

Faculté des sciences

Impact de la variabilité millénaire sur la dynamique des âges glaciaires

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade académique de
Master [120] en sciences physiques, finalité approfondie.

Auteur : Victor Couplet

Promoteur : Michel Crucifix

Lecteurs · rices : François Massonnet, Qiuzhen Yin

École de physique, ELIC

Année académique 2019-2020

Résumé

Ce mémoire a pour objectif la compréhension du spectre des fluctuations climatiques de la période du Quaternaire (2,5 derniers millions d'années). En raison du succès de la théorie de Milankovitch, nous considérons souvent le spectre climatique du Quaternaire comme constitué, d'une part, de pics étroits attribués à la variation régulière de paramètres astronomiques contrôlant l'insolation de la Terre et, d'autre part, d'un fond spectral sans importance attribué à des variations stochastiques. Ce point de vue est remis en question par les observations. Le spectre de Fourier de différentes archives climatiques représentant les températures passées exhibe un continuum de variabilité. Ce continuum respecte une loi d'échelle, c'est-à-dire qu'on a $P(f) \sim f^\beta$ où P est la puissance spectrale et f la fréquence. Cela suggère que les différents modes de variabilité interagissent et échangent de l'énergie entre eux (Huybers et Curry 2006). Dans ce mémoire, nous nous intéressons spécifiquement aux interactions entre la dynamique des cycles glaciaires-interglaciaires et la variabilité millénaire, essentiellement représentée par les événements de Dansgaard-Oeschger et de Heinrich. Comment ces différents modes de variabilité interagissent-ils entre eux pour générer un continuum de variabilité qui respecte une loi d'échelle? Pour répondre à cette question, nous utilisons une approche fondée sur des systèmes dynamiques déterministes. Nous couplons un modèle phénoménologique représentant la dynamique glaciaire, le modèle VCV (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2018), avec différents modèles de variabilité millénaire.

Remerciements

J'aimerais remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ce mémoire.

Premièrement, j'aimerais remercier mes parents, Sophie Willaumez et Damien Couplet, pour la relecture des premiers chapitres ainsi que leur soutien sans faille.

Je remercie Camille Draguet d'avoir emmené mon frère en vacances pour que je puisse terminer mon mémoire tranquillement. Je la remercie aussi, et surtout, pour sa relecture attentive de tout le manuscrit.

Je remercie également Lilian Vanderveken, Marina Martínez et Sergio Rubin de m'avoir si chaleureusement accueilli dans leur équipe de recherche.

Je remercie Mikhail Verbitsky pour son aide et ses discussions toujours éclairantes sur le modèle VCV.

Enfin j'aimerais exprimer toute ma gratitude à mon promoteur, Michel Crucifix, pour sa gentillesse, sa disponibilité et ses précieux conseils. Je le remercie de m'avoir accueilli dans son équipe de recherche comme il l'a fait, et de m'avoir proposé de la rejoindre.

Table des matières

Résumé	i
Remerciements	ii
1 Introduction	1
2 État des connaissances	4
2.1 Le système climatique	4
2.2 Les évènements	10
2.3 Représentation spectrale	14
2.4 Question scientifique	16
3 Méthode	18
3.1 Modélisation	18
3.2 Données et proxies utilisés	23
3.3 Outils d'analyse spectrale	24
4 Couplage VCV-BGR	27
4.1 Modèle BGR	27
4.2 Couplage VCV-Boers	28
4.3 Résultats	33
4.4 Discussion	34
5 Couplage VCV-VDP	37
5.1 Oscillateur de van der Pol (VDP)	37
5.2 Couplage VCV-VDP	38
5.3 Résultats	40
5.4 Discussion	42
6 VCV et forçages sinusoïdaux	43
6.1 Un sinus pour représenter la variabilité millénaire	43
6.2 Réponse de VCV à un forçage sinusoïdal : deux régimes différents .	45
7 Conclusion	55
A Matériel supplémentaire	57

Table des figures

1.1	Tendance des températures pour les 65 derniers millions d'années et projections climatiques futures. Les anomalies de température sont calculées par rapport à la moyenne globale des années 1961-1990 (Burke et al. 2018).	2
2.1	(A gauche) Signal d'insolation standardisé au parallèle $65^\circ N$ pour le dernier million d'années tel que calculé par Berger et Loutre (1991). (A droite) Densité spectrale de puissance du signal d'insolation à $65^\circ N$ pour les 3 derniers millions d'années	6
2.2	Vue simplifiée de l'AMOC, la circulation méridienne de retournement atlantique (Rahmstorf 1997).	7
2.3	Effet sur les températures de surface d'un ralentissement de l'AMOC simulé avec le modèle HADGEM3. Reproduction de la figure 3 de (Jackson et al. 2015).	8
2.4	Série temporelle de $\delta^{18}O$ benthique pour les 3 derniers millions d'années (Lisiecki et Raymo 2005).	10
2.5	(Haut) $\delta^{18}O$ LR04. (Bas) δD EPICA.	11
2.6	(a) $\delta^{18}O$ LR04. (b) δD EPICA. (c) $\delta^{18}O$ NGRIP. (d) Abondance de grain lithiques dans les sédiments marins au site DSDP609 (Bond et al. 2012).	12
2.7	Vue schématique du spectre climatique (Mitchell 1976).	15
2.8	Densité spectrale de puissance de différentes archives naturelles :le $\delta^{18}O$ NGRIP, le δD EPICA et de $\delta^{18}O$ LR04. Les spectres ont été translatés verticalement pour une meilleure visibilité. Les droites rouges sont des guides visuels, elles ont une pente -2	16
3.1	Intégration numérique de VCV avec les paramètres standards. La série du $\delta^{18}O$ LR04 a été ajoutée à titre de comparaison.	20
3.2	Intégration numérique de VCV avec les paramètres standards. Zoom sur la période de -300 ka à -100 ka. Les bandes roses représentent des périodes où l'anomalie d'insolation est positive.	21
3.3	Intégration numérique de VCV pour différents jeux de paramètres. (a) Paramètres standards avec : $\alpha = 0$, $\kappa = 0$ et $\varepsilon = 0.03$. On a $V = 0$. (b) Paramètres standards avec : $\beta = 1.57$. On a $V = 0.94$	22
3.4	Densité spectrale de puissance du signal d'insolation $65^\circ N$ échantillonné à la fréquence $f = 10 \text{ ka}^{-1}$, échelle logarithmique. La droite en pointillés rouges est obtenue par régression linéaire.	26

4.1	Intégration numérique du modèle VCV-BGR avec un couplage unidirectionnel (éqs 4.11-4.19). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 4.1.	31
4.2	Intégration numérique du modèle couplé VCV-BGR (éqs 4.21-4.29). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 4.1, et $\mu = 0.02^\circ C^{-1}$. (a) Etendue de glaciation S . La courbe en pointillés représente une simulation avec $\mu = 0.0^\circ C^{-1}$. (b) Température atmosphérique proche de la surface au dessus du Groenland T_G ($^\circ C$). (c) Importance relative des différents termes d'ablation dans l'équation de S (éq 4.21).	34
4.3	Densité spectrale de puissance du modèle couplé VCV-BGR. Comparaison entre $\mu = 0.02^\circ C^{-1}$ et $\mu = 0.00^\circ C^{-1}$	35
5.1	Intégration numérique du modèle couplé VCV-VDP (éqs 5.7-5.10, couplage unidirectionnel). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 5.1. (a) Volume de glaciation $S^{5/4}$ ($10^6 km^3$). Les zones ombrées en bleu et rouge désignent respectivement les zones où $S^{5/4} > 40 \cdot 10^6 km^3$ et $S^{5/4} < 10 \cdot 10^6 km^3$. (b) Variable ψ . . .	39
5.2	Intégration numérique du modèle couplé VCV-VDP (éqs 5.11-5.15). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 5.1, et $\mu = 0.05$. (a) Volume de glaciation $S^{5/4}$ ($10^6 km^3$). La courbe en pointillés représente une simulation avec $\mu = 0$. (b) Variable ψ (pour la simulation avec $\mu = 0.05$).	41
5.3	Spectre de puissance du modèle couplé VCV-VDP. Comparaison entre $\mu = 0.05$ et $\mu = 0.00$	41
6.1	VCV forcé par $F_{total}(t) = \varepsilon F_S(t) + \varepsilon \sin(2\pi t/5)$. Paramètre standards. (a) En bleu, volume de glace $S^{5/4}$ simulé. En orange, volume de glace simulé sans le forçage sinusoïdal. (b) Spectres de puissance. . .	44
6.2	VCV forcé par $F_{total}(t) = \varepsilon F_S(t) + 10 \cdot \varepsilon \sin(2\pi t/5)$. Paramètre standards. (a) En bleu, volume de glace $S^{5/4}$ simulé. En orange, volume de glace simulé sans le forçage sinusoïdal. (b) Spectres de puissance. . .	44
6.3	Réponse de VCV forcé avec un sinus de période T et d'amplitude ε . Paramètres standards. (a) Amplitude de S calculée avec la méthode 2. (b) Période de S calculée avec la méthode 2.	46
6.4	Exposant de Lyapunov maximal pour le système VCV forcé avec un sinus de période T et d'amplitude ε . Paramètres standards. . . .	46
6.5	Réponse de VCV forcé avec un sinus de période T et d'amplitude $\varepsilon = 0.11$. Paramètres standards. (a) Période de S calculée avec les méthodes 1 et 2. (b) Amplitude de S calculée avec la méthode 1. Les courbes oranges correspondent à l'amplitude du pic de fréquence $1/T$ dans le spectre d'amplitude de la réponse; les courbes vertes correspondent au pic de fréquence $1/2T$	47
6.6	Amplitude de la réponse de la variable S en fonction de sa période, pour des forçages sinusoïdaux d'amplitude $\varepsilon = 0.11$ et de période T entre 5 ka et 80 ka. En rouge : points utilisés et droite tracée dans l'article (Verbitsky et Crucifix 2020), figure 2(1). En bleu : points obtenus dans ce mémoire, un point par période de forçage entière entre 5 ka et 80 ka.	49

6.7	Amplitude de S en réponse à un forçage sinusoïdal d'amplitude $\varepsilon = 0.11$ et de période T . Paramètres standards. En bleu : amplitude calculée avec la méthode 2. En noir : amplitude approximée avec l'équation 6.12.	51
6.8	Réponse de la variable S de VCV à un forçage multi-sinusoïdal. (a) Variable S . (b) Spectre d'amplitude. Les 4 lignes verticales grises correspondent aux périodes 72 ka, 56 ka, 42 ka et 30 ka.	53

Liste des tableaux

3.1	Valeurs standard utilisées pour les paramètres de VCV.	20
4.1	Valeurs utilisées pour les paramètres de la composante BGR du modèle couplé VCV-BGR.	30
5.1	Valeurs utilisées pour les paramètres de la composante VDP du modèle couplé VCV-VDP.	40

Abbreviations

AMOC circulation méridienne de retournement atlantique. 7

D-O (évènement de) Dansgaard-Oeschger. 12

DSP densité spectrale de puissance. 24

GCM modèle climatique global / modèle de circulation générale. 4

IRD débris portés par la glace (*ice-rafted debris*). 14

NADW eaux profondes de l'Atlantique nord. 7

VDP (oscillateur de) van der Pol. 23

Chapitre 1

Introduction

Le climat a toujours varié. Si cela peut ressembler au début d'un argument climato-sceptique, c'est bien un fait : le climat a toujours varié, et à toutes les échelles. L'histoire climatique est en effet marquée par une succession de périodes plus chaudes et de périodes plus froides. Par exemple, il y a environ 635 millions d'années, certains avancent qu'il faisait si froid que la Terre était entièrement recouverte de glace ou presque (Hoffman 1998). Il y a 50 millions d'années, lors de l'optimum climatique de l'Éocène, la température globale moyenne était plus de 10°C supérieure à aujourd'hui. Depuis cette époque reculée, le climat se refroidit, comme le montre la figure 1.1. Il y a environ 35 millions d'années, une calotte de glace permanente s'est formée sur l'Antarctique. Il y a 3 millions d'années, des calottes se sont formées également sur le Groenland et dans l'hémisphère Nord. Elles se sont ensuite rétractées et agrandies d'abord selon un cycle de 40 000 ans puis de 100 000 ans, ce sont les cycles glaciaires-interglaciaires. Lors du dernier maximum glaciaire, il y a 20 000 ans, les températures globales moyennes étaient environ de 5°C inférieures à aujourd'hui.

Nous avons quitté le dernier âge glaciaire il y a une dizaine de milliers d'années et depuis nous sommes rentrés dans une période plus stable qui a vu l'essor des civilisations humaines, l'Holocène. Bien que plus stable, cette période n'est elle-même pas exempte de variations climatiques. Il y a 9000 ans, des conditions plus chaudes contribuaient à une mousson africaine plus intense qu'actuellement et le Sahara était couvert de végétation. Entre les années 1300 et 1800, dans une période qu'on appelle parfois "le petit âge glaciaire", l'Europe a connu des hivers particulièrement rigoureux. Sur des échelles de temps plus courtes, les températures globales peuvent varier d'années en années à cause d'oscillations dans les schémas de circulation atmosphérique et océanique, par exemple l'oscillation australe El Niño (ENSO) et l'oscillation atlantique multi-décadale (AMO). Aujourd'hui même, nous faisons face à un changement climatique important : les températures globales moyennes pourraient s'élever de 0.3°C à 4.5°C d'ici la fin du siècle (Stocker et al. 2013). Cependant, ce réchauffement n'est pas naturel, il est causé par les émissions anthropogéniques de gaz à effet de serre dans l'atmosphère. A l'opposé, on parle de variabilité naturelle pour toutes les autres variations.

Il est important d'étudier et de bien comprendre la variabilité naturelle du climat. Cela nous permet d'affiner les prédictions climatiques décanales et les projections centennales. C'est aussi essentiel dans l'attribution des forçages et du changement climatique à l'Homme. Une étude des fluctuations climatiques

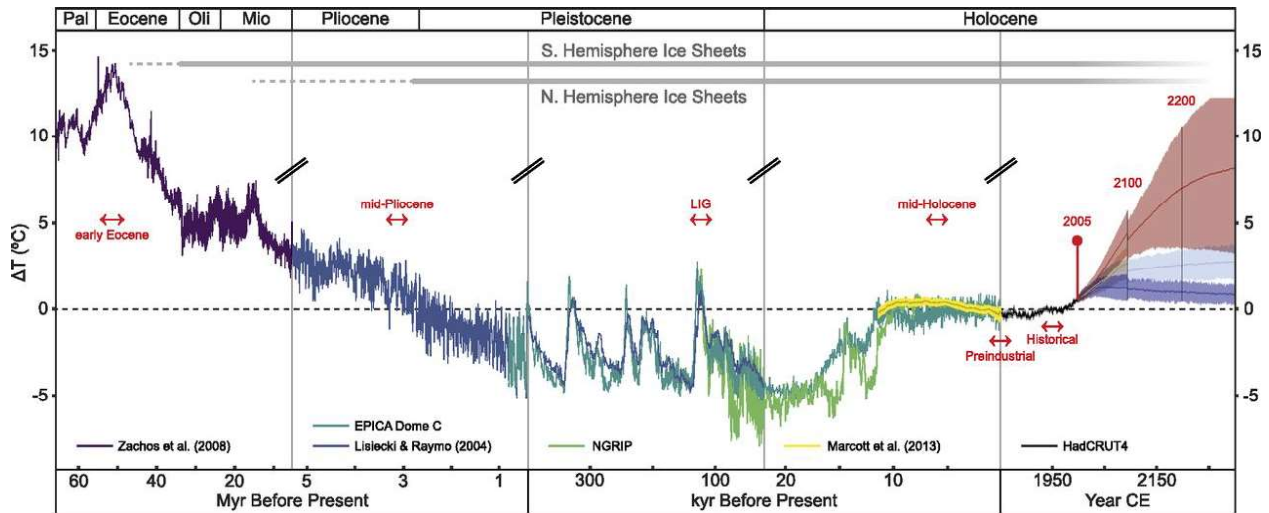


FIGURE 1.1 – Tendence des températures pour les 65 derniers millions d’années et projections climatiques futures. Les anomalies de température sont calculées par rapport à la moyenne globale des années 1961-1990 (Burke et al. 2018).

du passé nous montre que le taux et l’amplitude du réchauffement que nous connaissons aujourd’hui est très certainement en dehors de la variabilité naturelle (Stocker et al. 2013).

Dans ce mémoire, nous allons nous intéresser tout particulièrement à la période du Quaternaire. Cette période géologique s’étale sur les 2.5 derniers millions d’années (Pléistocène + Holocène sur la figure 1.1) et est marquée par l’existence de cycles glaciaires-interglaciaires. Le climat au cours de ces cycles est sujet à une importante variabilité millénaire. Par exemple, pendant la dernière période glaciaire, et probablement aussi celles avant, l’hémisphère Nord, et particulièrement le Groenland, ont connu une succession de réchauffements abrupts appelés événements de Dansgaard-Oeschger. D’autres événements marquants sont ceux de Heinrich, ils correspondent à d’importantes débâcles d’icebergs dans l’Atlantique Nord. Tous ces phénomènes sont décrits en détail dans le chapitre 2.

L’analyse spectrale nous permet de représenter de manière compacte la variabilité à toutes les échelles sur un spectre climatique. En raison du succès de la théorie de Milankovitch, nous considérons souvent le spectre climatique du Quaternaire comme constitué, d’une part, de pics étroits attribués à la variation régulière de paramètres astronomiques contrôlant l’insolation de la Terre et, d’autre part, d’un fond spectral sans importance attribué à des variations stochastiques. Ce point de vue est remis en question. Le spectre de Fourier de différentes archives climatiques représentant les températures passées exhibe un continuum de variabilité. Ce continuum respecte une loi d’échelle, c’est-à-dire qu’on a $P(f) \sim f^{-\beta}$ où P est la puissance spectrale et f la fréquence. Cela suggère que les différents modes de variabilité interagissent et échangent de l’énergie entre eux (Huybers et Curry 2006).

L’objectif de ce mémoire est donc d’étudier les interactions entre la dynamique des cycles glaciaires et la variabilité millénaire, essentiellement représentée par les événements de Dansgaard-Oeschger et de Heinrich. Comment ces différents modes de variabilité interagissent entre eux pour générer un continuum de variabilité qui respecte une loi d’échelle? Pour répondre à cette question, nous allons

utiliser une approche fondée sur des systèmes dynamiques déterministes. Nous couplons un modèle phénoménologique représentant la dynamique glaciaire, le modèle VCV (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2018), avec différents modèles de variabilité millénaire. Le chapitre 3 a pour sujet la présentation du modèle VCV et des différents outils que nous utilisons. Dans les chapitre 4 et 5, nous couplons le modèle VCV respectivement avec le modèle BGR (Boers et al. 2018) et avec un oscillateur de van der Pol. Ces deux modèles représentent la dynamique des événements de Dansgaard-Oeschger avec différents niveaux de complexité. L'objectif est d'étudier l'impact de la variabilité millénaire sur la dynamique des âges glaciaires et sur le timing des déglaciations. Dans le chapitre 6, nous étudions la réponse du modèle VCV à divers forçages sinusoïdaux. Des arguments d'analyse dimensionnelle sont utilisés pour obtenir des relations d'échelle et tenter d'expliquer le spectre climatique.

Chapitre 2

État des connaissances

2.1 Le système climatique

Le système climatique est extrêmement complexe. Il est constitué d'un nombre gigantesque de composantes qui échangent de la matière et de l'énergie à toutes les échelles spatio-temporelles. Cette incroyable complexité n'effraie pourtant pas les climatologues, dont le but, comme tout scientifique, est de comprendre pour prédire. En climatologie, cela passe par la modélisation, et c'est pourquoi la plupart des efforts de recherche se concentrent sur l'élaboration, l'utilisation et l'évaluation de modèles climatiques globaux, aussi appelés modèles de circulation générale (GCM). Ces modèles ont pour objectif de représenter le plus fidèlement possible le système climatique. Ils sont constitués de millions de lignes de code qui ne peuvent tourner que sur les ordinateurs les plus puissants. En conséquence, ils ne peuvent simuler le climat que sur des échelles de temps relativement courtes, de l'ordre de quelques siècles tout au plus. C'est intéressant pour la prédiction météo et les projections climatiques, mais moins utile pour étudier l'évolution du climat sur des échelles de temps plus longues. Or, comme indiqué dans l'introduction, nous allons nous intéresser dans ce mémoire à la période du Quaternaire. Cette période géologique s'étale sur les 2.5 derniers millions d'années et l'utilisation de GCMs est donc exclue. En outre, à cause du nombre important de phénomènes représentés, les GCMs agissent parfois en "boîtes noires" et il peut s'avérer compliqué d'identifier et d'expliquer la suite causale d'évènements physiques qui a conduit à tel ou tel résultat simulé.

Heureusement, les climatologues ont plusieurs cordes à leur arc, et entre autres, les modèles dynamiques *conceptuels* et *phénoménologiques*. Les premiers modélisent un phénomène en jouant avec un concept mathématique bien précis. Par exemple, ils vont décrire un certain phénomène cyclique avec un oscillateur de Van der Pol, ou représenter un phénomène abrupt comme une bifurcation et voir quelles sont les conséquences du concept mathématique utilisé sur la stabilité, la prévisibilité,... Les modèles phénoménologiques quant à eux, mettent en oeuvre des concepts physiques avant de mettre en oeuvre des concepts mathématiques. En pratique toutefois, ces deux types de modèles sont souvent mélangés et confondus. De manière générale, on désigne comme conceptuel ou phénoménologique tout modèle dynamique simple, constitué de quelques équations décrivant avec peu de paramètres l'évolution temporelle et les interactions d'un nombre réduit de variables. La marche à suivre pour construire un tel modèle est la suivante. On

commence par identifier les composantes du système climatique qui contraignent le plus l'évolution du climat sur les échelles de temps considérées. Ensuite, on isole ces composantes et on décrit leurs interactions de manière idéalisée à l'aide de quelques équations différentielles. L'intégration numérique (voire analytique si on a de la chance) de ces équations aide alors à comprendre comment les interactions modélisées génèrent des cycles de périodicité variable. Cette approche a été appliquée à de nombreux phénomènes climatiques avec succès. Elle a deux avantages principaux qui en font une alternative intéressante et complémentaire aux GCMs. Ces avantages découlent du nombre réduit de variables utilisées : la dynamique est plus transparente et on peut simuler aisément plusieurs centaines de milliers d'années sur un ordinateur personnel. Pour ces raisons, les modèles conceptuels et phénoménologiques constituent l'outil principal utilisé dans ce mémoire.

Dans la suite de cette section, nous détaillons certaines composantes du système climatique essentielles pour comprendre l'évolution du climat pendant le Quaternaire. Ces composantes interagissent entre elles et donnent naissance à différents phénomènes climatiques caractéristiques de ces 2-3 derniers millions d'années : les cycles glaciaires-interglaciaires, les événements de Dansgaard-Oeschger et les événements de Heinrich, décrits dans la section 2.2. Comme annoncé, l'objectif de ce mémoire consiste essentiellement à étudier les interactions entre tous ces événements. Nous le précisons dans la section 2.4.

2.1.1 Le Soleil

La quasi totalité de l'énergie qui entre dans le système climatique provient du Soleil sous la forme de rayonnement électromagnétique. L'insolation instantanée est définie comme l'énergie reçue par seconde et par m^2 sur un plan tangent à l'atmosphère. Elle dépend de plusieurs facteurs dont la position géographique sur Terre, l'activité solaire, la distance Terre-Soleil et l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique (l'obliquité). Ces quantités varient dans le temps et en conséquence l'insolation instantanée aussi : elle ne sera pas la même le jour ou la nuit, l'été ou l'hiver. Sur des échelles de temps beaucoup plus longues, de l'ordre de quelques dizaines de milliers d'années, de lentes variations dans l'orbite et le mouvement de la Terre vont aussi causer des changements d'insolation. Ces variations sont déterminées principalement par trois paramètres qui sont l'*excentricité* de l'orbite terrestre, l'*obliquité* et la *précession*. On les appelle les paramètres de Milankovitch. Ils varient sous l'influence de la Lune et des grosses planètes du système solaire, telles que Jupiter et Saturne.

L'excentricité de l'orbite terrestre varie principalement selon des cycles dont les périodes sont à peu près égales à 95 ka, 100 ka, 123 ka et 400 ka¹. Ces cycles contribuent à des variations d'environ $0.5 W m^{-2}$ sur la moyenne annuelle d'insolation reçue par la Terre.

L'obliquité désigne l'angle que forme l'équateur avec l'écliptique et est responsable des saisons. Une plus grande obliquité contribue à des saisons plus marquées, surtout aux hautes latitudes. Elle est actuellement de $23^{\circ}27''$ et a varié entre 22° et 24.5° ces derniers millions d'années selon un cycle d'environ 41 ka.

1. ka : kilo années

Aux pôles, cela correspond à des changements allant jusqu'à 50 W m^{-2} d'insolation moyenne journalière.

L'axe de rotation de la terre est soumis à la précession à l'image d'une toupie car la terre n'est pas parfaitement sphérique. Couplé à une excentricité non nulle, ce phénomène va moduler les effets de l'obliquité dans un hémisphère, selon que cet hémisphère soit dirigé ou non vers le Soleil quand la Terre atteint le périhélie de son orbite. Ainsi, si la Terre est plus proche du Soleil pendant l'été boréal, le contraste entre les saisons dans l'hémisphère Nord sera plus important que dans l'hémisphère Sud. C'était le cas il y a environ 11 000 ans. Aujourd'hui, la Terre atteint le périhélie de son orbite le 4 janvier, c'est à dire pendant l'été austral, et donc le contraste entre les saisons est plus important dans l'hémisphère Sud. Quand l'excentricité est plus faible, la précession a moins d'impact sur l'insolation car la Terre est quasi toujours à la même distance du Soleil ; on dit que l'excentricité module l'effet de la précession. Les périodes dominantes des cycles de précession sont 19 ka, 22 ka et 24 ka.

En bref, l'excentricité a une influence sur l'énergie totale reçue par la Terre tandis que l'obliquité et la précession ont une influence sur la répartition de cette énergie à la surface du globe. L'effet de ces trois phénomènes peut être calculé pour une latitude donnée. Dans ce mémoire, nous allons utiliser l'insolation locale à la mi-juillet pour le parallèle 65° N . En effet, c'est environ à cette latitude que se situaient les calottes glaciaires de l'hémisphère Nord lors des périodes glaciaires (voir section 2.2.1). Cette insolation a été calculée par Berger et Loutre (1991) et est présentée dans la figure 2.1. Si on calcule son spectre de Fourier pour les trois derniers millions d'années, on retrouve clairement les cycles dominants de précession (19 ka, 22 ka et 24 ka) et d'obliquité (41 ka). Les cycles d'excentricité ne sont pas visibles.

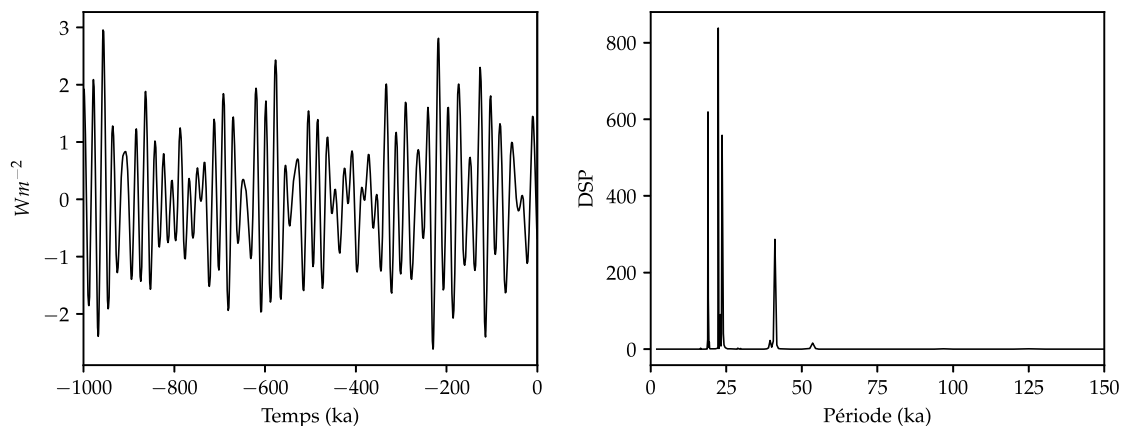


FIGURE 2.1 – (A gauche) Signal d'insolation standardisé au parallèle 65° N pour le dernier million d'années tel que calculé par Berger et Loutre (1991). (A droite) Densité spectrale de puissance du signal d'insolation à 65° N pour les 3 derniers millions d'années

Les autres éléments du système climatique qui vont nous intéresser sont ceux qui peuvent stocker et restituer l'énergie reçue du Soleil sur des échelles de temps allant de 1000 à 100 000 ans. Ces éléments sont ceux qui possèdent une grande inertie thermique, c'est-à-dire les grandes masses d'eau et de glaces : les océans et la cryosphère.

2.1.2 L'océan et la circulation thermohaline

De par leur haute inertie thermique, les océans constituent un grand réservoir d'énergie. Les courants océaniques permettent de transporter cette énergie. Parmi ces courants, la circulation méridienne de retournement atlantique (AMOC) désigne le schéma de circulation global observé dans l'Atlantique. La figure 2.2 en montre une vue simplifiée.

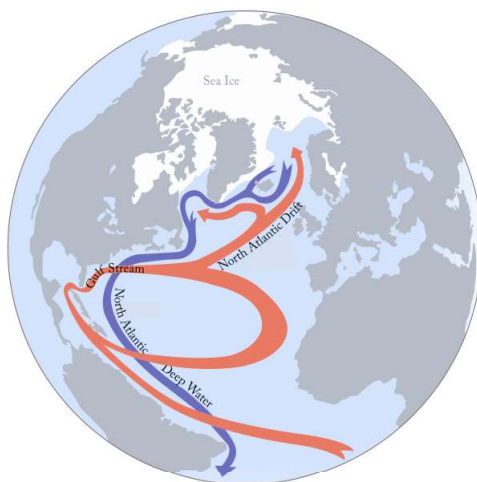


FIGURE 2.2 – Vue simplifiée de l'AMOC, la circulation méridienne de retournement atlantique (Rahmstorf 1997).

Des eaux chaudes et salées sont transportées en surface vers le nord. Via des transferts de chaleur avec l'atmosphère, ces eaux refroidissent et deviennent de plus en plus denses. Elles coulent dans des sites bien localisés - les sites de convection - situés actuellement dans la mer du Labrador et les mers nordiques. Les eaux denses formées dans ce processus de convection sont appelées eaux profondes de l'Atlantique Nord (NADW). Elle recirculent en profondeur vers le sud et réemergent en partie dans l'océan Austral. Cette boucle de circulation est régulièrement appelée circulation thermohaline car elle semble être la conséquence de gradients de densités, eux-mêmes résultants de gradients de température (thermo) et de salinité (haline). En réalité, les courants en surface sont aussi impactés par les vents.

L'AMOC est responsable d'un transport net de chaleur du sud vers le nord et permet d'expliquer le climat relativement tempéré observé en Europe. Cette circulation est sujette à une boucle de rétroaction positive. En effet, les courants de surface amènent des eaux salées vers le nord ce qui maintient une densité élevée et par la suite une convection importante. En retour, une convection importante entretient la circulation. A l'inverse, si la circulation ralentit, l'apport de sel est moindre, la convection diminue et la circulation ralentit encore plus. Ainsi, des petites perturbations peuvent conduire à des changements de régime importants. Beaucoup de modèles montrent une bi-stabilité pour l'AMOC, c'est à dire deux régimes stables compatibles avec les mêmes conditions au bord. Par exemple, le modèle très simplifié de Stommel (1961) exhibe deux modes stables. Dans un mode qualifié de thermique, les effets liés aux gradient de température dominant et la circulation se fait en surface du sud vers le nord tandis que dans le mode halin, le gradient de salinité domine et la circulation en surface se fait du nord

vers le sud.

Des modèles plus complexes présentent un régime semblable au mode thermique du modèle de Stommel avec une circulation en surface vers le nord, et un autre régime où la circulation est affaiblie, voire nulle (Rahmstorf et al. 2005). Ce deuxième cas de figure est généralement obtenu en ajoutant un flux d'eau douce au nord. Cela a pour effet de diminuer la convection et peut conduire à un arrêt total de la circulation lorsqu'une certaine limite est atteinte. Un tel arrêt de l'AMOC se traduirait probablement par un refroidissement significatif de l'Europe et du Groenland. C'est ce qu'ont montré Jackson et al. (2015) en simulant un ralentissement de l'AMOC avec un GCM. Leurs résultats sont visibles dans la figure 2.3.

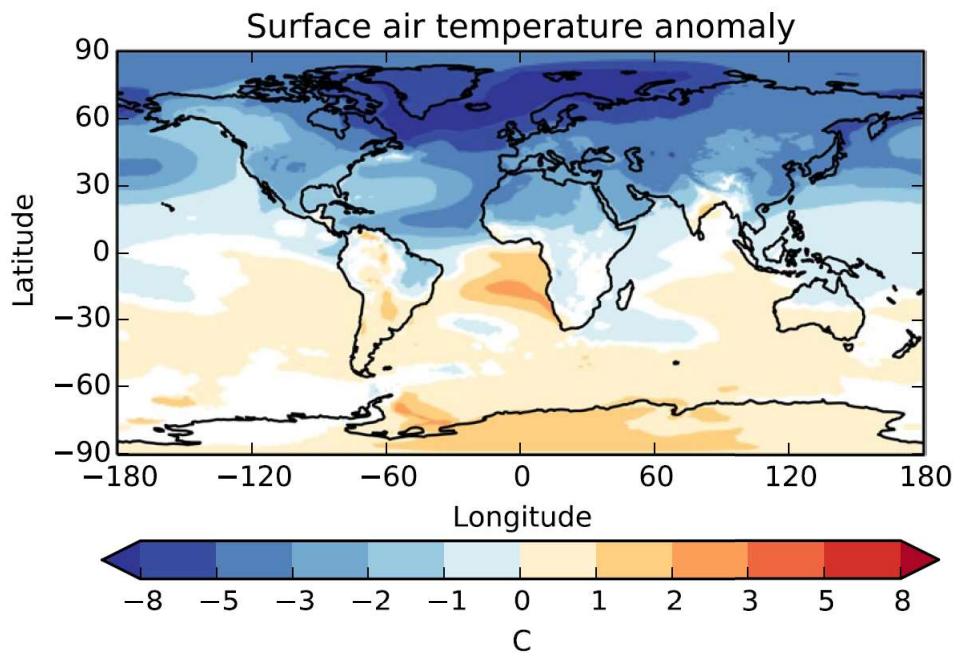


FIGURE 2.3 – Effet sur les températures de surface d'un ralentissement de l'AMOC simulé avec le modèle HADGEM3. Reproduction de la figure 3 de (Jackson et al. 2015).

2.1.3 La cryosphère

La cryosphère rassemble toutes les composantes du système climatique où l'eau se trouve à l'état solide. C'est un élément central dans la balance énergétique de la Terre. D'abord parce qu'elle peut absorber une quantité importante de chaleur latente (il faut beaucoup d'énergie pour fondre de la glace) mais aussi parce qu'elle a un impact non négligeable sur l'albédo terrestre, c'est-à-dire la fraction d'énergie solaire reçue qui est directement réfléchi dans l'espace. Dans la cryosphère, nous allons considérer trois éléments qui ont chacun une dynamique propre : les calottes glaciaires, les plates-formes de glaces et la glace de mer.

Les calottes glaciaires

Les calottes glaciaires sont les énormes étendues de glace qui se forment sur les terres émergées. Aujourd'hui il n'en subsiste que deux majeures : la calotte groenlandaise et la calotte antarctique. Pendant les périodes glaciaires (voir section 2.2.1), d'autres calottes existaient, et parmi les plus imposantes se trouvaient la calotte laurentide et la calotte fennoscandienne. Elles recouvraient respectivement l'Amérique du Nord (nord des Etats-Unis et Canada actuel) et l'Europe ainsi que l'Asie du Nord (îles britanniques, Scandinavie, nord de la Russie, Sibérie).

Les calottes se forment par accumulation de neige. Chaque année, la couche ayant résisté à l'été vient se superposer aux couches des années précédentes. Sous la pression, les couches inférieures sont comprimées en glace. Sur des dizaines de milliers d'années, ce mécanisme permet de construire des calottes glaciaires de plusieurs kilomètres d'épaisseur. Ces dernières contiennent tellement d'eau sous forme solide qu'on estime que si les calottes groenlandaise et antarctique fondaient complètement, le niveau des mer s'élèverait de 60 m par rapport au niveau actuel! Les calottes glaciaires ne sont pas statiques, la glace coule de l'intérieur des terres vers les côtes. Ces courants glaciaires se déchargent dans la mer sous forme d'icebergs. La calotte atteint un équilibre quand la masse perdue par ces courants glaciaires ainsi que par la fonte ou la sublimation directe est compensée par l'accumulation de neige.

Les plates-formes de glace

Les plates-formes ou barrières de glace sont des extensions marines des calottes glaciaires. Elle se forment quand la glace provenant de l'intérieur des terres coule dans l'océan sans se rompre. Elle peuvent atteindre une épaisseur allant de 100 m à 1000 m. Comme les calottes glaciaires et à l'inverse de la glace de mer, elles sont constituées d'eau douce. Aujourd'hui, on trouve des plates-formes de glace seulement en Antarctique, mais il est fort probable qu'il y en avait liées à d'autres calottes pendant les périodes glaciaires. Les plates-formes de glace ont un rôle important dans la dynamique des calottes glaciaires. Elle sont une source de perte de masse car elles produisent des icebergs, mais surtout elle jouent le rôle de "bouchons" qui retiennent les flux de glaces vers l'océan. Leur fonte peut donc être à l'origine d'instabilités importantes.

La glace de mer

La glace de mer ou banquise se forme quand l'eau de mer gèle. C'est un milieu en perpétuel mouvement; en conséquence, la glace ne recouvre pas toujours entièrement une région donnée. On parle alors de concentration de glace de mer pour désigner la proportion de surface recouverte par la glace. La glace de mer peut atteindre plusieurs mètres d'épaisseur. En gelant, l'eau de mer rejette le sel qu'elle contient ce qui a pour effet d'augmenter la salinité des eaux de surface. La glace a aussi un effet isolant important. Quand elle atteint une concentration importante, elle peut réduire, voire bloquer, les échanges d'humidité et de chaleur entre l'océan et l'atmosphère. Comme nous allons le voir, cela peut avoir des conséquences dramatiques.

2.2 Les évènements

Dans cette section, nous allons voir comment les éléments décrits dans la section précédente interagissent entre eux pour donner naissance aux évènements climatiques principaux du Quaternaire, à savoir : les cycles glaciaires-interglaciaires, les évènements de Dansgaard-Oeschger et les évènements de Heinrich.

2.2.1 Périodes glaciaires et interglaciaires

La figure 2.4 montre le rapport isotopique d'oxygène $\delta^{18}O$ benthique mesuré dans différents sédiments marins en fonction de leur âge et compilé par Lisiecki et Raymo (2005), ci après " $\delta^{18}O$ LR04". Le rapport isotopique d'oxygène est un indicateur ou *proxy* du volume de glace global présent sur les continents au moment où les sédiments se sont posés au fond de l'océan. Une valeur plus élevée de $\delta^{18}O$ correspond à un plus grand volume de glace (attention l'axe des ordonnées est décroissant). Des informations plus précises sur ce *proxy* et d'autres sont disponibles dans la section 3.2. La figure 2.4 nous donne donc un aperçu de l'évolution des calottes glaciaires et du climat sur les 3 derniers millions d'années.

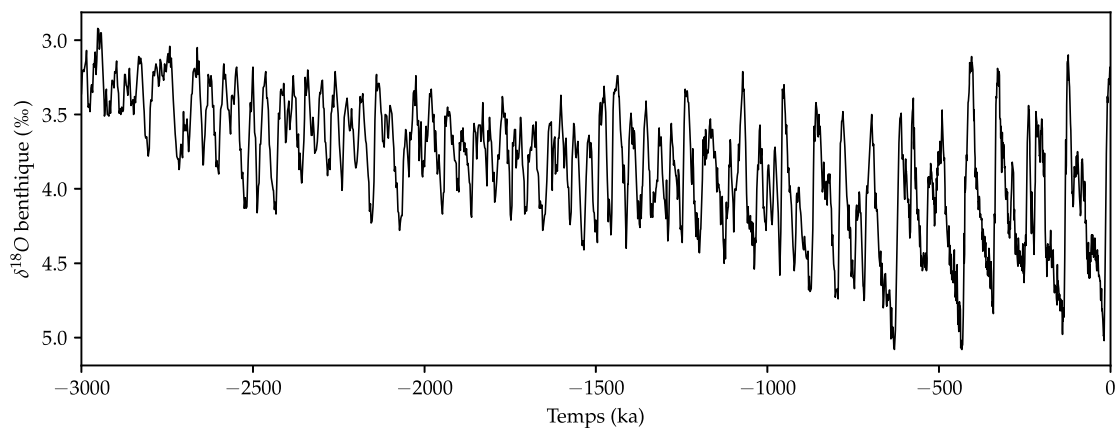


FIGURE 2.4 – Série temporelle de $\delta^{18}O$ benthique pour les 3 derniers millions d'années (Lisiecki et Raymo 2005).

On observe une succession de périodes froides où les calottes glaciaires sont étendues et de périodes plus chaudes où les calottes glaciaires sont moins importantes. Ce sont les cycles glaciaires-interglaciaires. Jusqu'à il y a environ 1500 ka, les périodes glaciaires et interglaciaires se succèdent tous les 40 ka environ. Ce cycle se modifie ensuite et gagne en amplitude. La figure 2.5 est un zoom de la figure 2.4 sur le dernier millions d'années. On peut aussi y observer l'évolution d'un autre rapport isotopique, celui du deutérium, prélevé sur le site EPICA/Dome C en Antarctique (Jouzel et Masson-Delmotte 2007), ci après " δD EPICA". C'est un proxy pour les températures passées. Les deux courbes s'accordent bien, confirmant l'hypothèse implicite et à priori logique selon laquelle les périodes où le volume des calottes glaciaires est plus élevé correspond à des périodes plus froides. Ces périodes glaciaires sont parfois aussi appelées âges glaciaires, nous utiliserons les deux terminologies. Pour le dernier million d'années, on observe un cycle avec une période dominante d'environ 100 ka. La transition avec le régime de

période dominante de 40 ka s'appelle la transition du milieu du Pléistocène (MPT, *mid-Pleistocene transition* en anglais).

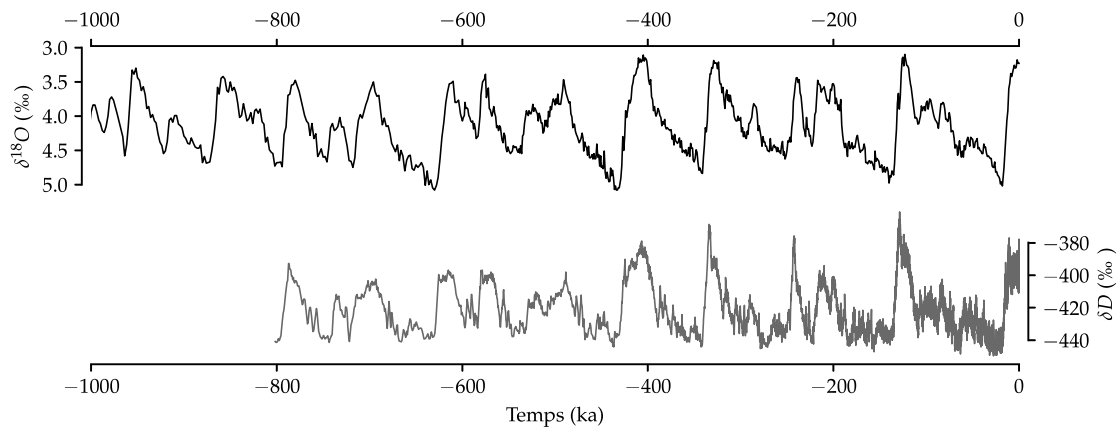


FIGURE 2.5 – (Haut) $\delta^{18}O$ LR04. (Bas) δD EPICA.

Les cycles glaciaires sont associés à la formation et à la fonte de calottes principalement dans l'hémisphère Nord. En effet, des courants circumpolaires isolent relativement bien l'Antarctique et il y fait suffisamment froid même pendant les périodes interglaciaires pour que la calotte reste stable.

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les calottes glaciaires peuvent se former si la couche de neige tombée pendant l'année résiste en partie à la fonte estivale, ce qui dépend entre autres de l'insolation. A partir de là, certains ont avancé l'hypothèse que les changements d'insolation causés par des variations dans les paramètres de Milankovitch (excentricité, obliquité et précession, voir section 2.1.1) sont à l'origine des cycles glaciaires, c'est la théorie de Milankovitch (Milankovitch 1941 ; Hays et al. 1976) . Le cycle d'obliquité expliquerait par exemple les cycles de 40 ka avant la transition du milieu du Pléistocène. Aujourd'hui, il est communément admis que ces paramètres ont effectivement un rôle à jouer mais qu'ils ne racontent pas toute l'histoire. Par exemple, comment expliquer le cycle d'environ 100 ka observé pour ce dernier million d'années ? Il n'est probablement pas dû à l'excentricité car son impact est trop faible (voir le spectre d'insolation sur la figure 2.1). Il y a aussi une asymétrie à expliquer : les calottes mettent environ 80 ka à se former pour ensuite s'effondrer en "seulement" 10 ka. Dans cette situation, les modèles dynamiques phénoménologiques peuvent nous aider à comprendre quels mécanismes agissent de concert avec les variations des paramètres orbitaux pour générer la dynamique des cycles glaciaires-interglaciaires. Par exemple, Verbitsky, Crucifix et Volobuev (2018) évoquent un mécanisme d'"amplification non-linéaire" de l'insolation par la dynamique de la glace. Nous allons utiliser leur modèle dans ce mémoire et nous le décrivons dans le chapitre suivant.

2.2.2 Modes de variabilité millénaire : événements de Dansgaard-Oeschger et de Heinrich

Événements de Dansgaard-Oeschger

La dernière période glaciaire a été sujette à une importante variabilité millénaire, avec des phases froides, les stades, et des phases plus chaudes, les interstades

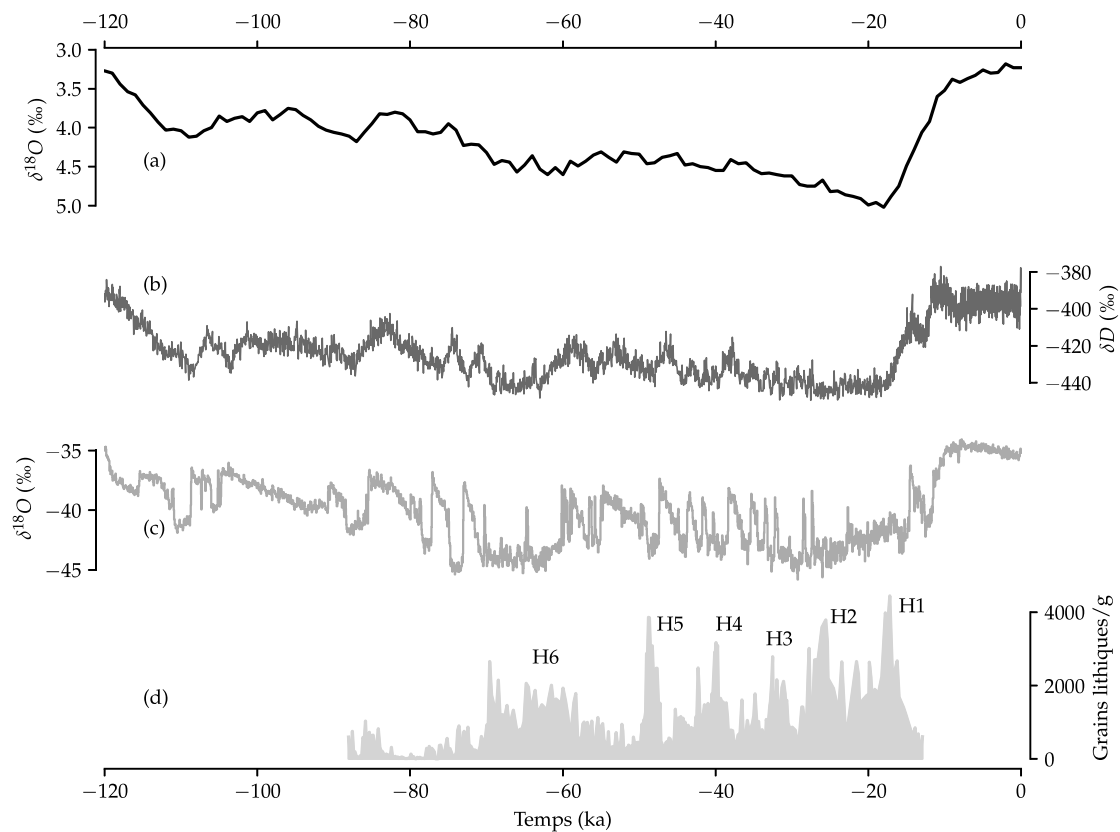


FIGURE 2.6 – (a) $\delta^{18}O$ LR04. (b) δD EPICA. (c) $\delta^{18}O$ NGRIP. (d) Abondance de grain lithiques dans les sédiments marins au site DSDP609 (Bond et al. 2012).

(à ne pas confondre avec les périodes glaciaires et interglaciaires). Ceci est observé dans beaucoup de proxies dans l'hémisphère Nord mais c'est particulièrement marquant dans le rapport isotopique $\delta^{18}O$ prélevé au Groenland dans le cadre du projet NGRIP (North Greenland Ice Core Project Members 2007), ci après " $\delta^{18}O$ NGRIP". C'est un proxy pour la température et son évolution pendant la dernière période glaciaire est tracée dans la figure 2.6 (courbe (c)). On peut observer une vingtaine d'évènements avec une structure similaire. D'abord un réchauffement abrupt équivalent à une dizaine de degrés en l'espace de quelques décennies, suivit d'un refroidissement plus lent sur quelques milliers d'années et enfin, un retour brutal aux conditions stadiales. Les réchauffements abrupts sont appelés évènements de Dansgaard-Oeschger (D-O), tandis qu'on utilise le terme "cycle de Dansgaard-Oeschger" pour désigner le cycle complet entre deux évènements. Une variabilité millénaire de cette amplitude n'est pas observable pendant l'Holocène, l'actuelle période interglaciaire. On observe aussi moins de variabilité lors des deux maximaux glaciaires, il y environ 65 ka et 20 ka. Les évènements D-O semblent donc se développer dans un *sweet spot* climatique, dans des conditions idéales ni trop chaudes, ni trop froides. Dans ces conditions, la durée des interstades semble diminuer (la fréquence des évènements augmente), quand le volume des calottes augmente. Pour le voir, on peut comparer sur la figure 2.6 la courbe (c) avec la courbe (a) qui est liée au volume de glace.

Il n'existe pas de consensus sur les causes exactes des évènements D-O mais il est généralement admis qu'ils sont liés à des changements de régime de la circula-

tion thermohaline dans l'Atlantique Nord et au déplacement/à la disparition des sites de convection . Pendant les stades, l'AMOC était supposément affaiblie, les sites de convection se trouvaient plus au sud, et donc moins de chaleur était transportée vers le nord et jusqu'au Groenland. Rapellons-nous la figure 2.3, cela peut engendrer des différences de température de l'ordre de $10^{\circ}C$. L'analyse de proxies liés à la circulation océanique dans l'atlantique Nord va dans ce sens (Henry et al. 2016). Toutefois, bien qu'il y ait évidence de changements dans l'AMOC pour la plupart des évènements, des données de meilleure résolution sont nécessaires pour mieux comprendre l'étendue de ces changements et les liens de causalité entre l'AMOC, les influx d'eau douce et les évènements D-O (Lynch-Stieglitz 2017).

Pendant les périodes stadiales, l'AMOC semble donc tourner au ralenti et la chaleur qui n'est plus transportée du sud vers le nord conduit à un réchauffement de l'Antarctique. Comme le suggère à nouveau la figure 2.3, ce réchauffement est de moins grande amplitude que le refroidissement éprouvé au nord, mais il est non négligeable. Pendant les conditions interstadiales, c'est l'inverse qui se passe. C'est le phénomène d'"oscillation bipolaire" (*bipolar seesaw* en anglais). Il a été montré qu'en moyenne, un réchauffement (refroidissement) du Groenland précédait d'environ 200 ans un refroidissement (réchauffement) de l'Antarctique (WAIS Divide Project Members 2015). D'ailleurs, même si les courbes de la figure 2.6 ne sont pas rigoureusement synchronisées, on observe clairement la signature des évènements D-O dans le δD EPICA (courbe (b)). Les données récoltées en Antarctique remontant 700 ka plus loin dans le passé que les données du Groenland, cela nous permet d'affirmer que les évènements D-O ne sont pas limités à la dernière période glaciaire.

On peut résumer la plupart des différentes théories avancées pour expliquer les évènement D-O comme suit. Démarrons à partir de conditions interstadiales. Les sites de convection sont actifs, l'AMOC est dans son mode fort et contribue à un transport de chaleur du sud vers le nord. Peu à peu, un "couvercle" isolant se forme sur les mers nordiques, que ce soit par la création d'une halocline (couche avec un gradient important de salinité) ou par la formation de glace de mer. Ce couvercle empêche les échanges de chaleurs entre l'océan et l'atmosphère; la chaleur reste dans l'océan et réchauffe les eaux sous la surface (eaux subsuperficielles) au lieu de réchauffer l'atmosphère. Cela crée une stratification : en surface, directement sous le couvercle, on a des eaux froides et peu salées, en dessous une poche d'eau chaude et salée se forme et finalement, on retrouve de l'eau froide et salée au fond. A cause de cette stratification, les sites de convection s'effondrent (et/ou se déplacent plus au sud) et l'AMOC tourne au ralenti. Moins de chaleur est transportée vers le nord, nous sommes dans les conditions stadiales. A un moment donné, des flux de salinité ou des flux de chaleur vers les mers nordiques vont créer une instabilité dans la stratification. Les eaux chaudes mi-profondes remontent en surface et brisent le "couvercle". Les échanges de chaleur entre l'océan et l'atmosphère sont à nouveau possibles. Toute la chaleur emmagasinée dans l'océan est relâchée : il y a un réchauffement abrupt. La convection reprend et l'AMOC rentre dans un mode fort, nous retrouvons des conditions interstadiales.

Les théories diffèrent selon l'origine du couvercle et l'origine de l'instabilité qui met fin aux conditions stadiales. Par exemple, dans le modèle de Winton (1993), un flux constant d'eau douce provenant des calottes glaciaires engendre la formation d'une halocline qui va par la suite réduire la formation d'eaux profondes

et l'intensité de l'AMOC. Un apport advectif et diffusif de chaleur et de sel des régions subpolaires va ensuite déstabiliser l'halocline. Winton appelle ces cycles des "oscillations de découplage-profond", et on peut les assimiler aux cycles D-O. Peltier et Vettoretti (2014) invoquent un couvercle formé d'une halocline et de glace de mer. Pendant les conditions stadiales, le gradient de salinité sud-nord s'intensifie, et passé une valeur critique, il engendre un flux de salinité vers le nord. Ceci déstabilise la halocline et déclenche un événement D-O. Petersen et al. (2013) et Boers et al. (2018) négligent le rôle du sel. Selon eux, la formation du couvercle commence lentement avec la croissance de plates-formes de glace puis s'accélère avec l'expansion rapide de la glace de mer, facilitée par l'existence des plates-formes de glace. Pendant la phase stadiale, les eaux subsuperficielles chaudes attaquent la base des plates-formes de glace, provoquant leur dislocation et un nouvel événement D-O.

Évènements de Heinrich

Les évènements de Heinrich sont définis par la présence d'une concentration importante d'IRDs (*ice-rafted debris* en anglais) dans les sédiments marins (Heinrich 1988). Les IRDs sont des grains dont la taille et le poids impliquent qu'ils n'ont pu être transportés que par des icebergs. En glissant sur le lit rocheux, les calottes glaciaires arrachent différents sédiments qui se retrouvent ensuite dans les icebergs. Ceux-ci sont transportés par les courants marins et relâchent les sédiments au fur et à mesure de leur fonte. La courbe (d) de la figure 2.6 représente la concentration d'IRDs observée dans des sédiments marins en fonction du temps. Ces sédiments proviennent du site DSPD 609, situé au milieu de l'océan atlantique Nord (49°53'N 24°14'W). Ils permettent d'identifier 6 événements majeurs, les évènements de Heinrich. Ceux-ci correspondent à une débâcle importante d'iceberg dans l'Atlantique Nord. L'analyse des IRDs dans différents sites indiquent qu'ils proviennent majoritairement de la calotte laurentide pour les évènements H1, H2, H4 et H5. C'est moins clair pour les évènements H3 et H6, qui ont une source au moins en partie européenne (Hemming 2004). En fondant, les icebergs ne libèrent pas seulement des sédiments mais aussi des grandes quantités d'eau douce. Cela peut impacter la circulation océanique et il existe en effet une forte évidence de changements d'intensité de l'AMOC pendant les évènements de Heinrich (Lynch-Stieglitz 2017).

2.3 Représentation spectrale

Jusqu'à présent nous avons parlé de phénomènes climatiques en les représentant sur une ligne du temps. Or les cycles glaciaires-interglaciaires, les cycles de Dansgaard-Oeschger et dans une moindre mesure les évènements de Heinrich, peuvent aussi être vus comme des phénomènes quasi-périodiques, c'est-à-dire comme des modes de variabilité possédant une période/fréquence dominante. Il convient alors de réfléchir en termes de fréquences et de se représenter les phénomènes climatiques sur un spectre de Fourier.

Dès 1976, Mitchell avait déjà proposé une vue schématique et simplifiée du spectre climatique dans sa globalité (Mitchell 1976). Cette vue est reproduite dans la figure 2.7. On distingue deux composantes principales. Le spectre est d'abord

composé d'un bruit de fond généré par l'intégration de fluctuations climatiques aléatoires. L'énergie de ces fluctuations est plus ou moins répartie également entre les fréquences, ce qui se traduit par une pente quasi nulle ($\beta = -0.2$) sur un graphique représentant la densité spectrale avec des axes log-log. L'autre composante que l'on observe, ce sont des pics qui sont les signatures spectrales de phénomènes (quasi)périodiques. Le pic à 100 ka représente les cycles glaciaires-

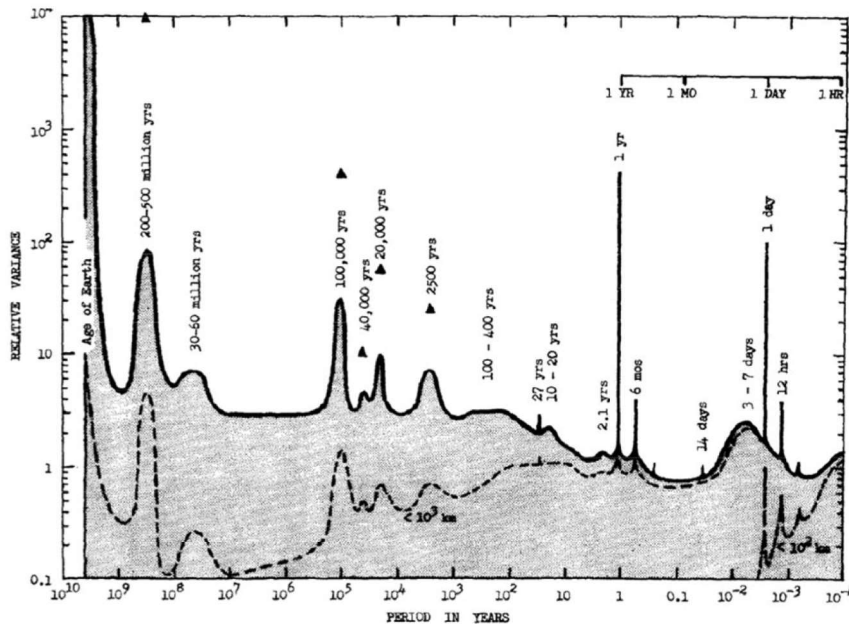


FIGURE 2.7 – Vue schématique du spectre climatique (Mitchell 1976).

interglaciaires. Ceux à 20 ka et 40 ka sont les marques respectivement des cycles de précession et d'obliquité. A l'époque de la publication de l'article, on ne parlait pas encore de cycles de Dansgaard-Oeschger, le pic à 2500 ans représente de la variabilité millénaire durant l'Holocène. Mitchell n'en donne pas d'explication si ce n'est qu'elle résulte probablement d'interactions entre la circulation océanique et la cryosphère.

Mitchell reconnaît que la réalité est plus compliquée que son schéma et qu'une partie substantielle de la variabilité est en fait contenue dans le bruit, limitant ainsi potentiellement notre capacité de prédiction. Néanmoins sa représentation du spectre climatique suggère l'existence de "gaps" spectraux importants entre les différents pics de variabilité déterministes. Cela justifie l'hypothèse de séparation des échelles telle que formulée par Saltzman (1990) : si différents phénomènes occupent des places bien séparées dans le spectre, alors on peut considérer qu'il n'interagissent pas ou peu entre eux et qu'on observe simplement la somme de leurs effets. Cela justifie d'utiliser des modèles distincts pour des phénomènes se déroulant sur des échelles de temps différentes.

Les observations semblent indiquer une réalité différente. Nous pouvons observer sur la figure 2.8 les spectres de puissance de différentes archives climatiques. On retrouve dans les spectres du δD de l'Antarctique (EPICA) et du $\delta^{18}O$ LR04 les pics associés aux cycles glaciaires et aux forçages astronomiques (obliquité et précession) mais ils n'apparaissent pas si dominants au dessus du fond spectral. Les pics de précession et d'obliquité sont aussi observables dans le spectre du $\delta^{18}O$ NGRIP, mais pas celui correspondant aux cycles glaciaires car les données NGRIP

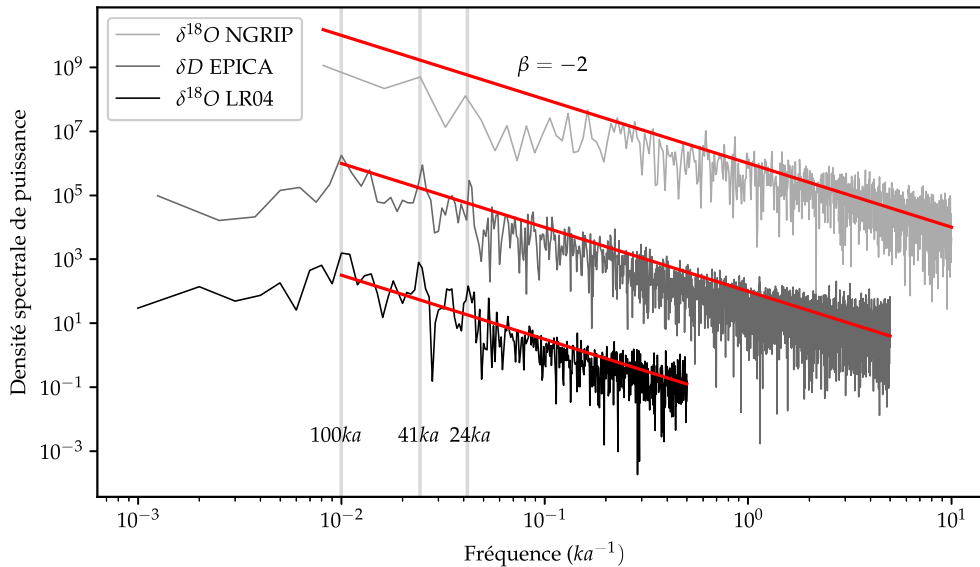


FIGURE 2.8 – Densité spectrale de puissance de différentes archives naturelles : le $\delta^{18}O$ NGRIP, le δD EPICA et de $\delta^{18}O$ LR04. Les spectres ont été translatés verticalement pour une meilleure visibilité. Les droites rouges sont des guides visuels, elles ont une pente -2 .

ne couvrent que 120 ka. Par ailleurs, il est difficile d’identifier une signature claire des évènements D-O, probablement parce qu’ils n’ont pas de périodicité bien définie (δD EPICA et $\delta^{18}O$ NGRIP, voir figure 2.6) ou qu’ils sont mal enregistrés dans les données ($\delta^{18}O$ LR04).

En bref, on n’observe pas de gap spectral entre les fréquences orbitales correspondant aux cycles glaciaires, aux cycles d’obliquité et de précession, et les fréquences de variabilité millénaire associées aux cycles D-O. Le spectre est vraisemblablement dominé par un fond spectral continu qui semble s’aligner sur une pente de coefficient environ égal à -2 . Cela signifie qu’on a la relation d’échelle $P(f) \sim f^{-2}$ où P est la densité spectrale de puissance. Cette relation se brise dans les basses fréquences ($f < 0.01 \text{ ky}^{-1}$). Dans la suite du mémoire, tous les spectres seront représentés avec une échelle logarithmique et nous parlerons indifféremment de pente spectrale ou de relation d’échelle. Certains spectres seront présentés avec la période en abscisse plutôt que la fréquence, par exemple le spectre de Mitchell. Dans ce cas, l’axes de abscisses sera pris décroissant pour conserver le signe de la pente.

2.4 Question scientifique

L’objectif principal du mémoire est le suivant : fournir une explication cohérente du spectre des fluctuations climatiques et de sa pente pour la période du Quaternaire .

Une approche stochastique est souvent utilisée pour expliquer le spectre observé. Par exemple Hasselmann (1976) considère les fluctuations climatiques rapides comme un bruit blanc qui s’intègre dans le temps et qui est contrebalancé par un processus de relaxation linéaire. Le spectre climatique est alors celui d’un

processus d'Orstein-Uhlenbeck avec une pente -2 pour les fréquences $f > 1/\tau$ et une pente nulle pour les fréquences $f < 1/\tau$ où τ correspond au temps caractéristique de relaxation. Pour expliquer le spectre climatique avec cette hypothèse, il faut donc avoir recours à un processus de relaxation dont le temps caractéristique est de 100 000 ans. Or nous ne connaissons pas de tel processus. Pire encore, il faut expliquer pourquoi le bruit s'intègre au delà d'autres processus de relaxation bien connus, comme ceux liés aux océans ($\tau \sim 5000$ ans) ou aux calottes glaciaires ($\tau \sim 10000 - 20000$ ans). Lovejoy (2015) propose une approche similaire. Pour lui, il ne faut pas voir le climat comme un ensemble de phénomènes périodiques perturbés par un processus de fond stochastique, mais bien comme différents processus stochastiques perturbés par des phénomènes périodiques de fond. Ces différents processus stochastiques de premier plan respectent des lois d'échelle qui se traduisent par des pentes sur un spectre de Fourier. Selon les pentes, il identifie différents régimes. Dans son analyse, la brisure de pente à la fréquence $f \sim 10^{-2} \text{ky}^{-1}$ correspond à la transition entre deux régimes, le climat et le macro-climat. Plusieurs autres approches sont explorées dans (Ditlevsen et al. 2020).

Dans ce mémoire, nous allons suivre une voie différente de l'approche stochastique. Nous voulons attaquer le problème du spectre climatique dans un contexte déterministe. Il ne s'agit pas de rejeter l'approche stochastique mais bien d'apporter un point de vue complémentaire. Nous voulons examiner les conséquences de phénomènes plus lents sur la pente spectrale. Pour ce faire, nous allons coupler un modèle phénoménologique représentant la dynamique glaciaire, le modèle VCV (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2018), avec différents modèles de variabilité millénaire. L'objectif est d'étudier comment cette variabilité millénaire impacte la dynamique et le timing des âges glaciaires. Autrement dit, nous voulons comprendre comment les hautes fréquences se propagent dans les basses fréquences du spectre avec l'espoir d'expliquer certains mécanismes à l'origine de la pente -2 .

Chapitre 3

Méthode

Ce chapitre est divisé en trois parties. La première partie est consacrée à la description du modèle VCV (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2018) et à son couplage avec d'autres modèles. Les deux autres parties apportent plus de précisions sur les données et les outils d'analyse que nous utiliserons tout au long de ce mémoire.

3.1 Modélisation

Il existe très peu de modèles phénoménologiques qui couplent de manière bidirectionnelle la dynamique des âges glaciaires avec celle des événements de Dansgaard-Oeschger et de Heinrich. C'est surprenant si on considère le fait que les auteurs de modèles représentant la dynamique des événements D-O et de Heinrich sont souvent aussi à l'origine de modèles phénoménologiques d'âges glaciaires, comme le notent Crucifix et al. (2017). L'absence de couplage bidirectionnel dans la littérature s'explique en partie par le succès de la théorie de Milankovitch : pour comprendre la dynamique des âges glaciaires, on considère en priorité les forçages astronomiques au détriment des forçages millénaires. Peut-être aussi que le forçage de la variabilité millénaire est trop difficile à quantifier. Nous devons donc créer notre propre modèle couplé. Pour la composante cycles glaciaires, nous allons utiliser le modèle VCV que nous décrivons ci-dessous.

3.1.1 Modèle VCV

Le modèle VCV a été construit en adoptant une approche réductionniste et en se basant sur les équations de conservation de la masse, du moment cinétique et de la chaleur appliquées à une mince couche de glace homogène et non-Newtonnienne. L'objectif du modèle est de reproduire plausiblement les cycles glaciaires-interglaciaires avec le minimum d'hypothèses et de paramètres possibles. Les trois variables du modèle sont la superficie des calottes glaciaires S (10^6 km^2), la température basale θ ($^{\circ}\text{C}$) et une température représentant le reste du climat ω ($^{\circ}\text{C}$). L'évolution temporelle de ces variables est donnée par le système dynamique suivant :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{4}{5}\zeta^{-1}S^{3/4}(a - \varepsilon F_S - \kappa\omega - c\theta), \quad (3.1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \zeta^{-1}S^{-1/4}(a - \varepsilon F_S - \kappa\omega)\{\alpha\omega + \beta[S - S_0] - \theta\}, \quad (3.2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\gamma_2[S - S_0] - \gamma_3\omega. \quad (3.3)$$

L'équation 3.1 qui représente l'évolution de S est une équation de conservation de la masse intégrée sur toute la surface recouverte par les calottes glaciaires. Le paramètre ζ est associé au rapport entre la surface de glaciation et l'épaisseur H de la couche de glace : on a $H = \zeta S^{1/4}$. Le terme $A = (a - \varepsilon F_S - \kappa\omega - c\theta)$ regroupe les différents flux de masse :

- a est le taux d'accumulation de neige.
- εF_S est le taux d'ablation dû au forçage astronomique. F_S représente le signal d'insolation $65^\circ N$ standardisé (voir section 2.1.1).
- $\kappa\omega$ est le le taux d'ablation dû au reste du climat. Ce terme comprend par exemple les changements de précipitation ou encore l'impact du CO_2 sur le bilan radiatif de l'atmosphère.
- $c\theta$ représente la perte de masse causée par le glissement basal.

La température basale est la température à la base de la calotte glaciaire. Elle dépend de la température en surface, des flux de chaleurs géothermiques et de la chaleur dégagée par la friction interne dans la couche de glace. Quand la température basale augmente, la glace à la base de la couche fond. Cela a un effet lubrifiant et la couche de glace peut glisser sur le lit rocheux, c'est le phénomène de glissement basal. Bien qu'exprimée sous forme de température, la variable θ représente en fait l'intensité du glissement basal, ce qui explique qu'elle peut dépasser le point de fusion dans les simulations. Dans l'équation 3.2, les coefficients α et β sont des paramètres de sensibilité. Les termes $\alpha\omega$ et $\beta(S - S_0)$ décrivent donc respectivement l'influence de ω et de l'épaisseur de la calotte glaciaire sur la température basale (H et S sont liées par le paramètre ζ). Le facteur $\zeta^{-1}S^{-1/4}(a - \varepsilon F_S - \kappa\omega)$ correspond à l'inverse d'un temps caractéristique pour l'advection verticale, c'est-à-dire le temps caractéristique que va mettre θ pour s'ajuster aux changements de ω et S à la surface de la couche de glace.

La température ω représente l'état global du système climatique et peut être interprétée comme la température des océans. Dans l'équation 3.3, le terme $-\gamma_2(S - S_0)$ représente l'hypothèse selon laquelle le climat est largement déterminé par l'étendue des calottes glaciaires, par exemple via leur impact sur l'albédo planétaire. Ce terme comprend implicitement des feedbacks liés à la concentration atmosphérique de CO_2 . Le terme $-\gamma_3\omega$ représente une relaxation sur une échelle de temps $1/\gamma_3$ de plusieurs milliers d'années pour inclure la réponse de l'océan profond.

Le tableau 3.1 regroupe les valeurs standard que nous allons utiliser pour tous les paramètres du modèle. Elles correspondent aux valeurs choisies par les auteurs. Une intégration numérique du modèle est montrée dans la figure 3.1. On peut comparer l'évolution du volume des calottes glaciaires $HS = S^{5/4}$ avec le δO^{18} LR04. On observe que les cycles glaciaires sont bien reproduits avec une période d'environ 100 ka. Le timing des déglaciations est aussi correct, sauf pour

l'interglaciaire d'il y a 400 ka qui devrait être bien plus profond (plus chaud) et la sortie du dernier âge glaciaire qui est simulée 40ka trop tôt.

ζ	a	κ	c	α	β	γ_2	γ_3	S_0
$10^{-3/2}\text{km}^{1/2}$	kmkyr^{-1}	$\text{kmkyr}^{-1}\text{C}^{-1}$	$\text{kmkyr}^{-1}\text{C}^{-1}$		$\text{C}10^{-6}\text{km}^{-2}$	$\text{C}10^{-6}\text{km}^{-2}\text{kyr}^{-1}$	kyr^{-1}	10^6km^2
1	0.065	0.005	0.042	2	2	0.21	0.3	12

TABLE 3.1 – Valeurs standard utilisées pour les paramètres de VCV.

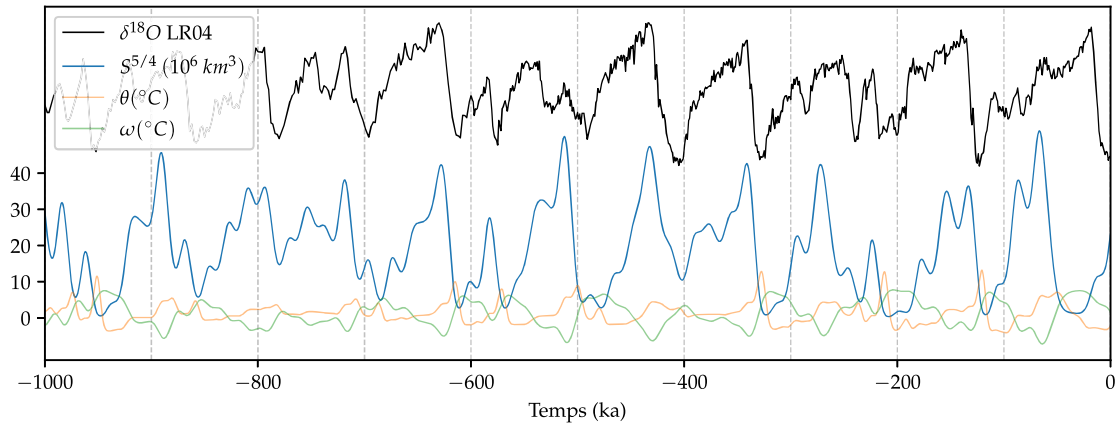


FIGURE 3.1 – Intégration numérique de VCV avec les paramètres standards. La série du $\delta^{18}\text{O}$ LR04 a été ajoutée à titre de comparaison.

Feedbacks et nombre V

Le système d'équations (3.1-3.3) est non linéaire. Nous ne pouvons pas le résoudre analytiquement et nous devons avoir recours à quelques astuces pour cerner au mieux la dynamique du modèle.

Commençons par inspecter les boucles de retro-action (ou *feedbacks*). Il y a d'abord une boucle négative : quand les calottes de glace grandissent, la température basale augmente (βS), ce qui augmente la perte de masse par glissement basal ($-c\theta$). On trouve ensuite deux boucles positives liées à la température ω , au climat global. Quand la glace s'accumule, la température diminue ($-\gamma_2 S$) ce qui crée des conditions favorables à une glaciation accrue ($-\kappa\omega$). La diminution de température en surface se propage à la base des calottes ($\alpha\omega$) ce qui contribue également au maintien de la glaciation. Bien-sûr, ces deux boucles peuvent aussi fonctionner dans le sens inverse pendant les déglaciations. Pour comprendre le rôle de ces feedbacks dans la dynamique, jetons un coup d'oeil à la figure 3.2. C'est un zoom de la figure 3.1 sur la période allant de -300 ka à -100 ka . C'est la période glaciaire simulée commençant en -200 ka qui nous intéresse. Au cours de sa formation, la calotte glaciaire subit trois anomalies positives d'insolation, trois "attaques" du soleil représentées par les bandes roses. L'intensité des boucles de rétro-action dépend de la valeur de S . Lors des deux premières attaques, la boucle de rétro-action négative est suffisamment intense pour empêcher la calotte de fondre complètement. Au moment de la troisième attaque, la calotte a atteint un taille critique : les boucles de rétro-action positive dominent et conduisent à une déglaciation abrupte.

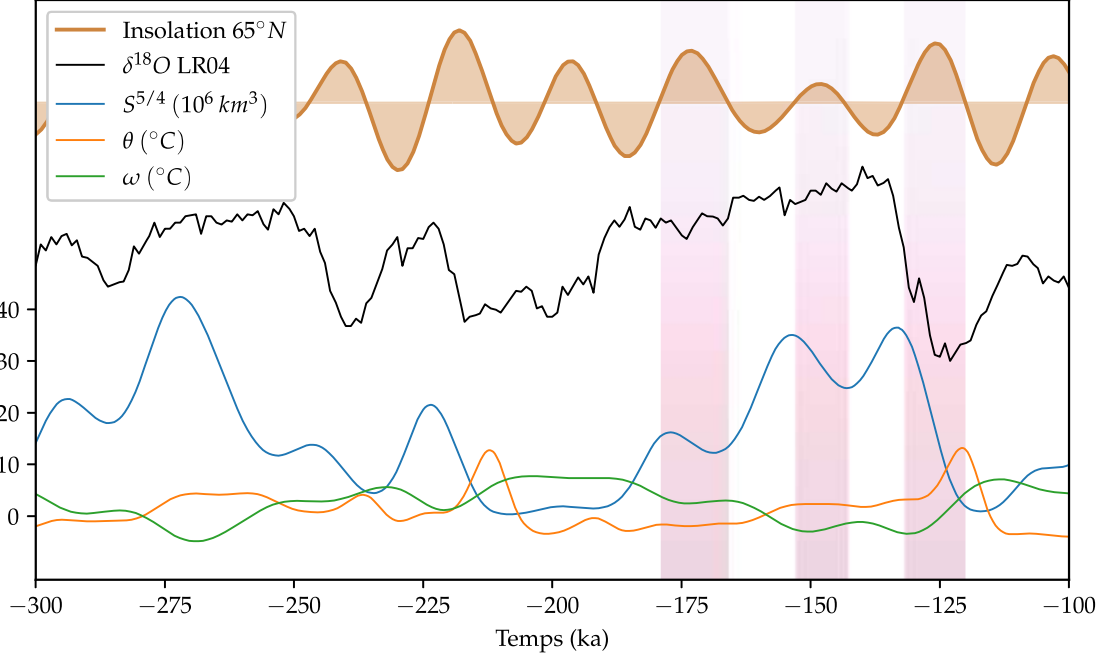


FIGURE 3.2 – Intégration numérique de VCV avec les paramètres standards. Zoom sur la période de -300 ka à -100 ka. Les bandes roses représentent des périodes où l’anomalie d’insolation est positive.

Nous pouvons également nous intéresser aux équilibres du système. Quand le système n’est pas forcé, il évolue vers un point fixe obtenu en égalant le membre de gauche des équations (3.1-3.3) à zéro et en résolvant le système qui en découle. On trouve :

$$\langle S \rangle = S_0 + \frac{\frac{a}{c}}{\beta - \left(\alpha + \frac{\kappa}{c}\right) \frac{\gamma_2}{\gamma_3}}, \quad (3.4)$$

$$\langle \theta \rangle = \frac{a - \kappa \langle \omega \rangle}{c}, \quad (3.5)$$

$$\langle \omega \rangle = \frac{-\gamma_2 (\langle S \rangle - S_0)}{\gamma_3}. \quad (3.6)$$

Sans l’effet des feedbacks impliquant le climat (représenté par la variable ω), c’est-à-dire en prenant $\alpha = 0$, $\kappa = 0$ ou $\gamma_2 = 0$, l’étendue à l’équilibre de la glaciation vaut $\langle S \rangle = S_0 + a/(\beta c)$. Cette étendue augmente si on inclut l’effet des feedbacks climatiques positifs représentés par le terme $(\alpha + \kappa c)\gamma_2/\gamma_3$, et diminue si on augmente le paramètre β qui représente le feedback négatif de la glace. Comme nous l’avons vu ci-dessus, l’intensité relative de ces feedbacks est une quantité importante dans la dynamique, et nous définissons donc le nombre adimensionnel

$$V = \frac{\left(\alpha + \frac{\kappa}{c}\right) \frac{\gamma_2}{\gamma_3}}{\beta}.$$

Les auteurs soutiennent que ce nombre détermine en grande partie la dynamique du modèle, indépendamment de la valeur des paramètres qui le composent. Par

exemple, la figure 3.1 a été produite les paramètres standards, ce qui correspond à $V = 0.75$. La figure 3.3 montre la dynamique obtenue pour $V = 0$ et $V = 0.94$. Pour le graphe (a), nous avons repris le jeu de paramètres standards mais avec $\alpha = 0$ et $\kappa = 0$. On observe une période dominante d'environ 40 ka. Notons que nous avons dû réduire l'amplitude du forçage solaire à $\varepsilon = 0.03$ pour éviter un comportement pathologique. En effet quand la variable S reste trop longtemps proche de 0, le facteur $S^{-1/4}$ dans l'équation de θ (éq 3.2) conduit à des singularités. Pour les éviter, on impose à la main une limite basse pour la variable S dans le modèle numérique. Pour le graphe (b), on a repris le jeu de paramètres standards mais avec $\beta = 1.57$. On observe une période dominante d'environ 400 ka. Cette longue période s'explique par la valeur élevée du nombre V . Les feedbacks positifs dominant et plus de glace disparaît à chaque anomalie positive d'insolation. La glace met donc plus de temps à atteindre une taille critique à partir de laquelle une déglaciation abrupte peut survenir.

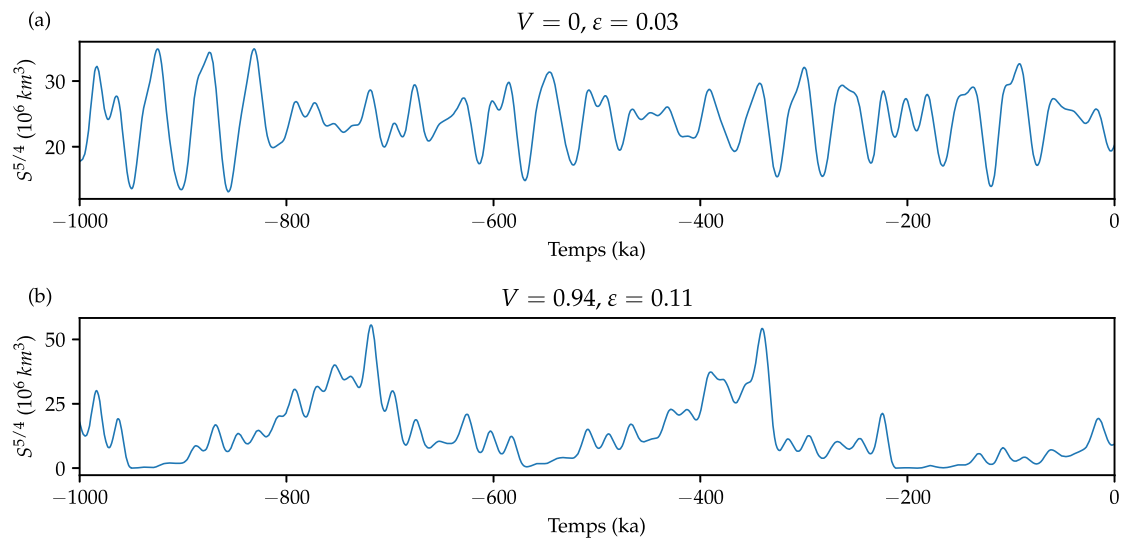


FIGURE 3.3 – Intégration numérique de VCV pour différents jeux de paramètres. (a) Paramètres standards avec : $\alpha = 0, \kappa = 0$ et $\varepsilon = 0.03$. On a $V = 0$. (b) Paramètres standards avec : $\beta = 1.57$. On a $V = 0.94$.

3.1.2 Couplage à la variabilité millénaire et dispositif expérimental

Nous devons maintenant coupler le modèle VCV à un modèle de variabilité millénaire X . Les deux modèles seront couplés selon le schéma suivant. On commence avec un couplage unidirectionnel en autorisant les variables S, θ et ω de VCV à impacter la dynamique du modèle de variabilité millénaire X . Ensuite, on tire du modèle X un terme de forçage millénaire μF_X et on remplace le terme de forçage εF_S dans les équations de VCV (éqs 3.1-3.3) par un forçage F_{total} qui comprend le nouveau forçage millénaire :

$$F_{\text{total}} = \varepsilon F_S + \mu F_X.$$

Le modèle couplé ainsi obtenu doit satisfaire deux critères :

- D'un point de vue temporel, il doit pouvoir reproduire de manière raisonnable les évènements climatiques caractéristiques du Quaternaire, à savoir les cycles glaciaires-interglaciaires, les évènements D-O et/ou les évènements de Heinrich. Autant que possible, nous voulons un modèle qui tienne la route d'un point de vue phénoménologique.
- D'un point de vue fréquentiel, il doit nous permettre d'étudier comment la variabilité millénaire impacte la dynamique et le timing des âges glaciaires.

Pour représenter la variabilité millénaire, notre premier choix s'est porté sur le modèle BGR (Boers et al. 2018). C'est un modèle dynamique qui explique les cycles D-O par l'implication de plates-formes de glace et de glace de mer (voir section 2.2.2). Le couplage VCV-BGR est l'objet du chapitre 4. Malheureusement, et pour des raisons qui seront explicitées dans la suite, le modèle couplé obtenu ne répond pas de manière satisfaisante au deuxième critère.

Nous choisissons alors d'être un peu plus souple sur le premier critère et d'utiliser un modèle plus conceptuel que phénoménologique pour représenter la variabilité millénaire : un oscillateur de van der Pol (VDP). Ce couplage est l'objet du chapitre 5. Malgré le compromis fait sur la phénoménologie, nous n'obtenons toujours pas de résultats probants pour l'étude du spectre.

Nous décidons finalement d'abandonner le premier critère au profit du deuxième qui nous semble plus intéressant. Nous allons vers un argumentaire plus général et nous forçons le modèle VCV avec de simples sinusoidales indépendantes de la dynamique. C'est l'objet du chapitre 6.

3.2 Données et proxies utilisés

Les *proxies* sont des supports naturels qui enregistrent indirectement différents signaux climatiques. Ce sont donc des archives du climat passé. Par exemple, on peut avoir une idée des conditions climatiques d'il y a quelques siècles en analysant les anneaux de croissance d'arbres multi-centenaires. D'autres proxies permettent de remonter beaucoup plus loin dans le passé. Les bulles d'air piégées dans les glaces profondes des calottes glaciaires peuvent nous renseigner sur la composition atmosphérique d'il y a des centaines de milliers d'années. Dans ce mémoire, nous utilisons principalement le rapport isotopique d'oxygène comme proxy du climat du Quaternaire.

L'oxygène est présent dans la nature sous la forme de plusieurs isotopes stables. Parmi ces isotopes, l' ^{16}O est le plus abondant (> 99%), suivi de l' ^{18}O . On définit le rapport isotopique d'oxygène dans un échantillon de matière par la formule

$$\delta^{18}\text{O} = \left[\frac{(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{échantillon}}}{(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{standard}}} - 1 \right] \times 1000, \quad (3.7)$$

avec $(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{standard}}$ une valeur standard. L'oxygène est un constituant de l'eau (H_2O) et donc aussi de la glace. Une molécule d'eau peut se comporter différemment lors de certains processus physiques ou chimiques selon qu'elle contienne de l' ^{16}O ou de l' ^{18}O . C'est ce qu'on appelle le *fractionnement isotopique*. Par exemple, puisque une molécule d'eau contenant de l' ^{18}O est plus lourde qu'une molécule contenant de l' ^{16}O , elle aura moins tendance à s'évaporer mais va précipiter plus

vite une fois en suspension dans l'air. Ainsi, le $\delta^{18}\text{O}$ de l'eau contenue dans les masses d'air humides qui se déplacent vers les pôles va progressivement diminuer au fil des précipitations. Les variations de $\delta^{18}\text{O}$ dans les précipitations sont aussi largement influencées par la température. La neige qui s'accumule sur les calottes glaciaires enregistre toutes ces variations dans les différentes couches qu'elle forme. Il "suffit" alors de forer la glace et d'analyser le $\delta^{18}\text{O}$ des carottes de glaces remontées pour avoir des informations sur les températures passées. En datant les différentes couches de glace par des techniques de stratigraphie ou en utilisant la désintégration d'isotopes radioactifs, on peut reconstruire des courbes comme celles observées sur les figures 2.5 et 2.6.

Le $\delta^{18}\text{O}$ des carottes de glaces prélevées dans le cadre du *North Greenland Ice Core Project* (NRIP) nous servira donc de proxy pour la température du Groenland. (North Greenland Ice Core Project Members 2007). Pour la température en Antarctique, nous utilisons le rapport isotopique de deutérium, le δD , des carottes de glace prélevées dans le cadre du projet EPICA (Jouzel et Masson-Delmotte 2007). Le δD est basé sur les isotopes de l'hydrogène mais le principe derrière est similaire à celui du $\delta^{18}\text{O}$.

L'oxygène n'est pas seulement présent dans l'eau mais aussi dans le carbonate de calcium (CaCO_3) qui compose les coquilles de minuscules animaux marins vivant dans les sédiments océaniques : les foraminifères benthiques. Le stockage moins important d' ^{18}O relativement à l' ^{16}O dans les calottes glaciaires conduit à un surplus d' ^{18}O dans les océans. Ce surplus est enregistré dans les coquilles des foraminifères via différents processus chimiques (Ravelo et Hillaire-Marcel 2007). Le $\delta^{18}\text{O}$ benthique est le $\delta^{18}\text{O}$ retrouvé dans ces coquilles en analysant les différentes couches de sédiments marins. C'est donc un proxy pour le volume de glace accumulé sur les continents. Dans ce mémoire nous utilisons le *stack* LR04 (Lisiecki et Raymo 2005). C'est une archive composite obtenue en moyennant une multitude de données de $\delta^{18}\text{O}$ benthique provenant de différents sites. Les données sont calibrées avec un modèle d'âges glaciaires basé sur l'insolation au parallèle 65°N . Cela amplifie de façon un peu artificielle les pics de précession et d'obliquité dans le spectre.

3.3 Outils d'analyse spectrale

L'analyse spectrale permet d'estimer la densité spectrale de puissance (DSP) d'un signal, c'est-à-dire caractériser son contenu en fréquence. Pour estimer la densité spectrale, nous allons utiliser la transformée de Fourier. Plus précisément, nous allons utiliser la méthode du périodogramme qui estime le spectre avec le module carré de la transformée de Fourier discrète du signal (à diviser par la largeur de la bande spectrale pour obtenir la DSP). Cette méthode a l'avantage d'être facile et directe à implémenter et c'est pour cela que nous l'avons choisie. Elle présente néanmoins certains désavantages :

- Elle est sujette au phénomène de Gibbs. Dès qu'il y a des discontinuités dans un signal, cela se traduit sur le périodogramme par un ensemble de pics discrets qui peuvent s'aligner sur une pente -2 . Il n'est pas exclu que ce phénomène soit en partie responsable de la pente observée dans le spectre du $\delta^{18}\text{O}$ NGRIP. En effet, les événements D-O sont si abrupts qu'ils peuvent

agir comme des discontinuités.

- Plusieurs phénomènes peuvent être à l'origine de fuite spectrale (*spectral leakage* en anglais), c'est à dire que certains pics vont s'affaïsser et la puissance perdue sera répartie dans d'autres fréquences. L'échantillonnage du signal peut par exemple être responsable de fuite spectrale.
- La DFT semble produire assez artificiellement une pente -2 dans le périodogramme pour les fréquences supérieures aux fréquences caractéristiques du signal. Cela est peut être lié au phénomène de fuite spectrale, inévitable avec la DFT à cause de l'échantillonnage du signal. Même si son effet est minime en valeur absolue, il devient visible quand on utilise une échelle logarithmique. Pour illustrer cela, reprenons le spectre du signal d'insolation $65^\circ N$ de la figure 2.1. Le signal est échantillonné à la fréquence $10 ka^{-1}$. Il est clair que la densité spectrale semble exclusivement concentrée dans quelques pics de fréquence (ou période) bien définie. Pourtant, si on retrace ce spectre en utilisant une échelle logarithmique, une pente -2 apparaît dans les hautes fréquences ($f > 10^{-1} ka^{-1}$), comme on peut l'observer sur la figure 3.4. Certes il y a 10 ordres de grandeur entre les pics et la densité spectrale des hautes fréquences, mais cela illustre bien le fait qu'une pente -2 peut sortir rapidement d'une DFT.

Il existe d'autres méthodes d'estimation spectrale qui pourraient peut-être nous éviter ce genre de désagréments, citons par exemple la *singular spectrum analysis* (Ghil 2002). Par soucis de facilité, nous avons cependant fait le choix d'utiliser la méthode du périodogramme. Se pose à présent la question du choix d'un estimateur statistique de la pente spectrale. Par exemple une régression linéaire effectuée sur le spectre de la figure 3.4 nous donne une pente de coefficient égal à -1.95 , donc assez proche de -2 . On serait tenté de crier à la validation statistique de la découverte d'une relation d'échelle cachée dans le signal d'insolation. Il n'en est rien. Le problème, c'est que la régression linéaire part de l'hypothèse que les fluctuations du spectre autour de la moyenne sont identiquement distribuées, et cela donne très peu de poids aux pics face au fond spectral artificiel, dont l'importance est amplifiée par l'échelle logarithmique.

De manière plus générale, tous les estimateurs de pente font à la base une hypothèse sur le processus qui génère le spectre. Or, nous ne voulons pas estimer la pente du spectre d'un processus déjà connu. Notre objectif n'est pas non plus de mener une analyse statistique approfondie de la pente du spectre d'un processus inconnu. Ce que nous voulons, c'est un outil de diagnostic pour critiquer un modèle. Il nous faut pouvoir vérifier qu'un modèle donne une explication cohérente de ce qui est observé, non seulement dans le domaine temporel (événements) mais aussi dans le domaine fréquentiel. Pour cela, nous devons être capable de comparer des spectres visuellement, et dans ce cadre, une approche qualitative est légitime. Nous n'utiliserons donc pas d'estimateur statistique de pente et les droites sur les spectres seront tracées "à l'oeil". Finalement, ce n'est pas tant la valeur exacte de la pente qui nous intéresse, mais plutôt que sa présence implique un continuum de variabilité sans gaps spectraux importants.

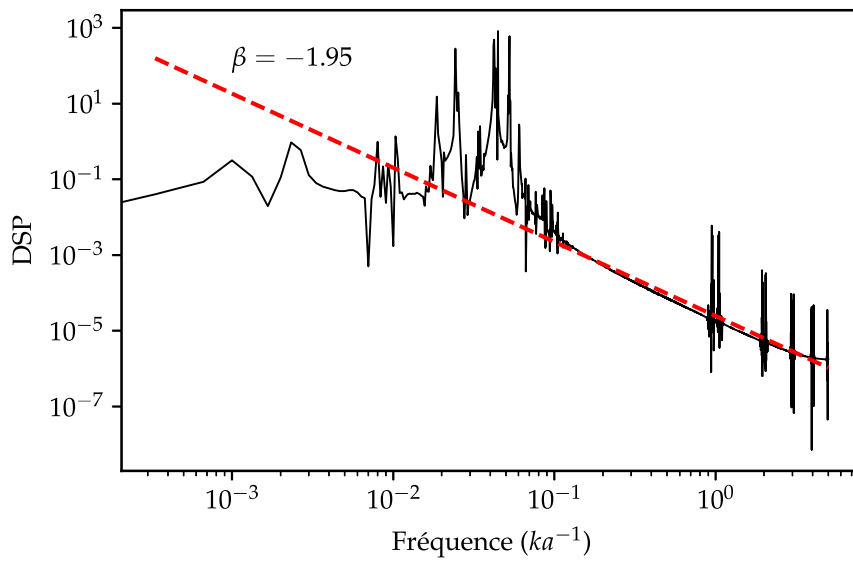


FIGURE 3.4 – Densité spectrale de puissance du signal d’insolation $65^\circ N$ échantillonné à la fréquence $f = 10 \text{ ka}^{-1}$, échelle logarithmique. La droite en pointillés rouges est obtenue par régression linéaire.

Chapitre 4

Couplage VCV-BGR

Dans ce chapitre, nous couplons le modèle VCV au modèle BGR (Boers et al. 2018). Ce dernier modélise la dynamique des cycles de Dansgaard-Oeschger que nous choisissons comme prototype de variabilité millénaire. Nous le décrivons ci-dessous.

4.1 Modèle BGR

Le modèle BGR contient 4 variables : la température atmosphérique à proximité de la surface au Groenland T_G ($^{\circ}C$), la température des eaux subsuperficielles de l'Atlantique Nord près du Groenland T_{NAW} ($^{\circ}C$), l'étendue de glace de mer C , et l'intensité de l'AMOC¹ ψ . Les variables C et ψ sont adimensionnelles. L'étendue de la glace de mer C varie entre les valeurs $C = 0$ (absence de glace) et $C = 1$ (couverture complète de l'Atlantique Nord). Une valeur positive de ψ représente une AMOC active alors qu'une valeur négative correspond à une circulation faible. L'évolution temporelle de toutes ces variables est donnée par le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{T}_G = -p_0 (T_G - T_G^*) + 10p_0 T_{NAW} \Theta (T_{NAW}) (1 - C), \quad (4.1)$$

$$\dot{T}_{NAW} = -p_0 (T_{NAW} - T_{NAW}^*) - \lambda\psi - 10p_0 T_{NAW} \Theta (T_{NAW}) (1 - C), \quad (4.2)$$

$$\dot{\psi} = \psi - \psi^3 - \nu (T_{NAW} - \tau/2), \quad (4.3)$$

$$\dot{C} = \begin{cases} s_1 & \text{si } C < 0,5 \\ s_2 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.4)$$

La dynamique simulée correspond à celle décrite dans la section 2.2.2. Des plates-formes de glaces (comprises dans la variable C) se forment doucement sur les côtes du Groenland, à la vitesse s_1 . Quand ces plates-formes sont suffisamment grandes ($C = 0.5$), elles servent d'ancrage à la glace de mer qui s'étend alors rapidement à la vitesse s_2 . Cela crée un couvercle sur les mers nordiques et le nord de l'Atlantique Nord qui bloque les échanges de chaleur ($10p_0 T_{NAW} \Theta (T_{NAW}) (1 - C)$) entre l'océan (T_{NAW}) et l'atmosphère (T_G). En conséquence, les eaux subsuperficielles vont se réchauffer et cela va ralentir l'AMOC (terme $-p_0 (T_{NAW} - \tau/2)$) dans l'équation 4.3). L'équation pour ψ est construite en se basant sur une version simplifiée du modèle de Stommel (1961). Les termes $\psi - \psi^3$ créent une bi-stabilité, c-à-d

1. Circulation méridienne de retournement Atlantique

deux modes distincts. Quand T_{NAW} dépasse une certaine valeur critique, l'AMOC va basculer brutalement de son mode fort ($\psi > 0$) à son mode faible ($\psi < 0$). Cela crée un "embouteillage de chaleur" au sud du Groenland, et cette chaleur va s'accumuler dans les eaux subsuperficielles (terme $-p_0\psi$ dans l'équation 4.2) faisant augmenter la température T_{NAW} . Quand T_{NAW} atteint une valeur seuil τ , cela crée une instabilité convective : les eaux chaudes remontent en surface et font fondre la glace de mer. On impose alors $C = 0$. Les échanges de chaleur océan-atmosphère sont rétablis, T_G augmente brutalement alors que T_{NAW} diminue, l'AMOC bascule à nouveau dans son mode fort et le cycle peut recommencer.

Le modèle est forcé par le climat global au travers des paramètres s_1 , T_G^* et T_{NAW}^* . Les auteurs utilisent pour cela le $\delta^{18}O$ benthique LR04. Comme nous l'avons vu dans la section 3.2, c'est un proxy pour le volume de glace présent sur les continents, et en conséquence, c'est un bon indicateur de l'état du climat global. Le signal est filtré au moyen d'un filtre passe bas 10 ka^{-1} pour enlever l'influence de la variabilité millénaire qu'on essaye justement de simuler. La vitesse s_1 est échantillonnée pour chaque évènement D-O (quand $T_{NAW} = \tau$) à partir d'une distribution de probabilité. Cette distribution est estimée en analysant la relation entre la durée des interstades dans le $\delta^{18}O$ NGRIP, inversement proportionnelle à s_1 dans le modèle, et le $\delta^{18}O$ benthique filtré. La vitesse s_2 est choisie arbitrairement de sorte que la valeur de C passe de $C = 0.5$ à $C = 1$ en 100 ans. La vitesse s_2 est donc beaucoup plus grande que s_1 . La dynamique du modèle évolue autour des points "fixes" T_G^* et T_{NAW}^* . Ceux-ci changent lentement en fonction du climat général selon la relation linéaire

$$T^* = A - B \cdot \delta^{18}O_{\text{benthique}}. \quad (4.5)$$

Les coefficients A et B sont différents pour T_G^* et T_{NAW}^* et sont obtenus dans l'article original par calibrage statistique. Le paramètre p_0 donne l'échelle de temps avec laquelle les variables T_G et T_{NAW} sont attirées vers leurs points "fixes", c'est-à-dire la vitesse avec laquelle elles répondent aux variations lentes du climat. L'échelle de temps des échanges thermiques entre l'océan et l'atmosphère est prise 10 fois plus petite.

Le modèle contient normalement deux autres variables représentant le $\delta^{18}O$ du Groenland et celui de l'Antarctique. Ce sont des variables de diagnostic qui n'ont aucun impact sur la dynamique et par conséquent, nous décidons de ne pas les prendre en considération. Dans le modèle original, les paramètres λ et ν sont représentés par le paramètre p_0 . Par soucis de cohérence dimensionnelle, nous leur avons attribué ici des symboles différents, et ce même s'ils auront tous en pratique la même valeur numérique.

4.2 Couplage VCV-Boers

Pour coupler les modèles VCV et BGR ensemble, nous allons appliquer le schéma présenté dans la section 3.1.2. Nous commençons par un couplage unidirectionnel de VCV vers BGR.

4.2.1 Couplage unidirectionnel : VCV vers BGR

Nous l'avons vu ci-dessus, le modèle BGR est forcé par le climat global, lui même représenté par le $\delta^{18}O$ benthique LR04. Or il se trouve que le modèle VCV nous donne justement une représentation du climat global au travers de la variable ω . La première étape consiste donc à réécrire l'équation 4.5 en utilisant ω à la place du $\delta^{18}O$ benthique. Cela nous donne

$$T_G^* = A_G - B_G \cdot \omega, \quad (4.6)$$

$$T_{NAW}^* = A_{NAW} - B_{NAW} \cdot \omega. \quad (4.7)$$

La deuxième étape consiste à redéfinir l'évolution temporelle de la variable C . Dans le modèle BGR, la vitesse s_1 correspond à la croissance de plates-formes de glace. Elle augmente quand le flux de glace des calottes glaciaires vers l'océan est plus important, c'est-à-dire quand l'intensité du glissement basal est plus élevée, et à priori elle diminue quand la température globale augmente. La vitesse s_2 correspond à la croissance de la banquise. Elle augmente quand il y a déjà de la glace (feedbacks positifs) et diminue quand la température augmente. On peut donc poser

$$s_1 = s_1(\theta, \omega) = m_1 + m_2\theta - m_3\omega, \quad (4.8)$$

$$s_2 = s_2(\omega) = n_1 - n_2\omega. \quad (4.9)$$

Nous avons choisi des relations linéaires en toute généralité. Pour décrire le changement de vitesse en évitant d'utiliser une description par parties, nous utilisons les fonctions de mélange $1 - C$ et C pour $s_1(\theta, \omega)$ et $s_2(\omega)$, on obtient alors :

$$\dot{C} = (1 - C) \underbrace{(m_1 + m_2\theta - m_3\omega)}_{s_1(\theta, \omega)} + C \underbrace{(n_1 - n_2\omega)}_{s_2(\theta, \omega)}. \quad (4.10)$$

Au départ, les plates-formes de glace grandissent, C est petit et $s_1(\theta, \omega)$ domine. Au fur et à mesure que les plates-formes de glace grandissent, la glace de mer va pouvoir se former et $s_2(\omega)$ va dominer l'évolution de C . Sous cette forme, l'équation est assez générale et peut représenter plusieurs processus différents. Par exemple, nous pouvons associer l'intensité du glissement basal θ à un flux d'eau douce dans les mers nordiques. Le terme $m_2\theta$ contribue alors à la formation d'une halocline qui de toute façon est nécessaire pour protéger la glace de mer des eaux subsuperficielles plus chaudes. Peu importe la ou les hypothèses choisies, la variable C représente la formation d'un couvercle sur les mers nordiques et constitue le véritable moteur des cycles D-O. En rassemblant les diverses équations et couplages discutés ci-dessus, on obtient notre premier modèle couplé (unidirectionnellement) :

$$\dot{S} = \frac{4}{5}\zeta^{-1}S^{3/4}(a - \varepsilon F_S - \kappa\omega - c\theta), \quad (4.11)$$

$$\dot{\theta} = \zeta^{-1}S^{-1/4}(a - \varepsilon F_S - \kappa\omega)\{\alpha\omega + \beta[S - S_0] - \theta\}, \quad (4.12)$$

$$\dot{\omega} = -\gamma_2[S - S_0] - \gamma_3\omega, \quad (4.13)$$

$$\dot{T}_G = -p_0(T_G - T_G^*) + 10p_0T_{NAW}\Theta(T_{NAW})(1 - C), \quad (4.14)$$

$$\dot{T}_{NAW} = -p_0(T_{NAW} - T_{NAW}^*) - \lambda\psi - 10p_0T_{NAW}\Theta(T_{NAW})(1 - C), \quad (4.15)$$

$$\dot{\psi} = \psi - \psi^3 - \nu(T_{NAW} - \tau/2), \quad (4.16)$$

$$\dot{C} = (1 - C)(m_1 + m_2\theta - m_3\omega) + C(n_1 - n_2\omega), \quad (4.17)$$

avec

$$T_G^* = A_G - B_G \cdot \omega, \quad (4.18)$$

$$T_{NAW}^* = A_{NAW} - B_{NAW} \cdot \omega, \quad (4.19)$$

et la condition que $C = 0$ quand T_{NAW} dépasse le seuil critique τ . La figure 4.1 montre une simulation produite par ce modèle. Pour les paramètres de la composante VCV, on utilise les valeurs standards présentées dans le tableau 3.1. Les valeurs utilisées pour les paramètres de la partie BGR sont regroupées dans le tableau 4.1. Elles ont été choisies par essais-erreurs pour reproduire des cycles D-O plausibles.

p_0 ka ⁻¹	λ Cka ⁻¹	ν C ⁻¹ ka ⁻¹	τ C	A_G C	B_G /	A_{NAW} C	B_{NAW} /	m_1 /	m_2 C ⁻¹	m_3 C ⁻¹	n_1 /	n_2 C ⁻¹
5.55	5.55	5.55	10	-35	-2/3	10	-2/3	0.01	0.02	0.05	0.2	0.2

TABLE 4.1 – Valeurs utilisées pour les paramètres de la composante BGR du modèle couplé VCV-BGR.

La période simulée correspond à la dernière période glaciaire. Néanmoins rappelons que c'est bien une simulation et que le modèle VCV ne reproduit pas bien le timing de la dernière déglaciation. Cela ne nous empêche bien-sûr pas de simuler la dynamique des événements D-O, comme le montre la courbe de T_G . On arrive à reproduire les caractéristiques principales des cycles D-O, à savoir :

- la forme générale : réchauffement abrupt d'une dizaine de degrés, ensuite refroidissement modéré et enfin retour abrupt aux conditions stadiales
- la fréquence : il n'y a pas d'évènements D-O pendant les périodes interglaciaires car la banquise (C) n'arrive pas à s'étendre suffisamment. Au coeur des maximums glaciaires les plus intenses, par exemple vers -65 ka pour notre simulation, on n'observe pas d'évènements non plus. Dans ce modèle c'est parce que T_{NAW}^* est trop bas, ce qui empêche T_{NAW} d'atteindre la valeur seuil τ qui enclenche l'instabilité convective. Dans le cadre de l'hypothèse générale du couvercle, on peut aussi imaginer que les importants flux d'eau douce en provenance des calottes forment une halocline trop stable. On pourrait modéliser cela en augmentant τ (les eaux de subsuperficielles doivent être encore plus chaudes, et donc plus légères, pour déstabiliser la halocline) mais cela est équivalent en pratique à diminuer

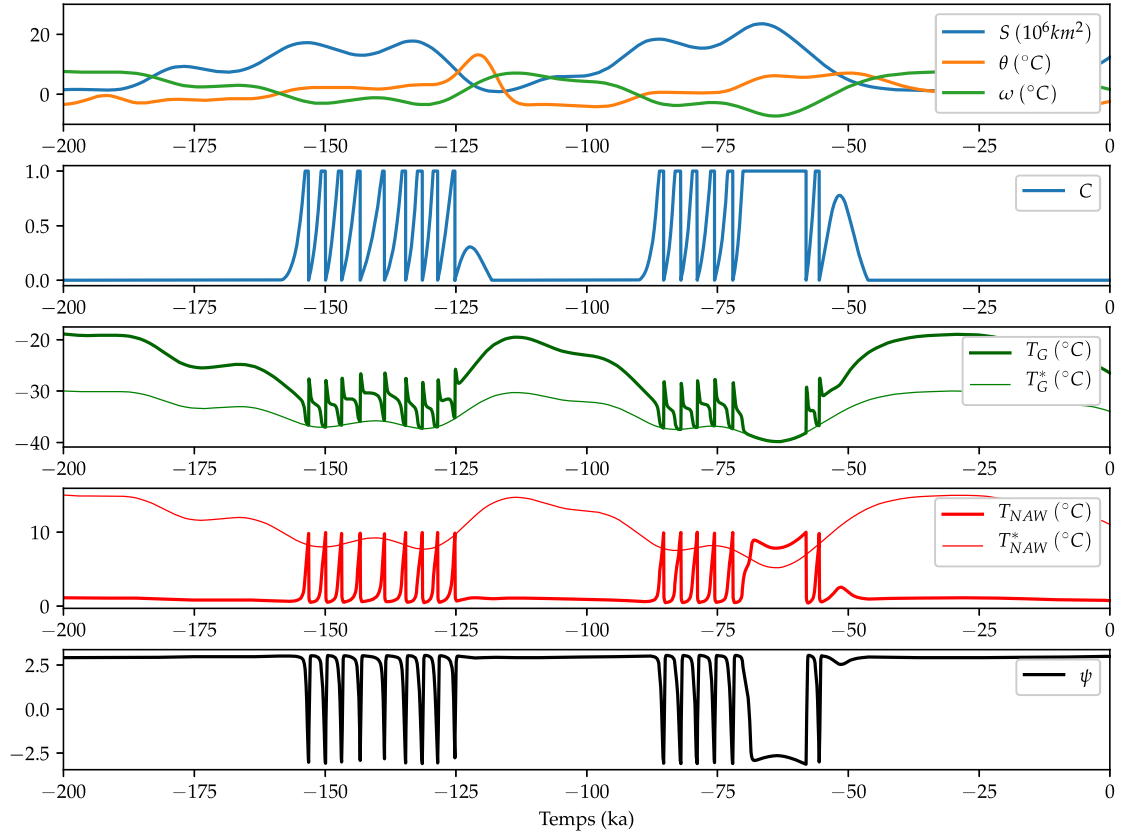


FIGURE 4.1 – Intégration numérique du modèle VCV-BGR avec un couplage unidirectionnel (éqs 4.11-4.19). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 4.1.

T_{NAW}^* . Quand on est dans les bonnes conditions pour avoir des cycles D-O, la durée des interstades diminue et la fréquence des évènements augmente quand la température diminue (le volume de glace augmente). Ce n'est pas particulièrement marquant avec ce modèle mais on peut quand même l'observer, par exemple autour de -140 ka.

Le couplage unidirectionnel peut donc être considéré comme une réussite et nous pouvons passer au couplage bidirectionnel.

4.2.2 Couplage bidirectionnel : BGR vers VCV

Nous reprenons les couplages introduits dans la section précédente et nous autorisons en plus aux variables du modèle BGR d'avoir un impact sur celles du modèle VCV. Pour cela, nous continuons à suivre le schéma établi dans la section 3.1.2. Nous allons forcer VCV avec le forçage solaire et un forçage millénaire μF_{BGR} :

$$F_{\text{total}} = \varepsilon F_S + \mu F_{BGR}. \quad (4.20)$$

Pour étudier l'impact de réchauffements abrupts sur la dynamique des âges glaciaires, nous faisons le choix $F_{BGR} = T_G - T_G^*$ et nous obtenons le modèle couplé suivant :

$$\dot{S} = \frac{4}{5}\zeta^{-1}S^{3/4}(a - F_{\text{total}} - \kappa\omega - c\theta), \quad (4.21)$$

$$\dot{\theta} = \zeta^{-1}S^{-1/4}(a - F_{\text{total}} - \kappa\omega)\{\alpha\omega + \beta[S - S_0] - \theta\}, \quad (4.22)$$

$$\dot{\omega} = -\gamma_2[S - S_0] - \gamma_3\omega, \quad (4.23)$$

$$\dot{T}_G = -p_0(T_G - T_G^*) + 10p_0T_{NAW}\Theta(T_{NAW})(1 - C), \quad (4.24)$$

$$\dot{T}_{NAW} = -p_0(T_{NAW} - T_{NAW}^*) - \lambda\psi - 10p_0T_{NAW}\Theta(T_{NAW})(1 - C), \quad (4.25)$$

$$\dot{\psi} = \psi - \psi^3 - \nu(T_{NAW} - \tau/2), \quad (4.26)$$

$$\dot{C} = (1 - C)(m_1 + m_2\theta - m_3\omega) + C(n_1 - n_2\omega), \quad (4.27)$$

avec

$$T_G^* = A_G - B_G \cdot \omega, \quad (4.28)$$

$$T_{NAW}^* = A_{NAW} - B_{NAW} \cdot \omega, \quad (4.29)$$

$$F_{\text{total}} = \varepsilon F_S + \mu(T_G - T_G^*), \quad (4.30)$$

et encore une fois, la condition rajoutée que $C = 0$ quand T_{NAW} dépasse le seuil critique τ .

Il faut à présent choisir l'intensité et le signe de ce nouveau couplage, c'est-à-dire le signe et la valeur absolue de μ . Le choix du signe n'est pas anodin. Grâce au $\delta^{18}O$ NGRIP et à d'autres proxies par exemple liés à la végétation (Fletcher et al. 2010), on sait que les évènements D-O correspondent à des réchauffements abrupts. Toutefois, leurs effets sur les calottes glaciaires ne sont pas pour autant si évidents. En effet, les phases interstadiales des cycles D-O sont liées à une AMOC active qui amène plus de chaleur mais aussi plus d'humidité et donc de précipitations et d'accumulation de neige sur les calottes glaciaires. En été, l'anomalie positive de température va générer de la fonte, mais en hiver, il se peut que le point de fusion de la glace ne soit pas atteint malgré le réchauffement. Ainsi, choisir le signe de μ , c'est faire une hypothèse sur le processus qui domine entre l'ablation liée à la fonte et l'accumulation associées aux précipitations accrues. Dans ce contexte, les reconstructions du niveau des océans peuvent éclairer notre choix. Par exemple Grant et al. (2014) proposent une reconstruction du niveau des océans sur 500 ka. Ils estiment aussi une "dérivée" de leur reconstruction pour avoir une information sur le taux d'élévation des océans. Sans surprise, ils observent des pics dans cette "dérivée" lors des déglaciations. Ils observent aussi des pics d'amplitudes comparables pendant le dernier âge glaciaire. Nous pouvons associer ces pics à de la variabilité millénaire, par exemple liée à des évènements de Dansgaard-Oeschger ou de Heinrich. Cela suggère de choisir un μ positif et tel que le forçage millénaire et astronomique soient du même ordre de grandeur.

Pendant, il est de manière générale assez compliqué de reconstruire le niveau des océans avec une résolution suffisante pour analyser l'impact des évènements D-O. Il existe des données assez fiables pour le dernier évènement D-O, le Bølling-Allerød. Ce dernier coïncide avec un autre évènement, le *meltwater pulse 1A* (MWP1a) qui désigne une période d'élévation du niveau des océans particulièrement rapide, de l'ordre de 14-18 m en moins de 340 ans (Deschamps et al. 2012). Gregoire et al. (2016) isolent une contribution d'environ 3-4 m liée à la fonte accélérée de la calotte laurentide, causée uniquement par le réchauffement du

Bølling. Cela correspond à un taux d'élévation du même ordre de grandeur que les $12 mka^{-1}$ moyens estimés sur la dernière déglaciation par Lambeck et al. (2014). Cela nous conforte dans le choix d'un μ positif et tel que le forçage millénaire et astronomique soient du même ordre de grandeur : $\varepsilon F_S \sim \mu F_{BGR}$. On a $\varepsilon F_S \sim 0.2$ et $T_G - T_G^* \sim 10^\circ C$ et nous allons donc utiliser la valeur $\mu = 0.02^\circ C^{-1}$.

4.3 Résultats

Nous intégrons numériquement le modèle VCV-BGR couplé bidirectionnellement (éqs 4.21-4.29). Les valeurs utilisées pour les paramètres sont celles reprises dans les tableaux 3.1 et 4.1 et nous choisissons $\mu = 0.02^\circ C^{-1}$. Cette première simulation ne donne rien d'intéressant. En effet, très vite le modèle reste bloqué dans une période interglaciaire où S atteint sa valeur minimale autorisée, à savoir $S = 0.1 \cdot 10^6 km^2$. En conséquence θ explose et le modèle s'emballe. Si on impose une limite supérieure à θ , le modèle ne s'emballe plus mais reste quand même bloqué dans une période interglaciaire où toutes les variables sont constantes. Cela s'explique par le fait que le forçage millénaire $\mu(T_G - T_G^*)$ représente essentiellement l'apport de chaleur associé à une AMOC active. Or pendant les périodes interglaciaires, l'AMOC est dans un mode fort. Le forçage supplémentaire introduit empêche donc le système de rentrer en glaciation, laquelle pourrait justement mener à la formation d'un couvercle sur les mers nordiques qui ralentirait l'AMOC. Pour compenser ce forçage qui pèse de tout son poids pendant les périodes interglaciaires, nous devons réajuster les paramètres du modèle. Nous pouvons par exemple augmenter le paramètre d'accumulation a .

La figure 4.2 montre les résultats obtenus pour $a = 0.265$ (au lieu de $a = 0.065$). Le graphe (a) compare l'évolution de la variable S du modèle couplé bidirectionnellement avec le modèle couplé unidirectionnellement ($\mu = 0$). Cela nous permet de mesurer l'impact des événements D-O sur la dynamique de la composante VCV du modèle. Pendant les périodes glaciaires (ici environ de -300 ka à -225 ka et de -150 ka à 0 ka), les événements D-O, visibles sur le graphe (b), ont peu d'impact qualitatif. Les plus longs génèrent un peu de fonte mais pas au point de modifier la dynamique des âges glaciaires et le timing des déglaciations. Pendant les périodes interglaciaires (ici autour de -200 ka), l'effet du forçage continu est plus important. Il prolonge et amplifie les conditions interglaciaires et cela ralentit pour un temps l'entrée en glaciation. Ici, nous ne montrons que 300 ka de simulation pour la lisibilité, mais nous avons observé des résultats similaires sur des simulations plus longues.

Le graphe (c) nous montre l'importance relative des termes d'ablation dans l'équation de S (éq 4.21). Le forçage astronomique en mauve et le forçage millénaire en rouge sont d'amplitudes comparables. La courbe pleine noire représente le terme d'ablation total du modèle couplé bidirectionnellement. Elle est à comparer à la courbe en pointillés qui représente le terme total d'ablation sans le forçage millénaire ($\mu = 0$). Ces deux courbes sont surtout différentes pendant l'interglaciaire autour de -200 ka, quand le forçage millénaire est continu parce que l'AMOC reste active et apporte continuellement de la chaleur vers le nord. A l'opposé, l'effet intégré dans le temps du forçage millénaire généré par un événement D-O est minime. Les événements D-O sont pour la plupart trop courts pour avoir un

impact important sur la dynamique glaciaire.

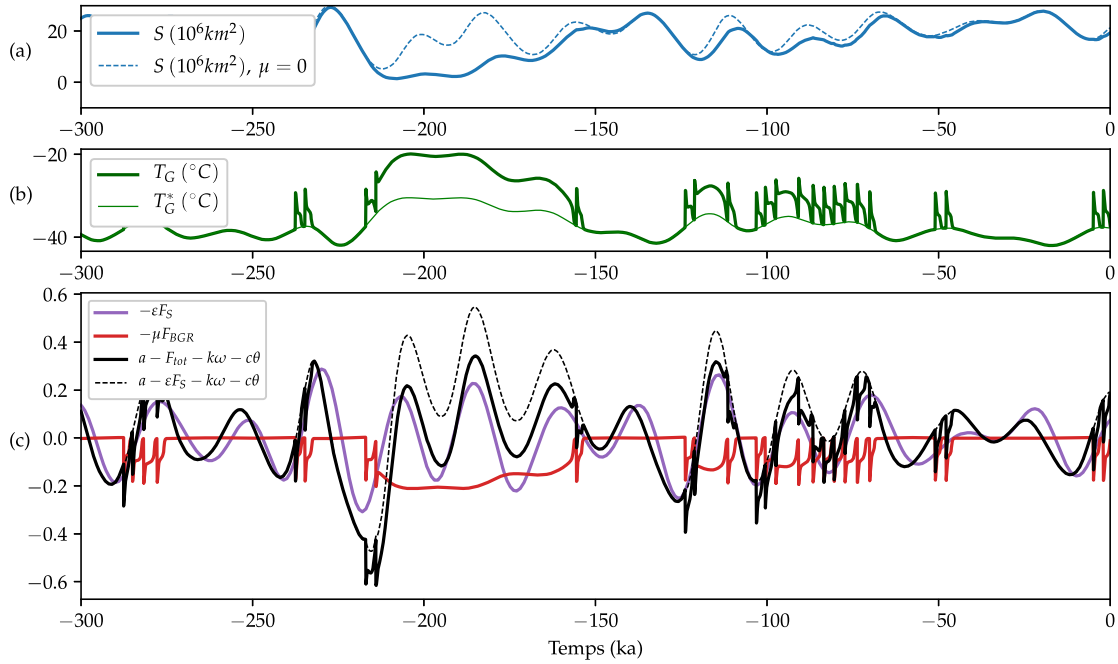


FIGURE 4.2 – Intégration numérique du modèle couplé VCV-BGR (éqs 4.21-4.29). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 4.1, et $\mu = 0.02 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. (a) Étendue de glaciation S . La courbe en pointillés représente une simulation avec $\mu = 0.0 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. (b) Température atmosphérique proche de la surface au dessus du Groenland T_G ($^{\circ}\text{C}$). (c) Importance relative des différents termes d'ablation dans l'équation de S (éq 4.21).

L'inspection du spectre de puissance du volume de glace ($S^{5/4}$) simulé confirme ces premières conclusions. La figure 4.3 nous montre qu'il ne diffère pas beaucoup du spectre qu'on obtient sans le forçage millénaire ($\mu = 0$). Le spectre est bruité aux hautes fréquences, probablement à cause du phénomène de Gibbs, et s'aligne sur une pente -2 artificielle (voir section 3.3). On observe tout de même un léger pic autour de la fréquence $f = 0.3 \text{ ka}^{-1}$, c'est la signature du faible impact des évènements D-O. La densité spectrale est aussi légèrement plus élevée dans les basses fréquences pour le modèle avec le couplage bidirectionnel, peut-être parce que les interglaciaires sont un peu plus profonds (plus chauds).

4.4 Discussion

Le modèle couplé VCV-BGR répond bien au premier critère qu'on s'était fixé dans la section 3.1.2. On arrive à reproduire de manière raisonnable des cycles glaciaires et des cycles D-O. Certes nous ne reproduisons pas exactement tous les évènements enregistrés dans le $\delta^{18}\text{O}$ benthique LR04 ou dans le $\delta^{18}\text{O}$ NGRIP, mais cela serait impensable. En effet, les modèles que nous utilisons sont relativement simples et les paramètres utilisés pour le modèle BGR et le couplage n'ont pas été calibrés sur des données ou sur d'autres modèles plus complexes.

Par contre, force est de constater que le deuxième critère n'est pas rencontré de manière satisfaisante : les couplages introduits entre le modèle VCV et le modèle

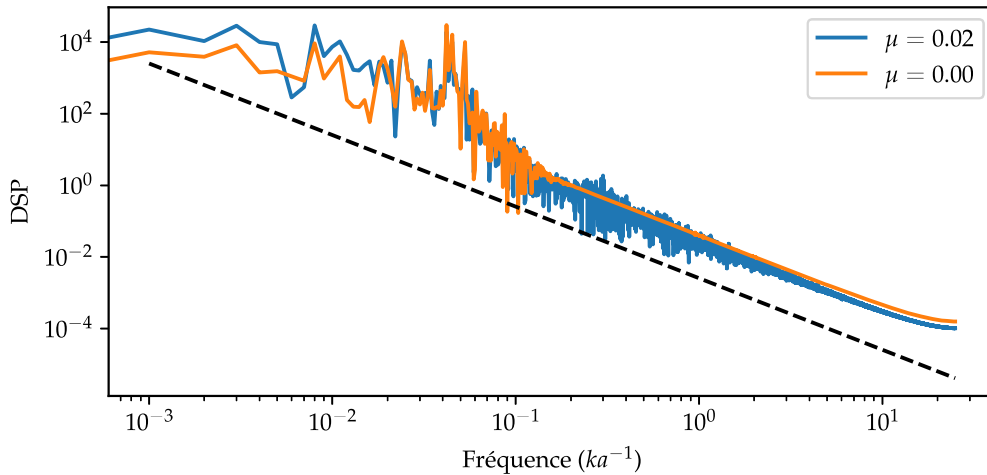


FIGURE 4.3 – Densité spectrale de puissance du modèle couplé VCV-BGR. Comparaison entre $\mu = 0.02 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ et $\mu = 0.00 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

BGR ne nous permettent pas d'étudier correctement l'impact des événements D-O sur la dynamique glaciaire. Nous pouvons augmenter l'intensité du couplage μ mais cela risque de bloquer le système dans un interglaciaire. Plusieurs pistes sont possibles pour régler ces problèmes. Nous pouvons par exemple réfléchir à des manières de réajuster les paramètres du modèle autres que simplement augmenter a . Nous pouvons aussi coupler les modèles différemment. Nous avons essayé d'étudier l'impact de BGR sur VCV en remplaçant ω par une combinaison linéaire de ω et T_G dans les équations de \dot{S} et $\dot{\theta}$, mais sans succès.

Une autre possibilité encore est d'introduire dans le modèle couplé de nouveaux mécanismes qui pourraient faire le lien entre les différentes échelles de variabilité. Les événements de Heinrich constituent pour cela des candidats idéaux. Le cadre phénoménologique que nous avons introduit nous permet en effet d'envisager différentes interactions. Par exemple, lors des phases stadiales des cycles D-O, les plates-formes de glace, en raison de leur épaisseur, vont être exposées au réchauffement des eaux subsuperficielles et vont subir un stress important. Dans certains cas, elles peuvent céder, libérant des quantités importantes d'icebergs. Sans les plates-formes de glace, l'écoulement de la glace du continent vers l'océan est plus rapide, augmentant encore la perte de masse des calottes glaciaires et le flux d'icebergs. Ces derniers vont libérer des IRDs au fur et à mesure de leur fonte et on a alors un événement de Heinrich. Ainsi, via ce mécanisme supplémentaire, les oscillations D-O peuvent avoir un impact plus important sur les calottes glaciaires. Alvarez-Solas et al. (2010) ont proposé un modèle conceptuel dans cette ligne d'idées.

Introduire les événements de Heinrich dans notre modèle couplé VCV-BGR est tentant, mais cela implique d'introduire une nouvelle variable, différente de C , pour représenter les plates-formes de glace. Cela implique aussi de nouveaux paramètres, or nous en avons déjà beaucoup. Nous ne voulons pas que ça devienne trop du "bricolage" et complexifier le modèle risque de rendre plus difficile l'explication du spectre. C'est pourquoi nous allons choisir une approche opposée : généraliser et simplifier, quitte à relaxer un peu notre premier critère phénoménologique. Dans le chapitre suivant, nous allons donc coupler le modèle VCV à un

oscillateur de van der Pol.

Chapitre 5

Couplage VCV-VDP

Le modèle VCV contient 3 variables et utilise 10 paramètres pour décrire la dynamique des âges glaciaires. Le couplage de VCV avec le modèle BGR a nécessité l'ajout de 4 nouvelles variables et d'une dizaine de paramètres supplémentaires, avec des valeurs fixées arbitrairement pour la plupart. C'est cher payé, surtout au vu du peu de résultats probants obtenus pour l'étude du spectre. Dans ce chapitre, nous allons essayer de simplifier un peu les choses. Mitsui et Crucifix (2017) ont montré qu'on pouvait représenter les cycles D-O de manière satisfaisante avec un oscillateur de relaxation forcé par le volume de glace ($\delta^{18}O$ benthique LR04). Nous allons faire de même en utilisant un oscillateur de van der Pol.

5.1 Oscillateur de van der Pol (VDP)

Les oscillateurs de relaxation mettent en jeu une dynamique de relaxation rapide et un processus de déstabilisation lent. Une description détaillée de leurs différents usages pour modéliser la dynamique glaciaires, ou les événements de Heinrich et de Dansgaard-Oeschger est disponible dans (Crucifix 2012). Dans le cas de l'oscillateur de van der Pol (VDP), la stabilité du système va progressivement diminuer jusqu'à ce que le système soit éjecté dans un autre état. C'est ce qu'on appelle la relaxation. Ensuite la stabilité diminue à nouveau et le système est une fois encore éjecté, cette fois dans l'état de départ. Ces oscillations sont décrites par l'équation différentielle

$$\ddot{\psi} + \nu_1(\psi^2 - 1)\dot{\psi} + \nu_2\psi = F(t) . \quad (5.1)$$

En toute rigueur, l'équation ci-dessus représente un oscillateur VDP (forcé) seulement dans le cas où $\nu_2 = 1$. Par abus de langage, nous parlerons quand même d'oscillateur VDP.

Comme précédemment, la variable ψ représente l'intensité de l'AMOC. Une circulation océanique de forte intensité ($\psi > 0$) est associée aux conditions interstadiales. Progressivement, la formation d'un couvercle sur les mers nordiques va réduire l'intensité de la circulation jusqu'à ce que le système climatique bascule abruptement dans des conditions stadiales, lesquelles sont liées à une circulation de faible intensité ($\psi < 0$). De la chaleur va petit à petit s'accumuler dans les eaux subsuperficielles jusqu'à ce qu'une instabilité convective survienne. Un événement D-O à lieu et le système retourne brutalement vers les conditions climatiques interstadiales.

Le paramètre ν_1 va déterminer le degré de non-linéarité de l'oscillateur. Pour une valeur importante, les transitions entre les deux modes de l'AMOC, et donc entre interstades et stades, seront plus abruptes. Nous pouvons appliquer la transformation de Liénard suivante $x = \psi - \psi^3/3 - \dot{\psi}/\nu_1$ à l'équation 5.1 pour obtenir le système

$$\dot{x} = \frac{1}{\nu_1}(\nu_2\psi - F(t)), \quad (5.2)$$

$$\dot{\psi} = \nu_1(\psi - \frac{1}{3}\psi^3 - x). \quad (5.3)$$

Cela va nous permettre de mieux cerner la dynamique. Pour plus de détails sur les transformations de Liénard et les calculs effectués ci-dessous, le lecteur pourra se référer à (Strogatz 2015). L'équation 5.3 a exactement la même forme que l'équation 4.3 qui représente l'évolution de ψ dans le modèle BGR. Cela justifie le choix de symbole et le fait d'associer l'oscillateur VDP à la circulation océanique. La variable x introduite par la transformation de Liénard n'est pas rattachée à une quantité physique bien particulière. C'est un artifice mathématique qui nous permet d'étudier la dynamique de l'oscillateur.

Pour l'instant, nous allons faire comme si le forçage était constant : $F(t) = F$. C'est une approximation valable si les variations de $F(t)$ se font sur un temps caractéristique beaucoup plus long que la période de l'oscillateur, ce qui est le cas si nous le forçons avec le volume de glace. Le système 5.2-5.3 possède un point fixe en $(x, \psi) = (F/\nu_2 - 1/3(F/\nu_2)^3, F/\nu_2)$. Ce point fixe est stable pour $F/\nu_2 > 1$ et $F/\nu_2 < -1$. Autrement dit, pour une valeur absolue élevée du forçage, le système évolue vers un point fixe et il n'y a pas d'oscillations. Pour $-1 < F/\nu_2 < 1$, le point fixe est instable et nous pouvons montrer l'existence d'un cycle limite. En bref, nous observons des oscillations uniquement pour un forçage dans la plage de valeurs

$$-\nu_2 < F < \nu_2. \quad (5.4)$$

Cette observation va nous permettre de simuler des oscillations D-O seulement pour des conditions climatiques ni trop chaudes (interglaciaires), ni trop froides (maximums glaciaires). Pour la suite, nous choisissons les valeurs $\nu_1 = 5$ et $\nu_2 = 3$ afin d'avoir des transitions abruptes entre les périodes stadiales et interstadiales et des oscillations d'une période de quelques milliers d'années (la période dépend aussi du forçage).

5.2 Couplage VCV-VDP

5.2.1 VCV vers VDP

Pour coupler le modèle VCV avec l'oscillateur VDP, nous allons à nouveau suivre le schéma indiqué dans la section 3.1.2. Nous commençons par forcer l'oscillateur avec le volume de glace $S^{5/4}$ que nous fournit VCV :

$$F(t) = \mu_3 - \mu_4 S(t)^{5/4}. \quad (5.5)$$

Le paramètre ν_4 est choisi positif, de sorte que ψ soit positif (AMOC active) pendant les périodes interglaciaires. L'équation 5.4 nous donne les valeurs de ν_3 et ν_4

nécessaires si nous voulons des oscillations pour un volume de glace entre $A \cdot 10^6 km^3$ et $B \cdot 10^6 km^3$ ($A < B$) :

$$\mu_3 = \mu_2 \left(\frac{B + A}{B - A} \right) \quad \text{et} \quad \mu_4 = \mu_2 \left(\frac{2}{B - A} \right) \quad (5.6)$$

Par exemple, pour $A = 10 \cdot 10^6 km^3$ et $B = 40 \cdot 10^6 km^3$, nous obtenons $\nu_3 = 5$ et $\nu_4 = 0.2$. Nous avons alors un premier modèle VCV-VDP couplé unidirectionnellement :

$$\dot{S} = \frac{4}{5} \zeta^{-1} S^{3/4} (a - \varepsilon F_S - \kappa \omega - c \theta), \quad (5.7)$$

$$\dot{\theta} = \zeta^{-1} S^{-1/4} (a - \varepsilon F_S - \kappa \omega) \{ \alpha \omega + \beta [S - S_0] - \theta \}, \quad (5.8)$$

$$\dot{\omega} = -\gamma_2 [S - S_0] - \gamma_3 \omega. \quad (5.9)$$

$$\ddot{\psi} = \nu_1 (1 - \psi^2) \dot{\psi} - \nu_2 \psi + \nu_3 - \nu_4 S^{5/4}, \quad (5.10)$$

La figure 5.1 montre une simulation produite par ce modèle en utilisant les paramètres repris dans le tableau 5.1 pour l'équation de ψ et les paramètres standards pour les équations de VCV (tableau 3.1). Les zones ombrées en rouge dans le graphe (a) sont celles pour lesquelles $S^{5/4} < 10 \cdot 10^6 km^3$, nous pouvons les identifier aux périodes interglaciaires. Pendant ces périodes, l'AMOC reste active et il n'y pas d'oscillations D-O, comme nous pouvons l'observer sur le graphe (b). Les zones ombrées en bleu sont celles pour lesquelles $S^{5/4} > 40 \cdot 10^6 km^3$, elles correspondent aux maximums glaciaires les plus intenses. Dans ces périodes, nous n'observons pas d'oscillations D-O non plus, l'AMOC est dans un mode faible et le système reste bloqué pour un temps dans des conditions stadiales. Pour un volume de glace entre $10 \cdot 10^6 km^3$ et $40 \cdot 10^6 km^3$, la durée des périodes interstadiales diminue quand le volume de glace augmente. L'oscillateur de van der Pol forcé avec le volume de glace nous permet donc de reproduire les caractéristiques principales des oscillations D-O.

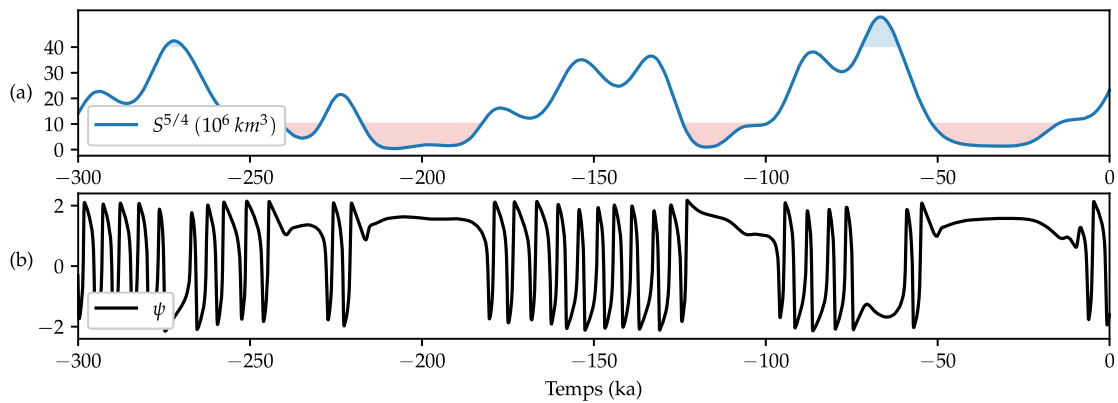


FIGURE 5.1 – Intégration numérique du modèle couplé VCV-VDP (éqs 5.7-5.10, couplage unidirectionnel). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 5.1. (a) Volume de glaciation $S^{5/4}$ ($10^6 km^3$). Les zones ombrées en bleu et rouge désignent respectivement les zones où $S^{5/4} > 40 \cdot 10^6 km^3$ et $S^{5/4} < 10 \cdot 10^6 km^3$. (b) Variable ψ .

ν_1	ν_2	ν_3	ν_4
5	3	5	0.2

TABLE 5.1 – Valeurs utilisées pour les paramètres de la composante VDP du modèle couplé VCV-VDP.

5.2.2 Couplage VCV-VDP

Pour étudier l'impact de la variabilité millénaire sur la dynamique des âges glaciaires, nous forçons VCV avec une forçage total F_{total} comprenant le forçage astronomique εF_S et un forçage millénaire simplement donné par $\mu F_{VDP} = \mu\psi$. Nous obtenons alors le modèle couplé suivant :

$$\dot{S} = \frac{4}{5}\zeta^{-1}S^{3/4}(a - F_{total} - \kappa\omega - c\theta), \quad (5.11)$$

$$\dot{\theta} = \zeta^{-1}S^{-1/4}(a - F_{total} - \kappa\omega)\{\alpha\omega + \beta[S - S_0] - \theta\}, \quad (5.12)$$

$$\dot{\omega} = -\gamma_2[S - S_0] - \gamma_3\omega, \quad (5.13)$$

$$\ddot{\psi} = \nu_1(1 - \psi^2)\dot{\psi} - \nu_2\psi + \nu_3 - \nu_4S^{5/4}, \quad (5.14)$$

avec

$$F_{total} = \varepsilon F_S + \mu\psi. \quad (5.15)$$

Pour le paramètre d'intensité du couplage millénaire μ , nous choisissons une valeur positive et telle que $\varepsilon F_S \sim \mu\psi$ (voir section 4.2.2). On a $\varepsilon F_S \sim 0.2$ et on observe sur la figure 5.1 que ψ varie entre les valeurs -2 et 2 . Nous commençons donc par choisir la valeur $\mu = 0.1$.

5.3 Résultats

Une première simulation avec $\mu = 0.1$ et les paramètres repris dans les tableaux 3.1 et 5.1 ne donne rien d'intéressant. Nous rencontrons le même problème qu'avec le modèle VCV-BGR : le forçage millénaire pèse de tout son poids pendant les périodes interglaciaires et bloque le système dans celles-ci. Le réajustement du paramètre d'accumulation a est difficile car nous avons un nouveau phénomène d'emballement : pendant les périodes glaciaires, le forçage millénaire est négatif (et non nul), donc il agit comme un amplificateur. Puisque nous n'imposons pas de limite supérieure à S , les calottes glaciaires peuvent croître à l'infini, même si le forçage solaire est toujours présent. Pour permettre un réajustement plus aisé des paramètres, nous diminuons un peu l'intensité du couplage millénaire.

La figure 5.2 montre les résultats obtenus pour $\mu = 0.05$ et $a = 0.165$ (au lieu de $a = 0.065$). Le graphe (a) compare l'évolution de la variable S du modèle couplé bidirectionnellement avec le modèle couplé unidirectionnellement ($\mu = 0$). Les résultats sont similaires à ceux obtenus avec le modèle VCV-BGR : les événements D-O ont, de manière générale, peu d'impact sur la dynamique des âges glaciaires et sur le timing des déglaciations. L'entrée en glaciation après une période interglaciaire intense (chaude) peut être un peu retardée comme c'est le cas par exemple à -200 ka. Les glaciations sont aussi un peu amplifiées à cause de

l'anomalie positive d'accumulation (anomalie négative d'ablation) qu'apporte le forçage millénaire pendant les périodes glaciaires.

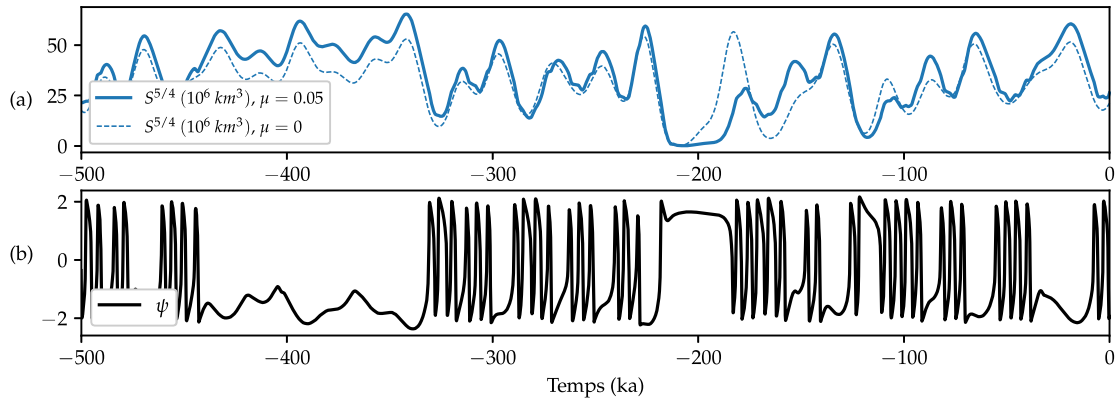


FIGURE 5.2 – Intégration numérique du modèle couplé VCV-VDP (éqs 5.11-5.15). Les valeurs des paramètres sont reprises dans les tableaux 3.1 et 5.1, et $\mu = 0.05$. (a) Volume de glaciation $S^{5/4}$ ($10^6 km^3$). La courbe en pointillés représente une simulation avec $\mu = 0$. (b) Variable ψ (pour la simulation avec $\mu = 0.05$).

Les résultats obtenus relatifs au spectre sont aussi semblables à ceux obtenus dans le chapitre précédent. En effet, nous pouvons observer sur la figure 5.3 que le spectre de puissance du volume de glace ($S^{5/4}$) simulé ne diffère pas beaucoup du spectre qu'on obtient sans le forçage millénaire ($\mu = 0$). Il est un petit peu plus important dans les basses fréquences, probablement à cause de l'amplification des périodes glaciaires et interglaciaires. Un pic relativement important est tout de même visible autour de la fréquence $f = 0.2 ka^{-1}$, c'est la signature des événements D-O. Ce pic est séparé des fréquences orbitales (précession, obliquité) par un gap spectral, signe que les événements D-O vivent indépendamment de la dynamique glaciaire et qu'ils ont peu d'impact sur cette dernière. Autrement dit, nous n'observons pas ou peu de propagation des hautes fréquences vers les basses fréquences.

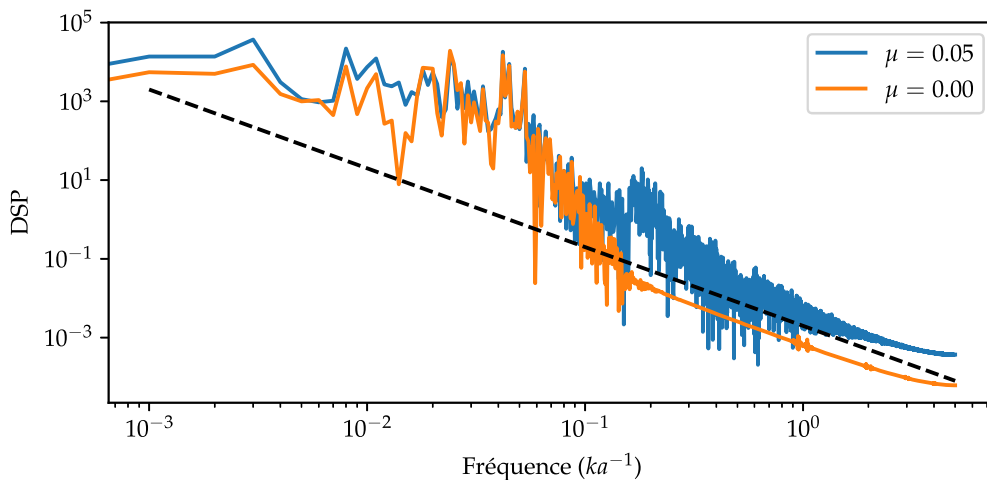


FIGURE 5.3 – Spectre de puissance du modèle couplé VCV-VDP. Comparaison entre $\mu = 0.05$ et $\mu = 0.00$.

5.4 Discussion

D'après les observations, le pic de variabilité millénaire observé dans le spectre du modèle VCV-VDP devrait être plus étalé et le gap spectral moins profond. En effet, notre modèle capture insuffisamment les variations de fréquence des événements D-O. En outre, notre couplage ne tient compte que des effets thermiques liés à l'apport de chaleur par l'AMOC. Or il semble que des mécanismes liés à la dynamique des plates-formes de glace ou des calottes glaciaires, les événements de Heinrich par exemple, permettent une propagation plus facile des signaux hautes fréquences aux basses fréquences (voir section 4.4).

Nous nous trouvons dans une impasse. L'utilisation du modèle BGR, et dans une moindre mesure de l'oscillateur VDP, se justifiait par des raisons phénoménologiques. Les modèles couplés VCV-BGR et VCV-VDP nous ont permis de reproduire de manière assez satisfaisante les cycles D-O et en ce sens, ils représentent un semi-succès. Malheureusement, ils ne nous ont pas permis d'étudier l'impact d'oscillations millénaires, comme les événements D-O, sur la dynamique glaciaire. A chaque fois, le forçage millénaire introduit n'a quasiment aucun impact quand il est intégré sur les courtes oscillations, mais pèse de tout son poids quand il est intégré sur les périodes interglaciaires (et glaciaires pour le modèle VCV-VDP). Les modèles couplés VCV-BGR et VCV-VDP ne nous ont donc pas apporté de résultats intéressants sur le spectre, et en ce sens, ils constituent un semi-échec. Il est manifestement assez difficile de créer un modèle phénoménologique couplant ensemble, et dans les deux sens, la dynamique des âges glaciaires, des événements D-O et des événements de Heinrich. Cela explique peut-être pourquoi de tels modèles sont si rares, voire inexistant, dans la littérature.

Nous ne perdons toutefois pas espoir. Nous refusons de nous arrêter au constat du semi-échec que constituent les couplages VCV-BGR et VCV-VDP. En passant du modèle BGR à l'oscillateur de van der Pol, nous avons entamé une démarche de généralisation. Nous allons continuer cette démarche en abandonnant toute justification phénoménologique trop spécifique. Nous allons faire abstraction des mécanismes précis qui génèrent la variabilité millénaire pour étudier ce qu'il se passe quand on introduit des forçages sinusoïdaux dans la dynamique du modèle VCV. Cela nous donne une nouvelle piste de réflexion sur comment un forçage millénaire peut se propager aux basses fréquences.

Chapitre 6

VCV et forçages sinusoïdaux

Dans ce chapitre nous étudions la réponse du modèle VCV à des forçages sinusoïdaux. Il est basé sur des expériences menées dans une série d'articles liés au modèle VCV (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2018; Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2019; Verbitsky et Crucifix 2020) et sur des discussions privées et nombreuses avec leurs auteurs.

6.1 Un sinus pour représenter la variabilité millénaire

Nous commençons par reproduire les expériences des chapitres précédents en représentant la variabilité millénaire par un forçage sinusoïdal haute fréquence et indépendant de la dynamique glaciaire. On peut observer sur la figure (6.1) une telle expérience avec un sinus de période 5 ka et d'amplitude comparable au forçage solaire. Le modèle VCV est donc forcé avec

$$F_{\text{total}}(t) = \varepsilon F_S(t) + \varepsilon \sin(2\pi t/5).$$

On observe sur le spectre de puissance (graphique (b)) un pic prononcé centré sur la fréquence 0.2 ka^{-1} . Ce pic est plus important que dans les expériences de couplage VCV-BGR et VCV-VDP car le forçage est un signal sinusoïdal pur. Comme précédemment, on observe un gap spectral : l'impact du forçage haute fréquence ne se propage pas dans les basses fréquences. En effet, comme on le voit sur le graphique (a), il n'y a aucun changement dans la dynamique des âges glaciaires.

L'absence de couplage et de feedback qui bloqueraient le système dans une période glaciaire ou interglaciaire (voir chapitres précédents) nous permet d'augmenter l'amplitude du forçage millénaire sans devoir réajuster les paramètres du système. Nous pouvons observer sur la figure (6.2) ce qu'il se passe quand on multiplie l'amplitude du forçage millénaire par 10 :

$$F_{\text{total}}(t) = \varepsilon F_S(t) + 10 \cdot \varepsilon \sin(2\pi t/5).$$

La dynamique des âges glaciaires est maintenant qualitativement perturbée. L'important forçage millénaire empêche les calottes glaciaires de grandir et d'atteindre un état d'instabilité provoquant une déglaciation abrupte. C'est le phénomène d'"hijacking" de la dynamique des cycles glaciaires proposé dans (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2019). Cet impact sur la dynamique est observable sur le spectre

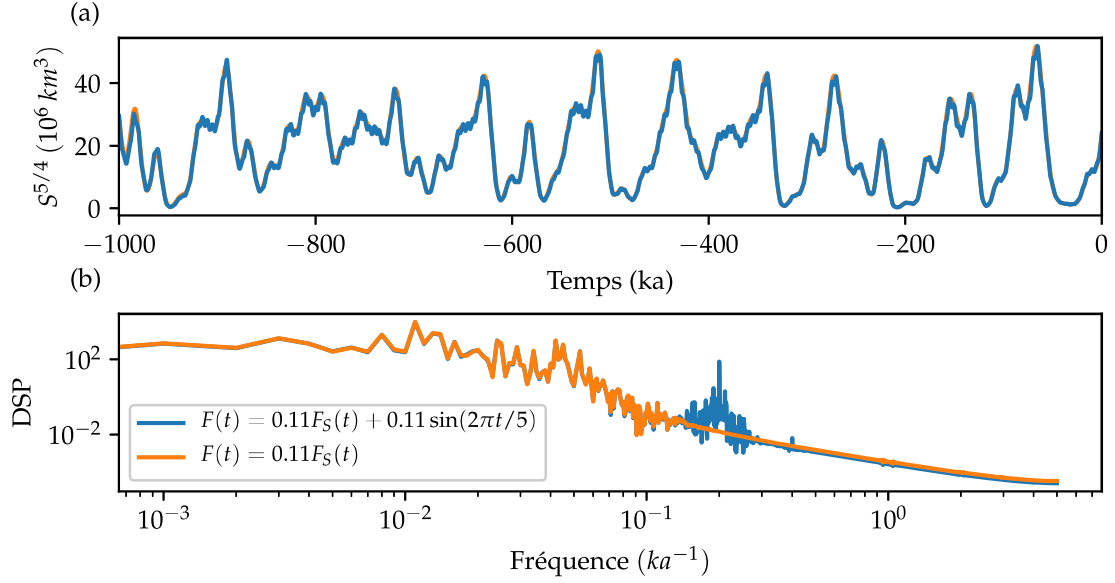


FIGURE 6.1 – VCV forcé par $F_{\text{total}}(t) = \varepsilon F_S(t) + \varepsilon \sin(2\pi t/5)$. Paramètre standards. (a) En bleu, volume de glace $S^{5/4}$ simulé. En orange, volume de glace simulé sans le forçage sinusoidal. (b) Spectres de puissance.

de puissance et se traduit par une densité de puissance moins élevée dans les basses fréquences. Dans les hautes fréquences, la densité de puissance spectrale est globalement plus élevée que pour VCV avec un forçage sinusoidal faible ou nul, et cela comble partiellement le gap spectral. Cependant c'est certainement dû à la fuite spectrale provenant du pic à la fréquence 0.2 ka^{-1} , plutôt qu'à une propagation dans la plage de fréquences allant de 0.05 ka^{-1} à 5 ka^{-1} .

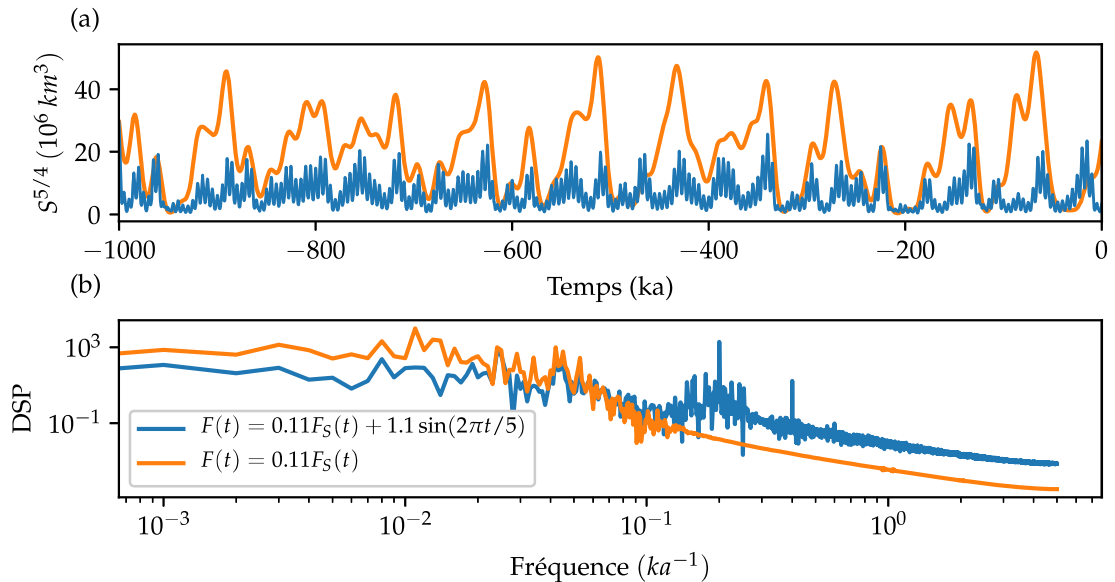


FIGURE 6.2 – VCV forcé par $F_{\text{total}}(t) = \varepsilon F_S(t) + 10 \cdot \varepsilon \sin(2\pi t/5)$. Paramètre standards. (a) En bleu, volume de glace $S^{5/4}$ simulé. En orange, volume de glace simulé sans le forçage sinusoidal. (b) Spectres de puissance.

6.2 Réponse de VCV à un forçage sinusoïdal : deux régimes différents

Nous allons maintenant faire un pas de plus dans notre cheminement vers un argumentaire plus général. Depuis le début de ce mémoire, nous forçons le modèle VCV avec un forçage solaire et éventuellement un forçage millénaire. Par soucis de simplification nous avons fini par représenter la variabilité millénaire avec un simple sinus haute fréquence indépendant de la dynamique glaciaire. Le forçage solaire, quant à lui, est essentiellement une somme de quelques sinus basses fréquences correspondant aux différents cycles de précession et d'obliquité. Ces cycles ne sont bien-sûr pas affectés pas la dynamique glaciaire. Dans cette section, nous allons forcer le modèle VCV avec un seul sinus dont nous allons faire varier l'amplitude ε et la période T :

$$F_{\text{total}}(t) = \varepsilon \sin(2\pi t/T).$$

Cela va nous donner un cadre unifié pour étudier la réponse de VCV à différents forçages, aussi bien dans les hautes fréquences que dans les basses fréquences.

L'expérience montre que la réponse de VCV à un forçage sinusoïdal n'est pas chaotique, elle est périodique. Nous pouvons donc lui assigner une période/fréquence et une amplitude dominante. Pour cela nous utilisons deux méthodes différentes :

- Méthode 1 : Nous calculons le spectre d'amplitude du signal de réponse (racine carrée du périodogramme) et nous récupérons la fréquence et l'amplitude du pic dominant. Cette méthode fonctionne bien si la réponse ressemble à une sinusoïdale.
- Méthode 2 : Nous cherchons les maximums et minimums globaux de la réponse. L'écart de temps entre deux maximums nous donne la période tandis que l'écart dans la réponse entre les maximums et les minimums va nous donner l'amplitude (multipliée par 2). Cette méthode permet d'assigner une période et amplitude dominante à des signaux qui ne sont pas sinusoïdaux.

La figure 6.3 décrit la réponse du modèle VCV à un forçage sinusoïdal en fonction de l'amplitude ε et de la période T de ce dernier. Nous utilisons la variable S comme signal de réponse. Sa période et son amplitude seront dénotées respectivement par les symboles P et A .

Nous observons l'existence de deux régimes distincts. Pour des valeurs suffisamment petites de ε et T , la période de réponse est égale à la période du forçage et l'amplitude de réponse est faible. Pour des valeurs importantes de ε et T , la période de réponse est le double de la période de forçage. Nous pouvons appliquer au modèle VCV la méthode utilisée dans De Saedeleer et al. (2013) pour mettre en évidence la distinction entre ces deux régimes. Nous calculons l'exposant de Lyapunov maximal (MLE) du système en fonction de l'amplitude et de la période du forçage. Les résultats sont visibles dans la figure 6.4. Un exposant de Lyapunov négatif indique un système stable et non chaotique. Nous voyons que c'est bien cas du modèle VCV forcé par un forçage sinusoïdal. On observe une zone où l'exposant de Lyapunov est proche de zéro, voire supérieur, dénotant plus d'instabilité.

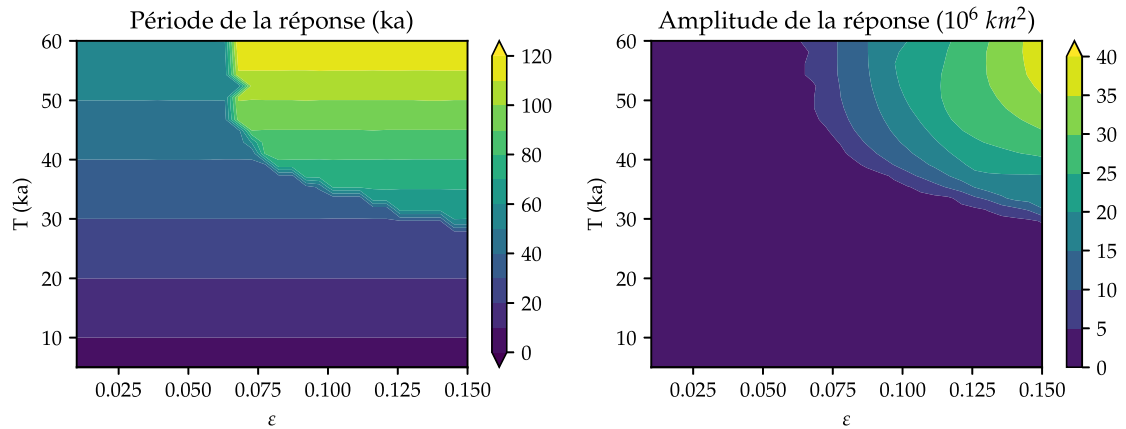


FIGURE 6.3 – Réponse de VCV forcé avec un sinus de période T et d’amplitude ε . Paramètres standards. (a) Amplitude de S calculée avec la méthode 2. (b) Période de S calculée avec la méthode 2.

Une comparaison avec la figure 6.3 indique que cette zone correspond précisément à la transition entre les deux régimes, elle est la signature du doublement de période.

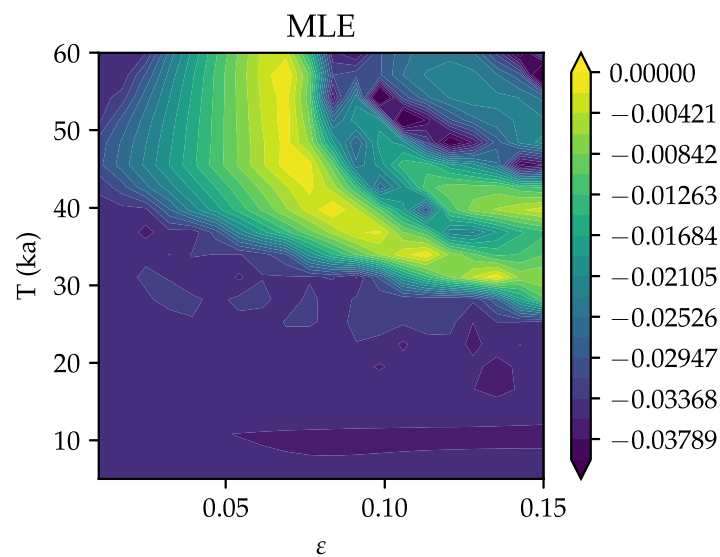


FIGURE 6.4 – Exposant de Lyapunov maximal pour le système VCV forcé avec un sinus de période T et d’amplitude ε . Paramètres standards.

Pour mieux comprendre et visualiser les différences de comportement entre ces deux régimes, nous fixons une amplitude arbitraire pour le forçage sinusoïdal, $\varepsilon = 0.11$, et faisons seulement varier sa période T . Cela revient à faire une coupe verticale dans la figure 6.3. Nous pouvons observer une telle coupe dans la figure 6.5. Le graphique (a) montre la période de réponse de la variable S en fonction de la période de forçage T . Les deux méthodes présentées en début de section sont utilisées et donnent des résultats similaires. La forme en escalier pour la méthode 1 provient de fuites spectrales dans la transformée de Fourier. On a un phénomène de doublement de période à partir de la période de forçage 35 ka. Le

graphique (b) montre l'amplitude de réponse de S en fonction de la période de forçage, aussi calculée en utilisant les deux méthodes. Il y a une différence claire de comportement entre les deux régimes.

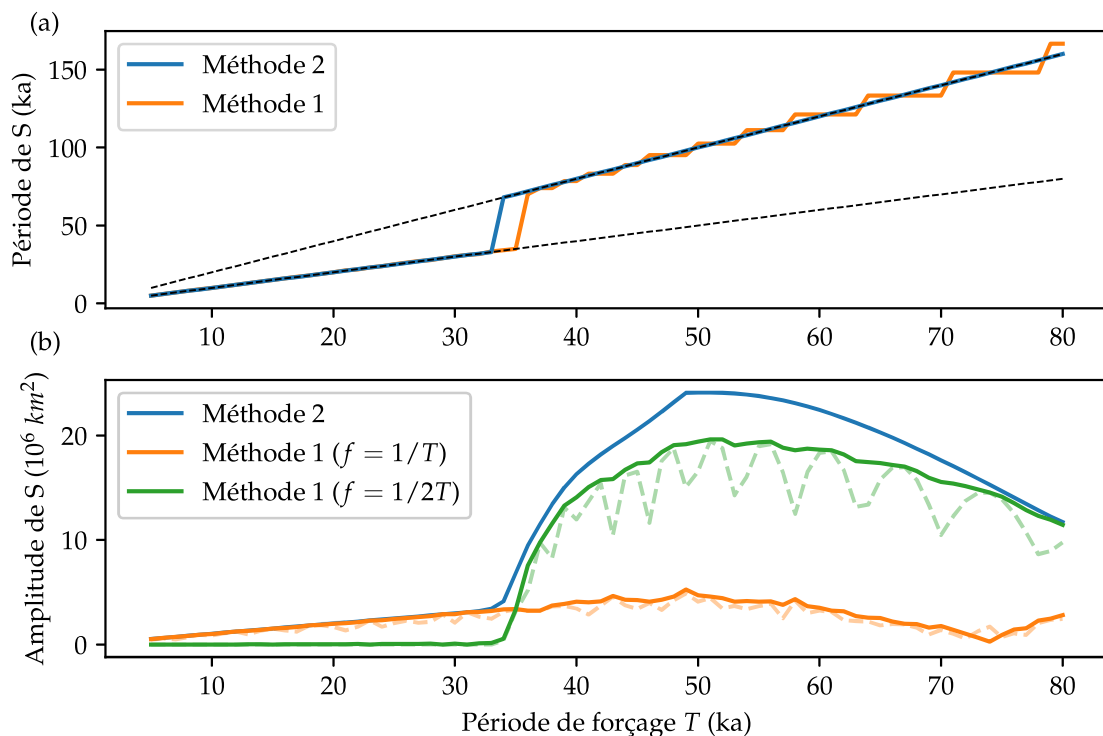


FIGURE 6.5 – Réponse de VCV forcé avec un sinus de période T et d'amplitude $\varepsilon = 0.11$. Paramètres standards. (a) Période de S calculée avec les méthodes 1 et 2. (b) Amplitude de S calculée avec la méthode 1. Les courbes oranges correspondent à l'amplitude du pic de fréquence $1/T$ dans le spectre d'amplitude de la réponse; les courbes vertes correspondent au pic de fréquence $1/2T$.

Pour les périodes de forçage $T < 35 ka$, l'amplitude reste faible et augmente de manière quasi linéaire avec T , en conséquence, nous parlerons dans la suite du régime linéaire.

Pour les périodes de forçage $T > 35 ka$, c'est-à-dire le régime de doublement de période, l'amplitude augmente rapidement puis décroît avec T . Les courbes verte et orange pointillées représentent la hauteur des pics respectivement de fréquence $1/2T$ et $1/T$ dans le spectre d'amplitude de Fourier de la réponse. Les oscillations sont la conséquence de fuites spectrales. Les courbes pleines verte et orange sont tracées avec une méthode qui corrige en partie la fuite spectrale (au lieu de considérer seulement les maximums des pics dans la DFT, on considère aussi les quelques points aux alentours, récupérant ainsi une partie de la puissance qui a "fuité"). En toute rigueur, la méthode 1 telle que décrite plus haut devrait nous donner uniquement le pic d'amplitude maximum, c'est-à-dire la courbe orange pour $T < 35 ka$ et la courbe verte pour $T > 35 ka$. Ici, nous avons représenté les deux pics pour mettre en avant le phénomène de doublement de période. Pour les périodes de forçage $T < 35 ka$, la réponse est essentiellement mono-fréquentielle. Pour $T > 35 ka$, la fréquence $1/2T$ domine, mais la fréquence $1/T$ ne disparaît pas, et d'autres fréquences qui ne sont pas représentées sur le graphique apparaissent.

La réponse s'éloigne d'une sinusoïdale pure et ceci explique pourquoi les courbes bleues et vertes sont différentes.

Ce qui nous intéresse ici pour comprendre le spectre de VCV, et a fortiori le spectre climatique, c'est la relation entre la période de réponse et l'amplitude de réponse. Verbitsky et Crucifix (2020) proposent de l'étudier à partir d'arguments venant de l'analyse dimensionnelle, spécifiquement le théorème π (Buckingham 1914). En substance, ce théorème nous dit que la physique ne peut dépendre du système d'unités utilisé : si une équation physique met en jeu n variables physiques dépendant de k unités fondamentales, alors il existe une équation équivalente mettant en jeu $n - k$ variables adimensionnelles construites à partir des variables originelles. En dynamique des fluides, c'est ce théorème qui se cache derrière les fameux nombres de Reynolds, Prandtl ou Péclet. Dans notre cas, nous pouvons écrire en toute généralité que la période de réponse P du système VCV dépend de l'amplitude du forçage ε , de la période du forçage T et de tous les paramètres de VCV :

$$P = v(\varepsilon, T, a, \kappa, c, \alpha, \beta, \gamma_2, \gamma_3, S_0) \quad (6.1)$$

Nous n'avons pas incluí le paramètre ζ car nous le prenons toujours égal à 1 et il équivaut donc à une constante. La période P pourrait aussi dépendre des conditions initiales mais nous savons par expérience que le modèle VCV oublie les conditions initiales après une période transitoire. Nous avons donc une équation mettant en jeu 11 quantités qui dépendent de 3 unités/dimensions fondamentales : une longueur (km), le temps (ka) et la température ($^{\circ}\text{C}$). Le théorème π nous dit que nous pouvons réduire le nombre de variables de cette équation (ici des paramètres) à 8. Cela ne nous avance pas beaucoup... C'est ici que rentre en jeu le nombre V . Rappelons-nous, ce nombre adimensionnel est formé à partir d'une combinaison de paramètres et représente le ratio entre les feedbacks positifs et négatifs du modèle VCV (voir section 3.1.1). Si nous admettons l'hypothèse qu'il détermine la dynamique du modèle VCV indépendamment des paramètres qui le composent, alors nous pouvons réécrire l'équation 6.1 ainsi

$$P = v(\varepsilon, T, a, V). \quad (6.2)$$

Appliqué à cette nouvelle équation, le théorème π est bien plus utile. Il nous dit qu'il existe une fonction Υ telle que

$$\frac{P}{T} = \Upsilon(V, \frac{\varepsilon}{a}). \quad (6.3)$$

Nous avons alors que $P = T \cdot \Upsilon(V, \varepsilon/a)$ et on retrouve la relation linéaire observée entre P et T sur la figure 6.5(a). En réalité, l'hypothèse que le nombre V détermine quasi à lui tout seul la dynamique du modèle est trop forte et en conséquence la fonction Υ peut dépendre de T . Par exemple, nous avons $\Upsilon(V = 0.75, \varepsilon/a = 0.11/0.065) = 1$ pour $T < 35 \text{ ka}$ et $\Upsilon(V = 0.75, \varepsilon/a = 0.11/0.065) = 2$ pour $T > 35 \text{ ka}$.

Nous pouvons appliquer les mêmes arguments à l'amplitude de la réponse. Elle dépend à priori de V, a, ε et de la période de réponse P :

$$A = \phi(V, a, \varepsilon, P). \quad (6.4)$$

Le théorème π nous prédit l'existence d'une fonction Φ telle que

$$\frac{A}{\varepsilon^2 P^2} = \Phi\left(V, \frac{\varepsilon}{a}\right). \quad (6.5)$$

Pour ε et a donnés, nous avons donc la relation $A \sim P^2$: l'amplitude de réponse de S doit être proportionnelle, si l'hypothèse 6.4 est vérifiée, à la période de la réponse au carré. Sur un spectre d'amplitude cela nous donne une pente -2, et sur un spectre de puissance une pente -4. Pour tester expérimentalement cette relation, nous pouvons combiner en un seul graphique les informations reprises dans la figure 6.5.

Dans la figure 6.6, nous avons tracé l'amplitude de réponse (de la variable S , toujours) en fonction de la période de réponse, et cela pour des forçages sinusoïdaux d'amplitude $\varepsilon = 0.11$ et de période T allant de 5 ka à 80 ka. Cette figure correspond à la courbe (1) de la figure 2 de l'article (Verbitsky et Crucifix 2020), c'est-à-dire celle pour laquelle le jeu de paramètres standards est utilisé (voir tableau 3.1). Une échelle logarithmique est utilisée pour faire ressortir les pentes, l'équation 6.5 prédisant une pente -2. Les auteurs utilisent les périodes de forçages 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40 et 50 ka, ce qui correspond aux périodes de réponses 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80 et 100 ka. A partir de ces 7 points, ils tracent la droite en rouge sur notre figure et concluent " [...] Nous pouvons voir que la pente pour l'amplitude de S est proche de $(-)2$ ($\beta_a = (-)1.8$) pour des périodes entre 30 et 100 ka. Cela signifie qu'on a une invariance d'échelle pour l'amplitude des variations de l'étendue de glaciation dans le domaine orbital". Dans ce travail, nous avons utilisé plus de points et souhaitons nuancer ces conclusions.

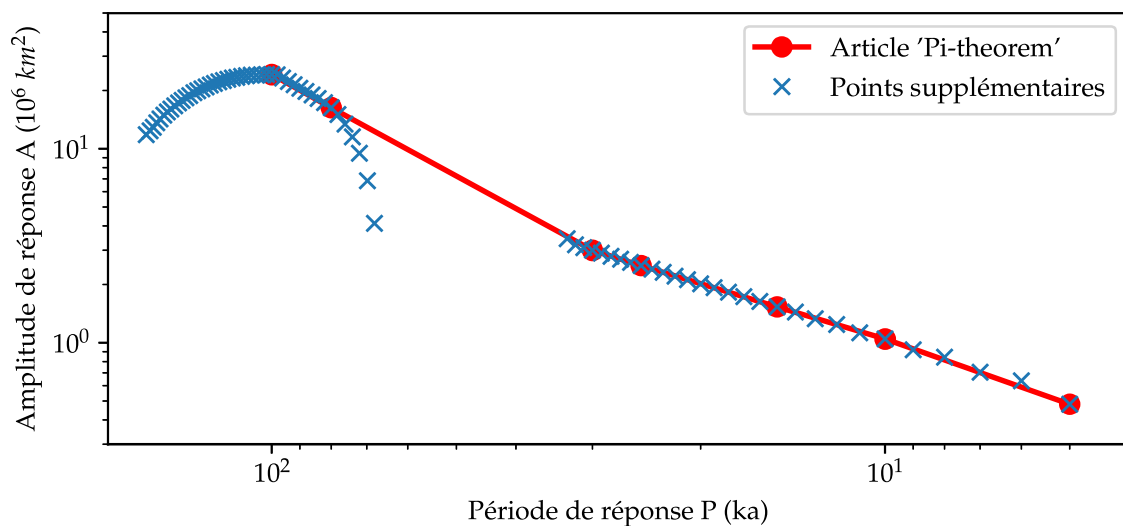


FIGURE 6.6 – Amplitude de la réponse de la variable S en fonction de sa période, pour des forçages sinusoïdaux d'amplitude $\varepsilon = 0.11$ et de période T entre 5 ka et 80 ka. En rouge : points utilisés et droite tracée dans l'article (Verbitsky et Crucifix 2020), figure 2(1). En bleu : points obtenus dans ce mémoire, un point par période de forçage entière entre 5 ka et 80 ka.

La première chose à observer c'est qu'il n'y pas de points pour les périodes entre 35 ka et 70 ka, cela s'explique par le phénomène de doublement de période.

Nous ne pouvons donc rien dire sur cet intervalle de valeurs. On ne peut pas non plus tirer de conclusions pour les périodes de forçage $T > 64 ka$ (période de réponse $P > 128 ka$). En effet, pour ces périodes, le système explose si nous n'ajoutons pas artificiellement un minimum autorisé pour la variable S dans le modèle numérique (voir section 3.1.1). Or l'équation 6.1 est purement théorique et ne tient pas compte de cet ajout.

Pour les périodes de réponse $70 ka < P < 128 ka$, l'existence d'une pente -2 ou proche de -2 ne saute pas aux yeux. La forte croissance d'amplitude entre les périodes $P = 70 ka$ et $P = 80 ka$ peut s'expliquer par le passage d'un régime à l'autre. Dans cette zone, les composantes de fréquences $1/T$ et $1/2T$ de la réponse sont d'amplitudes comparables (voir figure 6.5(a)). Or les équations 6.3 et 6.5 ne sont valables que pour une réponse mono-fréquentielle à un forçage mono-fréquentiel. Leurs prédictions ne sont donc pas valides lors de la transition entre les deux régimes. Pour les périodes de réponse entre $P = 80 ka$ et $P = 100 ka$, nous pouvons faire l'hypothèse que la composante de fréquence $f = 1/T$ est négligeable devant celle de fréquence $1/2T = 1/P$ dans le signal de réponse. Dans ce cas, les équations 6.3 et 6.5 s'appliquent et on observe en effet une pente -2. Pour les périodes de réponse entre $P = 100 ka$ et $P = 128 ka$, la relation d'échelle (la pente -2) ne tient plus. Ce n'est pas très clair pourquoi. L'importance relative de la composante de fréquence $f = 1/2T = 1/P$ dans la réponse par rapport à la composante $f = 1/T$ ne semble pas bien différente de ce qu'on observe pour les périodes $80 ka < P < 100 ka$ où la relation d'échelle s'applique.

Pour le régime linéaire ($10 ka < P < 35 ka$), nous observons bien une pente mais de coefficient -1, et non -2. C'est surprenant considérant le fait que dans ce régime, la réponse est essentiellement mono-fréquentielle (voir figure 6.5). Les conditions de validité de l'équation 6.5 sont donc vérifiées, bien mieux que pour les périodes $80 ka < P < 100 ka$ d'ailleurs. Cette pente -1 a été la source de nombreuses discussions avec les auteurs. Il s'avère qu'en relaxant un peu l'hypothèse selon laquelle le nombre V détermine à lui seul une bonne partie de la dynamique, nous pouvons modifier les arguments présentés ci-dessus pour expliquer, si pas le coefficient -1, au moins la rupture avec la pente -2. Nous présentons un argument différent mais complémentaire ci-dessous.

Dans le régime linéaire, ici pour $\varepsilon = 0.11$ et $T < 35 ka$, le système évolue proche de l'équilibre ($\langle s \rangle$, $\langle \theta \rangle$, $\langle \omega \rangle$). L'équation pour la variable S du modèle VCV, donnée par

$$\frac{dS}{dt} = \frac{4}{5} \zeta^{-1} S^{3/4} (a - \varepsilon \sin(2\pi t/T) - \kappa \omega - c\theta), \quad (6.6)$$

peut se réécrire en utilisant la relation $a - \kappa \langle \omega \rangle - c \langle \theta \rangle = 0$ (éq 3.5) comme

$$\frac{dS}{dt} \approx \frac{4}{5} \zeta^{-1} S^{3/4} (-\varepsilon \sin(2\pi t/T) - \kappa(\omega - \langle \omega \rangle) - c(\theta - \langle \theta \rangle)). \quad (6.7)$$

Nous analysons maintenant les ordres de grandeurs des termes de cette équation avec les paramètres standards. L'expérience nous montre que pour T suffisamment petit, nous avons $\theta - \langle \theta \rangle \sim 10^{-1}$ et $\omega - \langle \omega \rangle \sim 1$. Multipliés respectivement par $c = 0.042$ et $k = 0.005$, ces termes sont d'ordre 10^{-2} et donc négligeables en première approximation devant le forçage d'amplitude $\varepsilon = 0.11$. Nous obtenons alors l'équation (avec $\zeta = 1$)

$$\frac{dS}{dt} \approx -\frac{4}{5} S^{3/4} \varepsilon \sin(2\pi t/T) \quad (6.8)$$

que nous pouvons résoudre analytiquement. La solution est donnée par

$$S(t) = \left(\frac{\varepsilon T}{10\pi} \cos(2\pi t/T) + q \right)^4, \quad (6.9)$$

avec q une constante d'intégration. Nous retrouvons déjà que la période de réponse P est égale à la période de forçage T . Nous savons par expérience que peu importe la condition initiale, le système va finir par osciller proche de son équilibre (pour les valeurs de paramètres choisies ici), éventuellement après un régime transitoire. Nous choisissons donc $q = \langle S \rangle^{1/4}$ de sorte que S oscille autour de $\langle S \rangle$. L'amplitude des oscillations est alors donnée par

$$A(\varepsilon, T) = \frac{\left(\frac{\varepsilon T}{10\pi} + \langle S \rangle^{1/4} \right)^4 - \left(\langle S \rangle^{1/4} - \frac{\varepsilon T}{10\pi} \right)^4}{2} \quad (6.10)$$

$$= 4 \langle S \rangle^{1/4} \left(\frac{\varepsilon T}{10\pi} \right)^3 + 4 \frac{\varepsilon T}{10\pi} \langle S \rangle^{3/4} \quad (6.11)$$

$$\approx 4 \frac{\varepsilon T}{10\pi} \langle S \rangle^{3/4}, \quad (6.12)$$

où nous avons négligé le premier terme dans l'équation 6.11 car $\varepsilon T/10\pi \sim 10^{-1}$ est un ordre de grandeur plus petit que $\langle S \rangle^{1/4} \sim 2$. Dans le régime linéaire, l'amplitude de la réponse est en première approximation proportionnelle à l'amplitude du forçage, elle même égale à la période de réponse. Le coefficient de proportionnalité est donné par $\lambda = 4 \frac{\varepsilon}{10\pi} \langle S \rangle^{3/4}$. La figure 6.7 montre une comparaison entre l'amplitude réellement calculée et l'amplitude obtenue par l'approximation 6.12. Cette dernière semble tenir la route, l'erreur relative ne dépasse pas les 10% pour $T < 34$ ka.

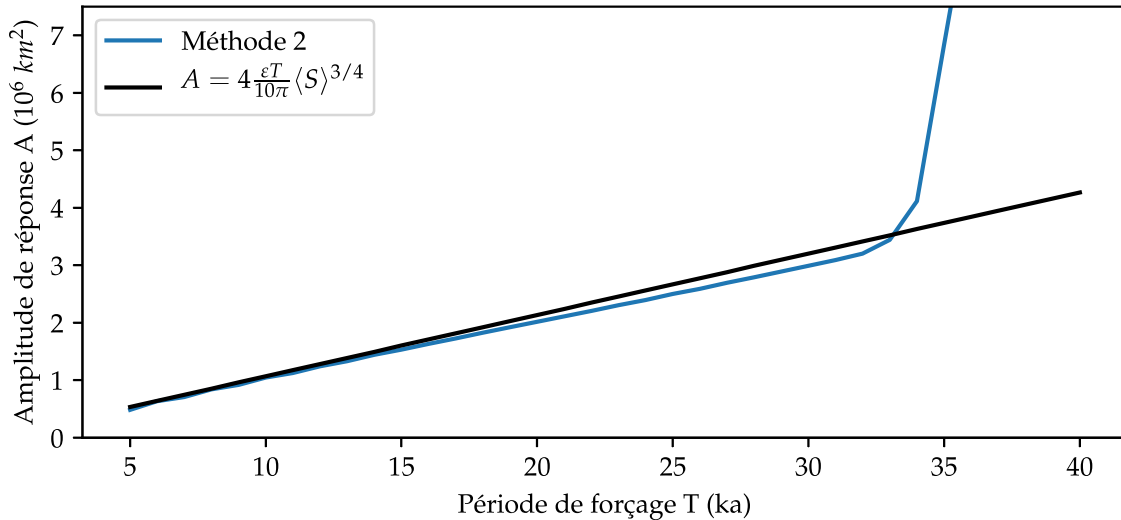


FIGURE 6.7 – Amplitude de S en réponse à un forçage sinusoïdal d'amplitude $\varepsilon = 0.11$ et de période T . Paramètres standards. En bleu : amplitude calculée avec la méthode 2. En noir : amplitude approximée avec l'équation 6.12.

Il est important de garder à l'esprit que la figure 6.6 représente en fait les résultats d'une série d'expériences indépendantes, or le spectre climatique résulte

d'une "expérience" unique. On ne peut donc pas les comparer directement. Dans la réalité, tous les forçages agissent simultanément et ne sont pas toujours harmoniques. En outre, en forçant le système VCV avec un seul sinus à la fois, et à cause du phénomène de doublement de période, on n'arrive pas à "propager de l'énergie" dans certaines parties du spectre. Cela nous conduit à inspecter les conséquences d'un forçage sinusoïdal multi-fréquentiel.

La figure 6.8 montre la réponse de VCV au forçage multi-fréquentiel

$$F_{\text{total}}(t) = \sum_{T=3ka}^{9ka} \varepsilon \sin(2\pi t/T). \quad (6.13)$$

Elle correspond à la figure 1(d) de l'article (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2019). Nous observons à nouveau deux pentes distinctes sur le spectre d'amplitude (graphique (b)). Nous avons une pente -1 dans le domaine millénaire et une pente -2 dans le domaine orbital. Sur un spectre de puissance, cela correspond respectivement à des pentes -2 et -4. C'est assez surprenant que cela soit en accord avec les prédictions données par les arguments d'échelle présentés ci-dessus (et leurs modifications pour la pente -1). En effet, ces derniers ont été formulés pour des forçages mono-fréquentiels, et une déviation des pentes prédites est en théorie tout à fait possible dans le cas d'un forçage multi-sinusoïdal (Verbitsky et Crucifix 2020). Notons aussi que dans (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2019), une régression linéaire est utilisée pour faire passer des droites sur le spectre. Des droites -2 passant par le fond spectral sont alors obtenues tant dans le domaine millénaire que le domaine orbital. Nous avons vu dans la section 3.3 que cette méthode génère des pentes -2 artificiellement. Étant donné que les relations d'échelle étudiées ici sont formulées pour des modes de variabilité discrets et non pour un processus qui générerait un fond spectral continu, nous pensons qu'il est préférable et plus adéquat de faire passer les droites par les pics spectraux, et ce malgré d'éventuelles imprécisions dues à la fuite spectrale.

Les pics d'amplitudes présents dans le domaine orbital et marqués par les lignes verticales grises sur le graphique (b) correspondent aux périodes 72 ka, 56 ka, 42 ka, et 30 ka. Ils sont le résultat de la démodulation par VCV de battements produits par les forçages de fréquences proches. Par exemple, le pic à 72 ka est le résultat de la démodulation du battement produit par les forçages de fréquence 8 ka et 9ka ($1/72=1/8-1/9$). Ce phénomène s'explique ainsi : la somme de deux signaux de fréquences proche f_1 et f_2 va produire un signal de fréquence $(f_1 + f_2)/2$ modulé en amplitude par un signal de fréquence plus faible $(f_1 - f_2)/2$:

$$\sin(2\pi f_1) + \sin(2\pi f_2) = 2 \sin\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2}\right) \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2}\right) \quad (6.14)$$

Dans l'équation de S du modèle VCV (éq 3.1), le forçage est multiplicatif et cela crée une asymétrie : l'effet d'une anomalie négative n'est pas exactement contrebalancé par une anomalie positive. Cette asymétrie est responsable de la démodulation du battement. Des phénomènes similaires sont suspectés d'être à l'origine de pics spectraux importants aux fréquences d'excentricité dans différents proxys climatiques de la période de transition Oligocène-Miocène (-23 Ma) (Zachos 2001). Cela peut s'expliquer par la démodulation du signal de précession. En effet il y a aussi une asymétrie présente dans la nature : on fond plus vite qu'on

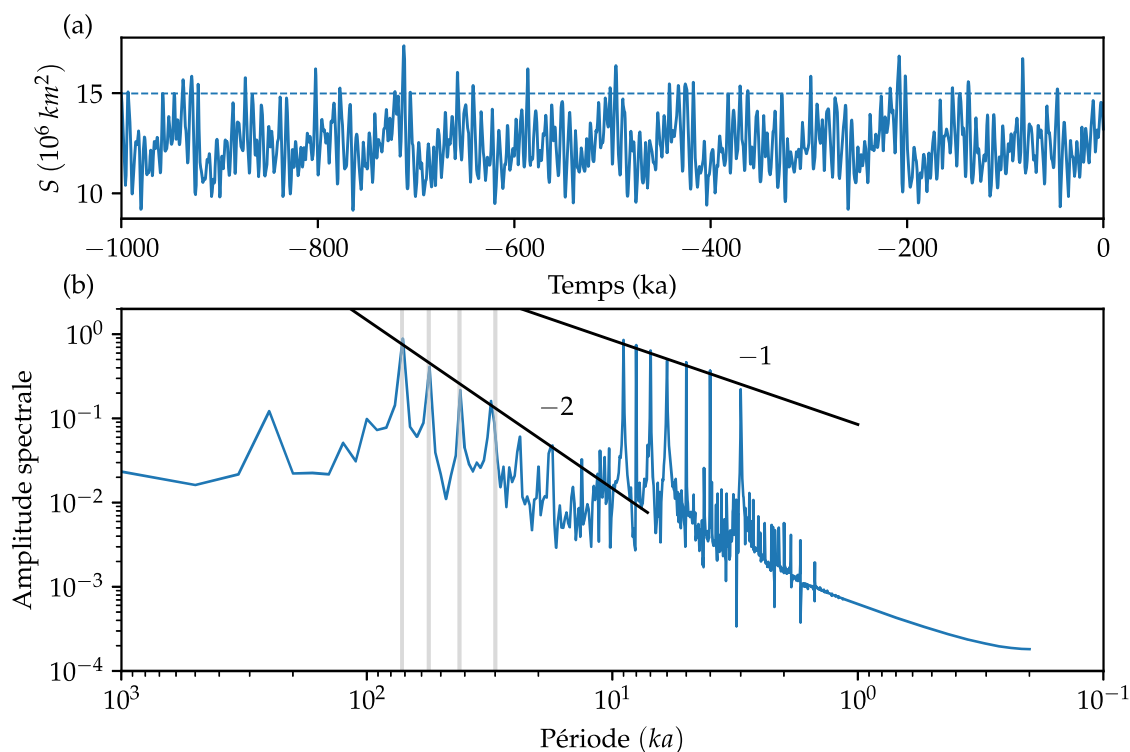


FIGURE 6.8 – Réponse de la variable S de VCV à un forçage multi-sinusoidal. (a) Variable S . (b) Spectre d’amplitude. Les 4 lignes verticales grises correspondent aux périodes 72 ka, 56 ka, 42 ka et 30 ka.

accumule. Ainsi pour la croissance des calottes glaciaires, ce n’est pas tant la température en hiver qui importe, il fait de toute façon suffisamment froid, mais bien la température en été qui est critique. L’amplitude du signal de précession est modulée par l’excentricité : pour une excentricité faible, l’amplitude du signal de précession est faible et les différences entre saisons sont moins marquées (voir section 2.1.1). Il fait alors peut être moins froid en hiver, mais il fait surtout moins chaud en été, et les calottes glaciaires peuvent croître tranquillement, laissant leur signature et celle de l’excentricité dans les différents proxys.

Résumons les résultats obtenus. Les arguments d’échelle ont leurs limites. La réconciliation des relations prédites (éq 6.3 et 6.5) avec les simulations effectuées a pu ressembler par moments à du bricolage. Finalement, cela n’a rien de surprenant. Les arguments avancés se basent sur l’hypothèse selon laquelle le nombre V détermine à lui seul (avec le paramètre a et ceux liés au forçage) la dynamique de VCV, et cette hypothèse est évidemment trop simplificatrice. Les arguments d’échelle n’en sont pas moins intéressants. D’ailleurs, si la figure 6.6 donne l’impression que leurs prédictions ne sont valables que pour une toute petite plage de valeurs, il ne faut pas oublier que l’échelle logarithmique utilisée est trompeuse. Le pente -2 entre les périodes de réponse $P = 80$ ka et $P = 100$ ka s’étale en réalité sur une plage de valeurs quasi aussi importante que la pente -1 du régime linéaire (5 ka $< P < 30$ ka). En outre, lorsque nous utilisons un forçage multi-sinusoidal, nous retrouvons les pentes -2 et -1 alors qu’une déviation est théoriquement possible. L’approche suivie ici et dans les articles (Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2018; Verbitsky, Crucifix et Volobuev 2019; Verbitsky et Crucifix 2020) peut se résumer

ainsi : on capture la dynamique d'un modèle avec un nombre adimensionnel pour réduire le nombre de paramètres, et cela nous permet d'utiliser le théorème π pour établir des lois d'échelle entre l'amplitude et la période de réponse de ce modèle à des forçages. Cette approche a l'avantage d'être générale et peut s'appliquer à des modèles plus complexes, d'où son intérêt. Il faut cependant garder à l'esprit les hypothèses simplificatrices sur laquelle elle se base, faute de mieux, et ne pas lui demander plus que ce qu'elle propose. Son but est de nous guider dans la compréhension générale de la dynamique du système, pas de nous donner des prédictions robustes.

Chapitre 7

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était d'étudier comment la variabilité millénaire impacte la dynamique et le timing des âges glaciaires. Nous voulions comprendre comment les hautes fréquences se propagent dans les basses fréquences du spectre avec l'espoir d'expliquer certains mécanismes à l'origine du continuum de variabilité observé et de la relation d'échelle qu'il respecte. Pour répondre à cet objectif, nous avons choisi une approche déterministe. Nous avons utilisé des modèles dynamiques, principalement le modèle VCV qui représente la dynamique des âges glaciaires.

Pour simuler la variabilité millénaire, notre premier choix s'est porté sur le modèle BGR des cycles de Dansgaard-Oeschger. Le couplage VCV-BGR nous a permis de reproduire l'influence de la dynamique glaciaire de fond (température, volume de glace) sur les événements D-O et leur fréquence. Cependant, nous n'avons pas pu étudier l'impact des événements D-O sur la dynamique glaciaire. Nous avons alors choisi un modèle plus simple, plus conceptuel, pour représenter la variabilité millénaire : un oscillateur de van der Pol. Malgré le compromis fait sur la phénoménologie, nous n'avons pas obtenu plus de résultats probants pour l'étude du spectre. Pour le couplage VCV-BGR comme pour le couplage VCV-VDP, le forçage millénaire introduit n'a quasiment aucun impact quand il est intégré sur de courtes oscillations, mais pèse de tout son poids quand il est intégré sur les périodes interglaciaires (et glaciaires pour le modèle VCV-VDP).

Peut-être avons nous été trop gourmands, trop optimistes, en voulant un modèle dynamique simple capable de simuler aussi bien les âges glaciaires que les événements D-O, et qui reproduit de manière acceptable le spectre climatique observé pour la période du Quaternaire. Nous avons dès lors décidé d'abandonner toute considération phénoménologique pour la variabilité millénaire et avons choisi d'étudier la réponse du modèle VCV à des forçages purement sinusoïdaux. Cela nous a conduit à plusieurs observations.

D'abord, un forçage haute fréquence et d'amplitude suffisamment grande peut arrêter la dynamique des cycles glaciaires-interglaciaires, c'est le phénomène d'"hijacking". Dans ce cas, la variabilité millénaire impacte la dynamique glaciaire mais il n'y a pas de propagation proprement dite d'énergie des hautes fréquences vers les basses fréquences.

Ensuite, nous avons mis en évidence deux régimes de réponse bien distincts. Pour des forçages sinusoïdaux de faible amplitude et de petite période (haute fréquence), la période de réponse est égale à la période de forçage et l'amplitude

augmente de manière quasi linéaire avec la période de forçage. Pour des forçages sinusoïdaux de période et d'amplitude plus grandes, il y a un phénomène de doublement de période. La période de réponse est le double de celle du forçage et l'amplitude est amplifiée de manière non-linéaire quand la période du forçage augmente. Nous avons pu expliquer le régime linéaire analytiquement en exploitant le fait que le système évoluait proche de son point d'équilibre pour faire des approximations.

Pour le régime de doublement de période, la dynamique s'éloigne trop de l'équilibre et la résolution analytique des équations n'est plus possible, même de manière approximative. Nous devons donc avoir recours à d'autres méthodes. Une approche proposée par Verbitsky et Crucifix (2020) est d'utiliser le théorème π , la pierre angulaire de l'analyse dimensionnelle. Son utilisation est intéressante seulement si nous réduisons le nombre de paramètres effectifs. On construit alors le nombre adimensionnel V et on fait l'hypothèse qu'il détermine la dynamique du modèle VCV indépendamment de la valeur individuelle de chaque paramètre qui le compose. Cette hypothèse est manifestement trop forte et la relation d'échelle prédite par le théorème π n'est vérifiée que dans une plage réduite de valeurs.

Finalement, nous avons observé que le phénomène de battements permet la création de variabilité basse fréquence à partir de forçages hautes fréquences. C'est une piste encourageante pour la propagation de hautes fréquences vers les basses fréquences mais il faut bien reconnaître que l'amplitude des modes basses fréquences ainsi créés est beaucoup moins importante que la réponse "directe" dans les hautes fréquences ; si nous rajoutions le forçage solaire, ils ne seraient quasiment pas visibles dans le spectre.

En conclusion, il semble bien difficile de propager efficacement des signaux hautes fréquences vers les basses fréquences du spectre avec le modèle VCV. On n'observe pas de cascades d'énergie entre les différentes échelles, comme par exemple dans les phénomènes de turbulence. Habituellement, des interactions non-linéaires telles que celles prises en compte dans le modèle VCV permettent de transférer de l'énergie entre les différents modes et peuvent donner naissance à des relations d'échelle. En marge des résultats publiés dans ce mémoire, il nous est également apparu qu'une version linéarisée de VCV (autour de son point d'équilibre) permet de reproduire une bonne partie des phénomènes décrits ici, y compris les battements et le doublement de période. Cela ouvre des perspectives, un système linéaire étant plus facilement accessible avec des méthodes analytiques. Ici toutefois, le forçage multiplicatif complique l'analyse car il rend le système non-autonome. Par ailleurs, le fait qu'on obtienne une dynamique similaire avec le modèle VCV non-linéaire et sa version linéarisée suggère que la plupart des phénomènes attribués aux non-linéarités semblent plutôt être le résultat du forçage multiplicatif. Ce dernier peut être vu comme une non-linéarité si on le considère comme une variable à part entière. La distinction entre le rôle des non-linéarités et du forçage multiplicatif mérite donc un éclaircissement dans le futur.

Annexe A

Matériel supplémentaire

Les codes Python utilisés pour étudier les modèles présentés dans ce mémoire, ainsi que les différents jeux de données utilisés, sont disponibles dans le fichier en annexe.

Bibliographie

- ALVAREZ-SOLAS, J. et al. (2010). "Links between ocean temperature and iceberg discharge during Heinrich events". In : *Nature Geoscience* 3.2, p. 122-126. DOI : 10.1038/ngeo752.
- BERGER, A. et M. LOUTRE (1991). "Insolation values for the climate of the last 10 million years". In : *Quaternary Science Reviews* 10.4, p. 297-317. DOI : 10.1016/0277-3791(91)90033-Q.
- BOERS, N., M. GHIL et D.-D. ROUSSEAU (2018). "Ocean circulation, ice shelf, and sea ice interactions explain Dansgaard-Oeschger cycles". In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 115.47, E11005-E11014. DOI : 10.1073/pnas.1802573115.
- BOND, G. C. et al. (2012). (Table S2) *Lithic grains in MIS4-2 of DSDP Site 94-609, large fraction*. Publication Title : In supplement to : Obrochta, Stephen P; Miyahara, Hiroko; Yokoyama, Yusuke; Crowley, Thomas J (2012) : A re-examination of evidence for the North Atlantic "1500-year cycle" at Site 609. *Quaternary Science Reviews*, 55, 23-33, <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2012.08.008>. DOI : 10.1594/PANGAEA.834690.
- BUCKINGHAM, E. (1914). "On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations". In : *Physical Review* 4.4. Publisher : American Physical Society, p. 345-376. DOI : 10.1103/PhysRev.4.345.
- BURKE, K. D. et al. (2018). "Pliocene and Eocene provide best analogs for near-future climates". In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 115.52, p. 13288-13293. DOI : 10.1073/pnas.1809600115.
- CRUCIFIX, M. (2012). "Oscillators and relaxation phenomena in Pleistocene climate theory". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 370.1962, p. 1140-1165. DOI : 10.1098/rsta.2011.0315.
- CRUCIFIX, M., G. LENOIR et T. MITSUI (2017). "Challenges for Ice Age Dynamics : A Dynamical Systems Perspective". In : *Nonlinear and Stochastic Climate Dynamics*. Sous la dir. de C. L. E. FRANZKE et T. J. OKANE. Cambridge : Cambridge University Press, p. 1-32. DOI : 10.1017/9781316339251.002.
- DE SAEDELEER, B., M. CRUCIFIX et S. WIECZOREK (2013). "Is the astronomical forcing a reliable and unique pacemaker for climate? A conceptual model study". In : *Climate Dynamics* 40.1, p. 273-294. DOI : 10.1007/s00382-012-1316-1.

- DESCHAMPS, P. et al. (2012). "Ice-sheet collapse and sea-level rise at the Bølling warming 14,600 years ago". In : *Nature* 483.7391, p. 559-564. DOI : 10.1038/nature10902.
- DITLEVSEN, P., T. MITSUI et M. CRUCIFIX (2020). "Crossover and peaks in the Pleistocene climate spectrum ; understanding from simple ice age models". In : *Climate Dynamics* 54.3, p. 1801-1818. DOI : 10.1007/s00382-019-05087-3.
- FLETCHER, W. J. et al. (2010). "Millennial-scale variability during the last glacial in vegetation records from Europe". In : *Vegetation Response to Millennial-scale Variability during the Last Glacial* 29.21, p. 2839-2864. DOI : 10.1016/j.quascirev.2009.11.015.
- GHIL, M. (2002). "Advanced spectral methods for climatic time series". In : *Reviews of Geophysics* 40.1, p. 1003. DOI : 10.1029/2000RG000092.
- GRANT, K. M. et al. (2014). "Sea-level variability over five glacial cycles". In : *Nature Communications* 5.1, p. 5076. DOI : 10.1038/ncomms6076.
- GREGOIRE, L. J. et al. (2016). "Abrupt Bølling warming and ice saddle collapse contributions to the Meltwater Pulse 1a rapid sea level rise : North American MWP1a Contribution". In : *Geophysical Research Letters* 43.17, p. 9130-9137. DOI : 10.1002/2016GL070356.
- HASSELMANN, K. (1976). "Stochastic climate models Part I. Theory". In : *Tellus* 28.6, p. 473-485. DOI : 10.1111/j.2153-3490.1976.tb00696.x.
- HAYS, J. D., J. IMBRIE et N. J. SHACKLETON (1976). "Variations in the Earth's Orbit : Pacemaker of the Ice Ages". In : 194, p. 12.
- HEINRICH, H. (1988). "Origin and Consequences of Cyclic Ice Rafting in the Northeast Atlantic Ocean During the Past 130,000 Years". In : *Quaternary Research* 29.2, p. 142-152. DOI : 10.1016/0033-5894(88)90057-9.
- HEMMING, S. R. (2004). "Heinrich events : Massive late Pleistocene detritus layers of the North Atlantic and their global climate imprint". In : *Reviews of Geophysics* 42.1, RG1005. DOI : 10.1029/2003RG000128.
- HENRY, L. G. et al. (2016). "North Atlantic ocean circulation and abrupt climate change during the last glaciation". In : *Science* 353.6298, p. 470-474. DOI : 10.1126/science.aaf5529.
- HOFFMAN, P. F. (1998). "A Neoproterozoic Snowball Earth". In : *Science* 281.5381, p. 1342-1346. DOI : 10.1126/science.281.5381.1342.
- HUYBERS, P. et W. CURRY (2006). "Links between annual, Milankovitch and continuum temperature variability". In : *Nature* 441.7091, p. 329-332. DOI : 10.1038/nature04745.
- JACKSON, L. C. et al. (2015). "Global and European climate impacts of a slowdown of the AMOC in a high resolution GCM". In : *Climate Dynamics* 45.11, p. 3299-3316. DOI : 10.1007/s00382-015-2540-2.
- JOUZEL, J. et V. MASSON-DELMOTTE (2007). *EPICA Dome C Ice Core 800Kyr deuterium data and temperature estimates*. Publication Title : Supplement to : Jouzel,

- Jean; Masson-Delmotte, Valerie; Cattani, Olivier; Dreyfus, Gabrielle; Falourd, Sonia; Hoffmann, G; Minster, B; Nouet, J; Barnola, Jean-Marc; Chappellaz, Jrme A; Fischer, Hubertus; Gallet, J C; Johnsen, Sigfus J; Leuenberger, Markus C; Loulergue, Laetitia; Luethi, D; Oerter, Hans; Parrenin, Frdric; Raisbeck, Grant M; Raynaud, Dominique; Schilt, Adrian; Schwander, Jakob; Selmo, Enrico; Souchez, Roland; Spahni, Renato; Stauffer, Bernhard; Steffensen, Jrgen Peder; Stenni, Barbara; Stocker, Thomas F; Tison, Jean-Louis; Werner, Martin; Wolff, Eric W (2007) : Orbital and millennial Antarctic climate variability over the past 800,000 years. *Science*, 317(5839), 793-797, <https://doi.org/10.1126/science.1141038>. DOI : 10.1594/PANGAEA.683655.
- LAMBECK, K. et al. (2014). "Sea level and global ice volumes from the Last Glacial Maximum to the Holocene". In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111.43, p. 15296-15303. DOI : 10.1073/pnas.1411762111.
- LISIECKI, L. E. et M. E. RAYMO (2005). "A Pliocene-Pleistocene stack of 57 globally distributed benthic ¹⁸O records : PLIOCENE-PLEISTOCENE BENTHIC STACK". In : *Paleoceanography* 20.1, n/a-n/a. DOI : 10.1029/2004PA001071.
- LOVEJOY, S. (2015). "A voyage through scales, a missing quadrillion and why the climate is not what you expect". In : *Climate Dynamics* 44.11, p. 3187-3210. DOI : 10.1007/s00382-014-2324-0.
- LYNCH-STIEGLITZ, J. (2017). "The Atlantic Meridional Overturning Circulation and Abrupt Climate Change". In : *Annual Review of Marine Science* 9.1, p. 83-104. DOI : 10.1146/annurev-marine-010816-060415.
- MILANKOVITCH, M. M. (1941). "Canon of insolation and the iceage problem". In : *Koniglich Serbische Akademice Beograd Special Publication* 132. Publisher : U. S. Dept. of Commerce and National Science Foundation.
- MITCHELL, J. M. (1976). "An Overview of Climatic Variability and its Causal Mechanisms". In : *Quaternary Research* 6.4, p. 481-493. DOI : 10.1016/0033-5894(76)90021-1.
- MITSUI, T. et M. CRUCIFIX (2017). "Influence of external forcings on abrupt millennial-scale climate changes : a statistical modelling study". In : *Climate Dynamics* 48.7, p. 2729-2749. DOI : 10.1007/s00382-016-3235-z.
- NORTH GREENLAND ICE CORE PROJECT MEMBERS (2007). *50 year means of oxygen isotope data from ice core NGRIP*. Publication Title : Supplement to : North Greenland Ice Core Project Members (2004) : High-resolution record of Northern Hemisphere climate extending into the last interglacial period. *Nature*, 431, 147-151, <https://doi.org/10.1038/nature02805>. DOI : 10.1594/PANGAEA.586886.
- PELTIER, W. R. et G. VETTORETTI (2014). "Dansgaard-Oeschger oscillations predicted in a comprehensive model of glacial climate : A "kicked" salt oscillator in the Atlantic : Dansgaard-Oeschger Oscillations". In : *Geophysical Research Letters* 41.20, p. 7306-7313. DOI : 10.1002/2014GL061413.

- PETERSEN, S. V., D. P. SCHRAG et P. U. CLARK (2013). "A new mechanism for Dansgaard-Oeschger cycles : NEW MECHANISM FOR DO CYCLES". In : *Paleoceanography* 28.1, p. 24-30. DOI : 10.1029/2012PA002364.
- RAHMSTORF, S. (1997). "Risk of sea-change in the Atlantic". In : *Nature* 388.6645, p. 825-826. DOI : 10.1038/42127.
- RAHMSTORF, S. et al. (2005). "Thermohaline circulation hysteresis : A model intercomparison". In : *Geophysical Research Letters* 32.23, p. L23605. DOI : 10.1029/2005GL023655.
- RAVELO, A. C. et C. HILLAIRE-MARCEL (2007). "Chapter Eighteen The Use of Oxygen and Carbon Isotopes of Foraminifera in Paleoceanography". In : *Developments in Marine Geology*. T. 1. Elsevier, p. 735-764. DOI : 10.1016/S1572-5480(07)01023-8.
- SALTZMAN, B. (1990). "Three basic problems of paleoclimatic modeling : a personal perspective and review". In : *Climate Dynamics* 5.2, p. 67-78. DOI : 10.1007/BF00207422.
- STOCKER, T. F. et al. (2013). "Climate change 2013 : The physical science basis". In : *Contribution of working group I to the fifth assessment report of the intergovernmental panel on climate change* 1535. Publisher : Cambridge university press Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
- STOMMEL, H. (1961). "Thermohaline Convection with Two Stable Regimes of Flow". In : *Tellus* 13.2, p. 224-230. DOI : 10.1111/j.2153-3490.1961.tb00079.x.
- STROGATZ, S. H. (2015). *Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Second edition. OCLC : ocn842877119. Boulder, CO : Westview Press, a member of the Perseus Books Group. 513 p.
- VERBITSKY, M. Y. et M. CRUCIFIX (2020). "A theorem generalization of the ice-age theory". In : *Earth System Dynamics* 11.1, p. 281-289. DOI : 10.5194/esd-11-281-2020.
- VERBITSKY, M. Y., M. CRUCIFIX et D. M. VOLOBUEV (2018). "A theory of Pleistocene glacial rhythmicity". In : *Earth System Dynamics* 9.3, p. 1025-1043. DOI : 10.5194/esd-9-1025-2018.
- (2019). "ESD Ideas : Propagation of high-frequency forcing to ice age dynamics". In : *Earth System Dynamics* 10.2, p. 257-260. DOI : 10.5194/esd-10-257-2019.
- WAIS DIVIDE PROJECT MEMBERS (2015). "Precise inter-polar phasing of abrupt climate change during the last ice age". In : *Nature* 520.7549, p. 661-665. DOI : 10.1038/nature14401.
- WINTON, M. (1993). "Deep Decoupling Oscillations of the Oceanic Thermohaline Circulation". In : *Ice in the Climate System*. Sous la dir. de W. R. PELTIER. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, p. 417-432.

ZACHOS, J. C. (2001). "Climate Response to Orbital Forcing Across the Oligocene-Miocene Boundary". In : *Science* 292.5515, p. 274-278. DOI: 10.1126/science.1058288.

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN

Faculté des sciences

Place des sciences, 2 bte L6.06.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/sc