

École polytechnique de Louvain

Validation expérimentale du calcul d'une structure réciproque en acier

Auteur: **Célia DUBRULLE**

Promoteur: **Pierre LATTEUR**

Lecteurs: **Julien GENO, Justin GOOSSE, Jens NICLAES, João
PACHECO DE ALMEIDA**

Année académique 2021-2022

Master [120] : ingénieur civil des constructions

Abstract

In this document, we study the reciprocal structures in 3D, which function with their beams carrying on each other. This structural frame makes it possible to cross spans greater than the dimensions of the elements that compose it. With this principle, structures with raw wooden trunks could be built, exceeding their mechanical capacities considered separately. However, there are still many uncertainties regarding the numerical modeling. Thus, this work aims to understand how to create a numerical calculation model with accuracy. To do this, we decided to build a steel structure with a 4m span. We started by drawing it with Grasshopper. A bolted assembly has been developed, allowing a three rotations joint at the connections. The structure was then built in the laboratory according to the drawing model. It was loaded and displacements were measured. Finally, these experimental results were compared with the results from the finite element calculation.

Remerciements

Ce travail a été très intéressant et m'a permis de repousser mes limites. Il n'en aurait rien été sans le soutien que j'ai reçu de la part du personnel GCE et de mon entourage.

Je tiens à remercier mon promoteur Pierre Latteur pour sa confiance en mon travail, son regard critique et ses excellentes suggestions.

Mais aussi Justin Goosse qui a pris le temps de me conseiller avant la réalisation de la structure et qui m'a surtout accordé un temps inconsiderable pour sa réalisation. Ses idées m'ont aidé à comprendre la complexité du travail expérimental et ont mené cette entreprise à la réussite.

Je remercie également Julien Geno qui a pris le temps de m'introduire aux structures réciproques, malgré son départ de l'Uclouvain. J'ai pu compter sur lui pour m'aider avec Grasshopper et me fournir des scripts qui se sont avérés essentiels.

Je n'oublie pas bien sûr le personnel du laboratoire GCE, qui a dû s'adapter à l'arrivée de ma construction en juillet. En particulier Vincent Forzee et Quentin Mestrez, qui ont su répondre aux besoins de cette réalisation malgré le délai très court.

Finalement, je tiens à remercier Fanny pour la relecture et j'espère lui avoir transmis au passage le goût pour les structures. J'ai également une pensée pour mes parents et Alexine qui m'ont soutenue et encouragée tout au long de cet exercice.

Table des matières

1	Introduction	3
1.1	Contexte	3
1.2	Problématique	4
1.3	Objectifs du travail	6
2	Etat de l'art	7
2.1	Histoire	7
2.2	Conception	9
2.2.1	Définition	9
2.2.2	Comment dessiner une structure réciproque	11
2.2.3	Variantes	12
2.3	Quelques exemples de structures contemporaines	13
2.4	Études expérimentales	14
2.4.1	Investigation expérimentale d'un dôme réciproque - 2018	14
2.4.2	Étude d'un connecteur ajustable pour une structure réciproque - 2021	15
2.5	État des lieux du travail à l'UCLouvain	16
3	Modèle 3D	18
3.1	Réflexion sur le dessin	18
3.2	Programme de dessin paramétrique	19
3.2.1	Grasshopper	19
3.2.2	Démarche de génération de structures	20
3.2.3	Critique sur la méthode	22
3.3	Modèle de la structure à construire	23
4	Calcul numérique	26
4.1	Karamba 3D	26
4.2	Connexions	28
4.3	Modèle statique	29
4.3.1	Appuis à rouleaux et rotules à 3 rotations	29
4.3.2	Appuis à rouleaux et rotules à 2 rotations	29
4.3.3	Appuis rotulés et rotules à 3 rotations	30
4.4	Différentes modélisations	32
4.4.1	Premier modèle	32
4.4.2	Deuxième modèle	34
4.4.3	Troisième modèle	35
4.4.4	Sollicitation de la connexion	36
4.5	Dimensionnement	37

5	Mise en oeuvre	38
5.1	Plans	38
5.1.1	Plan global	39
5.1.2	Postions des percements	39
5.1.3	Détail de l'assemblage	40
5.2	Usinage	42
5.2.1	Repère	42
5.2.2	Marquage des distances	42
5.2.3	Fraisage	42
5.2.4	Tolérances d'usinage	45
5.3	Montage	45
5.3.1	Chronologie de montage	45
5.3.2	Serrage des assemblages	46
5.3.3	Appareils d'appui	47
5.4	Instrumentation	48
5.5	Chargement	50
6	Interprétation des Résultats	52
6.1	Déplacements verticaux	52
6.2	Déplacements aux appuis	53
6.3	Différence entre chargement et déchargement	55
7	Comparaison avec la modélisation	57
7.1	Comparaisons des déplacements verticaux	57
7.2	Comparaison des déplacements aux appuis	60
7.3	Quelques hypothèses	60
7.4	Validation	61
8	Pistes de poursuite du travail	64
8.1	Adaptation et étude de la structure en acier	64
8.2	Autres points à creuser	65
9	Conclusion	67
	Bibliographie	69
	Annexe A : Calcul du degré hyperstatique	71
	Annexe B : Dimensionnement	72
	Annexe C : Recueil des modifications en laboratoire	73
	Annexe D : Mesures	75

Chapitre1

Introduction

1.1 Contexte

Le pôle *Civil and environmental engineering* de l'Uclouvain a un intérêt marqué pour les structures en bois à base de grumes. Cette démarche de recherche s'inscrit dans la volonté de développer des techniques indépendantes de l'utilisation de sections transformées. En effet, la matière première passe par beaucoup de stades avant d'être le produit fini utilisé dans le secteur: séchage, tri, collage, rabotage,... Ces transformations sont onéreuses et engendrent des pertes non négligeables du bois. Ainsi le bois raboté a un coût qui ne lui permet pas d'être en concurrence réelle avec l'acier et le béton.

Pourtant la construction en bois, bien que moins rependue que dans d'autres pays gros producteurs, est de plus en plus populaire. Il y a donc une volonté générale d'utiliser ce matériau notamment pour son bilan carbone neutre. S'il est issue d'une forêt relativement locale et gérée raisonnablement, le bois est la matière la matière porteuse la plus écologique en construction. Malheureusement à cause des raisons citées précédemment cela reste une option peu abordable, qui ne permettra de répondre au enjeux écologiques contemporains.

Ainsi en utilisant l'entièreté du tronc d'arbre on court-circuite ce cycle de transformation et on économise sur le produit mis en oeuvre. Le défi reste cependant d'avoir des performances équivalentes aux bois lamellé collé. Ce dernier, par le collage lui conférant des dimensions bien plus importantes que le bois brut, peut franchir de grandes distances. Les structures réciproques permettent par assemblage des poutres entre elles d'étendre considérablement la portée par rapport aux dimensions de ces dernières.



Figure 1.1: Charpente réciproque en grumes [[24]

1.2 Problématique

Une structure réciproque fonctionne lorsque tous les éléments qui la composent prennent appui sur au moins un de leur voisin. La forme primaire d'une structure réciproque est un module. Dans un module toutes les poutres ont un appui au sol et un autre sur leur voisine. En partant de ce principe, on peut assembler des modules pour créer des structures réciproques plus amples. Les formes des modules peuvent varier et donner naissance à un grand panel de possibilités.

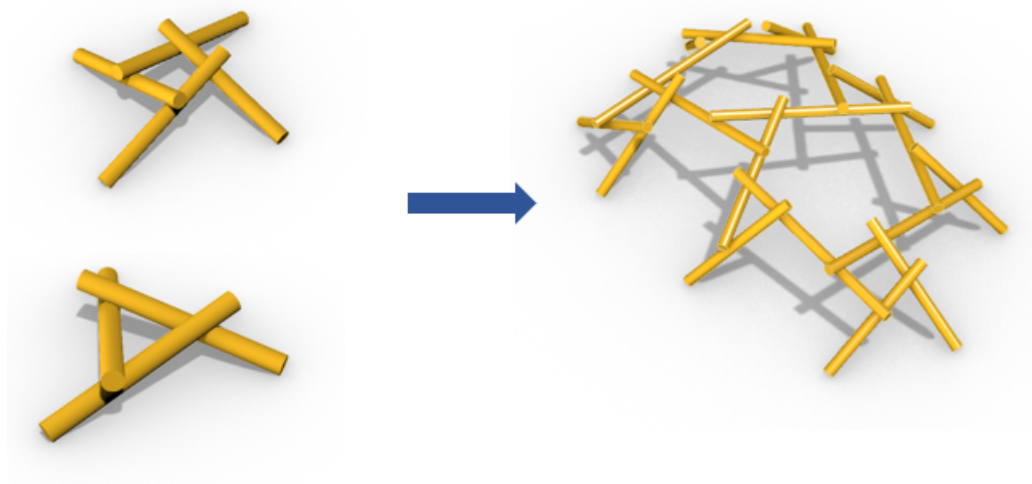


Figure 1.2: Modules simples et structure à 8 modules (mélange triangles et carrés)

Ce principe structural permet de créer des ossatures intéressantes autant visuellement que conceptuellement mais qui regorgent de complexités. Premièrement le design est ardu puisque les positions de tous les éléments dépendent les unes des autres: si un élément se déplace c'est toute la structure qui est impactée. Il est donc nécessaire d'utiliser

un programme pour résoudre ce casse-tête itératif. Ensuite le dimensionnement et le dessin sont également liés puisque si on doit rajouter en matière pour des questions de résistance ou de déformation, encore une fois toute la structure devra être réitérée. Il se peut également que les choix sur les paramètres ne soient simplement pas adaptés à l'utilisation conduisant à une révision de ces derniers.

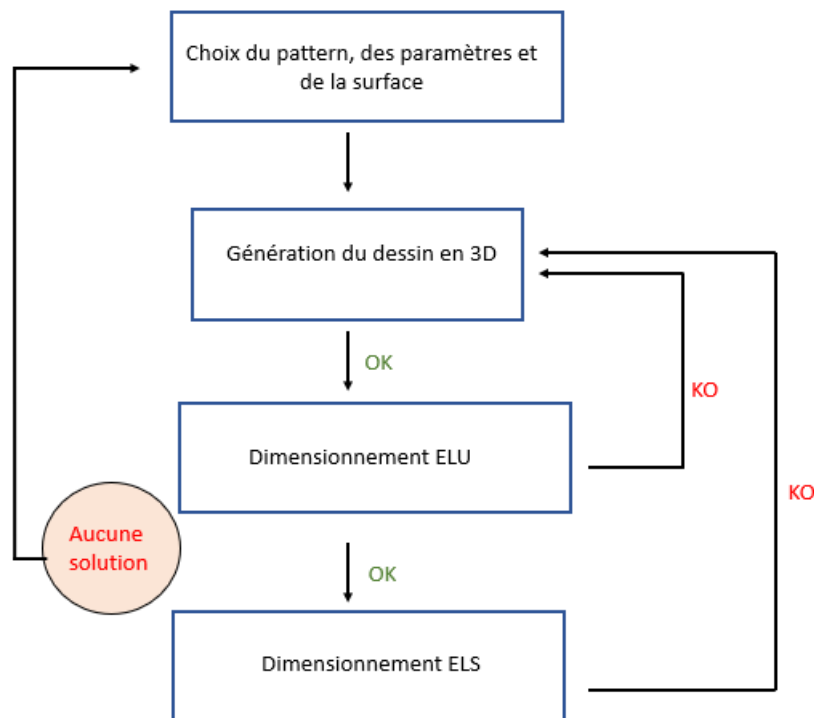


Figure 1.3: Lien entre design et dimensionnement

L'arbre ci dessus schématise le lien entre dessin et dimensionnement. Mais encore faut-il pouvoir calculer une telle structure. Ce type de système porteur n'a pas un modèle statique simple et lisible comme une ossature en poteau poutre. Il est difficile de comprendre comment y transitent les efforts et comment la calculer dans son ensemble. La solution semble donc d'utiliser un logiciel de calcul aux éléments finis. Mais encore une fois nous nous retrouvons dans l'incertitude puisqu'il y a peu de littérature à ce sujet, nous empêchant de prendre confiance en notre modélisation.

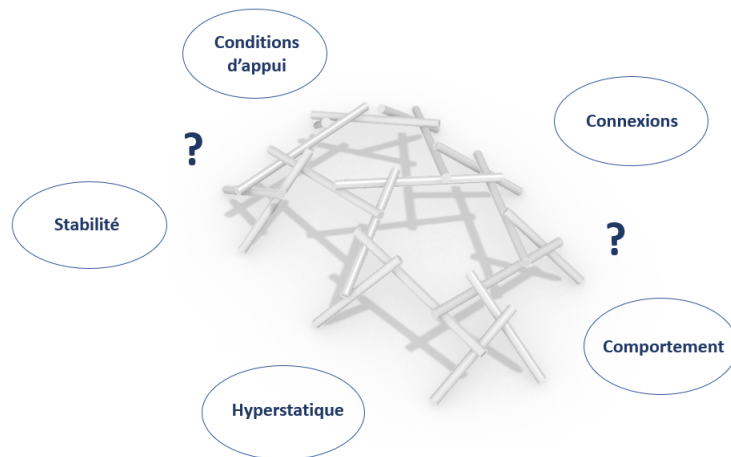


Figure 1.4: Inconnues et questionnements

Il s'agit donc d'un système porteur ingénieux mais encore inédit dans son aspect calculatoire. Nous ne croisons actuellement pas de structures réciproques réellement complexes dans notre environnement puisqu'aucune normalisation ne permettrait aux acteurs du marché de la construction de s'y risquer. La recherche sur ce sujet est donc particulièrement justifiable et nécessaire.

1.3 Objectifs du travail

Ce travail a la volonté de comprendre comment fonctionne une structure réciproque et comment bien la concevoir. Pour s'approcher au plus de cet objectif il a été décidé de construire une structure en acier afin de l'observer et de la mesurer. L'acier étant un matériaux isotrope avec un grand domaine élastique, est idéal pour cette première étude expérimentale.

Dans un premier temps, nous parcourrons l'historique des connaissances sur les structures réciproques utiles à ce travail. Ensuite nous traitons de la problématique du dessin en 3D des structures réciproques. L'approche utilisée pour passer de l'idée à leur génération. Une fois la structure dessinée, nous entrons dans le calcul numérique. Avec Karamba nous tentons plusieurs modélisations pour calculer différentes structures. Finalement, la réalisation de la structure et sa prise de mesures sont détaillées.

Chapitre2

Etat de l'art

2.1 Histoire

Le principe des structures réciproques ne date pas d'hier. Bien au contraire, avant les inventions de l'acier, du bois lamellé collé et du béton, les hommes utilisaient déjà ce principe ingénieux pour franchir des distances plus importantes que ne le permettait le bois massif.

Si on remonte à l'habitat primitif, on retrouve le tipi qui par définition est un module réciproque. Ensuite, premières traces de ce principe structural apparaissent dès le XII^e siècle, dans la conception de temples du moine bouddhiste japonais Chogeng. C'est d'ailleurs en chine qu'on retrouve les fameux ponts réciproques. Il n'y a malheureusement aucun écrit décrivant les méthodes utilisées pour ces travaux.

Plus tard, des architectes occidentaux ont eu la volonté de transmettre les principes réciproques sur papier. L'architecte français Villard de Honnecourt (1200) a été le premier à avoir cette volonté de transmission. Il sévissait à cette époque une pénurie de bois et Villard a conçu des planchers réciproques pour continuer à construire avec des éléments de bois courts. Ces planchers sont rigides puisqu'il préconise un assemblage cloué, créant ainsi un ensemble à part entière plutôt qu'un groupement de poutres interagissant entre elles. Sa méthode n'utilise pas forcément moins de matière qu'un plancher traditionnel mais celle-ci est sous une forme moins performante mais plus abondante. De la sorte, sa démarche a eu un réel questionnement autour de l'optimisation. Plus tard les architectes Sebastiano Serlio et Jhon Wallis approfondissent le travail de Villard toujours en se souciant de l'agencement au service de l'économie de matière [1].

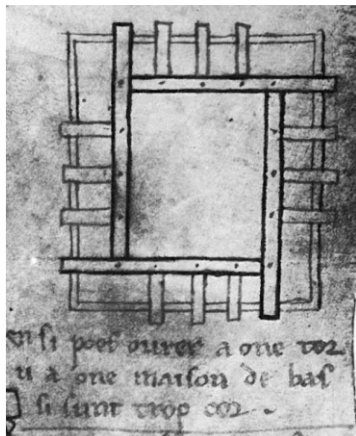


Figure 2.1: *Plancher avec des bois trop courts*
- Villard De Honnecourt [1]

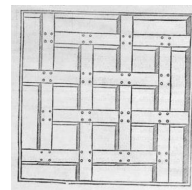


Figure 2.2: *Plancher de 15 pieds de côtés avec des bois trop courts* - Sebastiano Serlio [1]

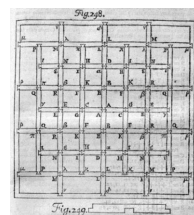


Figure 2.3: *Plancher plat et élément encoché en exergue* - John Wallis [1]

Léonard De Vinci a étudié les ponts réciproques chinois et l'a décrit dans son Codex. Son travail est le premier à s'approcher des structures réciproques étudiées dans ce document. En effet, contrairement à Villard et Seglio, il ne considère pas de rigidité entre ces éléments. Les poutres sont superposées entre elles et liées de telle sorte à empêcher toute translation mais ne permettent pas de réel encastrement. De plus, il a dessiné des structures de plus grandes ampleurs et avec différentes formes de modules.

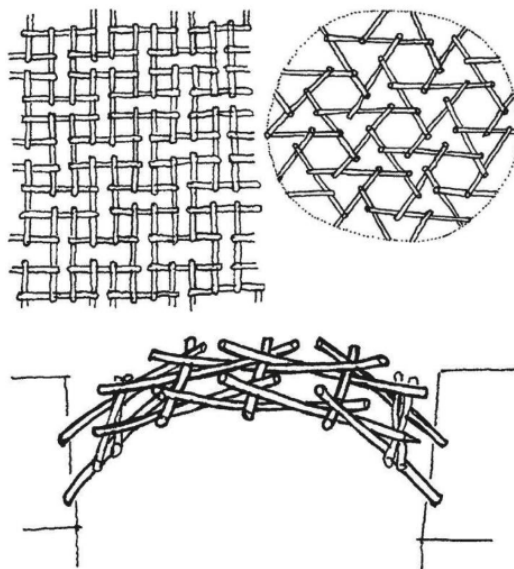


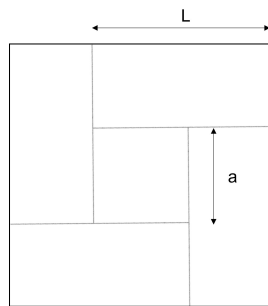
Figure 2.4: *Reproduction des dessins des structures temporaires et du pont de Vinci* - Poorang Piroozfar [1]

2.2 Conception

2.2.1 Définition

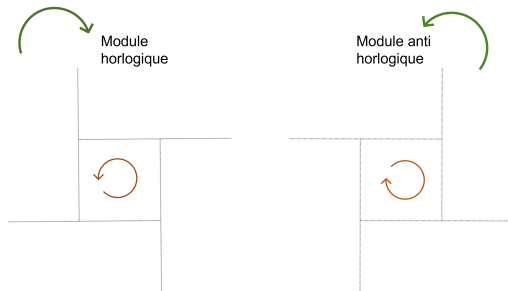
Les structures considérées dans ce travail sont celles telles que définies par Oliver Baverel durant sa thèse [2]. Il définit les bases des nexorades, nom anglo-saxon qu'il attribue aux structures réciproques et qui sera adopté au sein de la communauté scientifique. Une nexorade est un ensemble de nexors (poutre ou barre) qui se supportent les uns les autres. *Nexor* se traduit du latin par *liens*. Ce choix lexical illustre la philosophie des structures réciproques définies par Baverel dont tous les éléments qui les composent ont le même rôle.

Paramètres



À la figure 2.9, L correspond la longueur d'un nexor et a correspond à la longueur d'engagement. Il s'agit de la longueur entre deux contacts sur un même nexor. Le polygone au centre est appelé la fenêtre d'engagement.

Figure 2.5: Longueur du nexor et longueur d'engagement



A la figure 2.6, en vert le sens définissant le style du module et en orange le sens de portée. Le sens de style se détermine de manière similaire à un moment de force: si on tire sur l'extrémité d'un nexor, dans quel sens fera-t-il tourner la fenêtre d'engagement?

Figure 2.6: Style du module

À la figure 2.7, l'angle de base, définit comme l'angle entre le plan de base et le nexor. Ce paramètre permet d'avoir une influence direct sur la hauteur du module.

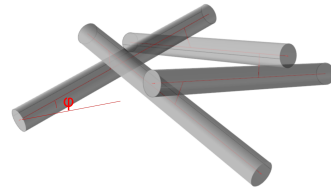


Figure 2.7: Angle de la base

A la figure 2.8, l'excentricité entre deux nexors. C'est la distance qui les sépare au lieu de leur rencontre. Elle est perpendiculaire aux deux axes centraux des nexors. C'est donc la plus courte distance qui sépare ces deux axes, indépendamment de l'angle relatif entre eux. La valeur de cette excentricité correspond à la somme des diamètres des nexors.

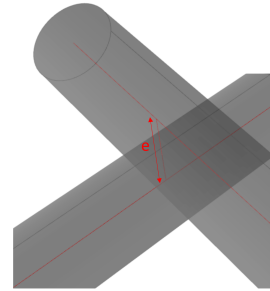


Figure 2.8: Excentricité entre les axes

Finalement, on retrouve deux possibilités d'assemblage. Lorsque la poutre portée est au dessus de la poutre porteuse, la connexion fonctionne par pression de contact. A l'inverse, si la portée est en dessous de la porteuse, il s'agit d'un assemblage suspendu.

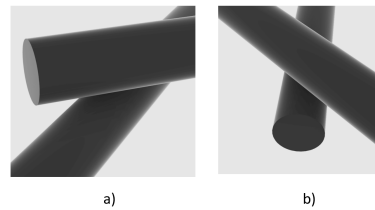


Figure 2.9: a) Assemblage comprimé, b) assemblage suspendu

NB: Puisque cet écrit est en français, nous avons fait le choix de ne pas utiliser le vocabulaire de O.Baverel. A la place de nexors, on retrouvera éléments, poutres ou encore barres.

Robustesse

Les structures réciproques non planes ont une faible robustesse. C'est à dire qu'un dégât local entraîne une défaillance globale [5]. On peut cependant avoir une différence de robustesse entre un système réciproque primaire et secondaire. Pour le premier, il n'y a aucun sous-système, si un élément casse, c'est tout le reste qui s'effondre. Pour le second, on a un ou des sous-systèmes, c'est à dire des formes réciproques primaires qui portent sur d'autres formes réciproques primaires.

L'excentricité et la rigidité aux assemblages a également une influence sur la robustesse. Si les poutres ont une faibles excentricité entre elles grâce à un assemblage encastré partiellement ou totalement, le comportement sera différent. Pour illustrer le principe, à la figure 2.12 une structure réciproque avec un assemblage très rigide et sans excentricité. De la sorte elle est très rigide. À l'inverse, à la figure 2.13 une structure purement réciproque avec une réelle excentricité et sans encastrement.



Figure 2.10: Exemple de structure avec assemblage rigide [22]



Figure 2.11: Exemple de structure avec assemblage non-rigide [20]

Les structures réciproques définies par Beverel, et étudiées dans ce travail, sont un ensemble de poutres sans réelle rigidité considérée aux connexions. **Les poutres peuvent être discrétisées et il n'y a pas de hiérarchie entre elles** [2].

2.2.2 Comment dessiner une structure réciproque

Pattern

Il existe plusieurs approches mais le principe reste globalement le même. Un pattern de base en 2D est choisi et projeté sur une surface.

La tessalation [26] est une division du plan en plusieurs polygones uniformes. Cette approche permet une diversité de formes. D'autres techniques partent de maillages ou encore de cellules [27].

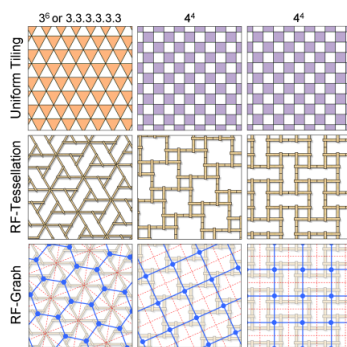


Figure 2.12: Principe de la tessalation [26]

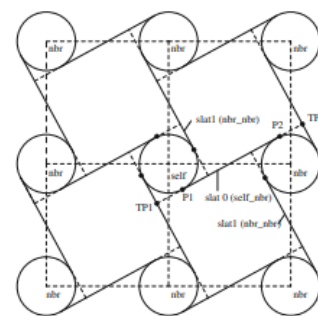


Figure 2.13: Principe des cellules [27]

Réciprocité

C'est l'action qui permet de faire apparaître la fenêtre d'engagement. Les lignes du pattern subissent une transformation jusqu'à atteindre la longueur d'engagement souhaitée. Une

stratégie utilisée par C.Douthe et O.Baverel [3], consiste en une rotation des lignes autour de leurs extrémités. Nous utiliserons ce même principe.

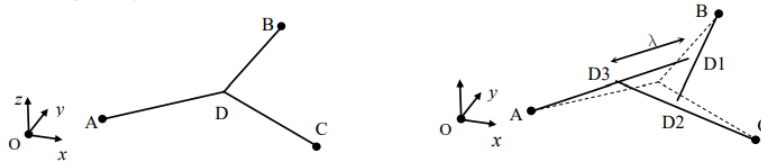


Figure 2.14: Rotation de réciprocité [3]

Positions des lignes

Il est si compliqué de déterminer analytiquement les positions des lignes, que beaucoup ont étudié des méthodes de génération. On appelle cela le form-finding.

Plusieurs méthodes sont utilisées, telles que l'utilisation d'un algorithme génétique ou la relaxation dynamique. C'est cette dernière que nous utilisons dans notre travail suite à son efficacité prouvée dans de nombreux autres travaux.

«La relaxation dynamique est une modélisation informatique, qui peut être utilisée pour le processus dit de form-finding des structures câbles et nappes. La méthode de relaxation dynamique est basée sur un continuum discrétisé dans lequel on suppose la masse du système répartie à des nœuds donnés. Le système oscille autour de la position d'équilibre sous l'influence du chargement. Le processus itératif est réalisé en simulant un comportement pseudo-dynamique dans le temps.» [4]

2.2.3 Variantes

Les structures réciproques en 3D ont les éléments fléchis. Augmenter la section n'est pas une solution efficace puisque cela apporte du poids propre. Certains ont imaginé augmenter les performances via d'autres stratégies.

1. **Poutres treillis** Cyril Douthe et Olivier Baverel ont proposé des structures réciproques avec des poutres treillis [6]. On augmente ainsi l'inertie des éléments sans forcément augmenter la masse.



Figure 2.15: Structure réciproque à double épaisseur construite avec des échelles [6]

Pour approfondir la question, ils ont réalisé des calculs aux éléments finis sur deux structures équivalentes. L'une avec des poutres simples et l'autre avec des poutres treillis. Cette analyse a montré les poutres treillis comme rendant la structure plus résistance et plus rigide. Il est cependant plus difficile de gérer la longueur d'engagement par rapport à la taille de la poutre en treillis. Leur questionnement ouvre la porte à une optimisation de structures réciproques.

2. **Poutres pré)courbées** Stijn Brancart et al. ont proposé des dômes avec des éléments précourbés [5]. Le but premier était de créer des dômes réciproques faciles et rapides à assembler. Ils ont ainsi conçu l'élément pré-fléchi qui suit la courbe du dôme et qui est assemblé avec une faible excentricité entre les éléments. Les éléments ont un doublage qui permet cette pré-courbure. La seconde motivation est de réduire la flexion dans les éléments en profitant de la courbure.

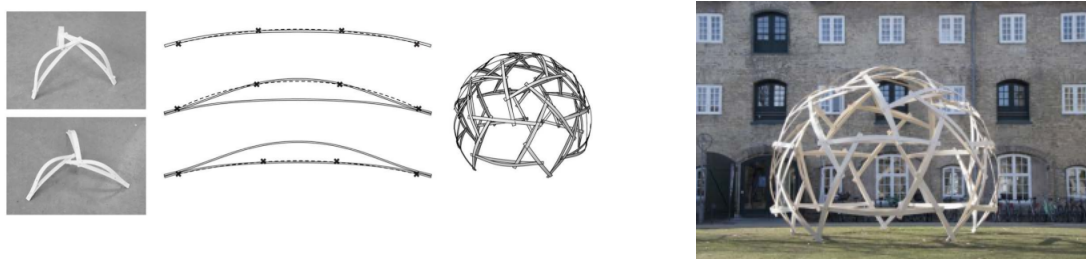


Figure 2.16: Concept et maquette [5]

2.3 Quelques exemples de structures contemporaines

Bien qu'il y ait un intérêt marqué pour les structures réciproques et une littérature assez fournie, il n'y en existe peu qui ont été érigées durablement. On retrouve quelques petits projets mais très peu d'ouvrages à grande ampleur. La faible robustesse de ce système ainsi que le manque d'expérimentation ne permet pas pour l'instant de pouvoir construire de grands bâtiments avec des charpentes réciproques. Encore moins avec des éléments aussi massifs que des grumes.

Voici quelques réalisations notables:



Figure 2.17: *Rokko Mountain Observatory* [21]

Le *Rokko Mountain Observatory* à Kobe au Japon, a été construit en 2010 à la suite d'un concours. Il s'agit d'un dôme réciproque des 16m de diamètre avec des tubes en acier soudés aux connexions. Le pattern utilisé est une tessellation de Voronoï. L'environnement est dur (900m d'altitude), ce qui a poussé à une réalisation très rigoureuse [7].



Figure 2.18: Charpente du Stonemason Museum (Photo: Kelkaku-Inc.) [18]

La charpente du Sonemason Museum, toujours au Japon, est un bel exemple de structure réciproque avec grumes. Elle a été construite en 1993 ce qui impressionne par rapport aux connaissances des systèmes réciproques à cette époque.

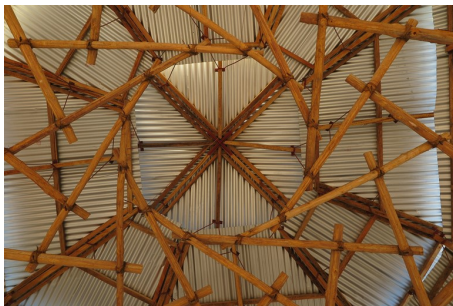


Figure 2.19: Ifakara Super Dome (Photo: Lucas Sager) [19]

Cette charpente en grumes, construite en Tanzanie en 2016, est le fruit d'une collaboration entre des étudiants Suisses et Tanzaniens.[19]

2.4 Études expérimentales

2.4.1 Investigation expérimentale d'un dôme réciproque - 2018

Joe Rizzuto, professeur à l'université de West London, a mené une étude expérimentale en 2018 pour observer le comportement d'un dôme réciproque [9]. Son travail est fortement utile pour le nôtre dont la finalité présente la même prétention.

La structure est dessinée à partir d'un *honeycomb* dôme dont les lignes subissent une certaine rotation jusqu'à atteindre le diamètre souhaité. Cette génération est particulièrement adéquate à la construction de la maquette puisqu'il en résulte une structure symétrique et donc une répétition d'éléments semblables.

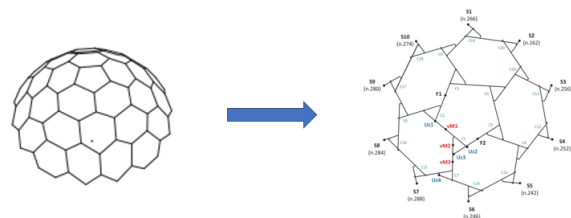


Figure 2.20: Honeycomb et plan du dôme [9]

La maquette a une taille modérée pour convenir aux capacités du laboratoire. Elle fait environ 3m de diamètre et 1m de haut, et est composée de tubes en acier de 48,3mm joints par des tiges boulonnées. Par souci de simplicité et d'économie, elle est simplement appuyée sur ses extrémités biseautées.



Figure 2.21: Dôme en essai de laboratoire [9]

J.P Rizzuto questionne la modélisation des connexions et des conditions d'appui. Face à beaucoup d'inconnues, il décide de prendre en compte un maximum de possibilités. Les connexions ont deux possibilités différentes: un lien complètement rigide et un ressort translationnel/rotationnel. Il réalise avec Abaqus des modélisations des assemblages pour estimer les rigidités à appliquer à ces ressorts. Les conditions d'appui ont elle trois possibilités : des appuis fixés en translations, des appuis glissants et des élastiques translationnels. En combinant ces hypothèses, il garde 8 modèles.

Selon les modèles, la structure a été chargée de sorte à rester dans son domaine élastique. Les déplacements verticaux et les contraintes ont été mesurées en 6 points respectivement avec un appareil laser et des jauges. Les résultats ont été ensuite comparés aux 8 modèles.

Plusieurs modèles parmi les 8 ont des résultats qui coïncident avec les mesures à certains points de mesures. Aucun n'a cependant des résultats correspondant pour tous les points. J.P Rizzuto en conclut donc qu'aucun des modèles ne correspond avec précision à la structure construite. Cela pourrait être dû à des imperfections de la matière ou encore à un montage manuel manquant de précision.

2.4.2 Étude d'un connecteur ajustable pour une structure réciproque - 2021

Lin Qi et al. ont étudié les propriétés mécaniques d'un module réciproque avec un connecteur ajustable [10]. Leur principal but tourne autour de la rigidité de l'assemblage. Ils ont observé que la plupart des assemblages développés jusqu'à présent limitent le domaine d'application des structures réciproques dû à leur faible résistance et rigidité. Ils ont donc désigné un assemblage dont ils ont étudié sur Abaqus la résistance et la rigidité. La rigidité de l'assemblage est ensuite prise en compte lors du calcul aux éléments finis de la structure.

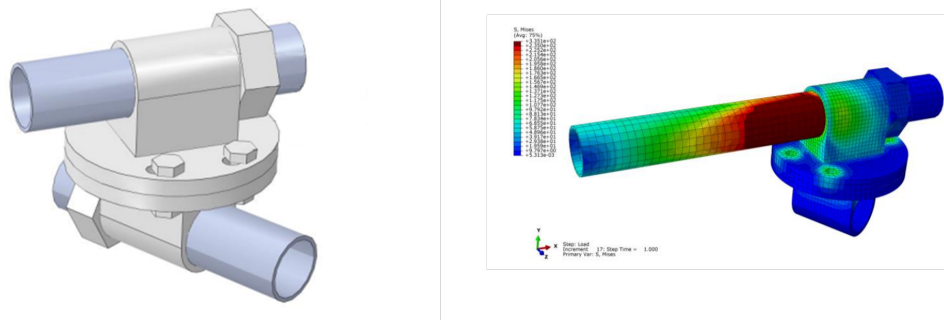


Figure 2.22: Modèle et contraintes du connecteur [10]

Afin de vérifier leur analyse de l'assemblage, Lin Qi et al. ont construit une structure réciproque en acier. La structure est une module réciproque à 6 barres. Les assemblages sont ceux détaillés à la figure 2.22 et les appuis sont libres en rotation mais contraints en translation grâce à un cadre en acier. La structure est chargée avec des poids sur les noeuds. Des jauges et des comparateurs sont placés en 18 points pour prendre des mesures de contraintes et de déplacements.



Figure 2.23: Structure fabriquée et mesurée en laboratoire [10]

Les résultats mesurés sont comparés à la modélisation numérique. La marge d'erreur varie de 0 à 12% (avec quelques exceptions jusqu'à 17%), conduisant les auteurs de l'article à valider la modélisation de l'assemblage et de la structure.

2.5 État des lieux du travail à l'UCLouvain

Ce travail autour des structures réciproques n'est pas le premier au sein de la faculté. Cinq étudiants ont réalisé un mémoire sur le sujet et une thèse a été portée par Julien Geno. Voici un résumé de ces différents mémoires:

1. **"Validation expérimentale d'assemblages de structures réciproques composées de troncs d'arbres" - Justin Goosse [11]** Lors de ce travail, Justin Goosse a proposé un assemblage type pour les structures réciproques en bois (dénommé *Assemblage JJP*). Différents paramètres qui découlent de la forme de la structures régissent

la forme de l'assemblage. Justin a également réalisé une structure en bois à taille réelle.



Figure 2.24: Structure réciproque en grumes de Justin Goosse [11]



Figure 2.25: Assemblage JJP [11]

2. **"Calcul des assemblages de troncs d'arbres de structures réciproques sur base d'une approche de conception paramétrique"** - **Thomas Kaisin [13]** Thomas Kaisin a développé une théorie sur les sollicitations de l'assemblage JJP. En calculant les résultantes de forces aux connexions et leurs orientations, il a attribué un pourcentage de reprise d'effort par face de l'assemblage. Le but étant de vérifier la structure réalisée par Justin Gosse avec plus de précision sur ce qu'il se passe aux assemblages.
3. **"Développement d'un programme paramétrique permettant de concevoir une structure réciproque 3D avec un minimum de connecteurs métalliques"** - **Dorsan Dallemagne [12]** Dorsan Dallemagne a travaillé sur un programme Grasshopper pour générer des dessins en 3D de structures réciproques. Ce dernier fonctionne en itérant sur des lignes à partir d'une surface quelconque et d'un maillage carré.
4. **"Optimisation d'un plancher composé de modules réciproques"** - **Marie Vandamme [14] / Alexis Pierson [15]** Marie a étudié l'optimisation des planchers réciproques en utilisant la théorie des indicateurs morphologiques. Elle a fait varier la longueur d'engagement et a observé que sa valeur optimale correspond de 30 à 70% de la longueur des poutres. Alexis Pierson à poursuit le travail en incluant le poids propre dans cette analyse.

A la suite de tous ces travaux persistaient encore de nombreux questionnements sur les structures réciproques. En particulier sur son calcul puisque ce système porteur est encore peu détaillé dû à sa complexité de disposition et aux variétés d'assemblages. Pour étoffer le bagage de la faculté, ce mémoire a comme ambition d'explorer le calcul de structures réciproques. La validation d'une modélisation permettrait de franchir un cap où l'on pourrait réaliser des structures réciproques en ayant un calcul qui ne relève pas de l'hypothèse.

Chapitre3

Modèle 3D

La complexité de design d'une structure réciproque est dû à la dépendance entre tous les éléments qui la composent. Pour ce type de structure, on suivra une approche de form-finding [25], définie comme étant la recherche de la forme la plus adaptée architecturalement et structurellement. Le désir de conception réside dans une forme générale mais également dans un certain pattern de formes. Produire un tel résultat est difficile et demande une certaine méthodologie.

Dans ce chapitre, nous détaillerons la manière d'approcher le problème pour finalement générer un modèle 3D de la structure à construire.

3.1 Réflexion sur le dessin

Pour comprendre les enjeux du dessin, on observe un premier module réciproque. On remarque que les points de contact entre les cylindres doivent être sur le même plan pour pouvoir assurer la réciprocité. Cette condition impose qu'il existe une solution unique pour trois paramètres fixés. Par exemple, pour une largeur projetée L , une longueur d'engagement a et un rayon r , il existe une seule solution: nous n'avons pas la possibilité de fixer la hauteur comme quatrième paramètre. A l'inverse, si on fixe la hauteur, la largeur projetée L et le rayon r , il n'y aura qu'une seule valeur possible pour la longueur d'engagement a . Et ainsi de suite pour tous les paramètres.

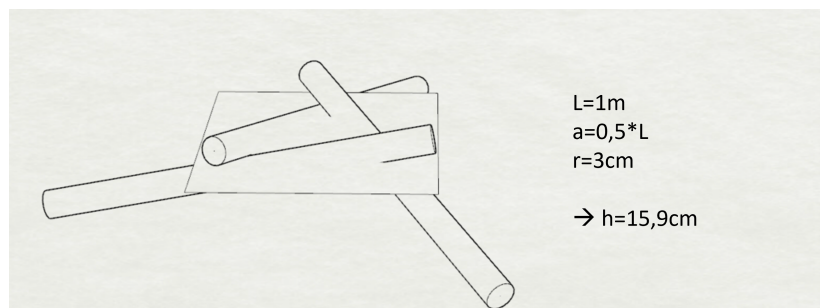


Figure 3.1: Plan de contact des poutres pour un module à 3 barres

L'observation de la forme la plus simple d'une structure réciproque expose déjà la complexité du problème. D'abord, il serait très difficile de calculer analytiquement les coordonnées

pour un modèle à plusieurs modules. Ensuite, la condition de contact dans le même plan laisse à penser que la liberté de design sera limitée. Si on décide d'une certaine forme globale, on devra laisser soit la longueur d'engagement soit le diamètre s'adapter. Pourtant ce sont deux paramètres qui ont une importance cruciale sur la résistance: on pourrait se retrouver avec des structures sous-optimisées voire même instables. A l'inverse, si on laisse la longueur d'engagement ou le diamètre varier, il faudrait accepter que la forme globale s'éloigne de la forme originale souhaitée. Dans ce cas, si l'on imagine un projet à bâtir, il faudrait réaliser l'étude de stabilité en même temps que la conception architecturale avant de remettre pour le permis d'urbanisme.

3.2 Programme de dessin paramétrique

Puisque le design à la main est simplement inenvisageable, il faut recourir à une méthode numérique. La méthode de résolution utilisée est la relaxation dynamique.

3.2.1 Grasshopper

Pour ce faire, nous utilisons le logiciel de CAO Rhinoceros 3D et son extension Grasshopper. Il s'agit d'un environnement de programmation paramétrique. C'est-à-dire que l'on peut générer une géométrie sur base d'un programme et en changer l'allure instantanément en modifiant seulement ses paramètres d'entrée. Cet outil, développé en 2007 par l'entreprise Robert McNeel Associates en 2007, est en essor dû à sa popularité chez les architectes et ingénieurs. Il ne requiert peu voire pas de compétences en programmation puisque son principe repose sur l'assemblage de boîtes ayant leur propres codes et donc fonctions. Ainsi Grasshopper est facile et rapide à prendre en main tout en minimisant le risque d'erreurs. De plus il existe une grande communauté de développeurs professionnels et amateurs qui développent de nouveaux plug-ins, apportant toujours plus de possibilités au logiciel. Il est donc très pertinent d'utiliser cet outil dans ce travail afin de pouvoir développer plusieurs types de structures tout en observant l'influence des paramètres sur leur comportement.

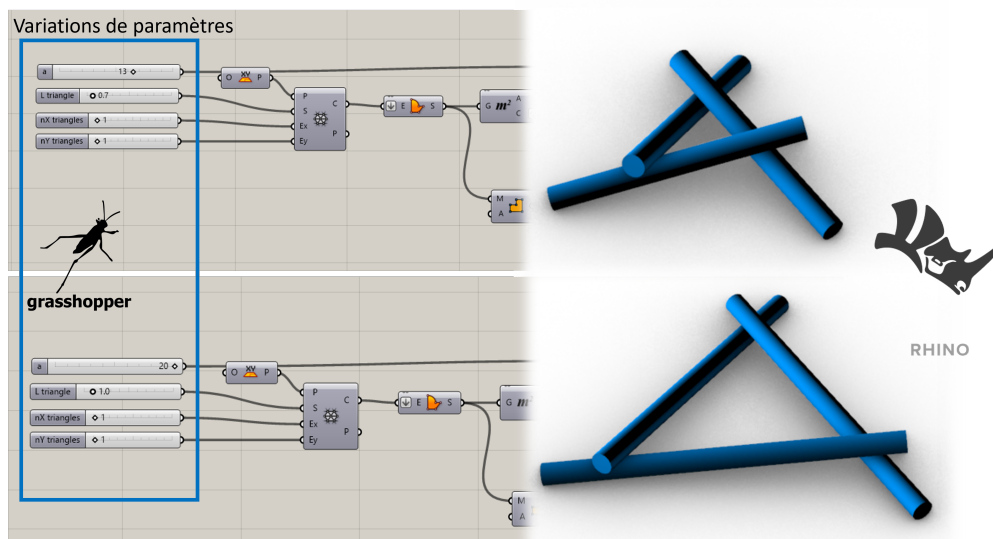


Figure 3.2: Variation des paramètres d'une géométrie générée avec Grasshopper

Le plugin permettant la relaxation dynamique est Kangaroo, développé par Daniel Piker. Il contient des solveurs utilisant le principe physique de relaxation dynamique tout en ajoutant des contraintes afin de guider la solution. Le solveur itère sur les positions de tous les éléments jusqu'à trouver la solution la plus satisfaisante tout en respectant la hiérarchie choisie entre les contraintes.

N.B: Les détails sur la programmation avec Grasshopper seront limités dans la suite du document. On considère cet aspect plus comme un outil qu'une fin en soi. On préfère donc valoriser ce qu'il en est ressorti.

3.2.2 Démarche de génération de structures

1. **Dessin en 2D :** On commence par dessiner le pattern de base. Pour minimiser le nombre de paramètres et ainsi faciliter l'automatisation du programme, on part de formes régulières telles que des grilles de polygones. On aurait pu partir d'autres formes, non symétriques, mais la génération du pattern prendrait plus de temps. On réciprocalise ensuite les lignes du pattern de base, c'est à dire qu'on leur applique une certaine rotation autour de leur centre afin d'obtenir la longueur d'engagement désirée. On prolonge ensuite les lignes jusqu'à ce qu'elles dépassent leurs voisines d'une certaine distance arbitraire. Finalement en fonction du pattern choisi, on connecte les lignes ayant une extrémité en commun.
2. **Projection sur une surface :** Pour que le solveur puisse converger vers une solution acceptable, on projette les lignes sur une surface. Cela donne une impulsion au solveur et le rapproche de la solution finale. Attention, certaines surfaces ne sont pas réalisables. Il faut une surface avec une courbure minimum puisque les structures réciproques en 3D ne savent pas être planes.

3. **Tri des lignes :** Pour la suite du processus, il faut fournir les lignes au solveur selon un ordre de contact. Celui-ci itère sur les positions de lignes sensées être en contact, c'est pour cette raison qu'il faut les trier. Cette étape est réalisée avec un script développé par Justin Gosse lors de son mémoire sur les structures réciproques[11].

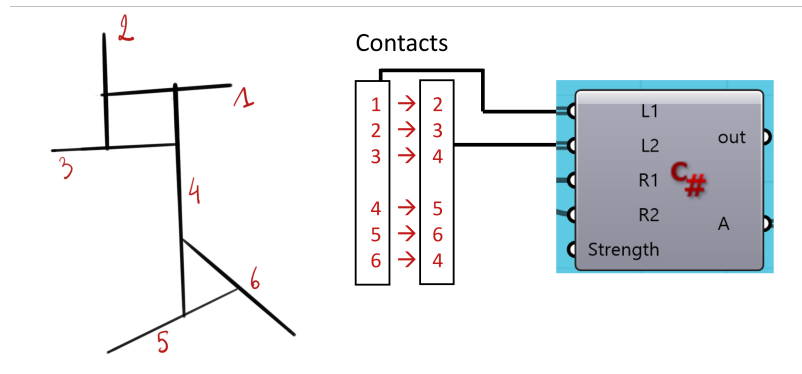


Figure 3.3: Principe des listes de contact

4. **Solveur** Les lignes sont triées selon les contacts, il manque à présent la hiérarchie des opérations fournies au solveur. Le premier goal est de déplacer les lignes entre elles jusqu'à que la plus petite distance qui les sépare soit la somme des diamètres imposés. Pour ce faire, on utilise un script développé lors du mémoire de Dorsan Dallemagne[12]. Ce goal est le plus important, il faut donc lui attribuer une force beaucoup plus importante que les autres.

Ensuite, toujours pour ne pas trop s'éloigner de la forme souhaitée, les points aux appuis ne peuvent pas se déplacer. Ce goal est le deuxième plus important. Les autres extrémités des lignes peuvent se déplacer dans la direction z mais pas dans les directions x et y. C'est le troisième goal le plus important.

Finalement, encore pour rester proche du design imaginé, on souhaite que la longueur reste dans la mesure du possible invariable. Ce goal est le moins important

Ces combinaisons mènent à la production de designs satisfaisants. Lorsqu'on regarde la distance entre les lignes après itérations, on a une marge d'erreur infime par rapport à la distance nominale. La variation de certains paramètres peuvent toutefois augmenter l'erreur: au plus la structure sera étroite au plus cette marge d'erreur augmentera. Cela reste tout de même négligeable.

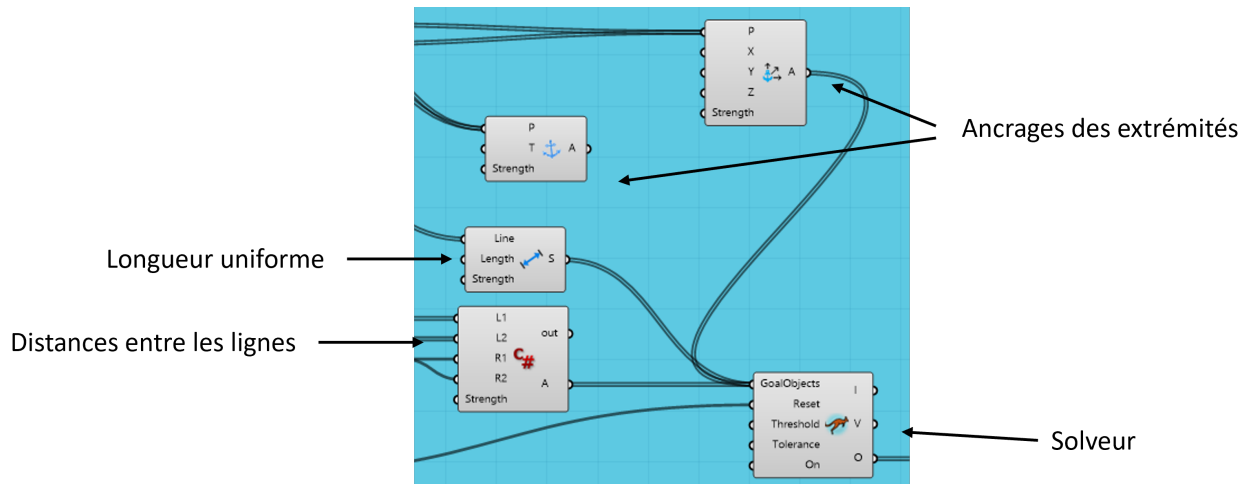


Figure 3.4: Partie du programme permettant la résolution des positions des lignes

3.2.3 Critique sur la méthode

Il a été décidé dans ce travail d'utiliser une approche différente de celle de Dorsan Dallemagne quant à la génération de dessins en 3D. Bien que son programme est efficace et automatique, il ne permet de générer que des modules carrés et rencontre quelques difficultés pour les surfaces sphériques. Dans notre cas, puisqu'on étudie des structures limitées en éléments, on a préféré s'aventurer en produisant des géométries de modules plus diverses quitte à avoir un programme beaucoup moins automatisé. Malgré ces limitations l'aspect paramétrique reste primordial: la réalisation d'un dessin de structure prend un peu plus de manipulations mais permet une modification instantanée des paramètres de base une fois achevée.

3.3 Modèle de la structure à construire

On veut une structure **symétrique**, **esthétique** et facilement **réalisable à la main**. Le pattern en 2D doit être un peu plus complexe que de simples carrés et la génération doit fournir un maximum d'éléments identiques. En voyant les choses en grand, on prévoit une extension de la structure. Si la réalisation de celle-ci se passe bien, cela laisse l'opportunité de réaliser une structure encore plus grande, avec déjà une première idée de son comportement grâce à la structure primaire. Ainsi la structure peut passer de 30 à 54 éléments. Dans toute la suite du travail, on n'abordera uniquement la structure primaire à 30 barres sauf si le contraire est explicité.

Pour le pattern de base, on choisit une grille de triangles. Les rotations de réciprocity permettront un ensemble d'hexagones et de triangles. Cette forme peut paraître quelque peu encombrée mais pourrait s'avérer avantageuse. Elle contient 12 triangles, impliquant donc un certain contreventement. Aussi, les barres ont entre 2 et 4 points de contact, ce qui diminue en théorie la sensibilité au flambement et au déversement.

La surface choisie est une calotte de sphère. Il s'agit d'un bon compromis pour la courbure, ni trop plate, ni trop raide. Avoir une surface symétrique facilite aussi la génération d'une structure également symétrique. On a pensé partir d'un dôme géodésique mais les lignes qui le composent ne sont pas isométriques. Il aurait été plus difficile d'en obtenir une structure symétrique.

Toujours pour que les lignes restent identiques, elles n'ont pas été projetées, mais plutôt déplacées verticalement jusqu'à atteindre la surface. Elles tournent une première fois, alignées sur un plan passant par elles-mêmes et par le centre de la sphère, jusqu'à être tangente à la surface en leurs milieux. Elles tournent une deuxième fois autour d'un vecteur reliant leur milieu au centre de la sphère (démarche issue de l'étude de J.P Rizzuto [9]). Cette rotation amène le schéma réciproque. Afin d'avoir une longueur d'engagement d'environ un tiers de la longueur entre tous les points de contact, on applique un angle de 35° .

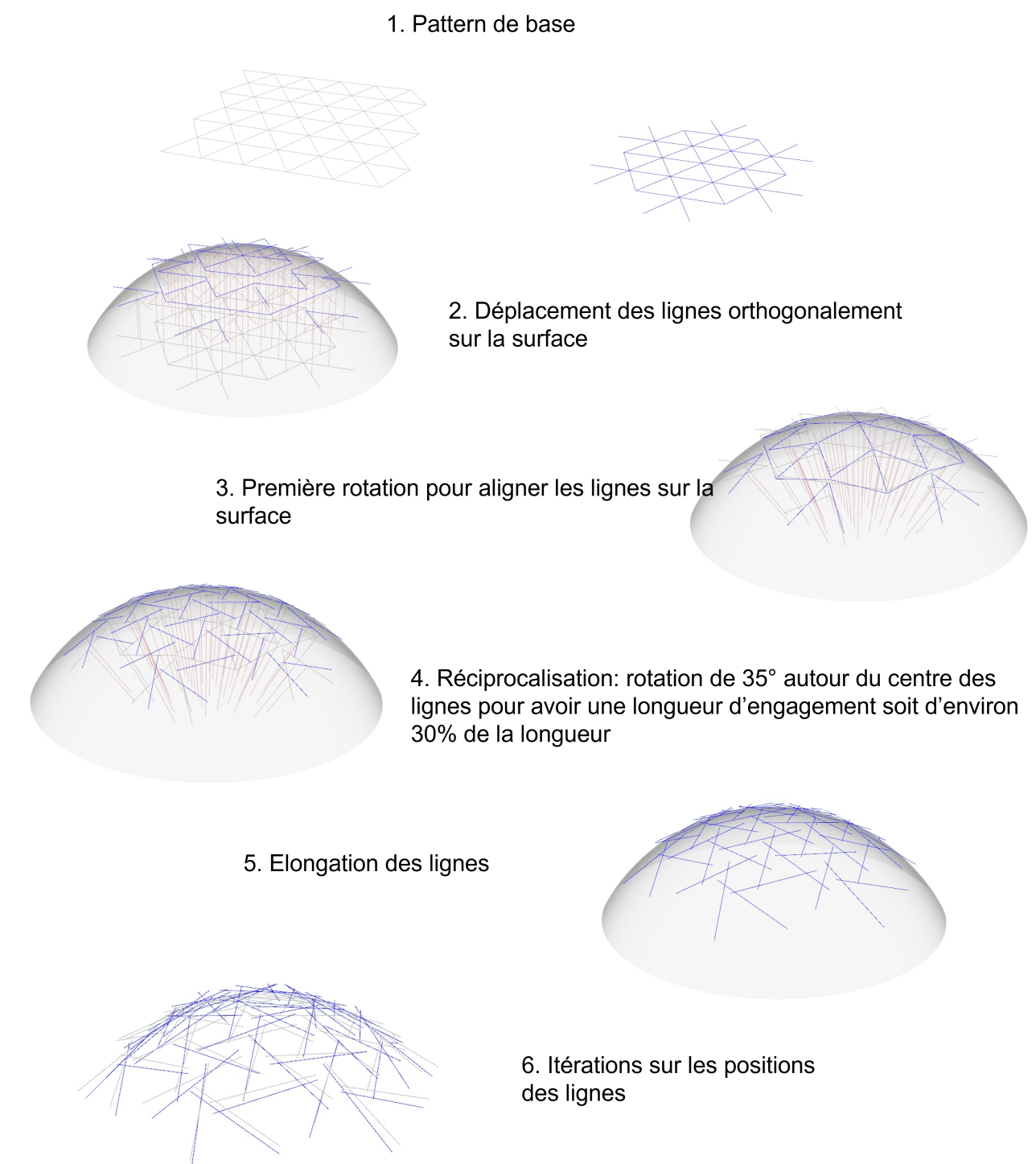


Figure 3.5: Étapes du dessin en 3D via Grasshopper

Finalement à la suite de cette démarche de dessin, on obtient le modèle en 3D de la structure à construire et de sa potentielle extension.

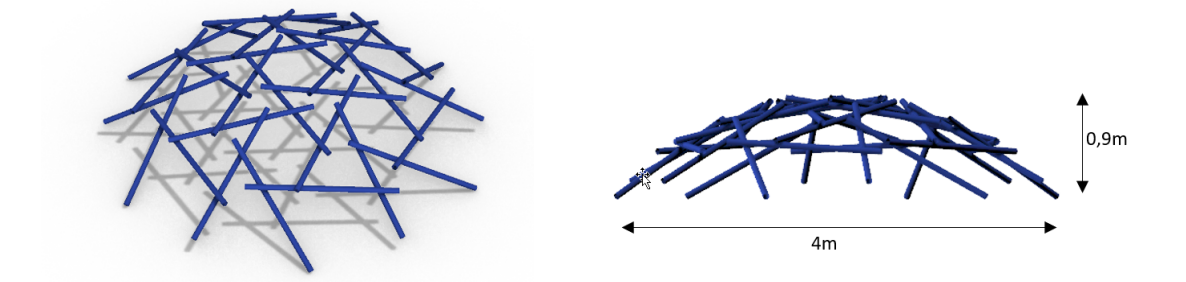


Figure 3.6: Modèle 3D de la structure primaire à 30 barres

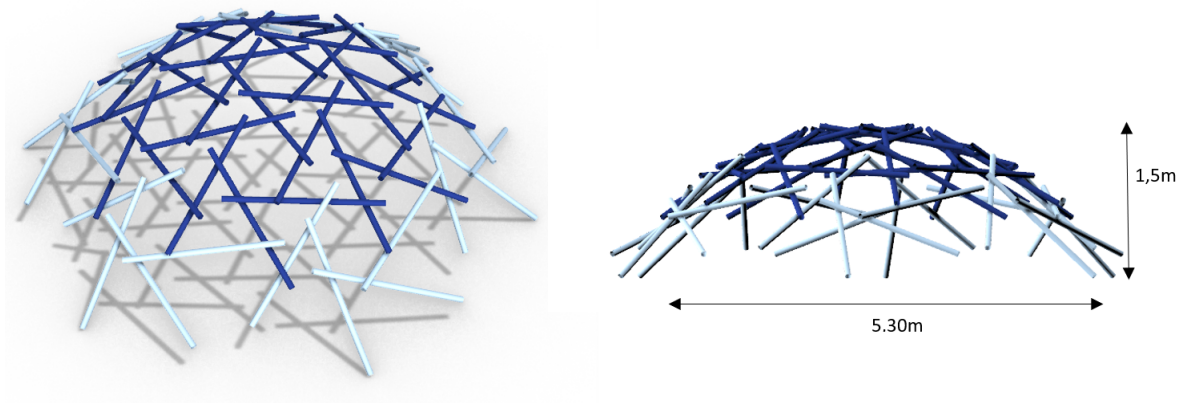


Figure 3.7: Modèle 3D de la structure étendue à 54 barres

Chapitre4

Calcul numérique

L'utilisation des éléments finis pour le calcul de structures est une solution évidente et a priori assez fiable. À condition d'avoir un modèle cohérent par rapport à la réalité de conception! Le travail de l'ingénieur est de traduire tout problème en un modèle simple et idéalisé qui se rapprochera le plus possible de la situation à réaliser.

Avec des éléments finis de type 1D, on donne normalement comme entrée au logiciel des lignes concourantes, des définitions pour leurs connexions et enfin des conditions d'appui pour transmettre les charges au sol. Puisqu'on a ici affaire à des structures avec de excentricités et un modèle statique non évident, il a fallu réfléchir à la meilleure manière de modéliser leurs assemblages et à quels degrés de liberté imposer..

4.1 Karamba 3D

Karamba 3D est un logiciel de calcul aux éléments finis, utilisable sous-forme de plugin de Grasshopper. On peut donc réaliser le calcul dans le même environnement que celui dans lequel on a programmé le dessin. Cela permet de rendre le calcul également paramétrique.

Cette caractéristique justifie le choix de Karamba parmi tous les autres logiciels possibles. La modification de n'importe quel paramètre à une conséquence instantanée sur les résultats des calculs.

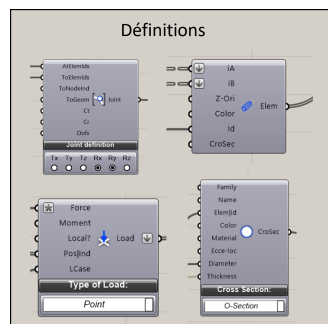


Figure 4.1: Définitions des éléments du modèle

Toujours dans le même principe, on programme le calcul en liant des fonctions sous forme de boîtes. Ici, chaque élément du modèle est défini via une boîte (éléments poutres 1D, matériaux, rotules, appuis et charges). Ces dernières sont ensuite assemblées pour former le modèle complet Karamba.

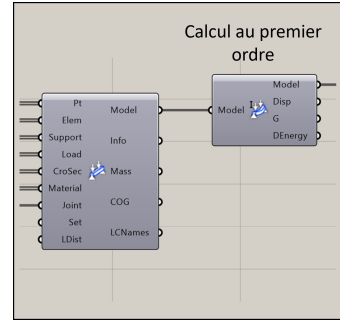


Figure 4.2: Assemblage du modèle et calcul

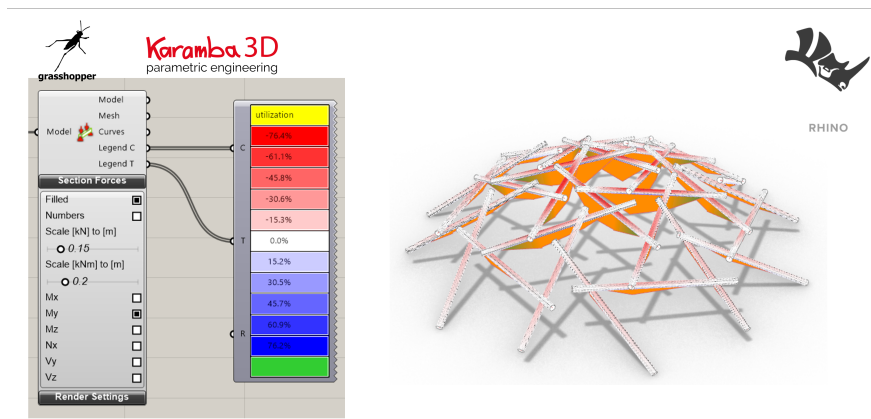


Figure 4.3: Visualisation des résultats du calcul

4.2 Connexions

Les lignes transmises au logiciel sont les axes centraux des poutres et les distances qui les séparent sont donc la somme des rayons respectifs. Les lignes ne sont pas concourantes, il faut donc traduire au logiciel le lien qui permet la transmission d'efforts. Nous modélisons une connexion via deux bras rigides connectés l'un à l'autre par une rotule. On donne ensuite une section à ces bras en fonction de l'assemblage mis en oeuvre.

On considère une rotule parfaite, c'est à dire avec toutes les rotations libres, pour toutes les connexions. Que ce soit pour l'assemblage JJP ou pour une connexion boulonnée, rien ne nous permet d'affirmer que ces assemblages permettent un encastrement. Les assemblages ont certainement une rigidité qui leur est propre, mais sans observations concrètes, on s'arrête donc sur une rotule parfaite. De plus on souhaite avoir un assemblage libre en rotation pour rejoindre la définition de Baverel [2]. C'est en ne faisant pas d'étude de rigidité d'assemblage qu'on s'éloigne des études expérimentales décrites dans l'état de l'art.

Les liens doivent être correctement orientés dans Karamba afin d'avoir un repère local cohérent. On oriente les demis-liens aux extrémités de toutes les barres (elles y sont portées) selon l'axe de la barre correspondante. La rotule est ensuite définie dans Karamba selon ces repères locaux.

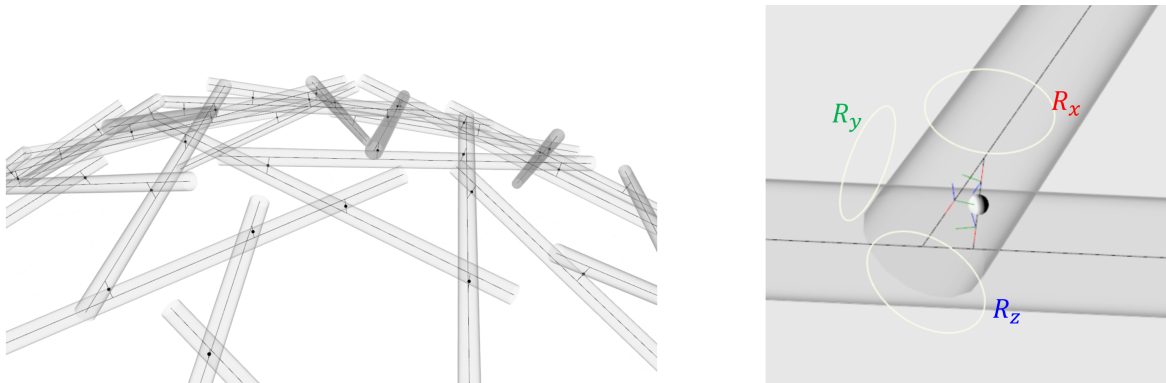


Figure 4.4: Principe des connexions

4.3 Modèle statique

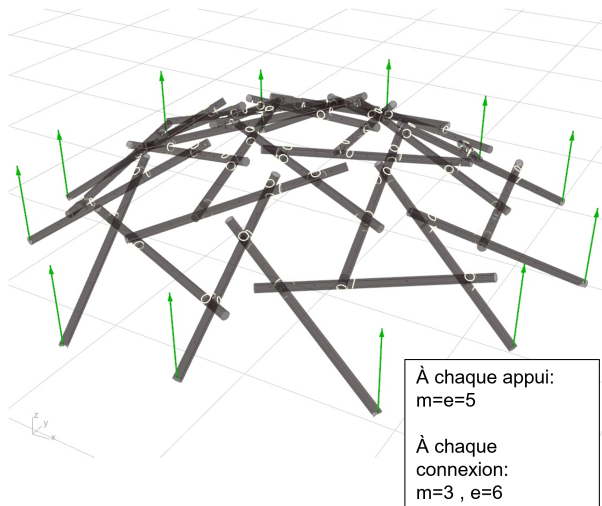
De premier abord il n'est pas évident de savoir quelles conditions poser pour que la structure soit stable. Pour y voir plus clair, nous calculons le degré d'hyperstaticité de la structure selon plusieurs possibilités de contraintes. La démarche de calcul du degré d'hyperstaticité [16] est décrite dans l'annexe A.

4.3.1 Appuis à rouleaux et rotules à 3 rotations

Dans cette configuration, on a des appuis à rouleaux, donc uniquement bloqués en translation verticale. Les rotations aux appuis sont libres. Aucune rotation n'est bloquée aux connexions.

	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
Appuis			X			
Connex	X	X	X			

Figure 4.5: Degrés de liberté bloqués



$$b=174, \quad r=12, \quad n=156, \quad m=204, \quad e=348$$

$$H_{glob} = -24$$

→ *Hypostatique*

Figure 4.6: Calcul hyperstatique de la structure (1)

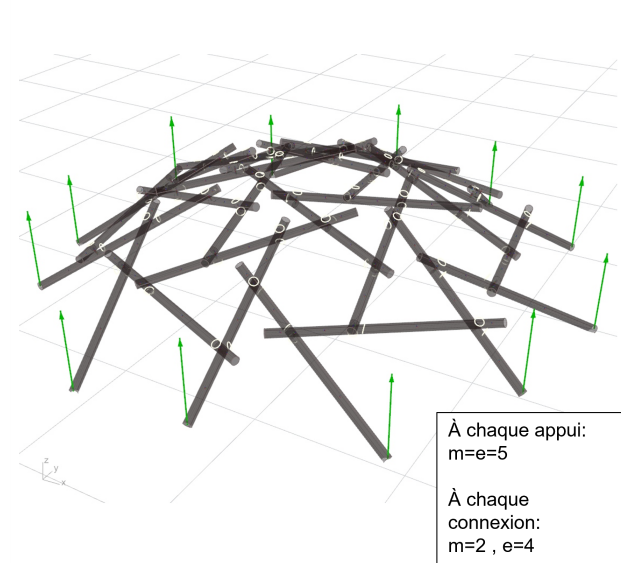
Ce modèle est déterminé hypostatique et ne peut pas être calculé.

4.3.2 Appuis à rouleaux et rotules à 2 rotations

Dans cette configuration, on a des appuis à rouleaux, donc uniquement bloqués en translation verticale. Une rotation est bloquée aux connexions. Celle qui empêcherait les poutres de tournées autour d'elles-mêmes.

	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
Appuis			X			
Connex	X	X	X			X

Figure 4.7: Degrés de liberté bloqués



$$b=174, \quad r=12, \quad n=156, \quad m=156, \quad e=252$$

$$H_{glob} = 24$$

→ *Hyperstatique*

Figure 4.8: Calcul hyperstatique de la structure (2)

Ce modèle est hyperstatique et peut-être calculé aux éléments finis à condition de bloquer 3 degrés de libertés supplémentaires. Sans ces blocages supplémentaires, le logiciel ne pourra pas calculer car il considérera que la structure peut se déplacer globalement (translation et rotation).

4.3.3 Appuis rotulés et rotules à 3 rotations

Dans cette configuration, on a des appuis rotulés, donc avec les trois translations bloquées. Les rotations aux appuis sont libres. Aucune rotation n'est bloquée aux connexions.

	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
Appuis	X	X	X			
Connex	X	X	X			

Figure 4.9: Degrés de liberté bloqués

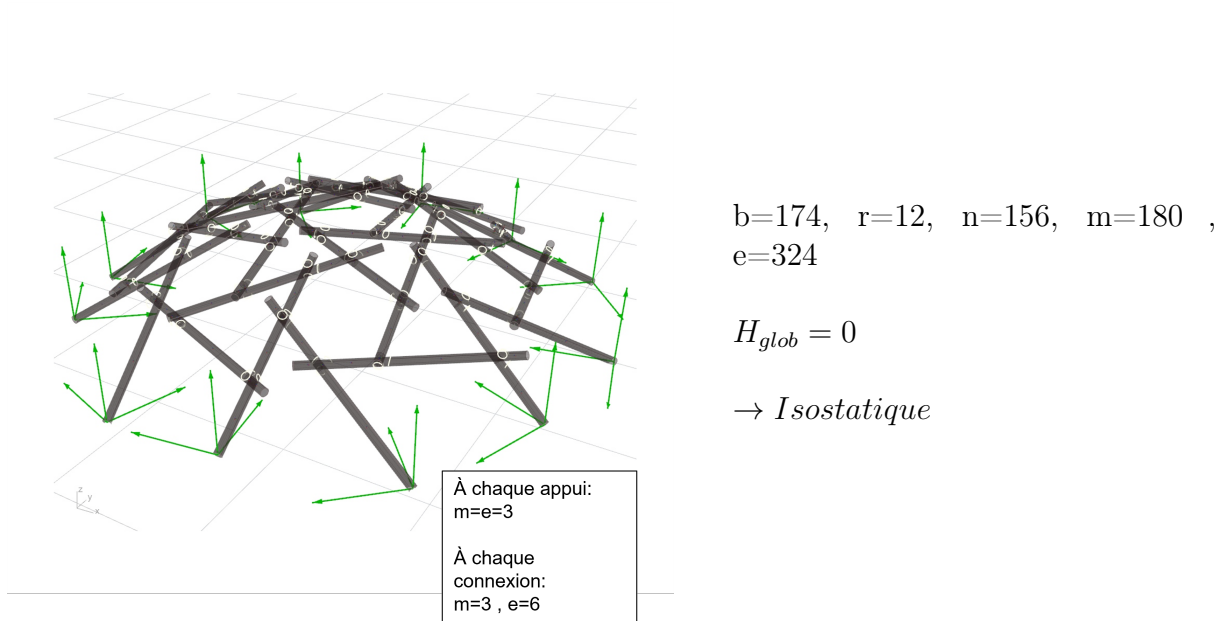


Figure 4.10: Calcul hyperstatique de la structure (3)

Ce modèle est isostatique et peut-être calculé aux éléments finis.

4.4 Différentes modélisations

On a à présent une meilleure idée des combinaisons de contraintes à appliquer pour avoir une structure calculable. On teste trois modélisations différentes à la suite. Pour chacune d'entre elles: Pour rappel,

- ⇒ On modélise les barres en acier et les liens connectifs avec des éléments 1D de type poutre. Puisqu'il s'agit d'une première tentative de modélisation, au plus simple au mieux.
- ⇒ Les appuis sont orientés radialement, c'est-à-dire avec l'axe x orienté vers le centre de la structure.
- ⇒ L'orientation des liens connectifs est de sorte à ce que la rotation autour l'axe local z de la connexion corresponde à la rotation de la barre autour de son axe longitudinal. L'axe local x est longitudinal au lien.
- ⇒ Les barres sont en acier S235 et ont une section de 60x3mm. Les connexions boulonnées sont de classe 8.8 et de section M12.
- ⇒ Le chargement est constitué de six charges ponctuelles de 100kg au 6 noeuds connexions supérieures (au noeud en le plus bas de la liaison). Il s'agit de la charge maximale prévue en laboratoire.
- ⇒ Le calcul est au première ordre. Les déformations en résultant sont assez faibles pour ne pas considérer le calcul au second ordre.

De ces calculs, on expose les efforts principaux, la déformé (facteur 5), le taux d'utilisation et les résultantes aux connexions sous forme de vecteurs.

4.4.1 Premier modèle

Puisque la structure sera simplement posée sur ses appuis en laboratoire, il faut une modélisation avec des appuis à rouleaux. On a cependant vu à la section 4.3.1 qu'on ne peut pas avoir des appuis à rouleaux combinés avec des rotules parfaites aux connexions sous peine d'avoir une structure hypostatique. Pour contourner le problème, on décide de bloquer une rotation aux connexions.

La fonctionnalité *Eigen mode* de Karamba, permet de voir la déformation de la structure hypostatique. En l'utilisant, on observe que les barres tournent fortement sur elles-mêmes. On décide donc de bloquer ce mouvement trop exagéré par rapport à la réalité de l'assemblage. On peut voir cette action comme une astuce pour pouvoir avoir un modèle proche de la situation in situ.

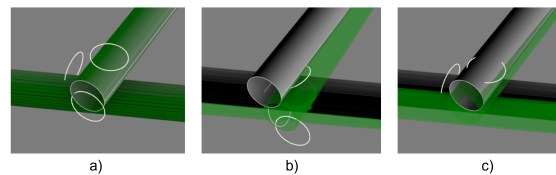


Figure 4.11: a) Position initiale b) avec rotule parfaite c) avec rotule où R_z est bloquée

Bloquer la rotation R_z n'entraîne pas de torsion dans les barres, nous confortant que ce blocage n'est pas une réelle rigidité mais une astuce permettant le calcul. Ainsi, même si les contraintes appliquées dans Karamba correspondent à une structure hyperstatique (voir section 4.3.2), la structure serait en réalité isostatique.

Finalement, il faut une dernière manipulation pour rendre le calcul possible. Le logiciel considère la structure instable puisqu'elle n'est fixée que selon l'axe z global. Cette disposition permet à la structure de se déplacer dans deux directions et de tourner autour de l'axe z . Pour contourner ce problème on choisit deux appuis opposés auxquels on ajoute des contraintes en translation. L'un en X et l'autre en Y . Cette disposition empêche toute translation absolue et toute rotation par bras de levier.

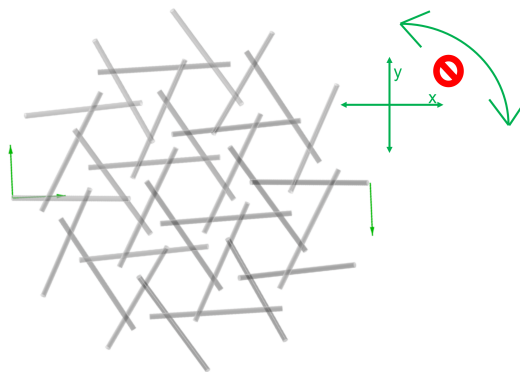


Figure 4.12: Blocages supplémentaires aux appuis

Le calcul est maintenant possible et il en ressort des résultats cohérents. A la figure on retrouve les efforts principaux: a) le moment autour de l'axe y , l'effort tranchant selon l'axe z et l'effort normal. Les barres ont également des résultats pour d'autres efforts (M_z et V_y) mais sont peu significatifs en comparaison. Finalement on observe également d) la déformée, e) le taux d'utilisation où le rouge correspond à la compression et le bleu à la traction et f) les résultantes de force aux nœuds.

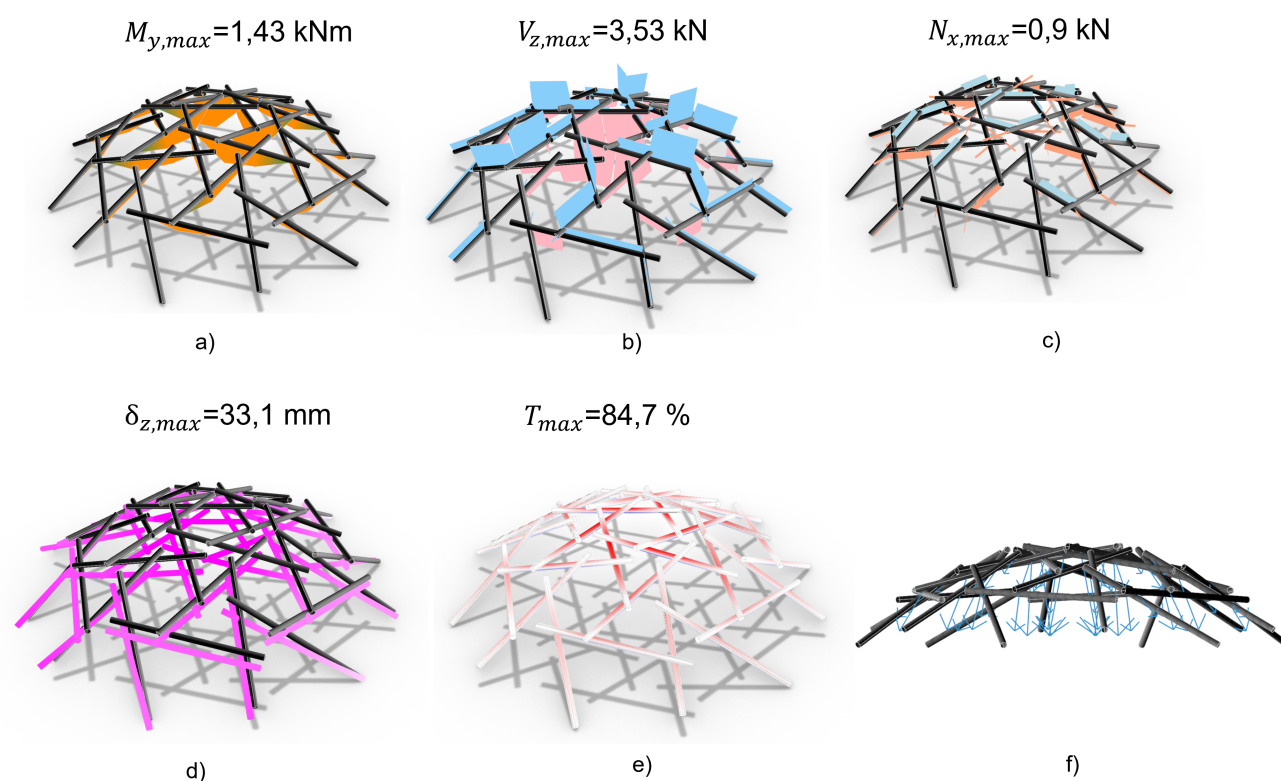


Figure 4.13: Sollicitations issues de la première modélisation

De cette modélisation, on tire un comportement isostatique. La structure serait sollicitée principalement en flexion et en effort tranchant selon une seule direction. Il y a peu d'effort normal et il n'y a aucun signe d'encastrement dans les diagrammes des barres. Ces résultats concordent avec l'orientation des résultantes aux connexions au schéma f). La structure serait sollicitée comme un plancher avec une grande contre-flèche, l'absence de contraintes en translation aux appuis empêchant l'effet voûte.

La déflexion est raisonnable, correspondant à $1/120$ de la portée totale de 4m. Le taux d'utilisation nous indique qu'on reste dans le domaine élastique de la structure. Ces derniers résultats sont importants puisqu'ils nous permettent d'avoir une prévision de ce qui nous attend pour la phase expérimentale. Cette modélisation correspond en effet à la structure construite et sera utilisée pour comparer les résultats mesurés en laboratoire au chapitre 8.

4.4.2 Deuxième modèle

Pour cette modélisation, les appuis sont rotulés et les connexions sont des rotules parfaites. Cette configuration est isostatique (voir section 4.3.3). Il n'y a donc aucune manipulation spécifique à faire pour pouvoir la calculer dans Karamba.

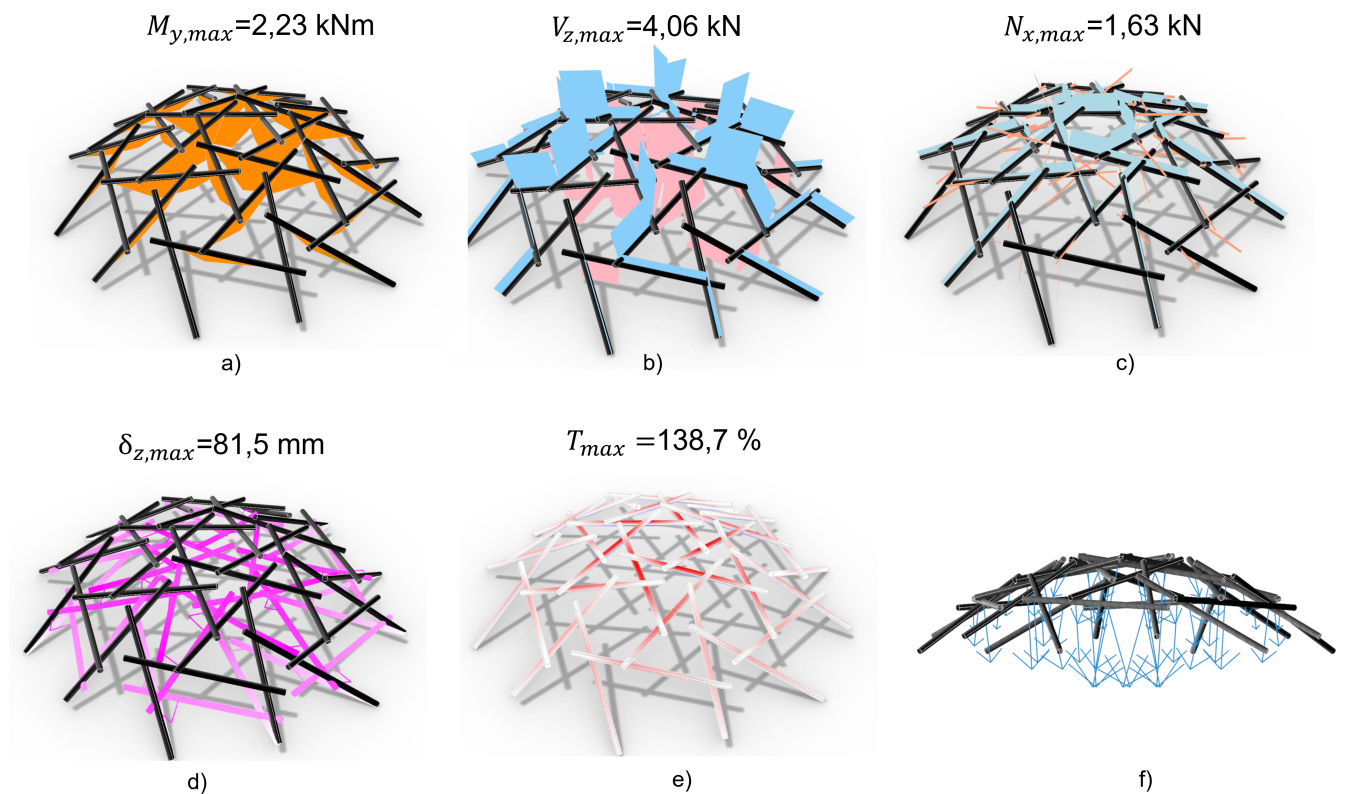


Figure 4.14: Sollicitations issues de la deuxième modélisation

Les barres sont sollicitées une fois encore principalement en flexion et en effort tranchant. Le taux d'utilisation indique qu'on a dépassé le domaine élastique. La flèche correspond à 1/50 de la portée totale de 4m. Cette modélisation mène à une structure incapable de reprendre les 600kg. Ce résultat est surprenant puisqu'ici les appuis sont bloqués en translation impliquant normalement un effet voûte. Or ce n'est pas le cas puisqu'on a peu d'effort normal et que les résultantes aux connexions (f)) ne sont pas orientées dans la matière.

4.4.3 Troisième modèle

Le modèle précédent semblant incorrect, on décide d'en ajouter un troisième, toujours avec les appuis rotulés mais avec une rotation bloquée aux connexions. On utilise la même stratégie qu'au premier modèle où on bloque la rotation R_z aux connexions. Si l'on suit la même logique, cette rotation serait ce qui errone la modélisation. Encore une fois aucun moment de torsion ne résulte de ce blocage.

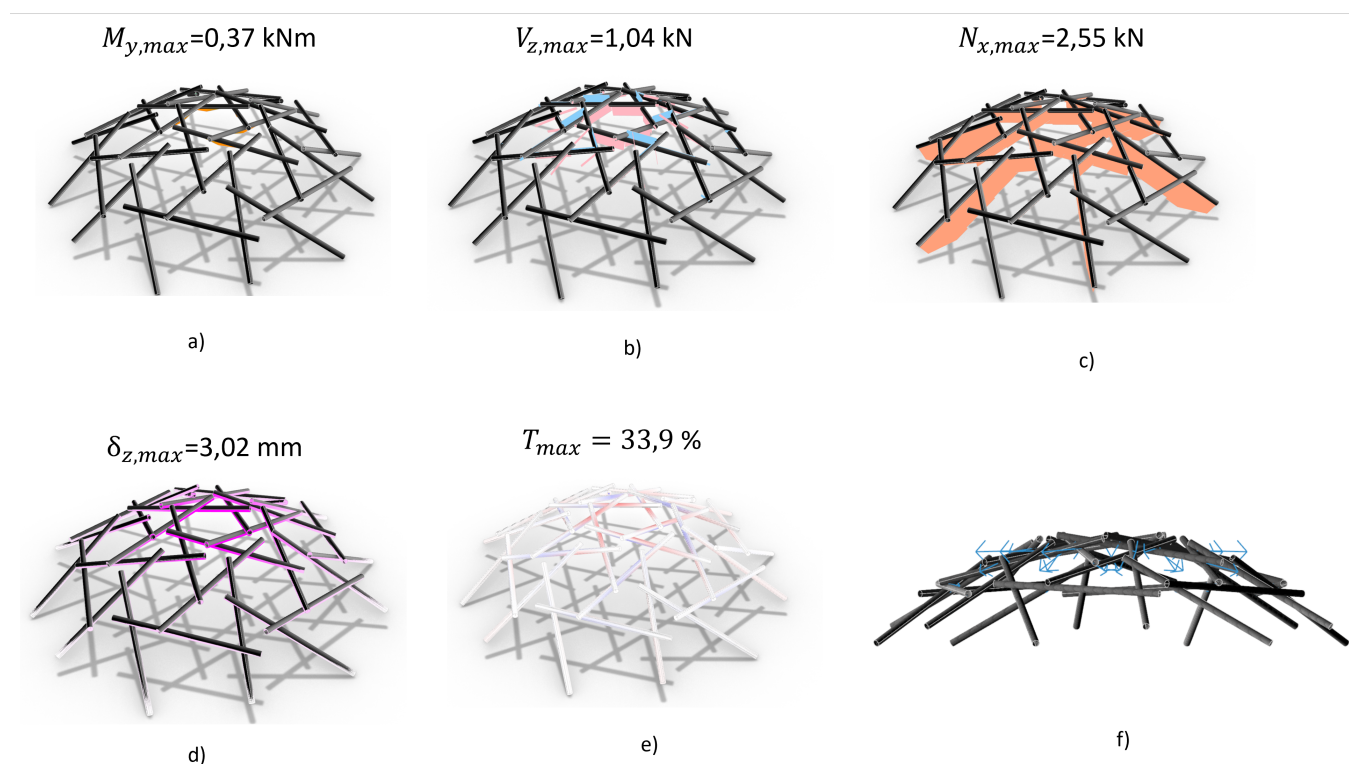


Figure 4.15: Sollicitations issues de la troisième modélisation

Les résultats indiquent un effet voûte puisque l'effort normal est dominant et les résultantes aux connexions sont orientées dans la matière. La flèche correspond à $1/1330$ de la portée de 4m et le taux d'utilisation indique que la structure pourrait prendre un chargement bien plus important. La compression étant dominante, il faudrait vérifier le flambement lors du dimensionnement. Les résultats de cette modélisation sont bien plus pertinents pour la structure bloquée aux appuis. Elle ne sera cependant pas vérifiée dans le cadre de ce travail, empêchant toute réelle conclusion.

4.4.4 Sollicitation de la connexion

Que se passe-t-il aux liens connectifs? Ils sont aussi sollicités en flexion, en compression et en cisaillement selon deux axes. Nous ne détaillons cependant pas ces résultats car nous ne pourrions n'avoir aucune mesure pour les comparer. De plus ce lien est pour rappel composé de deux bras encastrés et joint par une rotule: La connexion a donc des efforts correspondant à un encastrement, ce qui n'est pas vraiment le cas avec l'assemblage mis en place.

4.5 Dimensionnement

Avant de construire la structure, on la dimensionne afin de prendre une sécurité lors du chargement. De plus, elle pourrait potentiellement être exposée un jour en extérieur, imposant une charge de vandalisme.

On considère les trois modélisations dans le cas où un système de blocage aux appuis est un jour apporté ou non. Comme tout repose sur des hypothèses, il est important de prendre une marge de sécurité, d'autant plus que le chargement en laboratoire implique une présence humaine en-dessous de la structure.

Les trois modélisations donnent des résultats assez différents. La stratégie choisie est de faire un compromis entre elles.

On considère 8 charges ponctuelles de 80kN correspondant au poids de 8 personnes. Elles ont été distribuées différemment afin de voir comment cela impacterait la structure. Un chargement central conduit à la plus grande sollicitation pour les deux modélisations. C'est donc ce cas-là que l'on utilise pour le dimensionnement.

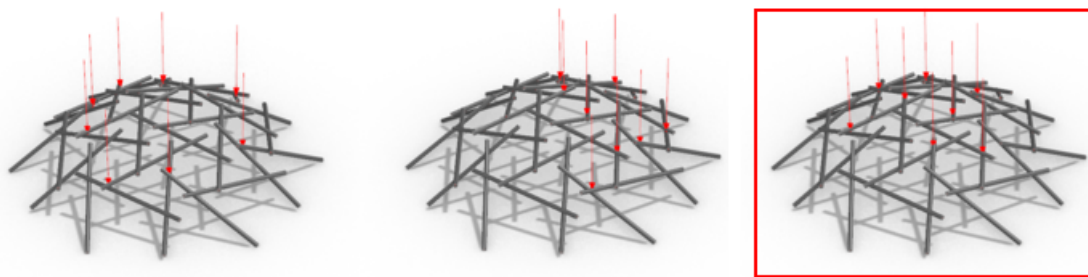


Figure 4.16: Différents chargement : a) Extérieur b) Unilatéral c) Centré

Finalement on ne pondère pas nos charges à l'ELU mais on applique un coefficient sur le matériau. Puisqu'il s'agit d'un prototype sans réel but d'exploitation à long terme cela reste pertinent même si l'on s'écarte des EUROCODES.

→ **On opte pour des tubes de 60,3x2,9mm et pour des tiges M12.**

Pour rappel, ce dimensionnement [17] ne sert que de guide approximatif pour déterminer les sections et assemblages. Le but de la maquette reste de déterminer la manière la plus adaptée de modéliser mais il est nécessaire de prendre des précautions quant à sa réalisation. On se doute que ces sections sont sur-dimensionnées mais cela nous laisse de la marge en cas de surprise.

Chapitre 5

Mise en oeuvre

Puisqu'il s'agit d'un premier prototype, il faut commencer par une structure simple et facile à mettre en oeuvre. Elle est manufacturée et montée à la main. La structure doit être la plus symétrique possible, pour faciliter toute la procédure. C'est pour cette raison qu'on l'a conçue de sorte à avoir un maximum de barres similaires. L'assemblage est lui aussi pensé pour être basique et identique en tous les noeuds. Ces choix de conception conduisent à une structure économique, nécessitant peu de ressources physiques et facilement démontable.

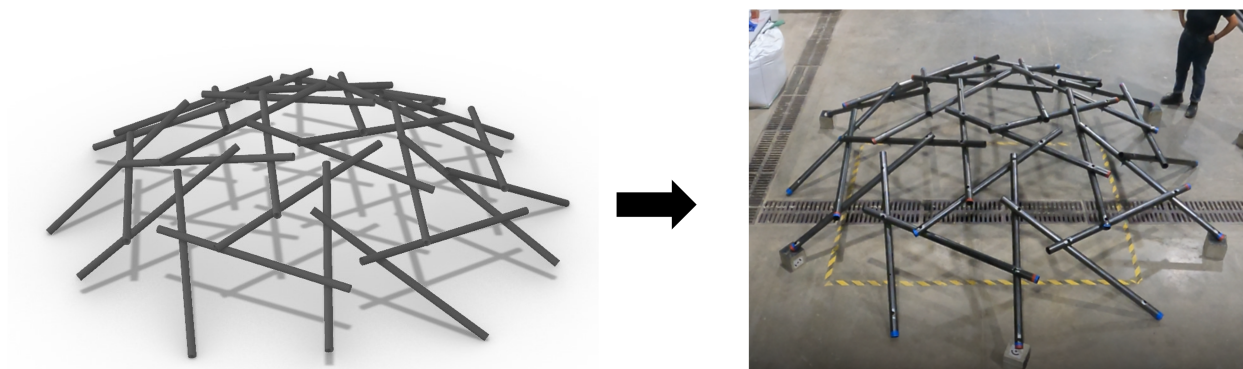


Figure 5.1: De la conception à la réalisation

5.1 Plans

Poser les poutres approximativement les unes sur les autres n'est pas une option imaginable. Ici, toute la difficulté réside dans la précision des positions des percements qui permettront les assemblages. Des plans ont été produits pour normaliser la construction de la structure. On y retrouve le plan global, les positions des percements et le détail de l'assemblage.

Ces plans ont d'abord été testés sur un module en acier à 3 barres. Cette première production a permis de s'assurer que le plan des percements est exact et également de tester l'usinage. Le résultat était très satisfaisant, ce qui nous rassuré quant à la réalisation de la structure de plus grande ampleur.



Figure 5.2: Module test à trois barres

5.1.1 Plan global

la structure n'a pas vraiment d'implantation particulière. Il faut juste veiller à ce que les appuis soient positionnés à la bonne distance, cette précaution, mis à part le montage en lui-même, mène à la forme finale. La petite nuance sera que le groupe de barre 3 est surélevé de 15cm sur des blocs en béton.

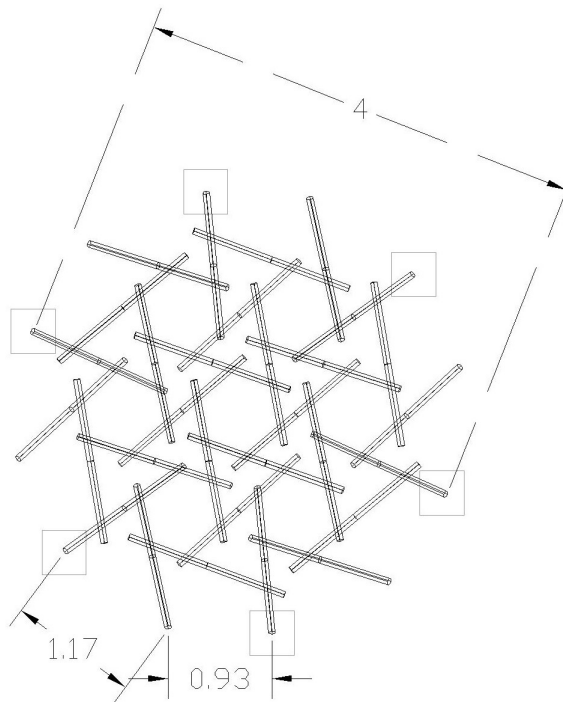


Figure 5.3: Vue en plan de la structure

5.1.2 Postions des percements

En vue de pouvoir percer les barres aux bons endroits, on détermine avec Grasshopper les positions des trous pour chaque barre. Pour rappel cette distance est la distance la plus courte séparant les axes des deux barres concernées. On trouve d'abord les distances par rapport à une des extrémités de barre et ensuite les angles entre les trous.

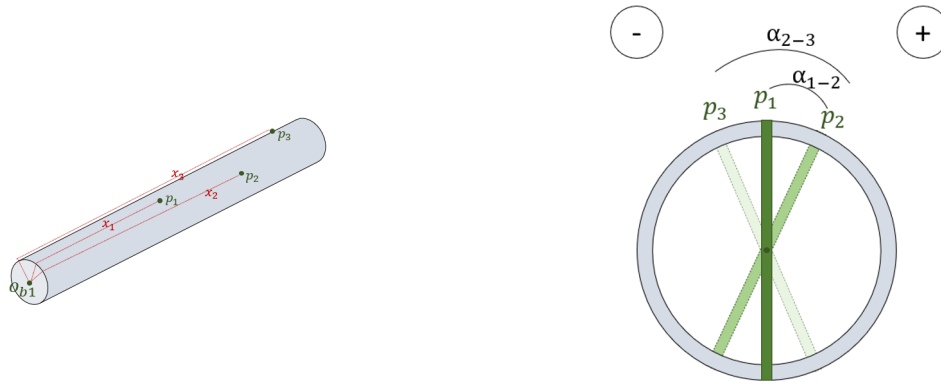


Figure 5.4: Positions référencées des trous

On a 5 types de barres différentes, il n'est donc pas nécessaire de numéroté les barres, mais de bien distinguer les types. Pour s'y retrouver visuellement, on utilise un système de couleurs (voir figure 5.5). Pour éviter toute incohérence de plan entre la structure initiale et sa potentielle extension, nous avons généré les positions des trous pour la structure intégrale à 54 barres.



Figure 5.5: Code de couleurs des groupes de barres

5.1.3 Détail de l'assemblage

Pour assembler les tubes on utilise un assemblage boulonné. Voici son détail:

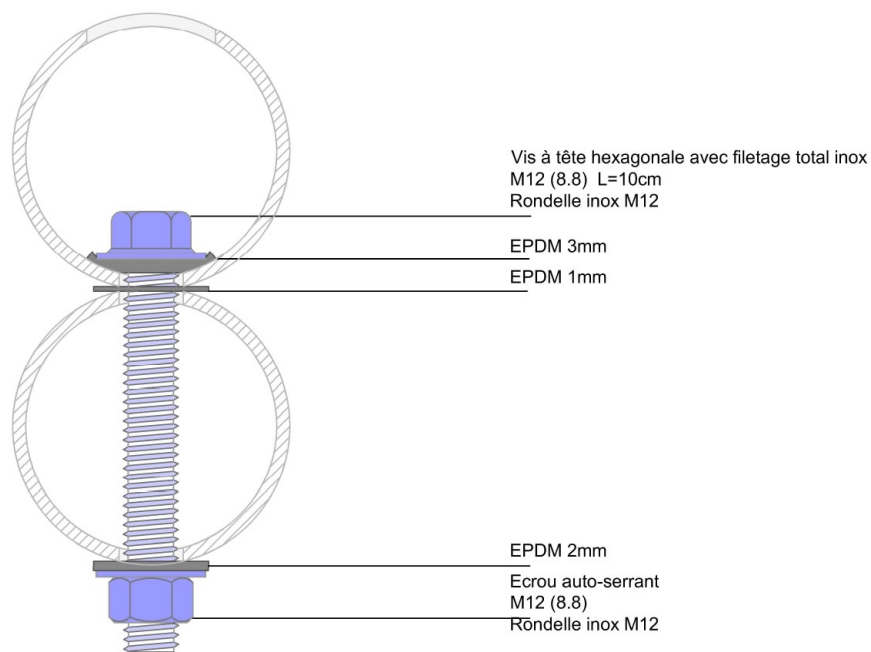


Figure 5.6: Détail de l'assemblage

On peut y distinguer deux types de trous. Le trou large permet de laisser passer la douille de la clé, il fait donc 30mm de diamètre. L'autre trou permet simplement le maintien et le serrage de la vis. Il est de 13mm soit 1mm de plus que le diamètre de la tige. Cet écart de 1mm entre le diamètre du trou et de la vis permet de se donner de la marge face aux tolérances d'usinage et aussi de laisser un certain jeu à l'assemblage qui doit fonctionner comme une rotule.

5.2 Usinage

5.2.1 Repère

On commence par placer sur toutes les barres des bandes adhésives de couleurs. À la figure 5.7 la correspondance entre le code couleur appliqué au laboratoire et celui affiché dans les plans. Cette première étape permet de s’y retrouver parmi les groupes de barres mais également de marquer l’extrémité de référence pour les percements.

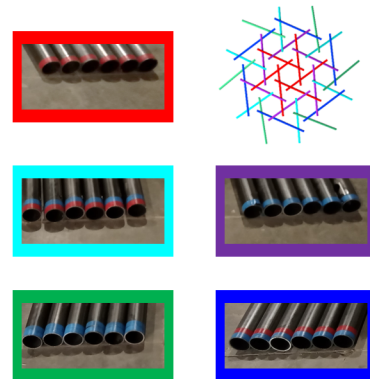


Figure 5.7: Correspondance entre les codes de couleurs

5.2.2 Marquage des distances

Une fois les barres référencées, on s’attaque au placement des distances. On mesure à l’aide d’un mètre et on marque au marqueur blanc les distances indiquées sur le plan. Pour faciliter le placement de la mèche lors du fraisage, on réalise un trait sur le pourtour de la barre avec un crayon et une section de tube.



Figure 5.8: Marquage des distances

5.2.3 Fraisage

Enfin on réalise les trous. L’opération a lieu en deux temps puisqu’on aura deux percements différents à faire. Ils seront tous deux réalisés avec une fraiseuse verticale à manivelle équipée de deux mèches respectives. La première phase consiste au percement d’un trou de 13mm. Elle est appliquée à tous les positionnements de trous.

Après que toutes les barres sont percées à 13mm, on agrandit à 30mm les deux trous extrêmes sur une seule face de tube. De par le principe réciproque, toutes les barres sont

portées en leurs extrémités et porteuses au milieu.

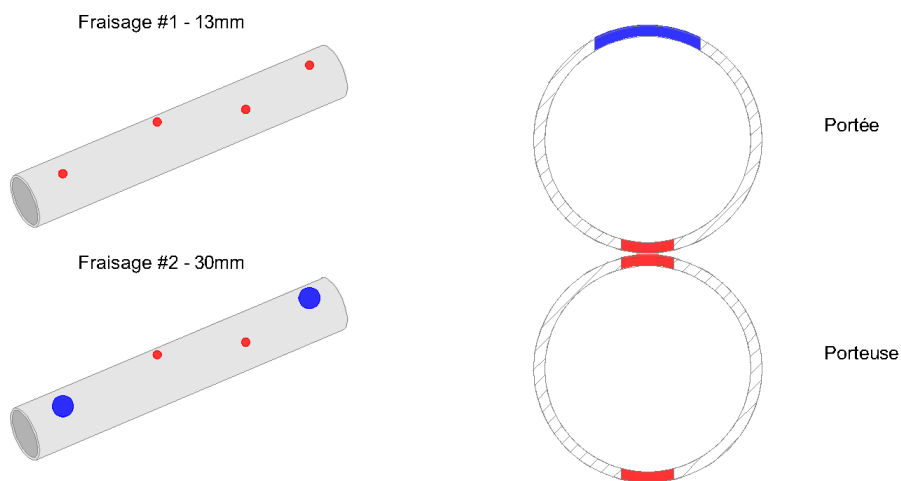


Figure 5.9: Phasage du fraisage

On réalise le premier trou traversant sur toutes les barres. La mèche utilisée est une mèche crantée afin d'empêcher toute déviation lors de son premier contact avec la surface de la barre. Elle a une vitesse de rotation de 400tour/min.

Pour évaluer les angles entre les trous, on utilise un inclinomètre. Ce dernier est fixé avec de la colle sur un bout de tube en PVC, créant ainsi un appareil de mesure amovible. Il est fixé au point de référence, donc à l'extrémité marquée de la barre. L'inclinomètre est zéroté lors du premier percement, on lui applique ensuite les rotations correspondantes aux plans. Cette procédure inclut la présence de deux personnes: l'une maintient la barre et active la manivelle et l'autre la tourne avec précision.

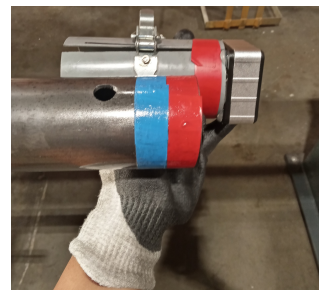
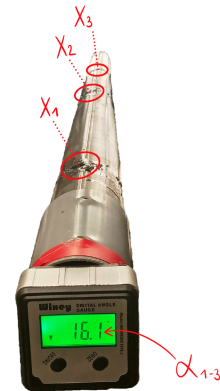


Figure 5.10: Inclinomètre collé au morceau de tube amovible



Groupe barre	Distances des trous					Angles entre les trous (p/r 1er trou)		
	x1 [cm]	x2 [cm]	x3 [cm]	x4 [cm]		α_{1-2} [°]	α_{1-3} [°]	α_{1-4} [°]
30 barres		14,34	59,60	93,62	133,01	-8,9	16,4	6,3
		6,67	54,40	98,69	129,29	-9,4	14,5	6,1
		1,50	49,51	96,11	140,62	-14,4	13,7	0,0
		17,56	55,49	96,30	131,77	-17,7	12,4	-1,9
		16,85	45,75	91,03	134,62	-0,3	-16,1	-19,0

Figure 5.11: Méthode utilisée pour la première phase de fraisage

Pour la deuxième phase de fraisage, on utilise une mèche étagée, particulièrement adaptée à l'agrandissement de trous dans de l'acier. Elle a une vitesse de rotation de 200 tour/min



Figure 5.12: Mèche étagée et élargissement du premier percement

Finalement, pour retirer les impuretés de fraisage, les trous sont polies soit à la mèche soit à la ponceuse pour avoir un percement propre.

5.2.4 Tolérances d'usinage

Dans tout procédé d'usinage on fait face à des imprécisions par rapport aux dimensions nominales des plans. D'autant plus dans ce cas-ci puisque la réalisation est entièrement humaine. Les outils utilisés sont simples mais suffisants pour construire une structure conforme au modèle. Cependant on retrouve une série de points engendrant des imprécisions.

1. **Le marquage des distances** est fait à l'aide d'un mètre qui permet une précision limitée. Il se limite au millimètre et peut être mal positionné par rapport à l'axe de la barre. Le trait est ensuite réalisé avec un feutre blanc épais, ce qui encore une fois peut engendrer quelques millimètres d'imprécision.
2. **L'inclinomètre** est fixé au tube en PVC avec de la colle. Le dispositif a une certaine tendance au décollage. Si l'inclinomètre se décolle lors de la prise de mesures et qu'on manque de s'en apercevoir, cela peut mener à une erreur sur l'angle.

L'instrument est précis au dixième de degré. Cependant il est difficile d'atteindre un angle à ce niveau de précision. La mesure varie lorsqu'on ferme l'étau sur la barre mais aussi pendant et après le perçement qui induit des vibrations. On estime la tolérance jusqu'à 0,5 °.

3. **L'inattention** peut aussi mener à un manque de précision voire à des erreurs. L'action de perçement reste relativement simple dans son ensemble mais s'avère très redondante lorsqu'il faut la répéter 120 fois. Une concentration reste de mise pour garder un certain degré de précision sur l'emplacement de la mèche et sur la mesure de l'angle.

5.3 Montage

5.3.1 Chronologie de montage

Une fois toutes les barres usinées, il reste à les assembler ensemble afin d'obtenir la structure finale. La stratégie est de monter par groupe de barre de l'intérieur vers l'extérieur, deux personnes sont suffisantes à condition d'avoir un appareil de levage. Cela serait compliquer de le faire à la simple force de bras puisque la structure à terme fait 200kg, rendant chaque étape de plus en plus physique. Ici on a utilisé un pont roulant attaché en trois points au premier module. Il permet de soulever l'ensemble selon la progression. En faisant de la sorte, on se libère du poids et on peut placer les barres avec plus d'aise. On place les composantes de l'assemblage (vis, rondelles, EPDM, boulon auto-serrant) lors du placement de chaque barre. Finalement lorsque toutes les barres sont bien disposées, on vient serrer les assemblages.

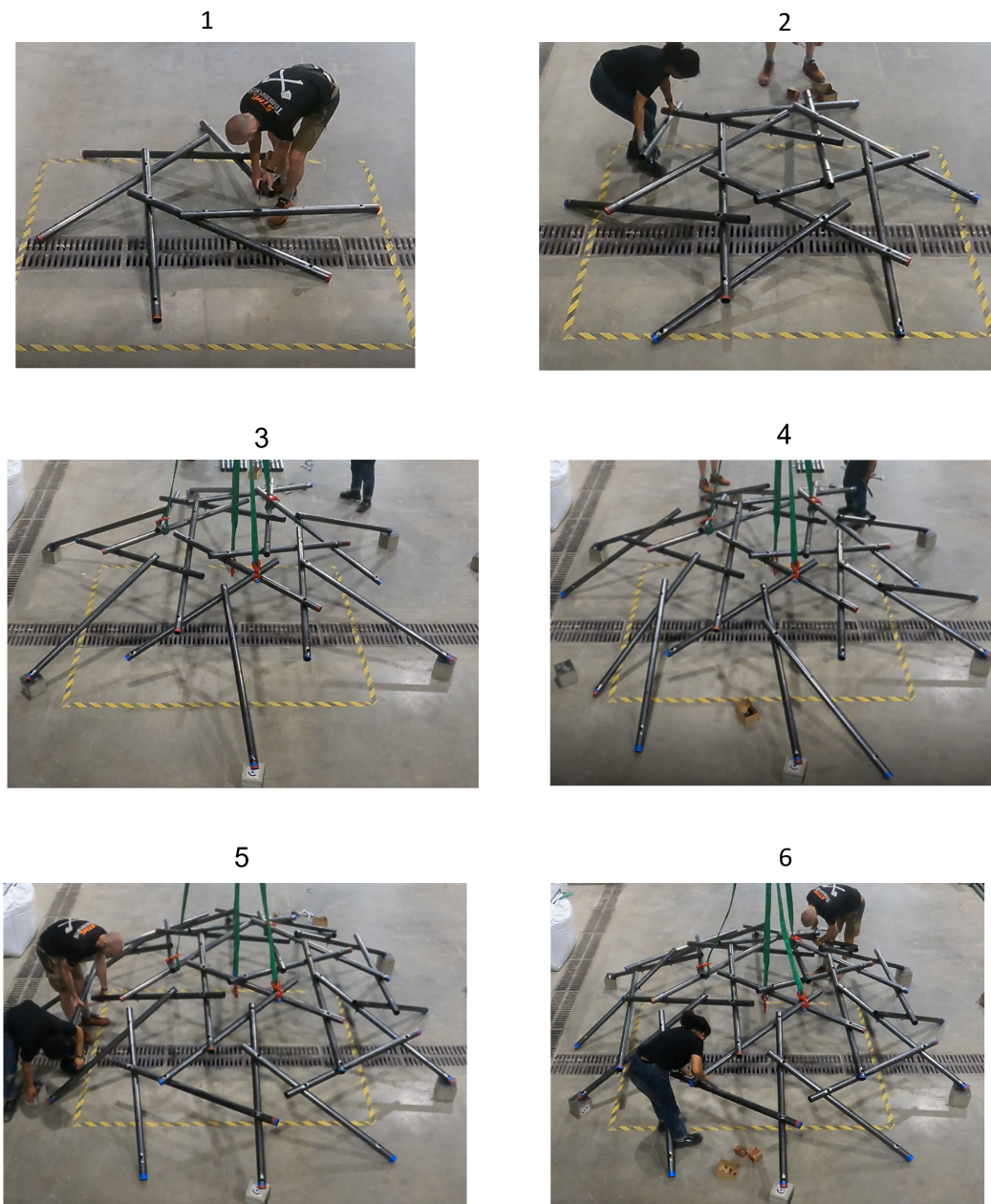


Figure 5.13: Montage groupe par groupe (1 à 5) et serrage des assemblage (6)

5.3.2 Serrage des assemblages

Lors du montage, on s'est aperçu que le serrage de l'assemblage a une influence sur le comportement de la structure. Lorsqu'elle est suspendue par le pont roulant, si les assemblages ne sont pas serrés elle est lâche et éloignée de la forme souhaitée. De même mais avec un assemblage serré, elle garde sa forme mais reste plutôt souple.

Posée sur le sol, la différence se ressent seulement aux niveau groupe de barre 5. Sans serrage, elles sont plus libres de se déplacer et ne sont pas alignées selon le bon axe. À contrario, elles s'orientent correctement dès qu'on a sert tous les noeuds.



Figure 5.14: Comportement de la structure soulevée a) sans serrage, b) avec serrage

Afin de se fixer sur l'influence de ce serrage, on fera deux types de mesures de flèches: avec les assemblages non serrés et avec les assemblages serrés. Afin de s'assurer que tous les noeuds sont serrés de la même manière, on applique un moment de 4N/m avec une clé dynamométrique.

5.3.3 Appareils d'appui

Le groupe de barre 3 est surélevé d'une quinzaine de centimètres et vient prendre appui sur des blocs en béton. Tous les appuis sont également appuyés sur une base métallique d'environ 5 cm. Cette dernière est collée au sol avec de la colle chaude. Là où il y en a, les blocs de béton sont collés aussi avec de la colle chaude à la base métallique.

Les barres sont simplement posées, résultant en une surface de contact minime. Pour l'augmenter, un biseautage a été envisagé mais rapidement écarté. Dû à l'incertitude sur la position exacte de la structure, il serait très difficile d'avoir un angle de biseautage correspondant au modèle.

Des plaquettes d'aluminium huilées sont disposées entre la barre et la base. Le tube en acier poinçonne la plaquette qui glisse sur le béton ou la base métallique. Cette disposition permet un déplacement sans trop de résistance visible, le but étant de s'approcher le plus possible d'un appui glissant parfait.

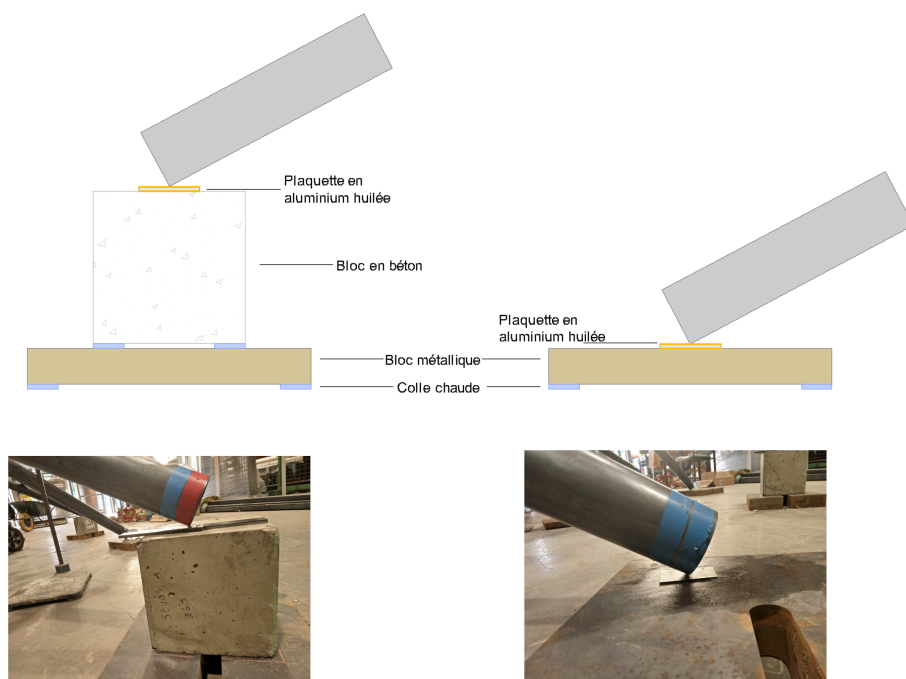


Figure 5.15: Principe des appareils d'appui

5.4 Instrumentation

Une fois la structure réalisée, on l'implémente pour pouvoir y effectuer des mesures. Afin d'avoir une première idée du comportement de la structure, on décide de mesurer les flèches verticales et les déplacements aux appuis.

Pour prendre ces mesures, on utilise des comparateurs. Ces appareils, à affichage numérique ou mécanique, permettent de mesurer la distance par rapport à un point de référence. Ils sont composés d'une tige pouvant se déplacer selon un axe, transmettant une rotation d'une aiguille pour une lecture sur cadran (comparateur mécanique) ou simplement un affichage numérique (comparateur électronique).

Pour les mesures verticales, les comparateurs sont fixés via des bras mécaniques sur des statifs. Aux appuis, ils sont fixés via des bras mécaniques à des bases aimantées à des masses en acier. Pour les deux types de mesures, on vient coller avec une colle composite des petites plaques en aluminium perpendiculairement au sens de mesure. Ces dernières permettront aux comparateur de prendre appui et de bien se positionner pour le sens de la mesure. Nous avons veillé à orienter le comparateur bien au dessus des têtes de boulon, pour correspondre au résultats aux noeuds dans le modèle.

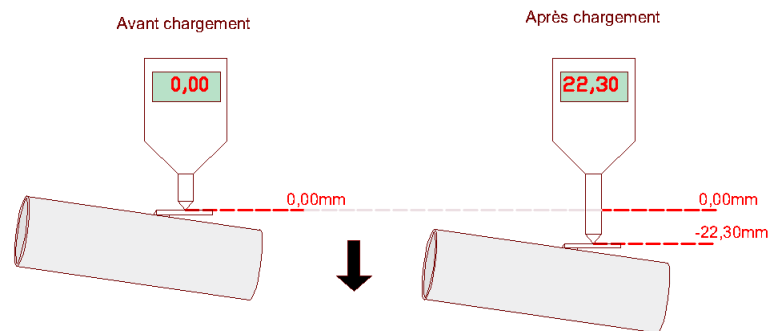


Figure 5.16: Fonctionnement du comparateur dans le cas d'une mesure de déplacement vertical

On place 4 comparateurs pour les mesures de déplacements verticaux. Afin d'observer comment la structure se déplace sur son ensemble, on choisit de mesurer une suite de barres en contact. La tige du comparateur est enfoncée presque jusqu'au bout, c'est son déplacement vers le bas, donc dû à la gravité suite au déplacement de la structure, qui permet la mesure.

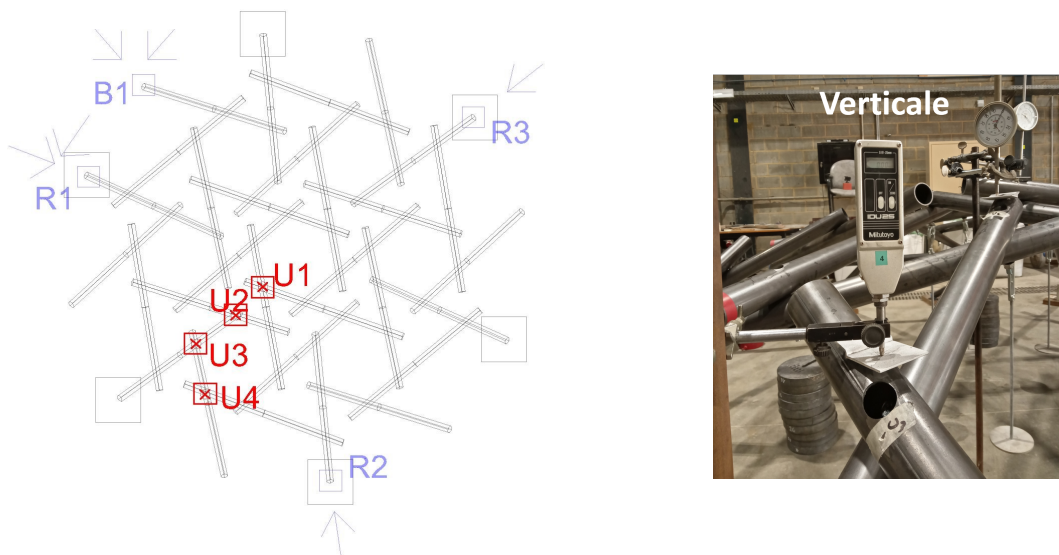


Figure 5.17: Points de mesure de déplacements verticaux et dispositions des comparateurs

On place deux comparateurs perpendiculaires entre eux à un appui au sol et un appui surélevé. Cette double mesure permettra d'en tirer le déplacement absolu de l'appui ainsi que sa direction. On place également deux autres comparateurs à deux appuis surélevés dans le sens radial de la structure. Le choix de ces appuis se justifie uniquement sur

leur écart de 120° qui permet d'observer si la structure part dans un sens ou un autre. Finalement, les comparateurs aux appuis ont une course de 15mm appliquée avant le zérotagage face à l'incertitude du sens de déplacement des appuis. Cela permet d'anticiper les mesures dans les deux sens.

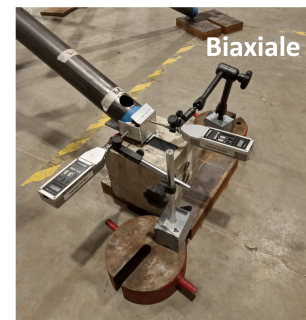
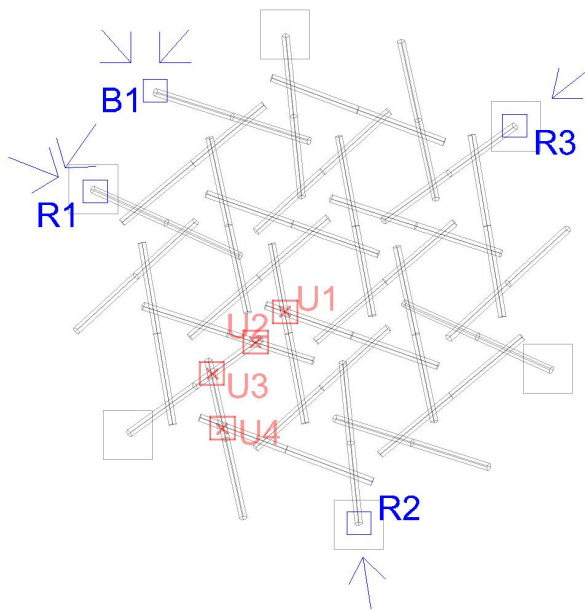


Figure 5.18: Points de mesure de déplacements aux appuis et dispositions des comparateurs

5.5 Chargement

Le chargement effectué en laboratoire est manuel. Des masses sont suspendues à des anneaux de levages fixés sur les vis des 6 noeuds supérieurs de la structures. L'appareil de suspente consiste en une tige filetée assemblée à un tendeur pour l'accrochage et à un disque pour le soutien des masses. Les masses de 10 kg sont ensuite posées sur la suspente à la main. Ainsi chaque palier de chargement est de 60kg.



Figure 5.19: Suspentes fixées aux vis



Figure 5.20: Chargement à la main

Ce chargement est physique et peu sécuritaire puisqu'on doit manoeuvrer sous la structure. Pour prendre une marge de sécurité, on applique au tout premier chargement la charge maximale de 600kg sans passer en dessous. Pour ce faire, on vient placer des transpalette en dessous de la structure. On les monte jusqu'à ce qu'ils portent les suspentes, en veillant à ce que les tendeurs soient toujours positionnés dans les anneaux de levage. On charge les suspentes avec toutes les masses prévues à cet effet. Cette opération se fait toujours manuellement en passant sous la structure mais elle est sans risque. Ce n'est en effet pas la structure qui porte le poids mais bien les transpalettes. Finalement, on effectue ce chargement de sécurité en abaissant les transpalettes afin que ce soit la structure qui porte.



Figure 5.21: Chargement de sécurité

Suite à trois chargements/déchargements de la sorte, aucun problème n'est constaté. On prend des premières mesures de déplacement pour avoir une idée des ampleurs. La structure fléchit de maximum 3-4cm. On peut donc charger la structure manuellement en se déplaçant en-dessous de celle-ci.

Chapitre 6

Interprétation des Résultats

6.1 Déplacements verticaux

En observant l'évolution des flèches aux 4 points pour les deux configurations de l'assemblage, on s'aperçoit qu'on a un comportement plus ou moins linéaire. Cela peut sembler sans réelle surprise mais le caractère réciproque pourrait laisser penser à un phénomène d'amplification entre les différents emplacements mesurés.

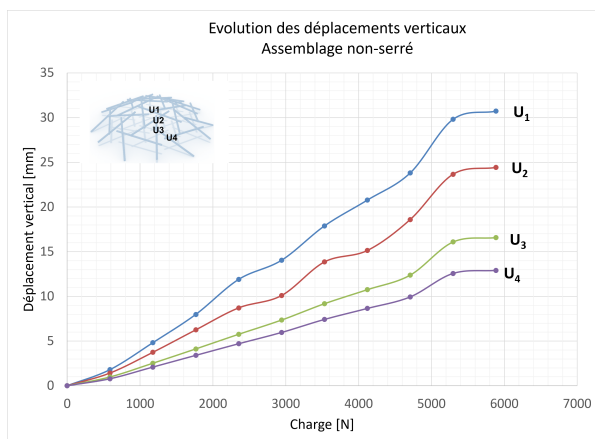


Figure 6.1: Évolution de la flèche avec l'assemblage non-serré

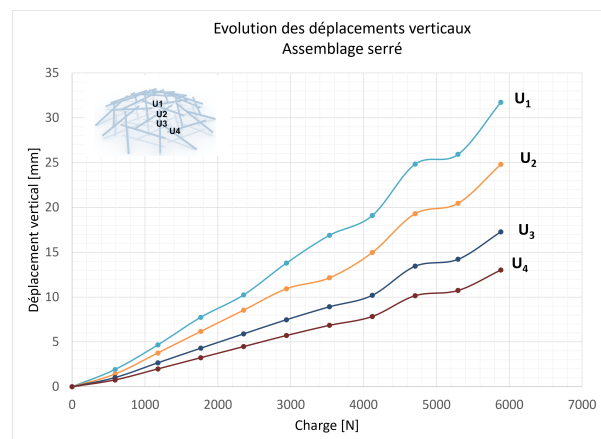


Figure 6.2: Évolution de la flèche avec assemblage serré

Les sauts visibles dans les graphes correspondent à des mouvements soudains observés lors du chargement. Ce phénomène s'expliquerait par une légère réorganisation des barres en acier suite aux mouvements des boulons. Ce sont ces soubresauts qui semblent marquer une légère différence entre les deux configurations de l'assemblage¹. Hormis cela, on remarque peu de différence entre elles, les mesures restant dans le même ordre de grandeur pour tous les points de mesure.

Cette observation est plutôt surprenante puisque selon les deux configurations, l'assemblage n'a pas le même comportement. Ces résultats indiqueraient que l'assemblage fonctionne bien comme une rotule et que ce n'est pas lui qui régit la rigidité de la structure mais

¹S = Assemblage serré
NS = Assemblage non serré

plutôt la forme globale de cette dernière.

6.2 Déplacements aux appuis

Les mesures des déplacements aux appuis montrent une différence entre les deux configurations de l'assemblage.

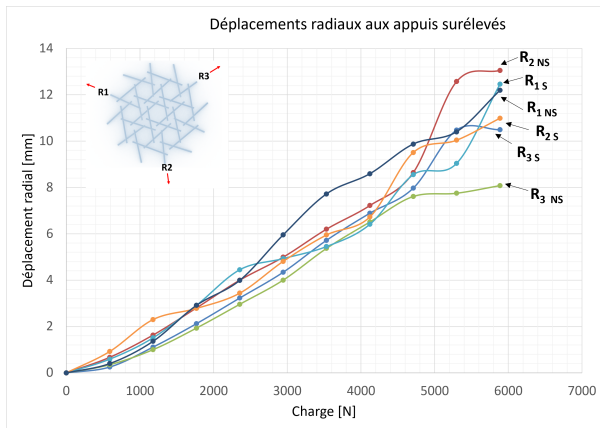


Figure 6.3: Caption

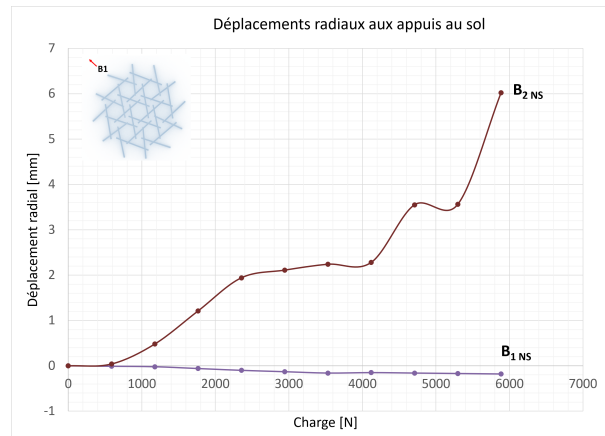


Figure 6.4: Caption

On retrouve dans les graphes les sauts aux même paliers de chargement que pour les mesures de flèches. Encore une fois cela reste logique et non caractéristique de la réciprocité. Dans les deux configurations de l'assemblage, les appuis surélevés, écartés de 120° , ont des déplacements proches. S'il y a un écart de quelques millimètres entre deux appuis surélevés pour une même configuration, cela s'explique surtout par le fait que la structure n'a aucun point fixe.

Pour la configuration non serrée, l'appui au sol ne se déplace que très peu, et vers l'intérieur de la structure. Alors que dans le cas de l'assemblage serré, il se déplace beaucoup plus, bien que deux fois moins que les appuis surélevés. Cette différence entre les deux configurations est sûrement dû au fait que la structure non serrée laisse plus de liberté à ses éléments, leur laissant la possibilité de s'écarter légèrement de leurs positions exactes. Cela s'est observé directement lors de la manipulation des barres de la structure non serrée. Toutes les barres étaient relativement bien positionnées sauf celles ayant un appui au sol. Cette liberté est logique puisque c'est le seul groupe de barres à n'avoir que deux connexions et donc seulement deux points de maintien. Lors du serrage des assemblages on a d'ailleurs remarqué que ces poutres s'orientaient correctement incitant de suite les barres périphériques à changer également d'orientation.

Pour ce qui concerne les mesures bi axiales, elles ont permis d'observer le sens de déplacement des appuis ainsi que leurs grandeurs. Les appuis ne se déplacent pas dans le sens radial de la structure. Encore une fois on constate que dans la configuration non serrée, les appuis au sol ne se déplacent pas.

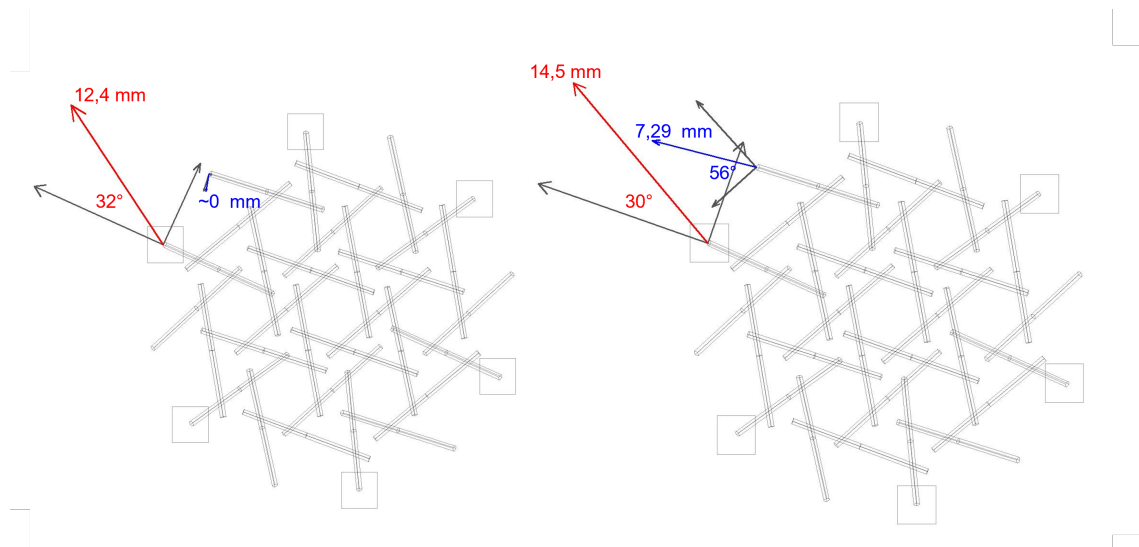


Figure 6.5: Résultantes de déplacement aux appuis (gauche assemblage non serré/ droite assemblage serré)

6.3 Différence entre chargement et déchargement

Les mesures de flèches verticales ont été prises pendant le chargement et le déchargement pour les mêmes paliers.

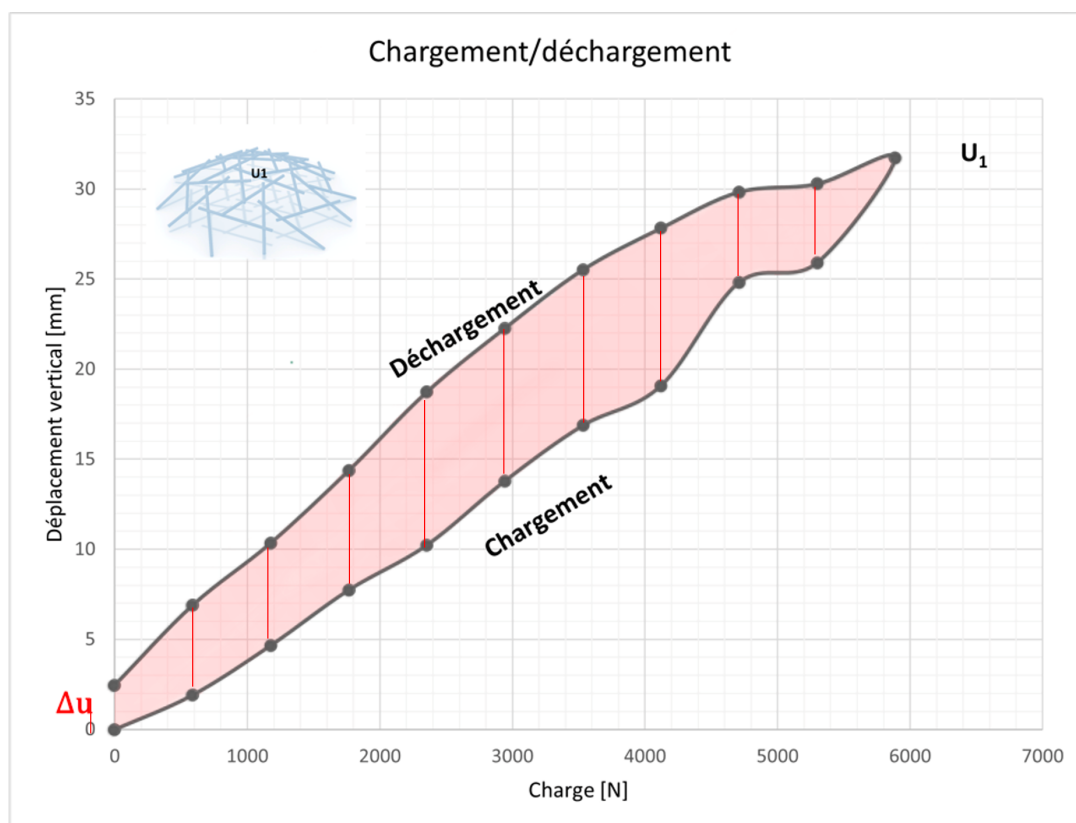


Figure 6.6: Différence de flèche entre chargement et déchargement au point U_1

À chargement équivalent, la structure a un Δu de différence avant et après le chargement maximal de 600kg. Ces Δu sont variables. Cette phénomène se retrouve à tous les points de mesures verticaux.

Cette observation indique une certaine **élasticité de la structure**. Elle est déformée après une sollicitation bien que ses éléments ne soient pas dans leur domaine plastique. Cela met en lumière la complexité de la forme exacte d'une structure réciproque sans rigidité aux connexions. Quand la structure arrive-t-elle à une forme stable? Peut-être que, par analogie à un sol lâche, la structure nécessite une certaine consolidation avant utilisation dans ces conditions d'appui.

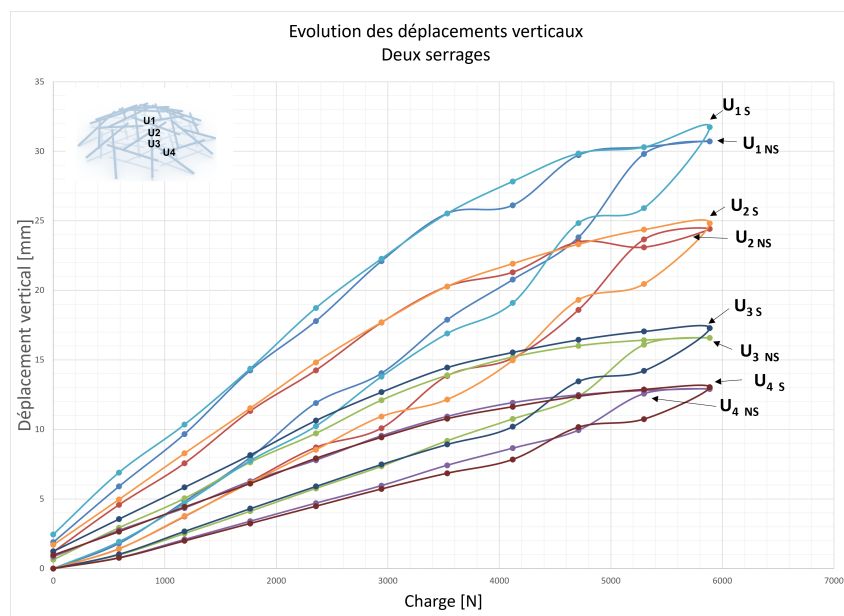


Figure 6.7: Évolution de la flèche lors du chargement et déchargement de la structure avec assemblage serré et non serré

Finalement, il n'y a toujours pas de différence notable entre les deux configurations de serrage de l'assemblage lors du déchargement. Ce dernier point confirme que le serrage de l'assemblage n'est pas déterminant sur le comportement de la structure chargée.

Interprétation : La flèche évolue linéairement à l'exception de quelques mouvements dus aux déplacements des boulons. Le serrage de l'assemblage n'a presque aucune incidence sur les déformations verticales de la structure, que ce soit pour le chargement ou le déchargement. Les connexions fonctionnent bien comme des rotules, peu importe le serrage.

Il a toutefois une influence positive puisqu'il permet de solliciter tous les appuis grâce à la meilleure disposition qu'il permet à la structure. **Le serrage uniforme des assemblages est donc recommandé** et la configuration non-serrée ne sera plus abordée dans la suite de ce travail.

Chapitre 7

Comparaison avec la modélisation

Pour répondre à la question centrale de ce travail, on compare les résultats des mesures en laboratoire avec les déplacements prédits par la modélisation numérique. Suite à la conclusion sur la similitude entre les deux configurations d'assemblage, seules les mesures pour l'assemblage serré sont reprises ici. La modélisation est détaillée à la section 4.4.1.

7.1 Comparaisons des déplacements verticaux

Pour plus de cohérence, les résultats numériques sont affichés avec et sans poids propre. En effet, la flèche initiale due au poids propre de la structure n'a pas été évaluée en laboratoire. La comparaison ne serait donc pas pertinente si on ne fait pas de distinction entre les deux évolutions de flèches calculées.

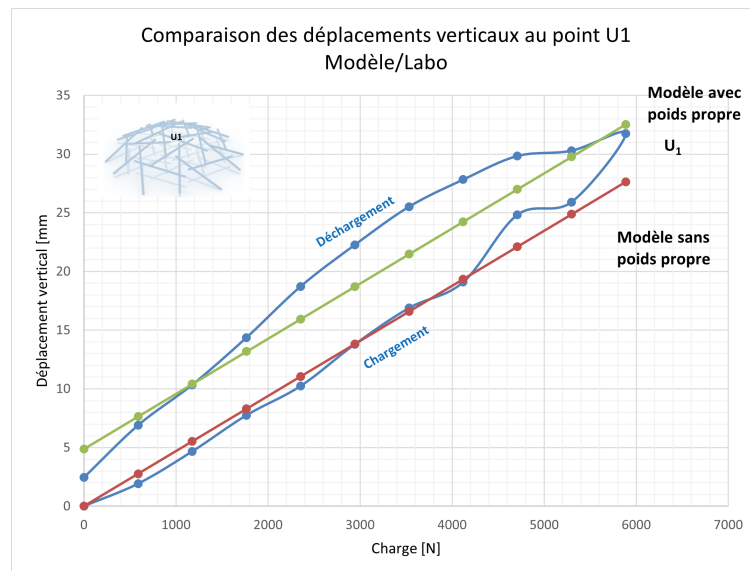


Figure 7.1: Comparaison entre les déplacements verticaux de la modélisation et ceux mesurés au point U_1

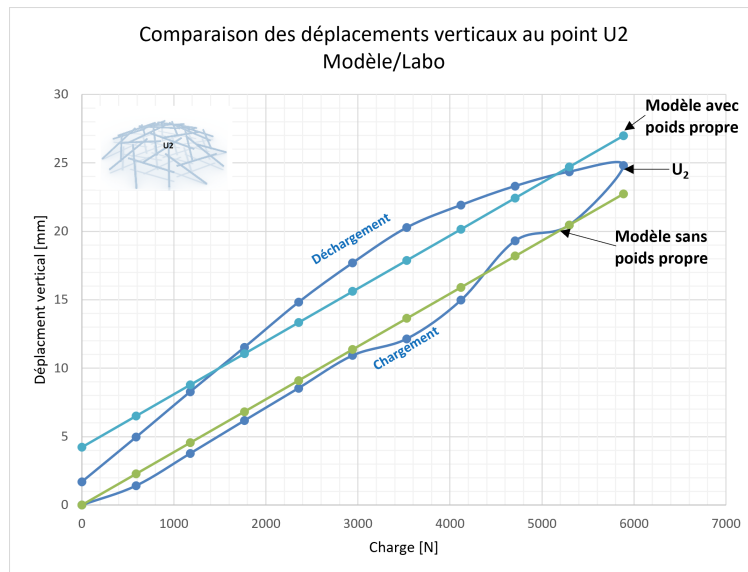


Figure 7.2: Comparaison entre les déplacements verticaux de la modélisation et ceux mesurés au point U_2

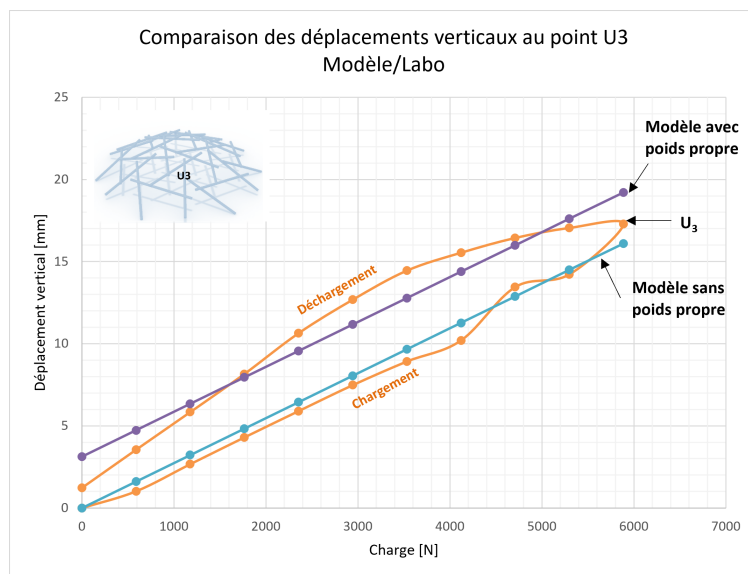


Figure 7.3: Comparaison entre les déplacements verticaux de la modélisation et ceux mesurés au point U_3

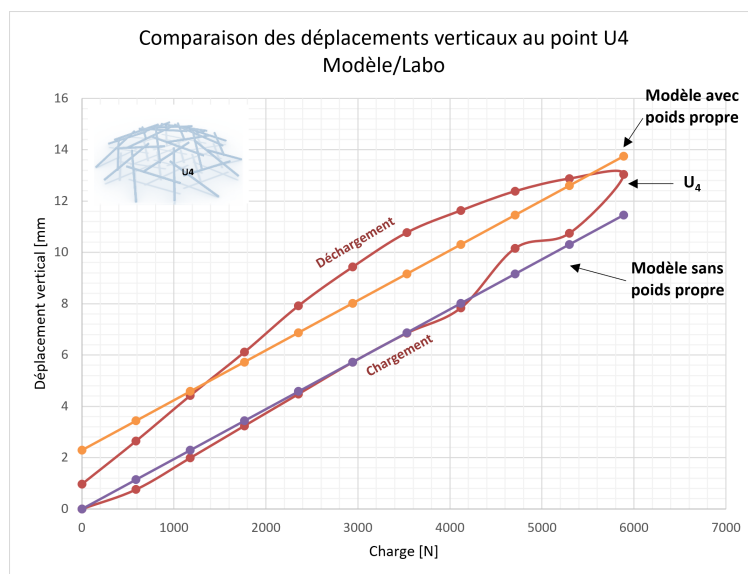


Figure 7.4: Comparaison entre les déplacements verticaux de la modélisation et ceux mesurés au point U_4

Encore une fois la même tendance s'observe à tous les points de mesures. L'évolution de la flèche lors du chargement correspond plutôt bien à la modélisation sans poids propre. La valeur médiane de l'écart entre les deux évolutions est de 7,5% de la mesure en laboratoire. Quant à l'évolution de la flèche lors du déchargement, elle se rapproche plus de la modélisation avec poids propre. La proximité entre les deux courbes est cependant moins régulière avec une valeur médiane de 10,5%.

On a choisi d'utiliser la médiane plutôt que la moyenne, suite aux sauts causés par les déplacements des boulons. Puisque la modélisation ne prend pas ces derniers en compte, la moyenne ne serait pas représentative de la tendance générale.

	Modèle sans pp ¹ / chargement				Modèle sans pp / déchargement			
	U_1	U_2	U_3	U_4	U_1	U_2	U_3	U_4
Erreur médiane [%]	7,52	7,45	8,69	5,04	10,94	8,70	10,17	11,38
Erreur médiane absolue [%]	7,49				10,55			

¹pp=poids propre

7.2 Comparaison des déplacements aux appuis

A droite se trouvent les déplacements absolus aux appuis issus de la modélisation. Pour rappel, le modèle a des blocages additionnels en deux points (voir flèches vertes à la figure, cfr section 4.4.1) pour permettre à Karamba de calculer. En laboratoire, aucun appui n'a été fixé en translation plane.

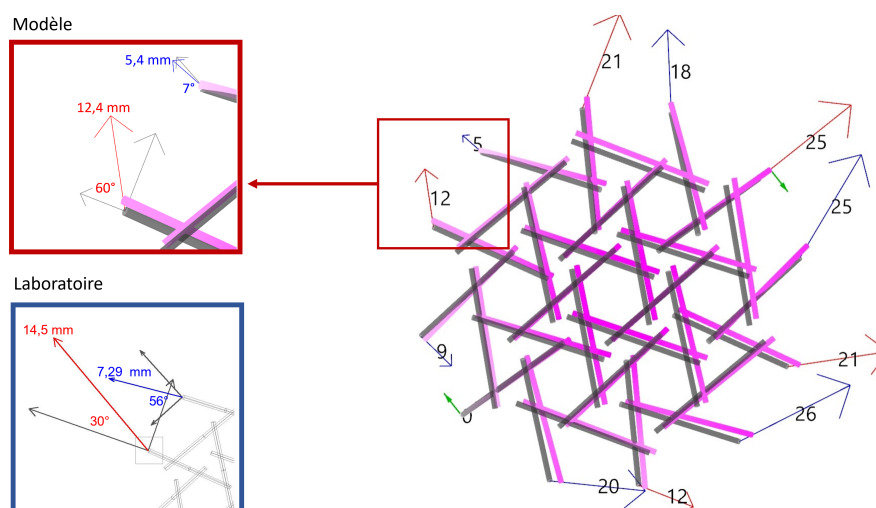


Figure 7.5: Comparaison des déplacements absolus aux appuis entre la structure in situ et la modélisation

Ici les déplacements aux appuis ne convergent pas entre la réalité et le modèle. Les valeurs sont beaucoup plus grandes et ne sont pas orientées dans le même sens. Deux appuis se rapprochent un peu des mesures en laboratoire mais il est impossible de savoir quoi en tirer. Le plus surprenant sont les déplacements aux appuis au sol (flèche bleu) qui sont presque jusqu'à huit fois plus grands que ceux mesurés.

Nous n'avons pas réalisé de graphes comparant l'évolution des déplacements radiaux aux appuis. Les résultantes aux appuis montrent une divergence entre la réalité et la modélisation, toute comparaison graphique est donc non pertinente.

7.3 Quelques hypothèses

Les résultats de cette comparaison sont relativement bons et encourageants. Il est cependant essentiel de se poser des questions quant aux divergences. Tout la subtilité d'une comparaison entre un modèle réel et une modélisation réside dans la cohérence maintenue entre les deux. Nous posons ici quelques hypothèses:

- La différence des déplacements verticaux pourrait s'expliquer par la résistance aux appuis. En effet l'appareil d'appui permet à la structure de se déplacer mais il reste

encore une certaine résistance due aux frottements entre les surfaces. La modélisation comporte des appuis glissants parfaits sans aucune rigidité en translation x et y . Cette différence pourrait être donc due au frottement aux appuis.

- Comme expliqué précédemment, les déplacements ne correspondent pas entre le chargement et le déchargement aux mêmes paliers. Les Δu ne sont pas pris en compte dans la modélisation. L'hypothèse émise ici serait que la structure in situ n'a pas encore sa réelle forme finale. C'est pour cette raison qu'elle ne reviendrait pas exactement à sa forme initiale mais plutôt légèrement plus tassée. Réaliser des chargements cycliques permettrait de voir si elle finit par ne plus présenter de différence de position avant et après chargement. Dans le cas contraire, cela signifierait que la structure a une certaine élasticité qui devrait être prise en compte dans la modélisation, peut-être via une évaluation de rigidité pour les assemblages ou encore via un facteur correcteur à appliquer aux flèches.
- Aussi la structure a eu des mouvements abruptes qui se traduisent par des sauts dans les courbes des évolutions de déplacements. Ce défaut n'a pas été traduit dans la modélisation. Cet aspect est difficile à maîtriser en laboratoire: faire un trou de 12mm au lieu de 13mm pourrait empêcher les boulons de bouger mais cela est risqué face aux tolérances d'usinage. On risquerait tout simplement de ne pas savoir monter la structure à cause de successions de légers décalages. Quant à la modélisation, il serait très ardu de prévoir avec précision cet événement qui relève en quelque sorte du hasard.
- Les deux appuis bloqués dans Karamba (voir figure 4.12) ne le sont pas en laboratoire. Cette différence entre le modèle physique et numérique pourrait mener à cette différence de résultats aux appuis. De plus, seules deux mesures bi-axiales ont été prises. Au plus, il y a de mesures des déplacements, de manière bia-axiale, à tous les appuis au mieux c'est .
- Finalement, il s'agit d'une première structure réalisée manuellement. Contrairement au modèle Grasshopper, elle est imparfaite de par sa réalisation mais aussi de par son matériau.

Idéalement, il faudrait quantifier toutes ces incertitudes. Maintenant, il faut garder en tête qu'un modèle doit se rapprocher le plus possible de la réalité mais il n'atteindra jamais la perfection.

7.4 Validation

Finalement peut-on valider cette modélisation? Pour rappel, J.P Rizzuto a conclu lors de son étude qu'aucun de ses modèles ne s'approchaient assez de ses mesures. Il n'a validé aucune modélisation. Lin Qi et al. ont eux validé leur modélisation avec une marge

d'erreur entre 0 et 17%. **Dans notre cas, peut-on valider notre modélisation?**

Afin de prendre du recul et de comprendre si on peut valider ou non notre manière de modéliser le problème, on utilise un plan de validation et de vérification (VV). Cet outil est utilisé dans beaucoup de domaines scientifiques et permet un processus formel pour la comparaison entre un modèle physique et numérique. Le plan à la figure 7.7 correspond à celui conseillé par *The American Society of Mechanical Engineers (ASME)* [23].

Dans notre cas, arrivé à la comparaison quantitative, on a des résultats satisfaisants pour les déplacements verticaux (médiane absolue de 7,5%). Ce n'est pas vraiment le cas pour les déplacements aux appuis. Cela serait la conséquence d'une divergence entre le modèle numérique et physique au niveau des blocages d'appuis (cfr section 7.2). Les deux modèles ne sont donc pas réellement équivalents, du moins pas assez pour avoir des résultats de déplacements d'appuis semblables. Pour cette raison **nous ne pouvons pas valider la modélisation**.

Il faudrait modifier la modélisation et/ou la partie expérimentale, et comparer à nouveau les résultats pour voir si validation il y a.

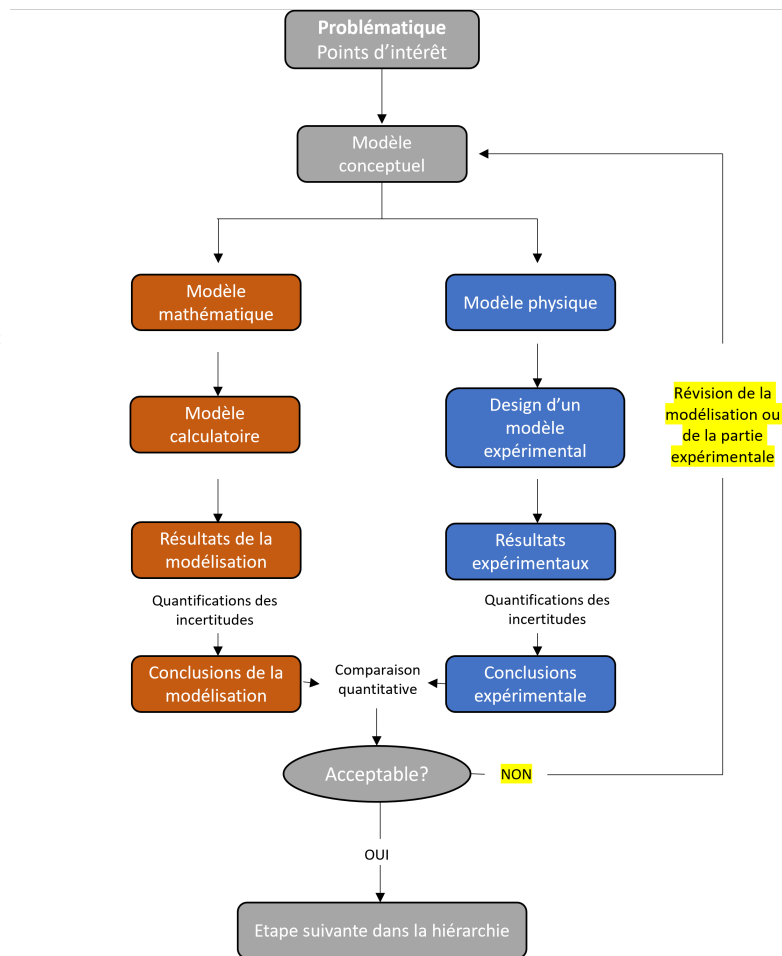


Figure 7.6: Plan de VV conseillé par l'ASME [23]

Malgré cette conclusion, le travail s'est avéré très utile. Avec la phase expérimentale, on a pu observer le comportement d'une structure réciproque multimodale. Elle est à présent prête à être encore testée et comparée suivant la hiérarchie des sujets qui mèneraient à une validation.

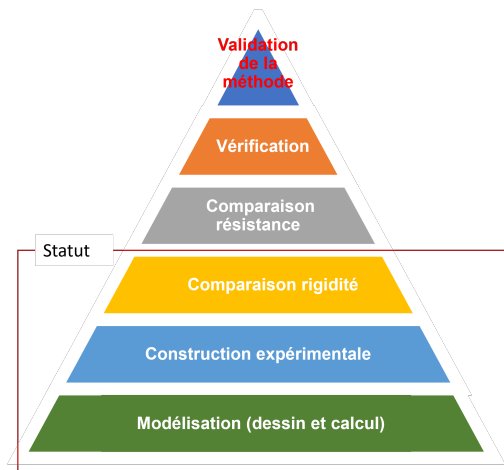


Figure 7.7: Hiérarchie des tâches jusqu'à validation complète

Nous sommes actuellement au stade de comparaison de rigidité. Il faudra faire le même travail en comparant les efforts. Puis, si ces deux étapes sont validées, il faudrait vérifier la méthode sur une autre structure réciproque. Si les mesures sont similaires à celle du modèle on aurait enfin une méthode de calcul applicable à toutes les structures réciproques en acier avec ce type d'assemblage.

Finalement, même sans validation, il faut tout de même souligner que les résultats sont assez bons. On commence à prendre confiance en notre modèle et on est plutôt optimiste quant à la suite de l'étude de la structure.

Chapitre8

Pistes de poursuite du travail

8.1 Adaptation et étude de la structure en acier

On a remarqué un certain nombres d'améliorations à apporter à la structure en elle-même et à sa prise de mesures. Dans le cas où un autre étudiant prendrait le relais, voici les éléments sur lesquels il serait intéressant de travailler.

- **Dessin** : Si cette structure était à refaire, cela serait intéressant de repasser sur le dessin en 3D afin d'avoir des éléments strictement identiques et donc pouvoir se passer de plans. Avoir 5 groupes de barres différentes n'a, en soi, pas été un obstacle à la construction de la structure, mais avoir un seul type de barre permettrait d'accélérer l'usinage. On pourrait par exemple imaginer l'élaboration d'un gabarit qui permettrait de se passer de l'utilisation d'un inclinomètre à chaque perçement et de gagner en précision d'usinage. Un atout supplémentaire serait d'avoir un design où tous les appuis sont au même niveau. Cela éviterait de devoir prévoir plusieurs types d'appareil d'appui.
- **Appareil d'appui** : Les appuis glissants mis en place en laboratoire ne sont pas parfaits. On pourrait mettre du Téflon afin de s'approcher au plus d'un comportement sans frottement.

Ensuite, il serait très pertinent de réaliser le même travail sur la structure mais avec ses appuis bloqués. Comme attendu, cette structure fonctionne comme une voûte. De par sa nature, il est beaucoup plus sain pour elle d'être contrainte en translation à ses appuis. De plus, si la modélisation 3 (cfr section 4.4.3) s'avère juste, on aurait une structure très résistante, ce qui pourrait justifier le recours à ce type de structure: la résistance résidant dans la forme plutôt que dans l'assemblage.

Dans ce travail, il a été évoqué d'utiliser un câble passant par tous les appuis ou encore des masses. Que ce soit l'une ou l'autre de ces solutions, elle doit être réfléchie afin de ne pas éloigner la structure de la modélisation.

- **Mesures** Les mesures faites dans le cadre de ce travail nous ont permis d'avoir une idée de la rigidité de la structure construite. Il reste un tas d'autres éléments

à observer : les déformations sous chargement asymétrique, uniforme, cyclique... L'utilisation d'un scanner 3D permettrait d'accélérer significativement la prise de mesures de déplacements. Il s'agit d'une technologie laser qui prends des mesures de déplacements tri-dimensionnelles. Apprendre à utiliser correctement cet instrument prendrait un certain temps mais résulterait mènèrait à un travail précis et complet.

Même si on a conclu avoir une modélisation plutôt conforme à la réelle rigidité, il faudrait également confirmer celle-ci pour la résistance. On pourrait, comme les études décrites dans l'état de l'art, placer des jauges. Un certain soin devrait être apporté sur la correspondance entre l'emplacement de la jauge et le lieu le plus sollicité prédit par le modèle.

- **Exposition** Une fois que la structure aura rempli son utilité expérimentale, il serait idéal de l'exposer. Elle a une certaine valeur esthétique et son principe pourrait intéresser et instruire les passants. Sûrement placée en extérieur, il faudrait la protéger de la pluie puisque les barres sont en acier brut et que les noeuds sont des points sensibles. L'assemblage étant largement ouvert sur le dessus il représente une porte d'entrée à la corrosion. Il faudrait apporter une solution pour une couverture, telle une toile par exemple, et pour des appareils d'appui d'exposition.

8.2 Autres points à creuser

En dehors de ce qui a été réalisé durant cette année académique, d'autres points ont retenu notre attention. Ces suggestions sont plutôt pragmatiques puisqu'elles ne sont pas réalisables sans validation complète du calcul numérique.

- **Application au bois** Il ne faut pas perdre de vue la motivation première de l'étude sur les structures réciproques en 3D avec des poutres cylindriques. Le calcul pour des structures réciproques en bois avec l'assemblage JJP serait le but ultime de cette recherche. Il serait intéressant d'effectuer un travail similaire sur une structure en grumes. L'étude de la structure en bois permettrait de développer une méthodologie de validation de modélisation.
- **Programme** Creuser encore du côté du dessin en 3D permettrait d'avoir des structures toujours plus intéressantes les unes que les autres. Au delà de l'aspect architectural, il faut aussi se rappeler de la problématique de la résistance d'une structure réciproque: augmenter la section rajoute du poids propre et ne permet pas de réel gain de résistance. Jusqu'à présent, on a travaillé sur des structures ayant des poutres de diamètres identiques. Il faudrait plutôt lier le calcul numérique au dessin en itérant, en plus des positions des poutres, sur leurs diamètres. De la sorte, on adapterait la quantité de matière là où c'est nécessaire.

Si le diamètre est adapté, il faudrait s'attendre à avoir en plus une influence positive sur la flèche globale. En effet, si les poutres fortement sollicitées sont plus épaisses elles fléchiront moins, entraînant un déplacement moins important sur les poutres qu'elles supportent.

- **Optimisation** En écho au travail de Marie Vandamme et Alexis Pierson, il serait très intéressant d'effectuer une étude d'optimisation. L'utilisation des indicateurs morphologiques permettrait de tirer des conclusions sur les optimums des paramètres, des formes des modules, des surfaces,...

Chapitre9

Conclusion

Le but de ce mémoire était de comprendre le comportement des structures réciproques en 3D et de valider une méthode de calcul. La construction d'un modèle à taille réelle n'était pas l'ambition initiale mais cela a fini par constituer le fil conducteur de cette recherche. Face à tant d'incertitudes et d'hypothèses, force était de constater que l'objectif ne serait atteint qu'en observant un modèle réel.

Nous avons réfléchi à la conception d'un modèle visuellement intéressant, d'ampleur assez importante et purement réciproque. Le souhait principal autour du dessin était d'obtenir une structure un maximum symétrique afin de faciliter l'usinage et le montage. Son modèle 3D réalisé avec Grasshopper a permis la production du plan.

Grâce à cela, le passage de la conception à la réalisation s'est passé sans encombre malgré la précision que requiert l'usinage. La structure est montée/démontée en moins de deux heures à deux personnes à condition d'avoir un appareil de levage. La mise en œuvre a été un succès et permet d'imaginer d'étendre le concept à une extension de la structure voire à d'autres structures réciproques en acier.

Les appuis de la structure sont posés sur des plaquettes en aluminium glissant sur des bases soit métalliques soit en béton. Cette disposition permet à la structure de se déplacer relativement bien. Cependant, afin de s'approcher au plus d'un appui glissant parfait, la surface de glissement pourrait être remplacés par un matériau présentant moins de frottement, tel que le Téflon.

La structure est chargée jusqu'à 600kg. On peut voir les poutres fléchir à l'œil nu et les appuis se déplacer. Elle est stable mis à part quelques ressauts soudains sûrement dû aux repositionnement des boulons. Le comportement est logique et rassurant.

Des mesures de flèches et de déplacements aux appuis ont été prises avec des comparateurs. Les résultats ont permis d'observer qu'il n'y avait pas de différences entre deux configurations de serrage de l'assemblage (un non-serrage et un serrage à 4N/m). La rigidité de l'assemblage n'a donc pas d'influence, confirmant le fait qu'il fonctionne comme une rotule. C'est surtout la forme globale et la répétition de triangles qui assure la rigidité de la structure.

S'il y a un problème à souligner, c'est la position exacte de la structure. En effet, les défor-

mations lors du chargement et du déchargement différent de manière variable. C'est-à-dire que la structure a tassé après chargement et ne revient pas exactement à sa position initiale. Il faudrait charger la structure de manière cyclique pour voir si ce phénomène s'atténue ou dans le cas échéant quantifier l'élasticité de la structure.

Après ces observations, les résultats de laboratoires ont été comparés avec ceux de la modélisation. Une nuance a été introduite quant à la prise en compte du poids propre dans la modélisation : puisque la flèche initiale due au poids propre n'a pas été mesurée en laboratoire, il est nécessaire de comparer les résultats avec et sans le prendre en compte dans le modèle. Les résultats de déplacements verticaux issus de la modélisation sont proches des mesures prises en laboratoire. Les résultats sans poids propre correspondent avec une erreur médiane de 7,5% aux mesures prises lors du chargement. Les résultats avec poids propre sont eux proches de la courbe de déchargement, mais dans une moindre mesure, avec une médiane de 10.6%. Ce n'est pas le même dénouement pour les résultats de déplacements aux appuis. Il y a des divergences de valeurs et de directions qui seraient dues à deux blocages supplémentaires aux appuis dans la modélisation.

Il y a eu tout au long du travail une attention particulière portée sur la cohérence entre le modèle in situ et le modèle numérique. Pour ne pas comparer l'incomparable, il a fallu que la modélisation numérique soit la plus simple possible et que le travail en laboratoire soit motivé par une correspondance consistante. Cependant, malgré des résultats encourageants, la modélisation utilisée pour la comparaison ne peut pas encore être validée.

Les déplacements aux appuis ne se correspondant pas, il faudrait adapter la structure en laboratoire pour qu'elle ait deux appuis bloqués. S'il en résulte des résultats satisfaisants, le modèle pourra alors être validé, du moins pour la rigidité de la structure. La suite rigoureuse imposerait un même travail pour les mesures d'efforts. Si cette modélisation venait à être validée, il faudrait recommencer avec la structure bloquée à tous ses appuis. Ces tâches boucleraient le processus de validation du modèle de calcul aux éléments finis pour les structures réciproques 3D en acier avec un assemblage rotulé.

Finalement, on espère que l'étude actuelle et future de cette structure en acier permettra un calcul de structures en grumes avec l'assemblage JJP. Si une modélisation est validée, elle pourrait être vérifiée sur une telle structure. Et si le résultat en ressort insatisfaisant, une procédure de travail similaire pourrait s'inspirer de ce travail.

Bibliographie

- [1] L. Wantier. (2016). *Franchir le grand par le petit*. mémoire de recherche. ENSAPL.
- [2] O. Baverel. (2000). *Nexorades: a family of interwoven space structures*, Thesis (Ph.D) University of Surrey.
- [3] C. Douthe, O. Baverel. (2009). *Design of nexorades or reciprocal frame systems with the dynamic relaxation method*, In Computers and Structures (n°87). 1296–1307
- [4] W.J.Lewis. (2003). *Tension Structures: Form and behaviour*, London. Telford.
- [5] E. Garavaglia, A. Pizzigoni, L. Sgambi, N. Basso. (2003). *Collapse behaviour in reciprocal frame structures*. In Structural Engineering Mechanics (n°46). 533-547
- [6] C.Douthe, O.Baverel. (2014). *Morphological and mechanical investigation of double layer reciprocal structures*. In Nexus Network Journal (n°16). 191-206
- [7] K. Goto, R. Kidokoro, T. Matsuo. (2011). *Rokko Mountain Observatory*, In The Arup Journal (n°2).
- [8] S. Brancart, O. Popovic Larsen, L. De Laet, N. De Temmerman. (2017). *Bending-active reciprocal structures based on equilateral polyhedral geometries*, Proceedings of the IASS Annual Symposium
- [9] J.P.Rizzuo. (2018). *Experimental investigation of reciprocally supported element (RSE) lattice honeycomb domes structural behaviour*, Engineering Structures. 496-510
- [10] L. Qi, Z. Li, L. Li, H. Pan, Z. Xie and X. Huang. (2021). *Study on adjustable connector of reciprocal*, in The civil engineering journal (n°2) Article no.28
- [11] J. Goosse. (2020). *Validation expérimentale d'assemblages de structures réciproques composées de troncs d'arbres*. Mémoire Uclouvain.
- [12] D. Dallemagne. (2021). *Développement d'un programme paramétrique permettant de concevoir une structure réciproque 3D avec un minimum de connecteurs métalliques*. Mémoire Uclouvain.
- [13] T. Kaisin. (2021). *Calcul des assemblages de troncs d'arbres de structures réciproques sur base d'une approche de conception paramétrique*. Mémoire Uclouvain.

- [14] M. Vandamme. (2020). *Optimisation d'un plancher composé de modules réciproques*. Mémoire Uclouvain.
- [15] A. Pierson. (2021). *Utilisation d'indicateurs morphologiques pour définir des règles de dimensionnement de planchers composés de grumes*. Mémoire Uclouvain.
- [16] P. Latteur. LGCIV1022 : Mécanique des structures. Uclouvain
- [17] C. Donneux, V. Olivier. LGCIV2033: Steel and composite steel-concrete structures. Uclouvain
- [18] Illustration issue de <https://www.northernarchitecture.us/structural-behaviour/the-stonemason-museum-by-yasufumi-kijima.html>, consultée le 13 août 2022
- [19] Illustration issue de <https://thoennissen.ch/IFA>, consultée le 18 août 2022
- [20] Illustration issue de <http://www.zha-code-education.org/CURRENT-RESEARCH-reciprocal-frames> (wan shu and kengo kuma), consulté le 13 août 2022
- [21] Illustration issue de <https://kobe-rokko.jp/en/events/1107/>, consultée le 13 août
- [22] Illustration issue de <https://www.code-arch.com/research/reciprocal-structure/>, consultée le 13 août
- [23] The American Society of Mechanical Engineers Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, (2007)
- [24] Illustration issue de <https://radharceile.wordpress.com/2019/12/31/building-the-roof-111/>, consultée le 18 août
- [25] J. Coenders, D. Bosia (2006). *Computational tools for design and engineering of complex geometrical structures: From a theoretical and a practical point of view*.
- [26] Peng Song, Chi-Wing Fu, Prashant Goswami Jianmin Zheng, Niloy J. Mitra, Daniel Cohen-Or *Reciprocal Frame Structures Made Easy*,
- [27] Udo Thönnissen, *A Form-Finding Instrument for Reciprocal Structures*, Nexus Network Journal, (2014) 16:89–107

Annexe A : Calcul du degré hyperstatique

$$H_{global} = (D_b * b + r - e) - (D_n * n - m) \quad (.1)$$

Avec D_b = le nombre de degré de liberté par barre

b = le nombre de lignes entre les noeuds

r = le nombre de réactions d'appuis

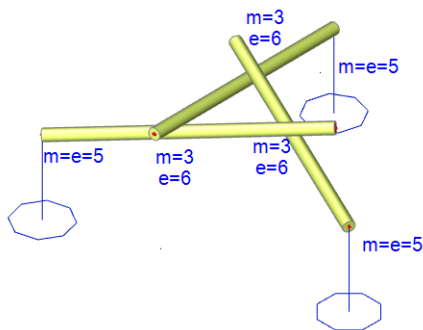
e = le nombre d'efforts libérés par un dispositif

D_n = le nombre de degrés de liberté par noeud

n = le nombre de noeuds

m = le nombre de noeuds complètement rotulés

Calculons par exemple le degré d'hyperstaticité d'un module réciproque à trois barres avec des rotules à trois rotations et avec des appuis à rouleaux:



Avec $b=12$, $r=9$ et $n=12$

$$H_{glob} = (6 * 12 + 9 - 33) - (6 * 12 - 24) = -6$$

→ *Hypostatique*

Figure .1: Exemple de calcul d'hyperstaticité

Annexe B : Dimensionnement

Le procédure de dimensionnement correspond à celle apprise lors du cours sur les structures métalliques donnée par Catherine Doneux [17]. Le moment plastique, la pression diamétrale et le cisaillement des boulons sont vérifiés. À noter que ce dimensionnement à été réalisé avant le changement d'assemblage.

Modèle 1 : aux appuis : $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ bloqués et R_x, R_y, R_z libres

aux connexions : $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ bloqués et R_x, R_y, R_z libres

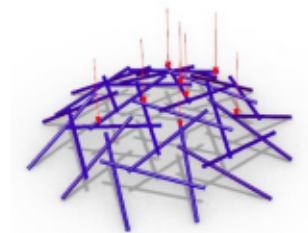
Modèle 2 : : aux appuis : $\delta_x, \delta_y, \delta_z, R_x$ bloqués et R_y, R_z libres

aux connexions : $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ bloqués et R_x, R_y, R_z libres

➔ On bloque cette rotation aux appuis, cela résulte en une très faible torsion (négligeable)

Chargement : 8 charges ponctuelles appliquées aux nœuds et réparties uniformément (cas critique). Ce chargement correspond à 8 personnes.

Résultats avec Karamba (sans pondération) :



Profil	tige	Modèle 1					Modèle 2					Masse	Prix
		σ_b	τ_b	σ_t	τ_t	δ_v	σ_b	τ_b	σ_t	τ_t	δ_v		
		MPa	MPa	MPa	MPa	mm	MPa	MPa	MPa	MPa	mm	kg	€
48x3mm	M12	364,7	17,2	102,9	8,9	101	103,9	1,9	506,5	3,2	11,4	164	524 €
		Les tubes sont trop sollicités en flexion					Ok						
60,3x2,9mm	M12	236,5	1,7	293,7	25,9	54,2	59	1,33	861,1	4,24	6	204	628 €
		Les tubes sont trop sollicités en flexion					Les tiges sont trop sollicitées en flexion						

σ_b = contrainte axial maximale dans les barres

τ_b = contrainte tangentielle maximale dans les barres

σ_t = contrainte axial maximale dans les tiges

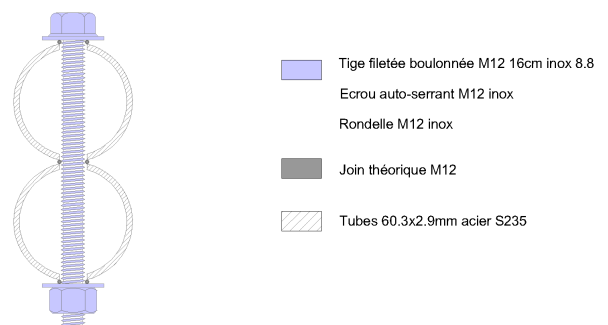
τ_t = contrainte tangentielle maximale dans les barres

Annexe C : Recueil des modifications en laboratoire

Dans tout travail expérimental, on rencontre des événements imprévus qui poussent à modifier les techniques utilisées. Nous n'avons pas dérogé à la règle puisque la mise en oeuvre et la prise de mesures de la structure ont connu différents changements.

1. L'assemblage

La première version de l'assemblage consistait en une tige traversant complètement les deux barres. Les barres ont été assemblées avec lors d'un premier montage. Cette disposition donnait une rigidité palpable et on se doutait que le boulon participerait activement à la sollicitation. L'usinage a été adapté. On a senti une différence notable lors du montage avec l'assemblage final.



2. Caoutchouc

La première version de l'assemblage avait des joints théorique en caoutchouc. Ces derniers ne donnaient aucune souplesse à l'assemblage et étaient souvent sectionnés au niveau du contact entre les deux barres et écrasés non uniformément sous les rondelles. Dans la deuxième version de l'assemblage, on a remplacé les joints théoriques par des rondelles manufacturées en EPDM. Elles ont une épaisseur de 1mm, permettant de jouer sur les épaisseurs de l'élastomère aux différents lieux de l'assemblage.



3. Les appareils d'appui

La base métallique de l'appareil d'appui servait initialement à fixer le statif aimanté. Ayant des doutes sur le collage de ces bases à la colle chaude, on a préféré rajouter une autre base métallique complètement indépendante de l'appareil d'appui. Ainsi, nous avons eu la certitude d'une prise de mesures relative entre un point fixe et un point mobile.



4. **Le positionnement des comparateurs** Les comparateurs étaient initialement positionnés uniquement pour prendre des mesures radiales. On a finalement préféré mesurer moins d'appuis au profit de mesures bi-axiales.

5. **Les plaquettes de mesure**

Les plaquettes sur lesquelles viennent s'appuyer les comparateurs ont été modifiées en cours de route. Leurs tailles n'étaient pas suffisantes provoquant la perte de contact avec les tiges des comparateurs. Elles ont donc été agrandies.

Les plaquettes étaient collées au tubes avec de la colle chaude. Ce collage ne fonctionnait pas bien, les plaquettes se détachant à tour de rôles dès leur entrée en contact avec les comparateurs. Les plaquettes ont été sablées, les tubes poncés localement pour augmenter l'adhérence et on a remplacé la colle chaude par une colle composite beaucoup plus efficace.



Annexe D : Mesures

Mesures de déplacements sans serrage des assemblages

Charge ment [kg]	Déplacement aux appuis [mm]						Déplacement vertical [mm]			
	B1		R1		R2	R3	U1	U2	U3	U4
	x	y	x	y						
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	-0,01	0,06	0,25	-0,01	0,67	0,35	-1,8	-1,42	-0,98	-0,78
120	-0,02	0,13	1,11	0,14	1,63	1	-4,82	-3,74	-2,52	-2,09
180	-0,06	0,16	2,12	0,56	2,8	1,93	-7,98	-6,25	-4,12	-3,4
240	-0,1	0,19	3,23	1,22	4	2,96	-11,9	-8,71	-5,76	-4,7
300	-0,13	0,21	4,34	1,97	4,99	4	-14,04	-10,09	-7,35	-5,96
360	-0,16	0,25	5,72	3,21	6,2	5,37	-17,88	-13,85	-9,18	-7,42
420	-0,15	0,27	6,89	4,52	7,22	6,51	-20,77	-15,13	-10,75	-8,65
480	0,08	0,33	7,97	5,67	8,64	7,61	-23,81	-18,59	-12,38	-9,94
540	1,5	-1,15	10,48	6,62	12,57	7,75	-29,81	-23,66	-16,09	-12,57
600	1,51	-1,13	10,49	6,63	13,05	8,08	-30,72	-24,42	-16,58	-12,91

Charge ment [kg]	Déplacements aux appuis [mm]						Déplacements verticaux [mm]			
	B1		R1		R2	R3	U1	U2	U3	U4
	x	y	x	y						
540							-30,3	-23,1	-16,41	-12,79
480							-29,72	-23,48	-16,01	-12,48
420							-26,12	-21,3	-15,2	-11,92
360							-25,53	-20,28	-13,89	-10,93
300							-22,1	-17,68	-12,1	-9,54
240							-17,79	-14,25	-9,71	-7,79
180							-14,24	-11,32	-7,64	-6,27
120							-9,67	-7,57	-5,04	-4,35
60							-5,9	-4,58	-2,93	-2,74
0	-0,85	0,06	0,95	3	0,34	1,04	-1,89	-1,2	-0,63	-0,85

Mesures de déplacements avec serrage des assemblages

ANNEXE D : MESURES

Charge ment [kg]	Déplacement aux appuis [mm]						Déplacement vertical [mm]			
	B1		B2		R1	R2	U1	U2	U3	U4
	x	y	x	y						
0	B1		R1		R2	R3	U1	U2	U3	U4
60	0,04	-0,08	0,59	0,36	0,92	0,4	-1,92	-1,41	-1,02	-0,76
120	0,48	-0,5	1,51	0,75	2,3	1,36	-4,67	-3,77	-2,67	-1,99
180	1,21	-1,09	2,91	1,56	2,78	2,91	-7,75	-6,17	-4,3	-3,24
240	1,94	-1,57	4,45	2,48	3,44	3,99	-10,24	-8,54	-5,9	-4,48
300	2,11	-1,61	4,93	3,04	4,81	5,95	-13,8	-10,93	-7,48	-5,72
360	2,24	-1,63	5,45	3,65	5,95	7,72	-16,89	-12,15	-8,92	-6,85
420	2,28	-1,47	6,41	4,57	6,73	8,59	-19,09	-14,97	-10,2	-7,84
480	3,55	-2,47	8,55	5,49	9,51	9,87	-24,83	-19,31	-13,45	-10,16
540	3,56	-2,43	9,04	5,84	10,04	10,4	-25,92	-20,46	-14,22	-10,74
600	6,02	-4,11	12,46	7,33	10,99	12,19	-31,74	-24,82	-17,29	-13,03

Charge ment [kg]	Déplacements aux appuis [mm]						Déplacements verticaux [mm]			
	B1		R1		R2	R3	U1	U2	U3	U4
	x	y	x	y						
540							-30,29	-24,36	-17,05	-12,87
480							-29,84	-23,31	-16,44	-12,38
420							-27,83	-21,92	-15,54	-11,63
360							-25,52	-20,28	-14,45	-10,77
300							-22,27	-17,7	-12,68	-9,43
240							-18,73	-14,82	-10,64	-7,92
180							-14,37	-11,52	-8,16	-6,11
120							-10,35	-8,28	-5,84	-4,42
60							-6,9	-4,96	-3,55	-2,65
0	1,53	-1,32	2	2,62	-1,36	1,77	-2,45	-1,7	-1,23	-0,97