Evolution de la contrainte axiale en fonction de la longueur de la voie, renforcée .	59
51	Variation de la longueur de transition avant d'atteindre le plateau de contrainte pour voies de 600m de longueur . . . . .	60
52	Variation de la longueur de transition avant d'atteindre le plateau de contrainte pour voies renforcées de 600m de longueur . . . . .	60
53	Evolution de la contrainte axiale en fonction de la longueur de la voie, raideur du ballast augmentée . . . . .	61
54	Evolution de la contrainte axiale en fonction de la variation de température, raideur du ballast augmentée . . . . .	62
55	Magnitude du déplacement longitudinal de la voie en fonction de la longueur, raideur du ballast augmentée . . . . .	63
56	Magnitude du déplacement longitudinal de la voie en fonction de la variation de température, raideur du ballast augmentée . . . . .	64
57	Voie courante "encastrée" à ses extrémités . . . . .	64
58	symboles utilisés dans les résultats . . . . .	65
59	Voie en trois sections "libre" à ses extrémités, échauffement de la section centrale	66
60	Evolution de la contrainte axiale dans les rails, le tronçon central est chauffé de 50°C	66
61	Voie en trois sections encastrees à ses extrémités, échauffement de la section centrale	67
62	Evolution de la contrainte axiale dans les rails, voies encastrees, le tronçon central est réchauffé de 50°C . . . . .	67
63	Magnitude du déplacement relatif des rails, voies libres, le tronçon central est réchauffé de 50°C . . . . .	68
64	Géométrie des simulations et identifiants . . . . .	69
65	symboles utilisés dans les résultats . . . . .	69
66	Conditions frontières libres en fin de voie . . . . .	69
67	Conditions frontières d'encastrement en fin de voie . . . . .	70
68	Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 60m	71
69	Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil . . . . .	71
70	Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 600m	72
71	Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil . . . . .	73
72	Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 600m	73
73	Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil . . . . .	74
74	Déformée transversale de flambement, $\Delta T_{crit} = 114.0^\circ C$ . . . . .	75
75	Répartition des variations thermiques . . . . .	75
76	Evolution de la contrainte axiale dans les rails, appareil soudé à des voies de 300m	76
77	Evolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil . . . . .	76
78	Schéma d'un appareil de voie . . . . .	81
79	Eléments constitutifs de la voie . . . . .	82

80	Element de poutre Euler-Bernoulli . . . . .	82
81	Section de poutre déformée . . . . .	83
82	Déplacement de la section rouge . . . . .	86
83	Réponse en résultante de force aux points d'ancrage . . . . .	87
84	Connecteur "Bushing" . . . . .	87
85	Déplacement de la section de rail en rouge . . . . .	88
86	Réponse en résultante de force aux points d'ancrage . . . . .	88
87	Test de l'élément connecteur de type beam . . . . .	89

