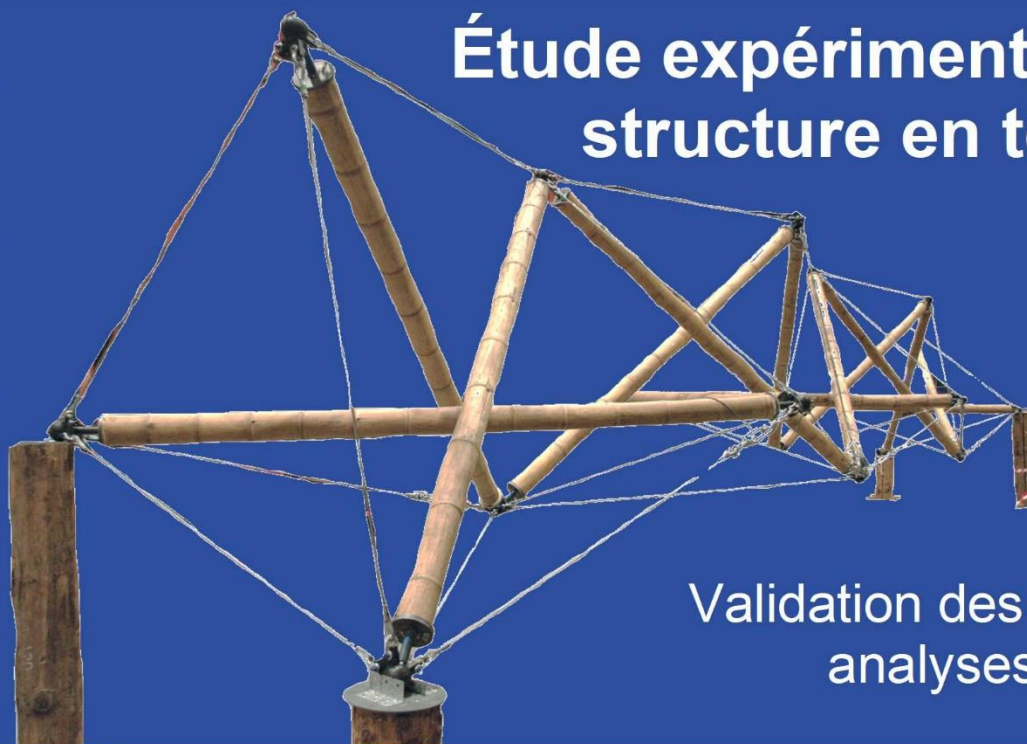


École polytechnique de Louvain

**Faculté d'architecture, d'ingénierie
architecturale, d'urbanisme**

Étude expérimentale d'une structure en tenségrité



**Validation des résultats par
analyses numériques**

Auteurs : Théo HOURIEZ, Violette LABROUCHE

Promoteur : Pierre LATTEUR

Lecteurs : Catherine DONEUX, Jonas FERON, David VANDERBURGH

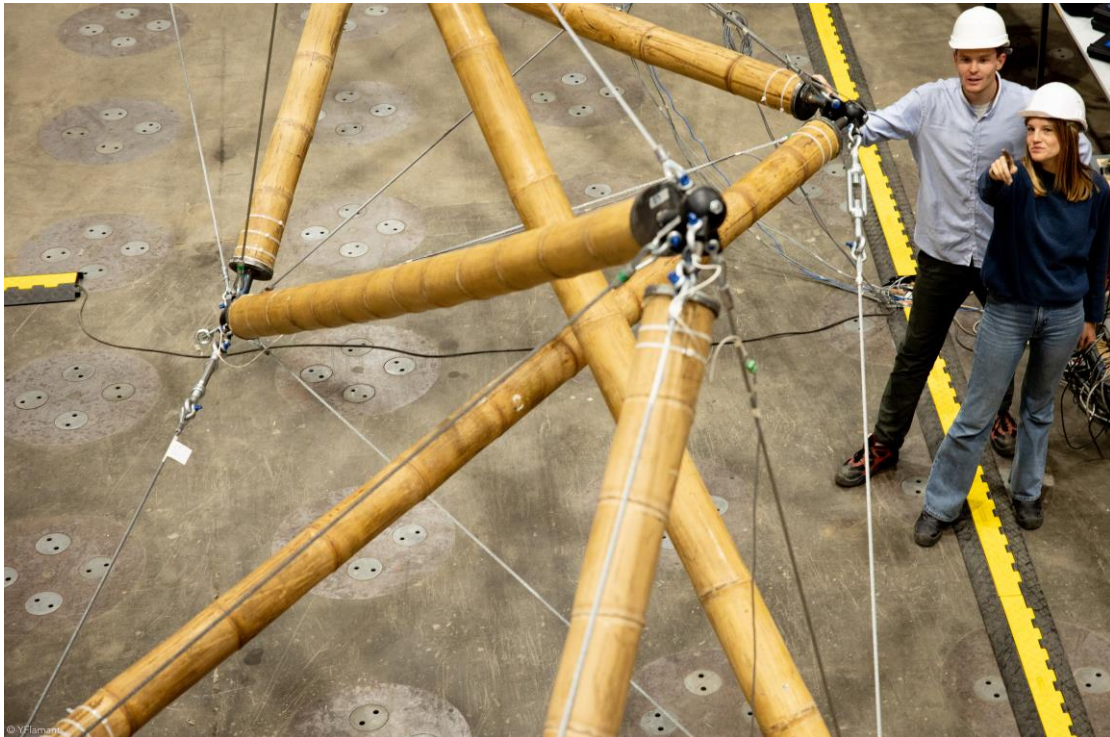
Année académique 2022–2023

Master [120] : ingénieur civil des constructions

Master [120] : ingénieur civil architecte

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UNE STRUCTURE EN TENSÉGRITÉ

Validation par analyses numériques



Théo HOURIEZ

Violette LABROUCHE

« All structures, properly understood, from the solar system to the atom, are tensegrity structures.

Universe is omnitensional integrity. »

Richard BUCKMINSTER FULLER

RÉSUMÉ

Dans ce mémoire, nous explorons l'application des structures de tensegrité au génie civil, en mettant l'accent sur la conception d'une passerelle. Guidés par le professeur Pierre LATTEUR et le Ir. Dr. Jonas FERON, nous avons pour objectif de valider expérimentalement un prototype réduit de passerelle en tensegrité. Nous abordons les défis liés à la construction et à l'implémentation de la précontrainte dans des conditions quasi réelles de chantier, et ce malgré des éléments qui peuvent être imparfaits. En réalisant des tests statiques et dynamiques sur la structure complète, nous cherchons à mieux comprendre les avantages et les limites de cette approche novatrice pour la construction d'ouvrages d'art.

Mots-clefs : *tensegrité, compression, traction, précontrainte, simplex, ouvrages d'art, structure, passerelle, statique, dynamique, expérimental, numérique, Rhino-Grasshopper, boutons, câbles.*

REMERCIEMENTS

Avant toute chose, nous souhaitons exprimer notre gratitude envers toutes les personnes qui ont contribué à l'élaboration de ce travail. Leurs conseils éclairés et leur soutien ont constitué un pilier essentiel dans la réalisation de cette étude.

En premier lieu, nos remerciements se tournent vers Pierre LATTEUR, dont la bienveillance, la disponibilité, les conseils avisés et l'écoute attentive ont guidé chacune de nos démarches. Ses retours constructifs et son enthousiasme constant ont été une source de motivation tout au long de ce travail.

Nous remercions également Jonas FERON pour son accompagnement et pour les nombreuses heures qu'il a consacrées à nous aider et nous guider tout au long de cette année académique. Sa passion pour la tenségrité et son enthousiasme contagieux ont été un moteur d'inspiration dans notre travail.

Une mention spéciale est adressée à Alexis BASTIEN, Quentin GRAVY, Marc ELIARS, Lindy BOUCHER, Igor BOUCKAERT, Alexandre FLAMANT, Romain ANTOINE, Nicolas DANZIN, Antoine DESMET, Nicolas BOUCHAT et Maxime CAULIER pour leurs recherches approfondies dans le domaine de la tenségrité. Leurs contributions nous ont permis de découvrir, comprendre et développer ce sujet passionnant.

Nous exprimons notre reconnaissance envers tous les membres du laboratoire LEMSC, dont la patience et la bienveillance nous ont permis de travailler dans une bonne humeur perpétuelle. Nos remerciements vont tout particulièrement à Christophe BAYART, Pierre MERTENS, Vincent FORZEE, Quentin MESTREZ, Catherine DONEUX, Antoine BIETLOT et Alex BERTHOLET.

Nous tenons à remercier les Câbleries Namuroises, ainsi que Green Steel Concept, pour la qualité et l'efficacité de leurs services pour la réalisation des câbles et l'assemblage des bambous.

Nous remercions également nos lecteurs pour le temps qu'ils prendront à la lecture de travail et leurs retours.

Enfin, nous exprimons notre profonde reconnaissance envers nos amis et nos familles, qui nous ont soutenus de manière inconditionnelle. Nous aimerions adresser une gratitude spéciale à nos parents, Hélène ADAM et Jean-François LABROUCHE, ainsi que Françoise WALRAVENS et Dominique PARADIS, pour leurs relectures attentives, leur aide et leur soutien sans faille non seulement lors de ce travail, mais surtout, tout au long de nos études.

Nos remerciements vont également à toutes les personnes qui, à un moment ou à un autre, ont apporté leur aide à ce projet. Nous adressons nos remerciements à Florence DEMARET, Julien VAN ROY, Maxime DASSE, Benjamin DARDENNE et Xavier DE LIEDEKERKE.

En conclusion, notre profonde reconnaissance va à chacune de ces personnes dont l'apport a été inestimable et sans qui ce travail n'aurait pas pu voir le jour.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	3
LISTE DES ABRÉVIATIONS	9
LISTE DES SYMBOLES	11
INTRODUCTION.....	19
1.....	HISTORIQUE ET ÉTAT DE L'ART
.....	23
1.1 Définitions et origines de la tenségrité	23
1.1.1 Qu'est-ce que la tenségrité ?	23
1.1.2 Quelles sont les origines de la tenségrité ?	23
1.2 État de l'art	25
1.2.1 La tenségrité dans le milieu artistique.....	26
1.2.2 La tenségrité dans le milieu du génie civil.....	27
1.2.3 Déployabilité de structure en tenségrité.....	29
1.2.4 Historique de la tenségrité à l'EPL	30
2.....	MÉTHODES DE CALCUL DE STRUCTURES EN TENSÉGRITÉ
.....	35
2.1 Méthode de calcul par Self Stress Mode	35
2.2 Méthode de calcul par la Relaxation Dynamique.....	38
3.....	DESCRIPTION DE LA STRUCTURE ÉTUDIÉE
.....	43
3.1 Typologie employée dans la conception.....	43
3.1.1 La cellule prismatique.....	43
3.1.2 Le simplex.....	44
3.1.3 L'assemblage unidimensionnel	46
3.2 Description des éléments composant la structure.....	47
3.2.1 Les nœuds	47
3.2.2 Les boutons	48
3.2.3 Les câbles	49
3.2.4 Les sangles à cliquet	51
3.2.5 Les appuis.....	53
3.3 Dimensions et masse de la structure	54
4.....	CARACTÉRISATION ET VALIDATION DES ÉLÉMENTS COMPOSANT LA STRUCTURE
.....	57
4.1 Caractérisation mécanique des éléments de la structure	58
4.1.1 Essais de fluage et compression sur cinq échantillons de bambou	59
4.1.2 Essai au flambement de boutons en bambou.....	65
4.1.3 Essais de mise en tension et de relaxation des câbles en corde marine	72
4.1.4 Essai de mise en tension des sangles à cliquet	78
4.2 Proposition d'adaptation aux éléments critiques	81
4.3 Essais de caractérisation des nouveaux éléments	82
4.3.1 Essais de caractérisation et de relaxation des câbles en acier.....	82
4.3.2 Essai d'introduction de force et de caractérisation des tendeurs	86
4.4 Conclusion générale	88
5.....	ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE D'UN SIMPLEX
.....	93

5.1	Mise en place de l'essai sur le simplex.....	93
5.1.1	Dispositif expérimental.....	93
5.1.2	Protocole	96
5.2	Résultats de l'analyse numérique du simplex.....	96
5.3	Résultats empiriques, comparaisons et observations.....	99
5.3.1	Rupture du simplex.....	100
5.3.2	Résultats et comparaison des efforts expérimentaux et numériques.....	101
5.3.3	Comparaison des raccourcissements expérimentaux et numériques des tendeurs	104
5.3.4	Comparaison de la variation de la géométrie du simplex expérimental et numérique	106
5.4	Observation du phénomène de relaxation dans le simplex	111
5.5	Conclusion générale des essais sur le simplex.....	114
6	ÉTUDES STATIQUES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES DE LA STRUCTURE COMPLÈTE	117
6.1	Mise en place des essais	120
6.1.1	Dispositif expérimental des essais	120
6.1.2	Protocole	122
6.2	Analyse numérique de la structure complète	124
6.3	Résultats des essais, comparaisons et observations.....	126
6.3.1	Comparaison de la répartition des efforts numériques et expérimentaux.....	127
6.3.2	Raccourcissements	131
6.3.3	Comparaisons des variations géométriques numériques et expérimentales	136
6.4	Observation du phénomène de relaxation dans la structure	139
6.5	Conclusions.....	142
7	ÉTUDE DYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE DE LA STRUCTURE COMPLÈTE	145
7.1	Mise en place des essais dynamiques.....	145
7.1.1	Dispositif expérimental.....	145
7.1.2	Protocole des essais dynamiques	147
7.2	Résultats et observations des essais dynamiques	147
7.3	Conclusions.....	148
8	 CONCLUSION GÉNÉRALE ET PISTES POUR DES DÉVELOPPEMENTS FUTURS	151
ANNEXE A	– MÉTHODE DU SELF STRESS MODE	155
A.1	Développement mathématique de la méthode.....	155
A.2	Méthode du Self Stress Mode pour le simplex.....	158
A.3	Méthode du Self Stress Mode pour la structure complète	161
ANNEXE B	– NOTE DE CALCUL – RÉSISTANCE DES BUTONS	165
B.1	Critères de résistance	165
B.2	La force critique dimensionnante	166
B.3	Exemple – Résistance des boutons B8 et NEW4	166
B.3.1	Hypothèses de calcul	166
B.3.2	Données et mesures	167
B.3.3	Force critique au flambement – Loi d'Euler	168
B.3.4	Force critique au flambement – Eurocode 5	168
B.3.5	Essais de flambement - Euler ou Eurocode ?	170
B.3.6	Force critique locale	171
B.3.7	Force critique dimensionnante	173
B.4	Distribution des bambous dans la structure	174

ANNEXE C – MISES EN PLACE DES ESSAIS DE CARACTÉRISATION	177
C.1 Échantillons de bambous	177
C.1.1 Échantillons	177
C.1.2 Machines	178
C.1.3 Essais de fluage	178
C.1.4 Essais de compression simple	180
C.2 Butons	181
C.2.1 Échantillons	181
C.2.2 Défaut de rectitude	182
C.2.3 Protocole	184
C.2.4 Dispositif expérimental.....	185
C.2.5 Imprévu	186
C.3 Câbles en cordes marines	187
C.4 Sangles à cliquet	189
C.5 Câbles en acier	191
C.6 Tendeurs	192
ANNEXE D – RÉSULTATS COMPLETS DES ESSAIS DE CARACTÉRISATION.....	193
D.1 Compression des échantillons en bambous	193
D.1.1 Essais de fluage	193
D.1.2 Essais de compression simplex jusqu’à la rupture	194
D.2 Flambement des boutons	197
D.3 Essais de mise en tension des câbles en corde marine.....	201
D.4 Essais de mise en tension des câbles en acier	204
ANNEXE E – TEST DE PRÉCISION DU SCANNER FARO.....	205
ANNEXE F – CALCUL DES EFFORTS DANS LES ÉLÉMENTS SANS CAPTEUR DU SIMPLEX SUR BASE DE LA MÉTHODE DES NŒUDS	206
F.1 La méthode des nœuds appliquée au simplex	206
F.2 Résultats de la méthode des nœuds.....	209
ANNEXE G – PROCESSUS DE MISE EN PRÉCONTRAINTÉ DE LA STRUCTURE COMPLÈTE	211
TABLE DES FIGURES	215
TABLE DES TABLEAUX.....	221
BIBLIOGRAPHIE	223

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Méthodes numériques	
SS	Méthode du S elf- S tress mode
SESS	Méthode S emi- E mpirique du S elf- S tress mode
RD	Méthode de la R elaxation D ynamique
MN	Méthode des N œuds
Éléments de la structure	
Bx	Buton n°x (Ancienne dénomination des boutons)
Tx	Truss n°x (Nouvelle dénomination des boutons)
CLx	Câble Longitudinal n°x
CLTx	Câble Longitudinal avec Tendeur n°x
CAX	Câble Additionnel n°x

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Unité	Signification
Introduction		
Q	[kN]	Charge
δ	[mm]	Flèche
Chapitre 2 : Méthodes de calcul de structures en tenségrité		
K_{ii}	[N/mm]	Rigidité d'un buton ou d'un câble
$\bar{e}_i$	[mm]	Raccourcissement d'un tendeur ou allongement d'un buton
$\{\bar{e}\}$	[mm]	Vecteur des raccourcissements
e_i	[mm]	Raccourcissement élastique produit par $\bar{e}_i$
$\{e\}$	[mm]	Vecteur des déformations élastique
e^Σ	[mm]	Déformation totale finale
t_i	[kN]	Force de précontrainte dans un câble ou dans un buton
$\{t\}$	[kN]	Vecteur des forces de précontrainte
a	[kN]	Self stress level
a^*	[kN]	Self stress level ciblé
$[K]$	[N/mm]	Matrice de rigidité
$[K^S]$	[N/mm]	Matrice de rigidité des selfs stress modes
$\{S\}$	[-]	Vecteur des selfs stress modes localisés
$\{\varepsilon\}$	[-]	Vecteur des déformations
E	[MPa]	Module de Young
F_y	[MPa]	Limite d'élasticité
ρ	[kg/m³]	Masse volumique
L_x	[mm]	Longueur d'un élément
Chapitre 3 : Description de la structure étudiée		
l_b	[mm]	Longueur des butons
l_c	[mm]	Longueur des câbles
α	[°]	Angle entre deux bases d'un simplex
r	[-]	Ratio de longueur buton – câble
ρ	[kg/m³]	Masse volumique
$E_{0,mean}$	[MPa]	Module de Young moyen
$E_{0,k}$	[MPa]	Module de Young caractéristique
$f_{m,0,k}$	[MPa]	Résistance caractéristique en flexion

Symbole	Unité	Signification
$f_{c,0,k}$	[MPa]	Résistance caractéristique à la compression axiale
$L_{\text{élément}}$	[mm]	Longueur totale d'un élément de centre à centre des noeuds
R	[mm]	Rayon d'un nœud d'assemblage (boule)
L_{gousset}	[mm]	Longueur d'un gousset de la boule d'assemblage
L_{manille}	[mm]	Longueur d'une manille
L_{maillon}	[mm]	Longueur d'un maillon (capteur de force)
L_{corde}	[mm]	Longueur d'une corde
m_l	[kg/m]	Masse linéique
ϕ	[mm]	Diamètre
T_u	[kN]	Charge de rupture des éléments en tension
A_i	[mm ²]	Section d'un élément
L	[m]	Portée de la structure
H	[m]	Hauteur de la structure

Chapitre 4 : Caractérisation et validation des éléments composant la structure

A_{moy}, A	[mm ²]	Section moyenne d'un échantillon en bambou
A_{inf}	[mm ²]	Section moyenne inférieure de l'échantillon
A_{sup}	[mm ²]	Section moyenne supérieure de l'échantillon
d_{moy}	[mm]	Diamètre moyen d'un échantillon en bambou
d'_i	[mm]	Diamètre mesuré tous les 120° pour la face supérieure
t'_i	[mm]	Épaisseur mesurée tous les 120° pour la face supérieure
L_i	[mm]	Hauteur mesurée tous les 120°
m	[kg]	Masse des échantillons
L_{moy}	[mm]	Hauteur moyenne de l'échantillon
F_k	[kN]	Force caractéristique
F_{fluage}	[kN]	Force de fluage
ε_0	[mm/m]	Déformation initiale
ε_{tot}	[mm/m]	Déformation totale
Δt	[h]	Durée de l'essai de fluage
$E_{c,0}$	[MPa]	Module de Young obtenu des essais de compressions
$F_x \%$	[kN]	Force à x % de la force rupture de l'échantillon
$\varepsilon_x \%$	[mm/m]	Déformation à x % de la déformation à la rupture de l'échantillon
$\frac{d\varepsilon}{dt}$	[mm/m]	Déformation obtenue au cours des essais sur échantillons
L_f	[mm]	Longueur de flambement d'un buton

Symbole	Unité	Signification
u_x	[mm]	Déplacement latéral (selon x) d'un bouton
u_y	[mm]	Déplacement latéral (selon y) d'un bouton
u_z	[mm]	Déplacement axial d'un bouton
u_{rad}	[mm]	Déplacement radial du bouton
δ_0	[mm]	Défaut de rectitude (déplacement initial)
δ_{tot}	[mm]	Déplacement total du bouton soumis au flambement
N_{crit}	[kN]	Charge critique au flambement selon le critère d'Euler
$N_{b,Rd}$	[kN]	Charge critique au flambement selon le critère d'Euler
N_{exp}	[kN]	Charge maximal atteint lors des essais au flambement
N_{loc}	[kN]	Charge critique locale
$f_{c,0,d}$	[MPa]	Résistance de design à la compression axiale
γ_s	[-]	Facteur de sécurité de la charge critique locale
σ_{exp}	[MPa]	Contrainte expérimentale
ε_{exp}	[%]	Déformation expérimentale
E_{exp}	[GPa]	Module de Young expérimentale
E_{moy}	[GPa]	Module de Young moyen des éléments
$L_{géo}$	[mm]	Longueur géométrique des cordes dans la structure
L_{loose}	[mm]	Longueur des cordes au début des essais
L_1	[mm]	Longueur des cordes à la fin des essais
C_i	[-]	$i^{ème}$ courbe de chargement des câbles
E_{Ci}	[MPa]	Module de Young au $i^{ème}$ chargement des câbles
N_{init}	[kN]	Charge initiale de l'essai de relaxation des câbles
N_{fin}	[kN]	Charge finale de l'essai de relaxation des câbles
$E_{t,s}$	[MPa]	Module de Young pour un certain enroulement des sangles
$\sigma_{t,i}$	[MPa]	Contrainte des sangles pour un certain enroulement
m_l	[kg/m]	Masse linéique
ϕ	[mm]	Diamètre
T_u	[kN]	Charge de rupture des éléments en tension
L_{essai}	[mm]	Longueur d'essai d'un câble tendeur ou d'une sangle
N_{num}	[kN]	Effort normal numérique (RD, SS) des éléments du simplex
N_{exp}	[kN]	Effort normal expérimental des capteurs de force

Chapitre 5 : Etude expérimentale et numérique d'un simplex

N_{num}	[kN]	Effort normal numérique (RD, SS) des éléments du simplex
-----------	------	--

N_{exp}	[kN]	Effort normal expérimental des capteurs de force
ΔN	[kN]	Différence d'effort entre N_{num} et N_{exp}
e	[%]	Erreur obtenue entre les résultats numériques et expérimentaux
R_{num}	[mm]	Raccourcissement numérique (RD, SS) des éléments du simplex
R_{exp}	[mm]	Raccourcissement expérimental des capteurs de force
ΔR	[mm]	Différence de raccourcissement entre R_{num} et R_{exp}
α	[°]	Angle de rotation entre les bases d'un simplex
β	[°]	Angle de rotation 1
γ	[°]	Angle de rotation 2

Chapitre 6 : Etudes statiques expérimentales et numériques de la structure

Q_{charg}	[kN]	Chargement de la structure
P_{rope}	[-]	Nombre de bouton d'effort interne supérieur à 45 [kN]
P_{rope}	[-]	Nombre de cordes détendues dans la structure
δ_{exp}	[mm]	Contreflèche expérimentale
δ_{num}	[mm]	Contreflèche numérique
$\Delta \delta$	[mm]	Différence de contreflèche
F_{exp}	[mm]	Déflexion expérimentale
F_{num}	[mm]	Déflexion numérique
ΔF	[mm]	Différence de déflexion

Annexes

$\{f\}$	[kN]	Vecteur des forces externes
$[A]$	[mm]	Matrice d'équilibre
$[I]$	[-]	Matrice d'identité
$[SM^t]$	[N/mm]	Matrice de sensibilité de la structure
$[V^s]$	[-]	Self Stress Mode obtenue par valeur singulière
$\{t^s\}$	[-]	Self-stress level
$\{d\}$	[-]	Vecteur des petits déplacements des nœuds
$[\vartheta]$	[-]	Coefficients de transformation de Self Stress mode en Self Stress mode localisé
$[K_{exp}^S]$	[N/mm]	Matrice de rigidité expérimentale des selfs stress modes
$[K_{python}^S]$	[N/mm]	Matrice de rigidité calculé par python (Méthode SESS)
$[K_{grasshop}^S]$	[N/mm]	Matrice de rigidité calculé par Grasshopper (Méthode RD)
$[N_{Ed}]$	[kN]	Force critique dimensionnante des boutons

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Bien qu'étudiée depuis maintenant presque 70 ans, la tensegrité est un concept structurel encore peu connu. Concrètement, il se définit par un jeu d'équilibres entre des barres en compression, apparaissant comme suspendues dans un réseau de câbles en tension et précontraints. L'ensemble confère à la structure un aspect aérien presque contre-intuitif, qui suscite un grand intérêt tant sur le plan esthétique que fonctionnel.

L'un des attraits majeurs de la tensegrité réside dans sa capacité à être déployée. Cette particularité ouvre des perspectives pour des applications pratiques, permettant le déploiement rapide de structures au-dessus du vide avec une main-d'œuvre réduite, même dans des conditions de chantier difficiles.

Les adeptes de la tensegrité clament que ce principe pourrait être une révolution dans le monde de la construction. Cependant, malgré ses avantages prometteurs, la tensegrité n'est principalement représentée que dans le domaine artistique, ce qui s'explique en grande partie par sa complexité intrinsèque.

En effet, les structures en tensegrité sont instables au premier ordre : c'est-à-dire que leur comportement est non-linéaire, et que de faibles efforts engendrent des déplacements importants. Pour contrer cet effet, l'introduction de précontrainte dans ces structures est essentielle pour les rigidifier et limiter leurs déformations.

L'analogie du câble tendu entre deux appuis permet d'illustrer comment la précontrainte permet de rigidifier une structure (Figure 0.1).

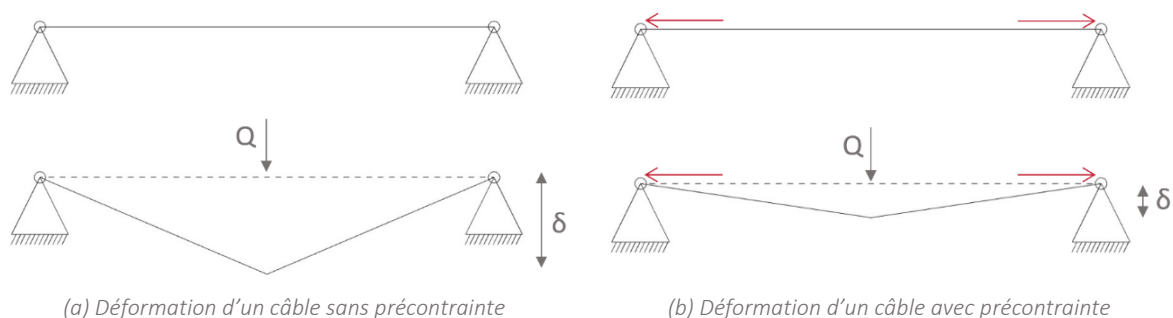


Figure 0.1 – Analogie du câble entre deux appuis

Cependant, l'introduction de précontrainte dans un élément n'est pas un processus aussi simple qu'il n'y paraît. Un incrément de précontrainte à un certain endroit génère des efforts qui se propagent dans toute la structure.

Outre ces défis conceptuels, le comportement non-linéaire inhérent à la tensegrité ne permet pas aux logiciels de calcul classiques de dimensionner ce type de structure.

C'est là que réside toute la complexité de ce concept innovant.

La question qu'il est alors légitime de se poser est : « **Peut-on utiliser la tensegrité dans le monde de la construction pour concevoir des ouvrages tels que des passerelles ou des ponts ?** ».

Dans ce contexte, une succession de mémoires ont été réalisés sur le sujet à l'Ecole Polytechnique de Louvain, dont celui-ci est le neuvième. L'objectif de cette série de travaux est d'alimenter la recherche et la compréhension du sujet afin de tenter de démontrer que la tensegrité est potentiellement un modèle valable et applicable aux ouvrages de génie civil.

Le présent mémoire vise à relever les défis liés à la construction et à l'introduction de précontrainte dans une structure en tenségrité, en simulant des conditions quasi réelles de chantier avec des matériaux susceptibles de présenter des variations de propriétés.

Pour répondre à ces défis, une campagne d'essais a été réalisée en laboratoire sur une structure en tenségrité composée principalement de bambous et de cordes marines. Elle a été conçue par Maxime CAULIER et Nicolas BOUCHAT dans le cadre de leur mémoire en 2021-2022 [2].

Cette étude expérimentale est mise en parallèle avec une étude numérique de la structure réalisée à l'aide du logiciel *MUSCLE* sur *Grasshopper* développé dans le cadre de travaux antérieurs. L'objectif est de vérifier la cohérence entre les résultats expérimentaux et numériques validant ainsi une méthode numérique fiable de dimensionnement de ces structures.

À l'issue de ce mémoire, nous établissons les points critiques relevés liés à la construction de la structure et établissons une méthode d'introduction de précontrainte.

Ce mémoire, se compose de huit chapitres.

Le **premier** chapitre explique au lecteur le concept clé de la tenségrité et développe les définitions afférentes, son historique ainsi que quelques exemples d'ouvrages en tenségrité.

Le **deuxième** chapitre présente ensuite au lecteur les méthodes de calcul utilisées pour l'analyse numérique de la structure étudiée. Les résultats seront ensuite comparés aux résultats empiriques.

Le **troisième** chapitre décrit la conception complète de la structure étudiée dans le cadre de ce travail et de chaque élément qui la compose.

Le **quatrième** chapitre décrit chaque étude, essai ou test mené sur les éléments composant la passerelle, les résultats et les conclusions qui en découlent ainsi qu'une proposition d'adaptation de la structure aux points critiques.

Le **cinquième** chapitre expose les essais réalisés sur un module de base en tenségrité appelé « simplex », qui nous permettent, préalablement aux essais finaux sur la structure complète, de valider certains aspects importants, tels que l'introduction de précontrainte, le protocole d'essai et la corrélation entre numérique et empirique pour un premier simplex.

Le **sixième** chapitre concerne l'étude statique réalisée sur la structure complète composée de cinq modules de base. Il décrit les essais qui consistent principalement à précontraindre et mettre en charge la structure complète. Ces essais permettront de vérifier sa résistance, de comparer la corrélation entre numérique et empirique et d'ainsi valider une méthode d'introduction de précontrainte.

Le **septième** chapitre décrit l'étude expérimentale dynamique réalisée sur la structure afin de déterminer les fréquences propres en fonction de différents niveaux de précontrainte.

Finalement, le **huitième** chapitre établit la conclusion de tous les résultats collectés, des pistes d'amélioration et d'investigation pour la poursuite des recherches sur le sujet.

Deux vidéos réalisées sur le sujet constituent une bonne introduction à ce travail pour le lecteur :

- La première vidéo concerne le premier montage de la structure et sa conception : [Cliquez ici](https://www.youtube.com/watch?v=cJN3iXL6NQk)¹ ;
- La seconde vidéo explique en trois minutes les objectifs du mémoire : [Cliquez ici](https://www.youtube.com/watch?v=451_ILJVIHc&t=1s)².

¹ <https://www.youtube.com/watch?v=cJN3iXL6NQk>

² https://www.youtube.com/watch?v=451_ILJVIHc&t=1s

CHAPITRE 1

HISTORIQUE ET ÉTAT DE L'ART

1 HISTORIQUE ET ÉTAT DE L'ART

Ce premier chapitre éclaire le lecteur sur le sujet de la tenségrité. Il débute en définissant le concept et en retraçant ses origines. Ensuite, un état de l'art présente les réalisations notables en tenségrité, illustrant concrètement ce principe novateur. Le chapitre aborde également l'utilité du déploiement de ce type de structure. Enfin, il rend compte de l'historique des recherches menées sur la tenségrité à l'École Polytechnique de Louvain-La-Neuve (EPL).

1.1 Définitions et origines de la tenségrité

1.1.1 Qu'est-ce que la tenségrité ?

La tenségrité est un concept physique qui trouve des applications multiples dans les domaines de l'art et l'architecture. Il s'agit d'un concept structural dans lequel des éléments **comprimés**, souvent appelés « boutons », sont maintenus en **équilibre** par des éléments **tendus** et **précontraints**, appelés câbles.

Ces éléments en tension permettent, par un jeu de forces, de stabiliser une structure dans laquelle les éléments en compression ne sont pas directement en contact les uns avec les autres. Cet effet confère à la structure un aspect particulier et donne une impression d'éléments flottants au milieu d'un nuage d'autres éléments en tension [3].

La tenségrité se base donc sur quelques concepts clés :

- **L'équilibre** : le jeu de forces permet à la structure de garder un état de stabilité ;
- **La compression et la tension** : les éléments sont soit en compression pure, soit en tension pure. La flexion n'est pas admissible dans la structure ;
- **La précontrainte** : l'application de précontrainte rigidifie la structure et limite ainsi ses déformations ;
- **Les nœuds** sont rotulés.

L'idée de la tenségrité s'illustre bien par la définition qu'en propose Richard BUCKMINSTER FULLER : « des îlots de compression dans un océan de tension ».

Il propose également quelques années plus tard une définition plus complète dans son livre « Synergetics » : « La tenségrité décrit un principe de relation structurelle où la forme structurelle est garantie par le comportement complètement fermé, continu et tendu du système et non par le comportement des membres discontinus et localement comprimés » [4].

1.1.2 Quelles sont les origines de la tenségrité ?

L'origine de la découverte de la tenségrité est entourée de controverses. On attribue généralement la paternité du terme « tenségrité » à Richard BUCKMINSTER FULLER, architecte et inventeur américain, qui aurait imaginé le concept vers 1950. Le mot est issu de la fusion de deux termes anglais, « tensile » (tensile) et « integrity » (intégrité), évoquant ainsi un « réseau tendu et continu ».

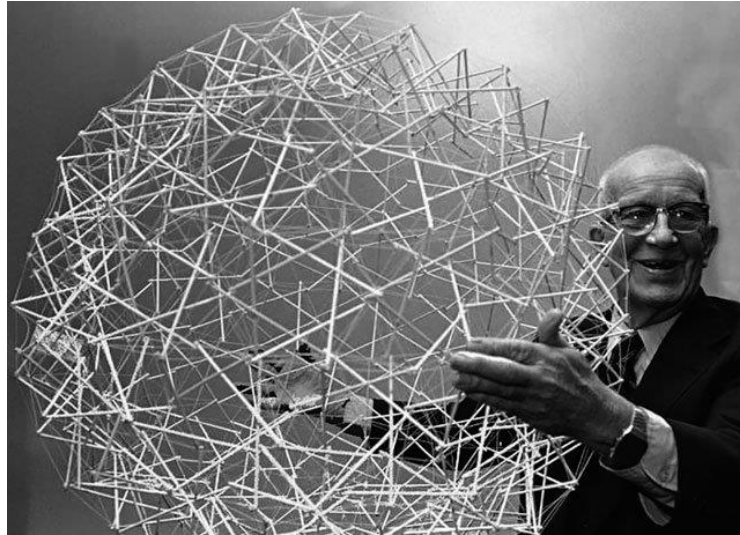


Figure 1.1– Richard BUCKMINSTER FULLER [5]

Toutefois, Kenneth SNELSON, sculpteur et photographe américain, mais aussi élève de Richard BUCKMINSTER FULLER, revendique lui-même la création du concept et accuse ce dernier de s'approprier ses mérites. Kenneth SNELSON a conçu de nombreuses structures basées sur le principe de tensegrité et réalisé des sculptures remarquables réputées pour leur élégance, leur complexité et leur légèreté, ce qui lui vaut d'être considéré comme « le père de la tensegrité ».



Figure 1.2 – Kenneth SNELSON [6, 7]

Kenneth SNELSON définit la tensegrité de la manière suivante : « solid elements set in space and supporting each other through tension » (des éléments solides disposés dans l'espace et se supportant les uns les autres grâce à la tension) [6].

En remontant dans le temps, Karl JOHANSSON figure également comme un précurseur important dans l'évolution de la tensegrité. En 1921, cet artiste russe imagine une œuvre baptisée « Construction systématique » (« Gleichgewichtskonstruktion » en allemand), fondée sur un principe similaire à la tensegrité, mais sans l'introduction de la précontrainte [8].

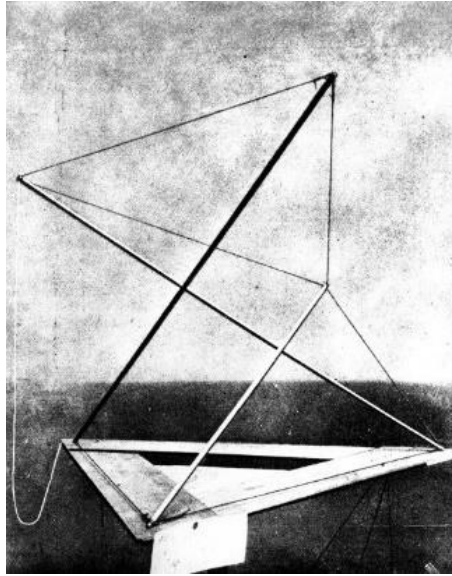


Figure 1.3 – « Gleichgewichtskonstruktion » par Karl JOHANSSON (1921) [8]

L'architecte et ingénieur français David Georges EMMERICH a également joué un rôle majeur dans le développement du concept de tensegrité. Dans les années 1950, il développe des géométries qualifiées d'« autotendantes », assimilables à des structures en tensegrité. Il imagine ainsi des modules standardisés assemblables à l'infini.

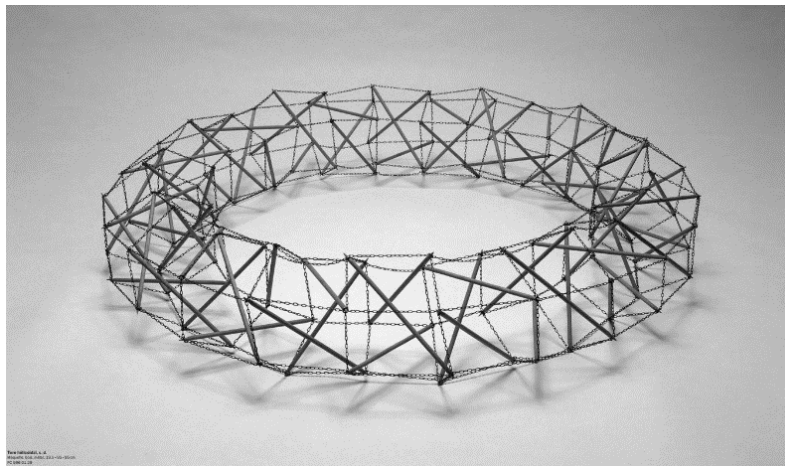


Figure 1.4 – Tore hélicoïdal par D.G. EMMERICH [9]

1.2 État de l'art

Le champ des innovations qu'apporte le concept de la tensegrité attise la curiosité des artistes, architectes et ingénieurs par son aspect singulier. Depuis les années 1950, son principe est de plus en plus utilisé, principalement dans le milieu artistique mais aussi, bien que plus rarement, dans celui du génie civil. Les paragraphes suivants illustrent quelques exemples.

1.2.1 La tenségrité dans le milieu artistique

Comme cité plus haut, Kenneth SNELSON est une référence en la matière et a réalisé un grand nombre de sculptures artistiques connues et reconnues dans le monde. Ses œuvres sont composées de tubes en aluminium et de câbles en acier inoxydable. Il les imagine à l'aide de modèles réduits qui lui permettent de comprendre comment arranger les éléments dans ses structures.

Les plus connues sont les Needle Tower I et II. En 1968, Kenneth SNELSON imagine la « Needle Tower I » qui culmine à 18 mètres pour le Hirshhorn Museum à Washington (États-Unis). Il limite sa hauteur afin que celle-ci résiste correctement au vent. Mais en 1969, il repousse les limites de sa conception et crée la « Needle Tower II » similaire à la précédente mais atteignant 30 mètres de hauteur.

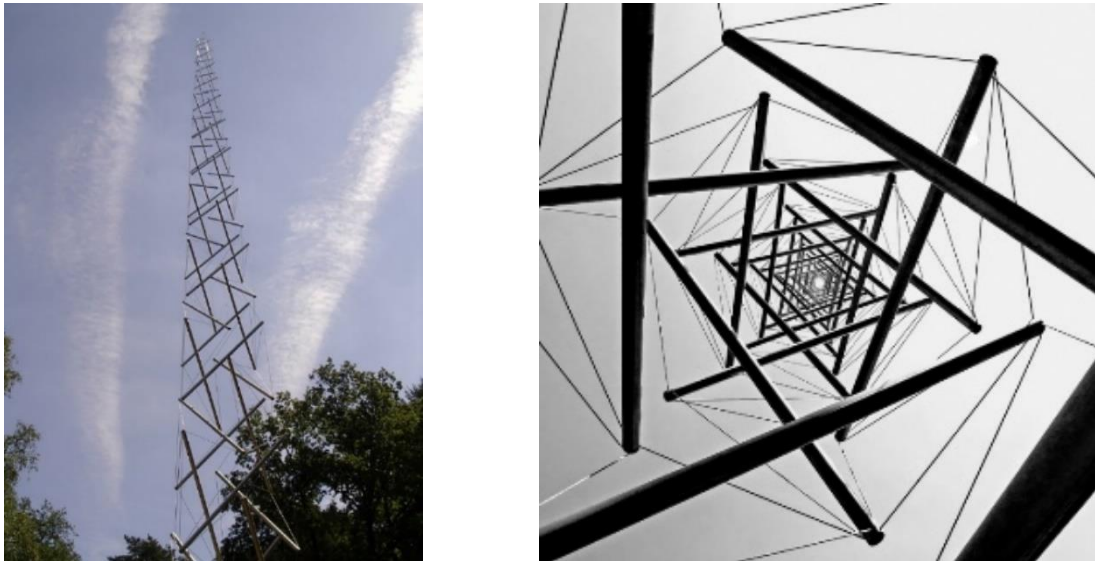


Figure 1.5 – « Needle Tower II » par Kenneth SNELSON (1969) [10]

L'« Atelier Architecture 64 » est un bureau d'architecture new-yorkais qui porte un vif intérêt au principe de la tenségrité et l'applique dans plusieurs de ses projets.

Leurs architectes imaginent alors l'« Urban Tree ». Il s'agit d'une sculpture en tenségrité déployable, particulièrement légère puisqu'elle ne pèse que 15 kg pour une hauteur de 6 m. Son poids faible et sa déployabilité en permettent un montage et démontage rapides.



Figure 1.6 – « Urban Tree » par Atelier Architecture 64 (2020) [11]

1.2.2 La tensegrité dans le milieu du génie civil

Peu d'exemples de structures en tensegrité existent dans le monde du génie civil. En voici cependant quelques-unes qui utilisent ou au moins tentent de s'approcher de ce principe :

Ponts et Passerelles

Le « Kurilpa Bridge » est une passerelle piétonne construite en 2009 à Brisbane en Australie par le bureau « Cox Rayner Architects ». Sa longueur totale est de 470 mètres. Cependant, cette passerelle ne peut pas être considérée comme purement en tensegrité. Il s'agit en réalité plus d'une forme de pont haubané dont certaines barres comprimées seraient en tensegrité et d'autres non.



Figure 1.7– « Kurilpa Bridge » par Cox Rayner Architects (2009) [12]

Le « Tensegrity Bridge », à nouveau imaginé par l'« Atelier Architecture 64 » est une passerelle piétonne autour de laquelle une structure en tensegrité vient se déployer. Le projet a gagné en 2016 le prix de l'excellence de l'American Institute of Architecture Brooklyn + Queens. Ce projet, qui aurait dû être construit à Manchester, ne verra jamais le jour.

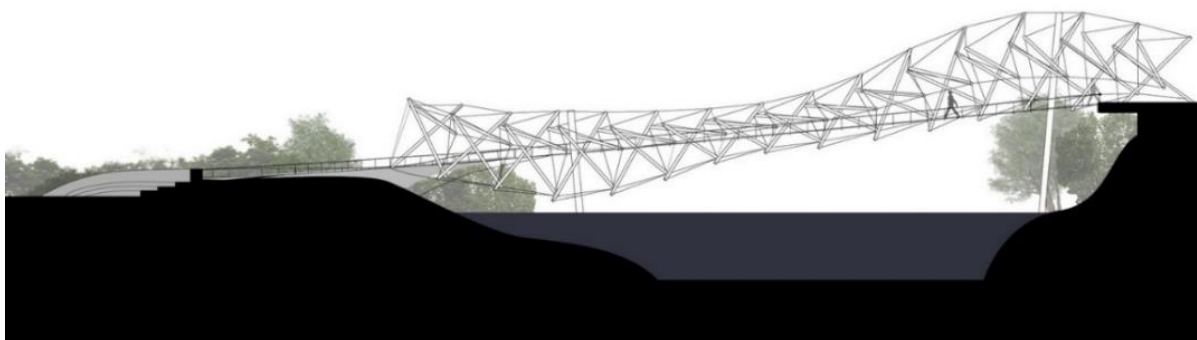


Figure 1.8 « Tensegrity Bridge » par Atelier Architecture 64 (2016) [13]

Structures de toiture et de dômes

Le White Rhino I et II sont des chapiteaux construits respectivement en 2001 et 2017 à Chiba et à Tokyo au Japon. Ils sont composés d'un squelette central en tensegrité qui reprend une membrane servant de couverture.



(a)



(b)

Figure 1.9 – (a) White Rhino I (2001) - (b) White Rhino II (2017) [13]

Le Georgia Dome, stade emblématique situé à Atlanta, était connu pour sa toiture en tenségrité. Conçu par Matthys P. LEVY et construit en 1992, il présentait une grande structure ovale suspendue mesurant 233,5 m de long et 186 m de large. Malheureusement, le stade a été démoli en 2017 pour faire place à un nouveau complexe (Figure 1.10a)

Le stade Unico de La Plata en Argentine est un exemple remarquable de toiture en tenségrité. Son toit bilobé, composé de deux anneaux circulaires de 85 mètres de diamètre, démontre une conception complexe et audacieuse (Figure 1.10b) [14].



(a)



(b)

Figure 1.10 – (a) Georgia Dome, Atlanta, USA (1992) [15], (b) Stade de la Plata, Argentine (2011) [14]

Tours en Antennes

Parmi les tours construites sur le principe de la tenségrité, on peut citer :

- Les tours Needle Tower I et II (Figure 1.5).
- La Messeturm, située à Rostock (Allemagne) était la plus haute tour en tenségrité jamais construite mesurant jusqu'à 61,7 mètres (a) [17]. La tour est composée de six modules simplex. Ces tours présentent des caractéristiques intéressantes pour l'installation d'antennes téléphoniques, radios, etc.

- La tour du Millénaire à Gedinne, en Belgique. Il s'agit d'une tour d'observation emblématique de 60 mètres de haut (Figure 1.11). Elle a été conçue pour célébrer le passage au nouveau millénaire. Initialement construite en 2001 avec des troncs de douglas, elle a malheureusement été détruite en 2008 en raison de la pourriture des troncs, mais a été reconstruite en acier et réinaugurée en juillet 2012 [18].



(a)



(b)

Figure 1.11 - (a) Messeturm tower, Rostock, Allemagne (2003) [], (b) Tour du millénaire, Gedinne, Belgique (2001) [18]

1.2.3 Déployabilité de structure en tenségrité

Comme expliqué plus tôt, les structures en tenségrité ont la particularité de pouvoir être déployables. Cette spécificité leur permet d'être compactes lorsqu'elles sont repliées, mais surtout, d'être montées et démontées facilement, rapidement et avec une main d'œuvre limitée. Cela pourrait certainement présenter un grand intérêt dans le milieu de la construction, afin de construire par exemple des passerelles temporaires dans des conditions difficiles ou encore pour des structures spatiales déployables.

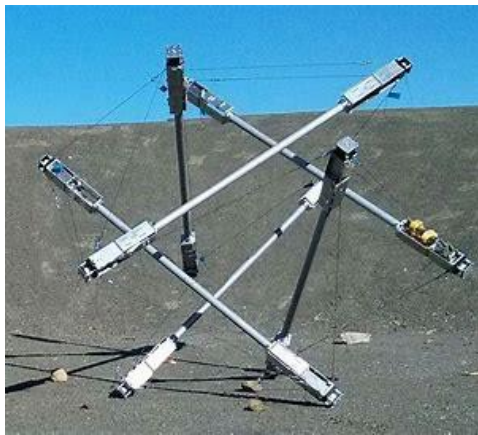
En 2016, à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Landlof-Gioseph-Anastasios RHODE-BARBARIGOS développe dans le cadre de sa thèse et sous la supervision de R. MOTRO et I. SMITH un concept de passerelle déployable d'une portée de 16 mètres (Figure 1.12). Il en construit un prototype composé de deux parties qui s'étendent depuis leur culée et se rejoignent à mi-portée [19].



Figure 1.12 – Déploiement d'une structure en tensegrité

Cette caractéristique de déploiement suscite un intérêt considérable dans de nombreux autres domaines de l'ingénieur dont voici deux exemples :

- Dans le domaine de la robotique, SUPERball est un projet de recherche de la NASA qui développe des robots souples inspirés de la tensegrité [20] (Figure 1.13a.) [20]. Ces robots utilisent des modules souples qui peuvent être rigidifiés pour changer de forme, se déplacer de manière agile ou encore absorber les chocs lors d'une chute. Ils ont des applications potentielles dans l'exploration spatiale, les opérations de sauvetage et la manipulation d'objets délicats.
- Dans le secteur aérospatial, La tensegrité est également appliquée aux structures spatiales. Ces concepts sont utilisés dans la construction de satellites pour les missions spatiales. Les avantages de la tensegrité dans ce domaine incluent la facilité de déploiement et la capacité à résister aux contraintes et vibrations de l'environnement spatial. Ainsi, La tensegrité est utilisée dans le domaine spatial depuis longtemps, comme en témoigne l'antenne EGS (Energia-GPI-Space) d'un diamètre de 5,6 mètres (Figure 1.13b) [21].



(a)



(b)

Figure 1.13 – (a) SUPERball, NASA (2015) [20], (b) Antenne EGS (1999) [21]

1.2.4 Historique de la tensegrité à l'EPL

Comme évoqué, la tensegrité est un sujet étudié depuis maintenant plus de dix ans à l'Ecole Polytechnique de Louvain-La-Neuve (EPL) sous la supervision du Professeur Pierre LATTEUR. L'objectif est de démontrer que la tensegrité est un modèle applicable aux ouvrages de génie civil. Pour cela, les recherches s'articulent autour de la conception d'une passerelle piétonne dont la structure principale est en tensegrité.

C'est durant l'année académique 2013-2014, qu'Alexy BASTIEN et Quentin GRAVY imaginent cette passerelle (Figure 1.14) en étudiant des typologies de modules en tensegrité. L'idée du simplex³ comme module de base se démarque par sa simplicité. Ces simplex assemblés bout-à-bout créent alors le squelette de la passerelle, laissant la place en son centre pour le passage du tablier, suspendu aux nœuds supérieurs [22].

³ Simplex : voir définition au point 3.1.2.

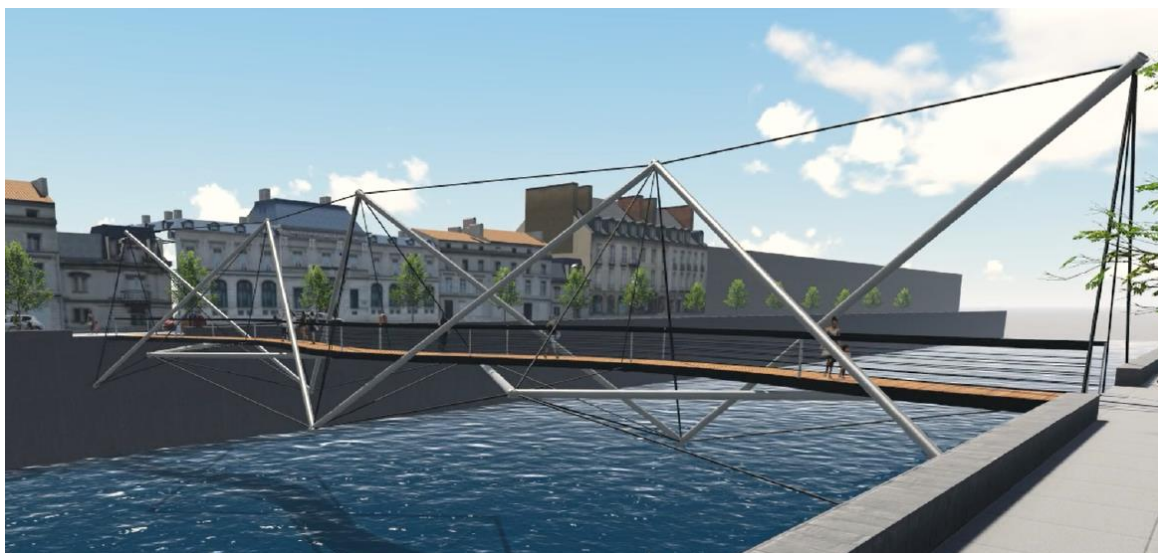


Figure 1.14 – Passerelle piétonne en tenségrité « Snake Footbridge » [22]

À la suite de ces observations, en 2014-2015, Marc ELIEARS développe alors une méthode d'analyse non-linéaire par éléments finis sur *MATLAB* applicable aux structures en tenségrité [23].

En 2015-2016, la méthode est reprise et améliorée par Jonas FERON. Celui-ci présente une nouvelle version du programme codé sur *Python*. Il y intègre un système d'optimisation basé sur la théorie des indicateurs morphologiques adapté à des structures tridimensionnelles, précontraintes et non-linéaires, démontrant la faisabilité de la passerelle imaginée auparavant [24].

Lors de l'année académique 2016-2017, Lindy BOUCHER intègre le poids propre de la structure à l'analyse numérique. Il compare également des passerelles composées des différents modules en tenségrité, du simplex jusqu'à l'hexaplex. Il en conclut que l'idée initiale du simplex est alors la plus pertinente, grâce à son économie de matière par rapport aux autres typologies de module [25].

Igor BOUCKAERT revient en 2017-2018 sur le programme d'optimisation imaginé par Jonas FERON afin de confirmer la faisabilité d'une passerelle en tenségrité, cette fois soumise à des charges aléatoires statiques. À l'issue de son travail, il démontre que l'état limite de service n'est pas dimensionnant pour la majorité des cas de charges, contrairement à l'état limite ultime [26].

Lors de l'année 2018-2019, Alexandre FLAMANT développe un outil numérique sous la forme d'un plug-in *Grasshopper* basé sur le programme développé plus tôt et permettant de paramétrer et d'analyser la passerelle en tenségrité sous ses différentes formes étudiées [27].

Cependant, le plug-in créé présente certaines limites. Jonas FERON en propose donc lors de l'année 2020-2021 une nouvelle version qui repousse ces limites grâce à la méthode de relaxation dynamique. Ce logiciel baptisé *MUSCLE* servira de support aux analyses numériques des mémoires suivants.

Le projet se concrétise un peu plus lorsqu'en 2020-2021, Romain ANTOINE et Nicolas DANZIN étudient le comportement d'un module en tenségrité construit en aluminium de deux mètres de haut, dans des conditions de laboratoire. Ils comparent leurs résultats aux analyses numériques fournies par le logiciel *MUSCLE* et confirment la corrélation entre les résultats numériques et les résultats observés empiriquement [28].

Lors de l'année 2021-2022 Antoine DESMET développe un outil numérique qui permet d'étudier le comportement dynamique des structures en tenségrité. Cet outil lui permet de déterminer les fréquences et modes propres de ces structures. Il valide son travail en comparant les résultats numériques aux résultats obtenus expérimentalement sur le module en aluminium étudié l'année précédente [29].

Finalement, la même année, Nicolas BOUCHAT et Maxime CAULIER conçoivent une structure de tensegrité en bambous et en cordes marines, déployable, composée de 5 modules « simplex » et correspondant à un modèle à l'échelle 1/5^{ème} de la passerelle imaginée⁴ auparavant. Ils n'auront cependant pas l'occasion, dans le cadre de leur travail, de monter la structure complète [2].

Cette dernière structure est l'objet d'étude de ce mémoire.

⁴ La structure élaborée dans le cadre de leur mémoire, étant un modèle réduit de la « Snake Footbridge », ne reprend pas le tablier.

CHAPITRE 2

MÉTHODES DE CALCUL DE STRUCTURES EN TENSÉGRITÉ

2 MÉTHODES DE CALCUL DE STRUCTURES EN TENSÉGRITÉ

Comme évoqué précédemment, les structures en tenségrité ne peuvent pas, par leur comportement non-linéaire, être dimensionnées au moyen des méthodes de calcul classiques proposées par les logiciels commerciaux.

Pour pallier cette absence, Jonas FERON a développé un plug-in *MUSCLE* intégrable dans le logiciel *Grasshopper*. Ce plug-in propose deux méthodes de calcul de structure en tenségrité :

- **La méthode « Self Stress Mode »**, (disponible actuellement uniquement pour un simplex) en cours de développement pour la prochaine version du logiciel et développée par Jonas FERON lui-même ;
- **La méthode de la « Relaxation Dynamique »** déjà implémentée dans la version actuelle.

Les essais expérimentaux décrits dans les chapitres suivants sont comparés aux deux méthodes numériques afin de vérifier leur corrélation.

Ce chapitre décrit les deux méthodes évoquées en commençant par le Self Stress Mode (SS), suivi de la Relaxation dynamique (RD).

2.1 Méthode de calcul par Self Stress Mode

La méthode du « Self Stress Mode » [30] est une approche analytique principalement utilisée dans l'analyse de structures treillis ou en tenségrité (structures complètement rotulées). Elle permet de déterminer les déformations et les forces internes qui résultent d'un état de précontrainte donné, soit un raccourcissement ou un allongement d'un ou plusieurs éléments de la structure. La méthode de calcul par Self Stress Mode considère une géométrie fixe pour chaque état de précontrainte.

Le simplex, ainsi que la structure complète composée de cinq simplex, nécessitent des forces de précontrainte pour pouvoir être autoportants. Même sans charge extérieure, ils doivent être en auto-équilibre, dans notre cas c'est possible par le raccourcissement des câbles-tendeur. Ce processus, impliquant des changements spécifiques de longueur, est nommé « scénario de précontrainte ». Celui-ci engendre des efforts internes qui garantissent la stabilité et éliminent tout relâchement des câbles, on parle alors de « Self-Stress state ».

Dans ce mémoire, la méthode a été implémentée pour évaluer les raccourcissements et les efforts internes du simplex ou de la structure complète à chaque étape de mise en précontrainte.

Pour illustrer, la méthode du Self Stress Mode, voici un exemple provenant de l'article « *Implementation and propagation of prestress forces in pin-jointed and tensegrity structures* » écrit par Jonas FERON dans le cadre de sa thèse de doctorat sur les structures en tenségrité [30]. Cet exemple a été ajusté selon notre situation d'introduction de précontrainte au moyen de tendeurs.

Pour présenter la méthode du Self Stress Mode, nous allons utiliser une structure basique statiquement indéterminée. Celle-ci est constituée d'un seul câble avec un tendeur d'une rigidité K_{22} placé à côté d'un bouton en bambou d'une rigidité K_{11} . Les extrémités de ces deux éléments sont connectées deux par deux. Un raccourcissement $\bar{e}_2$ est introduit via le tendeur.

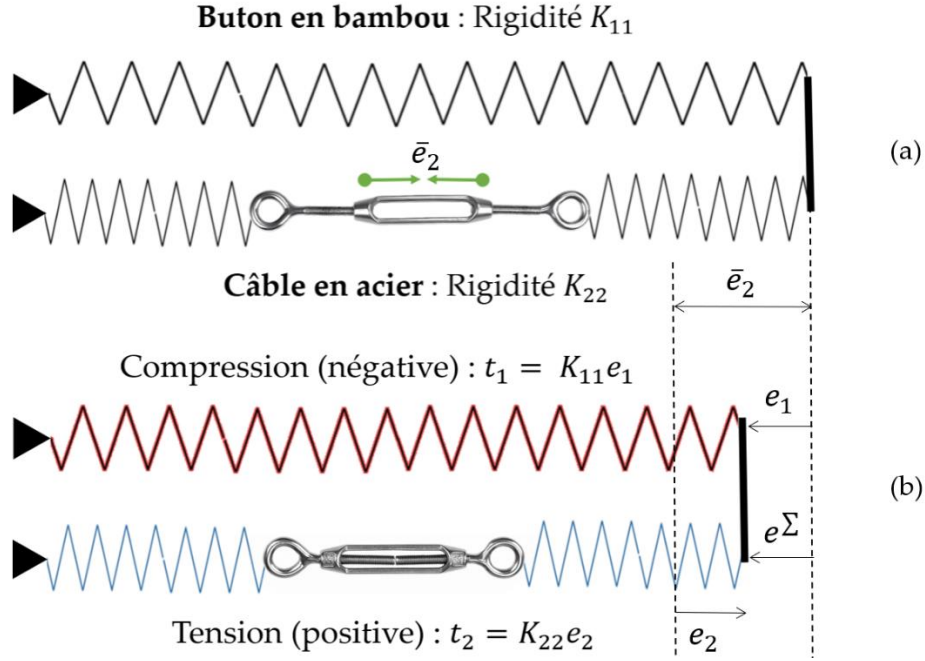


Figure 2.1 – Un bouton en bambou de rigidité K_{11} connecté en parallèle avec un câble en acier de rigidité K_{22} ,
 (a) Configuration non-équilibrée avec un raccourcissement imposé uniquement dans le câble,
 (b) Configuration équilibrée après propagation des forces de précontrainte dans les deux éléments

Dans la configuration équilibrée illustrée dans la Figure 2.1, le câble, sous l'influence du raccourcissement imposé $\bar{e}_2$ dans le tendeur subit une déformation élastique de e_2 [mm] et une force de tension t_2 [kN]. En réponse, le bouton en bambou subit une force de compression $|t_1| = t_2$, entraînant ainsi un raccourcissement élastique de e_1 [mm]. Étant donné que ces deux éléments sont reliés, ils subissent la même déformation totale e^Σ , qui est égale à :

- Pour le bouton en bambou :

$$e^\Sigma = e_1 + 0 \quad (2.1)$$

- Pour le câble en acier :

$$e^\Sigma = e_2 + \bar{e}_2 \quad (2.2)$$

L'équation d'équilibre des forces est également exprimée comme suit :

$$-t_1 = t_2 \quad (2.3)$$

En utilisant la loi de Hooke, donnée par :

$$\{t\} = [K]\{e\} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = K_{11}e_1 \\ t_2 = K_{22}e_2 \end{cases} \quad (2.4)$$

Et en substituant les équations 2.1 et 2.2 dans 2.3, on trouve alors :

$$K_{22}(e^\Sigma - \bar{e}_2) = -K_{11}e^\Sigma \quad (2.5)$$

L'équation 2.5 peut-être réécrite comme :

$$e^\Sigma = \frac{K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \bar{e}_2 \quad (2.6)$$

En remplaçant l'équation 2.2 dans 2.6, on obtient :

$$e_1 = \frac{K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \bar{e}_2 \quad (2.7)$$

Via la loi de Hooke :

$$\frac{t_1}{K_{11}} = \frac{K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \bar{e}_2 \quad (2.8)$$

Et enfin, on obtient le système suivant, qui montre comment les forces de précontrainte sont générées par un scénario de précontrainte $\bar{e}_2$:

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{K_{11} K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \bar{e}_2 \\ t_2 &= -t_1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Jusqu'ici, seulement un rétrécissement $\bar{e}_2$ dans le tendeur du câble a été considéré. Toutefois, en suivant le même raisonnement pour un allongement $\bar{e}_1$ dans le buton en bambou mène à :

$$\begin{aligned} t_1 &= -t_2 \\ t_2 &= \frac{K_{11} K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \bar{e}_2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

En combinant ces équations, s'il y a, à la fois un raccourcissement du câble et un allongement du buton, on trouve l'égalité suivante dans laquelle apparaît le Self Stress Mode $\{S_1\}$:

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\{S_1\}} \cdot \frac{K_{11} K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \cdot (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) \quad (2.11)$$

Notez qu'un scénario de précontrainte particulier existe, appelé ici le *Self Stress scénario*, qui correspond à une situation où tous les câbles et les butons conservent leurs longueurs initiales et où les nœuds ne se déplacent pas malgré les forces internes. En d'autres termes, les allongements imposés $(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ équilibrent parfaitement les allongements élastiques (e_1, e_2) , ce qui signifie que $(e^\Sigma = 0)$. Pour cette structure, cela se produit lorsque $(\bar{e}_1 = \frac{a^*}{K_{11}}$ et $\bar{e}_2 = \frac{-a^*}{K_{22}})$ avec le niveau a^* (en [kN]) choisi par le constructeur.

L'équation 2.11 montre que les forces (t_1, t_2) ne peuvent pas être des valeurs (t_1^*, t_2^*) choisies arbitrairement et doivent appartenir aux *Self Stress states* possibles, définis par un scalaire unique a (en [kN]), de telle manière que :

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\{S_1\}} \cdot a \quad (2.12)$$

Ainsi, avec les équations 2.11 et 2.12, on trouve le *Self Stress level* a induit par le scénario de précontrainte donné :

$$a = \frac{K_{11} K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \cdot (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) \quad (2.13)$$

Si le scénario de précontrainte est inconnu et qu'un niveau arbitraire $a = a^*$ est la cible, l'inversion de l'Eq. 2.13 donne :

$$\begin{aligned} (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) &= \left(\frac{K_{11}K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \right)^{-1} \cdot a^* \\ -\{S_1\}^T \cdot \begin{pmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \end{pmatrix} &= \left(\frac{K_{11}K_{22}}{K_{11} + K_{22}} \right)^{-1} \cdot a^* \\ \varepsilon &= (K^S)^{-1} \cdot a^* \end{aligned} \quad (2.14)$$

Où :

- $\varepsilon = -\{S_1\}^T \cdot \begin{pmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \end{pmatrix}$ est appelé le « modal scenario » (dans ce cas, c'est un scalaire mais pour des structures avec un degré d'hyperstaticité supérieur à un, il s'agira d'un vecteur).
- $K^S = \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11} + K_{22}}$ (en [kN/mm])

L'Annexe A montre que l'équation. 2.14 peut être généralisée à n'importe quelle structure sous la forme :

$$\underbrace{-\{S_1\}^T \cdot \{\bar{e}\}}_{\{\varepsilon\}} = [K^S]^{-1} \{a^*\} \quad (2.15)$$

Dans notre cas, pour trouver le scénario de précontrainte adéquat $\{\bar{e}\}$, nous commençons par utiliser des résultats expérimentaux en mesurant des raccourcissements de tendeur et les variations d'efforts internes obtenues de ces raccourcissements. Ce qui nous permet de calculer une nouvelle matrice $[K^S]$. Connaissant les *Self Stress level* $\{a^*\}$, de la lecture des capteurs de force et les *localized Self Stress Mode* $[S]$ sur base de la géométrie, on obtient le scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$. Nous réitérons ce développement avant de procéder à un raccourcissement en utilisant les valeurs obtenues du raccourcissement précédent. Ce qui nous donne alors le raccourcissement à appliquer dans les tendeurs pour atteindre les efforts ciblés dans la structure. Nous appellerons cette méthode (implémentée en python et détaillée dans l'Annexe A), la **méthode Semi-Empirique du Self-Stress mode (SESS)**.

Cette méthode allie donc à la fois numérique et expérimental. Elle permet de précontraindre des structures en tenségrité de manière précise... Une réalisation qui, selon les propos du doctorant Jonas FERON, n'a jamais été accomplie auparavant.

2.2 Méthode de calcul par la Relaxation Dynamique

La méthode de Relaxation Dynamique permet de calculer les efforts internes ainsi que les déformations résultantes. Elle prend en compte, pour chaque état de précontrainte, la variation de géométrie de la structure.

Cette méthode permet de générer une structure par éléments finis, puis de calculer les efforts en la discrétisant et en simulant le comportement pseudo-dynamique de la structure par un processus itératif du système oscillant autour de points d'équilibre [2].

Le calcul des efforts et des déformations réalisées par la Relaxation Dynamique dans *MUSCLE* nécessite plusieurs composants du plug-in. Ce qui est important pour la suite de ce travail :

- Un composant (M) reprenant les propriétés mécaniques du matériau d'un élément de la structure (Figure 2.2), à savoir : le module de Young (E), la limite élastique (F_y), la masse volumique (ρ) ;

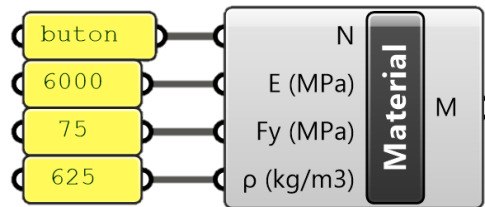


Figure 2.2 - Exemple du composant *MUSCLE* du matériau

- Un composant (bar/câble) permettant de générer la géométrie dessinée en éléments finis (E) en barre ou câble (Figure 2.3). Il prend en compte la ligne géométrique qui définit l'élément (L), sa longueur libre (Free L), sa section (CS), le matériau (M), les propriétés de flambement pour les butons (Buckl law, k) et la prise en compte de la compression pour les câbles (Allow Comp) ;



Figure 2.3 - Composant transformant une ligne en élément fini

- Un composant (P) permettant d'introduire de la précontrainte par un allongement ou raccourcissement (DL) dans les éléments (E) choisis (Figure 2.4) ;



Figure 2.4 – Composant d'allongement d'un élément

- Le composant (DR) qui permet de calculer sur base de la structure générée (*struct*) et du niveau de précontrainte les efforts et déformations par la méthode de la Relaxation Dynamique (Figure 2.5).

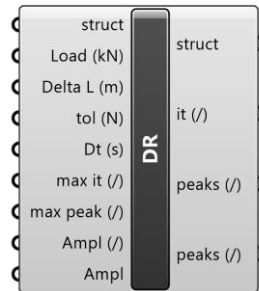


Figure 2.5 – Composant de calcul par relaxation dynamique

Le plug-in *MUSCLE* permet alors de visualiser à l'aide l'interface du logiciel de dessin *RHINO* les efforts calculés par la Relaxation Dynamique (Figure 2.6) pour une structure générée (ici un simplex). Les éléments en compression sont affichés en rouge, les éléments en traction en bleu. Les raccourcissements des éléments sont symbolisés par les flèches noires et les appuis choisis sont également simulés.

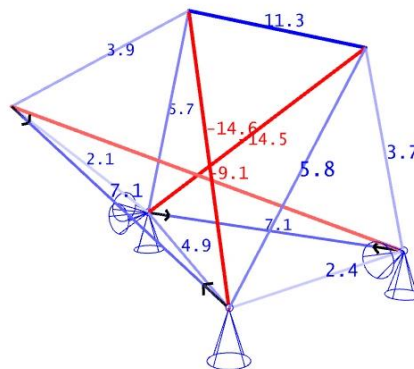


Figure 2.6 - Visualisation des efforts calculés dans un simplex par la Relaxation Dynamique dans *MUSCLE* (en [kN])

CHAPITRE 3

DESCRIPTION DE LA STRUCTURE ÉTUDIÉE

3 DESCRIPTION DE LA STRUCTURE ÉTUDIÉE

Ce chapitre détaille la conception complète du modèle réduit de la « Snake Footbridge » imaginée en 2013-2014 (Figure 1.14). Cette structure conçue par Maxime CAULIER et Nicolas BOUCHAT est l'objet d'étude de ce mémoire. Ce chapitre décrit dans un premier temps la typologie et les dimensions de la structure et détaille, dans un second temps, chaque élément la composant.

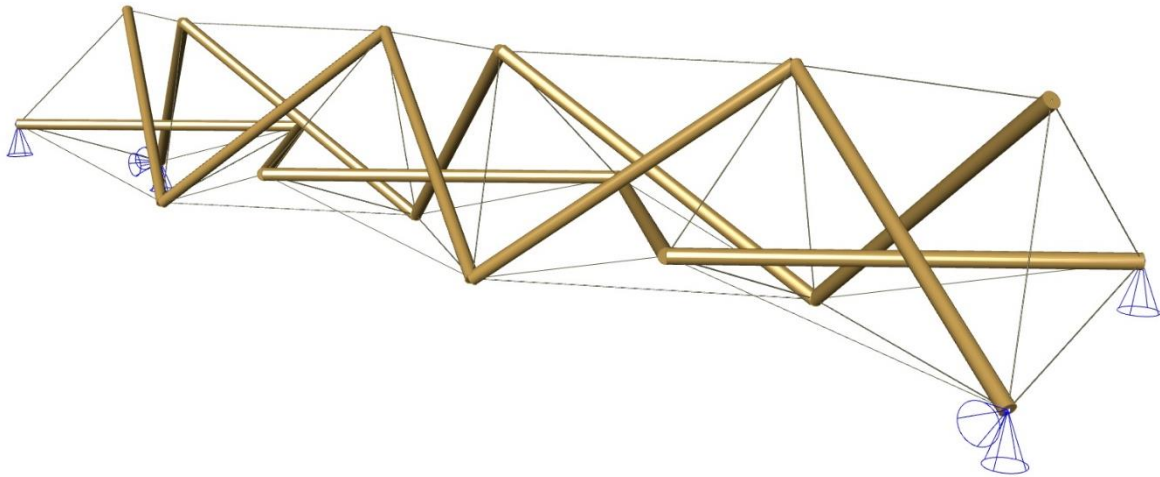


Figure 3.1 – Illustration de la structure étudiée

Le cahier des charges initial de leur mémoire définit les objectifs auxquels la structure doit répondre :

- Elle doit pouvoir reprendre une charge allant jusqu'à 3 kN/m^2 à l'état limite ultime ;
- Il doit pouvoir être possible d'introduire manuellement de la précontrainte dans la structure ;
- Elle doit être composée de nœuds rotulés ;
- Elle doit pouvoir être déployée par une équipe de trois personnes ;

Concrètement, la conception réelle d'un modèle réduit de la « Snake Footbridge », permet de comprendre les défis liés à sa construction.

3.1 Typologie employée dans la conception

Il existe de nombreux critères qui permettent de définir une typologie de structure en tensegrité. La variation de ces critères permet de créer une infinité de géométries différentes, composées d'un unique module ou d'assemblages de plusieurs modules.

Le modèle de la passerelle, et par conséquent de la structure étudiée dans ce travail, a été imaginée comme un **assemblage unidimensionnel alterné** de cinq **cellules prismatiques** en tensegrité appelées « **simplex** ».

Ces différents concepts sont expliqués ci-après.

3.1.1 La cellule prismatique

La cellule prismatique est la typologie de cellule en tensegrité la plus simple. Il s'agit d'un module composé de deux bases polygonales (délimitées par les lignes bleues dans la Figure 3.2) qui pivotent entre elles d'un certain angle relatif.

En variant le nombre de côtés des bases polygonales, différentes géométries peuvent être obtenues :

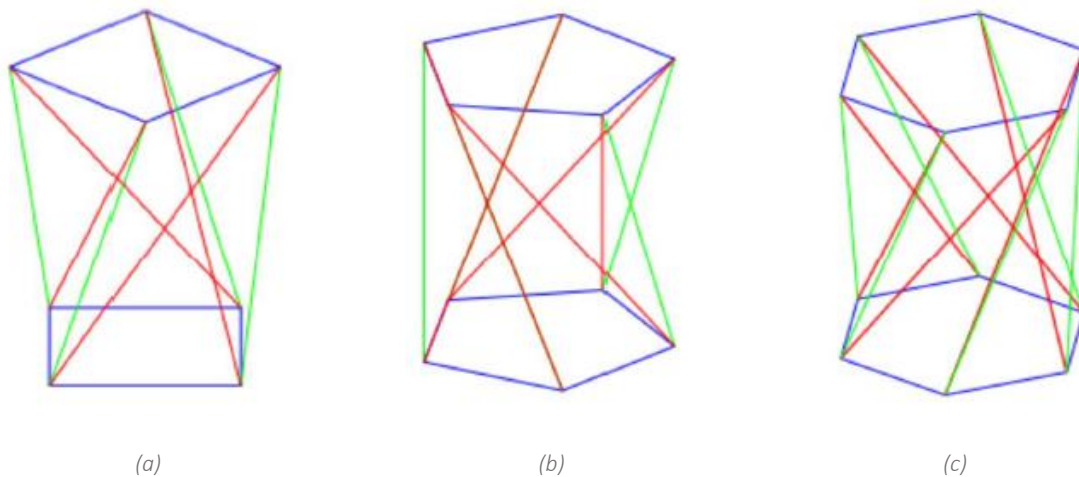


Figure 3.2 – Cellules en tensegrité (a) quadriplex, (b) pentaplex, (c) hexaplex [26]

Ces éléments sont composés chacun de boutons (en rouge), de câbles transversaux (en bleu) et de câbles longitudinaux (en vert).

Néanmoins, la géométrie la plus simple d'une cellule prismatique en tensegrité est le simplex, appelé également triplex, caractérisé par des bases triangulaires (Figure 3.3).

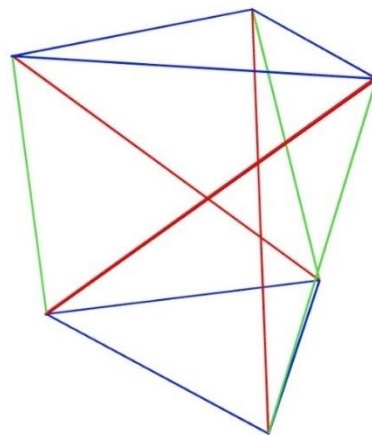


Figure 3.3 – Simplex [26]

Compte tenu des analyses et études précédentes menées sur les différentes cellules, il a été démontré que le simplex est la forme la plus appropriée pour la conception de la passerelle et ce pour deux raisons principales. D'une part, le simplex est plus économique en matière. En effet, il compte moins de nœuds, de boutons et de câbles que les autres types de cellules. D'autre part, la position des nœuds du simplex est plus adaptée à la suspension du tablier de la passerelle.

3.1.2 Le simplex

Le simplex a donc été choisi comme base d'assemblage pour composer la structure. Il comporte trois boutons, neuf câbles et six nœuds. Il dessine un angle relatif α entre ses deux bases.

Depuis 2013, grâce au mémoire d'Alexy BASTIEN et de Quentin GRAVY, le simplex a été étudié afin d'en optimiser la géométrie. Une relation r (équation 3.1) s'établit alors entre la longueur des boutons l_b , la longueur des câbles longitudinaux l_c et l'angle relatif α [22].

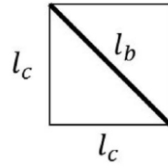


Figure 3.4 – Vue d'une face du simplex

$$r = \frac{l_b}{l_c} = \sqrt{1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\alpha + 60^\circ)} \quad (3.1)$$

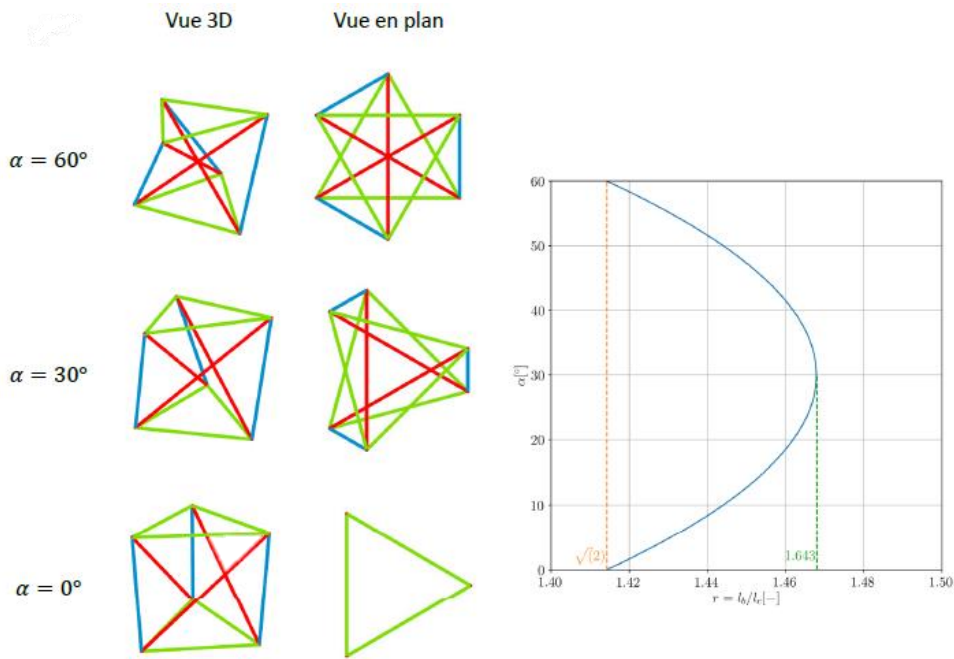


Figure 3.5 – Variation de la géométrie du simplex [27]

On peut en conclure des différentes géométries du simplex que :

- Pour des longueurs telles que $r < \sqrt{2}$, la géométrie n'est pas définie et les barres peuvent se déplacer librement ;
- Pour des longueurs telles que $r = \sqrt{2}$, il existe deux solutions pour l'angle α : 0° ou 60° . Pour un angle de 60° , les barres se rejoignent strictement en leur milieu ;
- Pour des longueurs telles que $\sqrt{2} < r < 1,468$, l'angle α a deux solutions et donc, deux géométries possibles.
- Pour des longueurs telles que $r = 1,468$ l'angle α vaut 30° . La cellule ne possède alors plus aucune rigidité et la moindre perturbation induit alors une torsion dans la cellule ;
- Cependant, si la longueur des câbles l_c est trop petite ou que la longueur des barres l_b est trop grande, les câbles s'allongent par traction et les barres se raccourcissent par compression ce qui ramène la relation à $r = 1,468$ et donc $\alpha = 30^\circ$. Le simplex entre alors en état d'auto-contrainte, ce qui implique sa rigidification et sa stabilisation.

3.1.3 L'assemblage unidimensionnel

L'assemblage unidimensionnel est l'assemblage de modules dans une seule direction, qui n'est pas nécessairement rectiligne. Il en existe deux types :

- **L'assemblage en spirale** : les modules sont reliés entre eux selon le même angle relatif, dans un même sens : horloger ou anti-horloger ;

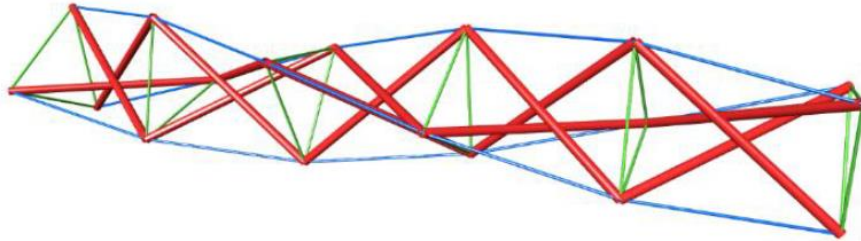


Figure 3.6 – Assemblage en spirale [27]

- **L'assemblage alterné** : les modules sont reliés entre eux en alternant leur sens de rotation : une fois horloger, une fois anti-horloger.

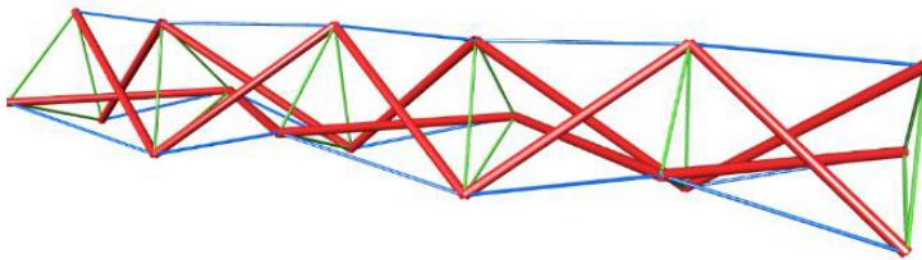


Figure 3.7 – Assemblage alterné [27]

Ce dernier a été considéré comme plus adéquat, notamment pour le passage du tablier au centre de la structure lors de la conception de la géométrie de la passerelle. En effet, cette configuration, une ouverture de dimension 2 [m] sur 2 [m] est disponible au centre de la structure de 60 [m] de portée.

3.2 Description des éléments composant la structure

La passerelle se compose de cinq éléments principaux décrits dans la Figure 3.8 :

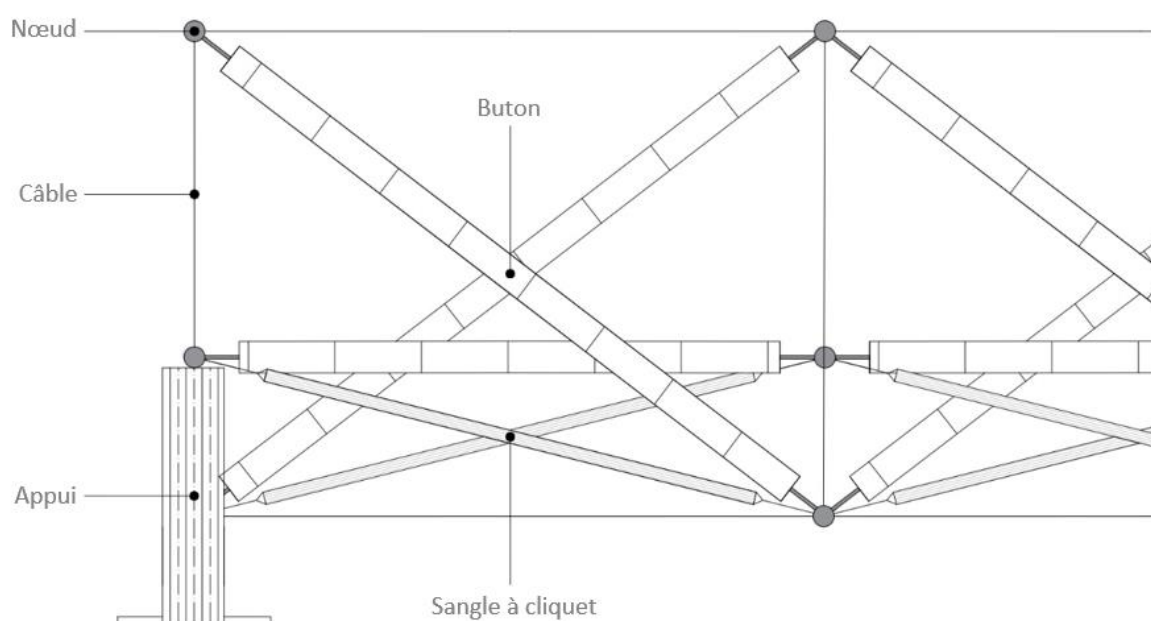


Figure 3.8 – Éléments composants la passerelle

Chaque élément de la passerelle a été dimensionné afin de résister aux contraintes qui lui sont imposées. Les points suivants décrivent chaque élément composant la structure.

3.2.1 Les nœuds

La structure est composée de 18 nœuds qui viennent chacun reprendre un ou deux boutons et plusieurs câbles et/ou sangles.

Les nœuds ont été conçus comme des boules d'acier de 50 [mm] de rayon sur lesquelles sont soudés des goussets permettant la fixation des câbles. Les boutons viennent s'encaster dans des trous taraudés ou des alésages dans la boule (Figure 3.9).

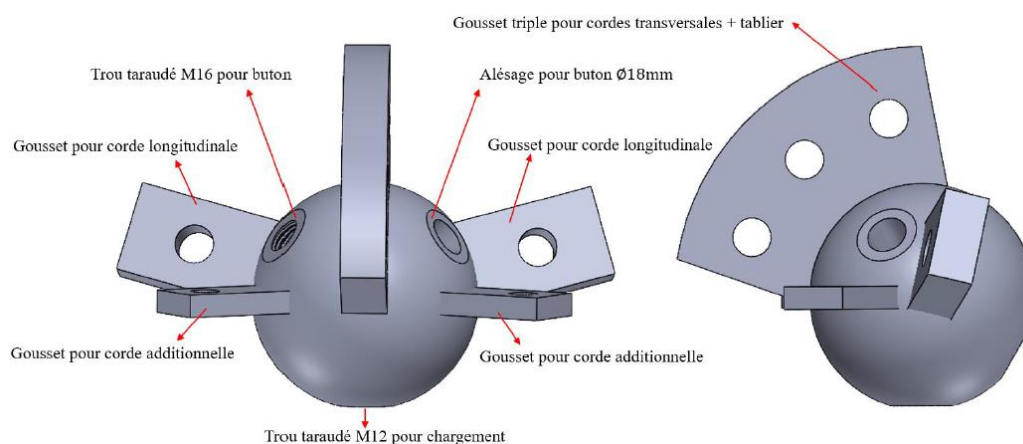


Figure 3.9 – Description d'un nœud [2]

Selon la définition de la tensegrité, les nœuds de la structure sont supposés rotulés, ce qui n'a pas pu être réalisé lors de la conception. Néanmoins, les éléments sont concourants aux centres des nœuds, ce qui permet d'y négliger les moments (Figure 3.10) et de considérer le nœud comme une rotule.



Figure 3.10 – Eléments concourants au nœud [2]

3.2.2 Les boutons

Chaque simplex est composé de trois boutons. Il y en a 15 au total dans la structure.

Ces boutons sont principalement conçus en bambou *Guadua Angustifolia*, originaire de Colombie.

Le bambou présente de nombreuses qualités pour le domaine de la construction. Sa croissance est rapide, (jusqu'à 1 mètre par jour pour certaines espèces). Il présente de bonnes propriétés mécaniques permettant une grande résistance aux efforts. Sa section creuse lui permet d'avoir une meilleure résistance au flambement.

Bien qu'ils répondent au cahier des charges, ces bambous présentent des défauts techniques : irrégularités, conicité, sections variables, manque de rectitude, fissures dues au séchage. Sur le plan environnemental, leur transport depuis la Colombie est également problématique.

Les propriétés mécaniques utilisées lors de la conception de la passerelle proviennent d'une étude réalisée à l'université Larenstein aux Pays-Bas [31]. Elles sont mentionnées dans le Tableau 3.1 :

	Symbole	Valeur	Unité
Masse volumique	ρ	650	[kg/m ³]
Module d'élasticité moyen	$E_{0,mean}$	13 000	[MPa]
Module d'élasticité caractéristique	$E_{0,k}$	8 666	[MPa]
Résistance caractéristique à la flexion	$f_{m,0,k}$	85,5	[MPa]
Résistance caractéristique à la compression axiale	$f_{c,0,k}$	57	[MPa]

Tableau 3.1 – Caractéristiques des bambous

Chaque extrémité du bouton reprend un assemblage en acier permettant d'y accrocher les nœuds.

Son assemblage et ses dimensions sont détaillés ci-dessous :

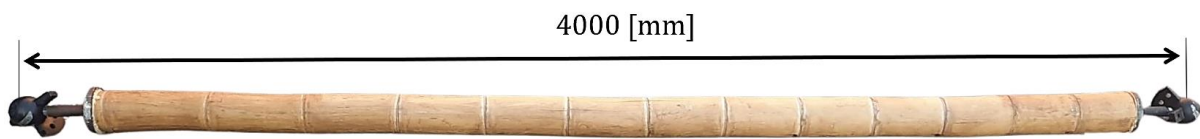


Figure 3.11 – Buton en bambou (en [mm])

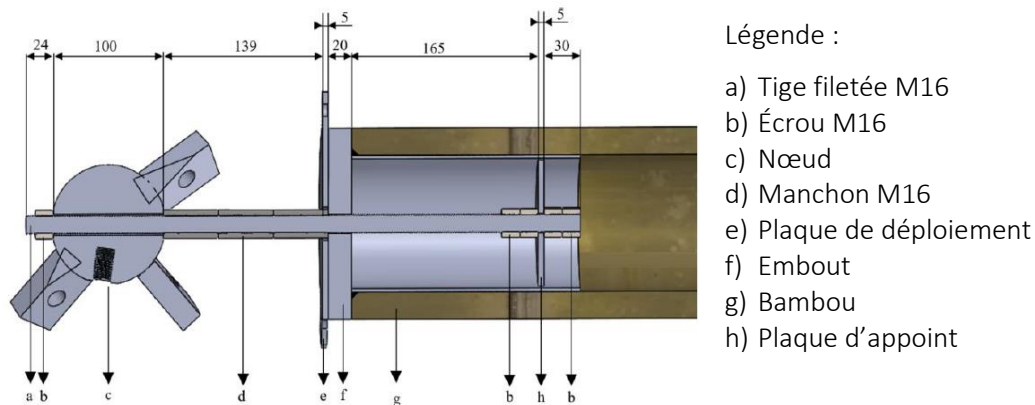


Figure 3.12 – Détail de l'assemblage d'un buton (en [mm]) [2]

3.2.3 Les câbles

Lors de la conception de la structure, il a été choisi dans un premier temps d'utiliser des câbles en corde marine (abrégé ci-après « cordes ») composés de fibre polymère. Ce matériau a été choisi pour certaines caractéristiques adaptables à la construction de la structure en tensegrité. Les cordes offrent une longueur facilement rectifiable, une grande résistance en traction et une esthétique intéressante.

Les cordes marines présentent néanmoins un caractère viscoélastique : lorsqu'on lui impose une contrainte, la corde s'allonge et se rigidifie jusqu'à se comporter comme un solide élastique pendant un certain temps. Cependant, lorsque la contrainte est maintenue, la corde tend rapidement à retrouver son état initial et à s'« écouler ».

Chaque simplex se compose de trois types de cordes positionnées comme indiqué dans la Figure 3.13 :

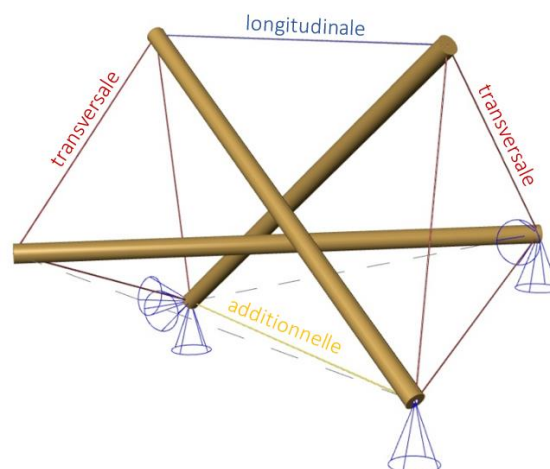


Figure 3.13 – Type de cordes

On remarque que le simplex original ne reprend initialement que deux types de cordes : les longitudinales et les transversales. Cependant, dans le simplex de la structure, un troisième type de corde vient s'ajouter à l'ensemble : la corde additionnelle.

L'ajout d'une corde additionnelle permet de rigidifier la structure et de limiter les déformations. Le comportement de la structure est alors plus linéaire.

La jonction de la corde au nœud se fait comme représenté à la Figure 3.14 :

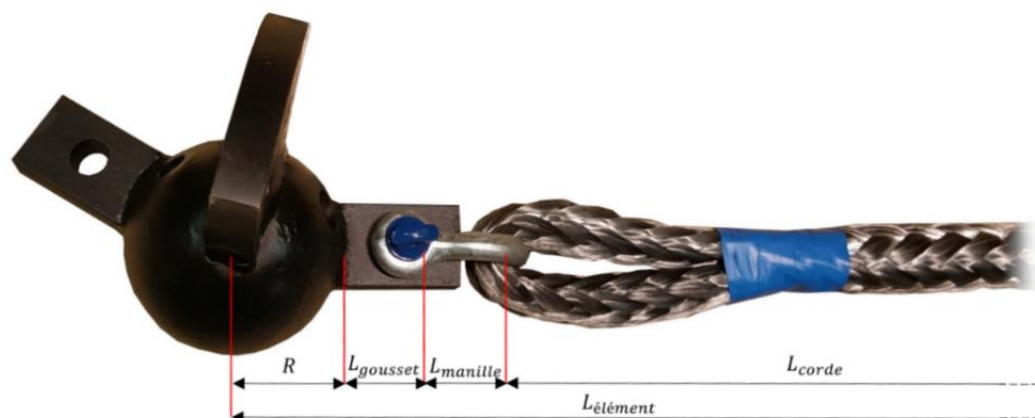


Figure 3.14 – Jonction des cordes aux nœuds [2]

Sur base de la géométrie du simplex, la longueur totale des éléments est calculée, et permet de déduire la longueur des cordes :

$$L_{\text{corde}} = L_{\text{élément}} - 2 * (R + L_{\text{gousset}} + L_{\text{manille}}) \quad (3.2)$$

	Type de corde			Unité
	Longitudinale	Transversale	Additionnelle	
$L_{\text{élément}}$	3 073	2 294	3 409	[mm]
R	50	50	50	
L_{gousset}	48.5	38.5	56.5	
L_{manille}	48	48	36	
L_{corde}	2 780	2 021	3 124	

Tableau 3.2 – Description des longueurs de chaque type de corde

Les propriétés des cordes proposées par le fournisseur sont les suivantes :

	Symbole	Valeur	Unité
Diamètre	ϕ	20	[mm]
Masse linéique	m_l	0,24	[kg/m]
Résistance à la rupture	T_u	410	[kN]

Tableau 3.3 – Propriétés des cordes marines

Les extrémités des cordes sont assemblées en épissure afin de pouvoir les attacher aux nœuds. L'épissure est une jonction dont l'extrémité de la corde est repassée au sein de cette même corde. Ce type de jonction a été choisi pour son esthétique, sa bonne résistance en traction et le fait que l'épissure ne glisse pas lorsqu'elle est tendue. Elle permet également de facilement corriger manuellement la longueur des cordes.

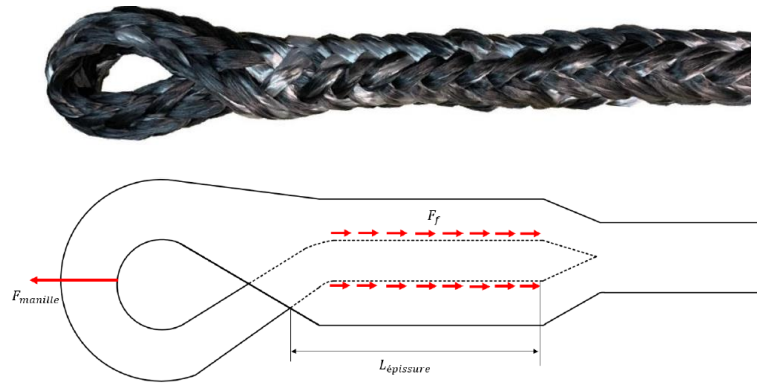


Figure 3.15 – Epissures [2]

3.2.4 Les sangles à cliquet

Les sangles à cliquet ont une fonction primordiale puisqu'elles permettent d'introduire de la précontrainte dans la structure par le raccourcissement des éléments. Cette précontrainte permet de rigidifier la structure et de limiter ses déformations.

Elles prennent la place des cordes longitudinales inférieures et sont installées de manière symétrique dans la structure afin de permettre une répartition symétrique des efforts.

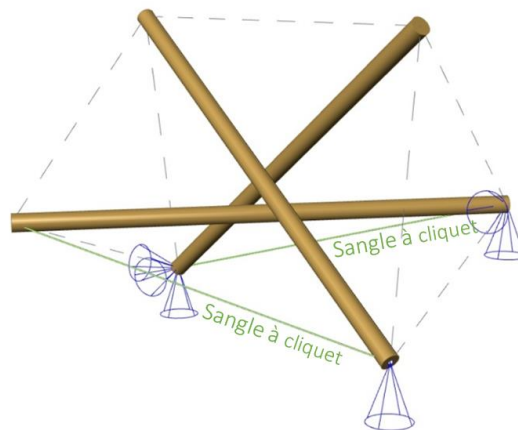


Figure 3.16 – Position des sangles

Elles s'assemblent aux nœuds comme indiqué dans la Figure 3.17 :

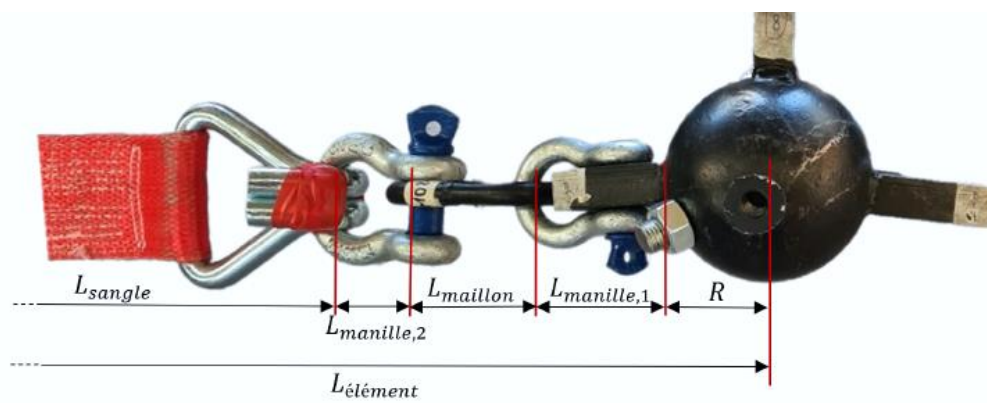


Figure 3.17 – Sangle à cliquet [2]

Leur longueur est donnée par l'équation 3.3 :

$$L_{sangle} = L_{\text{élément}} - 2 * (R + L_{\text{gousset}} + L_{\text{manille},1} + L_{\text{manille},2} + L_{\text{maillon}}) \quad (3.3)$$

Symbole	Valeur	Unité
$L_{\text{élément}}$	3 073	[mm]
R	50	
L_{gousset}	48.5	
$L_{\text{manille},1}$	48	
$L_{\text{manille},2}$	36	
L_{maillon}	80	
L_{sangle}	2 548	

Tableau 3.4 – Description des longueurs des sangles

D'après le fournisseur, les propriétés des sangles sont décrites dans le Tableau 3.5 :

	Symbole	Valeur	Unité
Section	A_{sangle}	262	[mm ²]
Résistance à la rupture	T_u	100	[kN]

Tableau 3.5 – Propriétés des sangles à cliquet

On remarque qu'un maillon de chaîne G80 (Godet, classe 80) est intégré à chaque extrémité. L'un des deux maillons est transformé en capteur de force afin de contrôler l'introduction de précontrainte. Ces maillons capteurs de force réalisés dans le cadre du mémoire de l'année précédente sont précis à 0,1 [kN]. Leurs propriétés sont développées dans le Tableau 3.6.

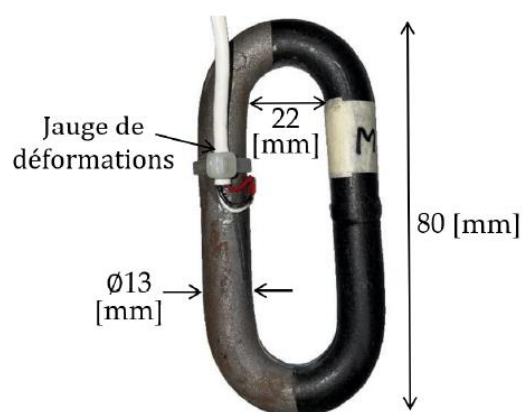


Figure 3.18 – Maillon capteur de force

	Symbole	Valeur	Unité
Section	A_{maillon}	133	[mm ²]
Résistance à la rupture	T_u	212	[kN]

Tableau 3.6 – Propriétés des maillons

3.2.5 Les appuis

Des appuis viennent supporter et surélever la structure. Il existe deux types d'appuis : hauts et bas (Figure 3.19).

Ces appuis sont réalisés avec des sections de tronc d'arbre (essence de « Tsuga ») et des chevrons empêchant le basculement. Des plaques en métal sont fixées sur le dessus afin d'éviter l'écrasement du bois.

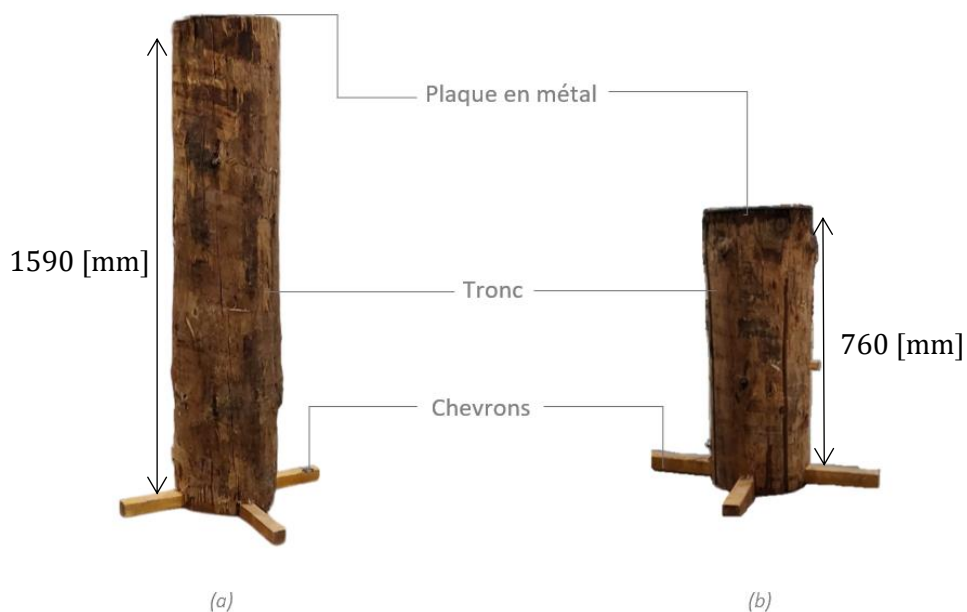


Figure 3.19 – Appuis haut (a) et bas (b)

Des équerres ont été fixées sur les plaques en métal afin de bloquer les déplacements dans certaines directions (Figure 3.20).

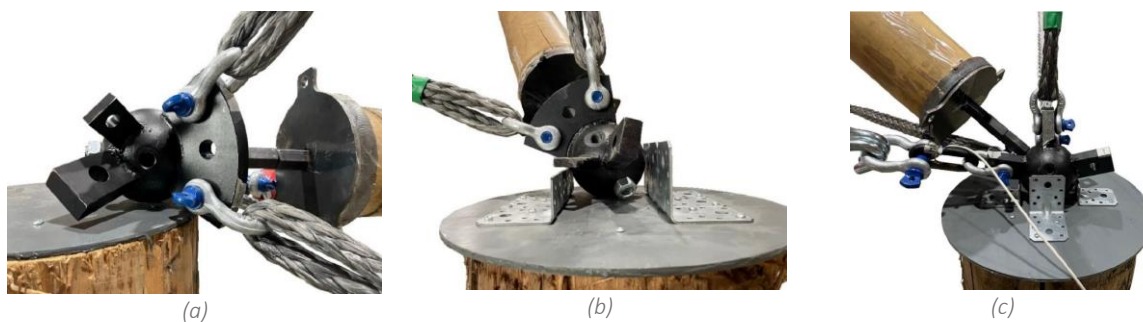


Figure 3.20 – Directions bloquées par des équerres sur les appuis (a) nœud simplement posé, (b) nœud bloqué dans une direction, (c) nœud bloqué dans deux directions. [2]

3.3 Dimensions et masse de la structure

Les dimensions principales de la structure sont décrites dans le Tableau 3.7 :

	Symbole	Valeur	Unité
Portée	L	14,71	[m]
Hauteur	H	2,25	
Rotation entre deux bases	α	39	[°]

Tableau 3.7 – Dimensions de la structure

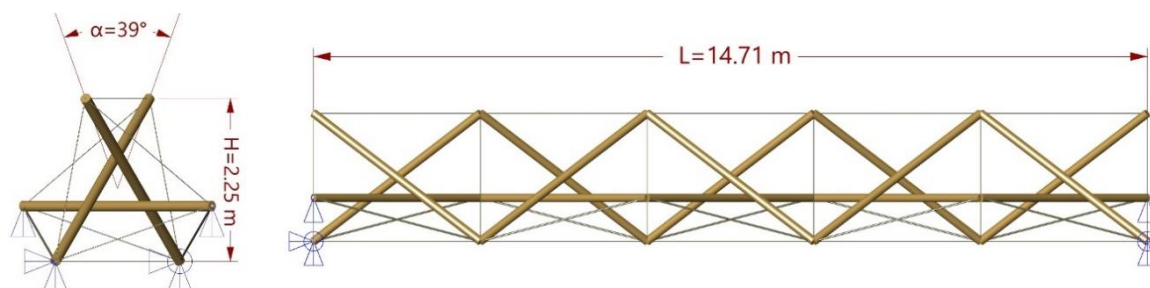


Figure 3.21 – Dimensions de la passerelle

La structure complète (5 modules) pèse 599 [kg]. Le détail de sa masse est développé dans le Tableau 3.8 :

	Élément				Unité
	Nœud	Corde	Buton	Sangle	
Masse	100	60	374	65	[kg]
Proportion du poids total	17 %	10 %	62 %	11 %	[-]

Tableau 3.8 – Masse de la structure

CHAPITRE 4

CARACTÉRISATION ET VALIDATION DES ÉLÉMENTS COMPOSANT LA STRUCTURE

4 CARACTÉRISATION ET VALIDATION DES ÉLÉMENTS COMPOSANT LA STRUCTURE

En octobre 2022, la structure a été montée pour la première fois dans le hall du bâtiment Vinci de l'UCLouvain. En raison de retards dans les livraisons, seuls quatre modules ont été construits et assemblés sur les cinq prévus.

Les principaux objectifs de ce premier montage sont :

- De vérifier la faisabilité de la construction de la passerelle ;
- De s'assurer que chaque élément de la structure remplisse son rôle ;
- De tester l'introduction de précontrainte ;
- De vérifier la corrélation des maillons capteurs de force avec la réalité ;
- D'identifier d'éventuels problèmes structurels généraux.

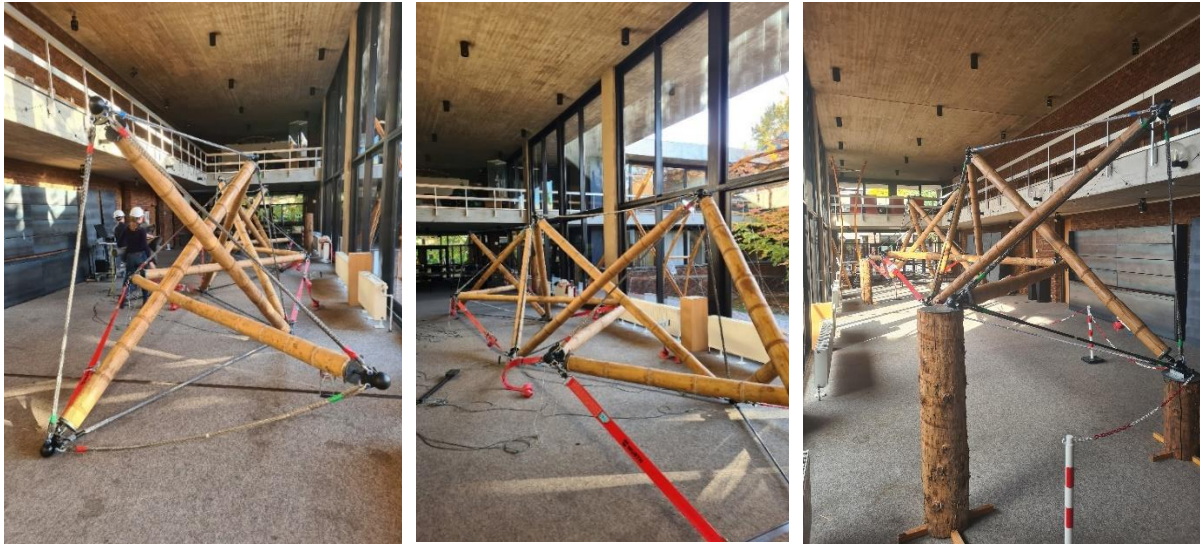


Figure 4.1 – Construction en octobre 2022

Dans l'ensemble, la plupart de ces objectifs ont été atteints, mais deux problèmes majeurs ont été relevés. D'une part, les sangles utilisées ne permettent pas d'introduire plus de 15 [kN] de précontrainte. D'autre part, quelques heures après le montage, une détente a été observée au niveau de certaines cordes longitudinales de la structure.

Ce phénomène est à éviter car il peut entraîner des comportements aléatoires dans la structure et donc invalider les résultats des calculs du modèle.

Deux hypothèses ont été émises quant à l'origine de cette détente.

La première suggère qu'elle est due à un **fluage** des butons en bambou. Le fluage correspond à l'allongement ou au raccourcissement au cours du temps d'un élément soumis à une contrainte constante (Figure 4.2a).

La seconde hypothèse suggère que les cordes de la structure subissent de la **relaxation**⁵, c'est-à-dire à une perte de contrainte au cours du temps d'un élément soumis à un allongement bloqué (Figure 4.2b).

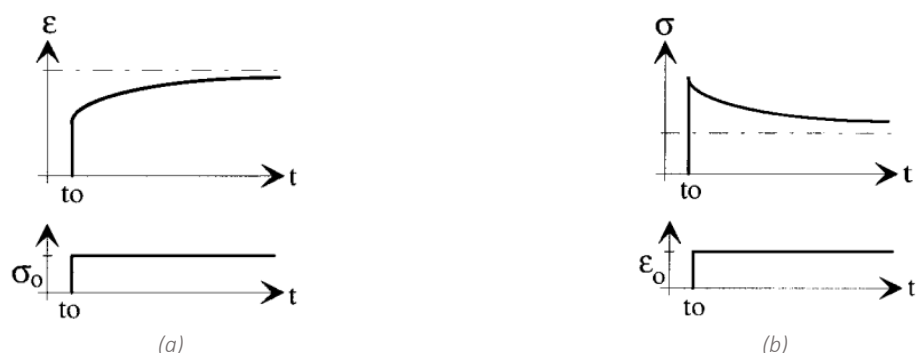


Figure 4.2 – (a) Fluage, (b) Relaxation (t = temps, ϵ = déformation, σ = contrainte) [32]

Il est également possible que ces deux phénomènes agissent simultanément.

Ce chapitre présente les essais réalisés sur chaque élément de la structure. Ces essais ont pour but de comprendre le comportement global de la structure en évaluant les caractéristiques mécaniques de chaque composant.

Les informations ainsi obtenues seront ensuite intégrées dans un modèle numérique afin de réaliser des analyses numériques fidèles à la réalité de la structure. Ces essais permettent également de mieux comprendre les problèmes d'introduction de précontrainte et de détente des cordes et ainsi de proposer des adaptations aux éléments qui le requièrent.

Le chapitre détaille dans un premier temps les essais expérimentaux réalisés sur chaque composant de la structure afin de déduire leurs caractéristiques mécaniques et d'évaluer s'ils remplissent ou non leur fonction. Ensuite, le chapitre propose une conclusion intermédiaire sur base des constats réalisés sur les essais ainsi qu'une proposition d'adaptation aux éléments problématiques. Il décrit enfin les essais réalisés sur les éléments alternatifs aux éléments problématiques et expose finalement une conclusion générale sur cette campagne d'essai.

4.1 Caractérisation mécanique des éléments de la structure

La caractérisation mécanique des éléments permet de comprendre le comportement général de la structure et de déduire, à la suite des observations décrites précédemment, si chaque élément remplit correctement sa fonction. Cette caractérisation se réalise en menant des essais en laboratoire sur les composants de la structure.

Concrètement et dans un premier temps, quatre campagnes d'essais sont réalisées afin de déduire les caractéristiques mécaniques qui nous intéressent :

- Des essais de fluage et de compression sur des échantillons en bambou ;
- Des essais de flambement sur des boutons en bambou ;
- Des essais de mise à longueur, de mise en tension et de relaxation sur les cordes ;
- Des essais de traction sur les sangles à cliquets.

⁵ L'hypothèse d'un phénomène de relaxation a été privilégiée au phénomène de fluage dans les cordes, à cause de leur comportement viscoélastique.

Les essais sont brièvement abordés dans les sections suivantes, mettant en évidence les principaux résultats et conclusions. Une description détaillée de ces derniers est fournie dans l'Annexe B.

4.1.1 Essais de fluage et compression sur cinq échantillons de bambou

Cette première campagne d'essai a pour objectif d'analyser et d'étudier des propriétés mécaniques du bambou *Guadua Angustifolia* utilisé dans la structure. Ces essais sont réalisés sur des échantillons provenant des chutes de butons.

La caractérisation se fait en 2 étapes avec des objectifs distincts :

- Un essai de fluage :
Cet essai nous permettra de déterminer si le bambou a tendance à subir le fluage, ce qui expliquerait en partie la diminution des efforts observée dans la structure ;
- Un essai de compression simple :
Cet essai destructif permet de vérifier et adapter les hypothèses de comportement mécanique du bambou *Guadua Angustifolia* utilisées dans le mémoire de l'année précédente [31].

Hypothèses initiales

Pour les essais, nous disposons de cinq échantillons qui seront tous testés. On pourra ainsi observer les différences de comportement entre des échantillons présentant des caractéristiques similaires.



Figure 4.3 – Échantillons en bambou

Lors des essais, étant donné que les chaumes⁶ de bambou *Guadua Angustifolia* ne sont pas parfaitement circulaires, nous faisons l'hypothèse que chaque échantillon est un cylindre creux dont la hauteur, le diamètre et l'épaisseur sont les valeurs moyennes des trois mesures effectuées sur la circonférence de l'échantillon (tous les 120°, voir Figure 4.4. En chaque point, on mesure à l'aide d'un pied à coulisse (précision 0.1mm), l'épaisseur du bambou aux deux plans d'extrémités de l'échantillon, la hauteur de l'échantillon ainsi que son diamètre supérieur et inférieur, ce qui nous donne sa section moyenne (équation ci-dessous). La masse de l'échantillon ainsi que le parallélisme de ses faces sont également mesurés.

$$A_{moy} = \frac{A_{inf} + A_{sup}}{2} = \frac{\pi}{8} \cdot \left(d_{moy}^2 - (d'_{moy} - t'_{moy})^2 + (d_{moy}^2 - (d_{moy} - t_{moy})^2) \right) \quad (4.1)$$

Où :

$$d_{moy}^{(i)} = \frac{d_1^{(i)} + d_2^{(i)} + d_3^{(i)}}{3} \text{ et } t_{moy}^{(i)} = \frac{t_1^{(i)} + t_2^{(i)} + t_3^{(i)}}{3} \quad (4.2)$$

⁶ Le chaume de bambou est la partie creuse et cylindrique des tiges de bambou.

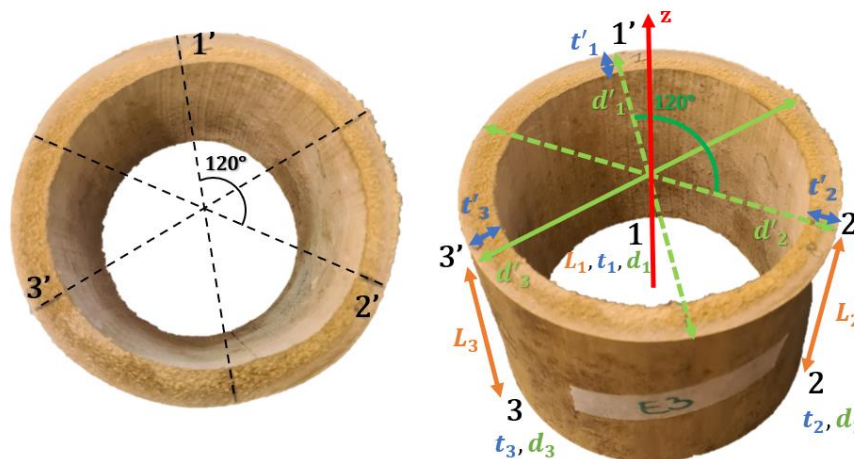


Figure 4.4 – Dimensions et mesures des échantillons de bambou

Les mesures sont décrites dans le Tableau 4.1 :

	Symbole	Échantillon					Unité
		E1	E2	E3	E4	E5	
Hauteur	L_{moy}	82	89	93	104	140	[mm]
Diamètre	D_{moy}	127	118	126	129	146	
Épaisseur	t_{moy}	12	13	12	12	15	
Section	A_{moy}	4446	4323	4217	4364	6018	[mm ²]
Masse	m	227	247	236	289	530	[g]

Tableau 4.1 – Mesures des échantillons

Protocole des essais

Les deux essais se déroulent sur des machines de compression qui sont détaillés en Annexe C.1.2, la mise en place de ces essais selon la norme ISO 22157 est expliqué par la Figure 4.5

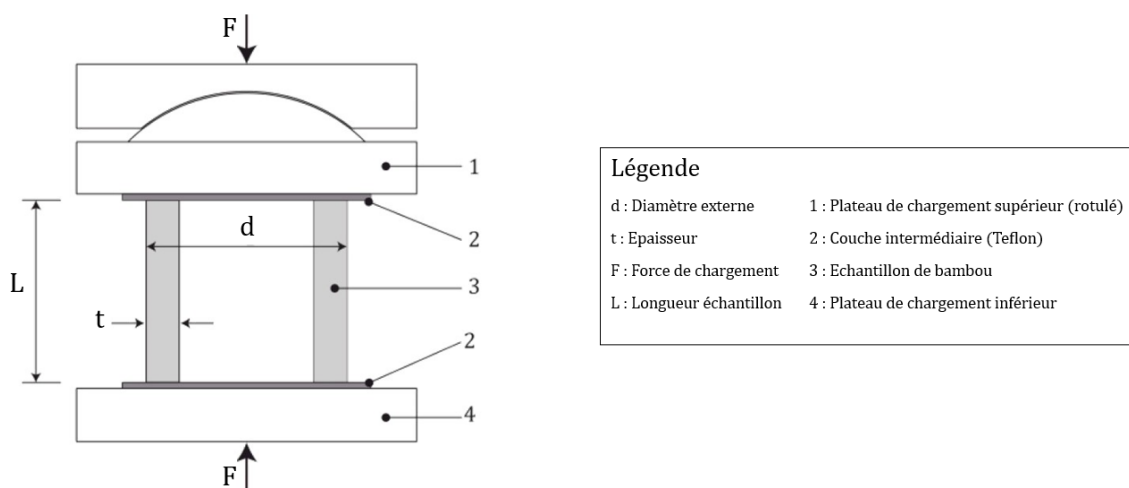


Figure 4.5 – Dispositif d'essai de compression selon la norme 22157 [33]

- **Essai de fluage :**

Au cours de cet essai, on applique à chaque échantillon un chargement continu contrôlé en force à 25 % de la force caractéristique F_k (force de rupture théorique) donnée par l'équation ci-dessous⁷

$$F_k = f_{c,0,k} \cdot A_{moy} \quad (4.3)$$

La valeur de 25 % de F_k a été choisie pour l'essai de fluage car elle correspond à l'effort normal auquel sera soumis le bambou le plus chargé dans la structure finale, à savoir 60 [kN].

$$F_{fluage} = 0.25 \cdot F_k \quad (4.4)$$

L'échantillon est alors soumis à cette force pour une période de trois heures ou six heures durant laquelle la déformation est mesurée par l'équation ci-dessous. Le graphique de déformation en fonction du temps attendu est donné par la Figure 4.6⁸.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_{tot} - \varepsilon_0}{\Delta t} \quad (4.5)$$

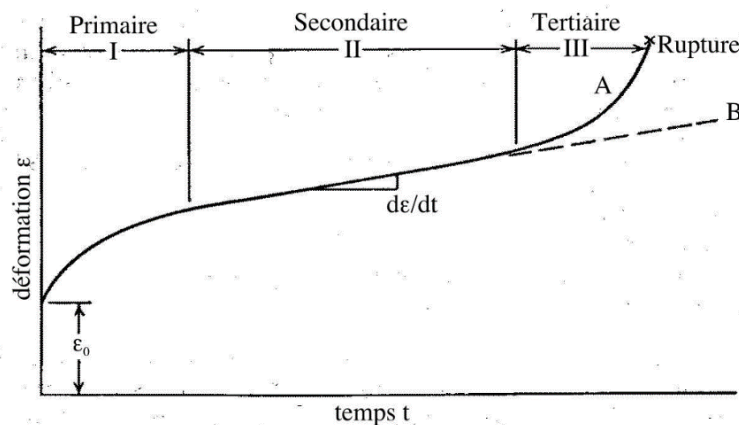


Figure 4.6 – Illustration du phénomène de fluage : Courbe de fluage typique présentant les trois stades du fluage. La courbe A correspond à un essai sous charge constante; la courbe B correspond à un essai sous contrainte constante [34]

- **Essai de compression simple :**

Ces essais sont réalisés conformément à la norme ISO 22157 [33]. Le dispositif de l'essai est observable dans l'Annexe C3. Annexe C

Chaque échantillon subit un chargement continu contrôlé en déplacement par une machine de compression du LEMSC jusqu'à atteindre la rupture de l'échantillon. À l'issue de l'essai, on obtient la résistance à la compression $f_{c,0,k}$ ainsi que le module de Young $E_{c,0}$ qui est donné par l'équation suivante.

$$E_{c,0} = \frac{F_{60\%} - F_{20\%}}{A \cdot (\varepsilon_{60\%} - \varepsilon_{20\%})} \quad (4.6)$$

⁷ Où $f_{c,0,k} = 57 [MPa]$ provient de l'étude de l'Université du Larenstein (Tableau 4.4).

⁸ Les différents types de fluage (primaire, secondaire et tertiaire) sont expliqués dans l'Annexe C3. Essais de fluage

Le graphique de la contrainte en fonction de la déformation obtenue doit alors s'approcher de la Figure 4.7.

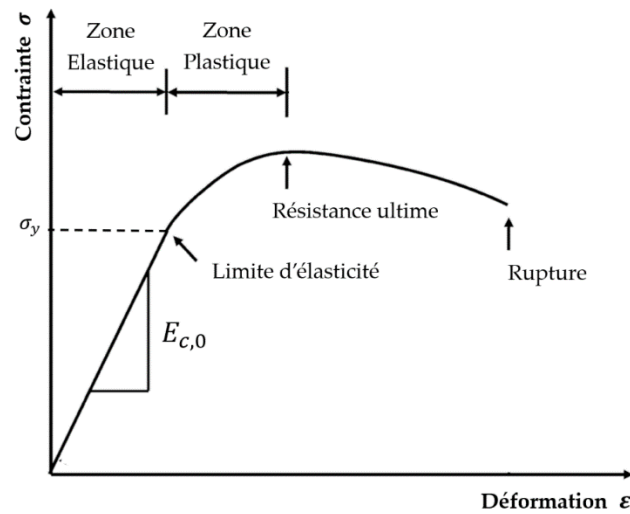
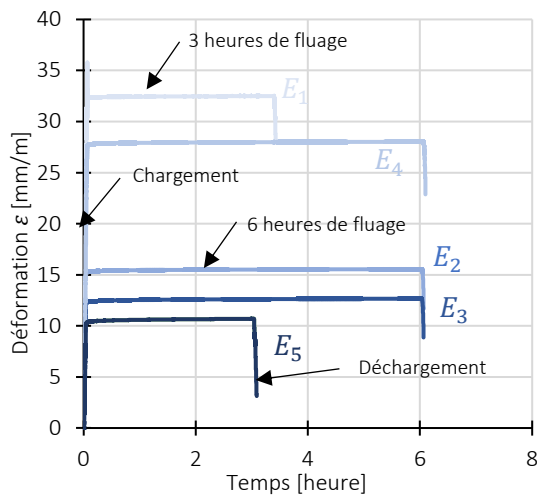


Figure 4.7 – Contrainte - déformation typique d'un essai de compression simple pour un échantillon en bois [Illustration de l'auteur]

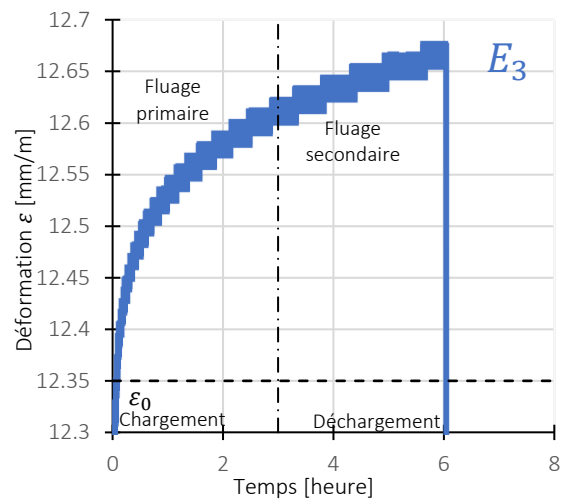
Résultats et observations

- Essai de fluage :

La Figure 4.8a met en évidence le résultat des essais de fluage de son chargement à son déchargement pour tous les échantillons tandis que la Figure 4.8b se concentre sur le fluage de l'échantillon E3 après la déformation instantanée ϵ_0 .



(a)



(b)

Figure 4.8 – (a) Essai de fluage des échantillons (b) Essai de fluage E3 après la déformation instantanée.

La Figure 4.8a et le Tableau 4.2 révèlent des déformations instantanées très variables pour nos échantillons. Ces variations s'expliquent par l'imperfection de nos échantillons, où une plus grande déformation instantanée est observée lorsque les plans d'extrémités ne sont pas plats ni parallèles entre eux. Les résultats dans l'ordre croissant de perfection des échantillons sont : E1, E4, E2, E5, puis E3, en accord avec les observations. Les détails sont disponibles dans l'Annexe D

	Symbole	Échantillon					Unité
		E1	E2	E3	E4	E5	
Force caractéristique théorique	$F_{k,theo}$	253	246	240	249	343	[kN]
Force de fluage	F_{fluage}	85	62	60	62	86	
Déformation instantanée	ε_0	32,3	15,2	12,4	27,7	10,3	[mm/m]
Déformation finale	ε_{tot}	32,5	15,5	12,7	28,0	10,7	
Déformation essai	$d\varepsilon/dt$	0,07	0,06	0,05	0,05	0,13	[mm/m/h]

Tableau 4.2 – Résultats des essais de fluage sur les échantillons en bambou

Les déformations $d\varepsilon/dt$ sont similaires pour chaque échantillon. Après 6 heures de fluage, l'échantillon le plus parfait (E3) présente une déformation de seulement 0,3 [mm/m]. Pour nos boutons de 4 mètres de longs soumis à une force de 60 [kN], cela équivaut à un raccourcissement de 1,2 [mm], négligeable par rapport à la précision au centimètre de la structure.

• Essai de compression simple :

La Figure 4.9.a présente les résultats des essais de compression simple jusqu'à la rupture pour tous les échantillons. En revanche, la Figure 4.9.b se focalise sur l'échantillon E3.

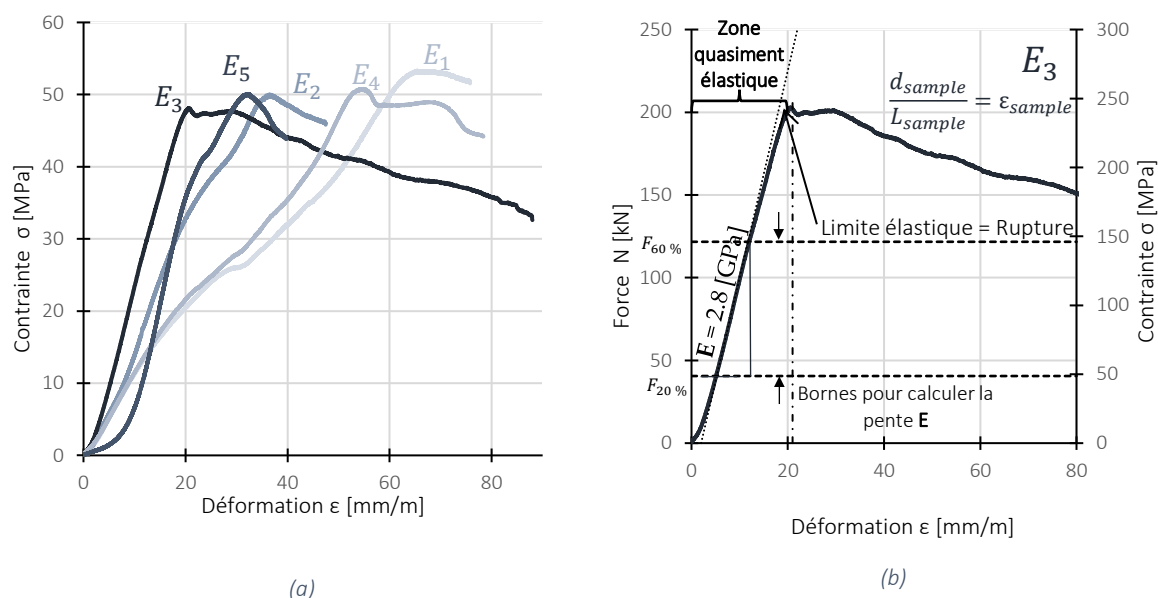


Figure 4.9 - Essais de compression simple : (a) Essais de compression pour tous les échantillons, (b) Essai de compression simple de l'échantillon E3

On observe également l'imperfection des échantillons sur la Figure ci-dessus. E3 est le seul échantillon dont la pente est quasiment constante jusqu'à la rupture, ce qui signifie qu'il se rompt sans montrer de déformation significative préalable (pas de zone plastique). Or, l'échantillon E3 est le seul présentant une imperfection acceptable selon la norme ISO 22157 (Annexe DAnnexe D'Échantillons).

Les résultats obtenus au cours de ces essais sont repris dans le Tableau 4.3 :

	Symbole	Échantillon						Unité
		E1	E2	E3	E4	E5	E _{moy}	
Force caractéristique théorique	$F_{k,theo}$	253	246	240	249	343	-	[kN]
Force caractéristique réelle	$F_{k,reel}$	237	216	203	222	301	-	
Comparaison F_k	ΔF_k	-16	-30	-27	-27	-42	-	
Densité	ρ	622	642	604	638	627	627	[kg/m ³]
Résistance compression	$F_{c,0,k}$	53	50	48	51	50	50	[MPa]
Module de Young	$E_{c,0}$	0,7	1,9	2,8	0,8	3,2	1,9	[GPa]

Tableau 4.3 – Résultats des essais de compression sur les échantillons en bambou

- **Forces caractéristiques** : le Tableau 4.3 montre que la force caractéristique théorique est relativement proche de la force caractéristique réelle, bien qu'elle la surestime légèrement. Cette différence est certainement liée à l'imperfection des échantillons.
- **Densité** : la densité obtenue au cours de ces essais $\rho = 627 [kg/m^3]$ est assez similaire à celle utilisée dans le mémoire précédent [33] : $\rho = 650 [kg/m^3]$.
- **Module de Young** : en raison des variations entre les échantillons, ces résultats ne sont pas suffisamment précis. Nous avons privilégié deux sources scientifiques [35] [36] pour obtenir une mesure fiable du module de Young du Bambou Guadua Angustifolia.

La valeur de 8,7 [GPa] définie par l'étude de l'université de Larenstein (Pays-Bas) [31] ne semble pas être une campagne de tests approfondie pour le bambou Guadua Angustifolia, mais plutôt une comparaison avec d'autres espèces de bambou.

Après examen des différentes sources, nous choisissons de faire confiance à une étude scientifique, « *Conception des assemblages et des éléments dans les structures en bambou Guadua* » publiée en 2002 [37]. Cette étude, basée sur plus de 200 échantillons de bambou Guadua Angustifolia, rapporte un module de Young : $E_{c,0} = 6\,000 [MPa]$.

- **Résistance à la compression** : les valeurs obtenues pour chaque échantillon sont proches et concordent avec d'autres études notamment celle choisie dans le mémoire de l'an passé : $f_{c,0,k} = 50 [MPa]$.

Sur base des observations des essais réalisés et des recherches effectuées, voici un tableau comparatif entre les valeurs utilisées dans le mémoire de l'année passée et les valeurs utilisées dans le mémoire de cette année sur les structures en tenségrité :

	Symbole	Résultat		Unité
		Étude du Larenstein	Nouvelle valeur	
Densité	ρ	650	625	[kg/m ³]
Module de Young	$E_{c,0}$	8,7	6,0	[GPa]
Résistance à la compression	$f_{c,0,k}$	57	50	[MPa]

Tableau 4.4 – Comparaison des propriétés mécaniques du bambou obtenues par l'étude du Larenstein et obtenu à la suite des essais de caractérisation

Conclusion des essais sur les échantillons de bambous :

Les résultats de la campagne d'essais effectuée sur nos 5 échantillons en bambou ont permis de parvenir à certaines conclusions :

- L'effet de fluage est insignifiant dans les boutons en bambous ;
- La densité du bambou *Guadua Angustifolia* utilisé pour les boutons est de 625 [kg/m³] ;
- La résistance à la compression axiale de nos bambous est de 50 [MPa].

Cependant, il convient de noter que cette campagne d'essai n'était pas suffisamment exhaustive et représentative pour permettre la détermination précise du module de Young du bambou. En effet, cette étude a été réalisée sur un nombre limité d'échantillons qui ne satisfaisaient pas pleinement aux exigences de la norme ISO 22157.

Pour obtenir des résultats plus robustes concernant le module de Young, nous nous sommes basés sur une étude reprenant une campagne d'essais beaucoup plus complète, comprenant l'analyse de 200 échantillons [37].

- Le module de Young obtenu pour nos bambous dans le cadre de cette étude s'élève à 6,0 [GPa].

En se basant sur ces conclusions, il est estimé que nos bambous présentent une résistance suffisante pour être utilisés dans la structure finale.

4.1.2 Essai au flambement de boutons en bambou

Après avoir évalué la résistance du bambou *Guadua Angustolia* par le biais des essais de compression sur cinq échantillons, il est désormais essentiel de considérer le phénomène de flambement, en raison de la forme élancée de nos boutons.

Ces essais de flambement ont deux objectifs :

- Valider expérimentalement la résistance de nos échantillons de bambou aux charges critiques selon les critères d'Euler et de l'Eurocode ;
- Établir une limite de charge sécuritaire en déterminant la charge maximale de rupture du bambou le moins résistant, pour guider l'utilisation des bambous plus résistants dans la structure finale.

Hypothèses initiales

Durant ces essais, six boutons ont été soumis à des tests : les trois présentant la plus grande résistance et les trois ayant la plus faible résistance, en se basant sur leur section moyenne. Cette section moyenne a été mesurée selon l'approche illustrée par la Figure 4.10, en calculant la moyenne des diamètres obtenus à chaque nœud et inter-nœud. Le processus complet de mesure est expliqué en détail dans l'Annexe C Échantillons.

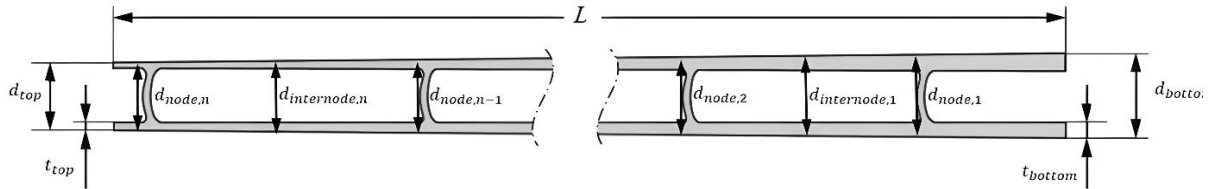


Figure 4.10 – Dimensions d'un bouton

Étant donné que ces boutons ne sont pas parfaits, chacun d'entre eux présente un défaut de rectitude initial, comme illustré dans la Figure 4.11a. Le processus permettant d'obtenir ces excentricités est également expliqué de manière approfondie dans l'Annexe C.2.2C.2.2Défaut de rectitude.

À la suite de ces mesures, nous parvenons à représenter graphiquement le défaut de rectitude pour chaque bambou (Figure 4.11b) :

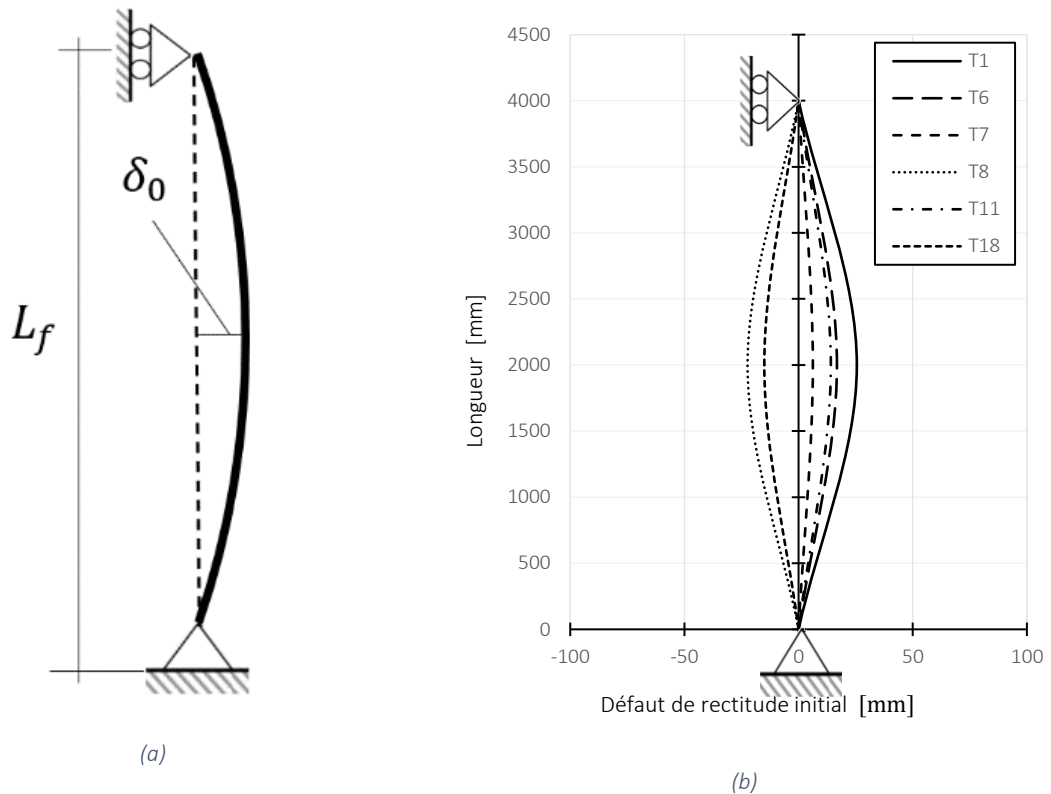


Figure 4.11 – Défaut de rectitude : (a) Illustration usuel, (b) mesuré pour chaque bouton

Protocole des essais

Après avoir procédé aux mesures des bambous, nous avons entrepris les essais en suivant trois étapes distinctes :

- Un essai de flambement jusqu'à une charge de 45 [kN] pour deux des trois butons présentant la plus faible résistance : T1 et T11.
- Un essai de flambement jusqu'à une charge de 60 [kN] pour les trois butons les plus résistants : T6, T7 et T8.
- Un essai de flambement jusqu'à la rupture du bouton le moins résistant : T18.

Toutes ces expérimentations ont été menées en utilisant des capteurs de déplacement, permettant ainsi de mesurer le déplacement radial u_{rad} du bouton. Parallèlement, un vérin hydraulique contrôlé en déplacement a été utilisé pour appliquer la charge normale attendue, fournissant également le déplacement axial du bouton, noté u_z . La déformation finale obtenue est alors déterminée par l'équation 4.7, dont l'illustration est fournie par la Figure 4.12.

Les détails complets du dispositif expérimental sont exposés dans l'Annexe C. Protocole

$$\delta_{tot} = \delta_0 + u_{rad} \quad (4.7)$$

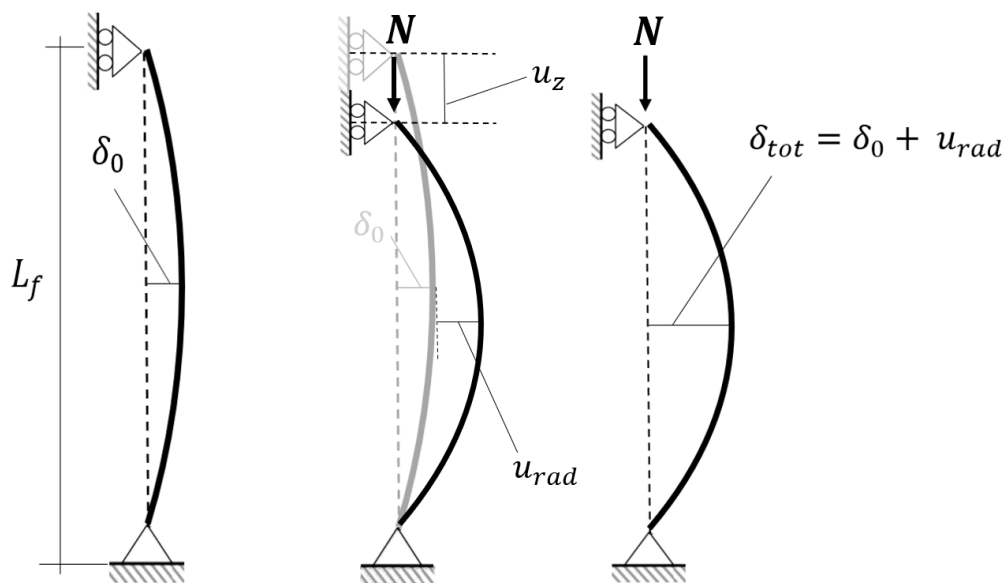


Figure 4.12 – Essai de flambement : déformation finale

Résultats et observations

Pour rappel, il existe deux types de flambement (représentés sur la Figure 4.13).

- **Le flambement par bifurcation** : Lorsque la charge de compression atteint ou dépasse une valeur critique N_{cr} , la structure subit une déformation brusque. Elle se produit surtout pour des matériaux ou des structures parfaites.
- **Le flambement par divergence** : Ce flambement se produit dans le cas d'éléments imparfaits, la déflexion commence dès le début du chargement. Il n'y a pas de flambement soudain par bifurcation, mais une augmentation continue des déplacements.

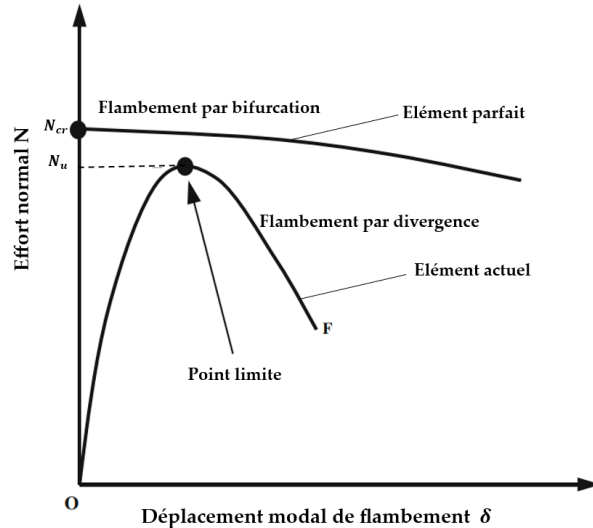


Figure 4.13 – Flambement par divergence et par bifurcation [38]

Au total, deux des six essais n’ont pas atteint les objectifs établis initialement (à savoir atteindre respectivement 45 et 60 [kN]). Nous avons dû arrêter prématurément les essais des butons **T6** et **T11** par crainte de leur rupture, ce qui aurait compromis la construction de la structure finale.

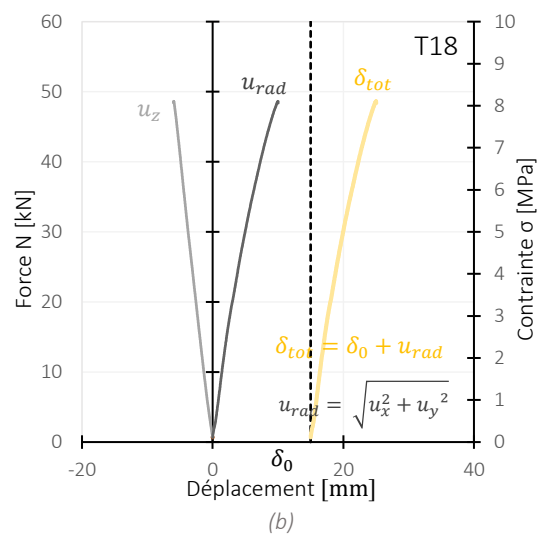
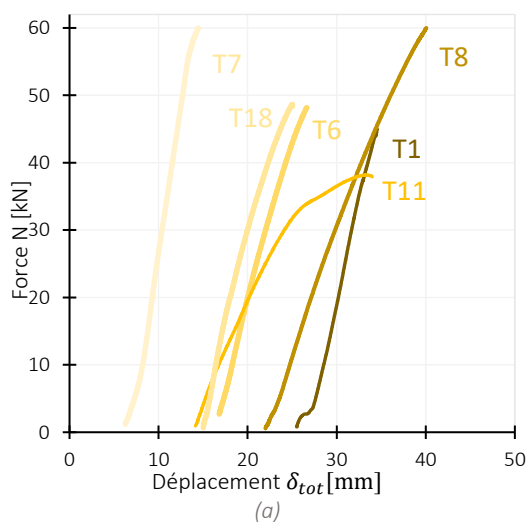
Plus précisément :

- L’essai du bouton T6 a été interrompu en raison d’un **bruit important de fissurations** ;
- L’essai du bouton T11 a été interrompu en raison d’un **flambement excessif**.

Concernant les résultats graphiques des essais, la Figure 4.14a montre le flambement global observé pour tous les butons. La Figure 4.14b détaille l’essai de flambement du bouton T18 jusqu’à la rupture, fournissant une analyse approfondie des déplacements u_z , u_{rad} et δ_{tot} .

Les Figure 4.14c et Figure 4.14d, quant à elles, présentent les deux essais qui n’ont pu être menés à leur terme.

Les Figure 4.14e et Figure 4.14f présentent les courbes de résistance au flambement selon les modèles d’Euler et de l’Eurocode 5, ainsi que les résultats expérimentaux. Cette comparaison nous permet d’évaluer la concordance entre ces lois théoriques et nos expériences.



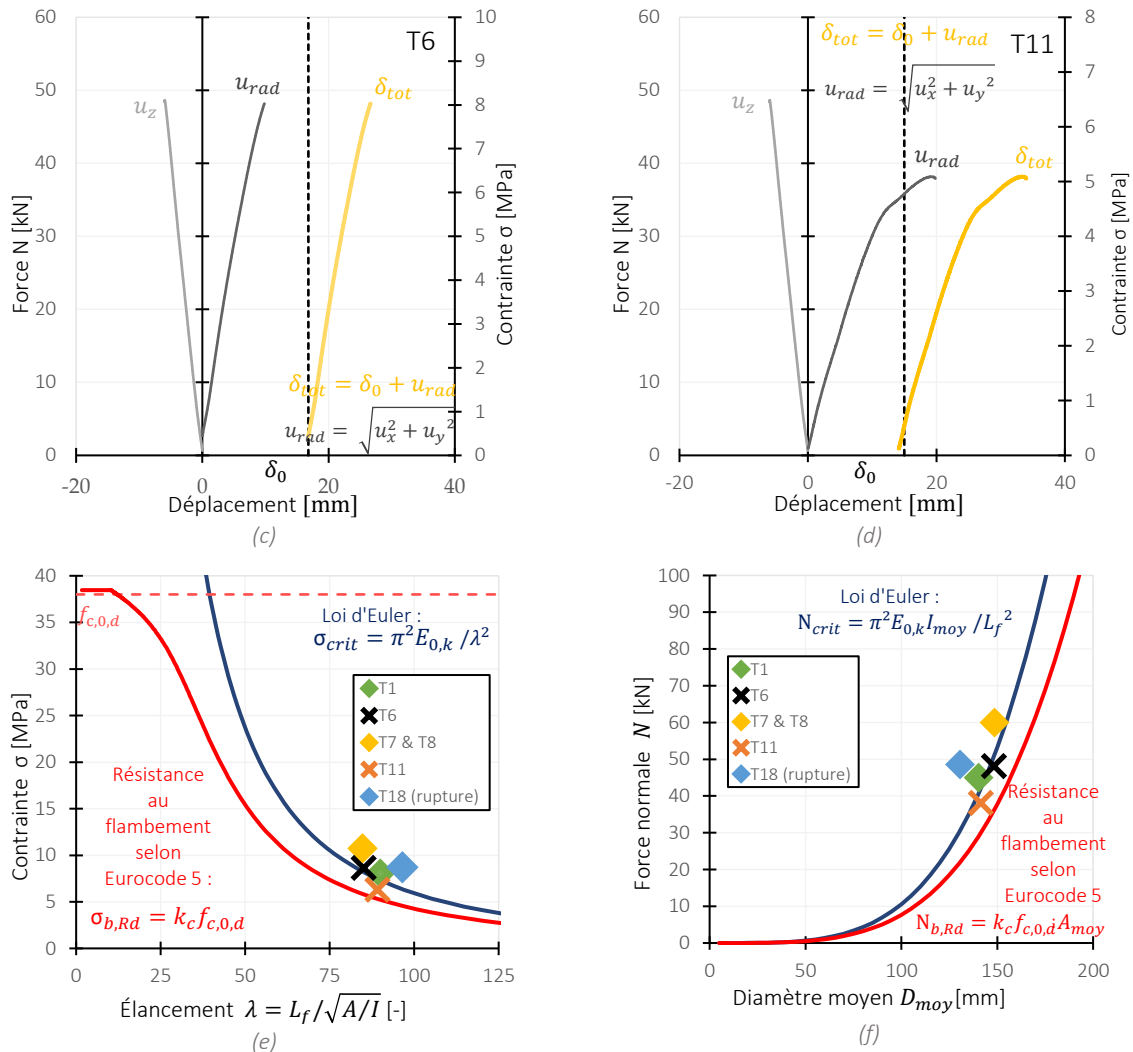


Figure 4.14 – Essais de flambement : (a) Tous, (b) Rupture T18, (c) T6, (d) T11, (e) et (f) Euler et Eurocode

Le Tableau 4.5 reprend les principaux résultats de ces essais de flambement.

Bouton	Déplacement				Euler	Eurocode	Exp.	Test ?
	δ_0	u_z	u_{rad}	δ_{tot}	N_{crit}	$N_{b,Rd}$	N_{exp}	OK/ NOK
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[kN]	[kN]	[kN]	
T1	26	6	9	35	41	29	45	OK
T6	17	6	10	27	51	36	48	NOK
T7	6	7	8	14	52	37	60	OK
T8	22	9	19	41	52	37	60	OK
T11	12	6	18	30	42	30	38	NOK
T18	15	6	15	30	31	22	47	OK

Tableau 4.5 – Résultats des essais de flambement

En comparant le rappel théorique avec les résultats expérimentaux, nous pouvons conclure que tous nos boutons ont subi un flambement par divergence.

En se référant au Tableau 4.5, on constate que le déplacement observé au cours des essais (u_{rad}) reste inférieur à 2 centimètres. Ce qui est à peine perceptible à l'œil nu. Cependant, il est important de souligner que le bouton **T11** a atteint un état critique de flambement après un déplacement de seulement 1 centimètre et un effort normal N de 35 [kN].

Cependant, pour le buton **T11**, l'Eurocode 5 prévoit une charge critique maximale au flambement de **30 [kN]**, tandis que le critère d'Euler indique **42 [kN]**. Cette différence confirme que l'Eurocode offre une marge de sécurité supérieure et plus réaliste par rapport à Euler. En revanche, pour les butons **T1**, **T7**, **T8** et **T18**, les critères d'Euler et d'Eurocode présentent des marges de sécurité **excessives** compte tenu des charges réellement atteintes. Les calculs détaillés sont disponibles dans l'Annexe B.

Une comparaison intrigante concerne les butons **T7** et **T8**, de proportions semblables en termes d'élanement et de diamètre. Malgré des déplacements axiaux presque identiques (u_z), le flambement induit un déplacement radial (u_{rad}) plus de deux fois plus grand pour **T8** que pour **T7**, avec un même effort normal de **60 [kN]**. Cette différence s'explique par un défaut initial de rectitude plus marqué chez **T8**, près de quatre fois supérieur à celui de **T7**.

Lors de l'essai jusqu'à la rupture avec le buton **T18**, une observation de la Figure 4.15 révèle que le bambou n'a pas eu le temps d'atteindre le point limite du flambement par divergence. La rupture du buton **T18** est survenue localement, au niveau de son assemblage en contact avec l'appui à rotule. Certains bambous, notamment celui-ci, présentent une section très faible, nécessitant de creuser l'intérieur du bambou pour le passage de l'assemblage, entraînant ainsi une faiblesse locale dans le buton. La Figure 4.15 illustre la rupture du bambou **T18**.

Afin d'expliquer la rupture du buton, nous devons vérifier si la force critique locale du bambou a été atteinte au cours de cet essai. Cette force peut être calculée à l'aide de l'Eq. 4.8.



Figure 4.15 – Rupture du buton T18 au niveau de son assemblage et sa section la plus faible (a) à la fin de l'essai, (b) après l'essai, (c) l'intérieur du buton T18 creusé pour accueillir l'assemblage

$$N_{loc} = \frac{A_{min} \cdot f_{c,0,d}}{\gamma_s} \quad (4.8)$$

Pour le bouton **T18**, les valeurs sont les suivantes :

- $A_{min} = 861.2 \text{ [mm}^2\text{]}$ (section mesurée entre le cylindre métallique de l'assemblage, d'un diamètre de 114.3 mm, et la section la plus faible du bambou à cet endroit) ;
- $f_{c,0,d} = 38 \text{ [MPa]}$;

- γ_s est un facteur de sécurité qui prend en compte les imperfections locales du bambou (fissures importantes, répartition non-uniforme de la colle au niveau de l'assemblage, ...). Nous prenons une valeur de 1 pour évaluer si cette formule nous donne une valeur sécuritaire sans coefficient de sécurité.

Ainsi, nous obtenons :

$$N_{loc} = \frac{861,2 \cdot 38}{1,0} = 32,7 \text{ [kN]}$$

On peut conclure que cette force a été largement dépassée, même sans prendre en compte aucun coefficient de sécurité.

En exploitant les données expérimentales de contraintes obtenues à partir de l'équation et de déformation ci-dessous, nous pouvons déterminer le module de Young du bouton. Les modules d'élasticité ainsi calculés pour chaque bouton sont répertoriés dans le Tableau 4.6.

$$\sigma_{exp} = \frac{N_{exp}}{A_{moy}} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_{exp} = \frac{u_z}{L_{fl}} \quad (4.10)$$

$$E_{exp} = \frac{\sigma_{exp}}{\varepsilon_{exp}} \quad (4.11)$$

Bouton	Contrainte	Déformation	Module de Young
	σ_{exp}	ε_{exp}	E_{exp}
	[MPa]	[%]	[GPa]
T1	8,1	0,15	5,5
T6	8,6	0,14	6,0
T7	10,8	0,18	6,0
T8	10,8	0,21	5,0
T11	6,9	0,16	4,4
T18	8,7	0,15	5,9

Tableau 4.6 – Module de Young obtenu des essais de flambement

Finalement, les modules de Young obtenus à partir des essais de flambement sont assez similaires. La moyenne du module d'élasticité pour les six boutons est de $E_{moy,buton} = 5,5 \text{ [GPa]}$, une valeur proche de celle choisie pour le bambou Guadua Angustifolia.

Conclusion sur les essais au flambement des boutons :

- Le critère de résistance au flambement, tel que défini par l'Eurocode 5, se révèle **être très sécuritaire** pour évaluer la charge critique que peuvent supporter nos bambous sous flambement.
- La présence d'un défaut de rectitude dans nos boutons induit un flambement **nettement plus prononcé** par rapport à celui d'un bouton parfaitement rectiligne.
- Il est essentiel de vérifier la résistance locale du bambou au niveau de sa section la plus faible afin d'éviter une rupture à cet endroit particulier.
- Le module de Young déduit de ces essais sur les échantillons en bambou est **valide pour nos boutons**.

- Enfin, le bambou présentant la section la plus faible a résisté à une charge de **48 [kN]**. Par conséquent, nous pouvons affirmer que tous nos boutons sont capables de supporter au moins cette charge.

En se basant sur cette analyse, on peut conclure que la distribution appropriée des boutons en fonction des charges au sein de la structure finale permet à celle-ci de résister aux charges prévues. Une note de calcul détaillée a permis de placer les boutons dans la structure finale en fonction des critères évoqués précédemment (flambement et local). Cette note de calcul se trouve dans l'Annexe B.

4.1.3 Essais de mise en tension et de relaxation des câbles en corde marine

Les câbles en corde marine présentent un caractère particulier puisqu'ils sont viscoélastiques. Il est donc important de déterminer si leur comportement permet leur utilisation « saine » dans une structure en tenségrité capable de reprendre des charges.

Pour répondre concrètement à ces exigences, plusieurs essais sont envisagés :

- Un essai de mise à longueur des cordes : cet essai a pour but de déterminer s'il est possible de fixer la longueur initiale des cordes telles qu'une fois mises sous tension dans la structure, sa longueur finale après son allongement corresponde à la longueur requise par la géométrie de la structure avec une précision de ± 10 [mm] ;
- Un essai de caractérisation du module de Young : cet essai permet de déterminer un module de Young moyen pour l'ensemble des cordes de la structure ;
- Un essai de relaxation : cet essai permet de déterminer l'importance de la relaxation et si elle est à l'origine de la détente observée.

Hypothèses initiales

Comme évoqué dans le point 3.2, la structure comporte trois types de cordes : des cordes longitudinales (auxquelles nous ajouterons un maillon « capteur de force » pour les essais suivants), additionnelles et transversales.

Nous considérons que les éléments soumis aux essais comprennent plusieurs composantes : la corde, les manilles, éventuellement des maillons pour les cordes longitudinales, afin d'obtenir un module de Young pour l'élément complet.



Figure 4.16 – Longueur cordes marines

Les longueurs de cordes nécessaires déduites de la géométrie de la structure ($L_{géo}$) sont décrites dans le Tableau 4.7 :

$$L_{géo} = 2 \cdot L_{manille} + L_{corde} (+L_{maillon}) \quad (4.12)$$

	Symbole	Type de corde			Unité
		Transversale	Longitudinale	Additionnelle	
Corde	L_{corde}	2 021	2 780	3 124	[mm]
Manille	$L_{manille}$	48	48	48	
Maillon	$L_{maillon}$	/	128	/	
Longueur totale	$L_{géo}$	2 117	3 004	3 220	

Tableau 4.7 – Longueurs des cordes requises par la géométrie de la structure

Nous considérons également que la section des éléments complets (corde + manilles + maillon éventuel) est constante et circulaire, d'un diamètre de 20 mm, soit une aire de 314 mm².

Protocole des essais

La mise en place des essais sur les cordes marines se déroule comme indiqué sur la Figure 4.17.

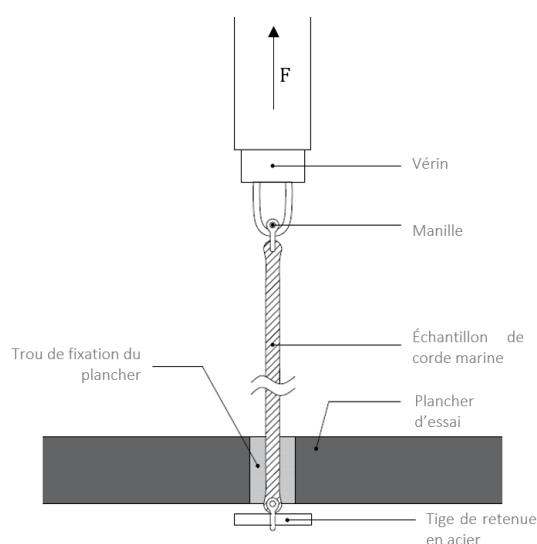


Figure 4.17 – Mise en place des essais sur les cordes marines

• Essai de mise à longueur des cordes :

Lors de cet essai, trois échantillons de chaque type de corde sont testés. L'essai se déroule comme suit : les cordes sont mises à une longueur calculée initiale (L_{loose})⁹ par réglage de leurs épissures. Ces longueurs sont décrites dans le Tableau 4.8.

$$L_{loose} = 2 \cdot L_{manille} + L_{corde} (+L_{maillon}) \quad (4.13)$$

⁹ La longueur L_{loose} est déterminée sur base des résultats d'un essai de caractérisation réalisé sur les cordes en 2022 dans le cadre du mémoire précédent [2].

	Symbole	Type de corde			Unité
		Transversale	Longitudinale	Additionnelle	
Corde	L_{corde}	1 900	2 620	2 940	[mm]
Manille	$L_{manille}$	48	48	48	
Maillon	$L_{maillon}$	/	128	/	
Longueur totale	L_{loose}	1 996	2 844	3 036	

Tableau 4.8 – Longueur des cordes avant les essais de mise à longueur

Elles sont ensuite soumises à deux cycles de mise en tension de **50 [kN]**. Cette tension correspond à la tension maximum reprise par les câbles dans la structure chargée. La longueur finale après l'essai est L_1 (voir Tableau 4.9).

On vérifie que la longueur finale L_1 à la fin de la mise en tension correspond à la longueur requise par la géométrie $L_{géo}$ décrite dans le Tableau 4.7 avec une précision de l'ordre de ± 10 [mm]. Si c'est le cas pour l'ensemble des cordes testées, le test est validé.

- **Essai de caractérisation du module de Young :**

À la suite des deux cycles de mise en tension précédentes, les cordes ont perdu momentanément leur caractère visqueux et ont une longueur L_1 . Elles ne présentent plus qu'un comportement élastique linéaire qui permet alors de déterminer leur module de Young.

Elles sont alors directement soumises à trois cycles supplémentaires de mise en tension de **50 [kN]** afin de caractériser leur module de Young.

- **Essai de relaxation :**

Lors de cet essai, pour des raisons pratiques, seul un échantillon corde transversale est testé. L'essai se déroule comme suit : la corde est, dans un premier temps, mise en tension à **50 [kN]** et son allongement est maintenu constant pendant 30 heures. On mesure alors la perte de tension dans l'élément au cours du temps.

Ensuite, la tension est remontée à **50 [kN]** pour deux cycles identiques aux étapes précédentes.

Résultats et observations

- Essai de mise à longueur des cordes :

La Figure 4.18 illustre le résultat d'un essai de mise à longueur de l'échantillon 1 d'une corde transversale.

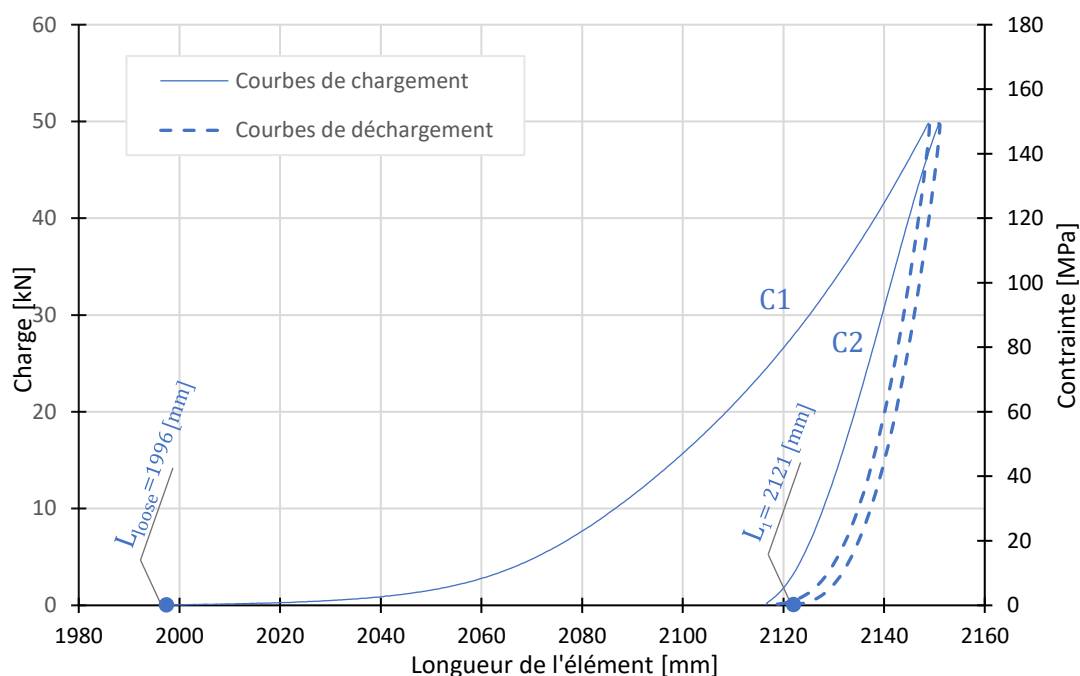


Figure 4.18 – Essai de mise à longueur sur une corde transversale (Cx indique le xième chargement)

Les longueurs finales expérimentales L_1 de chaque échantillon sont décrites dans le Tableau 4.9 :

	Symbole	Type de corde			Unité
		Transversale	Longitudinale	Additionnelle	
Échantillon 1	L_1	2 121	2 984	3 245	[mm]
Échantillon 2		2 113	2 928	3 201	
Échantillon 3		2 109	2 968	3 224	
Longueurs attendues	$L_{géo}$	2117	2 117	3 004	[mm]
$\Delta L_{moyen} = moy L_1 - L_{géo} $		5,3	44,0	16,0	
$\leq 10 \text{ mm ?}$		OK	NOK	NOK	

Tableau 4.9 – Comparaison des longueurs L_1 après essai

On remarque une grande disparité des longueurs résultantes. Cette disparité peut s'expliquer par le comportement aléatoire de la mise à longueur par les épissures qui sont réalisées manuellement. La qualité des épissures n'est pas constante d'une corde à l'autre, ce qui amène des comportements d'allongement différents de chaque corde.

- Essai de caractérisation du module de Young :

La Figure 4.19 illustre l'essai de caractérisation du module de Young qui suit l'essai de mise à longueur de ce même échantillon de corde transversale.

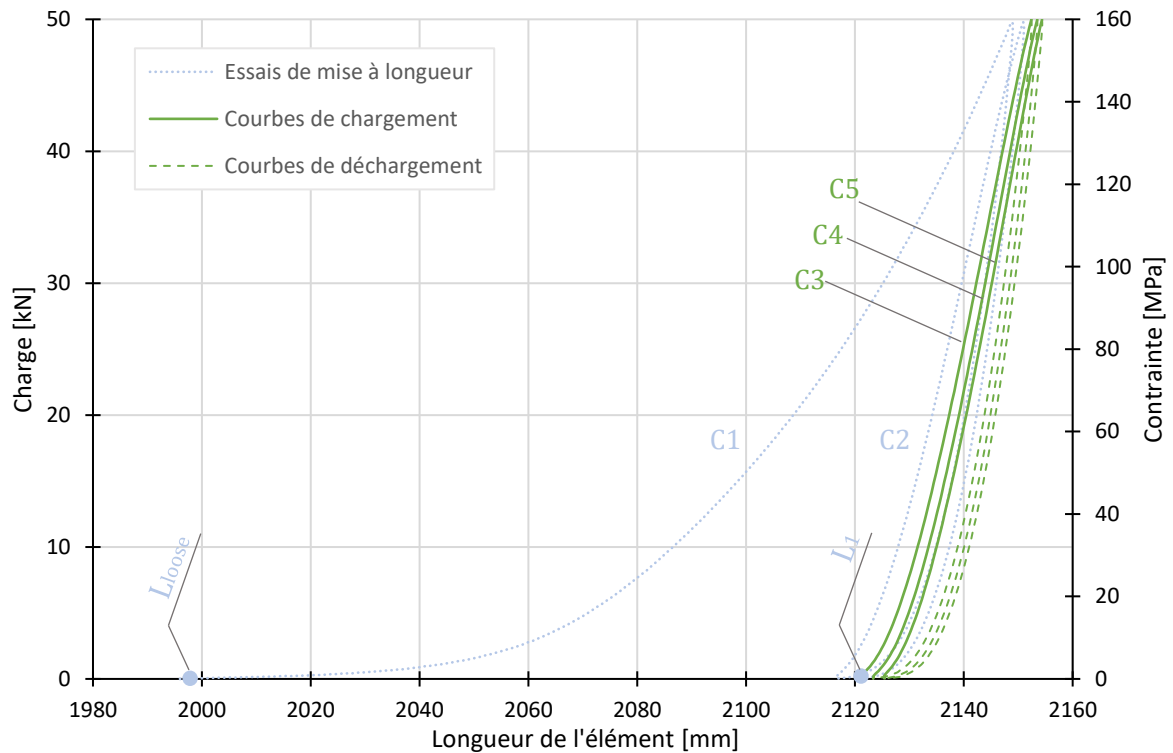


Figure 4.19 – Essai de caractérisation du module de Young d'une corde transversale (Cx est la dénomination des chargements)

Les relations contrainte-déformation des trois courbes de chargement (C3, C4, C5) de l'essai de caractérisation s'établissent sur base de loi de Hooke (équation 4.14) et sont représentées à la Figure 4.20.

$$E_{Ci} = \frac{\sigma_{Ci}}{\varepsilon_{Ci}} = \frac{F \cdot L}{A \cdot \Delta L} \quad (4.14)$$

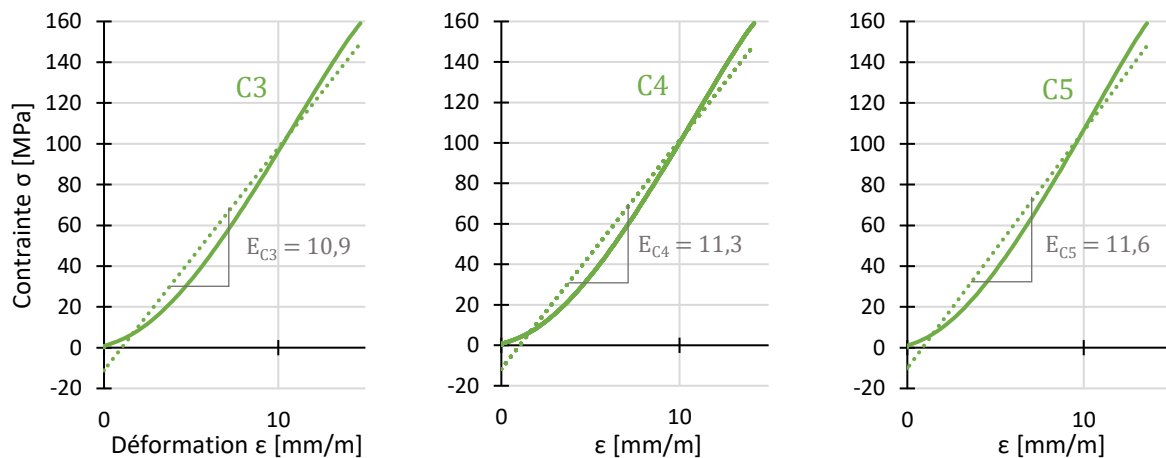


Figure 4.20 – Relation σ - ε des trois derniers chargements C3, C4, C5

Le module de Young attribué à l'échantillon est alors la moyenne des modules de Young des trois derniers chargements de l'essai obtenu via l'équation 4.15.

$$E_{transv,1} = moy(E_{C3}, E_{C4}, E_{C5}) = moy(10,9, 11,3, 11,6) = 11,3 [GPa] \quad (4.15)$$

Les résultats des essais des autres cordes sont disponibles en Annexe D. Essais de mise en tension des câbles en corde marine. Le Tableau 4.10 récapitule les modules de Young calculés de toutes les cordes soumises à l'essai :

		Symbole	Module de Young	Module de Young moyen par type de corde	Module de Young moyen total	Unité
Corde transversale	Échantillon 1	$E_{transv,1}$	11,3	11,5	16,5	[GPa]
	Échantillon 2	$E_{transv,2}$	11,6			
	Échantillon 3	$E_{transv,3}$	11,5			
Corde longitudinale	Échantillon 1	$E_{longi,1}$	16,5	18,4		
	Échantillon 2	$E_{longi,2}$	18,2			
	Échantillon 3	$E_{longi,3}$	20,4			
Corde additionnelle	Échantillon 1	$E_{addi,1}$	18,5	19,5		
	Échantillon 2	$E_{addi,2}$	20,1			
	Échantillon 3	$E_{addi,3}$	20,0			

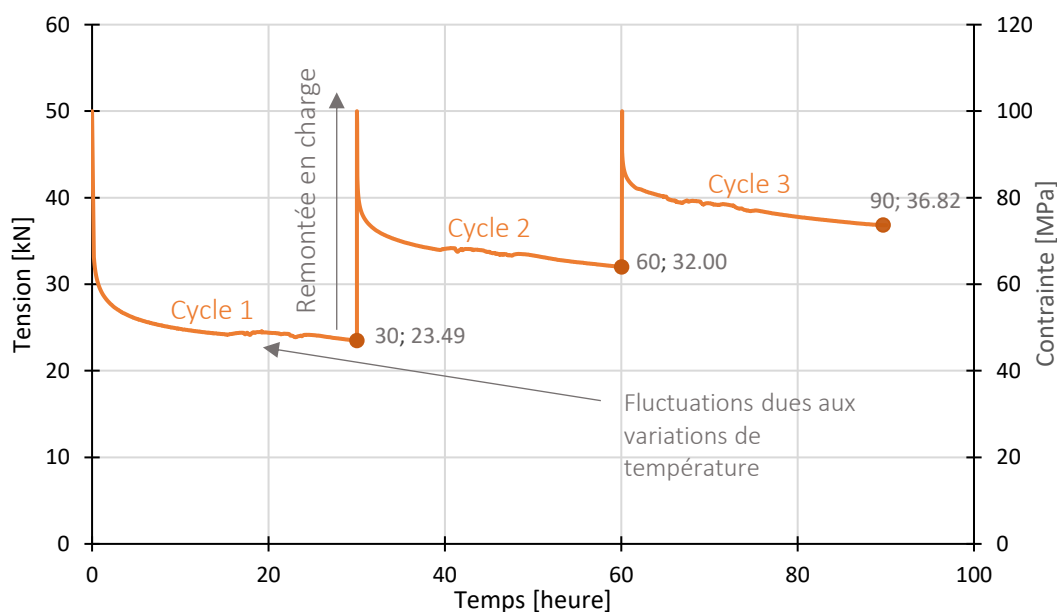
Tableau 4.10 Modules de Young des cordes

Les modules de Young varient fortement en fonction des éléments qui composent la longueur de test L_1 et en fonction de l'allongement variable dû à l'épissure.

Nous prenons donc un module de Young moyen ($E_{moy,tot}$) de 16,5 [GPa] pour toutes les cordes.

- Essai de relaxation :

Les résultats de l'essai de relaxation se trouvent dans la Figure 4.21 :



Les pertes de charge par rapport à la charge initiale de 50 [kN] sont décrites dans le Tableau 4.11 :

	Cycle 1	Cycle 2	Cycle 3	Unité
Charge initiale (N_{init})	50,0	50,0	50,0	[kN]
Charge finale (N_{fin})	23,5	32	36,8	
Perte de charge = $\frac{N_{init} - N_{fin}}{N_{init}} \cdot 100$	53,0 %	36,0 %	26,4 %	[/]

Tableau 4.11 – Perte de charge par cycle

On remarque que les pertes de charge sont conséquentes, jusqu'à 53,0 % lors du premier cycle. Les pertes se stabilisent après 13 heures. On remarque néanmoins qu'elles tendent à diminuer à chaque cycle, mais restent tout de même importantes lors du dernier cycle avec une perte d'effort de 26,4 %.

Conclusion des essais sur les câbles en cordes marines :

Les résultats démontrent que les câbles en corde marine ne présentent pas d'assez bons résultats pour garantir une utilisation pérenne de celles-ci dans la structure.

En effet, les mises à longueur présentent parfois des imprécisions bien plus grandes que la tolérance de ± 10 [mm] requise.

De plus, le module de Young attribué ne reflète pas totalement la réalité étant donné sa grande variation d'un type de corde à l'autre.

Finalement, la relaxation observée est conséquente et est à l'origine du phénomène de détente des éléments.

4.1.4 Essai de mise en tension des sangles à cliquet

En raccourcissant leur longueur, les sangles permettent d'introduire de la précontrainte dans la structure. Elles se composent de deux parties (Figure 4.22) : une partie libre et une partie comprenant le cliquet qui "avale" et enroule la partie libre autour de son axe principal.

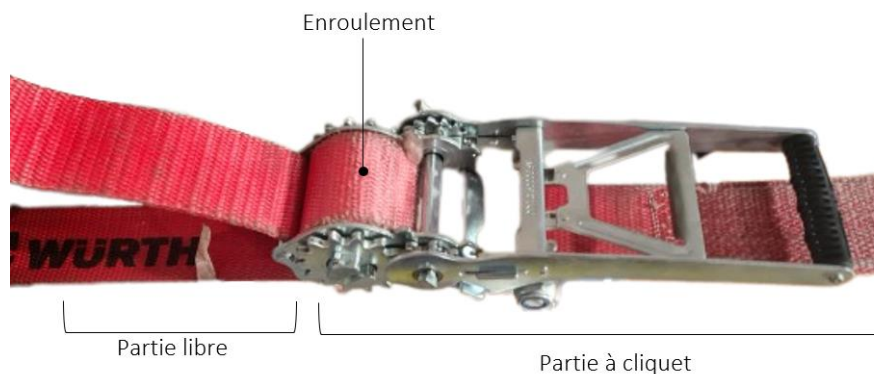


Figure 4.22 – Sangle à cliquet

Les sangles présentent une singularité : pour une longueur donnée, chaque sangle peut demander un nombre différent de tours d'enroulement, en fonction de la façon dont elle a été installée initialement.

Cet enroulement peut faire varier les caractéristiques des sangles. En effet, plus l'enroulement sera épais (nombre de tours plus important), plus il aura tendance à s'écraser lors de la mise en tension et donc à allonger l'élément complet.

De plus, il n'est pas possible de prédire simultanément la longueur de la sangle et son nombre de tours d'enroulement nécessaire.

Il est alors important de déterminer l'influence du nombre de tours d'enroulement sur les caractéristiques de sangles.

Cette section détaille les essais réalisés sur les sangles afin d'une part, de déterminer leurs caractéristiques et d'autre part, de vérifier si leur utilisation dans la structure en tenségrité est pertinente.

L'objectif principal est de caractériser le module de Young des sangles, en fonction du nombre de tours d'enroulement. Pour répondre à cela, des essais de mise en tension d'une sangle sont réalisés avec plusieurs tours d'enroulement.

Hypothèses initiales

Compte tenu de la variabilité de la longueur et du nombre de tours d'enroulement, la longueur d'essai de l'élément prise en compte dans la caractérisation est la suivante (Figure 4.23) ;

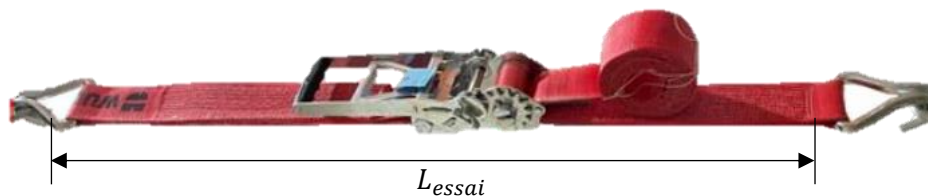


Figure 4.23 – Longueur prise en compte dans l'essai

Tout comme pour les cordes, nous considérons la section de la sangle constante et circulaire, d'un diamètre de 20 [mm], soit une aire de 314 [mm²].

Protocole des essais

La mise en place des essais sur les sangles est reprise sur la Figure 4.24 :

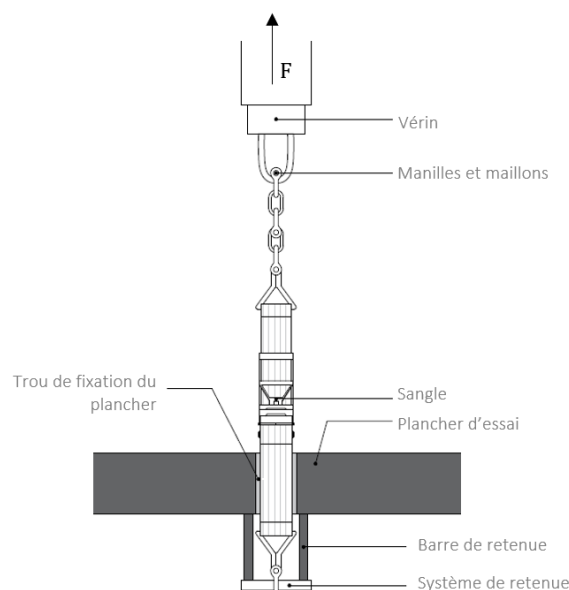


Figure 4.24 – Dispositif d'essai pour les sangles à cliquet

L’essai de caractérisation consiste à mettre en tension un échantillon de sangle à un cycle de 50 [kN] pour plusieurs tours d’enroulements, à savoir : de 0,5 tour à 2,5 tours par incrément de 0,5 tour.

Résultats et observations

La Figure 4.25 illustre les relations contrainte-allongement de la mise en tension d’une sangle pour les tours d’enroulement proposés.

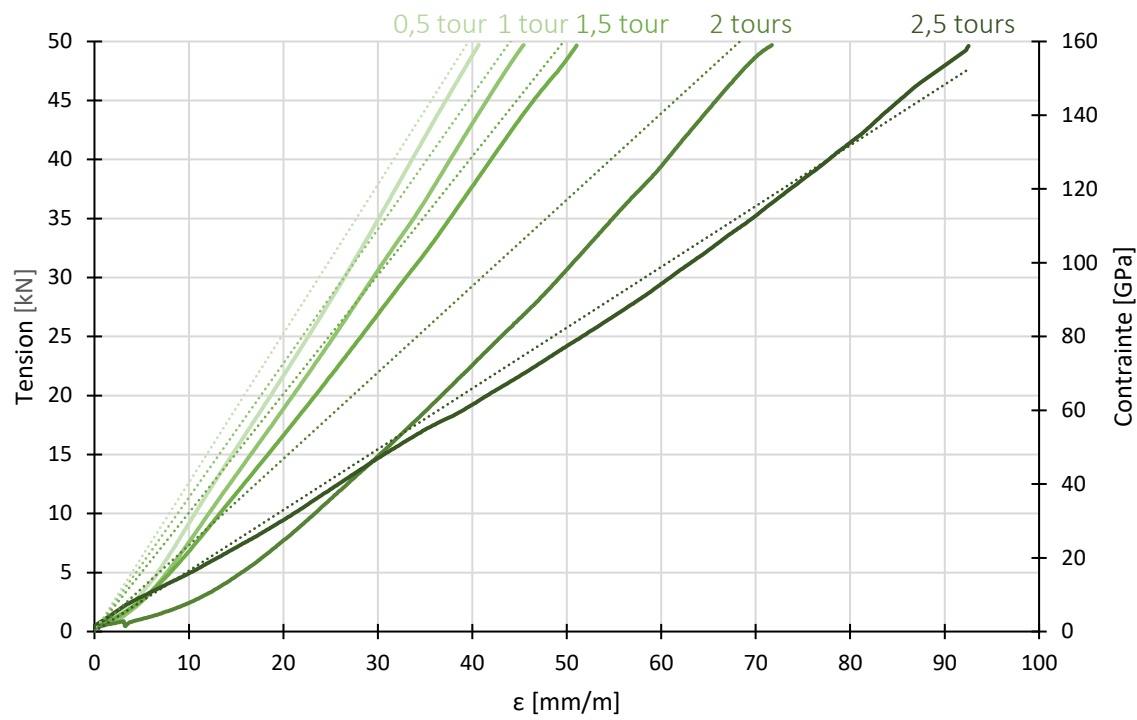


Figure 4.25 – Relation contrainte-allongement d'une sangle

Les modules de Young pour chaque enroulement se calculent par la loi de Hooke (équation 4.16) et sont données dans le Tableau 4.12 :

$$E_{t,s} = \frac{\sigma_{ti}}{\varepsilon_{ti}} = \frac{F \cdot L}{A \cdot \Delta L} \tag{4.16}$$

	Symbole	Nombre de tours d'enroulement					Unité
		0,5	1	1,5	2 tours	2,5	
Module de Young	$E_{t,s}$	4,04	3,64	3,22	2,34	1,65	[GPa]
Module de Young moyen	$E_{t,s,moy}$	2,98					

Tableau 4.12 – Modules de Young de la sangle à cliquet

On remarque que l’enroulement joue un rôle important dans la détermination du module de Young, puisqu’il peut varier du simple au double pour une même sangle.

Cependant, prévoir l’enroulement de la sangle lors de l’introduction de précontrainte dans la structure n’est pas facile. Nous considérons alors le module de Young de référence pour les sangles à cliquet de 2,98 [GPa].

Il a également été observé lors des essais que la partie libre de la sangle peut glisser lorsque le nombre de tours d’enroulement est inférieur ou égal à 1 tour.

Conclusion des essais sur les sangles à cliquet :

Les résultats permettent de conclure que les sangles ne présentent pas un assez bon comportement pour garantir leur utilisation saine dans la structure.

En effet, leur longueur et leur nombre de tours d'enroulement de la partie libre ne sont pas facilement prédictibles.

Le module de Young attribué ne reflète alors pas totalement la réalité étant donné sa grande variation en fonction du nombre de tours.

Finalement, les sangles ne permettent pas d'introduire plus de **15 [kN]** de précontrainte dans l'élément, ce qui ne sera pas suffisant en vue de charger la structure.

4.2 Proposition d'adaptation aux éléments critiques

Comme établi dans les conclusions des essais, deux types d'éléments sont problématiques.

D'une part, les câbles en cordes marines sont probablement à l'origine du phénomène de détente observé lors du montage de la structure et présentent un comportement peu prédictible.

D'autre part, les sangles à cliquet ne permettent pas d'introduire plus de **15 [kN]** de précontrainte et ne présentent également pas un comportement assez prédictible.

Afin de pallier ces problèmes, nous choisissons d'apporter les modifications suivantes à la structure :

- Les cordes marines sont remplacées par **des câbles en acier** :
Ils sont de même longueur que les cordes (voir Tableau 4.7), et se composent des mêmes éléments respectifs (manilles et éventuellement maillon).
Afin de relier les câbles aux manilles, des cosses sont réalisées aux extrémités des câbles (Figure 4.26).

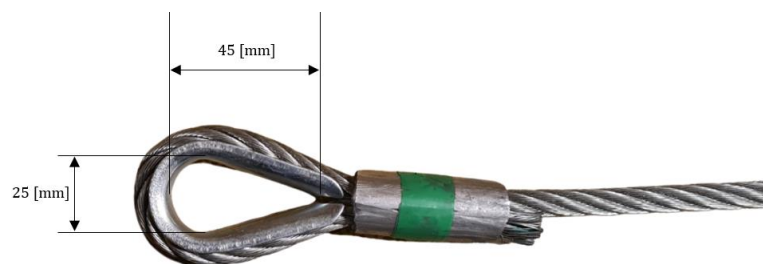


Figure 4.26 – Câble en acier avec cosse

Les propriétés des câbles en acier communiquées par le fournisseur sont les suivantes :

	Symbole	Valeur	Unité
Diamètre	ϕ	10	[mm]
Masse linéique	m_l	0,381	[kg/m]
Résistance à la rupture	T_u	71	[kN]

Tableau 4.13 – Caractéristiques des câbles en acier

- Les sangles à cliquet sont remplacées par des **tendeurs en acier galvanisés** :
Ces tendeurs sont rattachés à un câble en acier afin d'être replacés dans la structure. Ils permettent d'introduire de la précontrainte par leur raccourcissement, en vissant la partie centrale afin de rapprocher les deux pas de vis.

Il s'agit de « tendeur M30 en acier galvanisé à configuration œil-œil ».

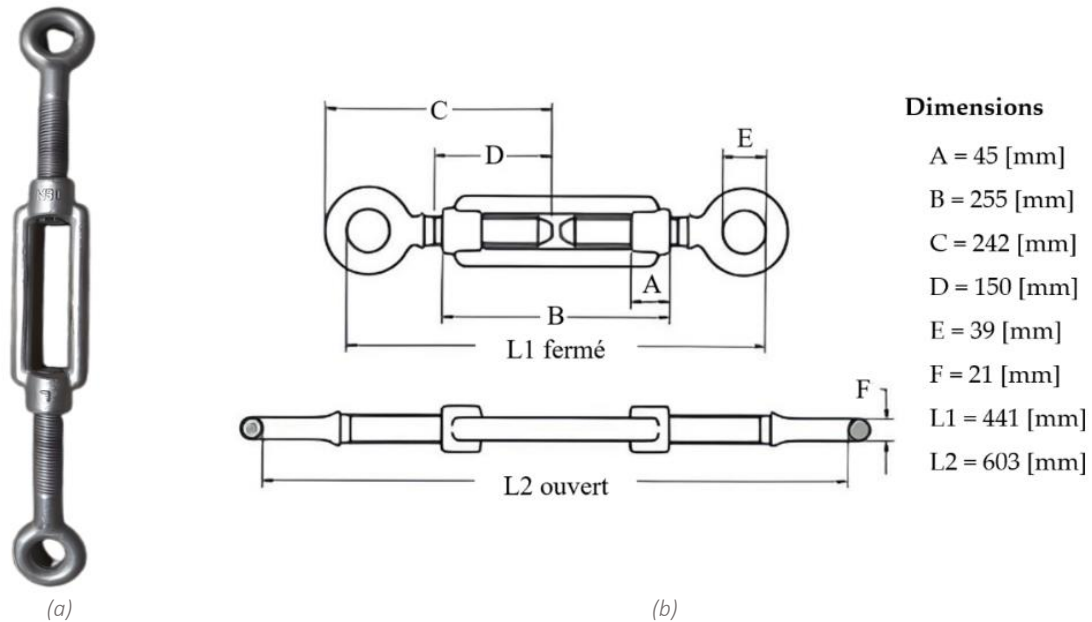


Figure 4.27 – Tendeur en acier galvanisé M30 œil-œil (a) Aperçu, (b) Dimensions

Ils présentent plusieurs avantages tels que leur esthétique et leur précision de réglage. Le raccourcissement peut être mesuré avec précision (au millimètre près) en évaluant au pied à coulisse l'écartement entre les extrémités des deux pas de vis.

Leurs dimensions sont décrites dans la Figure 4.27 et leurs caractéristiques dans le Tableau 4.14.

	Symbole	Valeur	Unité
Section	A_{tendeur}	707	[mm ²]
Masse	m_{tendeur}	6,25	[kg]
Résistance à la rupture	T_u	61,3	[kN]

Tableau 4.14 – Caractéristiques des tendeurs

4.3 Essais de caractérisation des nouveaux éléments

Cette partie décrit les essais menés sur les éléments proposés à l'adaptation de la structure, à savoir : les câbles en acier qui remplaceront les cordes marines et les tendeurs en acier galvanisé qui remplaceront les sangles.

4.3.1 Essais de caractérisation et de relaxation des câbles en acier

Des essais similaires à ceux effectués sur les câbles en corde marine sont réalisés sur les câbles en acier afin de vérifier si leur comportement présente des performances adéquates à leur emploi dans la structure en tenségrité.

Pour ce faire, deux essais sont menés :

- Un essai de caractérisation du module de Young : cet essai nous permettra de connaître le module de Young de l'ensemble de l'élément ;
- Un essai de relaxation : cet essai nous permet de vérifier si l'effet de détente des éléments en tension de la structure est réduit avec des câbles en acier.

Hypothèses initiales

Lors des essais, nous étudions trois échantillons de câbles transversaux car les câbles en acier ont des propriétés constantes.

Nous considérons que les éléments soumis aux essais comprennent plusieurs composantes : le câble et les manilles. Nous obtenons ainsi un module de Young pour l'élément complet.

La longueur de câbles définie par la géométrie de la structure ($L_{géo}$) est décrite dans le Tableau 4.15.

$$L_{géo} = 2 \times L_{manille} + L_{câble} \quad (4.17)$$

	Symbole	Câble transversal	Unité
Câble	$L_{câble}$	2 021	[mm]
Manille	$L_{manille}$	48	
Longueur totale	$L_{géo}$	2 117	

Tableau 4.15 – Longueur du câble transversal pour les essais de traction

Nous supposons également que la section des éléments est constante, d'un diamètre de 10 [mm], soit une aire de 78,5 [mm²].

Protocole des essais

La mise en place des essais sur les câbles en acier est reprise sur la Figure 4.28.

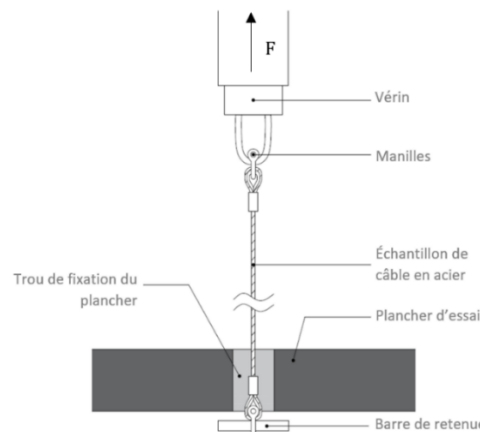


Figure 4.28 – Dispositif d'essai pour les câbles en acier

- **Essai de caractérisation du module de Young :**
Les câbles sont soumis à un essai de traction de trois cycles jusqu'à 50 [kN].
- **Essai de relaxation :**
Lors de ce test, seul un des trois câbles est testé. L'essai se déroule comme suit : le câble est mis en tension jusqu'à 50 [kN] et son allongement est maintenu constant pendant 10 heures. Puis le câble est remis sous tension à 50 [kN] et l'opération est répétée pendant deux cycles identiques.

On observe alors la perte de tension dans l'élément au cours du temps.

Résultats et observations

- **Essai de caractérisation du module de Young :**

Les résultats de l'essai de caractérisation de l'échantillon 1 des câbles en acier se trouvent à la Figure 4.29 :

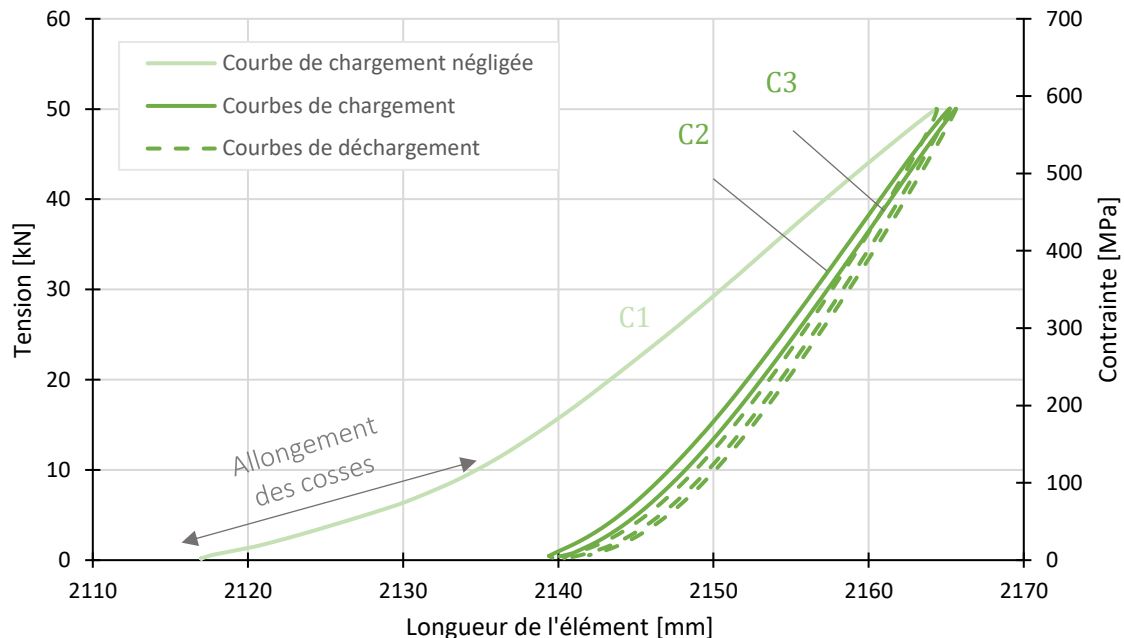


Figure 4.29 – Essai de caractérisation du module de Young d'un câble (C_i est la dénomination des chargements)

On remarque lors du premier chargement un changement de pente à partir d'une tension d'environ 8 [kN]. La première partie du premier chargement C1 présente une pente plus faible et correspond à un allongement et une plastification des cosses imprévus (Figure 4.30). L'allongement résiduel provoqué par les cosses est de 25 [mm].



Figure 4.30 – Allongement des cosses à la suite de l'essai de mise en tension
À gauche, la cosse initiale ; à droite, la cosse allongée

La relation contrainte-déformation est établie pour les deux derniers chargements sur base de la loi de Hook (équation 4.18). Le module de Young attribué à l'échantillon est la moyenne des modules de Young des deux derniers chargements (C2 et C3) qui présentent un bon comportement élastique lors de chaque essai.

$$E_{Ci} = \frac{\sigma_{Ci}}{\varepsilon_{Ci}} = \frac{F \cdot L}{A \cdot \Delta L} \quad (4.18)$$

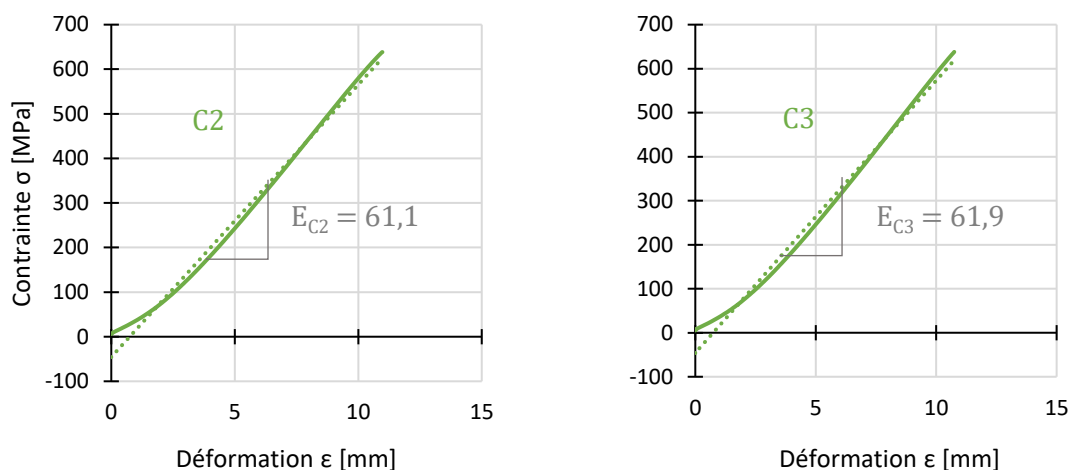


Figure 4.31 – Relation contrainte-déformation des deux derniers chargements du câble en acier

Les résultats des essais des autres échantillons de câbles en acier sont disponibles en Annexe D. Le Tableau 4.16 récapitule les modules de Young de tous les échantillons :

	Symbole	Câble transversal	Unité
Échantillon 1	E	61,5	[GPa]
Échantillon 2		56,3	
Échantillon 3		60,1	
Moyenne	E_{moy}	59,4	[GPa]

Tableau 4.16 – Modules de Young des câbles

Contrairement aux cordes marines, les modules de Young des câbles en acier sont assez constants d'un échantillon à l'autre.

Nous prenons donc comme module de Young moyen pour les câbles 59,4 [GPa].

- **Essai de relaxation :**

Les résultats de l'essai de relaxation sont exposés dans la Figure 4.32:

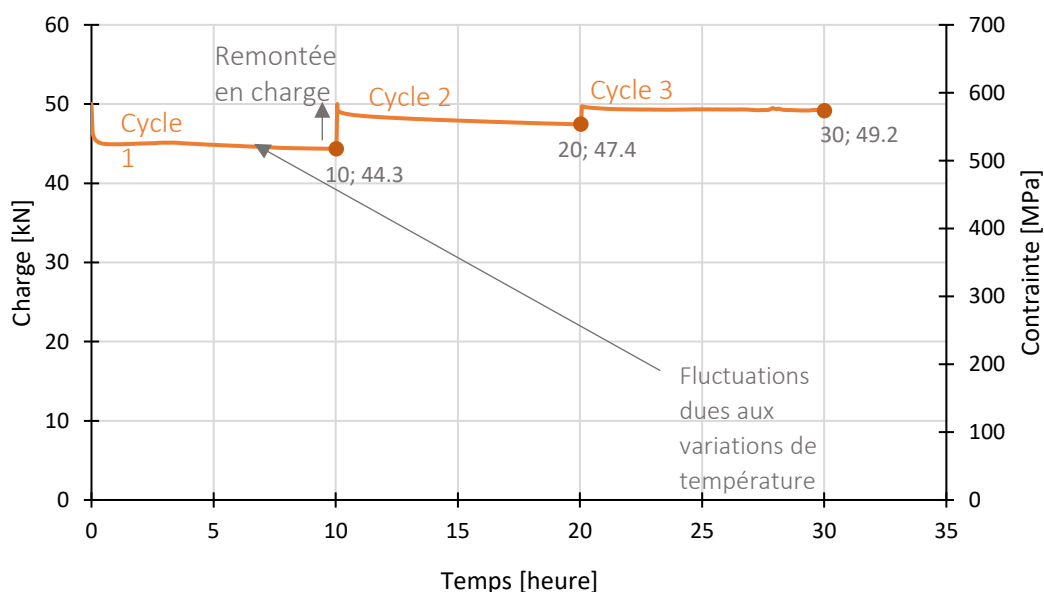


Figure 4.32 – Essai de relaxation du câble en acier

La perte de charge par rapport à la charge initiale de 50 [kN] à chaque cycle est étudiée dans le Tableau 4.17 :

	Cycle 1	Cycle 2	Cycle 3	Unité
Charge initiale (N_{init})	50,0	50,0	50,0	[kN]
Charge finale (N_{fin})	44,3	47,4	49,3	
Perte de charge = $\frac{N_{init}-N_{fin}}{N_{init}} \cdot 100$	11,4 %	5,2 %	1,4 %	[/]

Tableau 4.17 – Perte de charge par cycle de 10h d'un essai de relaxation d'un câble en acier

On observe une relaxation bien inférieure dans les câbles en acier que celle des cordes marines, et ce dès le premier cycle, avec une perte d'effort de seulement 11,4 %. La relaxation est faible et se stabilise après quelques minutes. Elle tend à s'atténuer à chaque cycle supplémentaire. En effet, après le troisième cycle, la perte de charge n'est plus que de 1,4 % par rapport à la charge initiale.

Conclusion des essais sur les câbles en acier :

Les résultats permettent de conclure que les câbles en acier présentent de meilleures performances que les cordes marines.

En effet, la relaxation des câbles est beaucoup moins importante et assez faible.

Leur module de Young de référence varie peu et a été fixé à 59,4 [GPa].

4.3.2 Essai d'introduction de force et de caractérisation des tendeurs

Les objectifs de l'essai réalisé sur le tendeur sont de déterminer s'il est possible d'introduire manuellement suffisamment de précontrainte et de déduire les caractéristiques de l'élément.

Pour cela, un test nous permet de répondre aux deux objectifs : nous essayons d'introduire au moins 50 [kN] de précontrainte à la main, et sur base du raccourcissement mesuré pour arriver à cet état, nous pouvons déduire le module de Young des câbles tendeurs.

Hypothèses initiales

L'élément (câble + tendeur) présente une longueur de $L_{essai} = 2\,970$ [mm] et sa section est considérée constante et circulaire avec un diamètre de 10 [mm] soit une section de 78,5 [mm²].

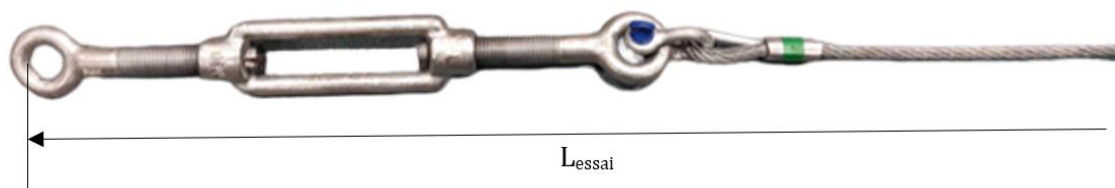
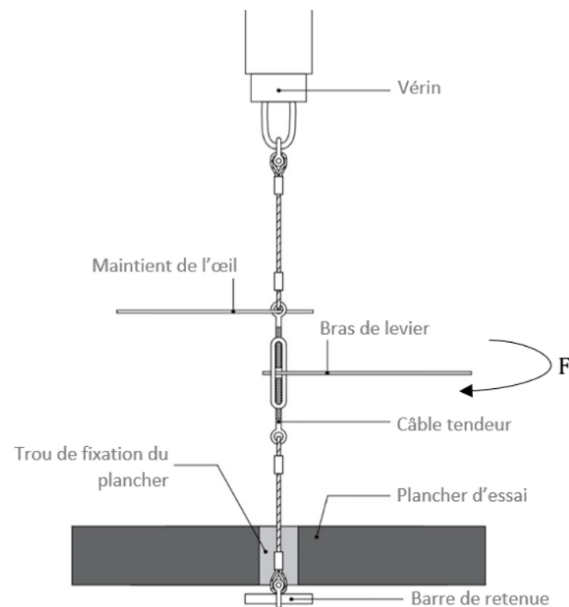


Figure 4.33 – Longueur du câble tendeur

Protocole des essais

Le câble tendeur est attaché et son allongement est bloqué. Le tendeur est en position « ouverte » (les deux pas de vis sont les plus éloignés possible). Les deux yeux sont également bloqués afin que seule la partie centrale du tendeur puisse tourner et que le câble ne subisse aucune torsion. La partie centrale est vissée jusqu'au moins 50 [kN]. Le raccourcissement entre les deux pas de vis est ensuite mesuré via un pied à coulisse (précision 0,1 [mm]).

La mise en place de l'essai est expliquée dans la Figure 4.34 :



Résultats et observations

Le tendeur M30 permet effectivement de pouvoir introduire plus de 50 [kN] de précontrainte relativement facilement.

Le raccourcissement mesuré est de 31 [mm], ce qui nous permet de déduire sur base de la formule suivante (Eq. 4.19), le module de Young.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F \cdot L}{A \cdot \Delta L} \quad (4.19)$$

Le module de Young du câble tendeur est $E = 61,0$ [GPa].

Conclusion de l'essai sur le tendeur :

Les résultats permettent de conclure que les tendeurs sont adaptés à leur fonction dans une structure en tendégrité.

En effet, l'introduction de 50 [kN] de précontrainte dans le tendeur se fait relativement facilement à la main. Leur module de Young est de proche de 61,0 [GPa].

4.4 Conclusion générale

En conclusion, les expérimentations menées ont tout d'abord mis en lumière divers phénomènes problématiques inhérents à une structure en tenségrité. Ces constats revêtent une importance capitale lors de l'élaboration d'une structure à l'échelle réelle.

L'un des premiers défis à relever concerne la détente de certains éléments de la structure. Cette détente trouve principalement son origine dans la relaxation des câbles. Il s'avère alors essentiel d'intégrer la notion de relaxation dès la phase de conception de ce type de réalisation.

Un autre enjeu majeur réside dans l'introduction d'une précontrainte suffisante. Cette étape devient cruciale afin de limiter les déformations de la structure lorsqu'elle est soumise à des charges. En envisageant la conception d'une structure de tenségrité à plus grande échelle, une attention doit être accordée aux méthodes d'introduction de la précontrainte qui doivent être adéquates pour garantir un niveau de précontrainte significatif et adapté.

Ensuite, les caractéristiques déduites des matériaux sont implémentées dans le logiciel *MUSCLE* (voir point 2.2) afin de réaliser des analyses numériques fidèles à la réalité.

Finalement, la structure finale proposée se compose des éléments suivants (Figure 4.35) :

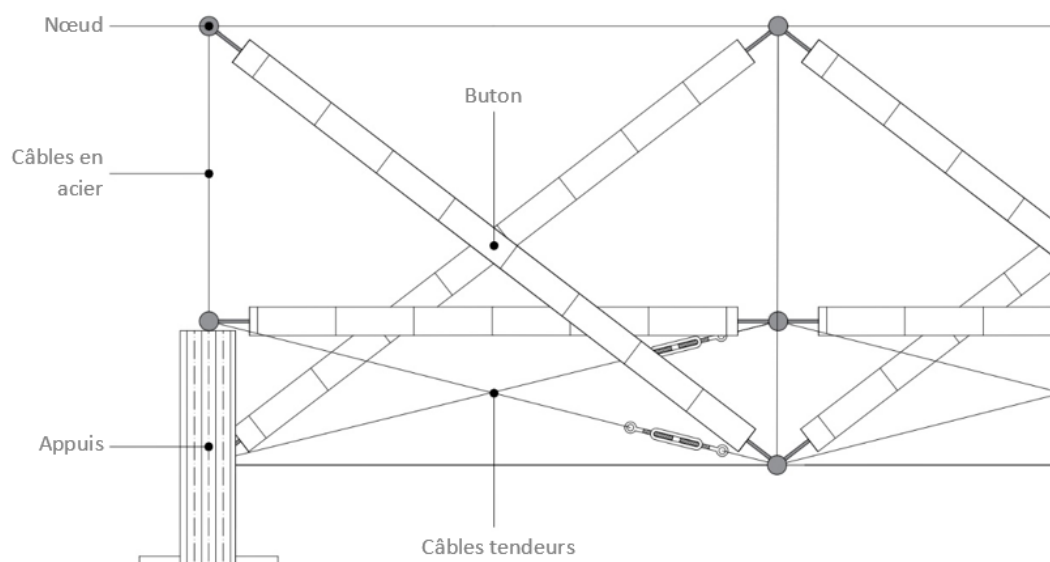


Figure 4.35 – Structure finale proposée

La masse finale de la structure adaptée est de **624 [kg]**, soit une augmentation de seulement **4 [%]** de la masse de la structure initiale avec les cordes marines qui était de **599 [kg]**. Sa répartition est développée dans le Tableau 4.18.

Tableau 4.18 – Masse de la structure adaptée

	Élément				Unité
	Nœuds	Câbles en acier	Butons	Tendeurs	
Masse	100	73	374	77	[kg]
Proportion du poids total	16 %	12 %	62 %	11 %	[/]

Finalement, la dénomination des éléments composant la structure telle que reprise dans les chapitres suivants se fait comme indiqué à la Figure 4.36.

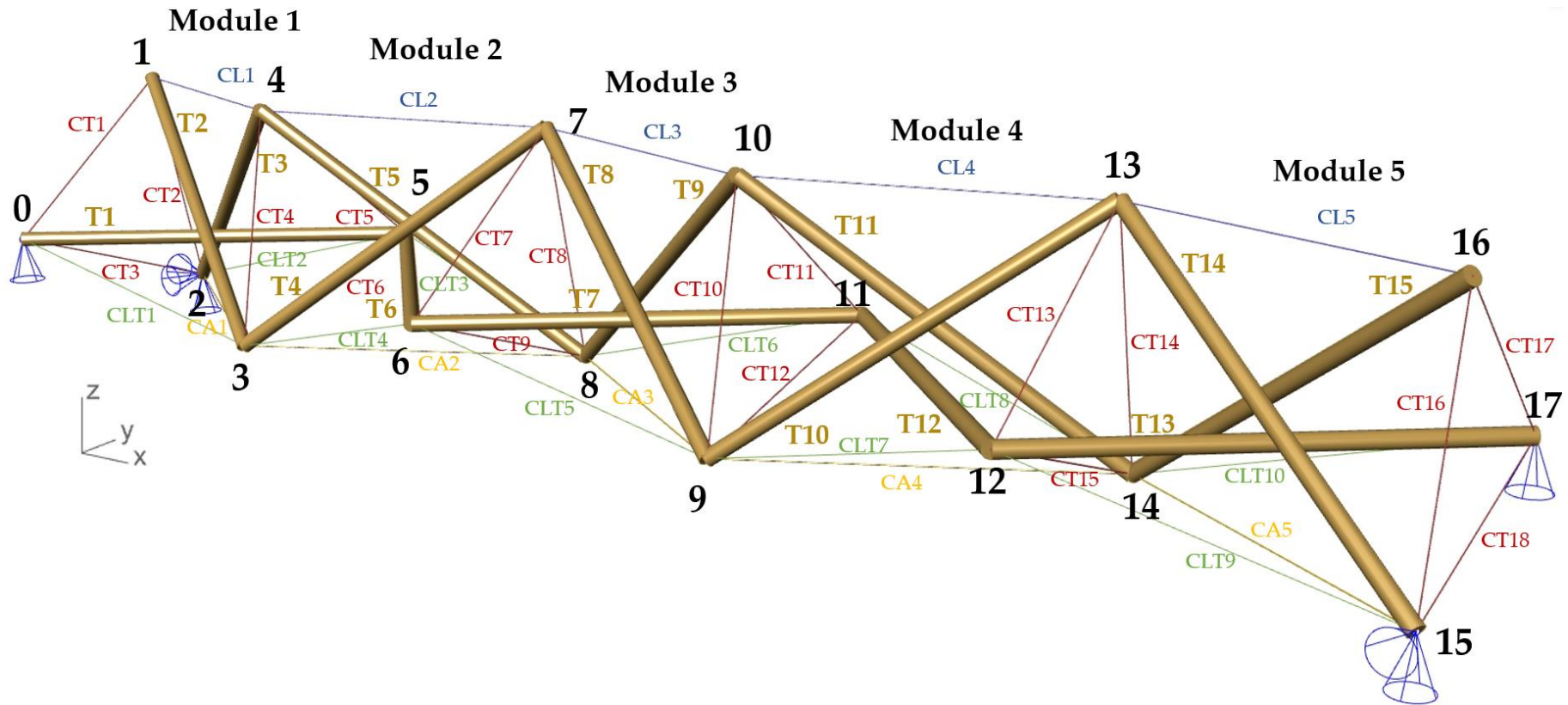


Figure 4.36 – Dénomination des éléments composant la structure finale

Module 1 → Module 5 sont les modules numérotés de 1 à 5 délimités par les câbles transversaux ;
 0 → 17 sont les nœuds numérotés de 0 à 17 ;
 T1 → T15 sont les butons abrégés et numérotés de 1 à 15 ;
 CLT1 → CLT10 sont les câbles longitudinaux avec tendeurs abrégés et numérotés de 1 à 10 ;
 CT1 → CT18 sont les câbles transversaux abrégés et numérotés de 0 à 17 ;
 CL1 → CL5 sont les câbles longitudinaux abrégés et numérotés de 1 à 5 ;
 CA1 → CA5 sont les câbles additionnels abrégés et numérotés de 1 à 5.

CHAPITRE 5

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE D'UN SIMPLEX

5 ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE D'UN SIMPLEX

Ce chapitre décrit l'essai mené sur un simplex de la structure. Il débute en décrivant la mise en place de l'essai, à savoir le détail du dispositif expérimental utilisé, et du protocole détaillé des différentes étapes des essais. Il est suivi de l'analyse numérique du simplex correspondant. Les résultats et observations, tirés de l'essai expérimental et de l'analyse numérique sont ensuite présentés et comparés dans la section suivante. Les conclusions finales sont développées dans la dernière partie.

Lors de l'année académique 2021-2022, une étude semblable avait été réalisée sur un simplex en aluminium présentant des caractéristiques idéales et prédictibles [28]. Son comportement a été analysé et comparé aux résultats proposés par les deux méthodes numériques (Relaxation Dynamique et Self Stress). Une grande cohérence avait été obtenue entre les résultats numériques et expérimentaux.

L'essai présenté dans ce chapitre est réalisé sur un simplex présentant des irrégularités et imperfections. L'objectif principal de l'essai est d'étudier, préalablement aux essais sur la structure complète, certains aspects, notamment :

- La validation du protocole expérimental ;
- La validation du dispositif expérimental utilisé ;
- L'introduction de la précontrainte à l'aide des tendeurs ;
- La corrélation entre les résultats expérimentaux et numériques ;
- La limite de résistance des éléments constituant la structure.

L'essai va jusqu'à la rupture du simplex. Celle-ci devrait se produire dans un bouton par rupture locale au niveau d'un assemblage.

Un code *PYTHON* a été développé dans le cadre de cette étude pour prouver que la connaissance de 2 efforts internes dans un simplex suffit pour connaître les efforts internes dans tous les autres éléments du simplex sur base de la **Méthode des Nœuds**, une méthode qui analyse l'équilibre des efforts en 3D (suivant *x*, *y* et *z*) à chaque nœud rotulé d'un treillis (Annexe F – Calcul des efforts dans les éléments sans capteur du simplex sur base de la méthode des nœuds).

En somme, cet essai sur le simplex joue un rôle essentiel dans la validation de notre approche expérimentale et dans l'évaluation des performances mécaniques de la structure en tenségrité, préparant ainsi le terrain pour les essais ultérieurs sur la structure complète.

5.1 Mise en place de l'essai sur le simplex

5.1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental pour les essais sur le simplex comprend les éléments décrits ci-après.

- Le simplex :



Figure 5.1 – Simplex expérimental

Le simplex choisi pour les essais correspond au module 3, le module central de la structure (Figure 4.36). Il s'agit de module qui reprendra le plus d'efforts dans les essais sur la structure complète et qui comporte les boutons les plus résistants.

La dénomination de ses éléments telle que présentée dans la structure complète est décrite dans la Figure 5.2 :

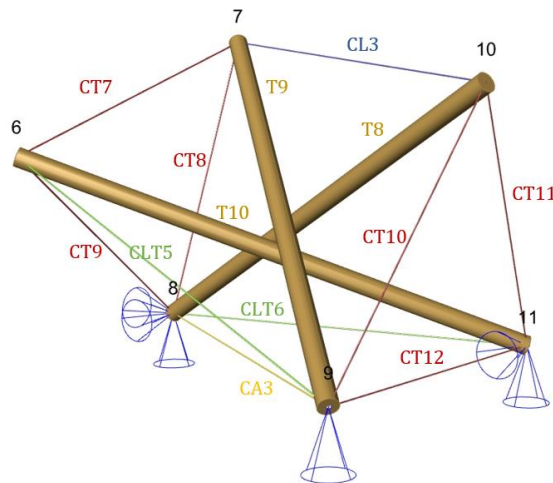


Figure 5.2 – Dénomination des éléments du simplex

On remarque qu'on ne considère que trois appuis au simplex. En effet, lors de l'essai, le simplex est simplement posé au sol. L'extrémité correspondant au nœud 6 n'est alors pas soutenue et est libre.

- **Cinq capteurs de force :**

Deux types capteurs sont disposés sur le simplex afin de mesurer les efforts dans les éléments.

On retrouve d'une part quatre maillons capteurs de force (décrits au point 3.2). Ces maillons servent initialement à contrôler la précontrainte introduite par les sangles, mais nous les employons ici afin de mesurer les efforts dans d'autres éléments (voir Figure 5.3), à savoir : le câble longitudinal (CL3), additionnel¹⁰ (CA3) ainsi que les deux tendeurs (CLT5 et CLT6).



Figure 5.3 – Maillon capteur de force

¹⁰ Les longueurs des câbles ont été préalablement adaptées à l'essai pour accueillir un maillon de force.

D'autre part, on retrouve un capteur de force en compression annulaire de modèle SENSY 100 kN. Ce capteur se place sur un bouton comme illustré dans la Figure 5.4, et permet de mesurer les forces de compression de l'élément avec précision. Il est placé sur l'un des deux boutons qui reprend le plus d'efforts (T8 et T9). Nous avons finalement choisi le bouton T8.



Figure 5.4 – Capteur de force annulaire SENSY 100 [kN]

- Le scanner FARO :

Le scanner FARO est un scanner laser 3D. Il permet de scanner et d'ensuite modéliser avec précision son environnement. Le logiciel *SCENE* qui lui est associé permet d'explorer la modélisation générée par les scans réalisés. Il est utilisé dans le cadre de cet essai afin de d'obtenir la géométrie du simplex à chaque étape.

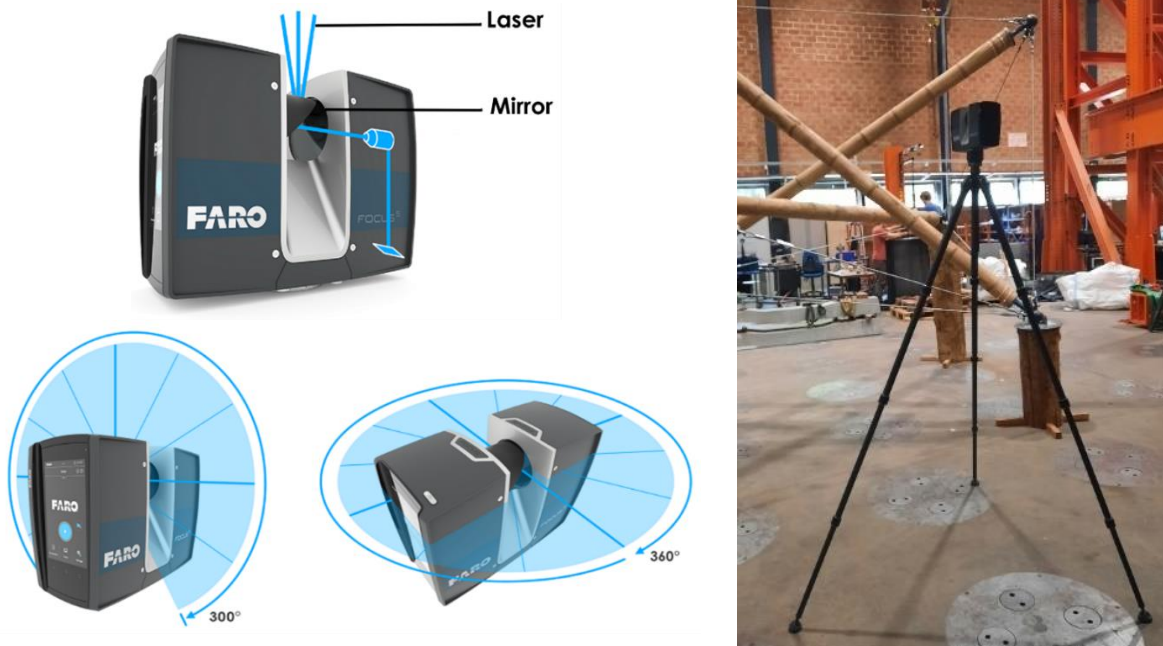


Figure 5.5 – Scanner FARO

Un essai d'évaluation de la précision du scanner FARO est réalisé en Annexe EAnnexe E.

5.1.2 Protocole

Ce point présente le protocole de réalisation de l'essai. Il est divisé en sept étapes qui correspondent à différents niveaux de précontrainte. Chaque nouvelle étape équivaut à une augmentation de précontrainte dans le simplex par rapport à l'étape précédente. Cette augmentation de précontrainte se mesure par palier de 10 [kN] d'effort mesuré dans le bouton T8 et est obtenue par le raccourcissement symétrique des tendeurs.

Les étapes suivantes ont été exécutées :

- **Étape 0** : atteinte d'un état initial avec 3,3 [kN] dans T8¹¹ ;
- **Étape 1** : atteinte de 10 [kN] dans T8 ;
- **Étape 2** : atteinte de 20 [kN] dans T8 ;
- **Étape 3** : atteinte de 30 [kN] dans T8 ;
- **Étape 4** : atteinte de 40 [kN] dans T8 ;
- **Étape 5** : atteinte de 50 [kN] dans T8 ;
- **Étape 6** : rupture du simplex.

A chaque étape, sont réalisés dans l'ordre : un relevé des efforts, un relevé des raccourcissements dans les tendeurs, une mesure de la hauteur du nœud 6 par rapport au sol et un scan 3D de la structure.

5.2 Résultats de l'analyse numérique du simplex

L'analyse numérique du simplex est divisée en six étapes correspondantes aux six premières étapes du protocole expérimental précédent.

- **Étape 0** : état initial à 3,3 [kN] dans T8

L'étape 0 correspond à l'état initial du simplex où tous les câbles sont tendus. Pour cela, l'effort calculé dans le bouton est de 3,3 [kN]. Le raccourcissement de chaque tendeur à l'état initial est considéré à 0 [mm] pour la méthode Self Stress et de relaxation Dynamique. Les efforts calculés sont décrits dans la Figure 5.6 :

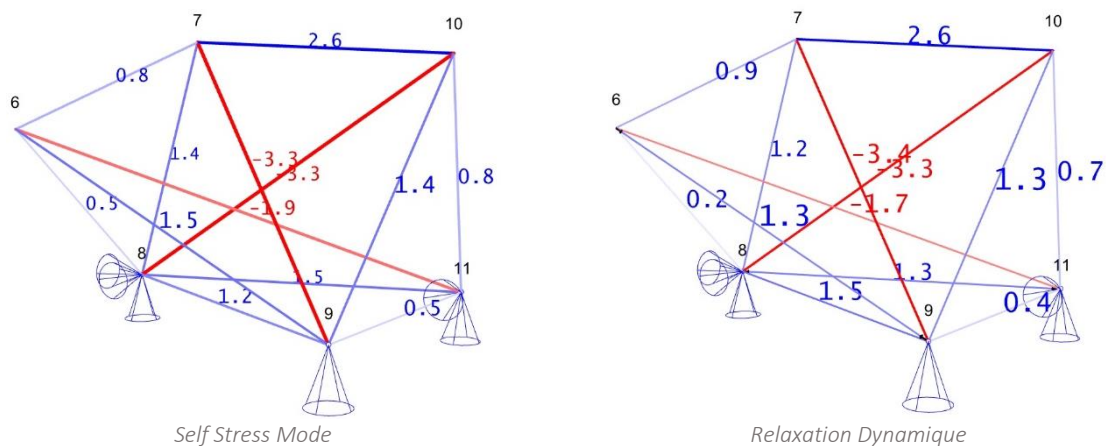


Figure 5.6 – Efforts à l'étape 0 (en [kN])

¹¹ Cet état de précontrainte est déterminé sur base du modèle numérique, lorsqu'aucun câble n'est détendu.

- **Étape 1 : 10 [kN] dans T8**

L'étape 1 correspond à un état de précontrainte où le bouton T8 subit un effort de 10 [kN]. Les efforts calculés sont décrits dans la Figure 5.7 :

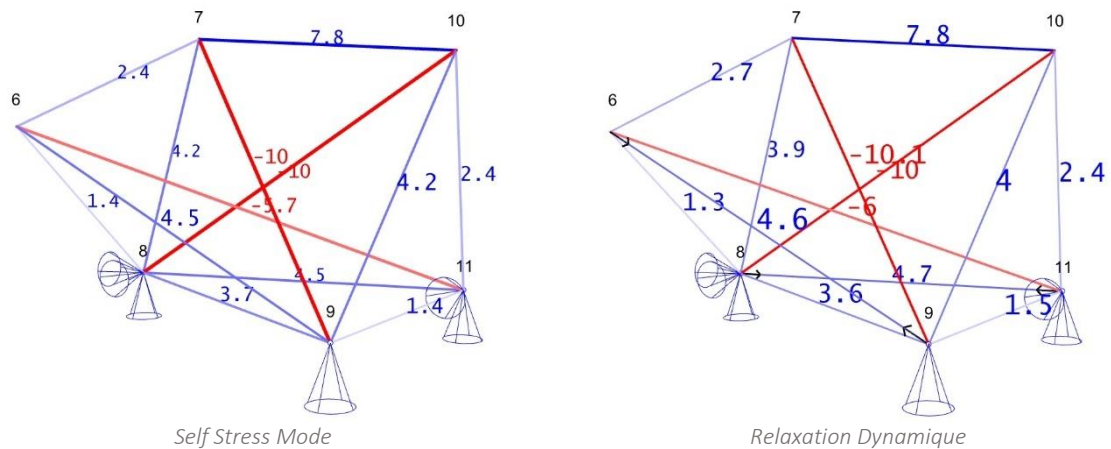


Figure 5.7 – Efforts à l'étape 1 (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, nous avons dû introduire un raccourcissement de 9,3 [mm] dans les éléments tendeurs par rapport à l'état initial. Les raccourcissements calculés pour cet état de Self Stress sont eux à 15,9 [mm] par rapport à l'état initial.

- **Étape 2 : 20 [kN] dans T8**

L'étape 2 correspond à un état de précontrainte où le bouton T8 subit un effort de 20 [kN]. Les efforts calculés sont décrits dans la Figure 5.8 :

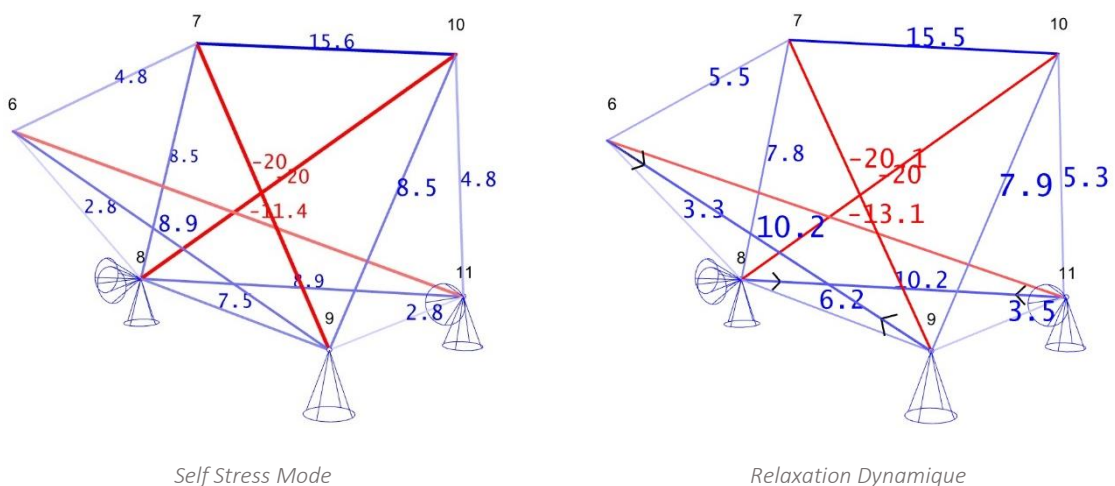


Figure 5.8 – Efforts à l'étape 2 (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, nous avons dû introduire un raccourcissement de 22,7 [mm] dans les éléments tendeurs par rapport à l'état initial. Les raccourcissements calculés pour cet état de Self Stress sont eux à 36,0 [mm] par rapport à l'état initial.

- **Étape 3 : 30 [kN] dans T8**

L'étape 3 correspond à un état de précontrainte où le bouton T8 subit un effort de 30 [kN]. Les efforts calculés sont décrits dans la Figure 5.9 :

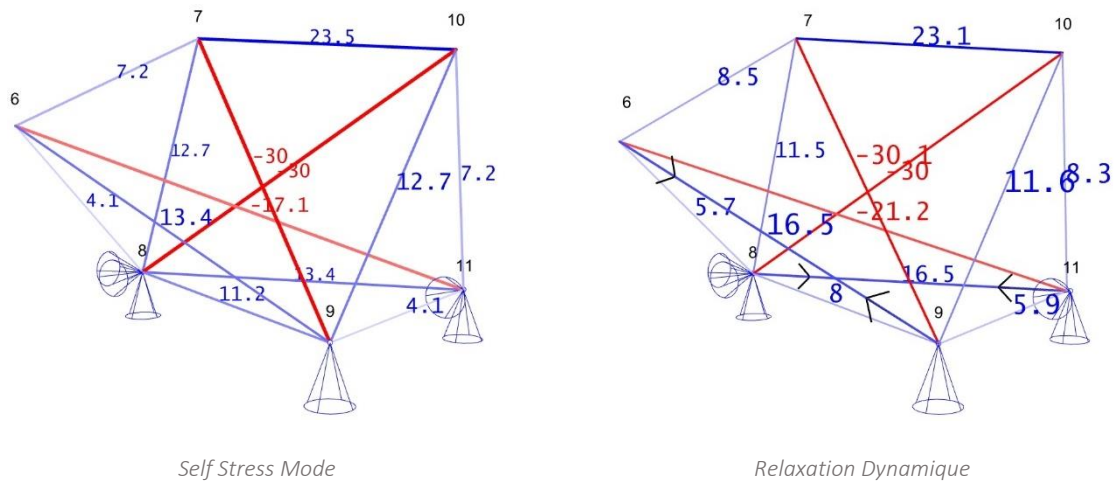


Figure 5.9 – Efforts à l'étape 3 (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, nous avons dû introduire un raccourcissement de 35,8 [mm] dans les éléments tendeurs par rapport à l'état initial. Les raccourcissements calculés pour cet état de Self Stress sont eux à 60,8 [mm] par rapport à l'état initial.

- **Étape 4 : 40 [kN] dans T8**

L'étape 4 correspond à un état de précontrainte où le bouton T8 subit un effort de 40 [kN]. Les efforts calculés sont décrits dans la Figure 5.10 :

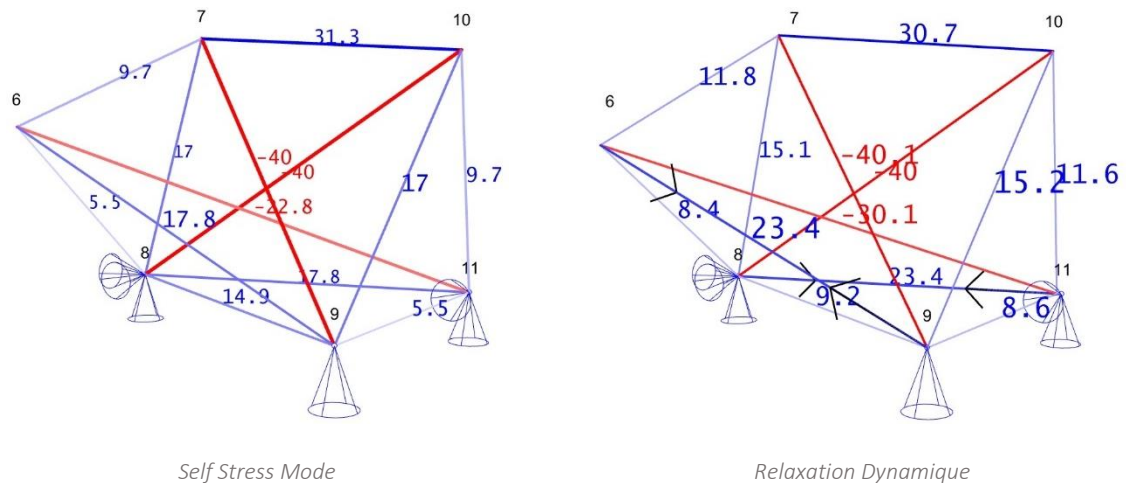


Figure 5.10 – Efforts à l'étape 4 (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, nous avons dû introduire un raccourcissement de 48,8 [mm] dans les éléments tendeurs par rapport à l'état initial. Les raccourcissements calculés pour cet état de Self Stress sont eux à 77,2 [mm] par rapport à l'état initial.

- **Étape 5 : 50 [kN]** dans T8

L'étape 5 correspond à un état de précontrainte où le bouton T8 subit un effort de 50 [kN]. Les efforts calculés sont décrits dans la Figure 5.11 :

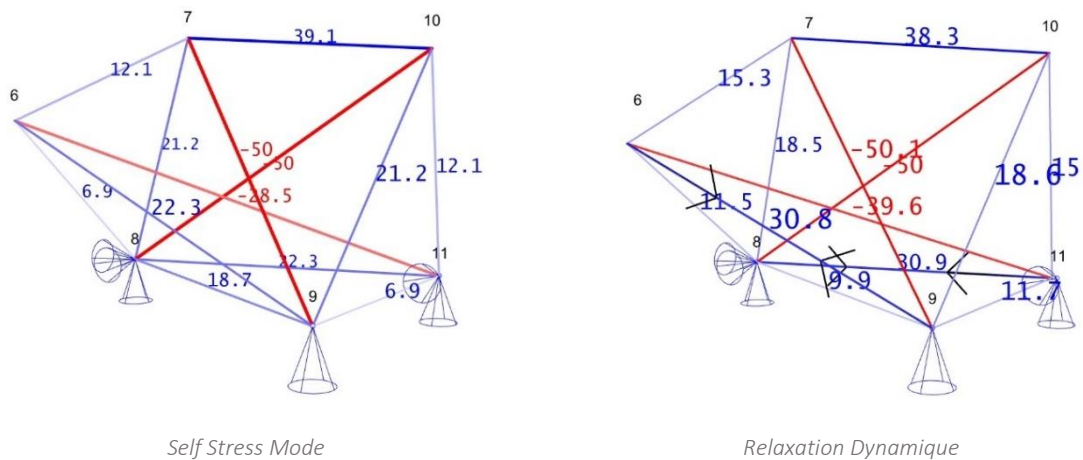


Figure 5.11 – Efforts à l'étape 5 (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, nous avons dû introduire un raccourcissement de 61,7 [mm] dans les éléments tendeurs par rapport à l'état initial. Les raccourcissements calculés pour l'état de Self Stress sont à 92,4 [mm] par rapport à l'état initial.

5.3 Résultats empiriques, comparaisons et observations

Ce point présente les résultats des essais expérimentaux du simplex et leur confrontation à l'analyse numérique. Pour étudier les résultats de manière complète, nous analysons dans un premier temps la rupture du simplex. Nous comparons ensuite les répartitions des efforts, les raccourcissements et les géométries des résultats numériques et empiriques. Finalement, nous analysons la relaxation du simplex expérimental.

Le déroulement des essais au cours du temps est illustré par la Figure 5.12.

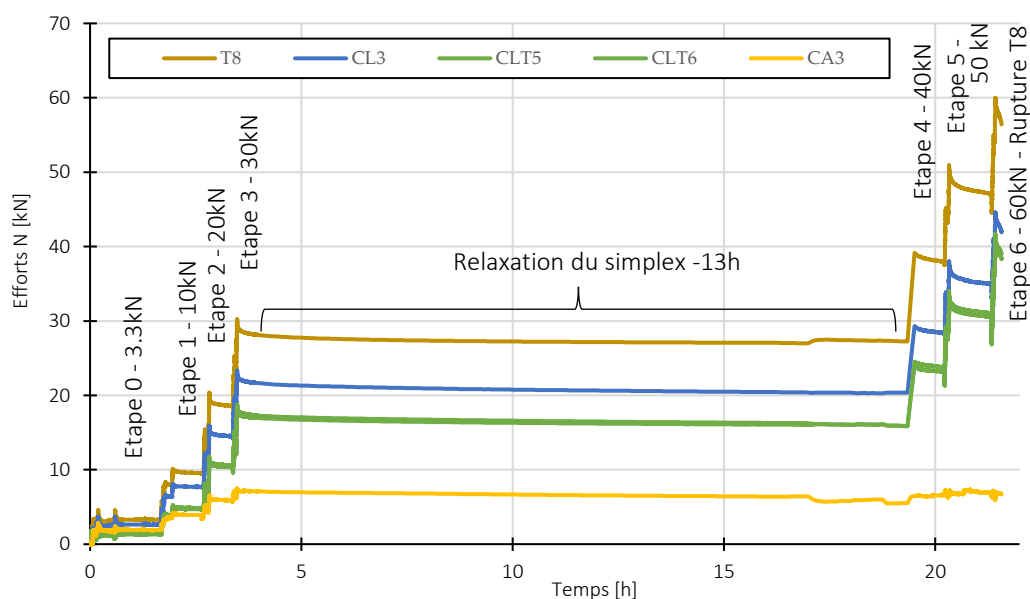


Figure 5.12 – Évolution des efforts internes dans le simplex durant toute la durée des essais

5.3.1 Rupture du simplex

Les hypothèses de rupture du simplex se sont révélées être en partie correcte. La rupture s'est effectivement produite au niveau de l'assemblage d'un des butons. Toutefois, elle n'a pas eu lieu sur le bouton prévu. La rupture, illustrée sur la Figure 5.13 résulte de l'application d'une charge de 60 [kN] sur le bouton T8, au niveau de son assemblage avec le nœud 10.



Figure 5.13 – Assemblage bouton T8 et nœud n°10 : (a) avant la rupture, (b) après la rupture (même vue que (a)), (c) après la rupture (vue du dessous)

Cependant, la résistance du bouton T8 avait été estimée à 79 [kN]. Nous devons par la suite revoir les critères de précontrainte et de chargement de la structure complète à la baisse afin d'être plus sécuritaire.

Sur base d'une rupture du bouton T8 à 60 [kN], l'analyse numérique nous donne les efforts repris dans la Figure 5.14.

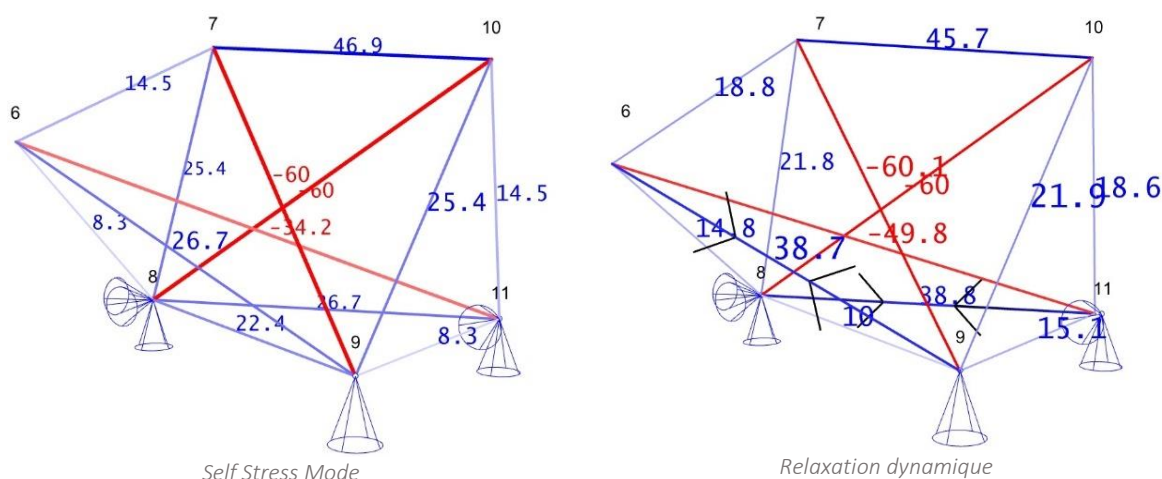


Figure 5.14 – Efforts numériques correspondant à la rupture réelle (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, nous avons dû introduire un raccourcissement de 74,5 [mm] dans les éléments tendeurs par rapport à l'état initial. Les raccourcissements calculés pour cet état de Self Stress sont eux à 108,3 [mm] par rapport à l'état initial.

5.3.2 Résultats et comparaison des efforts expérimentaux et numériques

Les efforts mesurés expérimentalement dans le simplex au moyen des capteurs sont comparés aux efforts calculés par les deux méthodes numériques (SS pour Self Stress et RD pour Relaxation Dynamique).

Les résultats de chaque étape sont décrits dans le *Tableau 5.1* :

Élément	Résultat numérique		Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
	Méthode	N_{num} [kN]	N_{exp} [kN]	Écart : $\Delta N = N_{num} - N_{exp}$ [kN]	Erreur : $e = \frac{\Delta N}{N_{num}} \cdot 100$
ÉTAPE 0 : 3,3 [kN] dans T8					
T8	SS	3,3	3,3	0,0	+0,0 %
	RD	3,3		0,0	+0,0 %
CL 3	SS	2,6	2,7	-0,1	-3,7 %
	RD	2,6		-0,1	-3,7 %
CLT 5 - 6	SS	1,5	1,4	0,1	+7,1 %
	RD	1,3		-0,1	-7,1 %
CA3	SS	1,2	1,9	-0,7	-36,8 %
	RD	1,5		-0,4	-21,1 %
ÉTAPE 1 : 10 [kN] dans T8					
T8	SS	10,0	10,0	0,0	+0,0 %
	RD	10,0		0,0	+0,0 %
CL 3	SS	7,8	8,0	-0,2	- 2,5 %
	RD	7,8		-0,2	-2,5 %
CLT 5-6	SS	4,5	5,0	-0,5	-10,0 %
	RD	4,6		-0,4	-8,0 %
CA3	SS	3,7	4,1	-0,4	-9,8 %
	RD	3,6		-0,5	-12,2 %
ÉTAPE 2 : 20 [kN] dans T8					
T8	SS	20,0	20,0	0,0	+0,0 %
	RD	19,9		0,1	-0,5 %
CL 3	SS	15,6	15,6	0,0	+0,0 %
	RD	15,5		-0,1	-0,6 %
CLT 5-6	SS	8,9	11,3	-2,4	-21,2 %
	RD	10,2		-1,1	-9,7 %
CA3	SS	7,5	5,9	1,6	+27,1 %
	RD	6,2		0,3	+5,1 %
ÉTAPE 3 : 30 [kN] dans T8					
T8	SS	30,0	30,0	0,0	+0,0 %
	RD	30,0		0,0	+0,0 %
CL 3	SS	23,5	23,3	0,2	+0,9 %
	RD	23,1		-0,2	-0,9 %
CLT 5-6	SS	13,4	18,4	-5,0	-27,2 %
	RD	16,5		-1,9	-10,3 %
CA3	SS	11,2	7,3	3,9	+53,4 %
	RD	8,0		0,7	+9,6 %

Élément	Résultat numérique		Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
	Méthode	N_{num} [kN]	N_{exp} [kN]	Écart : $\Delta N = N_{num} - N_{exp}$ [kN]	Erreur : $e = \frac{\Delta N}{N_{num}} \cdot 100$
ÉTAPE 4 : 40 [kN] dans T8					
T8	SS	40,0	40,0	0,0	+0,0 %
	RD	40,0		0,0	+0,0 %
CL 3	SS	31,3	30,2	1,1	+3,6 %
	RD	30,7		0,5	+1,7 %
CLT 5-6	SS	17,8	25,7	-7,9	-30,7 %
	RD	23,4		-2,3	-8,9 %
CA3	SS	14,9	6,9	8,0	+115,0 %
	RD	9,2		2,3	+33,3 %
ÉTAPE 5 : 50 [kN] dans T8					
T8	SS	50,0	50,0	0,0	+0,0 %
	RD	50,0		0,0	+0,0 %
CL 3	SS	39,1	37,2	1,9	+5,1 %
	RD	38,3		1,1	+3,0 %
CLT 5-6	SS	22,3	32,7	-10,0	-30,6 %
	RD	30,8		-1,9	-5,8 %
CA3	SS	18,7	6,8	11,9	+175,0 %
	RD	9,9		3,1	+45,6
ÉTAPE 6 : 60 [kN] dans T8					
T8	SS	60,0	60,0	0,0	+0,0 %
	RD	60,0		0,0	+0,0 %
CL 3	SS	46,9	44,6	2,3	+5,2 %
	RD	45,7		1,1	+2,5 %
CLT 5-6	SS	26,7	41,4	-14,7	-35,5 %
	RD	38,7		-2,7	-6,5 %
CA3	SS	22,4	6,6	15,8	+239,4 %
	RD	10,0		3,4	+51,5 %

Tableau 5.1 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux à chaque étape de précontrainte

La Figure 5.15 illustre l'évolution et la comparaison des efforts à chaque étape des éléments et pour chaque analyse, expérimentale ou numérique.

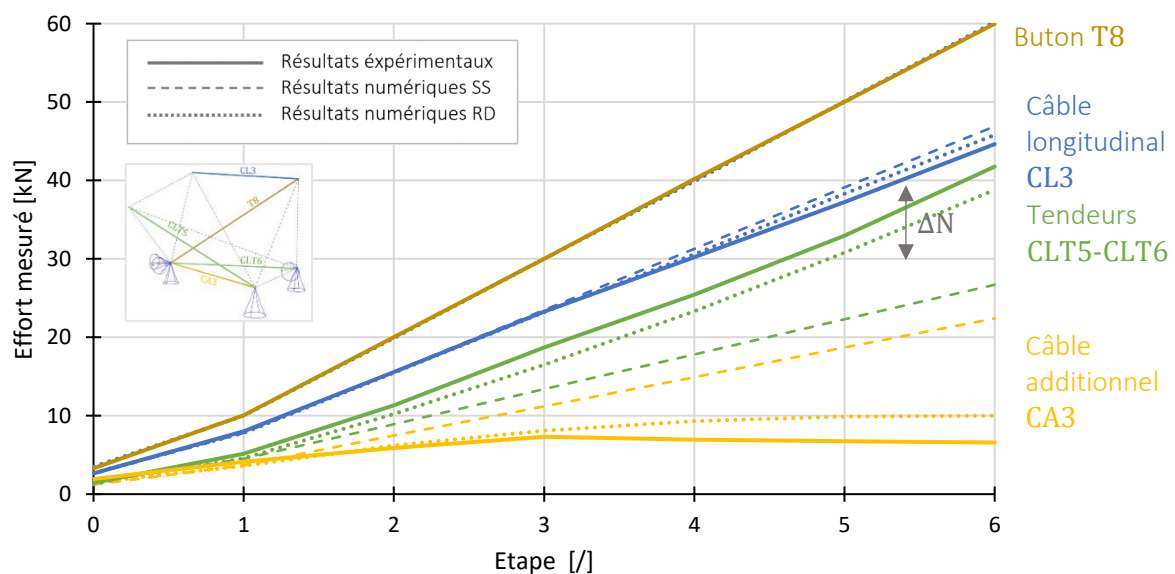


Figure 5.15 – Comparaison efforts numériques – expérimentaux

Sur base de notre analyse des six étapes, on observe que :

- Le contrôle de l'introduction de précontrainte sur base des efforts mesurés dans le bouton **T8** est très précis ;
- Les efforts mesurés empiriquement dans le câble longitudinal (**CL3**) sont très proches des efforts calculés numériquement par les deux méthodes. En particulier la Relaxation Dynamique qui présente une erreur maximale de +5,2 % par rapport aux résultats expérimentaux. Les efforts expérimentaux tendent cependant à s'éloigner des efforts numériques avec l'augmentation de précontrainte, en particulier des efforts proposés par la méthode Self Stress ;
- Les efforts mesurés expérimentalement dans les tendeurs (**CLT5-CLT6**) sont relativement proches des efforts calculés par la Relaxation Dynamique avec une erreur maximale de -10,3 [%] par rapport aux résultats empiriques. En revanche, le Self Stress tend à sous-estimer les efforts avec une erreur beaucoup plus grande allant jusqu'à -35,5 %. Notons que les efforts des tendeurs sont confondus car ils ont été raccourcis symétriquement et présentent des efforts symétriques ;
- Les efforts mesurés empiriquement dans le câble additionnel (**CA3**) sont relativement mal estimés par les deux méthodes numériques. En particulier par le Self Stress qui surestime de plus en plus les efforts avec l'augmentation de la précontrainte, l'erreur allant jusqu'à 239,4 % par rapport aux résultats empiriques.
- Les efforts mesurés par la Relaxation Dynamique sont plus proches avec une erreur maximale de 51,5 % mais tendent également à s'éloigner des efforts expérimentaux au fur et à mesure que la précontrainte augmente. On remarque également que les efforts expérimentaux suivent les mêmes tendances que la Relaxation dynamique et semblent se stabiliser après l'étape 3 ;
- Les efforts dans le simplex sont tous sous-estimés par les méthodes numériques lorsque la précontrainte est faible, comme à l'étape 0 ;
- L'erreur moyenne des efforts au cours de la précontrainte pour la méthode Self Stress passe de **12 %** au début de l'essai (étape 0) pour arriver à une erreur moyenne de **70 %** à la fin de l'essai tandis que pour la méthode de relaxation dynamique, l'erreur moyenne initiale est de **8 %** contre **15 %** à la fin de l'essai. Dans les deux cas, l'erreur moyenne augmente lorsque l'on introduit de plus en plus de précontrainte. Néanmoins l'erreur moyenne de la méthode SS est presque **5 fois** plus importante que celle de la méthode RD à la fin de l'essai alors qu'au début elle était moins de deux fois plus grande.
- Les efforts expérimentaux semblent suivre les mêmes tendances que les résultats proposés par la Relaxation Dynamique. C'est également le cas pour l'évolution des efforts proposés par le Self Stress à l'exception du câble additionnel (**CA3**).

Conclusion de la comparaison de la répartition des efforts :

Sur base des observations précédentes, et compte tenu des irrégularités que propose le simplex, on peut conclure que la Relaxation Dynamique est une méthode fiable pour prédire les efforts dans le simplex. En effet, la répartition des efforts empiriques est assez proche de la répartition des efforts proposés par la Relaxation Dynamique (erreur moyenne maximale de 15 %). Leurs évolutions suivent les mêmes tendances et les allures de leurs courbes sont semblables.

On remarque en revanche, que le Self Stress est en général moins précis et tend à s'éloigner de manière parfois importante des résultats empiriques quand les efforts augmentent.

Il est important de considérer que les capteurs peuvent être imprécis, et que les éléments peuvent présenter des irrégularités, ce qui peut être une source d'erreur dans l'analyse des efforts du simplex.

5.3.3 Comparaison des raccourcissements expérimentaux et numériques des tendeurs

Le Tableau 5.2 compare les raccourcissements mesurés expérimentalement et calculés par la méthode semi-empirique du Self Stress mode avec la méthode de Relaxation Dynamique.

	Résultat numérique		Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
	Méthode	R_{num} [mm]	R_{exp} [mm]	Écart : $\Delta R = R_{num} - R_{exp}$ [mm]	Erreur : $e = \frac{\Delta R}{R_{exp}} \cdot 100$
Étape 0	SESS	0	0,0	0,0	+0,0 %
	RD	0		0,0	+0,0 %
Étape 1	SESS	15,9	13,9	2,0	+14,3 %
	RD	9,3		-4,6	-33,1 %
Étape 2	SESS	36,0	37,0	-1,0	-2,7 %
	RD	22,7		-14,3	-38,6 %
Étape 3	SESS	60,8	56,2	4,6	+8,2 %
	RD	35,8		-20,4	-36,3 %
Étape 4	SESS	77,2	70,2	7,0	+10,0 %
	RD	48,8		-21,2	-30,2 %
Étape 5	SESS	92,4	84,6	7,8	+9,2 %
	RD	61,7		-22,9	-27,1 %
Étape 6	SESS	108,3	99,8	8,5	+8,5 %
	RD	74,5		-25,3	-25,4 %

Tableau 5.2 – Comparaison des raccourcissements numériques et empiriques des tendeurs

La Figure 5.16 illustre le rapport entre les raccourcissements mesurés et les raccourcissements numériques avec la variation des efforts dans le bouton T8 à chaque étape.

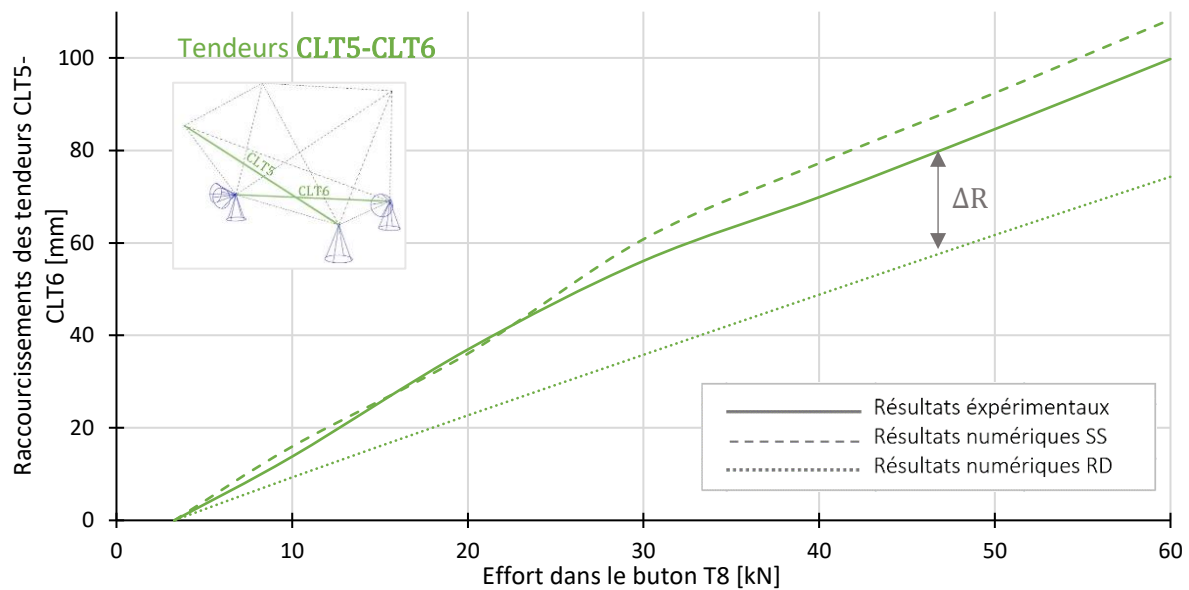


Figure 5.16 – Comparaison des raccourcissements numériques et expérimentaux des tendeurs

On remarque que :

- Les raccourcissements calculés numériquement avec la Relaxation Dynamique ne correspondent pas aux raccourcissements réels introduits, et les sous-estiment avec une erreur maximale de -38,6 % par rapport aux raccourcissements mesurés ;
- Les raccourcissements calculés par la méthode semi-empirique du Self Stress sont en revanche plus proches des raccourcissements mesurés avec une erreur maximale de 14,3 % par rapport aux raccourcissements mesurés ;
- L'allure de la courbe des raccourcissements réels est proche de l'allure des raccourcissements calculés par la méthode Self Stress ;

Conclusion de la comparaison des raccourcissements mesurés et calculés :

Sur base de ces observations, on peut conclure que la méthode semi-empirique du Self-Stress mode est la méthode la plus fiable pour prédire numériquement les raccourcissements réels. En effet, l'erreur maximale entre expérimental et numérique pour cette méthode est limitée à 14,3 %.

En revanche, la méthode de la Relaxation Dynamique prédit moins bien les raccourcissements nécessaires à chaque étape. Cela s'explique probablement par le fait que les cosses s'allongent lors des raccourcissements des tendeurs, ce qui n'a pas été pris en compte dans l'introduction des caractéristiques dans le calcul numérique. De plus, les modules de Young des éléments du simplex ne sont peut-être pas exacts.

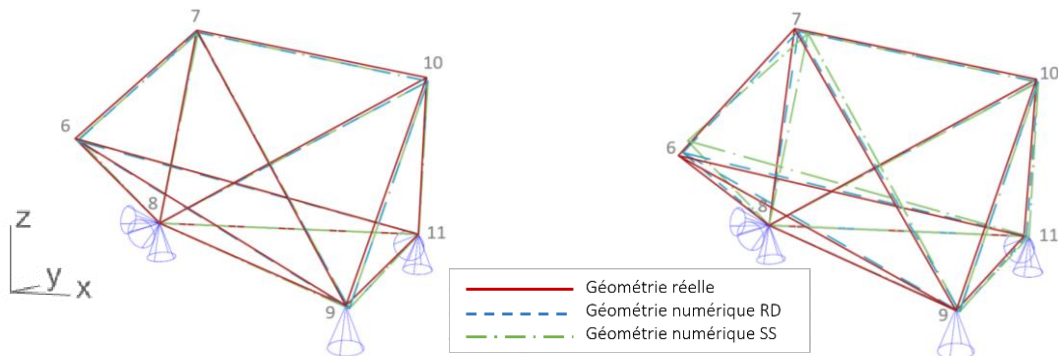
5.3.4 Comparaison de la variation de la géométrie du simplex expérimental et numérique

Nous analysons dans cette partie la variation de géométrie du simplex expérimental pour les différents niveaux de précontraintes définis (sauf pour l'étape de rupture puisque celle-ci n'est plus représentative du comportement du simplex). Nous la comparons à la variation de géométrie calculée par la « Relaxation Dynamique » et à la géométrie du Self-Stress mode (pour rappel, la méthode du Self-Stress mode considère une géométrie fixe pour tous les états de précontrainte).

Afin de comparer la géométrie du simplex expérimental aux modèles numériques, nous avons dans un premier temps extrait la géométrie du simplex des scans FARO pour chaque étape¹².

Nous l'avons ensuite superposée à la géométrie de l'état de précontrainte numérique correspondant pour la Relaxation Dynamique et le Self Stress mode.

La Figure 5.17 illustre la superposition des géométries numériques et empiriques pour la première et dernière étape.



Géométrie initiale (étape 0, précontrainte initiale, T8 à 3,3 [kN])

Géométrie finale (étape 5, précontrainte finale, T8 à 50 [kN])

Figure 5.17 – Exemple de comparaison simplex numérique et expérimental

L'évolution de la position relative des nœuds libres (nœuds 6, 7 et 10) par rapport à leur position initiale selon les 3 directions (x, y, z), mesuré expérimentalement et numériquement par RD est décrite dans la Figure 5.18 :

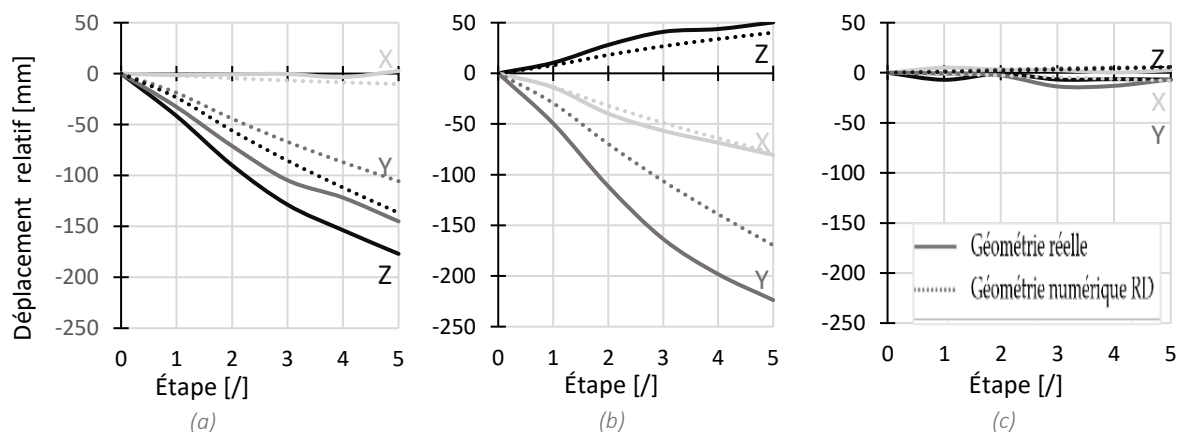


Figure 5.18 – Déplacements relatifs dans les directions x, y, z des nœuds (a) 6, (b) 7 et (c) 10

¹² La méthode de déduction de la géométrie réelle par le scanner FARO est décrite dans le mémoire « Conception et construction d'une passerelle de tensegrité déployable en bambous » [2]

De plus, une mesure supplémentaire a été réalisée après chaque étape de précontrainte permettant de vérifier à la fois la précision du scanner FARO et la méthode RD. Nous avons mesuré la hauteur du nœud 6 par rapport au sol grâce à un télémètre laser.

Outil	Etape 0	Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 5	Etape 6	Unité
Télémètre laser	1 412	1 377	1 329	1 287	1 267	1 240	[mm]
FARO	1 419	1 377	1 329	1 290	1 265	1 242	
RD	1 396	1 373	1 340	1 311	1 284	1 259	

Tableau 5.3 – Comparaison de la hauteur du nœud 6 mesuré par un télémètre laser, par le scanner FARO et par la méthode de relaxation dynamique via Grasshopper

En comparant les résultats obtenus expérimentalement et numériquement (Figure 5.17, Figure 5.18 et Tableau 5.3), on remarque que :

- À l'étape 0, état initial du simplex, la géométrie réelle est assez proche des géométries numériques en Self Stress Mode et en Relaxation dynamique ;
- À l'étape 5, état final du simplex, la géométrie réelle est assez proche de la géométrie proposée par la relaxation dynamique ;
- Les déformations proposées à chaque étape par la Relaxation Dynamique sont assez proches des déformations réelles du simplex ;
- En revanche, plus l'état de précontrainte est élevé, plus la géométrie réelle s'éloigne de la géométrie de la méthode Self Stress ;
- Les géométries réelles et numériques en Relaxation Dynamique évoluent de la même manière ;
- Les positions des nœuds 6 et 7 évoluent significativement, le premier principalement dans la direction Z (le nœud descend), le second dans la direction Y (le nœud se déplace horizontalement). La position du nœud 10 varie peu.
- Le scanner FARO présente des mesures quasiment identiques à celles mesurées par le télémètre laser (écart maximal de $7 \text{ [mm]} \approx 0,5 \%$), ce qui atteste de sa précision. Tandis que pour la méthode de relaxation dynamique on mesure une différence maximale de $24 \text{ [mm]} \approx 1,9 \%$, ce qui n'est vraiment pas mauvais pour une estimation numérique.

Afin de comparer avec plus de précision les variations entre la géométrie réelle et numérique en Relaxation Dynamique pour chaque étape, nous comparons graphiquement l'angle moyen¹³ α de rotation entre les deux bases du simplex ainsi que les angles de rotation β et γ des deux bases (la base 1 définie par les nœuds 6, 7, 8 et la base 2 définie par les nœuds 9, 10, 11) par rapport aux plans de référence des bases du simplex :

13 L'angle moyen α de rotation correspond à la rotation moyenne de chaque point d'une base, par rapport aux points de l'autre base.

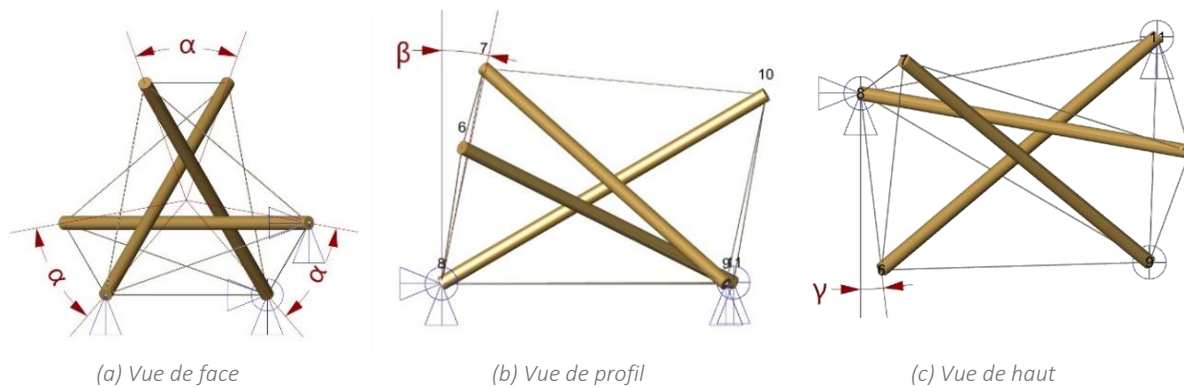


Figure 5.19 – Représentation des angles α , β et γ étudiés

- L'angle α :

Le Tableau 5.4 reprend l'évolution de l'angle moyen α de rotation :

	Méthode	Résultat numérique	Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
		$\alpha_{num} [^\circ]$	$\alpha_{exp} [^\circ]$	Écart : $\Delta\alpha = \alpha_{num} - \alpha_{exp} [^\circ]$	Erreur : $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_{exp}} \cdot 100$
Étape 0	SS	39,0	38,3	0,7	+1,8 %
	RD	38,7		0,4	+1,0 %
Étape 1	SS	39,0	37,2	1,8	+4,8 %
	RD	37,7		0,5	+1,3 %
Étape 2	SS	39,0	35,5	3,5	+9,9 %
	RD	37,0		1,5	+4,2 %
Étape 3	SS	39,0	34,2	4,8	+14,0 %
	RD	35,7		1,5	+4,4 %
Étape 4	SS	39,0	33,7	5,3	+15,7 %
	RD	35,0		1,3	+3,9 %
Étape 5	SS	39,0	33,0	6,0	+18,2 %
	RD	34,0		1,0	+3,0 %

Tableau 5.4 – Comparaison de l'angle moyen α

La Figure 5.20 permet de visualiser la comparaison entre numérique et expérimental de la variation de l'angle α :

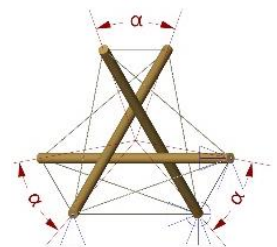
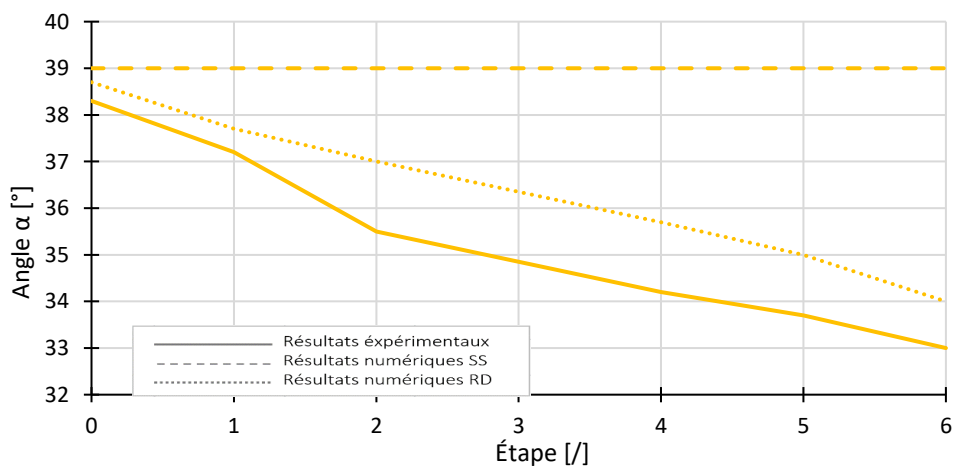


Figure 5.20 – Comparaison de l'angle α

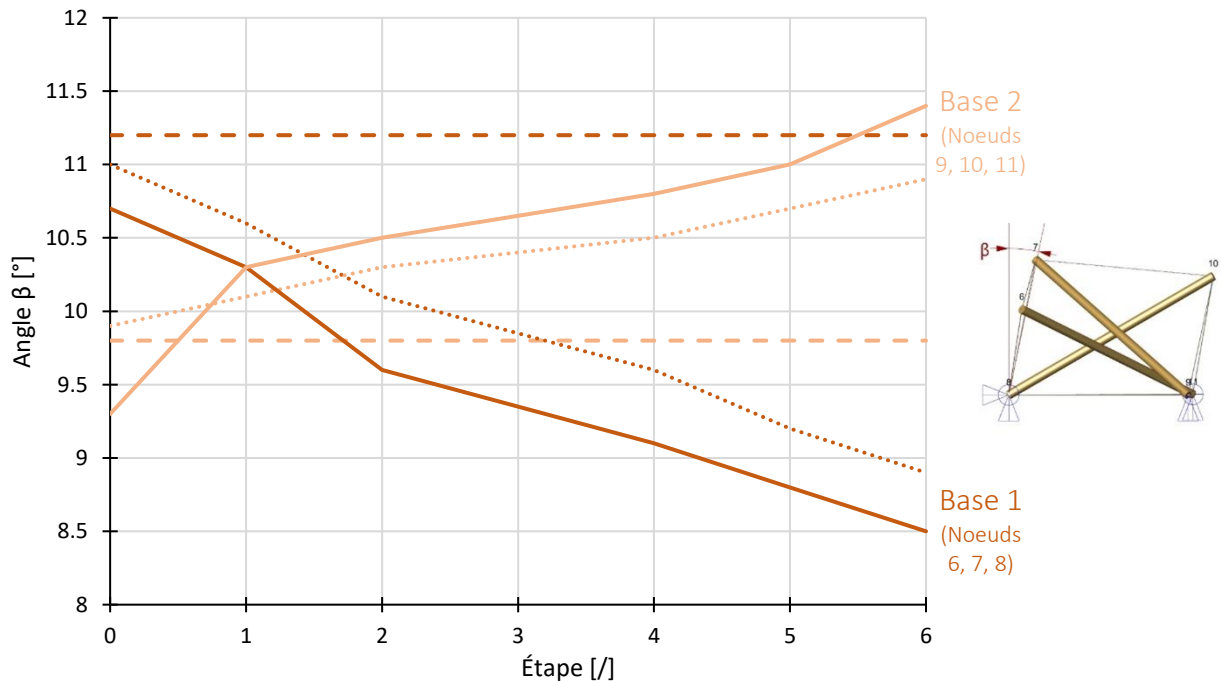
- L'angle β :

Le Tableau 5.5 reprend l'évolution de l'angle β et la comparaison des résultats :

Tableau 5.5 – résultats et comparaison de l'angle β (base 1 = nœuds 6,7,8 et base 2 = nœuds 9,10,11)

	Méthode	Résultat numérique		Résultat expérimental		Comparaison des résultats			
		$\beta_{num} [^\circ]$		$\beta_{exp} [^\circ]$		Écart : $\Delta\beta = \beta_{num} - \beta_{exp} [^\circ]$		Erreur : $e = \frac{\Delta\beta}{\beta_{exp}} \cdot 100$	
		Base 1	Base 2	Base 1	Base 2	Base 1	Base 2	Base 1	Base 2
Étape 0	SS	11,2	9,8	10,7	9,3	+0,5	+0,5	+4,7 %	+5,4 %
	RD	11,0	9,9			+0,3	+0,6	+2,8 %	+6,4 %
Étape 1	SS	11,2	9,8	10,3	10,3	+0,9	-0,5	+8,7 %	-4,8 %
	RD	10,6	10,1			+0,3	-0,2	+2,9 %	-1,9 %
Étape 2	SS	11,2	9,8	9,6	10,5	+1,6	-0,7	+16,7 %	-6,7 %
	RD	10,1	10,3			+0,5	-0,2	+5,2 %	-1,9 %
Étape 3	SS	11,2	9,8	9,1	10,8	+2,1	-1,0	+23,1 %	-9,3 %
	RD	9,6	10,5			+0,5	-0,3	+5,5 %	-2,8 %
Étape 4	SS	11,2	9,8	8,8	11,0	+2,4	-1,2	+27,3 %	-10,9 %
	RD	9,2	10,7			+0,4	-0,3	+4,5 %	-2,7 %
Étape 5	SS	11,2	9,8	8,5	11,4	+2,7	-1,6	+31,7 %	-14,0 %
	RD	8,9	10,9			+0,4	-0,5	+4,7 %	-4,4 %

La Figure 5.21 permet de visualiser l'évolution et la comparaison entre numérique et expérimental de la variation de l'angle β :



- L'angle γ :

Le Tableau 5.6 reprend l'évolution de l'angle γ :

	Méthode	Résultat numérique		Résultat expérimental		Comparaison des résultats			
		γ_{num} [°]		γ_{exp} [°]		Écart : $\Delta\gamma = \gamma_{num} - \gamma_{exp}$ [°]		Erreur : $e = \frac{\Delta\gamma}{\gamma_{exp}} \cdot 100$ [%]	
		Base 1 (6,7,8)	Base 2 (9,10,11)	Base 1	Base 2	Base 1	Base 2	Base 1	Base 2
Étape 0	SS	6,8	1,9	6,0	2,4	+0,8	-0,5	+13,3 %	-20,8 %
	RD	6,7	1,8			+0,7	-0,6	+11,7 %	-25,0 %
Étape 1	SS	6,8	1,9	5,8	1,6	+1,0	+0,3	+17,2 %	+18 %
	RD	6,6	1,6			+0,8	0,0	+13,8 %	0,0 %
Étape 2	SS	6,8	1,9	5,7	1,3	+1,1	+0,6	+19,3 %	+46,2 %
	RD	6,4	1,3			+0,7	0,0	+12,3 %	0,0 %
Étape 3	SS	6,8	1,9	5,6	1,1	+1,2	+0,7	+21,4 %	+63,6 %
	RD	6,3	1,0			+0,7	-0,1	+12,5 %	-9,0 %
Étape 4	SS	6,8	1,9	5,5	0,9	+1,3	+1,0	+23,6 %	+111 %
	RD	6,1	0,8			+0,6	-0,1	+10,9 %	+11,1 %
Étape 5	SS	6,8	1,9	5,5	0,5	+1,3	+1,4	+23,6 %	+280 %
	RD	6,0	0,6			+0,5	+0,1	+9,0 %	+20,0 %

Tableau 5.6 – Comparaison de l'angle γ (base 1 = nœuds 6,7,8 et base 2 = nœuds 9,10,11)

La Figure 5.22 permet de visualiser l'évolution et la comparaison entre numérique et expérimental de la variation de l'angle β :

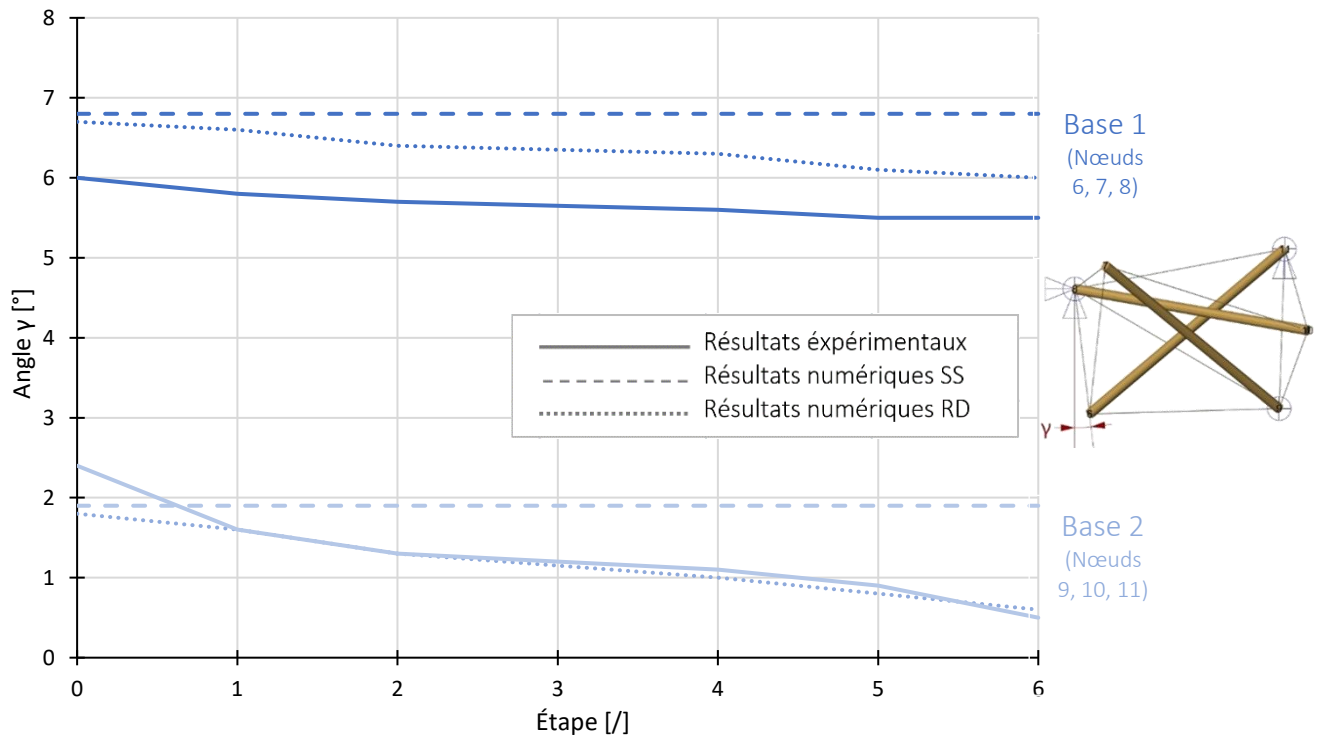


Figure 5.22 – Comparaison de l'angle γ

On observe que :

- Les résultats expérimentaux et numériques en Relaxation Dynamique de l'évolution de l'angle α présentent un certain écart mais suivent la même tendance ;
- Les résultats expérimentaux et numériques en Relaxation Dynamique de l'évolution de l'angle β pour les deux bases présentent également un certain écart mais suivent la même tendance ;
- Les résultats expérimentaux et numériques en Relaxation Dynamique de l'évolution de l'angle γ de la base 1 présentent également un certain écart mais suivent la même tendance. En revanche, les résultats pour la base 2 sont très proches ;
- Globalement, les résultats expérimentaux et numériques calculés par la Relaxation Dynamique suivent les mêmes tendances. L'allure de leurs courbes sont semblables, toutefois un écart subsiste. L'évolution de la géométrie est assez bien prédite par la Relaxation Dynamique ;
- En revanche, au fur et à mesure que le simplex est précontraint, la géométrie expérimentale s'éloigne de la géométrie de la méthode du Self-Stress mode.

Conclusion de la comparaison de la géométrie mesurée et calculée :

Sur base des observations précédentes, on conclut que la Relaxation Dynamique est la meilleure méthode pour prédire les variations réelles de la géométrie du simplex malgré un écart entre leurs angles respectifs (α, β, γ) persistant. Cette marge d'erreur entre expérimental et numérique peut s'expliquer par l'irrégularité des matériaux du simplex impliquant des modules de Young inexacts ou différents de ceux obtenus lors de la phase de caractérisation.

5.4 Observation du phénomène de relaxation dans le simplex

Lors du premier montage, la détente de certains éléments avait été observée. Afin de contrer cet effet, nous avons remplacé les câbles en cordes marines qui présentaient une relaxation trop importante par des câbles en acier. Cette adaptation permet à priori de limiter l'effet de *détente* dans la structure.

Nous étudions donc le phénomène de la relaxation du simplex afin de vérifier cette dernière affirmation.

La perte d'effort dans les éléments a été observée pendant près de 13 heures après l'étape 3 (buton à 30 [kN]).

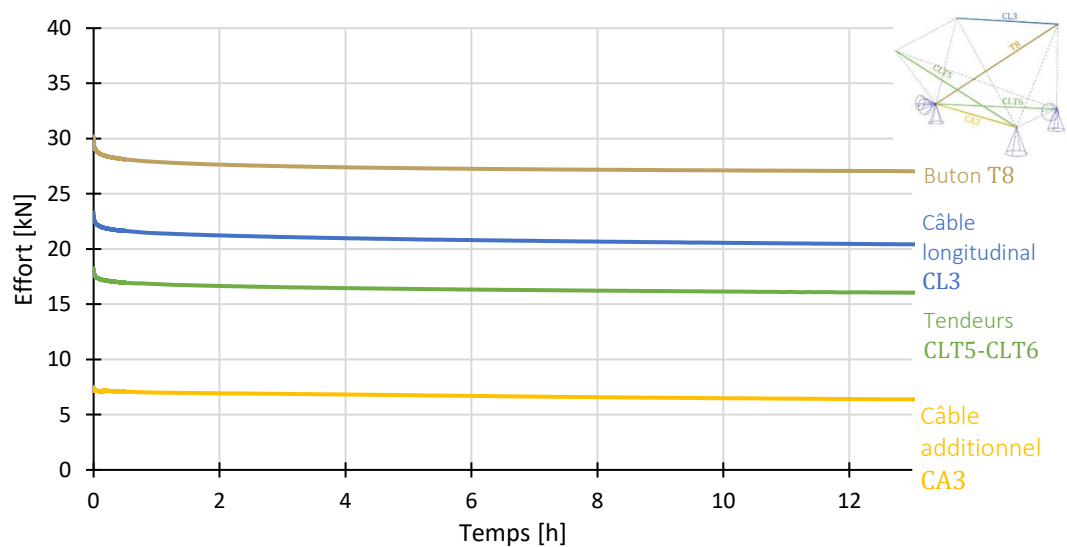


Figure 5.23 – Essai de relaxation du simplex après l'étape 3

Un zoom sur chaque élément sur un intervalle de 4 [kN] permet de mieux discerner la relaxation :

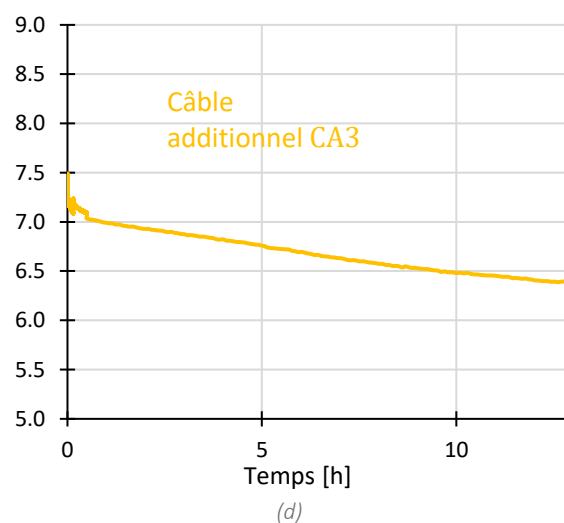
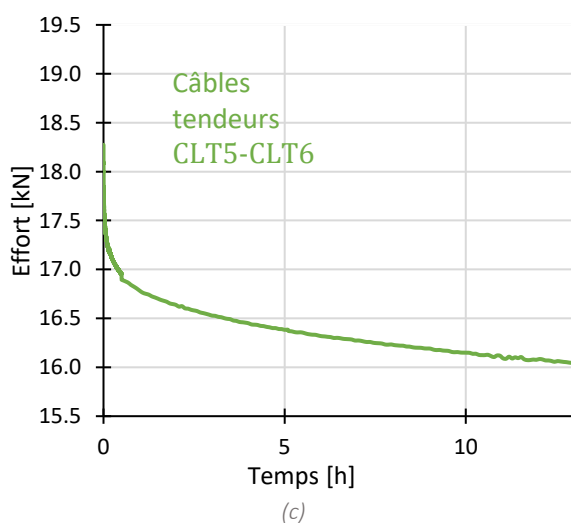
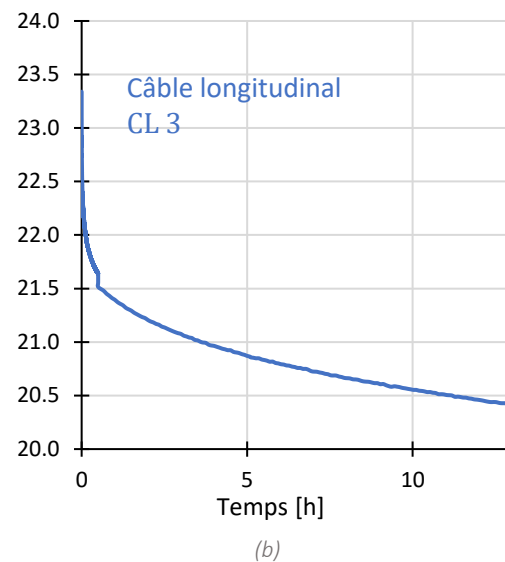
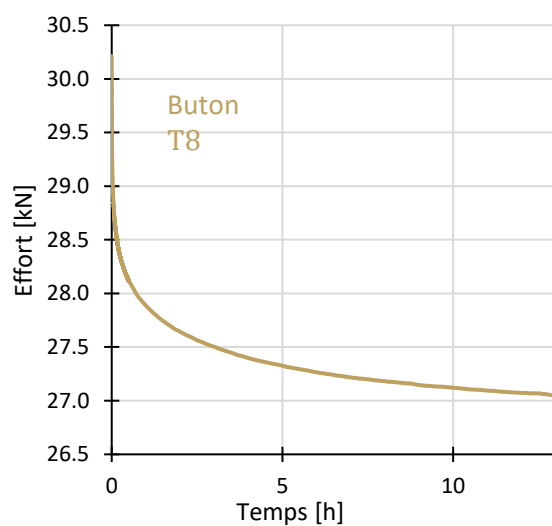


Figure 5.24 – Zoom sur la relaxation de chaque élément mesuré (a) Buton T8, (b) Câble longitudinal CL3, (c) Câble tendeur CLT6, (d) Câble additionnel CA3

Le Tableau 5.7 récapitule les pertes d'efforts dans les éléments au cours du temps :

	Effort initial [kN]	Effort final [kN]	Perte d'effort [%]
T8	30,2	27,1	-10,3 %
CL3	23,3	20,4	-12,4 %
CLT1-CLT2	18,3	16,1	-12,0 %
CA3	7,3	6,4	-12,3 %

Tableau 5.7 - Perte d'effort au cours du temps

À la suite de l'essai de relaxation, on remarque que :

- Aucun câble n'est lâche ni détendu ;
- La relaxation se produit rapidement après l'introduction de précontrainte, la perte d'effort ralentit et se stabilise après une heure ;
- La relaxation est, comme escomptée à la suite des essais de caractérisation, modérée (perte maximale de 12,4 % sur 13 heures) ;
- La relaxation la plus importante est observée dans le câble longitudinal (CL3), au même emplacement où la détente avait été observée lors du premier montage de la structure.

Conclusion des essais de relaxation :

La relaxation n'est plus aussi problématique dans la structure qu'auparavant, et une perte d'environ 12 % après 13 heures est attendue dans les câbles et d'environ 10 % dans les butons.

5.5 Conclusion générale des essais sur le simplex

En conclusion, l'essai sur le simplex a permis de mettre en évidence différents points.

Tout d'abord, cet essai nous a permis de valider plusieurs aspects importants avant les essais sur la structure complète, tels que le matériel expérimental utilisé, le bon fonctionnement des capteurs et la précision des tendeurs.

Nous avons pu également observer un événement critique lors de l'essai : la rupture d'un bouton du simplex qui s'est produite avant sa rupture estimée^{4.1.2}. Cette rupture précoce sera à prendre en compte dans les essais suivants afin d'éviter une rupture dans un élément de la structure complète (ANNEXE B).

En ce qui concerne les méthodes de calcul, il apparaît clairement que la méthode de Relaxation Dynamique se distingue comme étant la plus précise et la plus fiable pour le calcul des efforts internes du simplex. Cette affirmation est confortée par les comparaisons entre les résultats numériques et les observations expérimentales, qui suivent généralement les mêmes tendances. Cette corrélation est également observée lors de l'analyse de l'évolution géométrique.

Néanmoins, les prédictions de raccourcissement établies par la Relaxation Dynamique sont moins précises vis-à-vis des raccourcissements mesurés expérimentalement. Ce phénomène peut être expliqué par divers facteurs tels que l'omission de l'allongement des cosses dans l'analyse numérique, la nature irrégulière des éléments composant le simplex qui peut générer des imprécisions, et enfin, une éventuelle inexactitude des modules de Young des éléments du simplex utilisés dans l'analyse numérique.

En revanche, la méthode semi-empirique du Self Stress mode prédit mieux les raccourcissements nécessaires pour un état de précontrainte défini. Cette méthode s'avère être la meilleure pour établir un protocole de mise en précontrainte par contrôle des raccourcissements.

Enfin, il est important de noter que la relaxation étudiée expérimentalement sur le simplex n'est pas excessive et s'accorde avec les prévisions établies lors des essais de caractérisation (voir l'essai de relaxation d'un câble en acier au point 4.3.1).

CHAPITRE 6

ÉTUDES STATIQUES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES DE LA STRUCTURE

6 ÉTUDES STATIQUES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES DE LA STRUCTURE COMPLÈTE

Ce chapitre présente les essais statiques finaux réalisés sur la structure complète ainsi que l'analyse numérique inhérente. Il débute en décrivant le dispositif expérimental et le protocole des essais, suivi de l'analyse numérique de la structure. Ensuite, les résultats et observations sont développés. Finalement, les conclusions sont établies sur base de ces remarques.

La structure a été montée complètement (cinq modules) pour la première fois en mai 2023, au Laboratoire d'Essais Mécaniques, Structure et génie Civil (LEMSC) (Figure 6.1). Sa construction a nécessité 3 personnes durant une après-midi.



Figure 6.1 – Montage de la structure complète en mai 2023

Le premier objectif des essais est de soumettre la structure à une charge définie. Pour arriver à cette charge, un niveau de précontrainte dans la structure est requis afin qu'aucun câble ne se détende, et qu'aucun élément ne soit à la limite de sa résistance lors du chargement.

Cette charge a été définie numériquement sur base de plusieurs critères :

- Les efforts dans les butons ne peuvent dépasser 45 [kN] . En effet, pour rappel, les essais sur le simplex ont mis en évidence que le critère de résistance local du bambou (au niveau de sa section la plus faible) doit être reconsidéré (en augmentant le facteur de sécurité γ_s) à la suite de la rupture d'un buton avant son point de rupture calculé (voir point 5.3) ;

- Aucun câble ne peut être détendu ;
- Les câbles longitudinaux supérieurs doivent être tendus tout en minimisant les forces appliquées.

Afin de maximiser cette charge, une optimisation prenant en compte les critères précédents a été réalisée. Le composant *Galapagos* (Figure 6.2) de *Grasshopper* permet de minimiser ou maximiser un résultat (sortie « *Fitness* » du composant) en faisant varier un ou plusieurs facteurs (sortie « *Genome* » du composant).



Figure 6.2 – Optimisateur Galapagos

Dans le cas de la structure étudiée, nous avons optimisé le résultat du calcul suivant :

$$\text{Min} \left(\sum (N_{CL})^2 - (Q_{charg})^2 + 2\,000 \cdot P_{bar} + 2\,000 \cdot P_{rope} \right) \quad (6.1)$$

Où :

- N_{CL} sont les efforts des câbles longitudinaux (en [kN]) ;
- Q_{charg} est la charge à laquelle est soumise la structure (en [kN]) ;
- P_{bar} est le nombre de boutons dont l'effort est supérieur à 45 [kN] dans la structure ;
- P_{rope} est le nombre de cordes détendues dans la structure.

La multiplication par un facteur 2000 de P_{bar} et P_{rope} correspond à une pénalité pour chaque critère non respecté. Par l'application de cette pénalité, les résultats pour lesquels un critère n'est pas respecté seront très élevés et exclus des solutions de l'optimisation.

Pour cela, les paramètres modifiables influençant l'optimisation sont les raccourcissements (identiques) des deux tendeurs de chaque module, et le chargement.

La charge maximale optimisée et correspondant aux critères est de 1 360 [kg], soit 13,6 [kN] répartie sur les deux nœuds centraux supérieurs 7 et 10.

La répartition des efforts numériques sous ce chargement est telle que décrite dans la Figure 6.3 :

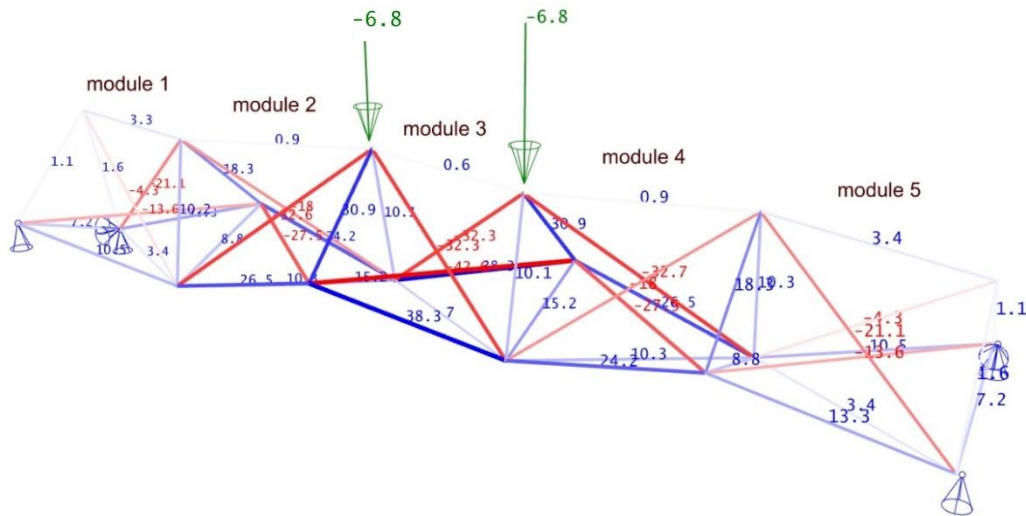


Figure 6.3 – Répartition des efforts sous chargement

Le niveau de précontrainte requis pour accueillir cette charge est décrit dans la Figure 6.4 :

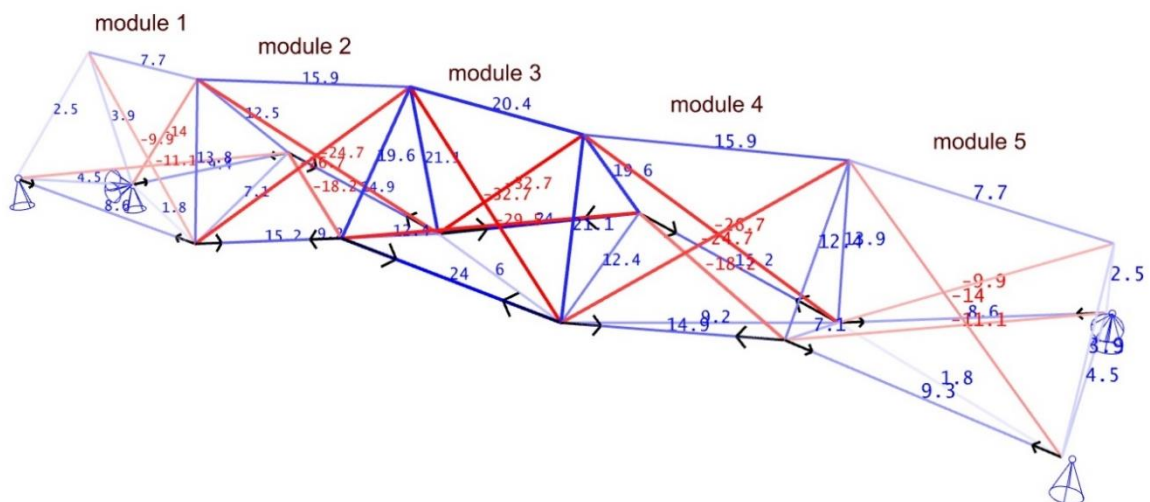


Figure 6.4 – Niveau de précontrainte exigé avant le chargement

La structure est supposée symétrique. Les deux tendeurs de chaque module présentent non seulement les mêmes raccourcissements entre eux, mais en plus, les modules sont symétriques entre eux (le module 1 étant symétrique au module 5, le module 2 au module 4, et le module 3 avec lui-même).

Le second objectif de ces essais est de comparer à nouveau :

- La répartition des efforts ;
- Les raccourcissements ;
- La géométrie de la structure.

Mesurées expérimentalement avec les résultats numériques calculés par la méthode du Self Stress Mode et sa méthode semi-empirique ainsi que la méthode de la Relaxation Dynamique.

Pour finir, nous étudierons également la relaxation de cette structure à chaque stade de précontrainte pour voir si le niveau de précontrainte dans la structure a un impact sur la relaxation.

6.1 Mise en place des essais

6.1.1 Dispositif expérimental des essais

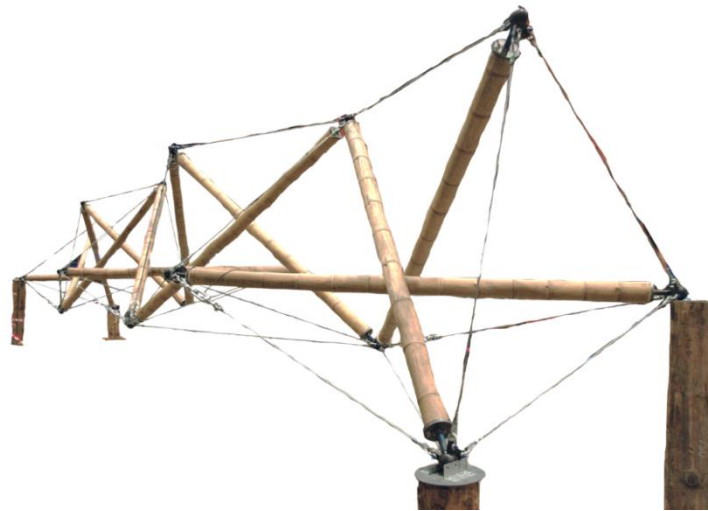


Figure 6.5 – Structure complète sur ses appuis

Pour rappel, la dénomination des éléments dans la structure est la suivante (Figure 6.6) :

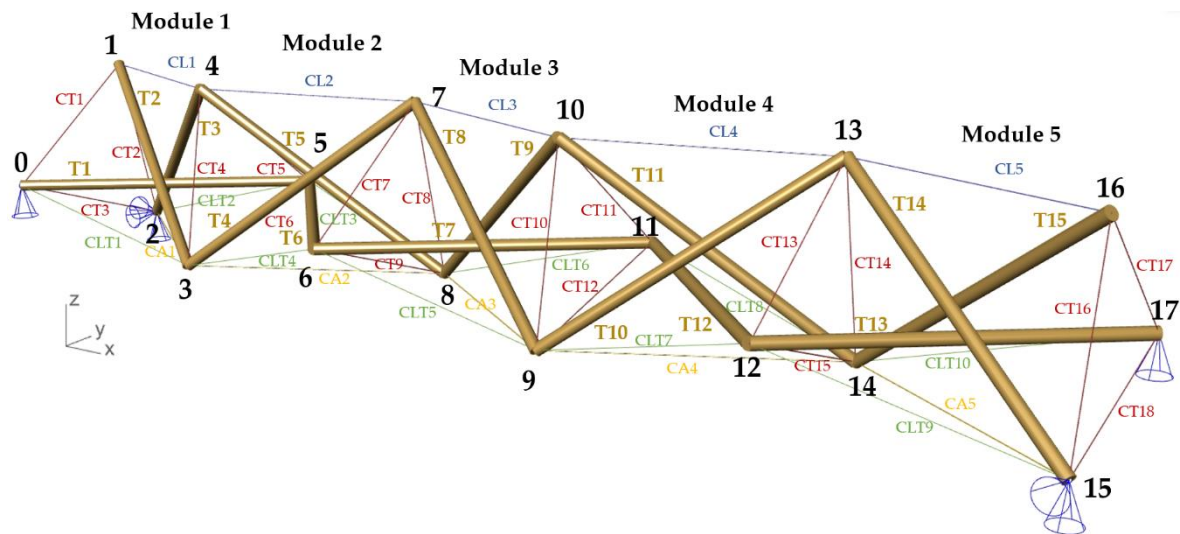


Figure 6.6 – Dénomination des éléments de la structure

Le dispositif expérimental des essais statiques comprend, en plus de la structure, les éléments décrits ci-après :

- Le scanner FARO (voir le dispositif expérimental du simplex au point 5.1.1) ;
- Douze capteurs de force :

Les douze capteurs comprennent onze maillons « capteurs de force » et un capteur de compression « Sensy » (voir point 5.1.1 – Dispositif expérimental du simplex).

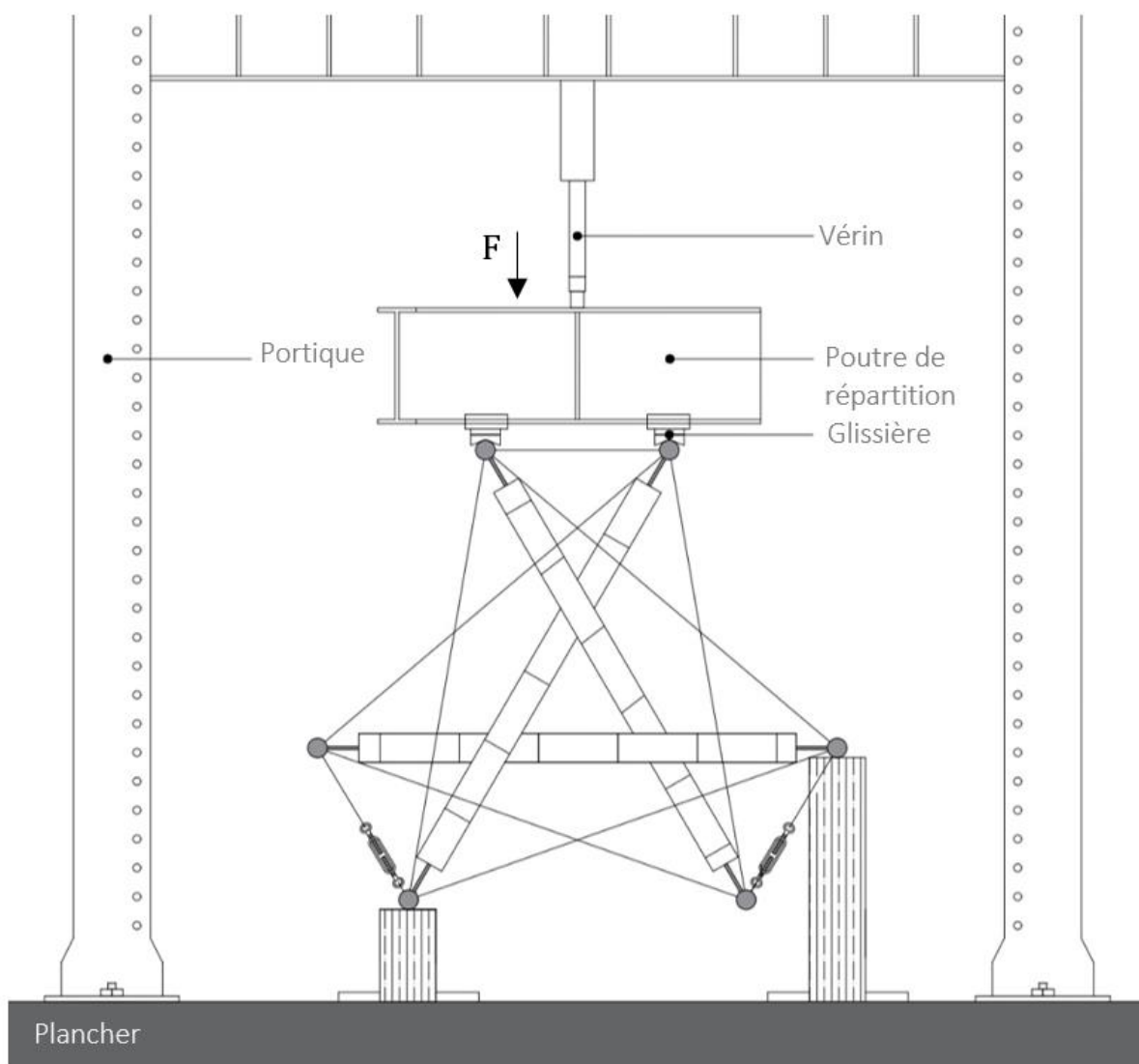
Les maillons « capteurs de force » sont placés sur chaque câble longitudinal de la structure (CL1, CL2, CL3, CL4, CL5), sur un tendeur par module en alternant le côté sur lequel ils sont placés (CLT1, CLT4, CLT5, CLT8, CLT9) et sur le câble additionnel du module central (CA3).

Le capteur de compression se place sur le bouton reprenant le plus d'effort lors de l'introduction de la précontrainte, à savoir le bouton **T9**.

- **Un système de chargement :**

Le système de chargement proposé se compose d'une poutre de répartition retenue par un vérin d'une capacité de 20 [t], d'une course de 250 [mm] lui-même suspendu à un portique fixé au plancher d'essai du LEMSC.

Le système permet de contrôler en force l'application d'une charge sur les deux nœuds centraux supérieurs de la structure (nœuds 7 et 10) qui sont placés dans des glissières attachées à la poutre de répartition (Figure 6.7 et Figure 6.8).



(a)

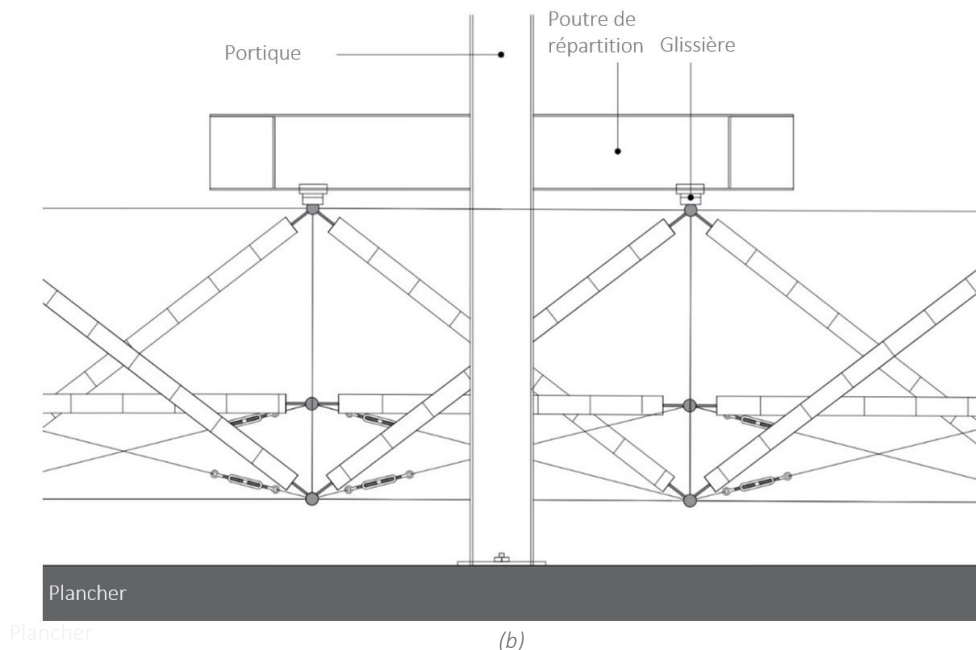


Figure 6.7 – Dispositif de mise en charge (a) vue de face, (b) vue de profil



Figure 6.8 – Dispositif de chargement (a) poutre de répartition, (b) glissière

6.1.2 Protocole

Le protocole se compose de deux grandes étapes : la première consiste à arriver à l'état de précontrainte calculé numériquement (Figure 6.4) dans la structure expérimentale, et la seconde à soumettre la structure à la charge de $1\,360\text{ [kg]}$ déterminée au point précédent (Figure 6.3).

La première étape se divise en trois sous-étapes :

- **Étape 1.1. : Précontrainte initiale :**

L'objectif de cette étape est d'arriver à un état de précontrainte dans la structure de sorte qu'aucun câble n'est détendu et que les efforts de chaque élément équivalent à un tiers des efforts escomptés à l'état de précontrainte final calculé numériquement ;

- **Étape 1.2. : Précontrainte intermédiaire :**

Cette étape consiste à arriver à un état de précontrainte dans la structure pour lequel les efforts de chaque élément équivalent aux deux tiers des efforts escomptés à l'état de précontrainte final;

- **Étape 1.3. : Précontrainte finale :**

A l'issue de cette étape, le but est d'arriver à un état de précontrainte dans la structure de sorte que les efforts de chaque élément soient légèrement supérieurs à tous les efforts escomptés à l'état de précontrainte final calculé numériquement. Afin de s'assurer qu'aucun câble ne soit comprimé prématurément dans la structure lors du chargement.

La **seconde étape** se divise en trois sous-étapes :

- **Étape 2.1 : Chargement initial :**

Au cours de cette étape, nous appliquons sur la structure, la moitié de la charge finale déterminée, c'est-à-dire un chargement de **340 [kg]** sur chacun des deux nœuds soit **680 [kg]** au total ;

- **Étape 2.2. : Chargement final :**

L'avant dernière étape permet d'appliquer la charge finale déterminée sur la structure, ce qui correspond à un chargement de **680 [kg]** par nœuds et **1360 [kg]** au total ;

- **Étape 2.3. : Déchargement :**

L'étape final procède au déchargement complet de la structure. Ce qui permet de revenir à l'état de précontrainte finale de l'étape 1.3 en vue d'analyser l'impact du chargement sur la variation de la géométrie et des efforts avant/après.

Pour arriver à chacune de ces étapes de précontrainte, un protocole d'introduction de précontrainte qui prend en compte la propagation des efforts dans la structure est établie et développée en Annexe GAnnexe G.

À chaque étape, sont réalisés dans l'ordre : un relevé des efforts, un relevé des raccourcissements dans les tendeurs et un scan 3D de la structure.

6.2 Analyse numérique de la structure complète

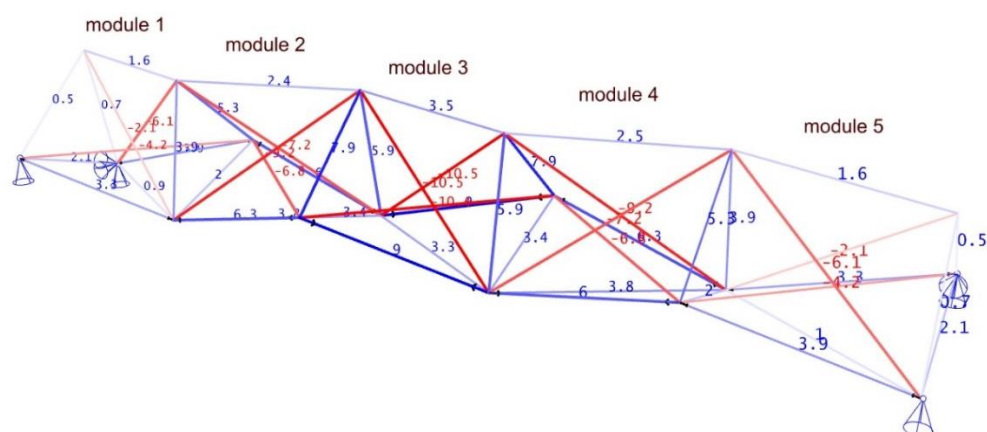
L'analyse numérique des efforts n'a été réalisée qu'avec la méthode de la Relaxation Dynamique. Le simplex a mis en évidence que la répartition des efforts expérimentaux et les variations de géométrie sont bien mieux prédits par la méthode de la Relaxation Dynamique que par la méthode du Self Stress mode.

En revanche, les raccourcissements calculés par la méthode semi-empirique du Self-Stress mode sont plus rigoureux que ceux obtenus par la relaxation dynamique.

L'analyse numérique correspondante à chaque étape définie par le protocole est décrite ci-dessous.

- **Étape 1.1. : État de précontrainte initiale :**

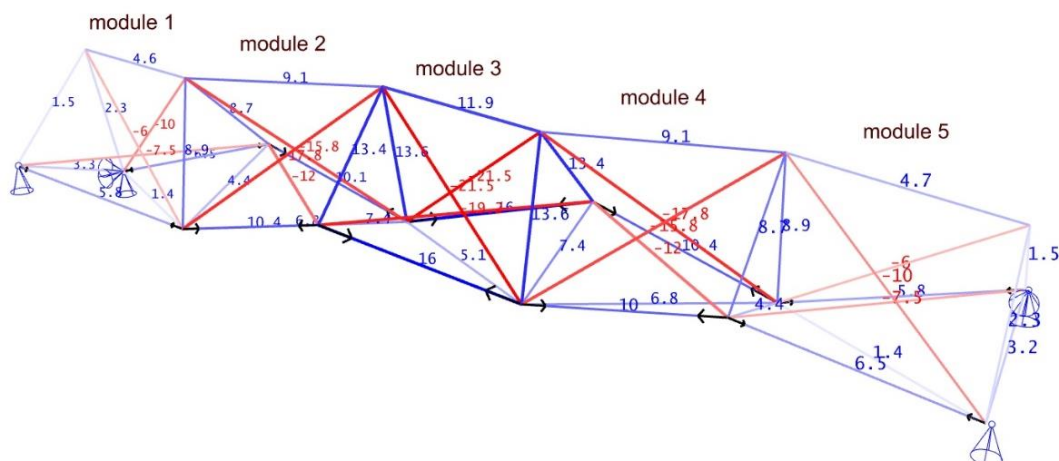
Les efforts de l'état de précontrainte initiale correspondent à un tiers des efforts attendus à l'état de précontrainte final et sont décrits dans la Figure 6.9.



Les raccourcissements de chaque tendeur de chaque module à l'état initial sont considérés à 0 [mm] pour les méthodes SESS et RD.

- **Étape 1.2. : État de précontrainte intermédiaire :**

Les efforts de l'état de précontrainte intermédiaire correspondent aux deux tiers des efforts attendus à l'état de précontrainte final et sont décrits dans la Figure 6.10.



Afin d'atteindre cet état de précontrainte par le biais de la Relaxation Dynamique, la méthode estime que nous devons introduire des raccourcissements de 7 [mm] dans chaque tendeur des modules 1 et 5, de 13,3 [mm] dans les modules 2 et 4 et 17,3 [mm] dans le module 3 par rapport à l'état de précontrainte initiale.

- **Étape 1.3. : État de précontrainte finale :**

Les efforts de l'état de précontrainte finale correspondent à l'état de précontrainte déterminé par l'optimisation avant le chargement (voir Figure 6.11).

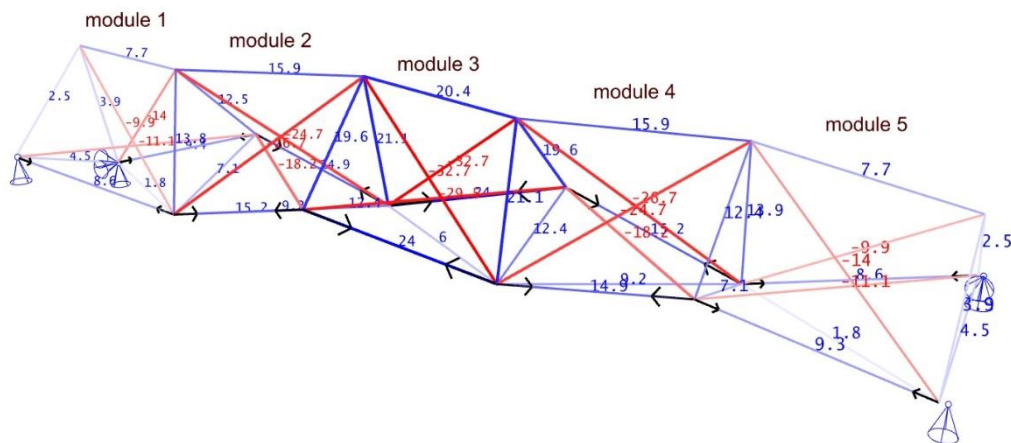


Figure 6.11 – Précontrainte finale (en [kN])

Pour arriver à cet état de précontrainte en Relaxation Dynamique, la méthode propose des raccourcissements de 14 [mm] dans chaque tendeur des modules 1 et 5, de 26,7 [mm] dans les modules 2 et 4 et de 34,7 [mm] dans le module 3 par rapport à l'état de précontrainte initial.

- **Étape 2.1. : Chargement initial :**

Les efforts dans la structure à la suite du chargement initial de 340 [kg] pour chacun des deux nœuds, soit 680 [kg] au total sont décrits dans la Figure 6.12 :

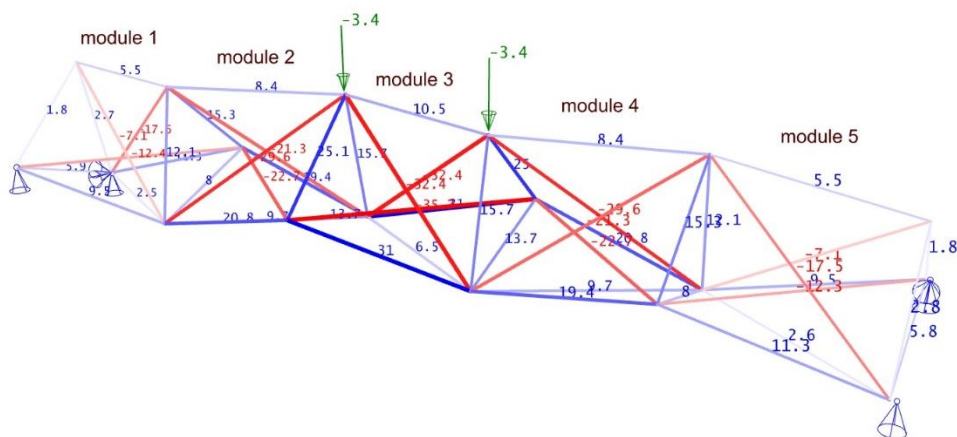


Figure 6.12 – Chargement initial (en [kN])

- Étape 2.2. : Chargement final :

Les efforts dans la structure à la suite du chargement final de 680 [kg] pour chacun des deux nœuds, soit 1360 [kg] au total sont décrits dans la Figure 6.13 :

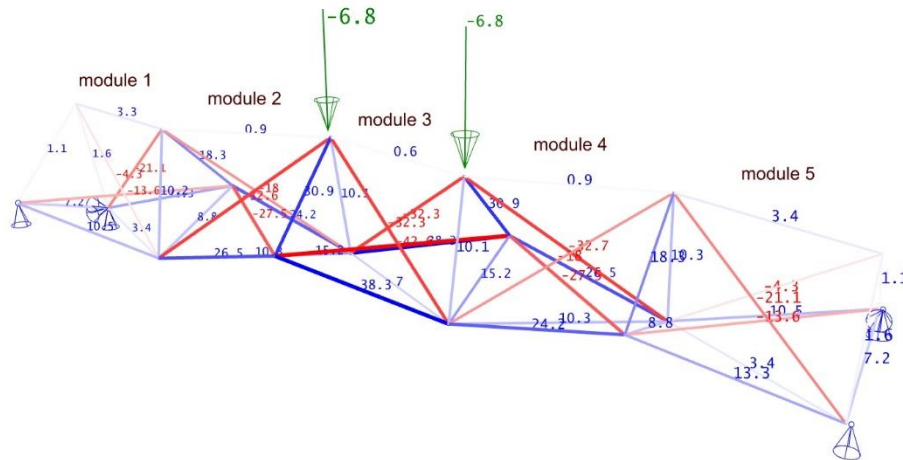


Figure 6.13 – Chargement final (en [kN])

- Étape 2.3. : Déchargement :

Cette étape est le retour de la structure à l'état de précontrainte finale définie à l'Étape 1.3 (Figure 6.11Figure 6.11 – Précontrainte finale (en [kN]))).

6.3 Résultats des essais, comparaisons et observations

Ce point présente les résultats des essais expérimentaux de la structure complète et leur comparaison avec ceux de l'analyse numérique. Pour étudier les résultats de manière complète, nous analysons dans un premier temps les répartitions des efforts, puis les raccourcissements des tendeurs dans chaque module et finalement les variations de géométrie des résultats numériques et empiriques ainsi que la relaxation de la structure à chaque état de précontrainte.

La Figure 6.14 expose les résultats bruts de l'acquisition des capteurs de force dans la structure, ce qui permet de distinguer les différentes étapes de l'essai.

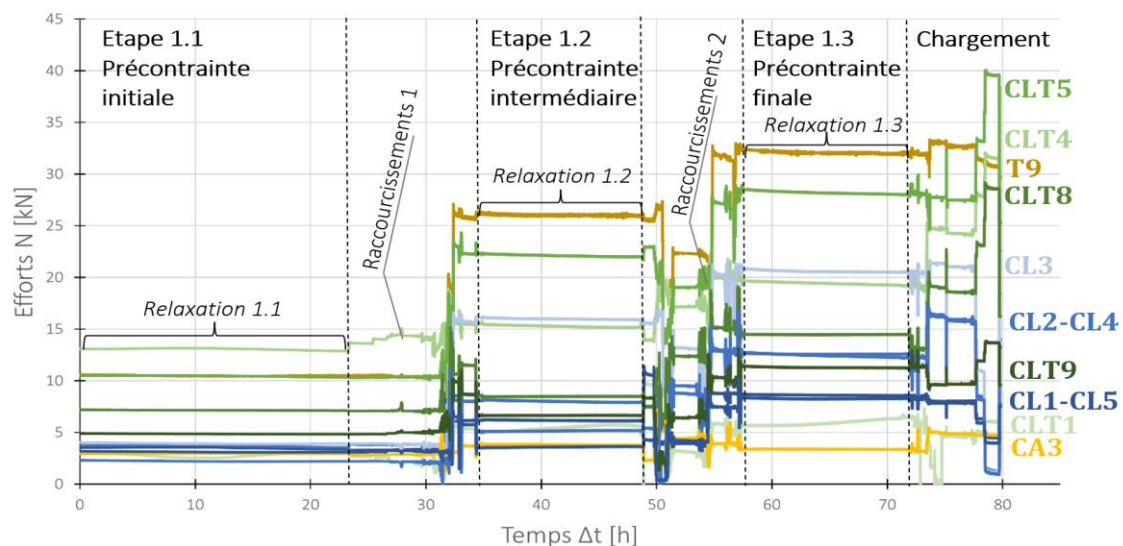


Figure 6.14 – Efforts internes mesurés par les capteurs de force tout au long des essais sur la structure complète

6.3.1 Comparaison de la répartition des efforts numériques et expérimentaux

Les répartitions des efforts pour chaque état de précontrainte sont décrites dans le Tableau 6.1.

Élément	Résultat numérique		Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
	Méthode	N_{num} [kN]	N_{exp} [kN]	Écart : $\Delta N = N_{num} - N_{exp}$ [kN]	Erreur : $e = \frac{\Delta N}{N_{exp}} \cdot 100$
ÉTAPE 1.1 : État de précontrainte initiale (un tiers des efforts finaux)					
T9	Relaxation Dynamique	10,5	11,3	-0,8	-7,1 %
CL1-CL5		1,6	3,8	-2,2	-57,9 %
CL2-CL4		2,4	3,9	-1,5	-38,5 %
CL3		3,5	4,7	-1,2	-25,5 %
CLT1		3,3	3,5	-0,2	-5,7 %
CLT4		6,0	13,7	-7,7	-56,2 %
CLT5		9,0	11,3	-2,3	-20,4 %
CLT8		6,3	7,6	-1,3	-17,1 %
CLT9		3,9	5,6	-1,7	-30,4 %
CA3		3,3	3,1	0,2	+6,5 %
ÉTAPE 1.2. : État de précontrainte intermédiaire (deux tiers des efforts finaux)					
T9	Relaxation Dynamique	21,5	22,2	-0,7	-3,2 %
CL1-CL5		4,6	4,1	0,5	+12,2 %
CL2-CL4		9,1	8,7	0,4	+4,6 %
CL3		11,9	13,0	-1,1	-8,5 %
CLT1		5,8	2,8	3	+107,1 %
CLT4		10,0	17,3	-7,3	-42,2 %
CLT5		16,0	19,1	-3,1	-16,2 %
CLT8		10,4	12,5	-2,1	-16,8 %
CLT9		6,5	6,5	0	+0,0 %
CA3		5,1	4,5	0,6	+13,3 %
ÉTAPE 1.3. : État de précontrainte finale (efforts finaux)					
T9	Relaxation Dynamique	-32,7	-32,7	0	+0,0 %
CL1-CL5		7,7	8,0	-0,3	-3,8 %
CL2-CL4		15,9	15,9	0	+0,0 %
CL3		20,4	21,0	-0,6	-2,9 %
CLT1		8,6	4,1	4,5	+109,8 %
CLT4		14,9	24,6	-9,7	-39,4 %
CLT5		24,0	27,5	-3,5	-12,7 %
CLT8		15,2	18,6	-3,4	-18,3 %
CLT9		9,3	9,7	-0,4	-4,1 %
CA3		6,0	4,9	1,1	+22,4 %

Tableau 6.1 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux pour chaque état de précontrainte de la structure complète

Les répartitions des efforts pour chaque état sous chargement sont décrites dans le Tableau 6.2 :

Élément	Résultat numérique		Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
	Méthode	N_{num} [kN]	N_{exp} [kN]	Écart : $\Delta N = N_{num} - N_{exp}$ [kN]	Erreur : $e = \frac{\Delta N}{N_{exp}} \cdot 100$
ÉTAPE 2.1. : Chargement initial de 340 kg par nœud (680 kg en tout)					
T9	Relaxation Dynamique	32,4	31,3	1,1	+3,5 %
CL1-CL5		5,5	6,2	-0,7	-11,3 %
CL2-CL4		8,4	8,3	0,1	+1,2 %
CL3		10,5	10,9	-0,4	-3,7 %
CLT1		9,5	5,1	4,4	+86,3 %
CLT4		19,4	27,8	-8,4	-30,2 %
CLT5		31,0	33,2	-2,2	-6,6 %
CLT8		20,8	23,1	-2,3	-10,0 %
CLT9		11,3	11,9	-0,6	-5,0 %
CA3		6,5	4,7	1,8	+38,3 %
ÉTAPE 2.2. : Chargement final de 680 kg par nœud (1360 kg en tout)					
T9	Relaxation Dynamique	32,3	31,3	1	+3,2 %
CL1-CL5		3,3	4,5	-1,2	-26,7 %
CL2-CL4		0,9	1,8	-0,9	-50,0 %
CL3		0,6	1,8	-1,2	-66,7 %
CLT1		10,5	6,2	4,3	+69,4 %
CLT4		24,2	32	-7,8	-24,4 %
CLT5		38,3	39,9	-1,6	-4,0 %
CLT8		26,5	29,1	-2,6	-8,9 %
CLT9		13,3	13,8	-0,5	-3,6 %
CA3		7,0	4,8	2,2	+45,8 %
ÉTAPE 2.3. : Déchargement et retour à l'état de précontrainte final					
T9	Relaxation Dynamique	32,7	29,7	3	+10,1 %
CL1-CL5		7,7	7,7	0	+0,0 %
CL2-CL4		15,9	13,7	2,2	+16,1 %
CL3		20,4	18,5	1,9	+10,3 %
CLT1		8,6	3,4	5,2	+152,9 %
CLT4		14,9	22,6	-7,7	-34,1 %
CLT5		24,0	25,3	-1,3	-5,1 %
CLT8		15,2	16,3	-1,1	-6,7 %
CLT9		9,3	9,6	-0,3	-3,1 %
CA3		6,0	4,5	1,5	+33,3 %

Tableau 6.2 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux pour chaque état de chargement de la structure complète

L'évolution de la répartition des efforts est décrite dans les Figure 6.15 et Figure 6.16 :

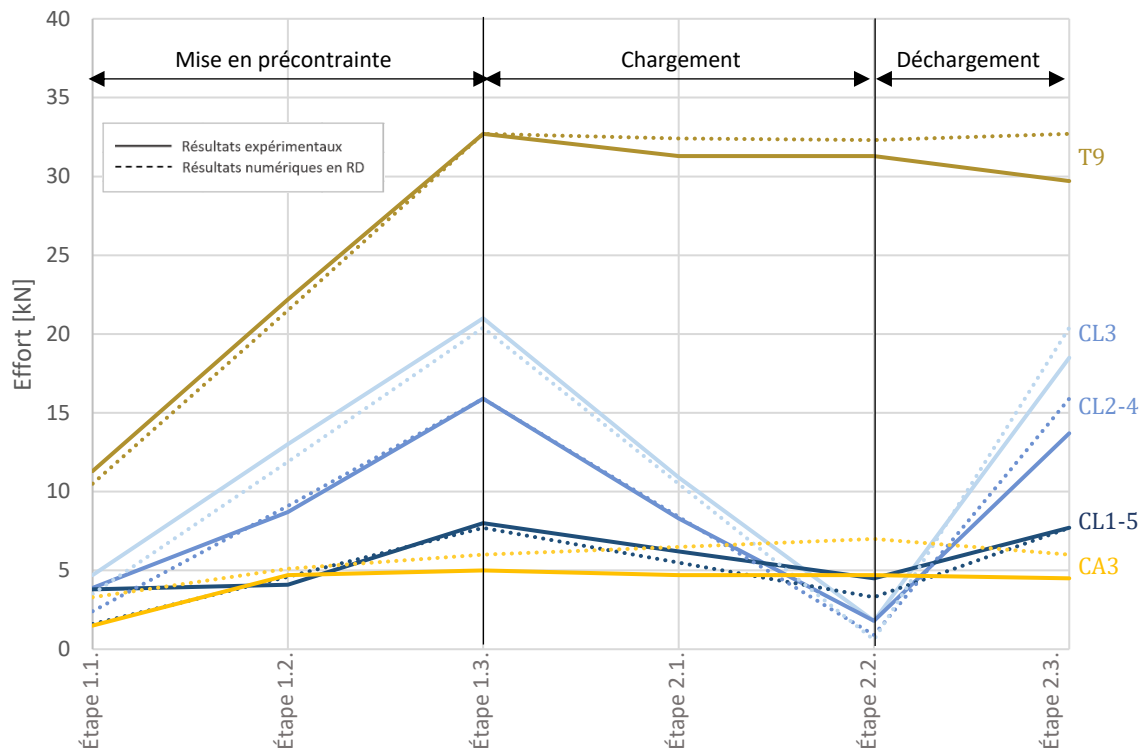


Figure 6.15 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux de T8, CA3 et des Câbles Longitudinaux

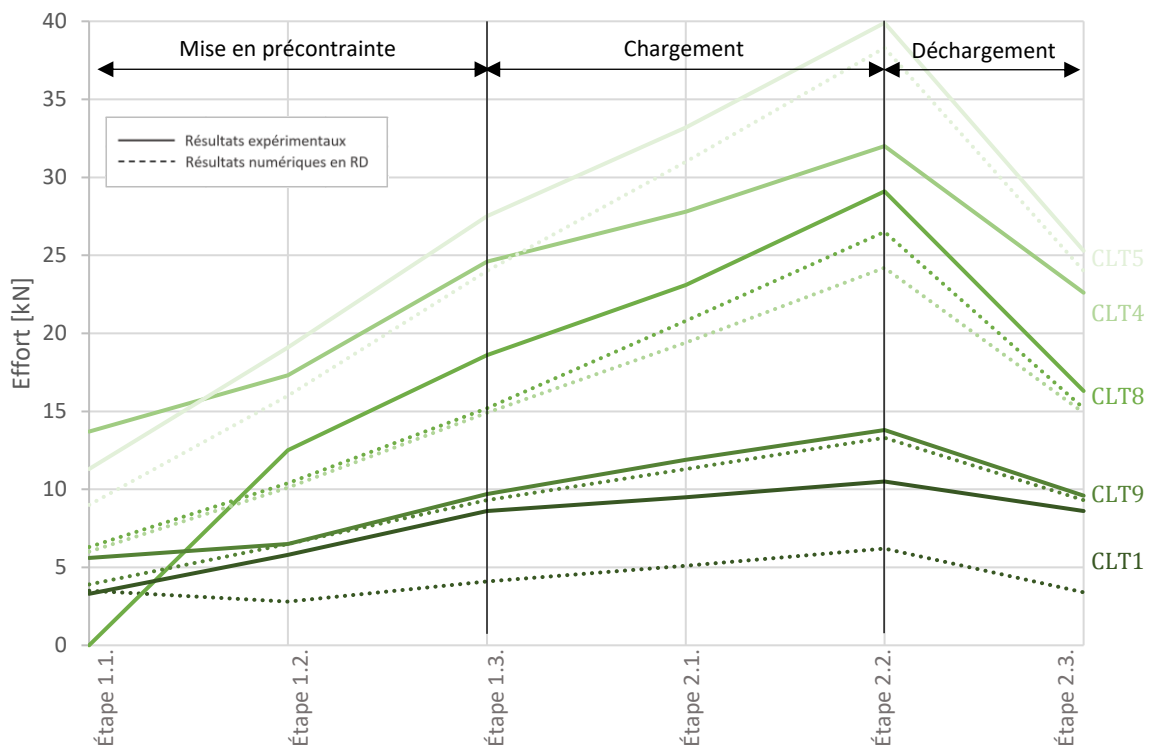


Figure 6.16 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux des Câbles Longitudinaux avec Tendeur

On observe que :

- Tout d'abord, il est important de considérer que les capteurs peuvent être imprécis et compte tenu de leur nombre, la probabilité qu'un d'entre eux présente réellement des défauts est élevée. Les éléments peuvent également présenter des irrégularités, ce qui peut être une source d'erreur dans l'analyse des efforts de la structure ;
- Généralement, il y a une assez bonne corrélation à chaque étape entre la répartition des efforts expérimentaux et numériques et les tendances de chaque évolution sont les mêmes ;
- Les efforts numériques des câbles longitudinaux (CL) et du bouton (T9) sont en général très proches des efforts réels, surtout pour des efforts élevés avec une erreur maximale de 3,8 [%] à l'état de précontrainte finale. En revanche, les efforts numériques des câbles tendeurs (CLT) et du câble additionnel (CA3) sont souvent moins précis avec une marge d'erreur plus importante (19,3 [%] en moyenne pour ces éléments à l'étape de précontrainte initiale) ;
- Avec l'augmentation de précontrainte, les efforts numériques des câbles longitudinaux (CL) et du bouton (T9) sont mieux corrélés aux efforts mesurés. Pour ces éléments, on a une erreur moyenne de 32,2% à l'étape 1.1 contre 7,1% et 1,6% pour les étapes 1.2 et 1.3. En revanche, on observe l'effet contraire dans les autres éléments (CA3 et CLT). Pour lesquels, l'erreur moyenne s'élève à 22,7% pour l'étape 1.1 contre 32,6% et 34,4% pour les étapes 1.2 et 1.3. Toutefois, pour les CLTs et le CA, cette erreur moyenne est surtout provoquée par le câble CLT1 qui lors de l'expérimentation nous renvoyait déjà des résultats étonnants. Les valeurs obtenues par ce capteur sont donc à prendre avec des pincettes ;
- Aucun câble ne s'est détendu lors du chargement, même si les efforts des câbles longitudinaux (CL) sont faibles, comme escompté ;
- Le câble additionnel (CA3) présente un comportement différent des autres éléments, ses efforts évoluent peu lors de la mise en précontrainte, du chargement et du déchargement ;
- Lors du déchargement, les efforts numériques des câbles longitudinaux (CL) et du bouton (T9) s'éloignent des efforts expérimentaux. L'effet inverse est observé avec les autres éléments (CA3 et CLT) ;
- Après le déchargement, on observe une perte générale d'effort par rapport aux efforts avant le chargement ;
- Les efforts mesurés dans le câble tendeur 1 (CLT1) sont assez éloignés des efforts numériques et présentent des variations étranges. Le capteur est probablement mal calibré.

Conclusion des comparaisons des répartitions des efforts numériques et expérimentaux :

Sur base des observations précédentes, on remarque que la méthode de relaxation dynamique est moins précise dans le cadre de la structure complète que pour le simplex avec une erreur moyenne sur tous les efforts de ses éléments lors des étapes de précontrainte de 17,8 [%] contre seulement 9,2 [%] pour le simplex. Cette différence est probablement liée à la quantité de capteurs (12) dans la structure complète comparée au nombre de capteur dans le simplex (5) étant donné qu'il s'agit d'une des principales sources d'erreur.

Toutefois, en dépit de certains écarts, les évolutions des efforts numériques sont proches des évolutions des efforts expérimentaux, elles suivent les mêmes tendances et les allures de leurs courbes sont semblables.

On conclut donc que la Relaxation Dynamique est la seule méthode fiable en notre possession pour prédire les répartitions des efforts dans une structure en tenségrité composée de plusieurs simplex.

6.3.2 Raccourcissements

Les raccourcissements sont introduits à travers les tendeurs M30 à l'aide d'un bras de levier (barre d'armature), cette étape est réalisable par une seule personne comme le montre la Figure 6.17.



Figure 6.17 – Raccourcissement d'un tendeur à l'aide d'un bras de levier (en réalité Violette y arrive sans !!!)

Au total, trois phases de raccourcissement ont été nécessaires pour précontraindre la structure afin de permettre son chargement.

- La première phase, appelé **Raccourcissement 0**, a permis d'atteindre l'étape 1.1 de précontrainte initiale, le début de cette phase correspond à la fin de la construction de la structure, les éléments sont donc seulement soumis à leurs poids propres et plusieurs câbles sont encore comprimés. Nous avons donc introduit des raccourcissements de manière aléatoire dans la structure pour que les câbles détendus se tendent et qu'on atteigne un niveau de précontrainte dans nos éléments suffisants afin que la propagation des efforts ne permette pas aux câbles de revenir dans un état comprimé. La méthode du Self Stress Mode n'étant pas valable pour des câbles en compression, les raccourcissements de cette phase n'ont pas été post-traités ;
- La deuxième phase, appelé **Raccourcissement 1**, visible sur la Figure 6.14, cette phase de raccourcissement a permis de passer de l'étape 1.1 (précontrainte initiale) à l'étape 1.2 (précontrainte intermédiaire). Au total, 20 raccourcissements différents ont été mesurés au cours de cette phase ;
- La troisième phase, appelé **Raccourcissement 2**, également visible sur la Figure 6.14, elle a permis de passer de l'étape 1.2 (précontrainte intermédiaire) à l'étape 1.3 (précontrainte finale). Au total, 15 raccourcissements ont été mesurés durant cette phase.

Dans cette section, nous analysons 20 des 35 raccourcissements (ou allongements) réalisés au cours des phases de **Raccourcissement 1** et **2**. Ces 20 raccourcissements sont divisés en 4 stades de raccourcissement. Au cours de chacun de ces raccourcissements, nous relevons les efforts avant raccourcissement et après raccourcissement avec les capteurs de force ainsi que le raccourcissement du tendeur avec le pied à coulisse.

Un stade de raccourcissement est constitué de 5 raccourcissements, un raccourcissement correspond à une variation identique de longueur des deux tendeurs d'un même simplex. Il y a donc 5 raccourcissements puisque la structure est composée de 5 simplex. L'analyse numérique a montré l'impact de la propagation des efforts dans la structure, nous avons donc établi un protocole de raccourcissement dans lequel on commence par raccourcir les simplex qui annulent mutuellement la propagation des efforts dans la structure. Celle-ci étant symétrique, on commence donc par les simplex des extrémités (Module 1 & 5) puis leurs voisins (Module 2 & 4) et enfin le simplex central (Module 3). Toute la démarche est expliquée en détail dans l'Annexe G.

De ces quatre stades de raccourcissements, nous étudions deux stades de la phase **Raccourcissement 1** et deux stades de la phase **Raccourcissement 2** que nous appellerons respectivement *Raccourcissement 1.1*, *Raccourcissement 1.2*, *Raccourcissement 2.1* et *Raccourcissement 2.2*.

Nous comparons nos raccourcissements expérimentaux à ceux prédits par la méthode de la Relaxation Dynamique donné par *Grasshopper* ainsi que ceux calculés par la méthode semi-empirique du Self Stress Mode implémenté dans le cadre de ce mémoire (1).

Le Tableau 6.3 présente une comparaison des raccourcissements expérimentaux aux quatre stades de raccourcissement.

Module	Résultat numérique		Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
	Méthode	R_{num} [mm]	R_{exp} [mm]	Écart : $\Delta R = R_{num} - R_{exp} $ [mm]	Erreur : $e = \frac{\Delta R}{R_{exp}} \cdot 100$
Raccourcissement 1.1					
Module 1	SESS	-7,1	-10,2	-3,1	-30,4%
	RD	-4,7		-5,5	-53,9%
Module 2	SESS	-9,2	-10,5	-1,3	-12,4%
	RD	-9,4		-1,1	-10,5%
Module 3	SESS	-23,5	-10,2	+13,3	+130,3%
	RD	-16,2		+6,2	+60,8%
Module 4	SESS	-10,2	-9,5	+0,7	+7,4%
	RD	-9,4		-0,1	-1,1%
Module 5	SESS	-14,0	-9,2	+4,8	+52,2%
	RD	-4,7		-4,5	-48,9%
Raccourcissement 1.2					
Module 1	SESS	+10.4	+10,8	-0,4	-3,7%
	RD	+9,4		-1,4	-13,0%
Module 2	SESS	-3.1	-2,4	+0,7	+29,2%
	RD	-0,9		-1,5	-62,5%
Module 3	SESS	+2.2	0,0	+2,2	-
	RD	-1,7		-1,7	-
Module 4	SESS	+10.8	+9 ,9	+0,9	+9,1%
	RD	-0,9		-10,8	-109,1%
Module 5	SESS	+18.1	+18,0	+0,1	+0,6%
	RD	+9,4		-8,6	-47,8%
Raccourcissement 2.1					
Module 1	SESS	-8,4	-9,8	-1,4	-14,3%
	RD	-7		-2,8	-28,6%
Module 2	SESS	-8,2	-10,3	-2 ,1	-20,4%
	RD	-7,7		-2,6	-25,2%
Module 3	SESS	-11,5	-9,4	+2,1	+22,3%
	RD	-10,3		+0,9	+9,6%
Module 4	SESS	-17,8	-9,7	+8,1	+83,5%
	RD	-7,7		-2,0	-20,6%
Module 5	SESS	-16,6	-10,0	+6,6	+66,0%
	RD	-7		-3,0	-30,0%
Raccourcissement 2.2					
Module 1	SESS	+0,3	0,0	+0,3	-
	RD	-0,5		+0,5	-
Module 2	SESS	-7,4	-7,4	0,0	0,0%
	RD	-5,2		-2,2	-29,7%
Module 3	SESS	+3,3	-1,5	+1,8	+120 ,0%
	RD	-2,7		+1,2	+80,0%
Module 4	SESS	-10,3	-6,5	+3,8	+58,5%
	RD	-5,2		-1,3	-20%
Module 5	SESS	+1,7	0,0	+1,7	-
	RD	-0,5		-0 ,5	-

Tableau 6.3 – Comparaison des raccourcissements expérimentaux et numériques à chaque étape de précontrainte de la structure finale (négatif pour les raccourcissements et positif pour les allongements)

Afin d'analyser des résultats comparables à ceux du simplex, nous étudions la variation de l'effort interne au sein du bouton T9 au cours de chaque stade de précontrainte, c'est-à-dire raccourcissement après raccourcissement de chaque module de la structure.

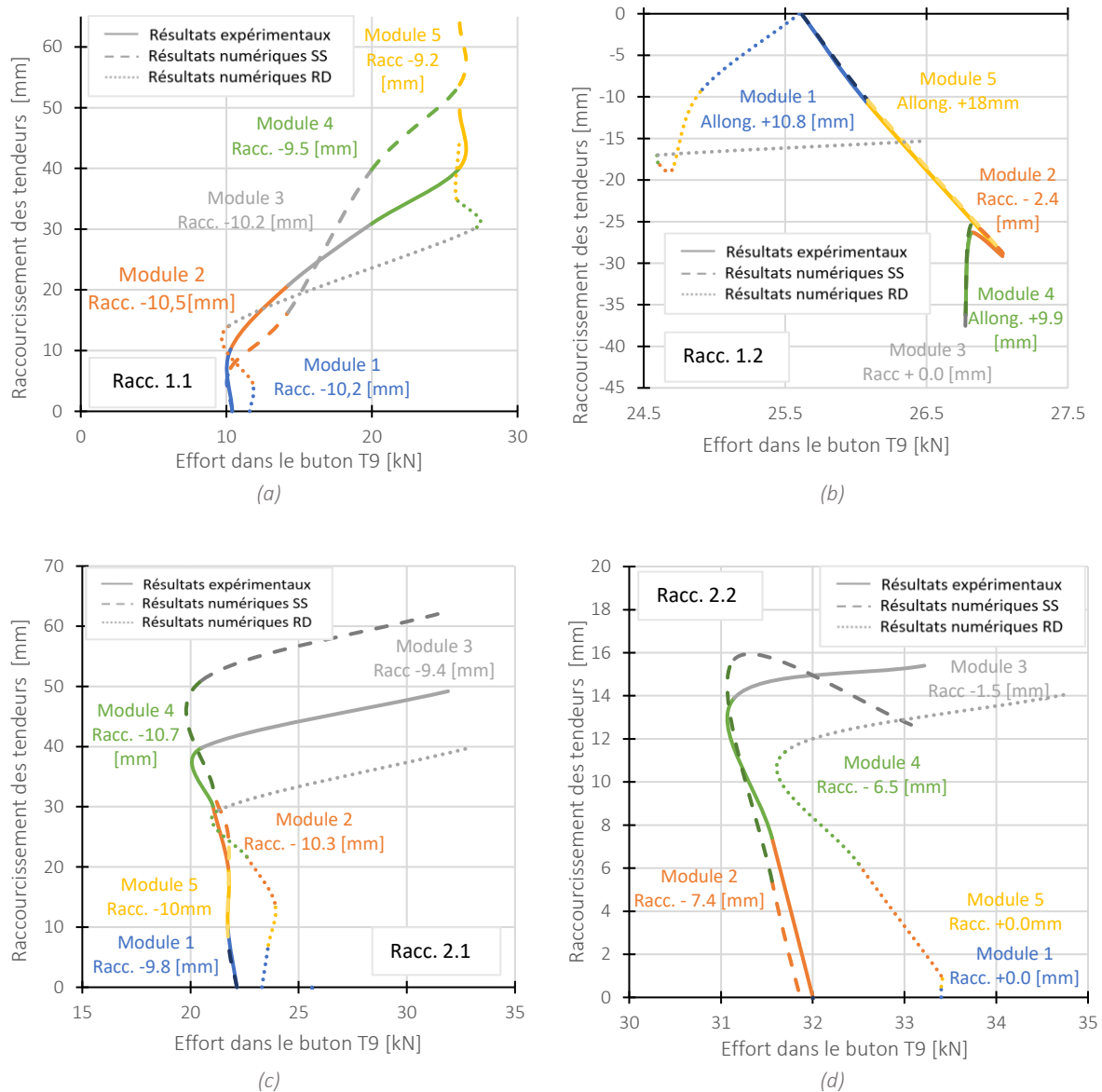


Figure 6.18 – Comparaison des raccourcissements expérimentaux avec les raccourcissements calculés par la méthode semi-empirique du self-stress mode et la méthode de relaxation dynamique pour la variation d'effort dans le bouton T9.

À travers ces résultats, on observe que :

- Les raccourcissements de la méthode semi-empirique du self-stress mode sur estiment de 38,8 [%] les raccourcissements expérimentaux tandis que les raccourcissements obtenus par la méthode de Relaxation Dynamique sous-estime de 38,3 [%] les raccourcissements réels. Le Tableau 6.3 nous montre donc que ces deux méthodes approximent les raccourcissements avec une erreur similaire.

- La Figure 6.18, qui exprime la variation d'effort dans le bouton **T9** du module 3 en fonction des raccourcissements introduits module après module, permet de dire que la méthode du self-stress mode a tendance à sur estimer les raccourcissements à introduire contrairement à la méthode de relaxation dynamique qui les sous-estime. Néanmoins, on observe sur ces graphes que les deux approches numériques mais surtout la méthode semi-empirique suivent la même tendance que la courbe des raccourcissements expérimentaux.
- Une autre observation frappante de la Figure 6.18 est la propagation des efforts dans la structure, on remarque qu'un raccourcissement dans les modules 1 & 5 (les plus éloignés du bouton **T9**) provoque des variations d'efforts dans le bouton **T9** bien plus faibles qu'un raccourcissement dans les modules 2 & 4 et qu'un raccourcissement dans le module du bouton (module 3) provoque une variation d'effort encore plus importante.
- En regardant de plus près les valeurs du Tableau 6.3, on se rend compte que le module pour lequel les raccourcissements numériques sont les plus éloignés des raccourcissements expérimentaux sont ceux du module 3, le module où se trouve le bouton. Or, l'Annexe A qui compare la matrice de rigidité obtenue par *Grasshopper* (basé sur les résultats des essais de caractérisations : Module de Young des éléments de la structure, ...) avec la matrice de rigidité obtenue par la méthode semi-empirique du Self-Stress mode montre que les coefficients de rigidité de la ligne 3 $\{K_{3i}\}$ (qui définissent la rigidité du module 3) sont bien plus élevés que les valeurs de la matrice de rigidité calculée par *Grasshopper*, qui sous-estiment les raccourcissements. La source de cette erreur est probablement liée à une imprécision de certains capteurs de force dans ce module ou encore une géométrie réelle de la structure trop éloignée de celle utilisée dans la méthode SESS. Nous avons donc une piste d'investigation concernant l'origine de l'erreur. Elle réside probablement dans la rigidité du module 3.

Conclusion de la comparaison des raccourcissements numériques et expérimentaux :

Contrairement aux observations réalisées pour les raccourcissements sur le simplex, la méthode semi-empirique du Self Stress mode n'est plus la plus précise. Les deux méthodes s'équivalent avec une erreur moyenne sur leurs raccourcissements d'environ 39 %. L'origine de cette nouvelle observation réside potentiellement dans la propagation des efforts pour les structures composées de plusieurs simplex. Puisque pour le simplex aucune propagation des efforts n'est observée. Il est possible que la méthode semi-empirique du Self Stress mode gère mal la répartition des efforts de propagation dans la structure.

Toutefois, pour cette dernière méthode nous pensons connaître l'origine de l'erreur. Elle doit résider dans des coefficients erronés de la matrice de rigidité. Sachant cela, nous préférons la méthode semi-empirique du Self Stress mode pour laquelle nous avons une piste d'investigation concrète. Puisque en réitérant notre démarche, en plaçant par exemple des nouveaux capteurs sur des éléments différents de la structure. On diminue le risque d'avoir de nouveau un capteur défaillant sur le même élément, nous obtiendrons donc de nouvelles variations d'efforts qui nous permettront d'obtenir des modifications dans la matrice de rigidité. En corrélant celle que l'on a actuellement avec la nouvelle, nous pourrions sans doute obtenir une meilleure matrice de rigidité plus représentative de la réalité.

Alors que de l'autre côté, avec la méthode de relaxation dynamique, il faudrait redémarrer une campagne d'essais pour caractériser plus précisément les éléments de la structure. Une approche qui semble bien plus énergivore et chronophage.

6.3.3 Comparaisons des variations géométriques numériques et expérimentales

Nous analysons dans cette partie la variation de géométrie de la structure expérimentale pour les différentes étapes de précontrainte et de chargements définis par le protocole. Les variations de géométrie calculées par la Relaxation Dynamique et par la méthode Self Stress¹⁴ sont comparées aux variations de la géométrie réelle de la structure.

Afin de comparer la géométrie expérimentale aux géométries numériques, nous avons dans un premier temps, extrait la géométrie du simplex des scans FARO pour chaque étape. Nous l'avons ensuite superposée à la géométrie des états numériques correspondants.

La Figure 6.19 correspond aux différentes étapes d'introduction de précontrainte dans la structure (précontrainte initiale, intermédiaire et finale). L'état de précontrainte le plus faible est représenté en couleur claire et l'état de précontrainte le plus important en couleur foncée.

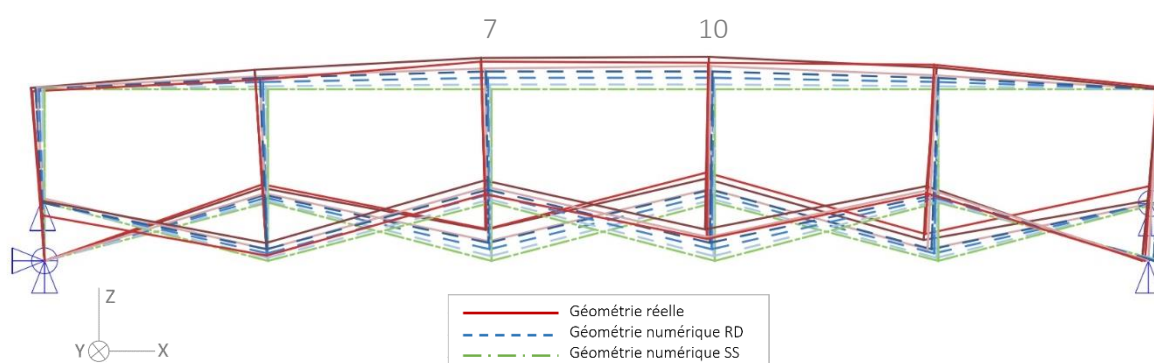


Figure 6.19 – Comparaison des variations numériques et expérimentales de la géométrie pour chaque étape de précontrainte

La contreflèche δ observée expérimentalement et calculée par la Relaxation Dynamique est décrite dans le Tableau 6.4. Pour cela, la variation verticale (axe Z) de la position des nœuds 7 et 10 est comparée à l'axe horizontal défini par la méthode Self Stress.

État de précontrainte	Nœud 7			Nœud 10		
	δ_{exp} [mm]	δ_{num} [mm]	$\Delta\delta = \delta_{exp} - \delta_{num}$ [mm]	$\delta_{expé}$ [mm]	δ_{num} [mm]	$\Delta\delta = \delta_{exp} - \delta_{num}$ [mm]
Initial	286	64	222	308	62	246
Intermédiaire	388	155	233	358	151	207
Initial	424	243	181	429	235	194

Tableau 6.4 – Variation verticale (δ) des nœuds 7 et 10

La Figure 6.20 correspond aux différentes étapes de chargement (0 [kg], soit l'état de précontrainte final, 340 [kg] et 680 [kg] sur chacun des nœuds). L'état sous chargement le plus faible est représenté en couleur claire et l'état sous chargement le plus important en couleur foncée.

¹⁴ Pour rappel, la géométrie de la méthode Self Stress est considérée fixe pour chaque état de la structure et correspond à la géométrie dans laquelle aucun effort externe n'est appliqué (charge ou précontrainte).

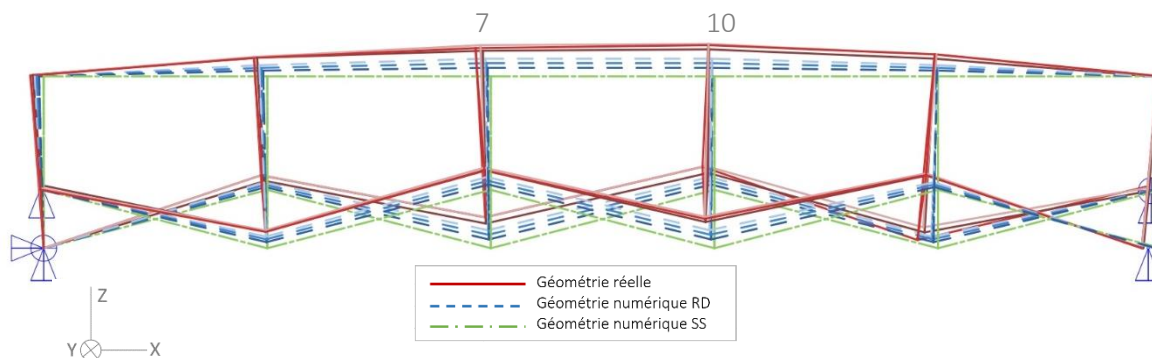


Figure 6.20 – Comparaison des variations numériques et expérimentales de la géométrie pour chaque étape de chargement

La déflexion F observée expérimentalement et calculée par la relaxation Dynamique est décrite dans le Tableau 6.4. Pour cela, la variation verticale (axe Z) de la position des nœuds 7 et 10 est comparée à l'axe horizontal défini par la méthode Self Stress.

État de chargement	Nœud 7			F_{exp} [mm]	F_{num} [mm]	$\Delta F = F_{exp} - F_{num}$ [mm]
	F_{exp} [mm]	F_{num} [mm]	$\Delta F = F_{exp} - F_{num}$ [mm]			
0 [kg]	424	243	181	429	235	194
340 [kg]	371	173	198	410	174	236
680 [kg]	337	113	224	355	112	223

Tableau 6.5 – Variation verticale (F) des nœuds 7 et 10

L'évolution de la position relative à chaque étape des nœuds 7 et 10 par rapport à leur position initiale est illustrée dans la Figure 6.21 :

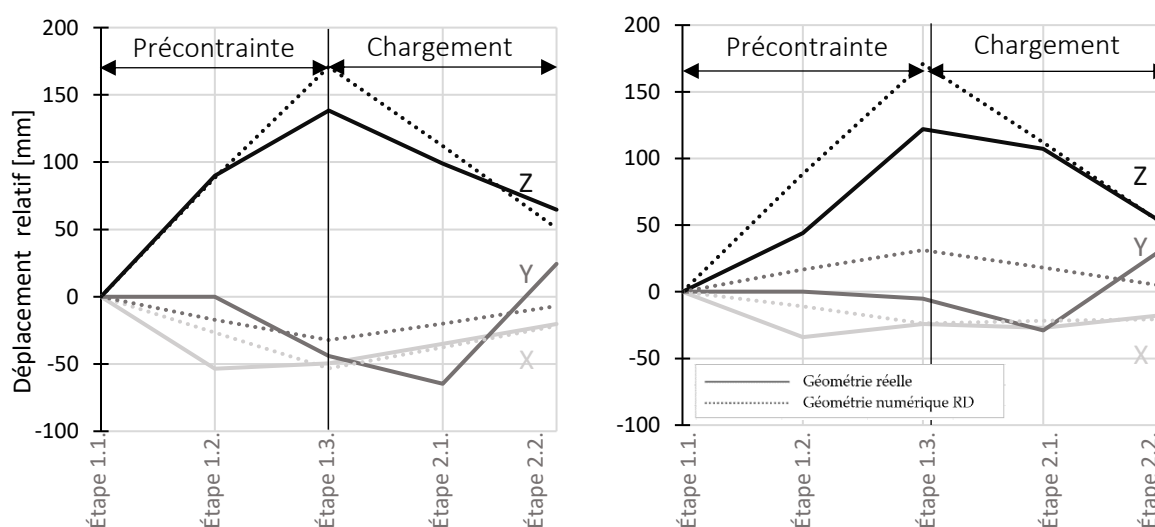


Figure 6.21 – Variations des positions relatives des nœuds 7 et 10 selon X, Y, Z

On observe que :

- Dès l'état de précontrainte initiale une contreflèche importante, de 286 [mm] expérimentalement contre 64 [mm] numériquement (RD), est observable dans la structure ;

- La contreflèche (déplacement en Z) mesurée expérimentalement au nœud 7 augmente de **138 [mm]** à l'état de précontrainte finale par rapport à sa position à l'état de précontrainte initiale et est de **121 [mm]** pour le nœud 10 ;
- Les déformations globales sont sous-estimées par la Relaxation Dynamique mais la variation en Z de la position relative des nœuds 7 et 10 est surestimée ;
- Bien que sous-estimées, les déformations réelles sont relativement proches des déformations calculées par la Relaxation Dynamique et suivent les mêmes tendances ;
- En revanche, les géométries réelles sont éloignées de la géométrie prise en compte par la méthode Self Stress et tendent à s'en écarter avec l'augmentation de précontrainte mais s'en rapproche à nouveau lorsque le chargement de la structure augmente.

Conclusion de la comparaison des variations géométriques numériques et expérimentales :

Sur base des observations précédentes, on conclut qu'une contreflèche importante est présente, même pour un état de précontrainte faible, et s'amplifie de manière significative avec l'augmentation de précontrainte.

On constate dès lors que la Relaxation Dynamique est une meilleure méthode pour déterminer les variations de géométrie de la structure réelle que la méthode Self Stress (qui considère une géométrie fixe pour chaque état de précontrainte).

Cependant, la Relaxation Dynamique s'avère être moins précise dans la structure complète que dans le simplex. En effet, la Relaxation Dynamique sous-estime les déformations globales, mais surestime l'évolution relative de la position en Z de la structure. Néanmoins, les évolutions de la géométrie calculées par la Relaxation Dynamique suivent les mêmes tendances que les variations réelles et permettent de rendre compte des déformations dans la structure.

6.4 Observation du phénomène de relaxation dans la structure

Nous avons vu au cours de l'essai sur le simplex que la relaxation même si elle est moins importante qu'avec les câbles en corde marine, était toujours présente, nous étudions donc dans cette partie le phénomène de relaxation à chaque étape de précontrainte durant une période minimum de 14 heures pour les deux câbles les plus chargés du module 3 (Figure 6.21 et Figure 6.22). En plus de ça, une relaxation d'une durée de trois jours a été réalisée pour l'étape 1.1 – Précontrainte initiale (Figure 6.24).

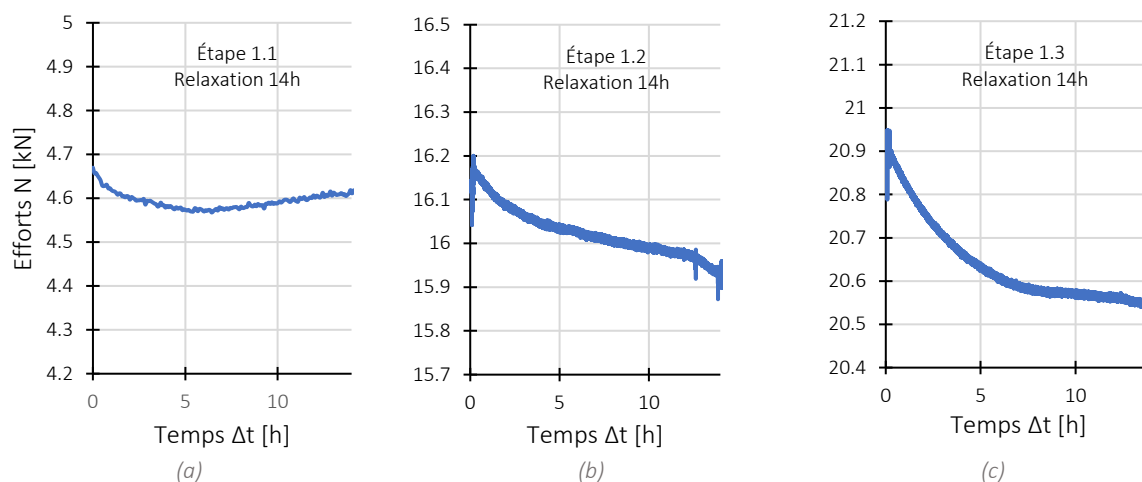


Figure 6.22 – Essai de relaxation sur le câble **CL3** à chaque état de précontrainte : (a) étape 1.1, (b) étape 1.2, (c) étape 1.3 pour un même intervalle d'effort de 0,8 [kN]

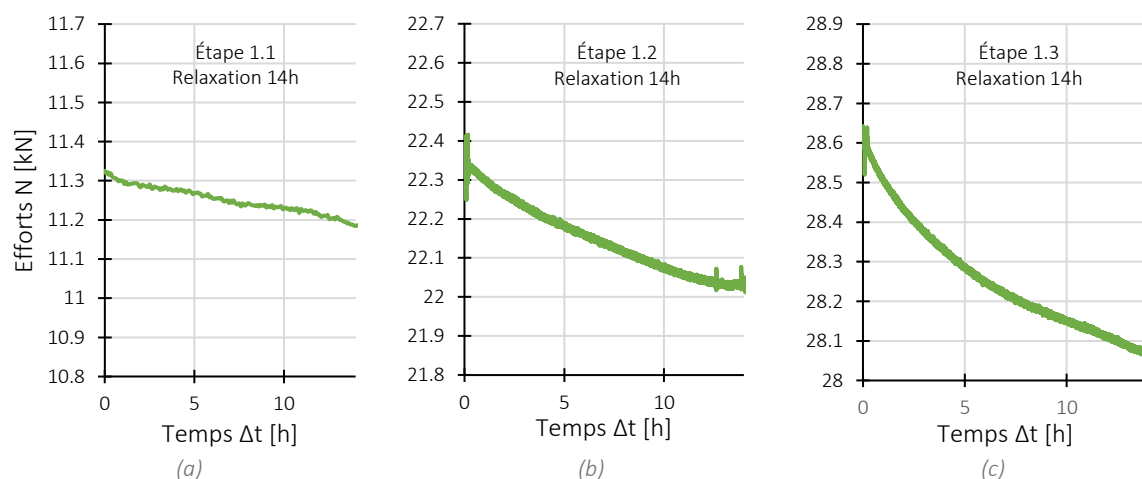


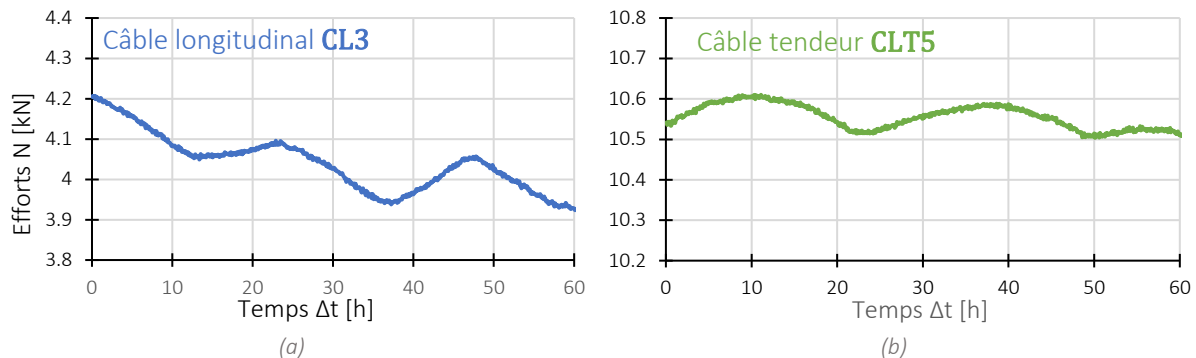
Figure 6.23 – Essai de relaxation du câble **CLT5** dans la structure finale à chaque état de précontrainte : (a) étape 1.1, (b) étape 1.2, (c) étape 1.3 pour un même intervalle d'effort de 0,9 [kN]

Le Tableau 6.6 récapitule les pertes d'efforts dans les éléments au cours du temps :

	Effort initial [kN]	Effort final [kN]	Perte d'effort [%]
Étape 1.1 – Précontrainte initiale			
T9	11,3	11,3	-0,2 %
CL1	3,9	3,8	-3,3 %
CL2	4,8	4,5	-5,5 %
CL3	4,7	4,6	-1,2 %
CL4	2,9	2,9	-0,9 %
CL5	3,6	3,6	+0,1 %
CLT1	3,5	4,2	+17,5 %
CLT4	13,7	13,3	-5,5 %
CLT5	11,3	11,2	-1,3 %
CLT8	7,6	7,5	-0,6 %
CLT9	5,6	5,6	-0,9 %
CA3	3,1	3,0	-1,5 %
Étape 1.2 – Précontrainte intermédiaire			
T9	26,3	26,0	-1,1 %
CL1	6,2	6,2	-1,1 %
CL2	8,1	8,0	-2,0 %
CL3	16,1	16,0	-1,1 %
CL4	5,1	5,2	+2,3 %
CL5	3,5	3,7	+3,5 %
CLT1	5,1	5,3	+2,3 %
CLT4	15,6	15,5	-0,5 %
CLT5	22,3	22,0	-1,4 %
CLT8	8,6	8,6	0,0 %
CLT9	6,7	6,7	-0,1 %
CA3	4,0	3,8	-3,6 %
Étape 1.3 – Précontrainte finale			
T9	32,5	32,1	-1,3 %
CL1	8,7	8,6	-1,0 %
CL2	12,8	12,3	-4,4 %
CL3	20,9	20,6	-1,8 %
CL4	12,7	12,6	-0,6 %
CL5	8,5	8,3	-1,8 %
CLT1	5,6	6,5	+15,6 %
CLT4	19,7	19,3	-2,4 %
CLT5	28,6	28,1	-2,0 %
CLT8	14,5	14,5	0,0 %
CLT9	11,5	11,3	-2,2 %
CA3	3,4	3,4	-0,1 %

Tableau 6.6 – Perte d'effort au cours du temps mesuré par les capteurs de forces de la structure finale à chaque état de précontrainte sur une durée de 14h

La Figure 6.24 montre la relaxation des câbles CL3 et CLT5 à l'étape de précontrainte initiale sur une durée de 60 heures.



À la suite des essais de relaxation, on remarque que :

- Au stade de précontrainte initiale, la perte d'effort est plus faible qu'au stade de précontrainte intermédiaire qui est elle-même plus faible qu'au stade de précontrainte finale.
- La relaxation se produit lentement après l'introduction de précontrainte et la perte d'effort ralentit mais contrairement au simplex, elle ne se stabilise pas directement ;
- La relaxation maximale obtenue est de +17,5 % dans le câble CLT1, alors qu'en moyenne on a une relaxation de -1.5 % pour chaque élément à chaque étape de précontrainte. Cette différence doit être provoqué par une défaillance du capteur CLT1 ce qui nous conforte dans l'idée que ce capteur est défaillant. Comme nous l'avons observé durant les expérimentations ;
- On remarque sur la Figure 6.20 qu'au stade de précontrainte initiale, l'effort interne du câble CL3 a tendance à remonter à la fin des 14 heures, la Figure 6.21 permet d'expliquer ce phénomène : cette variation d'effort est influencée par la différence de température au cours de la journée. Ainsi un cycle avec une variation d'effort de 4 % et de 1 % est observé respectivement pour le câble CL3 et le câble CLT5.
- La relaxation la plus importante a lieu dans le câble longitudinal (CL3), là où avait été observée la détente lors du premier montage de la structure.

Conclusion de la relaxation dans la structure complète :

Étonnamment, nous obtenons pour la structure complète une perte d'effort après 14h bien plus faible (-1,5%) que pour le simplex (-12%). Cette différence s'explique sans doute par la propagation des efforts dans la structure composée de plusieurs simplex ou encore par le fait que les mêmes câbles ont été utilisés dans le simplex et dans la structure finale et que les cosses ont été allongées durant l'essai sur le simplex mais ne l'ont pas été au cours de l'essai sur la structure complète. Puisque les efforts atteints dans la structure complète sont bien plus faibles que dans le simplex. Par exemple pour le Câble Longitudinal, nous atteignons des efforts de 44,6[kN] dans le simplex contre seulement 18,5 [kN] dans la structure complète.

En plus de cela, on observe que les efforts de nos éléments varient légèrement (1 à 4 %) avec la différence de température au cours de la journée.

Sur base de tous ces résultats, on peut conclure que l'effet de la relaxation des éléments dans la structure finale est négligeable.

6.5 Conclusions

Sur base de ces essais, plusieurs conclusions ont pu être dressées.

Tout d'abord, le montage et le démontage de la structure ont été réalisés en un laps de temps réduit (environ cinq heures pour le montage et deux heures pour le démontage) et par une équipe de trois personnes. La précontrainte a également été facilement introduite manuellement via les tendeurs par une personne seule. La déployabilité aisée de la structure est un point validé.

Ensuite, on conclut que la méthode de la Relaxation Dynamique est la méthode de calcul la plus fiable pour la structure en tenségrité. En effet, celle-ci a montré une bonne corrélation de la répartition des efforts entre les résultats empiriques et numériques. Cette méthode propose également une analyse de variation de la géométrie qui permet de rendre compte des déformations qui ont lieu dans la structure en fonction de l'état de précontrainte. Il est tout de même important de se rappeler que cette méthode sous-estime ces déformations. En revanche, les résultats sur les raccourcissements calculés par la Relaxation Dynamique sont moins satisfaisants et sont largement sous-estimés. Cela peut s'expliquer par l'irrégularité des éléments et des imprécisions de la structure.

La méthode Self Stress Mode ne présente également pas des résultats suffisamment satisfaisants sur les raccourcissements à appliquer pour atteindre un niveau de précontrainte précis. L'inexactitude de la matrice de rigidité pourrait être à l'origine de ces erreurs. Il faudrait alors pouvoir recalculer cette dernière et vérifier si les résultats corroborent davantage la réalité.

Actuellement, il n'est pas possible, sur base de ces résultats d'établir une méthode de mise en précontrainte de la structure, uniquement basée sur le calcul des raccourcissements des tendeurs. Seul le contrôle en force des éléments par les capteurs de force nous permettent de parvenir à un état de précontrainte escompté.

Finalement, on conclut que la relaxation observée des éléments est sensiblement plus limitée dans la structure complète composée de câbles en acier que dans la structure composée de cordes.

CHAPITRE 7

ÉTUDE DYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE DE LA STRUCTURE COMPLÈTE

7 ÉTUDE DYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE DE LA STRUCTURE COMPLÈTE

Ce chapitre présente les essais dynamiques réalisés sur la structure complète. Il présente la mise en place de l'essai en détaillant le dispositif expérimental et son protocole. Il détaille ensuite les résultats des essais ainsi que les observations qui en découlent et finalement, dresse les conclusions des essais.

L'objectif principal de ces essais est de déterminer les fréquences propres de la structure selon le premier mode et leur évolution pour différents niveaux de précontraintes.

7.1 Mise en place des essais dynamiques

7.1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental pour les essais dynamiques comprend, en plus de la structure telle que décrite dans la Figure 6.6, les éléments décrits ci-après.

- Quatre accéléromètres RECOVIB :

Les accéléromètres RECOVIB permettent de mesurer l'accélération de l'objet auquel ils sont rattachés ainsi que les fréquences correspondantes en réalisant avec le logiciel *RECOVIB SUITE* une transformée de Fourier (Figure 7.1).

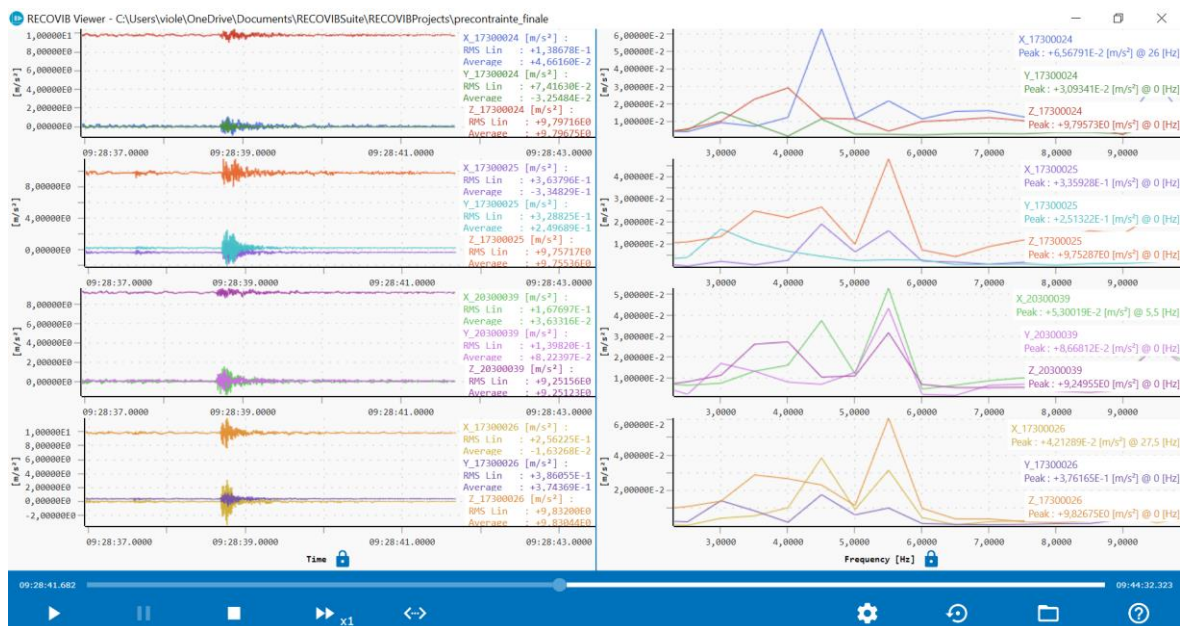


Figure 7.1 – Aperçu des accélérations et fréquences des quatre accéléromètres sur RECOVIB SUITE

Les accéléromètres sont placés sur les nœuds 6, 7, 10 et 11 et sont tous orientés dans le même sens (Figure 7.2).



Figure 7.2 – Utilisation et placement des accéléromètres

- Des masses à lester :

Deux masses de **150 [kg]** chacune sont accrochées à la structure aux nœuds bas 6 et 11 et sont reliées par une corde. Ces cordes permettent, lorsqu'elles sont lestées, de créer une sollicitation. Les vibrations sont alors enregistrées par les accéléromètres.

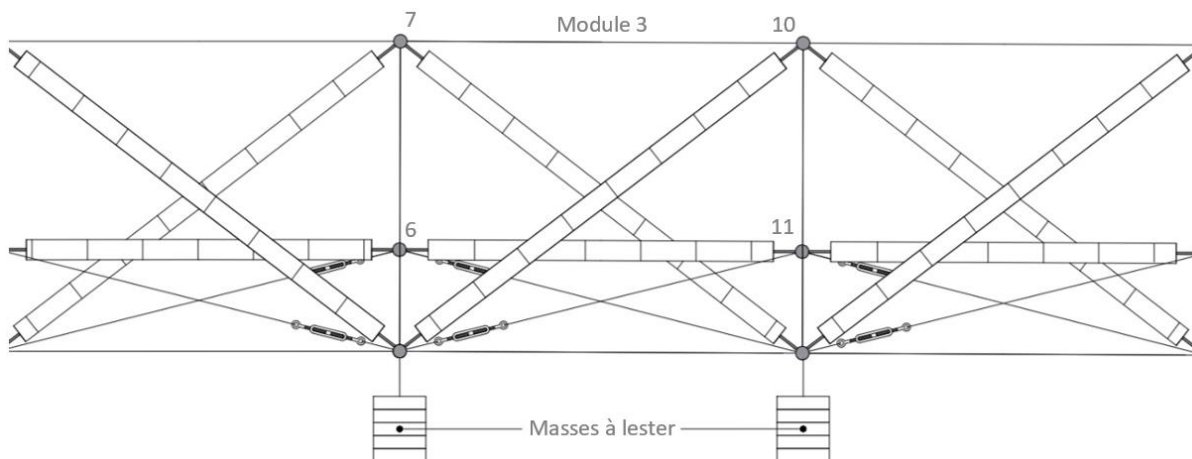


Figure 7.3 – Mise en place des essais dynamiques

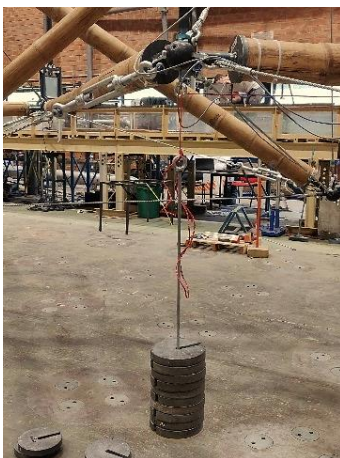


Figure 7.4 – Masse à lester

7.1.2 Protocole des essais dynamiques

Les essais consistent à déterminer les fréquences propres de la structure pour les trois différents niveaux de précontrainte étudiés : le niveau de précontrainte initiale, intermédiaire et final (voir le protocole des essais statiques au point 6.1.2). Le protocole, pour chaque état de précontrainte, est le suivant :

- Mettre en place les deux masses dans la structure ;
- Délester la structure de ces masses le plus soudainement possible en coupant la corde qui les relie ;
- Laisser la structure vibrer et les accéléromètres enregistrer les vibrations ;
- Récupérer les données enregistrées par les capteurs.

7.2 Résultats et observations des essais dynamiques

Les fréquences propres de chaque état de précontrainte sont décrites dans le Tableau 7.1 :

	Fréquence propre			Unité
	État de précontrainte initiale (étape 1.1.)	État de précontrainte intermédiaire (étape 1.2.)	État de précontrainte finale (étape 1.3.)	
Capteur 1	3,5	4,0	4,0	[Hz]
Capteur 2	3,5	4,0	4,0	
Capteur 3	3,5	4,0	4,0	
Capteur 4	3,5	4,0	4,0	
Moyenne	3,5	4,0	4,0	

Tableau 7.1 – Evolution des fréquences propres en fonction du niveau de précontrainte

L'évolution des fréquences propres est visible sur la Figure 7.5 :

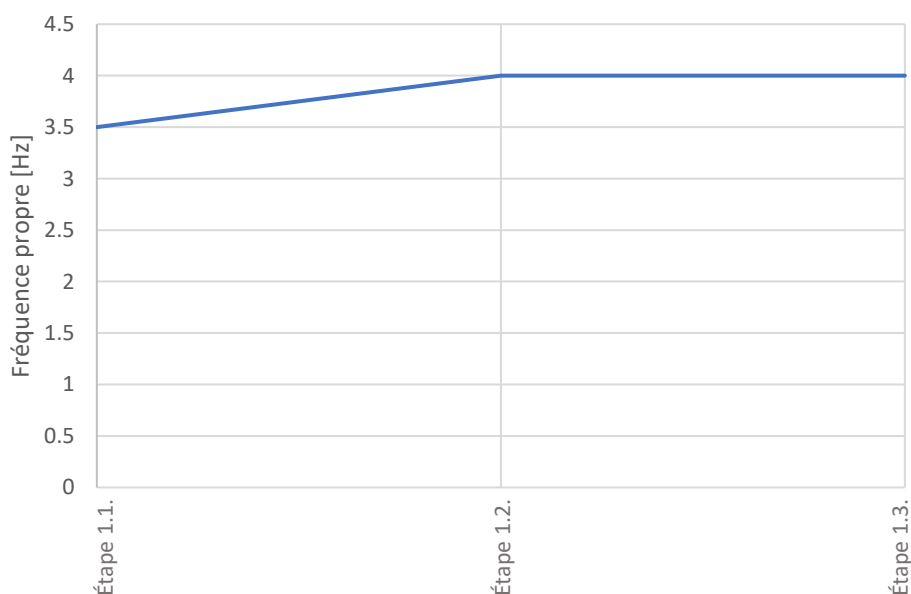


Figure 7.5 1 – Évolution des fréquences propres à chaque étape de précontrainte

On remarque que :

- Les fréquences propres augmentent très légèrement entre l'état de précontrainte initiale et les états de précontraintes suivants ;
- Les fréquences propres pour l'état de précontrainte intermédiaire et finale sont identiques.

7.3 Conclusions

Sur base de ces observations, on peut conclure que le niveau de précontrainte de la structure n'exerce pas une influence significative dans les fréquences propres. Les fréquences propres de la structure se situent entre 3,5 [Hz] et 4 [Hz].

Si cette tendance se confirme pour des structures en tenségrité à plus grande échelle, l'analyse de leurs comportements dynamiques serait simplifiée.

CHAPITRE 8

CONCLUSIONS ET PISTES FUTURES

8 CONCLUSION GÉNÉRALE ET PISTES POUR DES DÉVELOPEMENTS FUTURS

Ce mémoire a permis d'aborder de manière approfondie les défis liés à la construction d'une structure en tensegrité dans des conditions réelles de chantier avec des matériaux qui peuvent être imparfaits.

Ces défis englobent l'identification et la maîtrise des phénomènes structurels rencontrés lors de la construction.

Ces structures doivent être autoportantes sans charge extérieure pour être en mesure de répondre aux critères de génie civil pour de tels ouvrages.

Pour y aboutir, il est indispensable de soumettre la structure à de la précontrainte. Dès lors, il faut d'une part introduire des efforts, par allongement des éléments en compression et/ou par raccourcissement des éléments en tension, et d'autre part pouvoir maîtriser et prédire leur propagation dans la structure.

Une méthodologie séquentielle, commençant par l'analyse des éléments de base jusqu'à celle de la structure complète, a permis d'explorer et de répondre à chacune de ces problématiques.

Ainsi la première étape expérimentale s'est concentrée sur la caractérisation des éléments constitutifs de la structure. Cette phase a permis de comprendre certains comportements structurels et d'éliminer certains matériaux de la sélection initiale, mais également de proposer des alternatives plus appropriées.

La deuxième étape s'est intéressée à l'étude d'un simplex, structure élémentaire de la tensegrité. Une étude expérimentale a été menée et ses résultats ont ensuite été comparés à une analyse numérique de ce simplex. Cette étape a permis de valider l'adéquation entre la structure physique et les résultats numériques fournis par le modèle.

La dernière étape s'est intéressée à une combinaison de 5 simplex dans le but de comprendre le comportement statique et dynamique de la structure face aux phénomènes de propagation des efforts. Une procédure de mise en précontrainte et de chargement a été testée. Les mesures relevées lors des essais ont été comparées à deux modèles de simulation numérique préalablement validés sur des structures élémentaires parfaites.

Ces étapes ont permis d'aboutir à plusieurs conclusions.

Tout d'abord, la caractérisation mécanique des matériaux parfois irréguliers utilisés dans la structure fait apparaître des phénomènes à prendre en compte lors de la construction et la mise en œuvre d'une structure en tensegrité. Il s'agit principalement de relaxation dans les éléments tendus et de flambement dans les éléments en compression. Dans l'optique d'une construction à taille réelle d'une structure en tensegrité ces phénomènes sont à maîtriser lors du dimensionnement et du choix des matériaux.

Ensuite, l'étude de comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques a démontré que la prédiction des paramètres pour l'introduction de la précontrainte est essentielle. Deux outils ont été utilisés pour y parvenir.

La Relaxation dynamique est une méthode de calcul fiable pour calculer et dimensionner une structure en tensegrité. En effet, celle-ci estime bien les répartitions des efforts dans la structure. Elle propose également des variations géométriques qui, bien que sous-estimées, sont proches de la réalité.

Le Self Stress Mode permet quant à lui de définir les raccourcissements dans la structure sur base de sa géométrie et de la connaissance des efforts internes.

Finalement, la Relaxation Dynamique et le Self Stress Mode ne proposent pas des résultats suffisamment satisfaisants pour les raccourcissements nécessaires pour arriver à un état de précontrainte défini. Cela peut s'expliquer pour la première méthode, par une mauvaise caractérisation des matériaux et pour la seconde, par certains relevés expérimentaux erronés.

Sur base de ces résultats, il n'est actuellement pas possible d'établir une procédure de mise en précontrainte de la structure uniquement basée sur le calcul des raccourcissements nécessaires. Seul une procédure basée sur le contrôle en force de certains éléments à l'aide des capteurs de force a pu être établie et validée.

Néanmoins, une ré-étude des caractéristiques des éléments de la structure et des données prises en compte dans le calcul par la méthode Self Stress permettrait de rectifier les calculs numériques et de trouver des résultats plus probants. Cela permettrait alors un processus de mise en précontrainte basé uniquement sur le calcul des raccourcissements nécessaires.

Par après, une étude dynamique expérimentale de la structure a permis de mettre en avant que le niveau de précontrainte de cette dernière a peu d'influence sur ses fréquences propres. Cependant, cette étude n'a pas été menée en profondeur et mériterait une plus grande attention afin de comprendre avec plus de précision le comportement dynamique des structures en tenségrité. L'étude dynamique pourrait être comparée à des analyses numériques réalisées par un logiciel développé dans le cadre de travaux antérieurs [28]. Les résultats pourraient alors être exploités dans l'optique de dimensionner et concevoir une structure à plus grande échelle.

Dans le futur, pour les recherches suivantes, de nouvelles pistes de développement seraient intéressantes à suivre.

La première serait de développer une méthode pour arriver à un état de précontrainte initiale dans la structure sans utiliser de capteurs de force, ces derniers étant fragiles et pouvant être délicats à mettre en œuvre sur chantier. En effet, sur base de cet état, il est alors possible de déterminer les raccourcissements à appliquer pour atteindre la précontrainte calculée numériquement.

La présente étude a été effectuée sur un modèle réduit, il serait dès lors intéressant d'évaluer la problématique de la mise en précontrainte dans des structures à plus grande échelle en étudiant la conception des éléments.

Un autre point qui pourrait être abordé dans le futur serait de comprendre les effets que provoque un câble détendu dans la structure. En effet, il a été observé que malgré une détente de certains éléments, la structure ne se fragilise pas. La rupture d'un des câbles compromettrait-elle l'équilibre de l'ensemble ? Comprendre l'implication de ce phénomène permettrait de mieux appréhender la résilience des structures en tenségrité, point essentiel pour les aspects liés à la sécurité.

Pour conclure, dans un monde où l'innovation est en constante évolution, ce mémoire représente une contribution à la compréhension des défis liés à la construction et à l'utilisation de structure en tenségrité. Les avancées réalisées et les pistes de recherches ouvrent la voie à des développements futurs dans ce domaine passionnant.

ANNEXES

ANNEXE A – MÉTHODE DU SELF STRESS MODE

A.1 Développement mathématique de la méthode

La méthode du « Self Stress Mode » implémentée sur python est une approche utilisée pour évaluer les raccourcissements (appelé ci-dessous scénario de précontrainte) et les efforts internes du simplex ou de la structure complète. Voici le développement complet de la méthode du Self Stress Mode tel que développée dans l'article écrit par le Dr. Ir. Jonas FERON « *Implementation and propagation of prestress forces in pin-jointed and tensegrity structures* » [39].

Pour démarrer, nous avons les équations A.1, A.2 et A.3 qui sont respectivement les équations d'équilibre, les équations de Hooke et les équations de compatibilité :

$$\{f\} = [A]\{t\} \quad (A.1)$$

$$\{t\} = [K]\{e\} \quad (A.2)$$

$$\{e\} + \{\bar{e}\} = [A]^T\{d\} \quad (A.1)$$

Où :

- $\{f\}$ est le vecteur des forces externes qui s'appliquent sur la structure ;
- $[A]$ est la matrice d'équilibre, et avec $[A]^T$, elles contiennent les cosinus directeurs de chaque élément de la structure, elle prend en compte la géométrie de la structure ;
- $\{t\}$ est le vecteur des forces (tension positive) induites par le scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$ (élongation positive) ;
- $[K]$ est la matrice de rigidité des éléments de la structure, elle est diagonale et chaque K_{ii} contient la rigidité $E_i A_i / L_i$ de l'élément i ;
- $\{e\}$ est le vecteur des petites elongations élastiques et $\{\bar{e}\}$ est le vecteur des petites variations de longueurs imposées, également appelé **scénario de précontrainte**. Dans notre cas, le vecteur des raccourcissements appliqués grâce aux tendeurs ;
- $\{d\}$ est le vecteur des petits déplacements des nœuds.

Durant la phase de précontrainte, les charges externes agissant sur la structure peuvent être supposées négligeables, c'est-à-dire que $\{f\} = \{0\}$. En conséquence, l'équation A.1 se simplifie en :

$$[A]\{t\} = \{0\} \quad (A.4)$$

L'équation A.4 démontre que les forces issues du scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$ s'équilibrent d'elles-mêmes, c'est-à-dire qu'elles sont en équilibre sans nécessiter de charges externes. La solution de l'équation A.4 réside dans l'espace nul $[V^S]$ de la matrice d'équilibre $[A]$, de la manière suivante :

$$\{t\} = [V^S]\{t^S\} \quad (A.5)$$

Là où $[V^S]$ est une matrice obtenue par décomposition en valeurs singulières de la matrice d'équilibre $[A]$ (sans unité). $[V^S]$ contient des vecteurs singuliers $\{\{V_1^S\}, \dots, \{V_s^S\}\}$ appelé *Self Stress Mode*, tandis que $\{t^S\}$ contient les *Self Stress levels* $\{t_1^S, \dots, t_s^S\}$ (en [kN]).

En d'autres termes, cela signifie que :

- Un *Self Stress Mode* $\{V_i^S\}$ est un vecteur de norme unitaire correspondant à une distribution sans dimension spécifique de forces qui satisfait les équations d'équilibre sans charge externe et peut être mis à l'échelle par un facteur $\{t^S\}$ appelé *Self Stress level* en [kN]. Le nombre « s » de modes d'auto-contrainte est égal au degré d'hyperstaticité de la structure. Les « s » *Self Stress Modes* sont orthonormés $[V^S]^T[V^S] = [I]$.

- Un *Self Stress level* $\{t_i^s\}$ est un nombre en [kN] décidé par le concepteur, et toutes les valeurs peuvent être choisies.
- Un *Self Stress state* $\{t\}$ (en [kN]) est donc une combinaison linéaire $\{t\} = [V^s]\{t^s\}$ du *Self Stress Mode* $[V^s]$ avec ses *Self Stress levels* $\{t^s\}$ associés (en [kN]).

Kwan et Pellegrino [40] ont démontré que les *Self Stress levels* $\{t^s\}$ sont reliés au scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$ par :

$$\{t^s\} = -([V^s]^T [K]^{-1} [V^s])^{-1} [V^s]^T \{\bar{e}\} \quad (A.6)$$

Par conséquent, en substituant l'équation A.6 dans l'équation A.5, on obtient la *Force Sensitivity Matrix* $[SM^t]$:

$$\{t\} = \underbrace{-[V^s]([V^s]^T [K]^{-1} [V^s])^{-1} [V^s]^T}_{[SM^t]} \{\bar{e}\} \quad (A.7)$$

Ainsi, les efforts internes $\{t\}$ sont linéairement dépendants du scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$ via la *Force Sensitivity Matrix* $[SM^t]$, exclusivement composée de termes dépendants de la géométrie de la structure (sinus et cosinus) et des rigidités ($E_i A_i/L_i$) des boutons et des câbles.

Toutefois, la *Force Sensitivity Matrix* ne garantit pas qu'un scénario de précontrainte donné $\{\bar{e}\}$ conduit à un *Self Stress state* où aucun câble n'est en compression. En d'autres termes, le problème est que le scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$ ne peut pas être obtenu en inversant simplement la matrice $[SM^t]$ tout en injectant les forces de précontrainte ciblées $\{t^*\}$ dans le vecteur $\{t\}$ de l'équation A.7.

La méthode suivante permet donc de trouver le scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$ qui conduit à des forces de précontrainte égales au *Self Stress state* ciblé $\{t\} = \{t^*\}$.

Les phénomènes de propagation des forces de précontrainte dans les structures composées de plusieurs modules de tenségrité semblent imprévisibles [41] [42] [43]. Cependant, il existe des "reformulations" des *Self Stress Mode* qui correspondent à des forces de précontrainte ne se produisant que dans un module à la fois, ce qui pourrait rendre la recherche du scénario de précontrainte plus rapide et plus intuitive. Ces modes sont appelés "*localized Self Stress Mode*" avec la notation $[SM^t]$ au lieu de $[V^s]$. Tout *Self Stress state* $\{t\}$ peut ainsi également être exprimé comme une combinaison linéaire de ces *localized Self Stress Modes* $[S] = [\{S_1\}, \dots, \{S_s\}]$ (sans unité) et de leurs niveaux associés $\{a\} = \{a_1\}, \dots, \{a_s\}$ (en [kN]) :

$$\{t\} = [S]\{a\} \quad (A.8)$$

Dans notre cas, à la fois pour le simplex et pour la structure complète, nos *localized Self Stress Modes* $[S] = [\{S_1\}, \dots, \{S_s\}]$ sont mis à l'échelle de telle manière que la valeur la plus élevée soit égale à $|-1.0|$. Cette matrice des *localized Self Stress Modes* $[S]$ est obtenue comme étant le produit d'une matrice $[\vartheta]$ avec la matrice des *localized Self Stress Modes* $[V^s]$. Cette matrice $[\vartheta]$ permet une relation linéaire entre de $[S]$ et de $[V^s]$:

$$\{S\} = [V^s][\vartheta] \quad (A.9)$$

$$[V^s] = [S][\vartheta]^{-1} \quad (A.10)$$

Vu que $[V^s]^T [V^s] = [I]$,

$$[V^s]^T = ([\vartheta]^{-1})^T [S]^T \quad (A.11)$$

On peut donc réécrire l'équation A.7 :

$$[SM^t] = -[S][\vartheta]^{-1} \cdot \underbrace{(([\vartheta]^{-1})^T [S]^T [K]^{-1} [S] [\vartheta]^{-1})^{-1}}_{[K^S]^{-1}} \cdot ([\vartheta]^{-1})^T [S]^T \quad (A.12)$$

En utilisant des opérations matricielles simple :

$$([\vartheta]^{-1})^T = ([\vartheta]^T)^{-1} \text{ et } ([\vartheta]^T)^{-1}[K^S]^{-1}[\vartheta]^{-1})^{-1} = [\vartheta][K^S][\vartheta]^T \quad (\text{A.13})$$

L'équation A.7 peut être réécrite de la même manière avec $[S]$ remplacée par $[V^S]$ dans l'expression de $[SM^t]$:

$$\{t\} = \underbrace{-[S]([S]^T[K]^{-1}[S])^{-1}[S]^T}_{[SM^t]} \{\bar{e}\} \quad (\text{A.14})$$

Il a été confirmé que les équations A.7 et A.14 donne bien la même *Force Sensitivity Matrix* $[SM^t]$.

Ensuite, vu que $\{t\} = [S]\{a\}$, l'équation A.13 devient :

$$\{a\} = \underbrace{-[S]([S]^T[K]^{-1}[S])^{-1}[S]^T}_{[SM^a]} \{\bar{e}\} \quad (\text{A.15})$$

Où, $[SM^a]$ est la "*Level Sensitivity Matrix*", celle-ci peut être reformulée pour mettre en évidence $[K^S]$ et les *modal scenarios* $\{\varepsilon\}$.

$$\{a\} = \underbrace{([S]^T[K]^{-1}[S])^{-1}}_{[SM^a]} \underbrace{[S]^T}_{\{\varepsilon\}} \{\bar{e}\} \quad (\text{A.16})$$

L'équation A.16 exprime les "*Self Stress level*" ($a_1, \dots, a_s$) en fonction des « *modals scenarios* » ($\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_s$) à travers seulement "*s*" équations. Si des niveaux arbitraires ($a_1^*, \dots, a_s^*$) sont ciblés, on trouve finalement le scénario de précontrainte :

$$-\underbrace{[S]^T}_{\{\varepsilon\}} \{\bar{e}\} = [K^S]^{-1} \{a^*\} \quad (\text{A.17})$$

$$\{a^*\} = [K^S] \{\varepsilon\} \quad (\text{A.18})$$

$$\{a^*\} = [K^S] \{\varepsilon\} \quad \begin{pmatrix} a_1^* \\ a_2^* \\ \dots \\ a_s^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^S & \dots & K_{1s}^S \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{s1}^S & \dots & K_{ss}^S \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

L'équation A.17 permet ainsi de trouver le scénario de précontrainte adéquat $\{\bar{e}\}$, c'est-à dire le raccourcissement du tendeur nécessaire pour passer d'un état de précontrainte initial connu par les capteurs de forces dans le simplex et la structure finale à un état de précontrainte final définit par le constructeur.

Dans cette équation :

- $\{a^*\}$ sont les *Self Stress level* ciblé. Ceux-ci et les *Self Stress states* correspondant $\{t^*\} = [S]\{a^*\}$ sont connus.
- $[K^S] = ([S]^T[K]^{-1}[S])^{-1}$ est également connue sur base de la géométrie de la structure et de la rigidité des éléments.
- $\{\bar{e}\}$ est le scénario de précontrainte, c'est la principale inconnue. Celui-ci est déterminé sur base des forces de précontrainte $\{t^*\}$ que le constructeur veut atteindre dans la structure.

Dans notre cas, pour trouver le scénario de précontrainte adéquat $\{\bar{e}\}$, nous commençons par utiliser des résultats expérimentaux en mesurant des raccourcissements de tendeur et les variations d'efforts internes obtenues de ces raccourcissements. Ce qui nous permet de calculer la matrice $[K^S]$ expérimentale, que l'on nommera $[K_{exp}^S]$. Connaissant les Self Stress level $\{a^*\}$ et les *localized Self Stress Mode* $[S]$, on obtient le scénario de précontrainte $\{\bar{e}\}$. Nous réitérons ce développement avant de procéder à un nouveau raccourcissement en utilisant les valeurs obtenues du raccourcissement précédent. Ce qui nous donne alors le raccourcissement à appliquer dans les tendeurs pour atteindre les efforts ciblés $\{t^*\}$ dans la structure. Cette méthode allie donc à la fois numérique et expérimental. Elle permet de précontraindre des structures en tenségrité de manière précise, une première !

A.2 Méthode du Self Stress Mode pour le simplex

À travers le développement mathématique ci-contre, notre objectif est de trouver le **scénario de précontrainte** c'est-à-dire les raccourcissements dans les tendeurs **CLT5** et **CLT6** du simplex pour atteindre certaines forces dans nos éléments, ces efforts finaux sont définis par le constructeur.

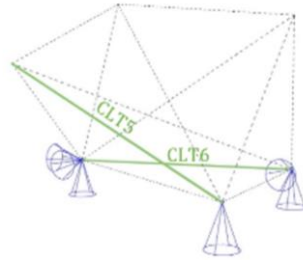


Figure A. 1 – Emplacement des tendeurs dans le simplex

Avant d'appliquer la précontrainte à notre simplex via les câbles tendeurs **CLT5** et **CLT6**, celui-ci se trouve en état totalement relâché, et ses éléments sont uniquement soumis à leur poids propre $\{t^{pp}\}$, on retrouve ainsi des câbles comprimés (= complètement lâche) comme illustré dans la Figure A. 2a. À l'issue de la précontrainte, nous obtenons le « *targeted Self Stress state* » pour lequel plus un seul câble n'est détendu et le simplex a sa géométrie finale. Les forces de précontrainte d'auto-équilibre de notre simplex $\{t^*\}$ [kN] (« *Targeted prestress forces in self-equilibrium* ») sont alors données par l'équation A.20. Celui-ci est représenté sur la Figure A. 2b.

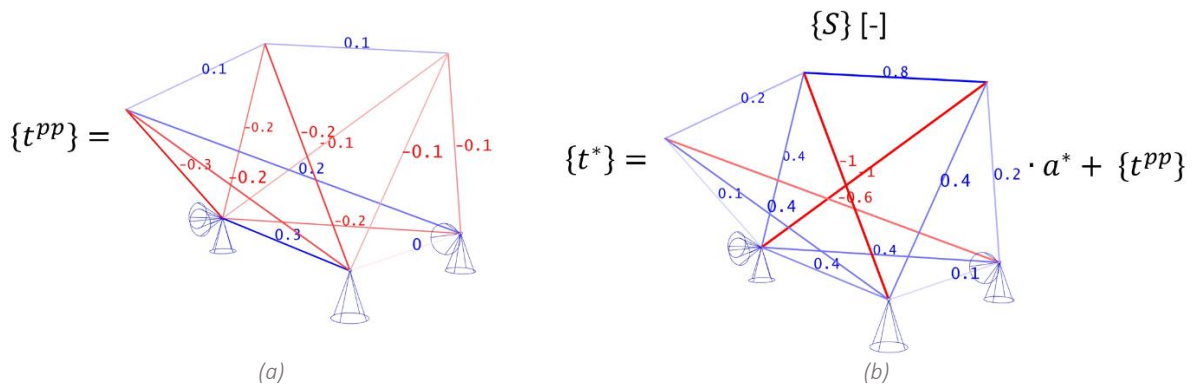


Figure A. 2 – Méthode Self Stress Mode : (a) Simplex sous poids propre uniquement $\{t_{pp}\}$, (b) Simplex en état d'auto-contrainte ("Targeted Self Stress state") : $\{t^*\} = \{S\} \cdot a^* + \{t_{pp}\}$

$$\{t^*\} = \{S\} \cdot a^* + \{t_{pp}\} \quad (A.20)$$

Où, dans le cas du simplex :

- $\{t^*\} [kN] (13 \times 1)$ est le vecteur des forces de précontraintes du simplex à l'équilibre défini par son niveau de précontrainte, il s'agit de la seule inconnue ;
- $\{S\} [-] (13 \times 13)$ est la matrice des « *localized Self Stress Modes* », celle-ci est définie par la géométrie du simplex, ces valeurs sont explicitement données dans la Figure A.2b. Dans le cadre d'un simplex, cette matrice est diagonale car il n'y a qu'un seul « *Self Stress Mode* » $\{S_1\}$, on verra plus tard qu'une structure composée de plusieurs simplex, en plus d'avoir un mode pour chaque simplex, possède un mode de propagation des efforts ;
- $a^* [kN] (1 \times 1)$ correspond au niveau d'auto-contrainte du simplex (« *Self Stress level* »). Ce "*Self Stress level*" est différent pour chaque état de précontrainte. Au total, on en a étudié 6 au cours de l'essai sur le simplex (étape 0, ..., étape 5) ;
- $\{t_{pp}\} [kN] (13 \times 1)$ est le vecteur du poids propre des éléments du simplex.

Puisque le poids propre de chaque élément calculé dans la Figure A.2.a est une source d'erreur potentielle, attribuable à la fois à d'éventuelles erreurs de mesure et au fait que le logiciel *Grasshopper* n'inclut pas des masses distinctes pour chaque élément, il convient de noter que dans notre modèle numérique, tous nos bambous possèdent la même masse, contrairement à la réalité. Pour ces raisons, nous travaillons en delta, ce qui nous permet de négliger le poids propre des éléments. L'équation A.20 peut alors être réécrite sous la forme :

$$\{\Delta t^*\} = \{S\} \cdot \Delta a^* \quad (A.21)$$

Pour obtenir les raccourcissements dans les tendeurs, nous commençons par utiliser des résultats empiriques d'un certain raccourcissement pour lequel on note les variations d'efforts internes. Attention pour que ces résultats soient valides, il faut que tous les câbles soient en tension avant d'appliquer le raccourcissement et pas uniquement sous poids propre (car dans cette configuration certains câbles sont soumis à de la compression).

On trouve ainsi, la valeur de la variation de *Self Stress level* Δa^* , sur base de ces résultats expérimentaux, donc $\{\Delta t^*\} \Rightarrow \{\Delta t_{exp}\} = \{\Delta t\}$ et $\{\Delta a^*\} \Rightarrow \{\Delta a_{exp}\} = \{\Delta a\}$. Le simplex étant de degré d'hyperstaticité 1, et comme $\{S\}$ est une matrice diagonale, on a :

$$\begin{aligned} \{\Delta a\} &= \{S^{-1}\} \cdot \{\Delta t\} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ S_{11} & & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (A.22)$$

Où « n » correspond au nombre d'éléments. Pour le simplex, on a 13 éléments qui sont renommés comme dans la Figure 4.36 et en utilisant les valeurs de la Figure A. 2b, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{Bmatrix} \Delta a_{T8} \\ \Delta a_{T9} \\ \Delta a_{T10} \\ \Delta a_{CLT5} \\ \Delta a_{CLT6} \\ \Delta a_{CL3} \\ \Delta a_{CA3} \\ \Delta a_{CT7} \\ \Delta a_{CT8} \\ \Delta a_{CT9} \\ \Delta a_{CT10} \\ \Delta a_{CT11} \\ \Delta a_{CT12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0.6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta t_{T8} \\ \Delta t_{T9} \\ \Delta t_{T10} \\ \Delta t_{CLT5} \\ \Delta t_{CLT6} \\ \Delta t_{CL3} \\ \Delta t_{CA3} \\ \Delta t_{CT7} \\ \Delta t_{CT8} \\ \Delta t_{CT9} \\ \Delta t_{CT10} \\ \Delta t_{CT11} \\ \Delta t_{CT12} \end{Bmatrix} \quad (A.23)$$

Pour trouver Δa , nous appliquons un raccourcissement identique dans les 2 tendeurs du simplex et relevons les variations d'efforts provoqué par ce raccourcissements grâce à nos capteurs de force. Ce qui nous donne $\Delta t_{T8}, \Delta t_{CLT5}, \Delta t_{CLT6}, \Delta t_{CL3}$ et Δt_{CA3} respectivement pour les éléments **T8, CLT5, CLT6, CL3 et CA3**. On obtient alors l'augmentation expérimentale du « **Self Stress level** » du simplex Δa_{exp} en prenant la moyenne des résultats obtenus par tous les capteurs de force. Ce qui permet de diminuer une potentielle erreur provoquée par un capteur défaillant. Toutefois, ces valeurs de Δa_i sont censés être identiques ($\Delta a_{T8} = \Delta a_{CLT5} = \Delta a_{CLT6} = \Delta a_{CL3} = \Delta a_{CA3}$).

$$\Delta a_{exp} = \frac{\Delta a_{T8} + \Delta a_{CLT5} + \Delta a_{CLT6} + \Delta a_{CL3} + \Delta a_{CA3}}{5} \quad (A.24)$$

Connaissant alors cet incrément du "Self Stress level" Δa_{exp} , on peut réécrire l'équation A.19 comme :

$$\Delta a_{exp} = [K_{exp}^S] \{ \Delta \varepsilon_{exp} \} \quad (A.25)$$

Pour laquelle,

$$\{ \Delta \varepsilon_{exp} \} = -[S]^T \{ \bar{e} \} = -0.4 \bar{e}_{CLT5} - 0.4 \bar{e}_{CLT6} \quad (A.26)$$

Sachant les raccourcissements appliqués dans les tendeurs $\bar{e}_{CLT5}$ et $\bar{e}_{CLT6}$. On trouve, grâce à l'équation A.25, la rigidité expérimentale de notre simplex (un scalaire dans le cadre du simplex, une matrice pour la structure complète) :

$$K_{exp}^S = \frac{\Delta a_{exp}}{\Delta \varepsilon_{exp}} \quad (A.27)$$

Avec cette rigidité et en réutilisant la même démarche de manière inversée, on peut déterminer le **scénario de précontrainte** ($\bar{e}_{CLT5}, \bar{e}_{CLT6}$) pour le raccourcissement suivant.

Puisqu'on connaît via les capteurs de forces les efforts internes actuels $\{t_{current}\}$ dans les éléments, et qu'on sait quels efforts on veut obtenir après le raccourcissement $\{t_{goal}\} = \{t^*\}$, on connaît l'incrément des forces de précontrainte ciblé $\{\Delta t^*\}$:

$$\{\Delta t^*\} = \{t^*\} - \{t_{current}\} \quad (A.28)$$

En repartant de l'équation A.22, on trouve les « *Self Stress level* » ciblé $\{\Delta a^*\}$ que l'on moyenne via l'équation A.24 pour obtenir le « *Self Stress level* » ciblé Δa^* du simplex.

En utilisant la rigidité K_{exp}^S obtenue expérimentalement du raccourcissement précédent (A.27) et le "Self Stress level" ciblé Δa^* pour ce nouveau raccourcissement, on peut réécrire l'équation A.27 comme :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta a^*}{K_{exp}^S} \quad (A.29)$$

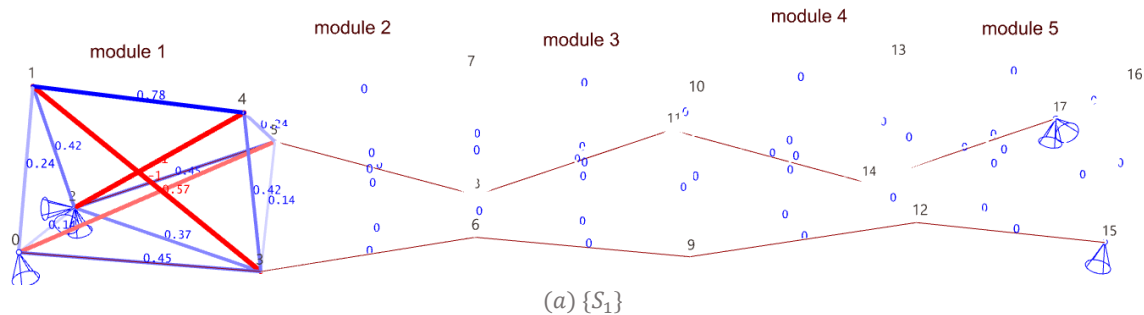
Finalement, l'équation A.26 nous donne le **scénario de précontrainte**, c'est à-dire les raccourcissements à appliquer dans les tendeurs.

$$\begin{aligned} \{\bar{e}\} &= -[S]^{T-1} \cdot \Delta \varepsilon \\ &= \frac{\Delta \varepsilon}{-0.4 \cdot 2} \end{aligned} \quad (A.30)$$

A.3 Méthode du Self Stress Mode pour la structure complète

Pour déterminer les raccourcissements des tendeurs à appliquer entre deux états de précontrainte distinct dans chaque module de la structure complète, le cheminement est exactement le même que celui développé pour le simplex. A savoir déterminer une nouvelle matrice de rigidité $[K^S]$ sur base des raccourcissements empiriques précédents que l'on réinjecte dans l'équation A.29 afin d'obtenir le scénario de précontrainte.

Toutefois, il y a quand même une différence avec le simplex, en plus d'avoir un Self Stress Mode par module $\{\{S_1\}, \{S_2\}, \dots, \{S_5\}\}$, il y a également un sixième mode $\{S_6\}$ de propagation des efforts dans la structure comme on peut le voir sur la Figure A. 3 ».



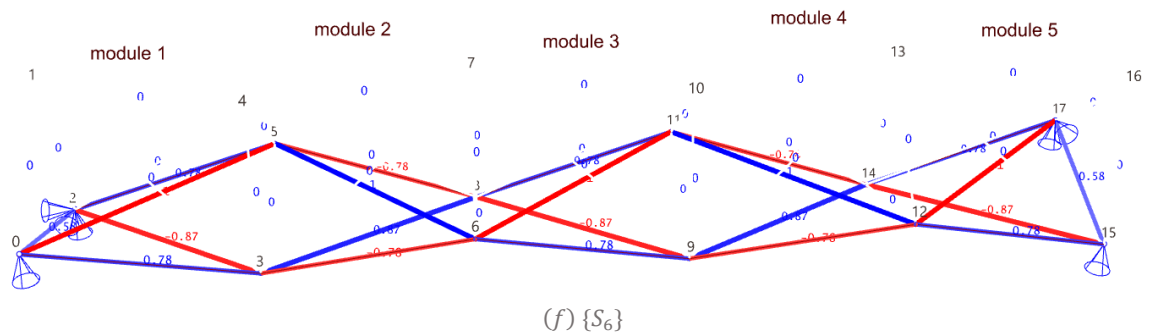
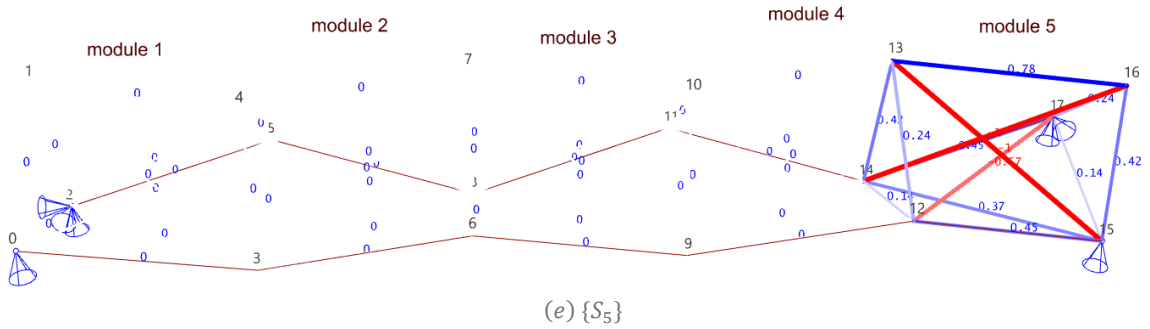
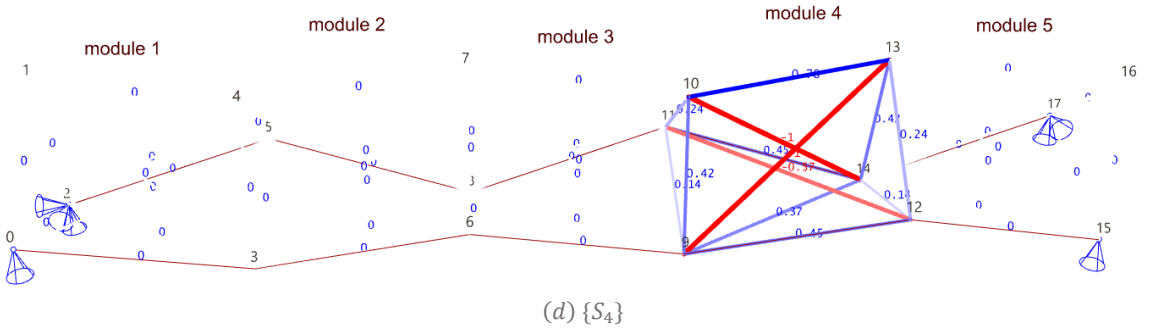
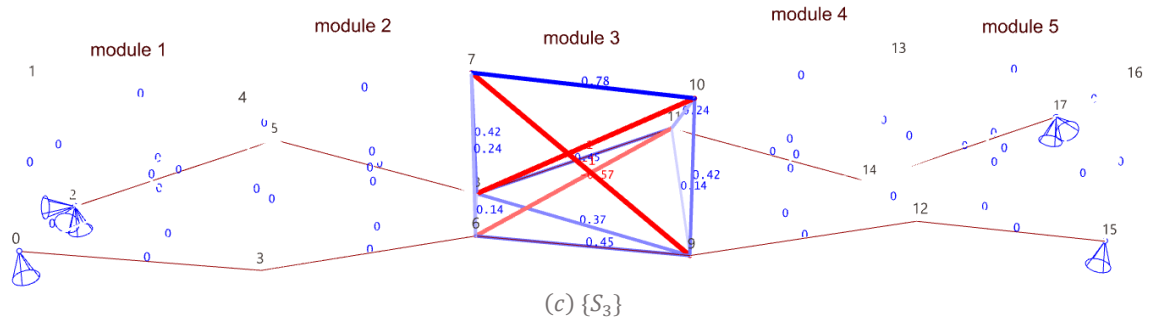
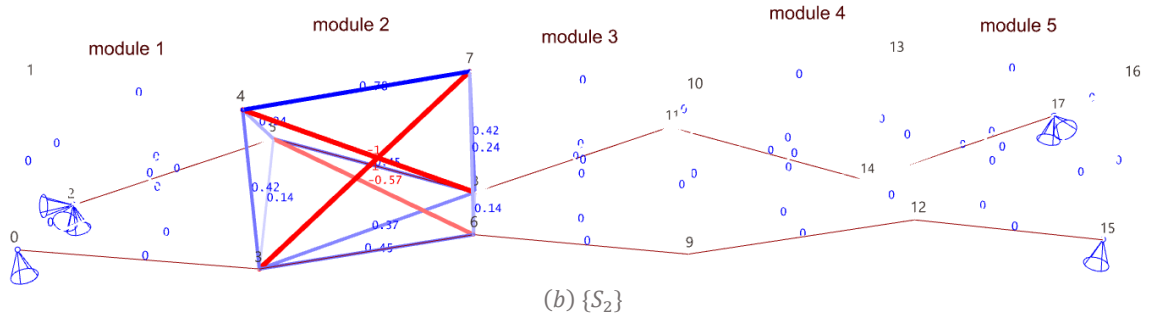


Figure A. 3 – « Localized Self Stress Modes » dans la structure complète (5 simplex)

Concrètement, avant de commencer à calculer quoi que ce soit nous réalisons six raccourcissements dans la structure : un dans chaque module et un qui permet d'annuler la propagation, cela se passe lorsque l'on raccourcit de la même longueur deux câbles tendeurs qui sont fixés au même nœud. En notant à chaque fois les raccourcissements et les variations d'efforts internes dans les éléments concernés, on trouve la variation du *Self Stress level* dans chaque module Δa_i . Celui-ci est défini par le câble longitudinal de chaque module tandis que pour le sixième mode de propagation, on prend la moyenne des valeurs obtenues par les capteurs des câbles longitudinaux CLT pour chaque module. Cette moyenne permet d'obtenir une valeur la plus proche de la réalité même si un des capteurs est défaillant. On obtient également de ces expériences, les vecteurs de variations des scénarios modaux $\Delta \varepsilon_i$ qui pour le module 1 vaut :

$$\{\Delta \varepsilon_1\} = \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta \varepsilon_{16} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.45 \cdot \bar{e}_{CLT1} - 0.45 \cdot \bar{e}_{CLT2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.78 \cdot \bar{e}_{CLT1} - 0.78 \cdot \bar{e}_{CLT2} \end{Bmatrix}$$

La connaissance de ces résultats nous permet de réécrire l'équation A.27 sous forme matricielle :

$$[K_{exp}^S] = [\Delta \varepsilon_{exp}]^{-1} \cdot \{\Delta a_{exp}\} \quad (A.31)$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{61} & \dots & K_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\Delta \varepsilon_1\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{\Delta \varepsilon_1\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{\Delta \varepsilon_1\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{\Delta \varepsilon_1\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{\Delta \varepsilon_1\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{\Delta \varepsilon_1\} \\ \{\Delta \varepsilon_2\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{\Delta \varepsilon_2\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{\Delta \varepsilon_6\} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \{\Delta a_1\} \\ \{\Delta a_2\} \\ \{\Delta a_3\} \\ \{\Delta a_4\} \\ \{\Delta a_5\} \\ \{\Delta a_6\} \end{Bmatrix} \quad (A.32)$$

On a alors un système de 36 équations à 36 inconnues à résoudre pour trouver les valeurs K_{ii} de la matrice de rigidité de la structure complète.

La suite de la méthode est identique au simplex, on définit les forces de précontrainte ciblées, on trouve les Self Stress level associés et on obtient finalement le scénario de précontrainte. La seule nuance est que nous obtenons un scénario de précontrainte avec 6 composantes :

$$\{\bar{e}\} = \begin{Bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \\ \bar{e}_3 \\ \bar{e}_4 \\ \bar{e}_5 \\ \bar{e}_6 \end{Bmatrix}$$

Où les cinq premiers $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_5$ sont les raccourcissements à introduire dans les deux tendeurs de chaque simplex en commençant par le simplex 1. Et le $\bar{e}_6$ est le raccourcissement à introduire en plus dans l'ensemble de la structure pour contrer le phénomène de propagation des efforts. Il convient donc de diviser $\bar{e}_6$ par 5 et d'ajouter ce raccourcissement à $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_5$.

Cependant dans notre implémentation de cette méthode, nous nous sommes rendus compte que cet ajout de raccourcissement due à la propagation des efforts dans la structure venait fausser nos résultats tandis qu'en la négligeant nos raccourcissements sont très proches des valeurs obtenues expérimentalement. Nous expliquons ce phénomène par un mauvais calcul du Self Stress level Δa_6 , probablement affectée par des capteurs mal calibrés ou défaillants. Cette erreur est intrinsèquement associée à l'instrumentation plutôt qu'au développement mathématique sous-jacent. Par conséquent, nous pouvons conclure que cette méthode est **praticable sur site pour anticiper l'introduction de précontrainte dans les structures de tenségrité**. A titre de comparaison, voici la matrice de rigidité obtenue par le logiciel *Grasshopper* qui se base sur les propriétés des matériaux et la matrice de rigidité obtenue à l'aide du code python sur la méthode semi-empirique du Self Stress Mode.

- Matrice K^S obtenue par *Grasshopper* :

$$[K_{grasshopper}^S] = \begin{bmatrix} 0.80 & -0.09 & 0.02 & -0.01 & 0.01 & -0.04 \\ -0.09 & 0.81 & -0.09 & 0.02 & -0.01 & 0.04 \\ -0.09 & -0.09 & 0.81 & -0.09 & 0.02 & -0.04 \\ 0.02 & 0.02 & -0.09 & 0.81 & -0.09 & 0.04 \\ -0.01 & -0.01 & 0.02 & -0.09 & 0.80 & -0.04 \\ -0.04 & 0.04 & -0.04 & 0.04 & -0.04 & 0.14 \end{bmatrix}$$

- Matrice K^S obtenue par *python* :

$$[K_{python}^S] = \begin{bmatrix} 0.96 & -0.13 & 0.03 & 0.09 & 0.0 & -0.03 \\ -0.03 & 0.87 & -0.06 & -0.06 & -0.04 & 0.0 \\ 0.0 & 0.47 & 0.68 & 0.07 & 0.0 & -0.03 \\ -0.47 & -0.57 & -0.54 & 0.24 & -0.5 & 0.3 \\ 0.07 & -0.03 & -0.01 & -0.01 & 0.24 & 0.0 \\ 0.23 & -0.01 & 0.13 & -0.18 & 0.22 & -0.02 \end{bmatrix}$$

ANNEXE B – NOTE DE CALCUL – RÉSISTANCE DES BUTONS

Cette note de calcul permet de connaître la disposition des boutons dans la structure selon différents critères, en se basant sur les mesures réalisées sur chaque bambou (aire de la section moyenne, aire de la section la plus faible, ...).

B.1 Critères de résistance

Pour déterminer la force maximale que le bouton peut supporter, nous étudions deux critères :

1. Résistance au flambement :

La résistance au flambement pour des boutons en bambou peut être calculée de 2 manières différentes, nous commençons par calculer analytiquement la résistance de chaque bambou suivant ces 2 lois de comportement et plus tard sur base des résultats expérimentaux des essais au flambement, nous choisirons une loi en particulier :

- **La force critique d'Euler N_{crit}** : Il s'agit de la force critique de flambement calculée à l'aide de la formule d'Euler. Dans ce cas, nous prenons en compte la section moyenne plutôt que la section minimale, car le flambement est un phénomène qui se produit sur l'ensemble de l'élément et non localement :

$$N_{crit} = \frac{\pi^2 E I_{moy}}{L_f^2} \quad (B.1)$$

Où :

- N_{crit} est la force critique au flambement ;
- E est le module de Young du bambou ;
- I_{moy} est le moment d'inertie de la section moyenne du bambou ;
- L_f est la longueur de flambement du bambou.

- **La force critique de flambement selon l'Eurocode $N_{b,Rd}$** : Il s'agit de la force critique de flambement donnée par l'Eurocode. Encore une fois, nous utilisons la section moyenne plutôt que la section minimale, car le flambement est un phénomène global :

$$N_{b,Rd} = f_{c,0,d} \cdot k_c \cdot A_{moy} \quad (B.2)$$

Où :

- $N_{b,Rd}$ est la force critique (Rd pour rupture) au flambement (b pour buckling) selon l'Eurocode ;
- $f_{c,0,d}$ est la résistance à la compression axiale du bambou ;
- k_c est le coefficient critique de flambement ;
- A_{moy} est l'aire de la section moyenne du bambou.

2. Résistance locale

La force critique locale N_{loc} : Il s'agit de la résistance du bambou au niveau de sa section la plus faible (section mesurée entre le cylindre métallique de l'assemblage, d'un diamètre de 114.3 mm, et la section la plus faible du bambou à cet endroit). Nous utilisons la résistance à la compression axiale obtenue à partir des essais de caractérisation ($f_{c,0,d} = 38 [MPa]$) :

$$N_{loc} = \frac{f_{c,0,d} \cdot A_{min}}{\gamma_s} \quad (B.3)$$

Où :

- N_{loc} est la force critique locale obtenue via la loi de Hooke ;
- A_{min} est l'aire de la section minimum du bambou au niveau de l'assemblage métallique,
- $f_{c,0,d}$ est la résistance à la compression axiale du bambou ;

- γ_s est un facteur de sécurité qui prend en compte les imperfections locales du bambou (fissures importantes, répartition non uniforme de la colle au niveau de l'assemblage, ...). Ce facteur a été déterminé empiriquement sur base des valeurs de ruptures des butons **B8** et **NEW4**. Cette analyse se trouve dans la Section B.4.

B.2 La force critique dimensionnante N_{Ed}

Pour chaque bouton, la force dimensionnante N_{Ed} qui ne peut pas être dépassée dans la structure est donc la plus faible parmi les deux critères développés ci-dessus. Elle est définie par l'équation B.4 :

$$N_{Ed} = \min (N_{crit} \vee N_{b,Rd} ; N_{loc}) \quad (B.4)$$

Où :

- N_{Ed} est la force critique dimensionnante également appelée effort axial de calcul ou de design ;
- N_{crit} est la force critique d'Euler ;
- $N_{b,Rd}$ est la force critique au flambement selon l'Eurocode ;
- N_{loc} est la force critique locale ;
- L'opérateur $\vee$ qui correspond au « ou » logique, et sera déterminé une fois que l'on aura déterminé quelle loi de comportement utiliser pour le flambement.

Ensuite, afin de redistribuer les boutons dans la structure, nous avons défini numériquement une charge et une précontrainte qui nous semblaient à la fois challengeantes et réalistes, afin de ne pas atteindre la rupture d'un des éléments de la structure. Les efforts obtenus par *Grasshopper* sous poids propre, sous précontrainte et sous chargement final sont ainsi comparés à l'effort N_{Ed} de chaque bambou.

Si l'équation B.5 est respectée,

$$N_{Ed} \leq N_{num,max} \quad (B.5)$$

Alors le bambou en question peut être positionné à cet emplacement dans la structure ! La justification de la distribution des bambous dans la structure se retrouve dans la Section B.5.

B.3 Exemple – Résistance des butons B8 et NEW4

Dans cette section, nous expliquons la démarche effectuée dans la feuille de calcul Excel intitulée "Résistance et répartition des bambous.xlsx" pour les bambous B8 et NEW4. Cette vérification est nécessaire étant donné que ces deux bambous ont atteint leur rupture lors des essais de flambement et du simplex. L'objectif est de s'assurer que les résultats analytiques de cette feuille de calcul concernant les forces critiques sont sécuritaires par rapport à la force de rupture réellement observée pour ces deux bambous.

B.3.1 Hypothèses de calcul

Les hypothèses de calcul se basent principalement sur les essais de caractérisation effectués :

- Résistance caractéristique à la compression axiale : $f_{c,0,k} = 50 \text{ [MPa]}$;
- Résistance à la compression axiale : $f_{c,0,d} = \frac{f_{c,0,k}}{1.3} = 38 \text{ [MPa]}$;
- Module de Young : $E_{c,0} = 6\,000 \text{ [MPa]}$;
- Classe de flambement du matériau : $\beta_c = 0,2 [-]$.

B.3.2 Données et mesures

Les dimensions mesurées sur les butons B8 et NEW4 sont données par la Figure suivante :

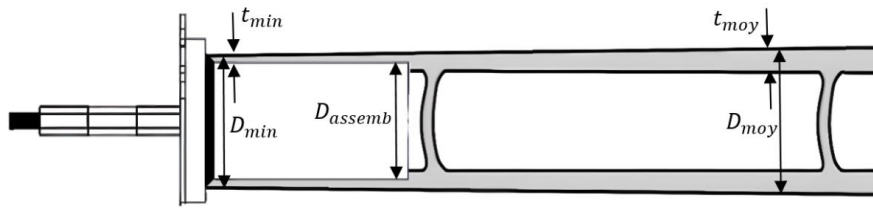


Figure B. 1 – Dimensions d'un bambou

- Longueur de flambement¹⁵ : $L_f = 4\,040\text{ [mm]}$
- Diamètre minimum¹⁶ : $D_{min,B8} = 119\text{ [mm]}$; $D_{min,NEW4} = 138\text{ [mm]}$
- Diamètre moyen¹⁷ : $D_{moy,B8} = 131\text{ [mm]}$; $D_{moy,NEW4} = 144\text{ [mm]}$
- Diamètre assemblage métallique : $D_{assemb} = 114,3\text{ [mm]}$
- Épaisseur minimum¹⁸ : $t_{min,B8} = \frac{1}{2} (D_{min,B8} - D_{assemb}) = 2,3\text{ [mm]}$; $t_{min,NEW4} = \frac{1}{2} (D_{min,NEW4} - D_{assemb}) = 11,8\text{ [mm]}$
- Épaisseur moyenne¹⁹ : $t_{moy,B8} = 0,1 \cdot D_{moy,B8} = 13,1\text{ [mm]}$; $t_{moy,NEW4} = 0,1 \cdot D_{moy,NEW4} = 14,4\text{ [mm]}$

Ce qui nous permet de calculer la section minimale de ces 2 bambous :

$$\Rightarrow \begin{cases} A_{min,B8} = \frac{\pi}{4} (D_{min,B8}^2 - D_{assemb}^2) \\ \quad = \frac{\pi}{4} (119^2 - 114,3^2) = 861,2\text{ [mm}^2\text{]} \\ A_{min,NEW4} = \frac{\pi}{4} (D_{min,NEW4}^2 - D_{assemb}^2) \\ \quad = \frac{\pi}{4} (138^2 - 114,3^2) = 4696,3\text{ [mm}^2\text{]} \end{cases}$$

¹⁵ La longueur de flambement est la longueur de nœud à nœud (boules métalliques).

¹⁶ Le diamètre minimum correspond au diamètre de la section la plus faible au niveau de l'assemblage métallique puisque à cet endroit, le bambou a été creusé pour accueillir l'assemblage.

¹⁷ Le diamètre moyen a été mesuré sur base du périmètre à chaque nœud et inter-nœud du bambou.

¹⁸ L'épaisseur minimum a été considérée comme la différence entre le rayon minimum du bambou là où sa section est la plus faible au niveau de l'assemblage métallique et le rayon de l'assemblage ($r_{assemb} = 57,15\text{ [mm]}$)

¹⁹ L'épaisseur moyenne a été considérée comme 0.1*le diamètre moyen. Nous avons observé cette relation lors de nos essais sur les échantillons en bambou

Pour ce qui est de la section moyenne, on a :

$$\Rightarrow \begin{cases} A_{moy,B8} = \frac{\pi}{4} (D_{moy,B8}^2 - (D_{moy,B8} - 2t_{moy,B8})^2) \\ = \frac{\pi}{4} (131^2 - (131 - 2 \cdot 13.1)^2) = 4819.2 [\text{mm}^2] \\ A_{moy,NEW4} = \frac{\pi}{4} (D_{moy,NEW4}^2 - (D_{moy,NEW4} - 2t_{moy,NEW4})^2) \\ = \frac{\pi}{4} (144^2 - (144 - 2 \cdot 14.4)^2) = 5125.4 [\text{mm}^2] \end{cases}$$

On trouve alors également l'inertie moyenne :

$$\Rightarrow \begin{cases} I_{moy,B8} = \frac{\pi}{64} (D_{moy,B8}^4 - (D_{moy,B8} - 2t_{moy,B8})^4) \\ = \frac{\pi}{64} (131^4 - (131 - 2 \cdot 13)^4) = 8.490 \times 10^6 [\text{mm}^4] \\ I_{moy,NEW4} = \frac{\pi}{64} (D_{moy,NEW4}^4 - (D_{moy,NEW4} - 2t_{moy,NEW4})^4) \\ = \frac{\pi}{64} (144^4 - (144 - 2 \cdot 14.4)^4) = 12.461 \times 10^6 [\text{mm}^4] \end{cases}$$

B.3.3 Force critique au flambement – Loi d'Euler

La force critique suivant la loi d'Euler est donnée par l'équation B.1, on la calcule ainsi directement sur base de l'inertie moyenne et des hypothèses sur les caractéristiques mécaniques du bambou Guadua Angustifolia :

$$\begin{aligned} N_{crit,B8} &= \frac{\pi^2 E I_{moy,B8}}{L_f^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 6000 \cdot 8.490 \times 10^6}{4040^2} \\ &= \boxed{30.8 [\text{kN}]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{crit,B8} &= \frac{N_{crit,B8}}{A_{moy,B8}} \\ &= \frac{30.8 \times 10^3}{4819.2} \\ &= 6.391 [\text{MPa}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{crit,NEW4} &= \frac{\pi^2 E I_{moy,NEW4}}{L_f^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 6000 \cdot 12.461 \times 10^6}{4040^2} \\ &= \boxed{45.2 [\text{kN}]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{crit,NEW4} &= \frac{N_{crit,NEW4}}{A_{moy,NEW4}} \\ &= \frac{45.2 \times 10^3}{5125.4} \\ &= 8.819 [\text{MPa}] \end{aligned}$$

B.3.4 Force critique au flambement – Eurocode 5

L'Eurocode fournit une autre formule pour déterminer la force critique au flambement d'un buton en bambou. Cette formule est donnée par l'équation B.2.

Le coefficient critique de flambement k_c est alors défini par le coefficient de flambement k et l'élanement relatif (également appelé élanement réduit) λ_{rel} :

$$k_c = \begin{cases} \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}} & \text{si } \lambda_{rel} > 0.3 \\ 1 & \text{si } \lambda_{rel} \leq 0.3 \end{cases}$$

Dans le cas où : $\lambda_{rel} > 0.3$, le coefficient de flambement k vaut :

$$k = 0.5(1 + \beta_c(\lambda_{rel} - 0.3) + \lambda_{rel}^2)$$

Où :

- $\beta_c = 0,2$ pour un bois massif (comme dans notre cas).
- L'élanement relatif, λ_{rel} vaut :

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}}$$

L'élanement λ vaut quant à lui :

$$\lambda = L_f \sqrt{\frac{A_{moy}}{I_{moy}}}$$

Pour les bambous B8 et NEW4, les valeurs obtenues à chaque étape sont donc :

- Élanement λ :

$$\begin{aligned} \lambda_{B8} &= 4040 \sqrt{\frac{4819.2}{8.490 \times 10^6}} \\ &= 96.3 [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{NEW4} &= 4040 \sqrt{\frac{5125.4}{12.461 \times 10^6}} \\ &= 81.9 [-] \end{aligned}$$

- Élanement relatif λ_{rel} :

$$\begin{aligned} \lambda_{rel,B8} &= \frac{96.3}{\pi} \sqrt{\frac{50}{6000}} \\ &= 2.798 [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{rel,NEW4} &= \frac{81.9}{\pi} \sqrt{\frac{50}{6000}} \\ &= 2.380 [-] \end{aligned}$$

- Coefficient de flambement k :
Vu que $\lambda_{rel} > 0,3$, dans les 2 cas, on a :

$$\begin{aligned} k_{B8} &= 0.5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,B8} - 0.3) + \lambda_{rel,B8}^2) \\ &= 0.5(1 + 0.2(2.798 - 0.3) + 2.798^2) \\ &= 4.661 [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{NEW4} &= 0.5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,NEW4} - 0.3) + \lambda_{rel,NEW4}^2) \\ &= 0.5(1 + 0.2(2.380 - 0.3) + 2.380^2) \\ &= 3.540 [-] \end{aligned}$$

- Coefficient de flambement critique k_c :

$$k_{c,B8} = \frac{1}{4.661 + \sqrt{4.661^2 - 2.797^2}} \\ = 0.119 [-]$$

$$k_{c,NEW4} = \frac{1}{3.540 + \sqrt{3.540^2 - 2.380^2}} \\ = 0.162 [-]$$

- Force critique au flambement selon l'Eurocode N_{Ed} :

$$N_{b,Rd,B8} = f_{c,0,d} \cdot k_{c,B8} \cdot A_{moy,B8} \\ = 38 \cdot 0.119 \cdot 4819.2 \\ = \boxed{21.8 \text{ [kN]}}$$

$$N_{b,Rd,NEW4} = f_{c,0,d} \cdot k_{c,NEW4} \cdot A_{moy,NEW4} \\ = 38 \cdot 0.162 \cdot 5125.4 \\ = \boxed{31.6 \text{ [kN]}}$$

- Contrainte σ_{Ed} :

$$\sigma_{b,Rd,B8} = \frac{N_{b,Rd,B8}}{A_{moy}} \\ = \frac{21.8 \times 10^3}{4819.2} \\ = 4.523 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{b,Rd,NEW4} = \frac{N_{b,Rd,NEW4}}{A_{moy,NEW4}} \\ = \frac{31.6 \times 10^3}{5125.4} \\ = 6.165 \text{ [MPa]}$$

B.3.5 Essais de flambement - Euler ou Eurocode ?

Dans cette section, nous ne détaillerons pas tous les résultats des essais de flambement, mais nous mettrons en avant ceux qui nous intéressent pour choisir une loi de comportement appropriée, qu'il s'agisse de la loi d'Euler ou de l'Eurocode.

Suite aux essais de flambement réalisés sur 6 bambous, nous pouvons conclure sur le critère de flambement et choisir la force critique au flambement la plus représentative pour nos butons.

Lors de ces essais, nous avons testé les trois bambous les plus faibles que nous avons en notre possession, ainsi que les trois bambous les plus résistants en fonction de leur diamètre. Nous avons donc étudié le flambement pour un effort normal de **45 [kN]** sur les bambous les plus faibles, et de **60 [kN]** sur les bambous les plus résistants.

Concernant les trois bambous les plus faibles, deux d'entre eux (B6 et B8) ont atteint ou dépassé la charge de **45 [kN]**, tandis que le bouton B5 a commencé à flamber de manière significative à partir de **38,2 [kN]**. Nous avons donc interrompu l'essai à ce moment-là, car il aurait été risqué d'atteindre la rupture avec le bouton B5 sans compromettre la quantité de bambou disponible pour la conception de la passerelle finale. Néanmoins, nous avons atteint la rupture avec le bambou le plus faible, à savoir B8, qui a résisté jusqu'à un effort normal de **48,6 [kN]**, bien au-delà de nos estimations/calculs initiaux.

Pour ce qui est des trois bambous les plus résistants, deux d'entre eux (B1 et B12) ont également résisté à un effort normal de **60 [kN]**, tandis que le bouton **B11** a commencé à présenter des fissures significatives à partir de **48,2 [kN]**. Nous avons donc également interrompu l'essai à ce moment-là.

La Table ci-dessous compare les forces critiques au flambement selon la loi d'Euler et l'Eurocode avec les résultats expérimentaux des essais de flambement. Les Figures B.2a et B.2b présentent les courbes d'Euler et de l'Eurocode, ainsi que les résultats expérimentaux obtenus lors des essais de flambement.

Bambous	Force critique [kN]		Force expérimental max [kN]
	Euler - N_{crit}	Eurocode - $N_{b,Rd}$	Essais de flambement - $N_{exp,max}$
<i>Butons les plus faible - Flambement $N=45[kN]$</i>			
B5	42.1	30.0	38.2
B6	40.7	29.0	45
B8	30.8	21.8	48.6
<i>Butons les plus résistant - Flambement $N=60[kN]$</i>			
B1	51.6	36.5	60
B11	51.2	36.2	48.2
B12	52.0	36.9	60

Tableau B. 1 – Comparaison force critique d'Euler et de l'Eurocode avec la force expérimentale essais de flambement

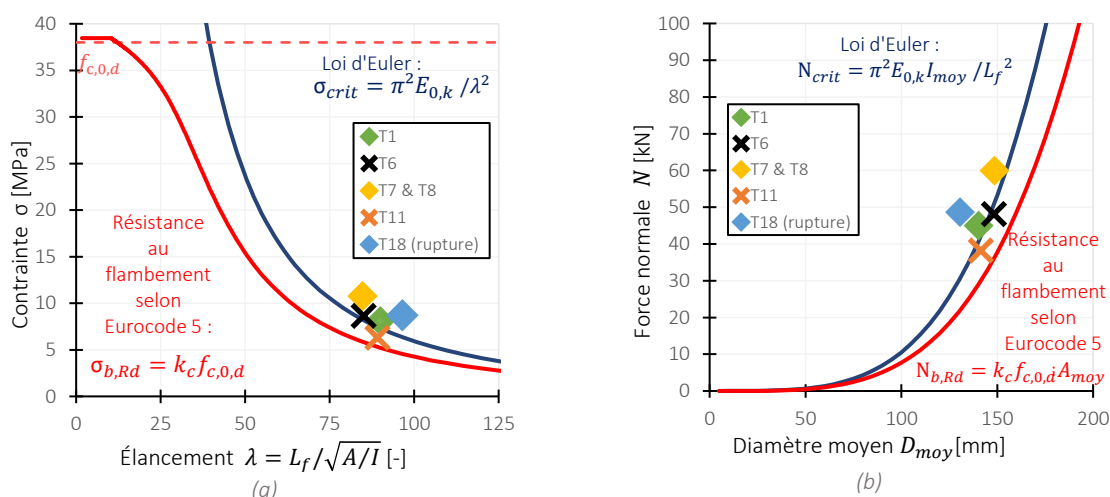


Figure B. 2 – Essais de flambement sur les butons en bambou avec (1) en rouge les courbes de résistance au flambement selon l'Eurocode 5, (2) en bleu les courbes suivant la loi d'Euler, (3) les losanges de couleurs représentent les résultats expérimentaux des butons ayant atteint l'effort normal prédéfini et (4) les croix de couleurs représentent les résultats expérimentaux des butons n'ayant pas atteint les efforts normaux prédéfini

En examinant la Table ci-dessus et les figures précédentes, nous constatons que la loi de l'Eurocode en matière de flambement est beaucoup plus conservatrice que la loi d'Euler. Cependant, nos résultats expérimentaux montrent une tendance à se rapprocher des valeurs et de la courbe d'Euler, tandis que les valeurs obtenues selon l'Eurocode sont un peu trop prudentes. **Par conséquent, nous choisirons d'adopter la loi de comportement au flambement d'Euler pour le dimensionnement et la répartition des butons dans la structure finale.**

B.3.6 Force critique locale

La force critique local se calcule via la Loi de Hooke en considérant le bambou comme un matériau élastique linéaire :

$$F = \sigma \cdot A$$

Dans notre cas, on considérera l'aire minimum étant donné que la rupture se produira là où la section du bambou est la plus faible. Et nous connaissons déjà la contrainte/résistance caractéristique à la compression axiale étant donné les hypothèses ($\sigma = f_{c,0,d}$) :

$$\begin{aligned}
 N_{loc,B8} &= \frac{f_{c,0,d} \cdot A_{min,B8}}{\gamma_s} & N_{loc,NEW4} &= \frac{f_{c,0,d} \cdot A_{min,NEW4}}{\gamma_s} \\
 &= \frac{38 \cdot 861.2}{\gamma_s} & &= \frac{38 \cdot 4696.3}{\gamma_s} \\
 \Rightarrow \gamma_s &= \frac{38 \cdot 861.2}{N_{loc,B8}} & \Rightarrow \gamma_s &= \frac{38 \cdot 4696.3}{N_{loc,NEW4}}
 \end{aligned}$$

Expérimentalement :

- Au cours de l'essai de flambement, le buton **B8** a atteint sa rupture localement au niveau de l'assemblage là où la section de bambou est la plus faible. L'effort local maximal auquel il a résisté vaut :

$$N_{exp, Rd, B8} = N_{loc, B8} = 48.6 \text{ [kN]}$$

- Au cours de l'essai sur le simplex, le buton **NEW4** a également atteint sa rupture localement au niveau de l'assemblage où la section de bambou est la plus faible. L'effort local maximal auquel il a résisté est de :

$$N_{exp, Rd, NEW4} = N_{loc, NEW4} = 60 \text{ [kN]}$$

Connaissant la force critique de ces deux butons, on trouve ainsi le facteur de sécurité γ_s à appliquer à tous les autres butons en prenant le facteur de sécurité le plus sécuritaire des deux (la plus grande valeur). On a alors :

$$\begin{aligned}
 \gamma_{s,B8} &= \frac{38 \cdot 861.2}{48.6 \times 10^3} & \gamma_{s,NEW4} &= \frac{38 \cdot 4696.3}{60 \times 10^3} \\
 &= 0.673 [-] & &= 2.974 [-]
 \end{aligned}$$

On prendra donc comme facteur de sécurité pour la force critique locale des autres butons :

$$\gamma_s \approx 3 [-]$$

On obtient alors la contrainte locale :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{loc,B8} = \sigma_{loc,NEW4} &= \frac{N_{loc,B8}}{A_{min}} \\
 &= \frac{10.91 \times 10^3}{861.2} \\
 &= 12.668 \text{ [MPa]}
 \end{aligned}$$

B.3.7 Force critique dimensionnante

Nous pouvons alors dresser un tableau récapitulatif des différentes forces critique pour les butons B8 et NEW4 :

Bambous	Forces critiques [kN]			Force de rupture expérimentale [kN]
	Local - N_{loc}	Euler - N_{crit}	Eurocode - $N_{b,Rd}$	$N_{exp,Rd}$
B8	11.9	30.8	21.8	48.6
NEW4	59.7	45.2	31.6	60

Tableau B. 2 Forces dimensionnante - Butons B8 et NEW4

À la suite des conclusions réalisées à l'issu des essais de flambement, pour ce qui est du critère de flambement, nous ne nous basons plus sur la force critique de flambement selon mais uniquement sur la loi d'Euler.

- **B8 :**

Pour le bouton B8, la force critique dimensionnante est donc :

$$N_{Ed,B8} = N_{loc,B8} = 11.9 \text{ [kN]}$$

Néanmoins, étant donné que cette force est environ 4 fois plus faible que la véritable force de rupture, on peut conclure que ce critère est très sécuritaire. Il est possible que le facteur de sécurité γ_s , d'environ 3, n'ait pas été nécessaire pour ce bambou. Quant au critère de flambement d'Euler, nous constatons également qu'il offre une marge de sécurité, car la rupture s'est produite à un effort environ 1.6 fois plus élevé. De plus, comme nous avons pu l'observer, la rupture s'est produite localement plutôt que globalement.

- **NEW4 :**

Pour le bouton NEW4, la force critique dimensionnante est donc :

$$N_{Ed,NEW4} = N_{crit,NEW4} = 45.2 \text{ [kN]}$$

Cependant, étant donné que cette force est inférieure d'environ **15 [kN]** par rapport à la véritable force de rupture, on peut conclure que ce critère est sécuritaire. La rupture de ce bouton s'est produite localement au niveau du nœud le plus faible lors de l'essai sur simplex, et nous avons choisi d'utiliser le facteur de sécurité γ_s associé à la rupture de ce bambou, car il offrait une meilleure sécurité que le bambou B8. Ainsi, nous obtenons une valeur de rupture locale $N_{loc} \approx N_{exp,Rd}$ de manière cohérente.

B.4 Distribution des bambous dans la structure

La Table ci-contre reprend les diamètres moyens et minimums sur lesquels se base notre analyse ainsi que les trois forces critiques pour chaque buton. Les forces critiques dimensionnantes N_{Ed} sont mises en évidence. On notera dans ce tableau qu'aucune force critique dimensionnante n'est reprise de la colonne du critère de flambement selon l'Eurocode 5 sur base des conclusions précédente.

Butons	Diamètres		Force crit locale	Force crit - Euler	Force crit - Euro
	D_{min} [mm]	D_{moy} [mm]	N_{loc} [kN]	N_{crit} [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]
B8	119	131	48.6	30.8	21.8
NEW6	130	137	37.5	37.2	26.6
NEW5	131	140	42.5	40.2	28.7
B7	129	140	35.8	40.6	29.0
B6	131	140	41.6	40.7	29.0
B10	137	141	57.1	41.5	29.6
B2	130	141	39.1	42.0	29.9
B5	136	141	53.6	42.1	30.0
NEW3	134	142	48.4	42.3	30.1
B4	131	143	40.0	43.7	31.1
NEW4	138	144	59.7	45.2	31.6
NEW2	136	144	54.5	45.2	32.2
B9	134	144	48.4	45.2	32.2
B3	132	145	43.3	46.8	33.3
B11	144	149	77.8	51.2	36.2
B1	145	149	78.7	51.6	36.5
B12	144	149	76.0	52.0	36.9
NEW1	138	151	60.6	55.0	38.9

Tableau B. 3 – Diamètres minimum et moyen, force critique locale et force critique au flambement suivant Euler et l'Eurocode pour chaque buton. En gris la force dimensionnante N_{Ed} pour chaque buton.

La distribution des bambous dans la structure se retrouve dans la Figure ci-dessous :

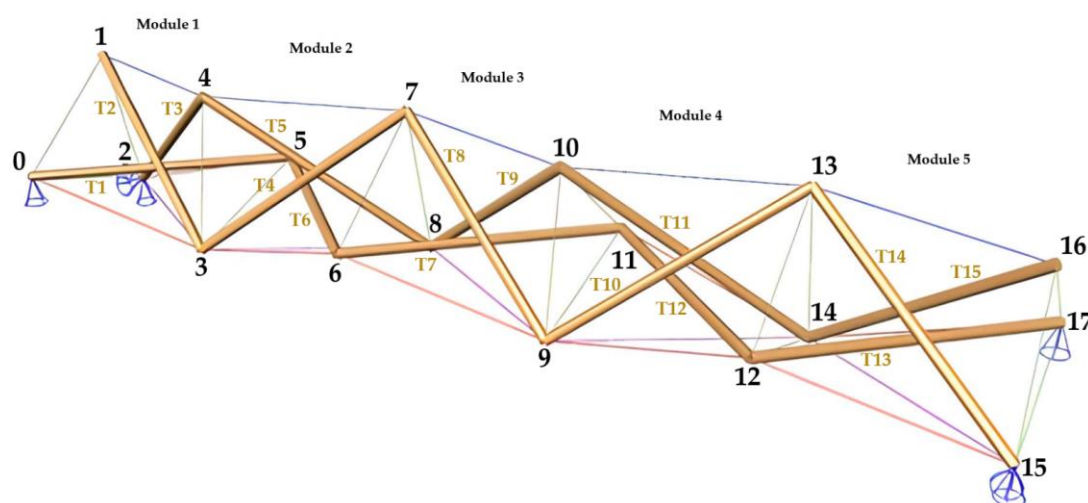


Figure B. 3 – Répartition des bambous dans la structure

Les efforts internes dans chaque bambou obtenus par *Grasshopper* pour les 3 étapes : (1) Sous poids propre uniquement, (2) Sous précontrainte finale (Figure 6.11) et (3) Sous charges (Figure 6.13) sont repris dans la Table ci-dessous. Nous utilisons une nouvelle dénomination pour nos butons dans la structure à savoir T1, T2, ... T15 à la place de la dénomination précédente (B1, B2, ... NEW6).

Butons	Nœuds	Efforts normaux		
		Sous poids propre N_{pp} [kN]	Sous pré-contrainte N_{pc} [kN]	Sous chargement N_{ch} [kN]
T1	0 - 5	-1.2	-11.1	-13.6
T2	1 - 3	2.0	-9.9	-4.3
T3	2 - 4	-2.5	-14	-21.1
T4	3 - 7	-1.2	-26.7	-32.6
T5	4 - 8	1	-24.7	-18
T6	5 - 6	-3.2	-18.2	-27.5
T7	6 - 11	-3.6	-29.5	-42.6
T8	7 - 9	-0.2	-32.7	-32.3
T9	8 - 10	-0.2	-32.7	-32.3
T10	9 - 13	1.1	-24.7	-18
T11	10 - 14	-1.2	-26.7	-32.7
T12	11 - 12	-3.1	-18.2	-27.5
T13	12 - 17	-1.2	-11.1	-13.6
T14	13 - 15	-2.5	-14	-21.1
T15	14 - 16	2	-9.9	-4.3

Tableau B. 4 – Efforts normaux dans les butons obtenus numériquement

Pour optimiser la distribution des charges sur la structure et permettre à celle-ci de supporter des charges plus importantes, nous positionons les bambous les plus résistants là où les efforts normaux obtenus par le logiciel numérique *Grasshopper* sont les plus élevés. Dans le tableau suivant, nous analysons l'effort le plus important des trois étapes énoncées plus haut.

Butons	Ancienne dénomination	Force critique	Force max	Taux de sollicitation
		N_{Ed} [kN]	$N_{num,max}$ [kN]	$N_{num,max} / N_{Ed}$ [%]
T1	B6	40.7	13.6	33%
T2	B2	39.1	9.9	25%
T3	NEW5	40.2	21.1	52%
T4	NEW1	55.0	32.6	59%
T5	B9	45.2	24.7	55%
T6	B11	51.2	27.5	54%
T7	B12	52.0	42.6	82%
T8	B1	51.6	32.7	63%
T9	NEW2	45.2	32.7	72%
T10	B10	41.5	24.7	60%
T11	B5	42.1	32.7	78%
T12	NEW3	42.3	27.5	65%
T13	B4	40.0	13.6	34%
T14	B3	43.3	21.1	49%
T15	NEW6	37.2	9.9	27%

Tableau B. 5 – Résistance et taux de sollicitation des butons dans la structure à l'étape la plus critique

En conclusion, selon les critères utilisés, aucun des bambous ne sera sollicité à plus de 100% lors du chargement de la structure. Il est important de noter que nous avons pris en compte le critère d'Euler au flambement plutôt que le critère de l'Eurocode, qui est plus restrictif. Cependant, nous sommes confiants quant à cette approche, compte tenu des essais de flambement réalisés et des résultats obtenus. De plus, jusqu'à présent, nous n'avons observé que des ruptures locales des éléments, ce qui renforce notre confiance dans cette hypothèse.

ANNEXE C – MISES EN PLACE DES ESSAIS DE CARACTÉRISATION

Cette annexe décrit les mises en place des essais développées dans le chapitre 4, à savoir la mise en place :

- Des essais de compression et fluage des **échantillons en bambou** ;
- Des essais au flambement des **butons en bambous** ;
- Des essais de mise en tension et relaxation des **cordes marines** ;
- Des essais de mise en tension des **sangles à cliquets** ;
- Des essais de mise en tension des **câbles en acier** ;
- Des essais réalisés sur un **tendeur**.

C.1 Échantillons de bambous

C.1.1 Échantillons

Les chaumes de bambou qui proviennent des chutes des butons utilisés dans la structure n'ont pas été coupés avec soin, et leurs faces ne sont ni parallèles ni parfaitement planes, comme illustré dans la Figure C.1. Ces différences sont également reprises dans la TABLE C.1. La norme ISO 22157-*Détermination des propriétés physiques et mécaniques des tiges de bambou* [33] exige que les plans d'extrémité des échantillons soient parallèles entre eux et perpendiculaires à l'axe longitudinal de l'échantillon. De plus, ces plans doivent être plats, avec un écart maximal de 1 % du diamètre.

En outre, le rapport de hauteur recommandé par la norme ISO 22157 n'est pas respecté : $L_{rec} = \min(10 \cdot t, d)$, comme le démontre le Tableau C. 2. D'après les Tableau C. 1 et Tableau C. 2, aucun de nos échantillons ne satisfait à la norme ISO 22157. Cependant, l'échantillon le plus susceptible de nous fournir des valeurs valides pour notre étude, vis à vis du parallélisme de ces faces, est l'échantillon E3. Alors que pour ce qui est de la hauteur recommandée, c'est l'échantillon E5.



Figure C. 1 – Non-parallélisme des faces

	Symbole	Échantillon					Unité
		E1	E2	E3	E4	E5	
Écart max	δ_{max}	1,3	1,2	1,3	1,3	1,5	[mm]
Écart réel	$\delta_{réel}$	3,9	2,5	1,8	3,4	2,7	

Tableau C. 1 – Non-parallélisme des faces réel $\delta_{réel}$ et maximal δ_{max}

Symbole	Échantillon	Unité
---------	-------------	-------

		E1	E2	E3	E4	E5	
Écart max	δ_{max}	120	118	120	120	146	[mm]
Écart réel	$\delta_{réel}$	82	89	93	104	140	

Tableau C. 2 – Comparaison hauteur réel et auteur recommandée des échantillons par la norme ISO 22157

Conclusion des mesures réalisées sur nos échantillons en bambou :

En résumé, notre étude est basée sur des échantillons imparfaits ne satisfaisant pas aux critères de la norme ISO pour les essais sur le bambou. En conséquence, il convient de considérer les résultats de ces essais avec prudence.

C.1.2 Machines

Les essais de caractérisation sur les échantillons en bambou se sont déroulés au LEMSC et ont nécessité 2 machines (pour leurs caractéristiques techniques, cf. [44]) :

- **Essais de fluage** : Machine universelle électromécanique Zwick 250 [kN]
- **Essais de compression** : Machine servo-hydraulique universelle Instron 500 [kN]

C.1.3 Essais de fluage

Rappel

Pour rappel, le fluage correspond à la déformation progressive et permanente d'un élément lorsqu'il est soumis à une contrainte constante, même si cette contrainte est inférieure à sa limite d'élasticité. Cette déformation se produit au fil du temps et devient irréversible.

La courbe de fluage permet généralement de différencier trois stades de fluage avant la rupture :

- Le **fluage primaire** qui correspond à une décroissance de la vitesse de déformation avec le temps ;
- Le **fluage secondaire** qui se caractérise par une vitesse de déformation constante ;
- Le **fluage tertiaire** qui apparaît uniquement dans les essais menés sous charge constante.

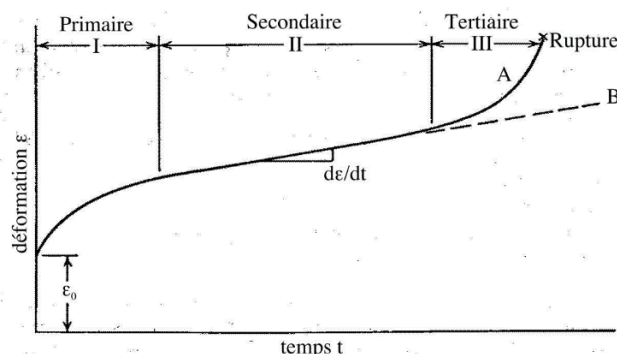


Figure C. 22 – Illustration du phénomène de fluage [34] : Courbe de fluage typique présentant les trois stades du fluage. La courbe A correspond à un essai sous charge constante ; la courbe B correspond à un essai sous contrainte constante. [1]

Protocole

L'essai se déroule selon les étapes suivantes :

1. Mesure initiale et placement de l'échantillon au milieu des plateaux de la *Machine universelle Zwick 250 kN* du LEMSC et mise en contact des deux plateaux et deux surfaces de l'échantillon.



3

Figure C. 3 – Échantillon dans la machine Zwick 250 kN

2. Chargement continu contrôlé en force pour atteindre 25 % de la force caractéristique F_k (force de rupture théorique) de chaque échantillon calculé via :

$$F_{fluage} = 0.25 \times F_k = 0.25 \times f_{c,0,k} \cdot A_{moy} \quad (\text{avec } f_{c,0,k} = 57 \text{ [MPa]}) \quad (C.1)$$

3. L'échantillon est alors soumis à F_{fluage} et la première mesure du fluage est obtenue par acquisition des données de la *machine Zwick 250 kN* via la formule C.2 sur une durée de 3 à 6h en fonction des échantillons.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_{tot} - \varepsilon_0}{\Delta t} \quad (C.2)$$

4. A la fin de l'essai, l'échantillon est remesuré via un pied à coulisse, cette mesure est alors comparée à la dimension initiale de l'échantillon et permet d'en déduire la déformation liée au fluage global de l'échantillon :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{L_{moy,0} - L_{tot}}{L_{moy,0}} \cdot \frac{1000}{\Delta t} \quad (C.3)$$

C.1.4 Essais de compression simple

Le dispositif d'essai de compression selon la norme ISO 22157 est donné par la Figure C. 4 :



Figure C. 4 - Echantillon E5 dans la machine de compression Instron 500 [kN]

L'essai se déroule selon les étapes suivantes :

1. Placement de l'échantillon au milieu des plateaux de la *Machine INSTRON 500 kN* du LEMSC et mise en contact des deux plateaux avec les deux surfaces de l'échantillon.
2. Chargement continu contrôlé en déplacement pour atteindre la rupture de l'échantillon entre 3 et 7 minutes comme recommandé par la norme ISO 22157.
3. A l'issue de l'essai, on obtient la résistance à la compression $f_{c,0,k}$ ainsi que le module de Young $E_{c,0}$ qui est donné par l'équation C.4 :

$$E_{c,0} = \frac{F_{60\%} - F_{20\%}}{A \cdot (\varepsilon_{60\%} - \varepsilon_{20\%})} \quad (C.4)$$

C.2 Butons

C.2.1 Échantillons

Au total 6 butons sont testés. Pour le choix des bambous utilisés, nous avons opté pour les trois butons présentant la section la plus importante, ainsi que trois butons avec la section la plus faible. C'est-à-dire, les trois plus résistants et les trois plus faibles en notre possession.

Afin de déterminer les sections des butons, nous avons mesuré le périmètre à chaque nœud et à chaque inter-nœud des chaumes en bambou à l'aide d'un mètre ruban, comme illustré dans la Figure C. 5. Ensuite, nous avons calculé le périmètre moyen du bouton en prenant la moyenne des périmètres mesurés le long du chaume en bambou.

Il convient de souligner que, pour cette expérience, nous avons utilisé le périmètre moyen plutôt que le périmètre minimum, car le flambement est un phénomène qui agit sur l'ensemble du bouton et non de manière locale.



Figure C. 5 – Mesure du périmètre d'un nœud

Le diamètre moyen de l'échantillon a été obtenu en utilisant l'équation C.5, qui permet de relier le périmètre moyen du bouton à son diamètre moyen :

$$P_{moy} = \pi \cdot D_{moy} \Rightarrow D_{moy} = \frac{P_{moy}}{\pi} \quad (C.5)$$

Au cours de notre série de tests sur les échantillons en bambou, nous avons constaté que la nature suit une tendance cohérente, car pour tous les échantillons, le rapport épaisseur/diamètre : $t_{moy}/D_{moy} \approx 0.1$. Ce constat nous permet de déterminer la section moyenne de tous nos butons :

$$A_{moy} = \pi \cdot \frac{D_{moy}^2 - (D_{moy} - t_{moy})^2}{4} \quad (C.6)$$

Ce qui nous a permis d'obtenir le tableau ci-dessous :

Buton	Périmètre	Diamètre	Section
	P_{moy}	D_{moy}	A_{moy}
	[mm]	[mm]	[mm]
T1	441	140	5 570
T2	444	141	5 651
T3	439	140	5 529
T4	475	151	6 463
T5	452	144	5 865
T6	467	149	6 239
T7	469	149	6 297
T8	467	149	6 246
T9	452	144	5 865
T10	443	141	5 618
T11	444	141	5 658
T12	445	142	5 669
T13	448	143	5 761
T14	456	145	5 967
T15	431	137	5 317
T16	453	144	5 868
T17	440	140	5 555
T18	411	131	4 827

Tableau C. 3 – Dimensions des boutons (en gris ceux utilisés pour les essais au flambement)

Les boutons sélectionnés sont mis en évidence dans le Tableau C.3. Cependant, on observe que le bouton T4 présente un diamètre moyen plus important que T6, T7 et T8, tandis que T15 et T17 ont des diamètres plus petits que T1 et T11. Les échantillons T4 et T17 n'ont pas été soumis aux tests, car au moment des essais, ces boutons n'avaient pas encore été livrés.

C.2.2 Défaut de rectitude

Avant de débuter les essais, il est nécessaire de connaître le défaut de rectitude initial δ_0 (Figure C. 6) de chacun des six boutons.

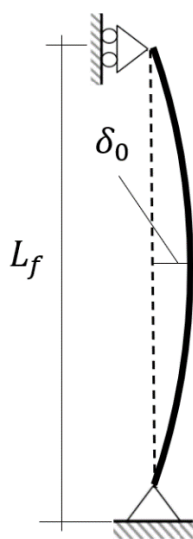


Figure C. 6 – Défaut de rectitude initial δ_0

Dans le cadre de cette étude, nous avons procédé à une mise en place minutieuse d'une fine corde, tendue d'une extrémité à l'autre du bambou. Cette corde a été soigneusement alignée aux tiges filetées des deux assemblages, chacun étant positionné avec précision dans l'axe du bambou. La corde ainsi positionnée représente l'axe du buton, tandis que le scotch blanc apposé sur le bambou indique le milieu de sa longueur de flambement.

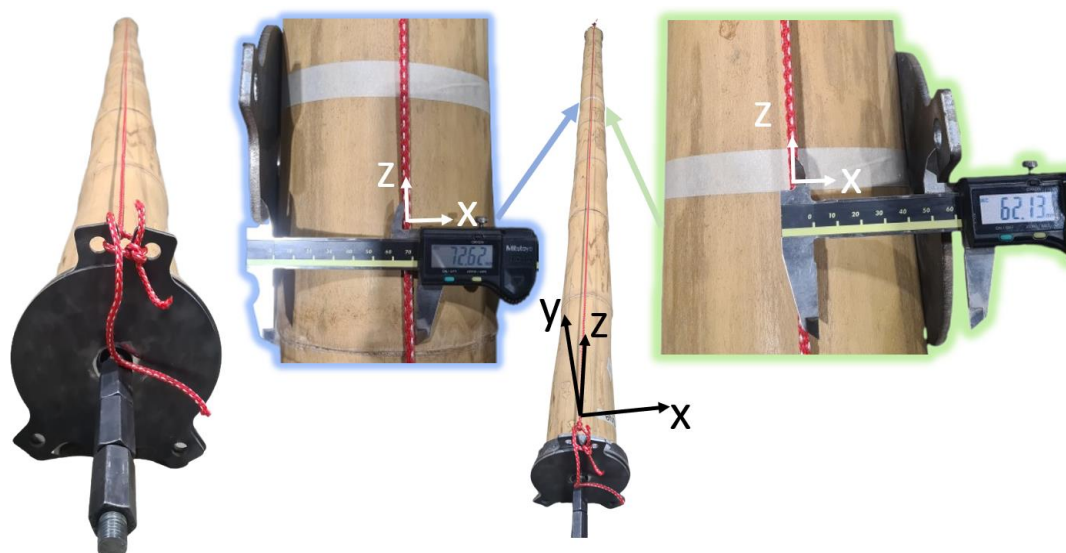


Figure C. 7 – Défaut de rectitude du bambou T11 selon l'axe des x

À cet emplacement, nous avons relevé le défaut de rectitude du bambou à l'aide d'un pied à coulisse, comme illustré dans la Figure C. 7. Nous avons réalisé ces mesures dans le plan qui, à l'œil nu, semblait présenter le plus grand défaut de rectitude. Le bambou est ensuite tourné de 90° pour effectuer les mêmes mesures. Nous répétons ces relevés trois fois jusqu'à ce que nous revenions à nos premières mesures après un tour complet du bambou, permettant ainsi de confirmer nos résultats dans les deux plans x et y .

Dans l'exemple précédent, la corde (représentant l'axe du bambou) se trouve à $62,13 \text{ [mm]}$ de l'extrémité droite et à $72,62 \text{ [mm]}$ de l'extrémité gauche du bambou, ce qui indique un défaut de rectitude le long de l'axe des x de $\delta_{0,x} = 62 \text{ [mm]} - 73 \text{ [mm]} = -11 \text{ [mm]}$. Pour déterminer $\delta_{0,y}$, il suffit de faire tourner le bambou de 90° et de répéter l'opération. Pour trouver le défaut de rectitude maximal, et donc celui qui provoquera logiquement le flambement dans son plan, nous utilisons la formule suivante :

$$\delta_0 = \sqrt{\delta_{0,x}^2 + \delta_{0,y}^2} \quad (C.7)$$

Ces défauts de rectitudes sont repris dans le Tableau C. 4

	Axe des x	Axe des y	Excentricité max
	$\delta_{0,x}$	$\delta_{0,y}$	δ_0
	[mm]	[mm]	[mm]
T1	26	-1	26
T6	15	-8,5	17
T7	3	5,5	6
T8	4	-22	22
T11	-11	-2	12
T18	-15	-1	15

Tableau C. 4 – Excentricité dans les butons

C.2.3 Protocole

L'essai se déroule selon les étapes suivantes :

1. **Préparation des échantillons** : avant de commencer les essais, nous avons procédé à la mesure du diamètre et de la section moyenne de nos bambous, ainsi que du défaut de rectitude. De plus, nous avons fixé des plaques en aluminium à mi-longueur de flambement, permettant au capteur de déplacement LVDT (Transformateur Différentiel Linéaire à Variables) d'une course de 200 mm, de mesurer le flambement du bambou pendant l'essai (Figure C. 8).



Figure C. 8 – Instrumentation de l'essai de flambement : 4 capteurs de déplacement LVDT (Linear Variable Differential Transformer) d'une course minimum de 100 [mm]

2. Essai expérimental :

L'essai s'est déroulé en trois étapes :

- Essai de flambement jusqu'à 45 [kN] de 2 des 3 butons les moins résistants : **T1** et **T11**
- Essai de flambement jusqu'à 60 [kN] des 3 butons les plus résistants : **T6, T7** et **T8**
- Essai de flambement jusqu'à la rupture du bouton le plus faible : **T18**

Les valeurs de 45 [kN] et 60 [kN] sont sélectionnées en accord avec les spécifications définies dans le mémoire de l'année précédente, compte tenu du dimensionnement et des charges envisagées pour la structure finale.

Toutes ces expériences sont réalisées à l'aide d'un vérin hydraulique contrôlé en déplacement jusqu'à atteindre l'effort normal attendu. Après quoi, le bouton est déchargé.

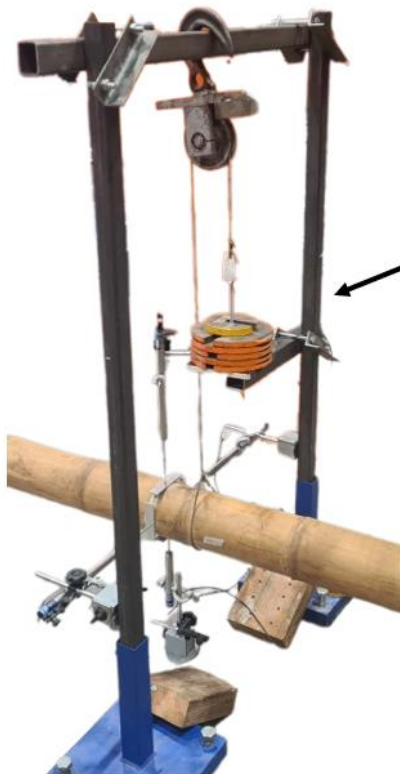
C.2.4 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est illustré dans la Figure C. 9. En raison de la taille de nos échantillons, les portiques du laboratoire LEMSC ne sont pas en mesure de réaliser l'essai de flambement verticalement, comme nous l'aurions souhaité. Cependant, grâce à l'expertise des techniciens, nous avons pu mettre en place un dispositif horizontal équivalent. Celui-ci se compose des éléments suivants :

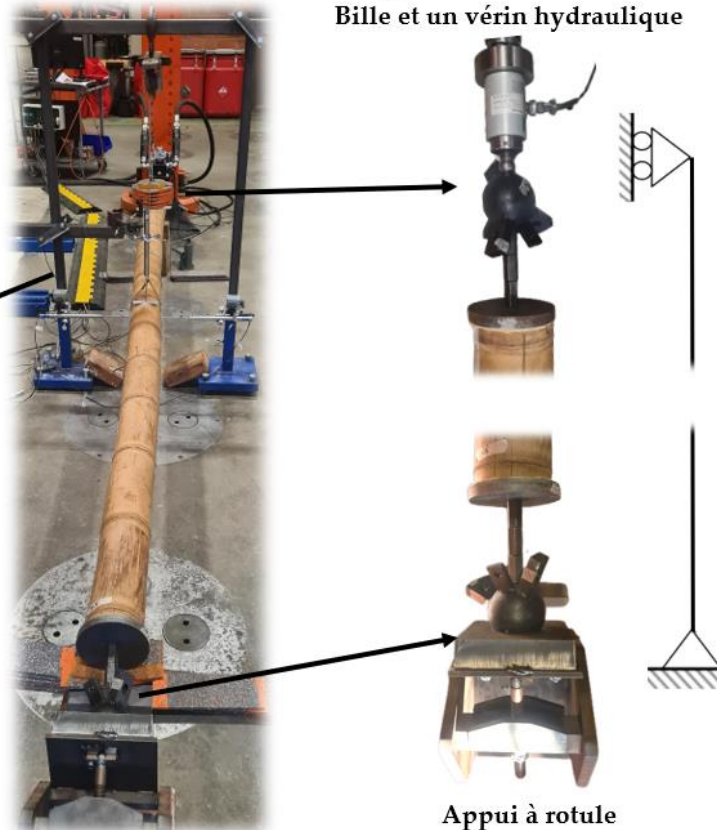
- Un portique situé à mi-longueur de flambement, supportant les 4 capteurs de déplacement LVDT ainsi qu'un contre-poids d'une masse équivalente à celle du bouton. Ce contre-poids permet de prendre en compte l'effet de la gravité, comme il le serait dans un essai de flambement vertical.
- Un appui à rouleau rotulé, constitué d'un nœud, d'une bille et d'un vérin hydraulique. Cet appui permet l'application de la charge en permettant uniquement un mouvement horizontal dans l'axe du bambou.
- Un appui à rotule fixé au sol, permettant uniquement une rotation du bouton sur son axe, sans autoriser tout déplacement vertical ou horizontal.

Grâce à ce dispositif, nous sommes en mesure de réaliser un essai de flambement horizontal équivalent à un essai de flambement vertical.

Portique contre-poids avec 4 capteurs de déplacement LVDT



Appui à rouleaux rotulé : Bille et un vérin hydraulique



Appui à rotule

Figure C. 9 – Dispositif expérimental de l'essai de flambement

C.2.5 Imprévu

Lors des essais de flambement sur les boutons en bambou, un phénomène problématique a rapidement été observé : les tiges des assemblages sur lesquelles trois manchons M16 en acier sont vissés présentent un flambement local important dès 15 [kN] de compression. En effet, des rotules se forment aux interfaces de chaque manchons et l'épaisseur qu'ils proposent est insuffisante (voir Figure C. 10).



Figure C. 10 – Flambement de la tige d'assemblage

Afin de contrer ce problème, les manchons ont été remplacés par des tubes de CPT aux bonnes dimensions, et soudés aux plaques d'embouts. Ce nouveau système permet à l'embout de résister à plus de 60 [kN] de compression au flambement (Figure C. 11).

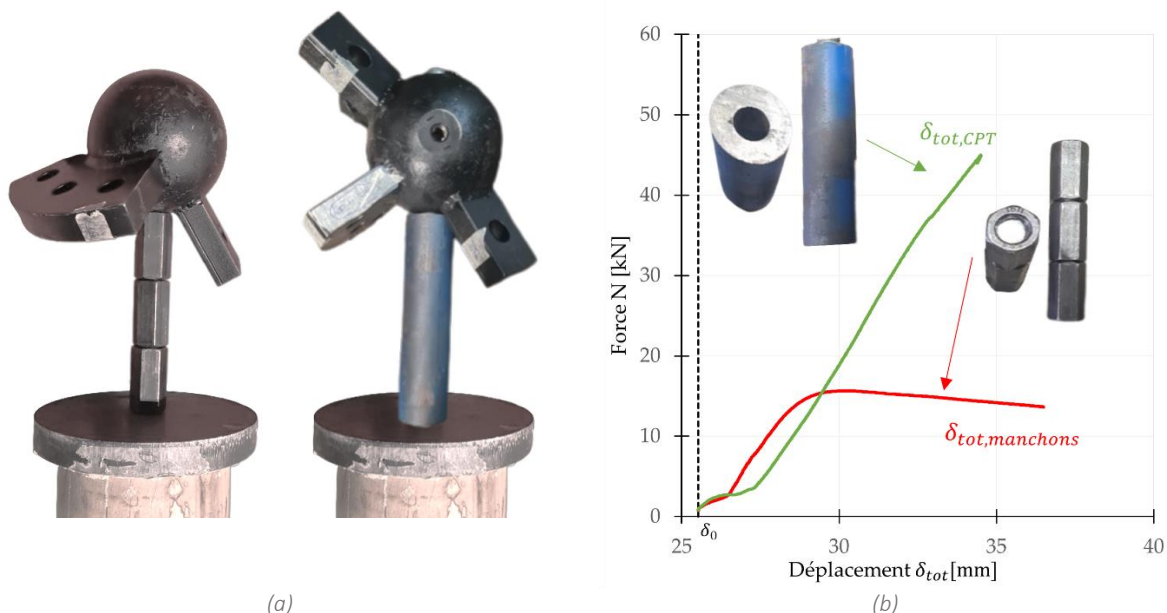


Figure C. 11 – Remplacement des manchons par des tubes CPT (a) Comparaison visuelle, (b) Résultats force - déplacement pour le bouton T1 avec les anciens manchons et le nouveau manchon

C.3 Câbles en cordes marines

Les essais réalisés sur les cordes sont détaillés au point 4.1.3. Ce point détaille la mise en place des essais sur les câbles en corde marine.

Dans un premier temps, les neuf échantillons sont remis à la longueur prévue L_{loose} en maniant leurs épissures.



Figure C.1.3. 5- Élaboration d'une épissure

Dans un second temps, l'échantillon est placé dans un dispositif de mise en tension.

Ce dispositif comprend un vérin d'une capacité de force de 100 tonnes et d'une course d'un mètre auxquels sont rattachée la première extrémité des cordes par une manille comprise dans la longueur de test. L'autre extrémité est rattachée au plancher par une barre en acier S235.

Le vérin induit une mise en tension en remontant à une vitesse contrôlée en déplacement à 25 [mm/min], tel que défini par la norme ISO 2307 [45].

La figure suivante détaille la mise en place de l'essai décrite ci-avant :

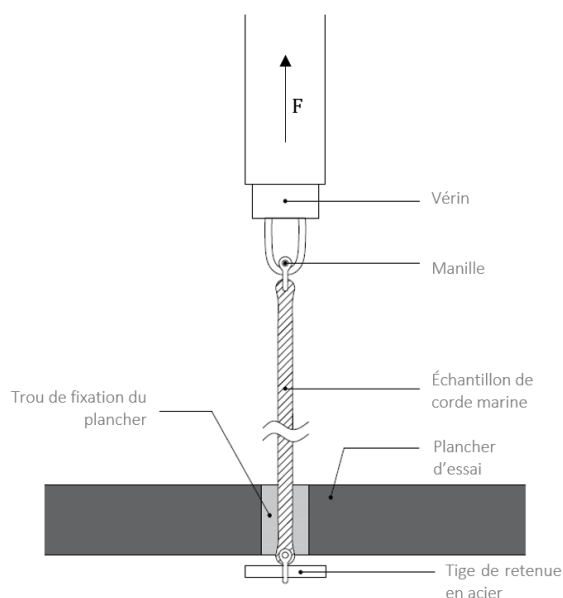


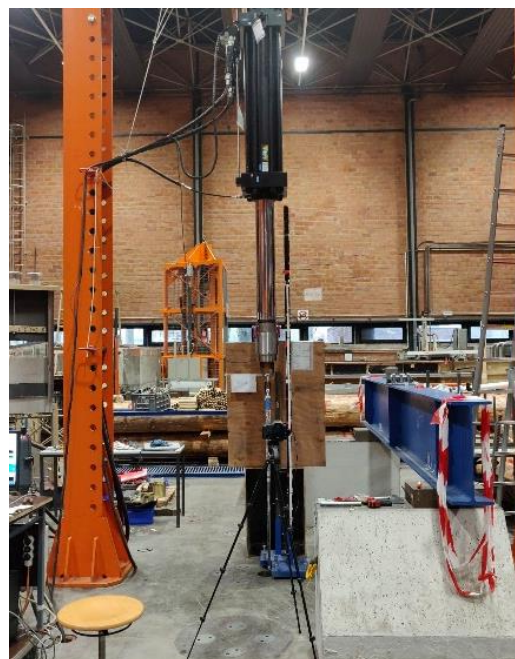
Figure C.1.3. 6 - Dispositif expérimental de l'essai de caractérisation des cordes marines

S'ajoute au dispositif de mise en tension un appareil prenant des photos à intervalle régulier et un mètre placé à côté de l'échantillon qui permettent de vérifier à posteriori l'allongement de la corde.

Les photos suivantes présentent un aperçu général de la mise en place de l'essai :



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure C.1.3. 7 - Photos de la mise en place des essais de caractérisations des cordes marines : (a) et (b) Vue du plancher avec appareil photo pour les mesures, (c) Tige de retenue sous le plancher et (d) corde et mètre de mesure

C.4 Sangles à cliquet

Le dispositif des essais de mise en tension réalisés sur les sangles est semblable au dispositif des essais sur les cordes (Figure C. 12) à l'exception des assemblages sous le plancher. En effet, l'extrémité de la sangle présente une section trop large pour passer dans les trous du plancher. Un système de retenue plus bas que l'extrémité du trou du plancher permet de retenir la sangle.

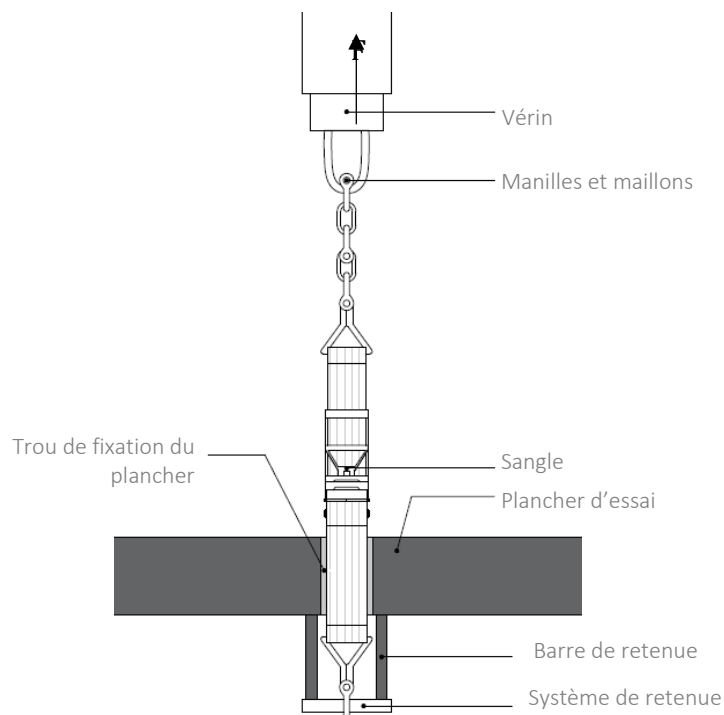


Figure C. 12 – Dispositif expérimental de l'essai de caractérisation des sangles à cliquet

La Figure C. 14 illustre la mise en place de l'essai.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure C. 13 – Photos de la mise en place des essais de caractérisations des sangles à cliquet : (a) et (b) Vue du plancher, (c) sangle et mètre de mesure, (d) Système de retenue sous le plancher

C.5 Câbles en acier

Le dispositif des essais de mise en tension réalisés sur les câbles en acier est semblable au dispositif des essais sur les cordes (Figure C. 14).

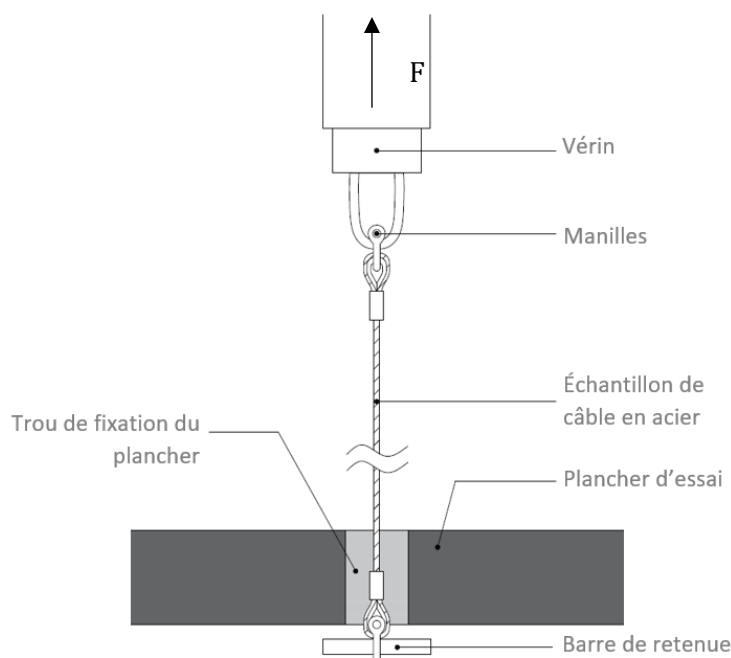


Figure C. 14 – Dispositif expérimental de l'essai de caractérisation câbles en acier

La Figure C. 15 illustre la mise en place des essais réalisés sur les câbles en acier :



(a)



(b)

Figure C. 15 – Photos de la mise en place des essais de caractérisations des câbles en acier : (a) Vue du plancher, (b) Zoom sur le vérin et le capteur laser

C.6 Tendeurs

Le dispositif de l'essai sur les tendeurs comporte un vérin dont l'allongement est bloqué et auquel est rattaché le câble tendeur. Les yeux du tendeur sont bloqués afin que seule la partie centrale du tendeur puisse tourner, et ainsi éviter la torsion dans le câble. Une barre en acier nous permet de visser la partie centrale en créant un bras de levier suffisant pour parvenir à facilement y introduire des efforts.

La Figure C. 16 représente le dispositif de mise en place de l'essai.

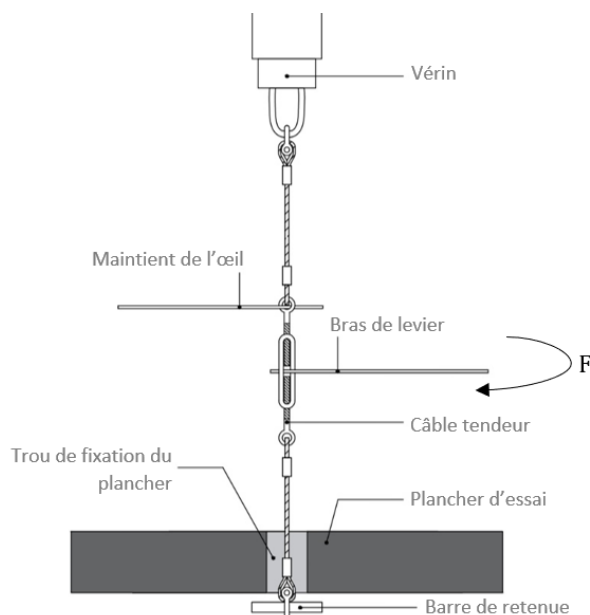
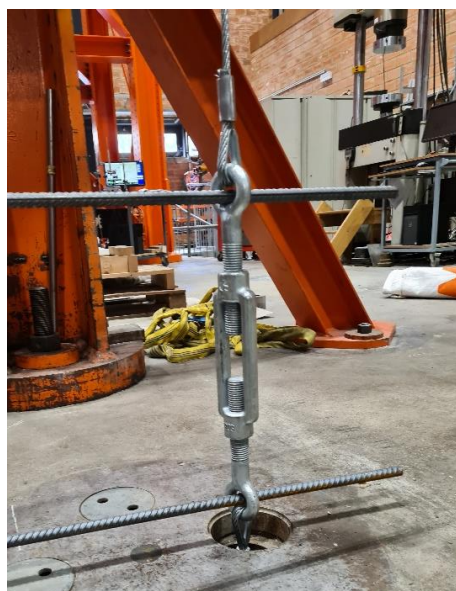
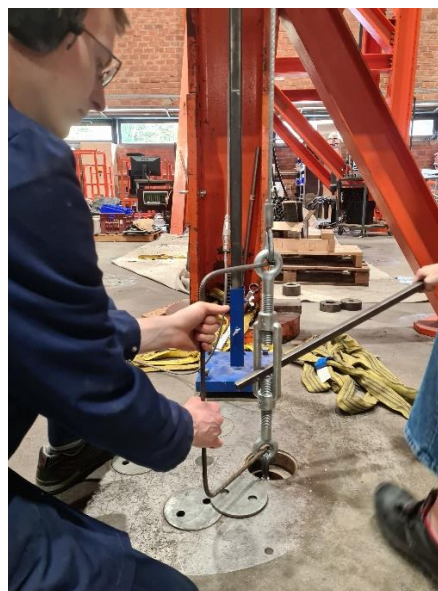


Figure C. 16 – Dispositif expérimental de l'essai de caractérisation du câble en acier avec tendeur

La Figure C. 17 permet d'illustrer le dispositif de mise en place de l'essai :



(a)



(b)

Figure C. 17 – Photos de la mise en place des essais de caractérisations des câbles en acier : (a) Photo du dispositif d'essai, (b) Photo du dispositif en action

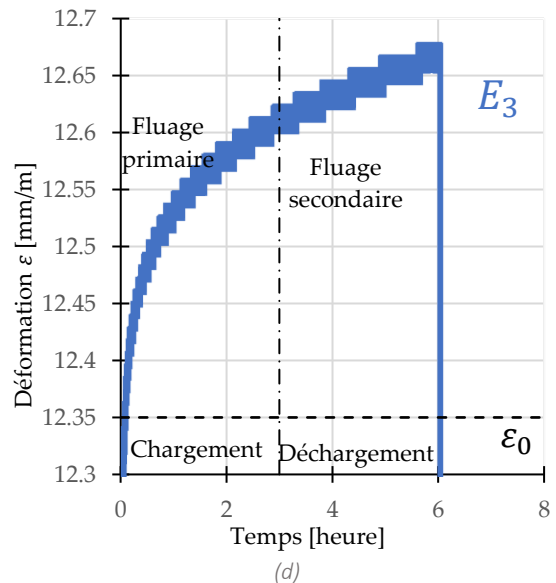
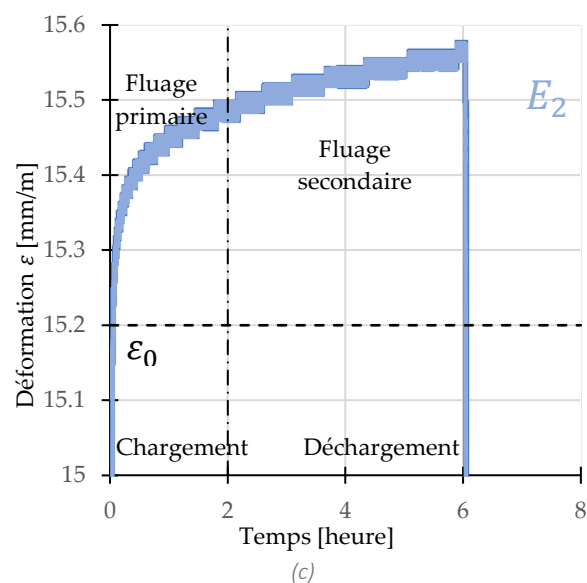
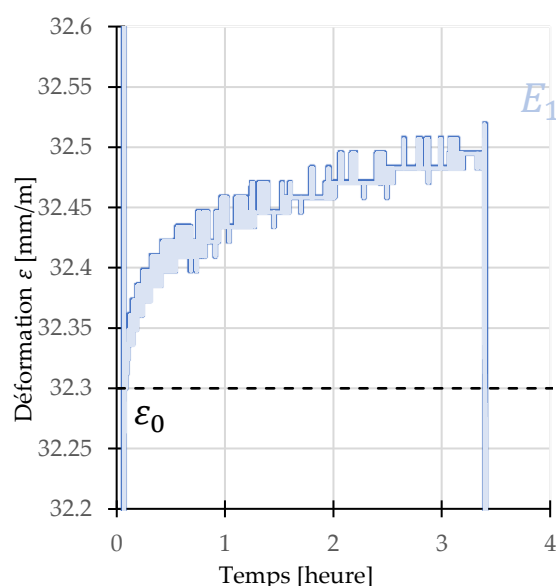
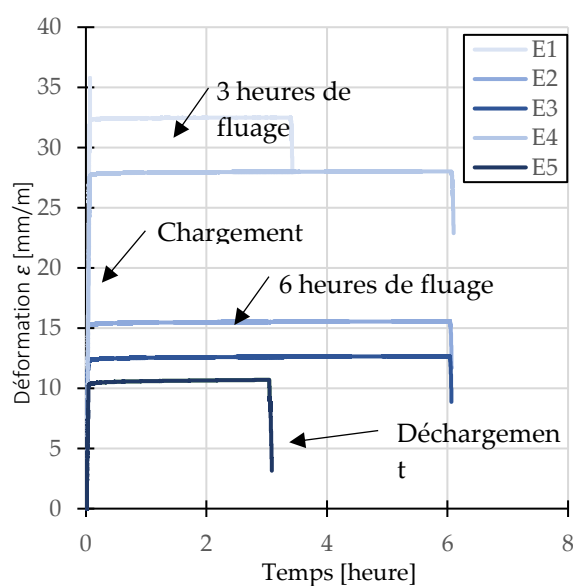
ANNEXE D – RÉSULTATS COMPLETS DES ESSAIS DE CARACTÉRISATION

Cette annexe détaille les résultats complets des essais de caractérisation du chapitre 4.

D.1 Compression des échantillons en bambous

D.1.1 Essais de fluage

Les résultats des essais de fluage sur les échantillons en bambou sont visibles ci-dessous :



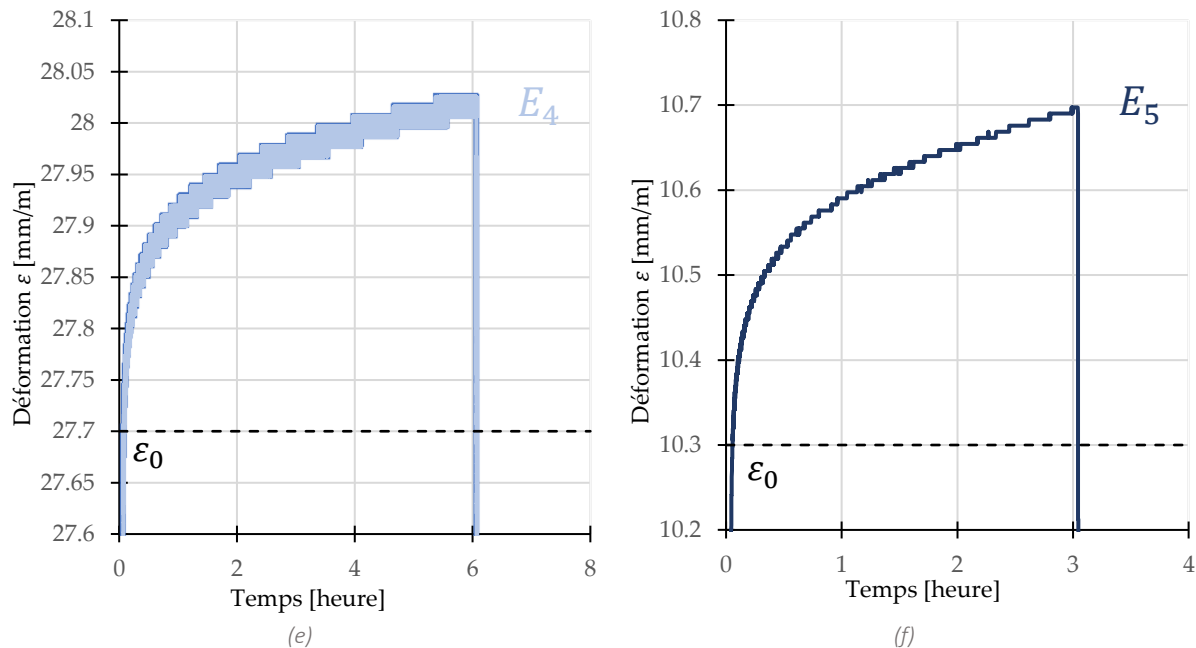


Figure D.1 – Essais de fluage : (a) Tous, (b) Échantillon E1, (c) Échantillon E2, (d) Échantillon E3, (e) Échantillon E4, (f) Échantillon E5

D.1.2 Essais de compression simple jusqu'à la rupture

Les résultats des essais de compression simple jusqu'à la rupture pour l'échantillon **E5** muni de 3 jauges de déplacement sont visibles ci-dessous :

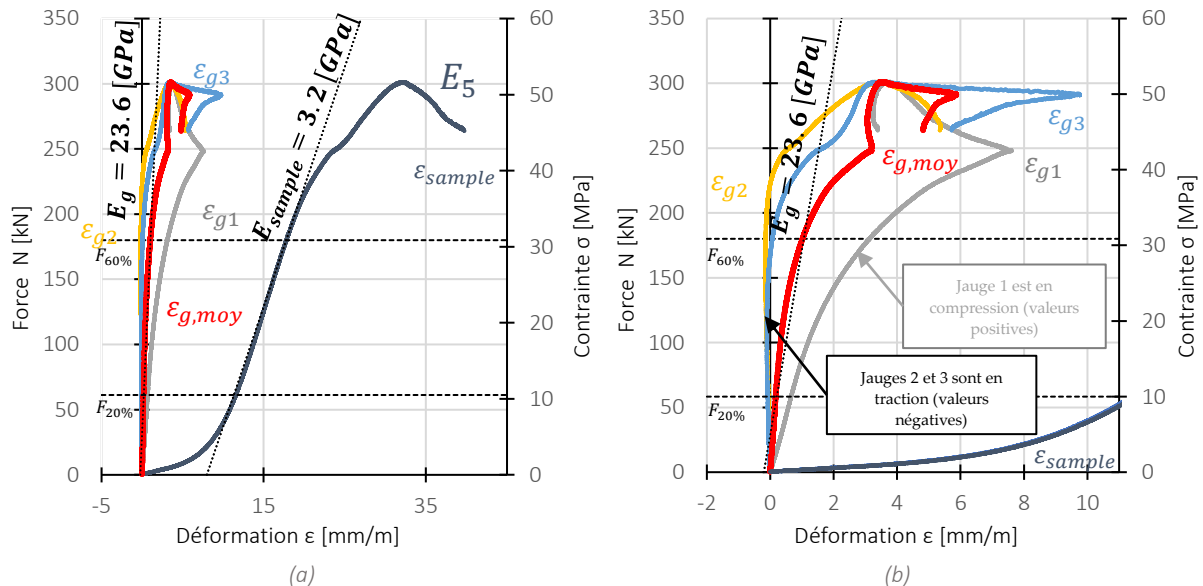
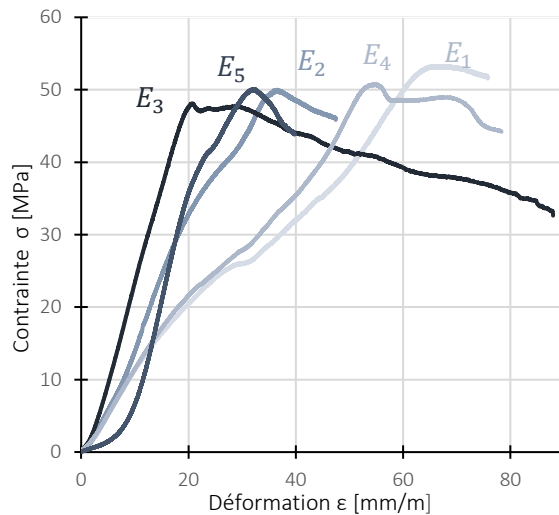


Figure D.2 – Essais de compression simple E5 avec jauges de déformation : (a) Acquisitions machine INSTRON 500 kN et jauges de déformations, (b) Zoom jauges de déformation

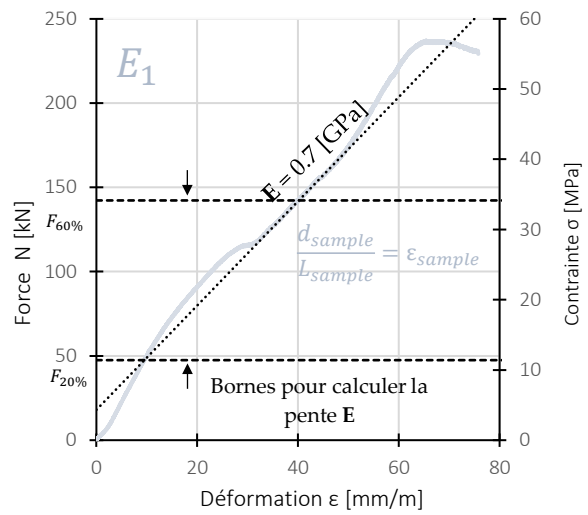
Les Figures ci-dessus montrent qu'au début de l'essai, les jauges 2 et 3 sont en traction et la jauge 1 est en compression. Jusqu'à environ 60% de la force caractéristique F_k (force de rupture), les jauges 2 et 3 sont encore en traction traduisant une déformation plastique du côté de la jauge 1 avant que toute la face supérieure de l'échantillon ne soit complètement en contact avec le plateau de chargement supérieur. Le module de Young ainsi obtenu par les jauges est faussé tout comme celui obtenu par le déplacement de la machine Instron 500 [kN].

La conclusion de ce premier essai sur les échantillons en bambou est qu'ils sont très imparfaits et que la lecture des jauges de déplacement ne permet pas d'en apprendre plus que l'acquisition des données par la machine Instron 500 [kN]. Ainsi, les autres échantillons ne seront pas testés avec des jauges de déplacement.

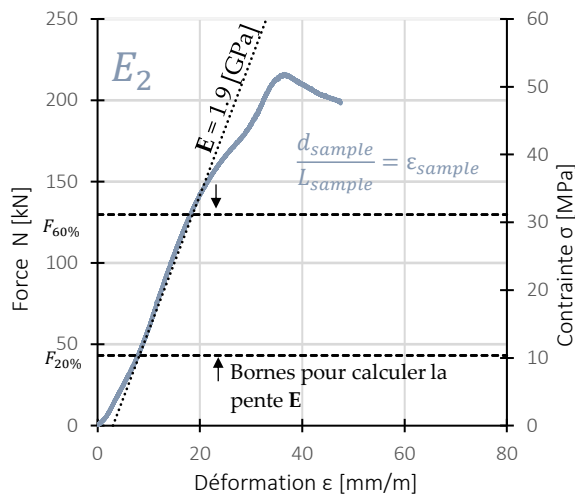
Les résultats des autres échantillons à l'essai de compression simple jusqu'à la rupture sont repris ci-dessous :



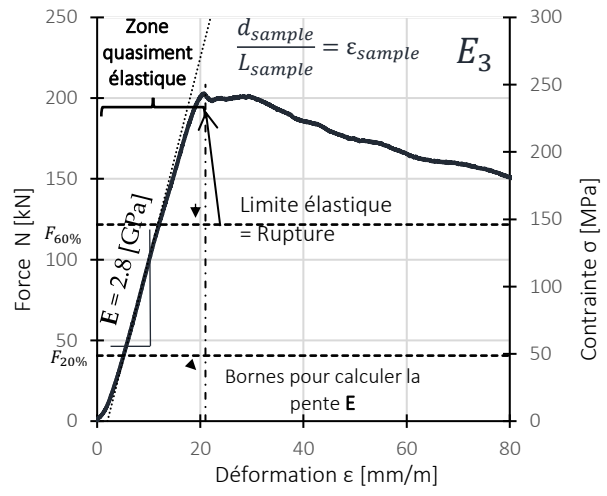
(a)



(b)



(c)



(d)

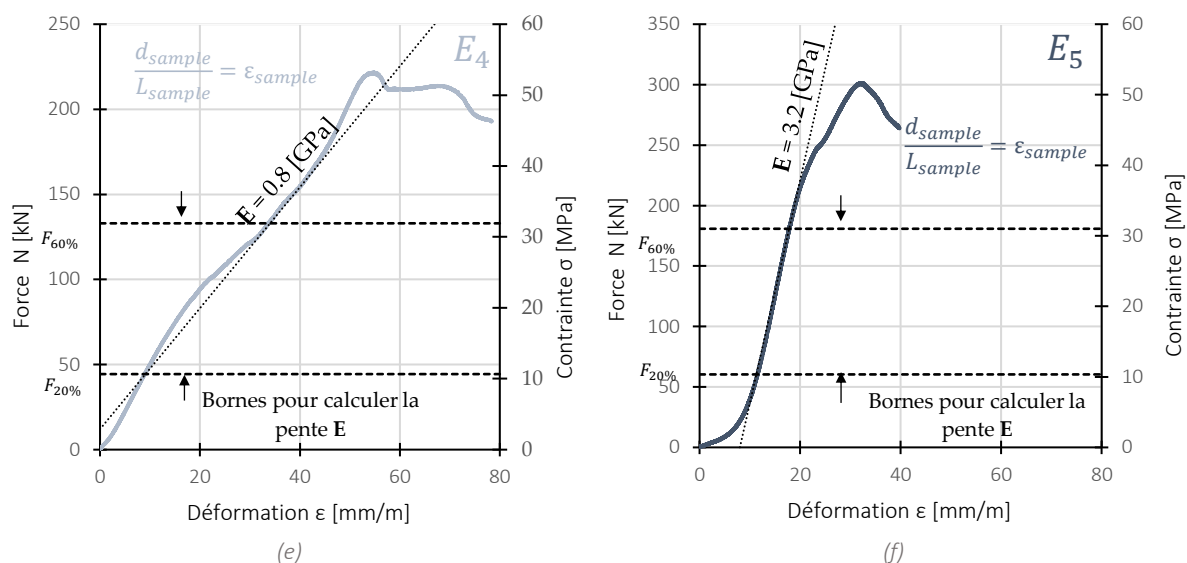


Figure D.3 – Essais de compression simple : (a) Tous, (b) Échantillon E1, (c) Échantillon E2, (d) Échantillon E3, (e) Échantillon E4, (f) Échantillon E5

Voici également des photos des échantillons avant, au début et après les essais destructifs. Les photos du début de l'essai mettent en évidence l'imperfection des échantillons. Une observation intéressante est que lors de la rupture, les échantillons ne se brisent pas violemment, mais se déforment progressivement, soit en s'écrasant à leurs extrémités, soit par poinçonnement à mi-hauteur.





Figure D.4 – Photos des échantillons (a) avant, (b) pendant et (c) après l'essai de compression simple jusqu'à la rupture

D.2 Flambement des boutons

Dans le dispositif expérimental, nous utilisons quatre capteurs de déplacement LVDT positionnés à des intervalles de 90 degrés autour du bambou pour mesurer le flambement pendant l'essai. Ces capteurs nous fournissent les déplacements du bouton selon les axes x et y , notés respectivement u_x et u_y . Le déplacement selon l'axe de compression (axe du bouton), noté u_z , nous est fourni quant à lui par le vérin hydraulique. En utilisant les informations des capteurs LVDT, nous pouvons calculer le déplacement radial dans le plan de flambement du bouton à l'aide de la formule suivante :

$$u_{rad} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

En connaissant l'excentricité initiale (également appelée défaut de rectitude initiale), nous pouvons déterminer la déformation finale de chaque bouton via l'équation suivante :

$$\delta_{tot} = \delta_0 + u_{rad}$$

La démarche est expliquée plus succinctement par la Figure ci-dessous :

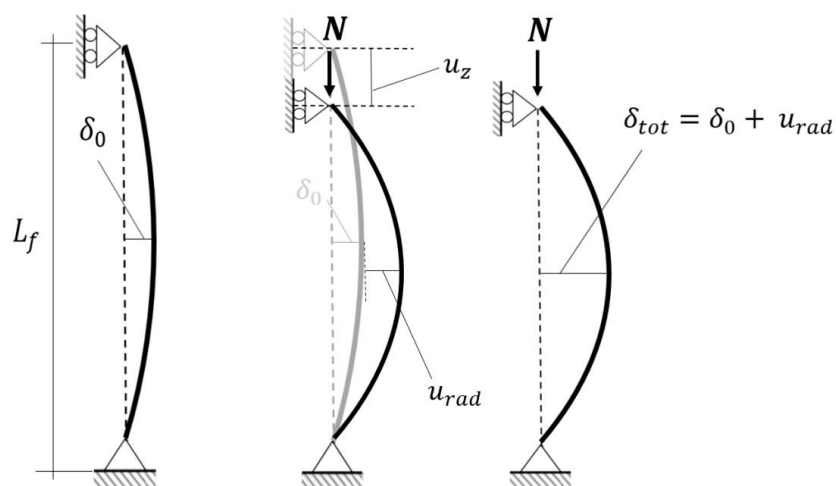
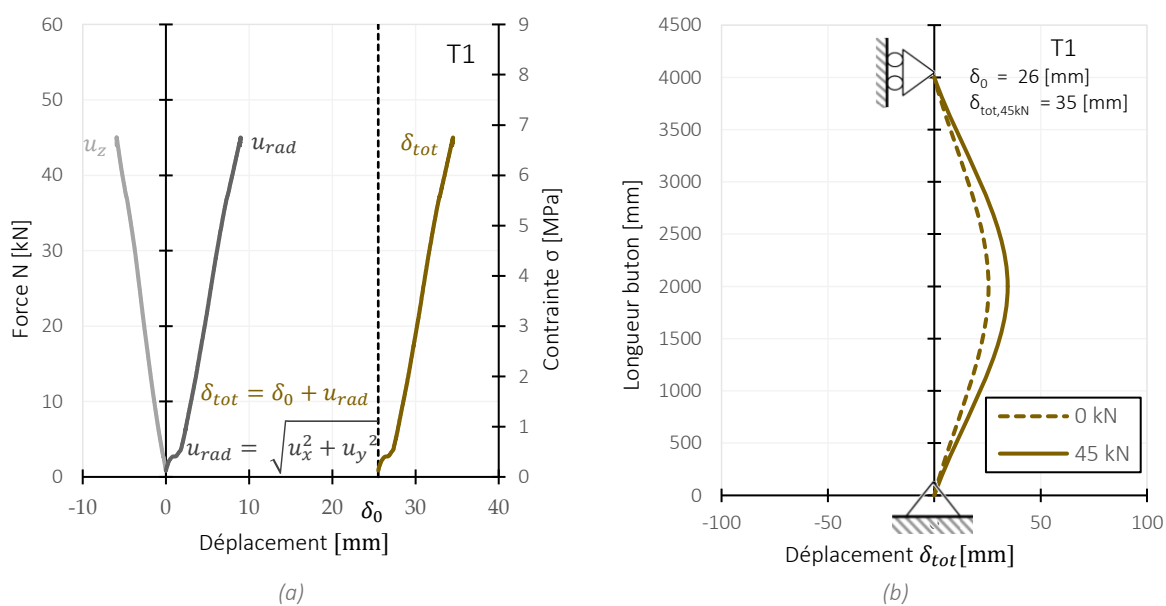
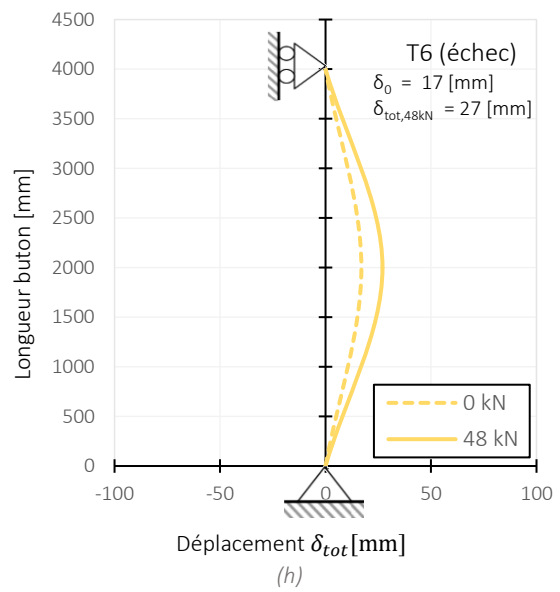
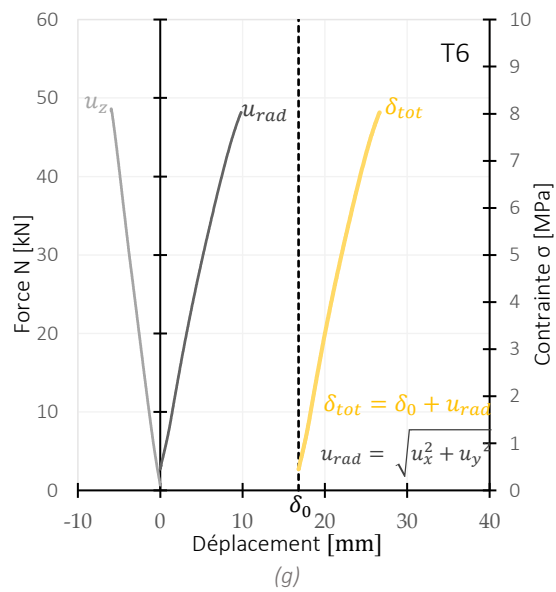
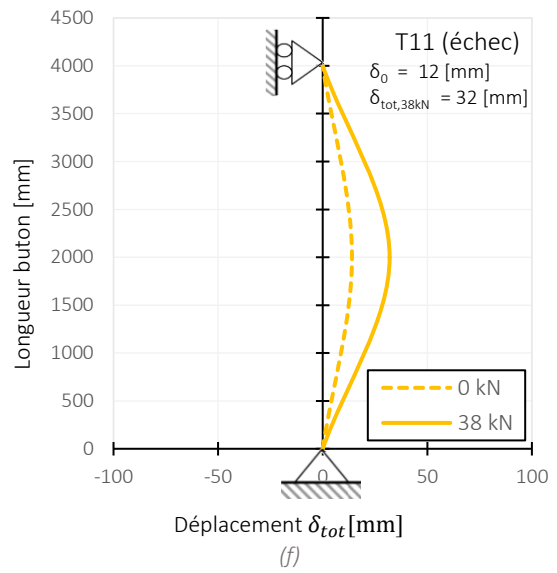
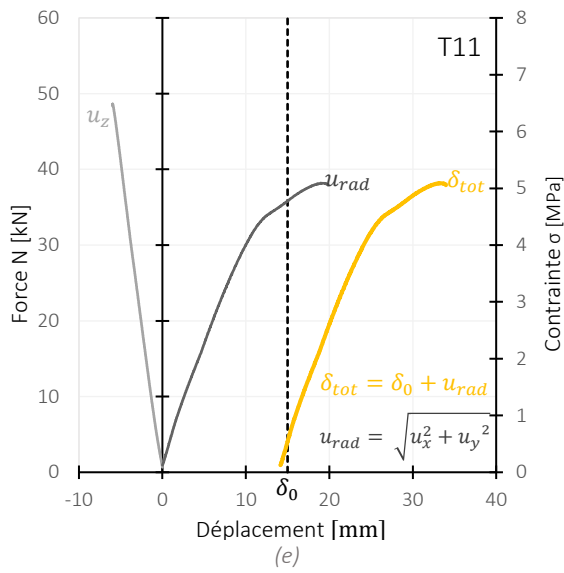
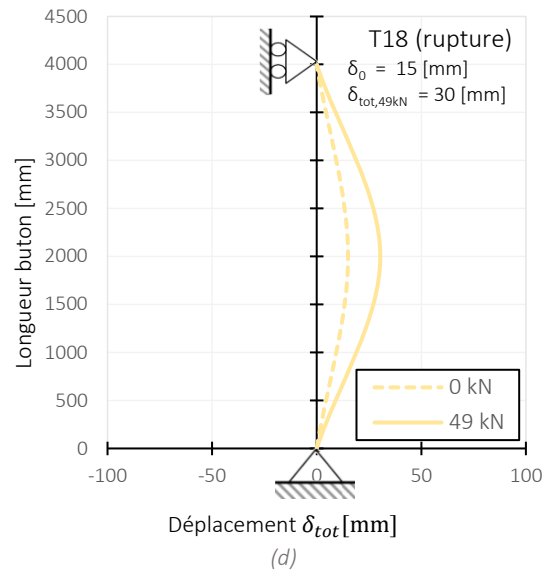
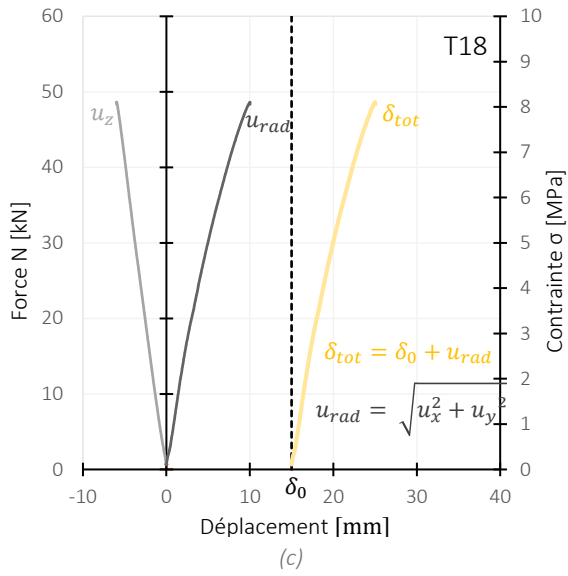


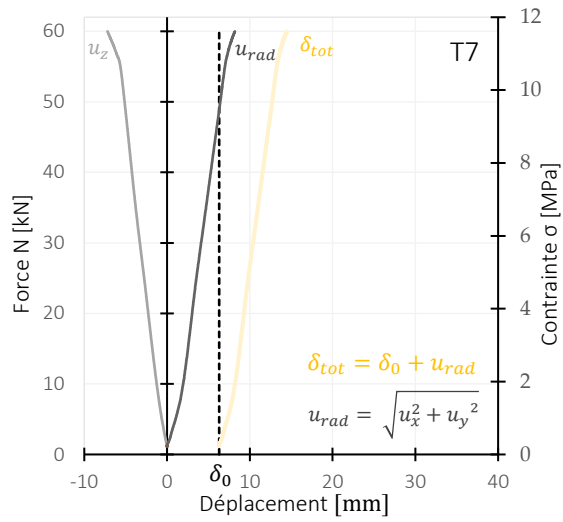
Figure D.5 - Essai de flambement : déformation finale

Les Figures suivantes fournissent une analyse plus détaillée des déplacements u_z , u_{rad} et δ_{tot} pour chaque buton²⁰. Ces graphiques comprennent également une représentation visuelle du flambement et de l'excentricité initiale de chaque buton, offrant ainsi une estimation de l'ampleur du déplacement final δ_{tot} .

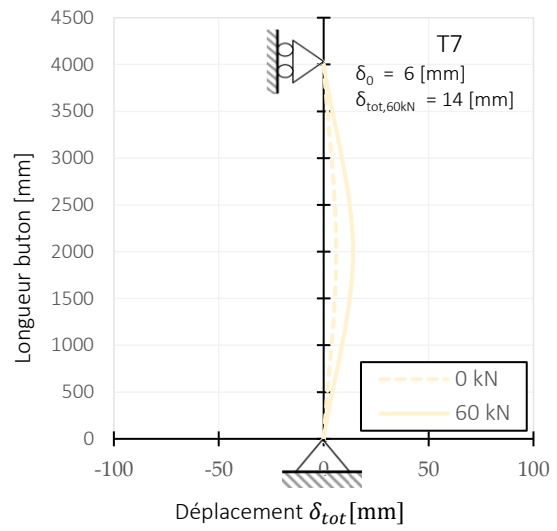


²⁰ La courbe $u_z - N$ inclut un déplacement parasite (appelé compliance) de la machine de compression, dont la valeur est inconnue.

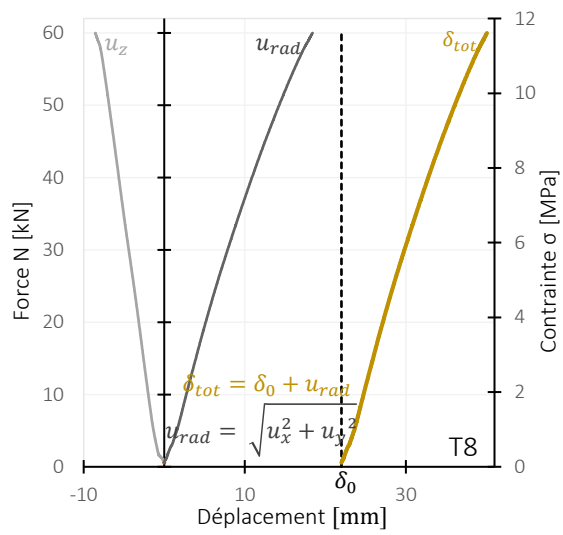




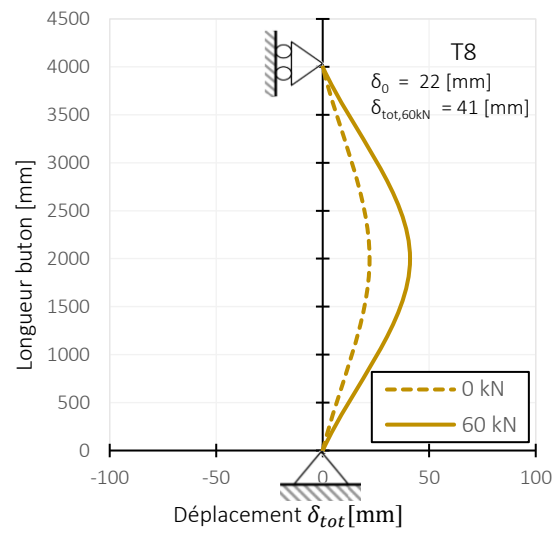
(i)



(j)



(k)



(l)

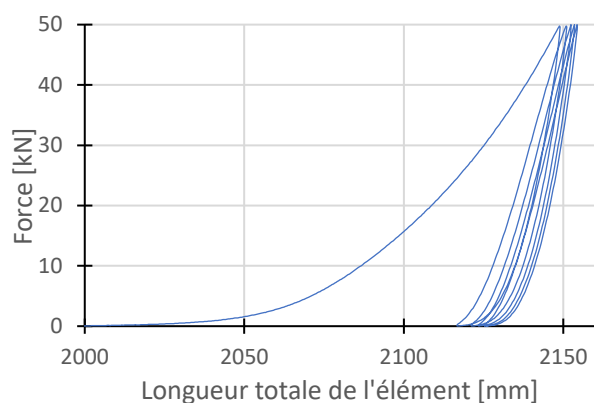
Figure D.6 – À gauche : Graphe effort normal N - déplacement u et δ , à droite : Représentation graphique du flambement et de l'excentricité initiale

D.3 Essais de mise en tension des câbles en corde marine

Les résultats des essais de mise en tension des cordes sont visibles ci-dessous :

Échantillons de cordes transversales : ($L_{\text{loose}} = 1\,996$ [mm])

- Échantillon 1 (développé dans le point 4.1.3) :

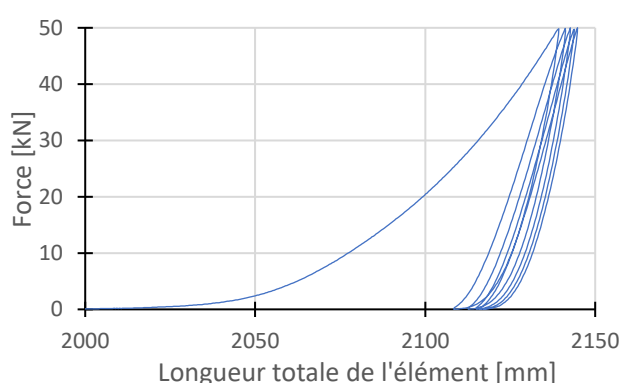


	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	2 121	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	2 117	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		4	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	10,9	[GPa]
	E_{C4}	11,3	
	E_{C5}	11,6	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,trans1}}$	11,3	

Figure D.7 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 1 de corde transversale

- Échantillon 2 :

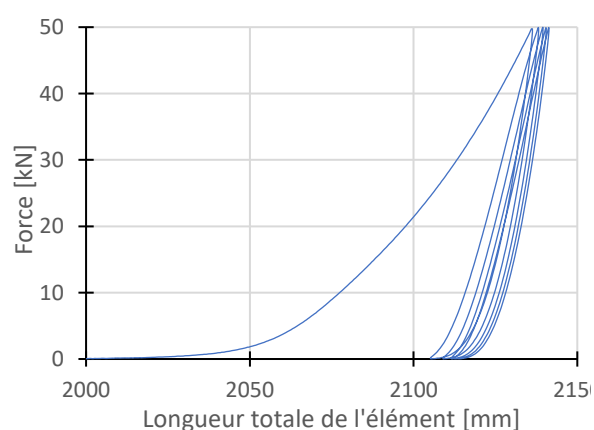


	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	2 113	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	2 117	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		4	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	11,3	[GPa]
	E_{C4}	11,7	
	E_{C5}	11,7	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,trans2}}$	11,6	

Figure D.8 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 2 de corde transversale

- Échantillon 3 :



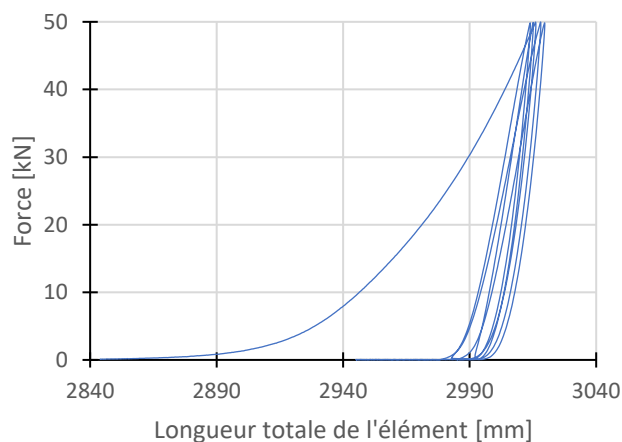
	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	2 109	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	2 117	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		4	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	11,0	[GPa]
	E_{C4}	11,8	
	E_{C5}	11,7	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,trans1}}$	11,5	

Figure D.9 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 3 de corde transversale

Échantillons de cordes longitudinales : ($L_{\text{loose}} = 2\,844$ [mm])

- Échantillon 1 :

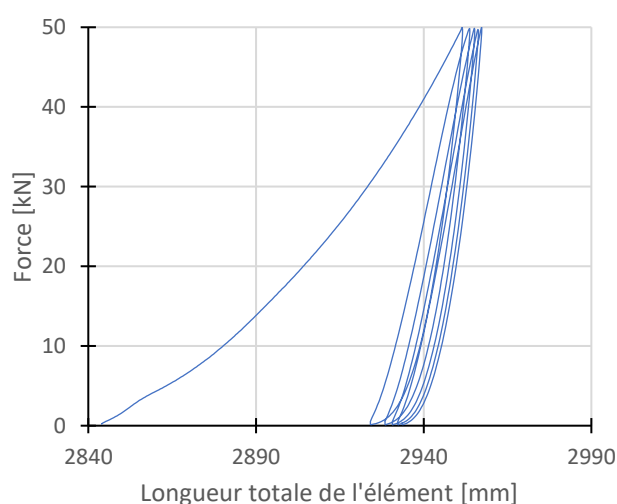


	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	2 984	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	3 004	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		20	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	13,7	[GPa]
	E_{C4}	15,2	
	E_{C5}	20,7	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,longi1}}$	16,5	

Figure D.10 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 1 de corde longitudinale

- Échantillon 2 :

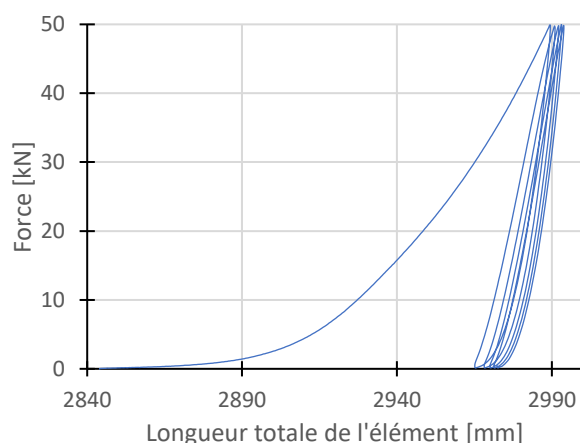


	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	2 928	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	3 004	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		76	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	17,6	[GPa]
	E_{C4}	18,3	
	E_{C5}	18,7	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,longi2}}$	18,2	

Figure D.11 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 2 de corde longitudinale

- Échantillon 3 :



	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	2 968	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	3 004	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		36	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	19,7	[GPa]
	E_{C4}	20,5	
	E_{C5}	21,1	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,longi3}}$	20,4	

Figure D.12 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 3 de corde longitudinale

Échantillons de cordes additionnelles : ($L_{\text{loose}} = 3\,036$ [mm])

- Échantillon 1 :

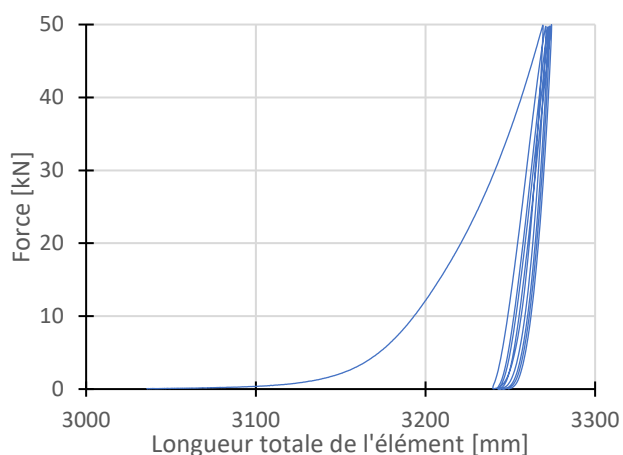


Figure D.13 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 1 de corde additionnelle

	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	3 245	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	3 220	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		25	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	18,4	[GPa]
	E_{C4}	18,7	
	E_{C5}	18,2	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,addi1}}$	18,5	

- Échantillon 2 :

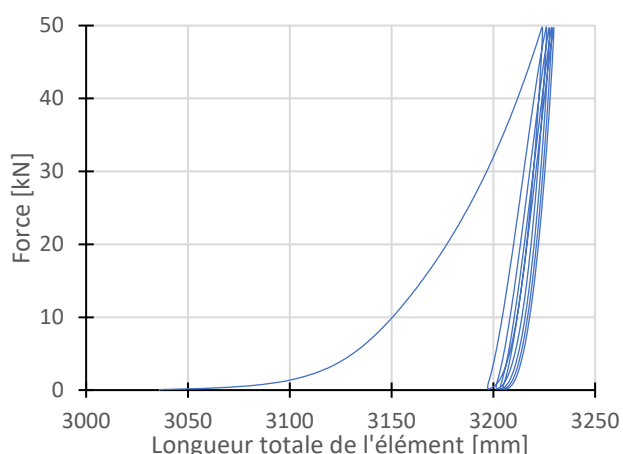


Figure D.14 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 2 de corde additionnelle

	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	3 201	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	3 220	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		19	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	19,7	[GPa]
	E_{C4}	20,2	
	E_{C5}	20,3	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,addi2}}$	20,1	

- Échantillon 3 :

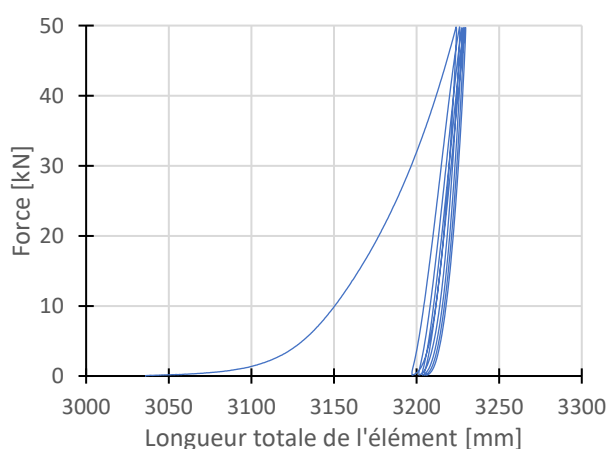


Figure D.15 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 3 de corde additionnelle

	Symbole	Valeur	Unité
Longueur après essai	L_1	3 224	[mm]
Longueur prévue	$L_{\text{géo}}$	3 220	
$\Delta L = L_1 - L_{\text{géo}} $		4	

Modules de Young par chargement	E_{C3}	19,2	[GPa]
	E_{C4}	19,9	
	E_{C5}	20,8	
Module de Young moyen	$E_{\text{moy,addi3}}$	20,0	

D.4 Essais de mise en tension des câbles en acier

- Échantillon 1 : (développé au §4.3.1)

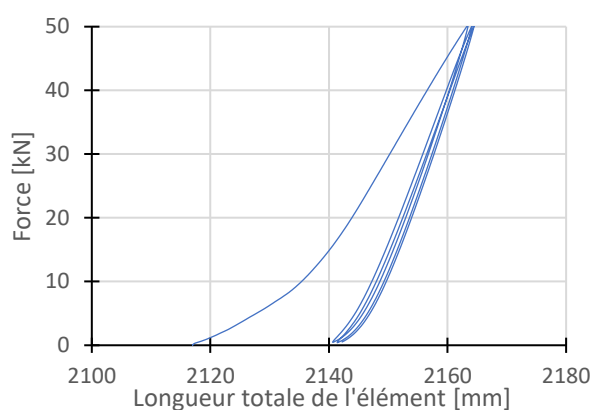


Figure D.16 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 1 de câble en acier

	Symbole	Valeur	Unité
Longueur initiale	L_{ini}	2 117	[mm]
Longueur finale	L_{fin}	2 142	
$\Delta L = L_{fin} - L_{ini} $		25	

Modules de Young par chargement	E_{c2}	61,1	[GPa]
	E_{c3}	61,9	
Module de Young moyen	$E_{moy,1}$	61,5	

- Échantillon 2 :

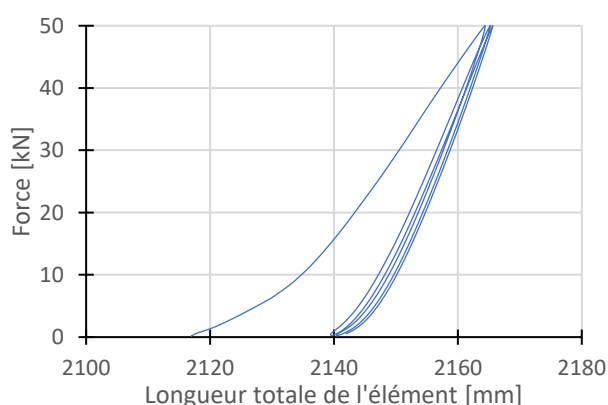


Figure D.17 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 2 de câble en acier

	Symbole	Valeur	Unité
Longueur initiale	L_{ini}	2 117	[mm]
Longueur finale	L_{fin}	2 142	
$\Delta L = L_{fin} - L_{ini} $		25	

Modules de Young par chargement	E_{c2}	55,7	[GPa]
	E_{c3}	56,9	
Module de Young moyen	$E_{moy,2}$	56,3	

- Échantillon 3 : (Lors de cet essai, les cosses s'étaient déjà allongées avant les cycles)

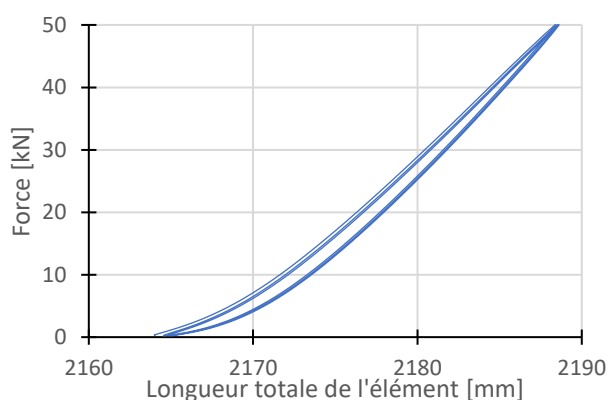


Figure D.18 – Résultats et observations des essais de l'échantillon 3 de câble en acier

	Symbole	Valeur	Unité
Longueur initiale	L_{ini}	NA ²¹	[mm]
Longueur finale	L_{fin}		
$\Delta L = L_{fin} - L_{ini} $			

Modules de Young par chargement	E_{c2}	60,6	[GPa]
	E_{c3}	60,9	
Module de Young moyen	$E_{moy,3}$	60,6	

²¹ NA = les valeurs ne sont pas connues car l'allongement des cosses n'a pas été enregistré lors de l'essai.

ANNEXE E – TEST DE PRÉCISION DU SCANNER FARO

Cette annexe présente le test de précision réalisé sur le scanner FARO. Cet essai a pour objectif de déterminer le degré de précision des modélisations 3D réalisées par le scanner FARO, afin de déterminer si les scans sont une source d'erreur pour certaines imprécisions relatives aux analyses géométriques.

Pour réaliser cet essai, un nœud (Figure E. 1) est placé dans l'étau d'une fraiseuse dont la position peut être bougée et mesurée dans les directions x, y, z avec une précision au centième de millimètre.



Figure E. 1 – Illustration de l'outillage utilisé lors de l'essai de précision

La position initiale du nœud est enregistrée comme l'origine d'un repère fixé et ses coordonnées sont supposées à $(x,y,z)=(0,0,0)$ sur la fraiseuse. Des scans du nœud en position initiale sont réalisés avec le scanner FARO.

L'étau dans lequel est fixé le nœud est ensuite déplacé dans les trois directions de manière aléatoire. Les coordonnées du nœud déplacé par rapport à l'origine fixée précédemment sont : $(x,y,z) = (-81,67, -18,89, 19,74)$ en [mm].

Les scans permettent alors de sortir des modèles numériques de la position initiale et de la position finale. Les coordonnées des centres des nœuds sont extraites dans *Grasshopper*, leurs repères alignés et leur positions comparées. Leur comparaison se retrouve dans le Tableau E. 1 :

	Position du centre du nœud réel à la position finale $P_{réelle,fin}$	Position du centre du nœud scanné en position finale $P_{num,fin}$	$\Delta P = P_{réelle,fin} - P_{num,fin} $
x	-81,67	-83,27	1,60
y	-18,89	-18,89	0,00
z	19,74	19,52	0,21

Tableau E. 1 – Évaluation de la précision de la mesure de position du nœud

On peut déduire que le scanner FARO propose une très bonne précision puisqu'elle est de 2 [mm], tandis que la structure et ses analyses requièrent une précision au centimètre.

ANNEXE F – CALCUL DES EFFORTS DANS LES ÉLÉMENTS SANS CAPTEUR DU SIMPLEX SUR BASE DE LA MÉTHODE DES NŒUDS

Dans sa disposition actuelle, le simplex présente un degré d'hyperstaticité égal à un en raison de l'ajout du câble supplémentaire. Par conséquent, pour obtenir les efforts internes dans tout le simplex, il est impératif de connaître au moins deux efforts internes. En disposant des informations géométriques de la structure, il devient envisageable de calculer les efforts internes restants. Ainsi, l'un des principaux objectifs de cet essai est de confirmer que l'utilisation de seulement deux capteurs de force dans un simplex, permet de déduire les efforts appliqués dans tous les autres éléments du simplex. Étant donné que notre simplex est équipé de 5 capteurs au total, nous démontrerons ci-dessous que la connaissance des efforts internes de seulement 2 capteurs conduit aux mêmes résultats que les efforts mesurés dans les trois autres capteurs.

La méthode implémentée pour déduire les efforts internes dans le simplex sur base de seulement deux efforts connus s'appelle **la méthode des nœuds**. Cette méthode étudiée dans le cours *LGCIV1022 – Mécanique des structures* permet de déterminer les efforts internes dans un treillis. Elle repose sur un principe simple : l'équilibre des forces à chaque nœud en considérant notre simplex comme un treillis. Cela implique que tous ses nœuds sont parfaitement rotulés, engendrant ainsi uniquement des efforts normaux dans ses éléments, sans aucune présence de moments fléchissants.

Pour pouvoir utiliser cette méthode, il faut connaître :

- L'emplacement exact de chaque nœud ;
- Les efforts dans 2 éléments différents du simplex.

F.1 La méthode des nœuds appliquée au simplex

La méthode des nœuds appliquée au simplex est implémentée dans l'ordre suivant :

1. Coordonnées des nœuds

Pour commencer, on obtient, grâce au scanner FARO, les coordonnées (x, y, z) de chaque nœud comme illustré sur la Figure F.1. A côté de cela, les deux des cinq efforts internes connus pour vérifier la méthode sont ceux du buton **T8** et du câble longitudinal avec tendeur **CLT5**²².

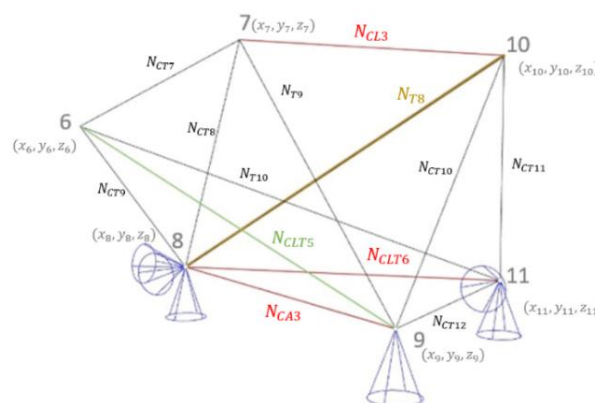


Figure F. 1 – Simplex avec les coordonnées des nœuds et les efforts internes de ses éléments : **En vert**, l'effort interne connu du câble longitudinal avec tendeur CLT5. **En brun**, l'effort interne connu du buton T8. **En rouge**, les autres efforts internes connus qui permettent de valider la méthode. **En noir**, les autres efforts internes inconnus.

²² Nous avons opté pour cette configuration de capteurs au sein du simplex, car ce sera la même disposition des capteurs dans le module 3 de la structure finale

2. Décomposition des efforts internes connus selon x , y et z

Après avoir établi les positions des nœuds du simplex, notre démarche consiste à calculer les vecteurs directeurs des deux éléments dont on connaît les efforts internes à savoir : T8 et CLT5. Ces vecteurs directeurs sont obtenus par soustraction des coordonnées des nœuds d'extrémité, et ils sont ensuite normalisés pour former des vecteurs unitaires. Pour illustrer, dans le cas du buton T8, nous avons le vecteur directeur suivant :

$$\vec{T}_8 = \frac{(x_8, y_8, z_8) - (x_{10}, y_{10}, z_{10})}{\|(x_8, y_8, z_8) - (x_{10}, y_{10}, z_{10})\|} = \frac{1}{\sqrt{x_{T8}^2 + y_{T8}^2 + z_{T8}^2}} \begin{pmatrix} x_{T8} \\ y_{T8} \\ z_{T8} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Les composantes de force de chaque élément sont données par l'équation 5.2.

$$\vec{N}_{T8} = \frac{N_{T8}}{\sqrt{x_{T8}^2 + y_{T8}^2 + z_{T8}^2}} \cdot \begin{pmatrix} x_{T8} \\ y_{T8} \\ z_{T8} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} N_{x,T8} = \frac{N_{T8} \cdot x_{T8}}{\sqrt{x_{T8}^2 + y_{T8}^2 + z_{T8}^2}} \\ N_{y,T8} = \frac{N_{T8} \cdot y_{T8}}{\sqrt{x_{T8}^2 + y_{T8}^2 + z_{T8}^2}} \\ N_{z,T8} = \frac{N_{T8} \cdot z_{T8}}{\sqrt{x_{T8}^2 + y_{T8}^2 + z_{T8}^2}} \end{cases} \quad (5.2)$$

La Figure F. 2 présente graphiquement la décomposition des efforts internes du buton T8 et du câble CLT5 selon (x, y, z) .

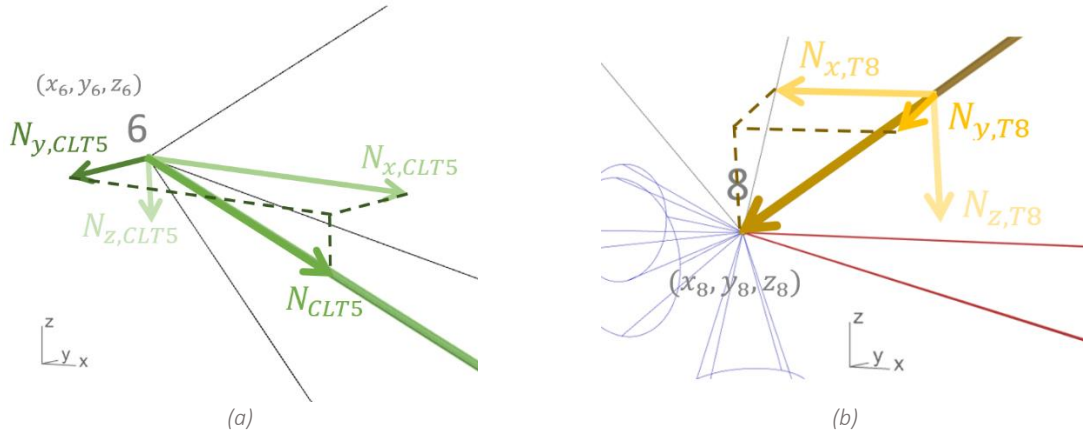


Figure F. 2 – Décomposition des efforts internes selon x , y et z (a) CLT5, (b) T8

Pour déterminer les efforts internes inconnus, nous procédons d'abord à l'obtention des vecteurs directeurs de tous les éléments sauf T8 et CLT5 en utilisant la même équation précédemment mentionnée (équation 5.1).

3. Équilibre des forces aux nœuds

En ayant connaissance des composantes des forces dans le buton T8 et le câble CLT5, ainsi que des vecteurs directeurs de tous les autres éléments de la structure, nous pouvons déterminer tous les autres efforts internes du simplex via un équilibre des forces aux nœuds 6, 7 et 8 (dans l'ordre) en utilisant l'équation 5.4 comme le montre la Figure F. 3.

$$\sum \vec{N} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum N_x = 0 \\ \sum N_y = 0 \\ \sum N_z = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

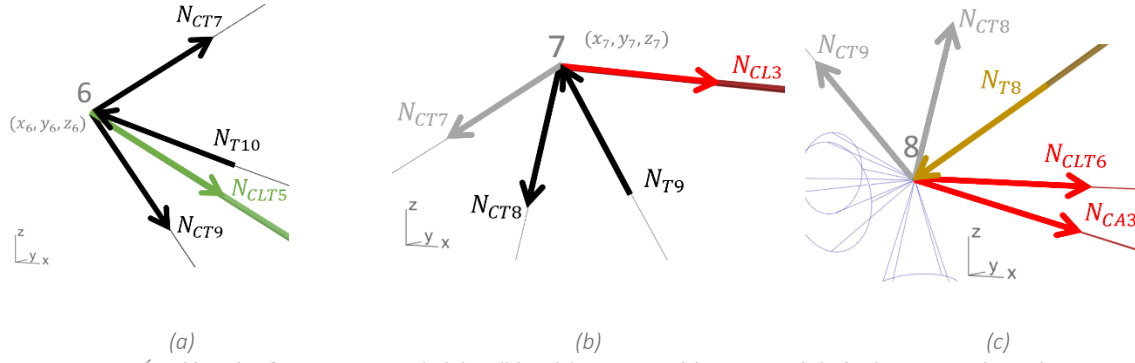


Figure F. 3 – Équilibre des forces aux nœuds (a) 6, (b) 7, (c) 8. La procédure est réalisée dans cette chronologie. En vert, l'effort interne connu du câble longitudinal avec tendeur CLT5. En brun, l'effort interne connu du bouton T8. En rouge, les autres efforts internes connus qui permettent de valider la méthode. En noir, les autres efforts internes inconnus. En gris, les efforts internes obtenus de l'équilibre des forces des nœuds précédent.

a. Équilibre des forces au nœud 6

En décomposant chacune des forces selon x, y et z comme on a pu le faire avec T8 et CLT5 sur la Figure F.2 on obtient un système de trois équations à trois inconnues à résoudre pour le nœud 6 qui s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} N_{x,CLT5} + N_{x,CT9} - N_{x,T10} + N_{x,CT7} = 0 \\ N_{y,CLT5} + N_{y,CT9} - N_{y,T10} + N_{y,CT7} = 0 \\ N_{z,CLT5} + N_{z,CT9} - N_{z,T10} + N_{z,CT7} = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

La résolution de ce système d'équations nous permet d'obtenir les efforts internes suivants : N_{CT7} , N_{T10} et N_{CT9} en réutilisant la relation 5.2 pour chaque élément. Une observation importante est que l'effort interne dans le bouton T10 est négatif, étant donné que ce bouton supporte uniquement une charge de compression, ce qui est conventionnellement exprimé par une valeur négative.

b. Équilibre des forces au nœud 7

On réitère cette étape pour le nœud 7, ce qui nous permet alors de comparer les 2 valeurs obtenues pour l'élément CT7. On prendra comme valeur finale pour cet élément, la moyenne des deux valeurs obtenues.

c. Équilibre des forces au nœud 8

Finalement, pour le nœud 8, il s'agit du même développement mais ici, nous utilisons les valeurs de N_{T8} et N_{CT9} obtenues par les équilibres réalisés sur les deux nœuds précédents. La résolution du système nous permet alors d'obtenir les efforts internes : N_{CA3} , N_{CLT6} qui présentent des capteurs de force et N_{CT8} dont la valeur a également été trouvée avec l'équilibre au nœud 6 (on prend la moyenne de ces deux valeurs). En analysant les résultats obtenus de cette méthode et les capteurs de force, nous pouvons donc vérifier la précision de cette méthode.

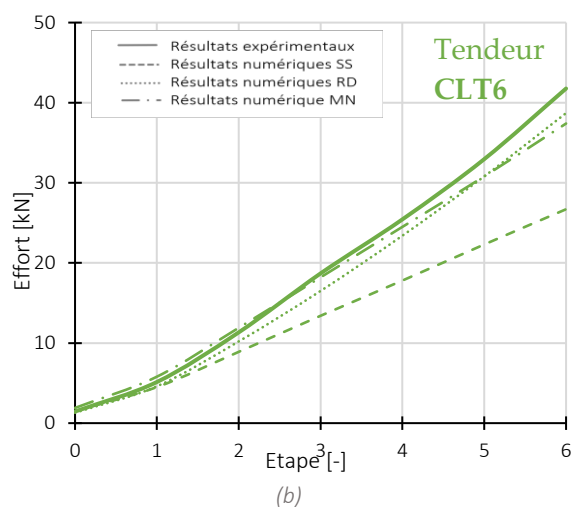
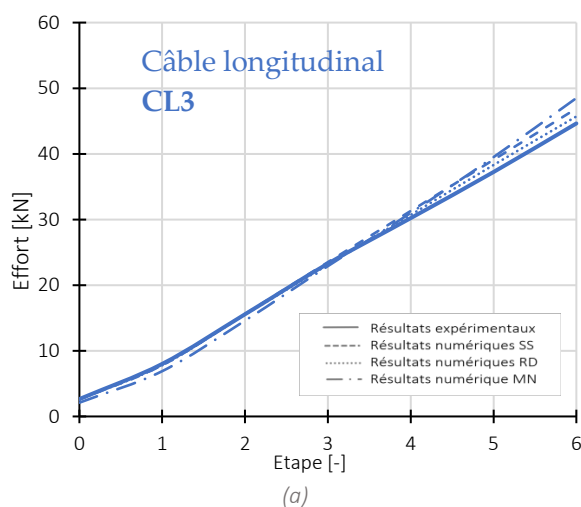
Il est à noter qu'il n'est pas requis de résoudre l'équilibre des forces aux nœuds 9, 10 et 11 en raison de la symétrie du simplex. Ainsi, nous pouvons établir que : $N_{CT7} = N_{CT11}$, $N_{CT8} = N_{CT10}$ et $N_{CT9} = N_{CT12}$.

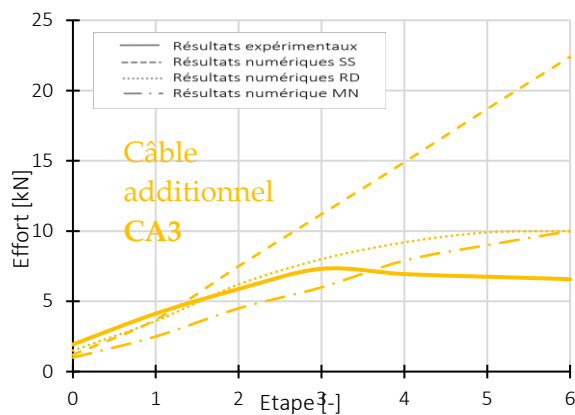
F.2 Résultats de la méthode des nœuds

Le Tableau F.1 reprend les valeurs obtenues à chaque étape à la fois pour la méthode des nœuds des éléments avec un capteur de force. Ce qui permet de comparer les résultats obtenus de cette méthode et les résultats expérimentaux. La Figure F. 4 nous donne une idée de la précision de cette méthode.

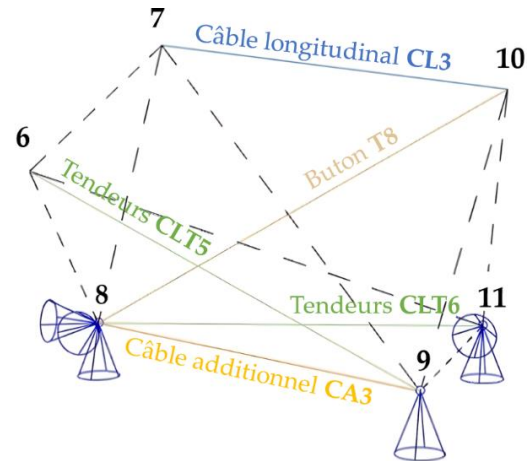
	Eléments	Résultat numérique	Résultat expérimental	Comparaison des résultats	
		N_{num} [kN]	N_{exp} [kN]	$\Delta N = N_{num} - N_{exp}$ [kN]	Erreur : $e = \frac{\Delta N}{N_{num}} \cdot 100$ [%]
Étape 0	CL3	2,1	2,7	-0,6	-22 %
	CLT6	1,9	1,5	+0,4	+27 %
	CA3	1,0	1,9	-0,9	-47 %
Étape 1	CL3	6,9	8,0	-1,1	-14 %
	CLT6	5,8	5,1	+0,7	+14 %
	CA3	2,5	4,1	-1,6	-39 %
Étape 2	CL3	14,6	15,6	-1,0	-6 %
	CLT6	11,9	11,3	+0,6	+5 %
	CA3	4,5	5,9	-1,4	-24 %
Étape 3	CL3	22,9	23,3	-0,4	-2 %
	CLT6	18,2	18,7	-0,5	-3 %
	CA3	6,0	7,3	-1,3	-18 %
Étape 4	CL3	31,0	30,2	+0,8	+3 %
	CLT6	24,5	25,4	-0,9	-4 %
	CA3	7,9	6,9	+1,0	+15 %
Étape 5	CL3	39,5	37,2	+2,3	+6 %
	CLT6	30,8	33,0	-2,2	-7 %
	CA3	9,0	6,8	+2,2	+32 %
Étape 6	CL3	48,5	44,6	+3,9	+9 %
	CLT6	37,4	41,8	-4,4	-10 %
	CA3	10,0	6,6	+3,6	+55 %

Tableau F. 1 – Comparaison des efforts internes des éléments munis de capteur de force entre la méthode des nœuds et les résultats expérimentaux





(c)



(d)

Figure F. 4 – Comparaison des efforts internes calculé par la méthode des nœuds avec les méthodes SS, RD et les résultats expérimentaux : (a) Câble longitudinal CL3, (b) Câble tenseur CLT6, (c) Câble additionnel CA3, (d) Disposition des capteurs dans le simplex

On remarque que :

- La méthode des nœuds permet d'approcher de manière très précise les valeurs d'efforts internes des câbles CL3 et CLT6 avec une erreur maximale durant les essais de **14 %** (en négligeant l'étape 0) ;
- Cette approche permet d'obtenir presque aussi bien que la méthode de relaxation dynamique les efforts internes du câble CA3. L'erreur maximale obtenue par MN est de **55 %**, contre **46 %** pour RD et **175 %** pour SS.

Conclusion sur la méthode des nœuds :

On peut conclure que cette méthode bien qu'elle soit légèrement moins juste que la méthode de relaxation dynamique nous permet d'obtenir avec une précision suffisante les efforts internes dans tous les éléments en utilisant uniquement les informations sur les forces internes de seulement deux de ses éléments.

Cependant, une limite de cette approche réside dans la nécessité de disposer de la connaissance des positions nodales de la structure à chaque instant, étant donné que l'introduction de précontrainte modifie la géométrie du simplex comme on a pu l'observer dans la Section 5.3.5.

ANNEXE G – PROCESSUS DE MISE EN PRÉCONTRAINTE DE LA STRUCTURE COMPLÈTE

Comme évoqué dans le point 6.1.2, pour arriver à chaque état de précontrainte défini à chaque étape, un processus de mise en précontrainte de la structure a été établi. Ce processus est basé sur des observations réalisées tout au long de ce travail et relève plus d'une méthode intuitive que scientifique.

Pour rappel, la précontrainte de la structure doit être la plus symétrique possible : les tendeurs de chaque module doivent présenter les mêmes raccourcissements, et les modules sont symétriques entre eux (module 1 au module 5, module 2 au module 4, module 3 avec lui-même). Les raccourcissements sont symétriques selon les deux plans de symétrie illustrés dans la Figure G. 1:

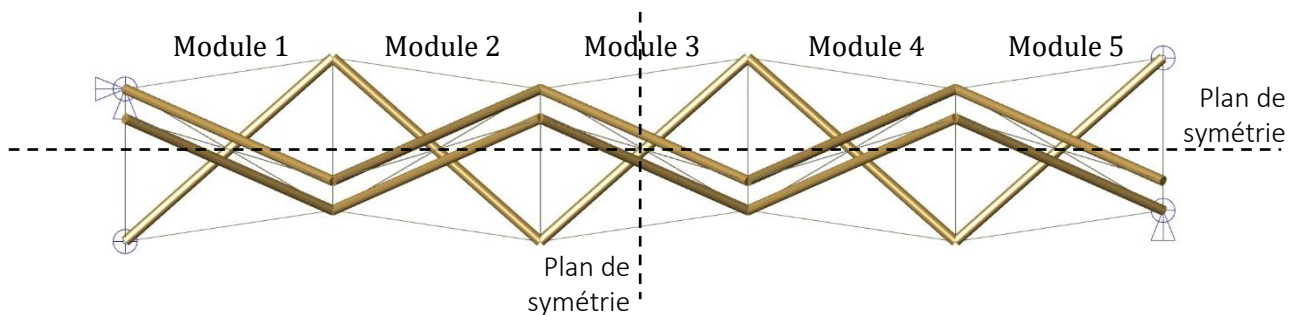


Figure G. 1 – Plans de symétrie de la structure

Pour arriver à un certain niveau de précontrainte défini, le processus itératif consiste à exécuter les actions suivantes dans l'ordre :

Étape 1 : Mise en précontrainte du module 1

- Un des deux tendeurs du module 1 est raccourci jusqu'à arriver à un peu plus de la moitié de l'effort final requis par l'état de précontrainte dans le câble longitudinal (CL1) de ce même module ;
- Le deuxième tendeur du même module est raccourci de la même longueur jusqu'à arriver à un peu plus que l'effort final requis par l'état de précontrainte dans CL1 (à ce stade les deux tendeurs du module 1 devraient présenter environ le même raccourcissement) ;

Étape 2 : Mise en précontrainte du module 5 (l'introduction de précontrainte dans ce module fait diminuer l'effort du câble longitudinal CL1 du module 1)

- Une différence d'effort Δ est mesurée entre le câble longitudinal du module 5 (CL5) et le câble longitudinal du module 1 (CL1). Un des deux tendeurs du module 5 est raccourci afin de d'obtenir une différence d'effort qui n'est plus que de $0,5.\Delta$;
- Le deuxième tendeur est raccourci jusqu'à ce que les efforts de CL1 et CL5 soient égaux ($\Delta=0$) (à ce stade les quatre tendeurs du module 1 et 5 devraient présenter environ le même raccourcissement).

La mise en précontrainte de ces deux premiers modules 1 et 5 n'a pas beaucoup d'influence sur les efforts dans les autres modules.

Étapes 3 et 4 : Mise en précontrainte du module 2 et 4

Les étapes de mise en précontrainte symétrique des modules 2 et 4 sont semblables au processus de mise en précontrainte des modules 1 et 5. La mise en précontrainte des modules 2 et 4 n'ont pas beaucoup d'influence sur les efforts des autres modules.

Étape 5 : Mise en précontrainte du module 3

- Un des deux tendeurs du module 3 est raccourci jusqu'à arriver à la moitié de l'effort escompté dans le bouton mesuré T9 ;
- Le deuxième tendeur est raccourci jusqu'à arriver à l'effort escompté dans le bouton (les raccourcissements des deux tendeurs devraient présenter environ le même raccourcissement).

Une fois ces étapes réalisées, l'état de précontrainte devrait être proche de l'état escompté. Ces étapes peuvent être réitérées afin de rectifier certains efforts.

RÉFÉRENCES

TABLE DES FIGURES

Figure 0.1 – Analogie du câble entre deux appuis	19
Figure 1.1 – Richard BUCKMINSTER FULLER [5]	24
Figure 1.2 – Kenneth SNELSON [6, 7]	24
Figure 1.3 – « Gleichgewichtskonstruktion » par Karl JOHANSSON (1921) [8]	25
Figure 1.4 – Tore hélicoïdal par D.G. EMMERICH [9]	25
Figure 1.5 – « Needle Tower II » par Kenneth SNELSON (1969) [10]	26
Figure 1.6 – « Urban Tree » par Atelier Architecture 64 (2020) [11]	26
Figure 1.7 – « Kurilpa Bridge » par Cox Rayner Architects (2009) [12]	27
Figure 1.8 – « Tensegrity Bridge » par Atelier Architecture 64 (2016) [13]	27
Figure 1.9 – (a) White Rhino I (2001) - (b) White Rhino II (2017) [13]	28
Figure 1.10 – (a) Georgia Dome, Atlanta, USA (1992) [15], (b) Stade de la Plata, Argentine (2011) [14]	28
Figure 1.11 – (a) Messeturm tower, Rostock, Allemagne (2003) [], (b) Tour du millénaire, Gedinne, Belgique (2001) [18]	29
Figure 1.12 – Déploiement d'une structure en tensegrité	30
Figure 1.13 – (a) SUPERball, NASA (2015) [20], (b) Antenne EGS (1999) [21]	30
Figure 1.14 – Passerelle piétonne en tensegrité « Snake Footbridge » [22]	31
Figure 2.1 – Un bouton en bambou de rigidité K_{11} connecté en parallèle avec un câble en acier de rigidité K_{22} , (a) Configuration non-équilibrée avec un raccourcissement imposé uniquement dans le câble, (b) Configuration équilibrée après propagation des forces de précontrainte dans les deux éléments .	36
Figure 2.2 – Exemple du composant MUSCLE du matériau	39
Figure 2.3 – Composant transformant une ligne en élément fini	39
Figure 2.4 – Composant d'allongement d'un élément	39
Figure 2.5 – Composant de calcul par relaxation dynamique	40
Figure 2.6 – Visualisation des efforts calculés dans un simplex par la Relaxation Dynamique dans MUSCLE (en [kN])	40
Figure 3.1 – Illustration de la structure étudiée	43
Figure 3.2 – Cellules en tensegrité (a) quadriplex, (b) pentaplex, (c) hexaplex [26]	44
Figure 3.3 – Simplex [26]	44
Figure 3.4 – Vue d'une face du simplex	45
Figure 3.5 – Variation de la géométrie du simplex [27]	45
Figure 3.6 – Assemblage en spirale [27]	46
Figure 3.7 – Assemblage alterné [27]	46
Figure 3.8 – Éléments composants la passerelle	47
Figure 3.9 – Description d'un nœud [2]	47
Figure 3.10 – Éléments concourants au nœud [2]	48

Figure 3.11 – Buton en bambou (en [mm])	49
Figure 3.12 – Détail de l'assemblage d'un bouton (en [mm]) [2]	49
Figure 3.13 – Type de cordes	49
Figure 3.14 – Jonction des cordes aux nœuds [2]	50
Figure 3.15 – Epissures [2]	51
Figure 3.16 – Position des sangles	51
Figure 3.17 – Sangle à cliquet [2]	51
Figure 3.18 – Maillon capteur de force	52
Figure 3.19 – Appuis haut (a) et bas (b)	53
Figure 3.20 – Directions bloquées par des équerres sur les appuis (a) nœud simplement posé, (b) nœud bloqué dans une direction, (c) nœud bloqué dans deux directions. [2]	53
Figure 3.21 – Dimensions de la passerelle	54
Figure 4.1 – Construction en octobre 2022	57
Figure 4.2 – (a) Fluage, (b) Relaxation (t = temps, ϵ = déformation , σ = contrainte) [32]	58
Figure 4.3 – Échantillons en bambou	59
Figure 4.4 – Dimensions et mesures des échantillons de bambou	60
Figure 4.5 – Dispositif d'essai de compression selon la norme 22157 [33]	60
Figure 4.6 – Illustration du phénomène de fluage : Courbe de fluage typique présentant les trois stades du fluage. La courbe A correspond à un essai sous charge constante; la courbe B correspond à un essai sous contrainte constante [34]	61
Figure 4.7 – Contrainte - déformation typique d'un essai de compression simple pour un échantillon en bois [Illustration de l'auteur]	62
Figure 4.8 – (a) Essai de fluage des échantillons (b) Essai de fluage E3 après la déformation instantanée.	62
Figure 4.9 – Essais de compression simple : (a) Essais de compression pour tous les échantillons, (b) Essai de compression simple de l'échantillon E3.....	63
Figure 4.10 – Dimensions d'un bouton	66
Figure 4.11 – Défaut de rectitude : (a) Illustration usuel, (b) mesuré pour chaque bouton	66
Figure 4.12 – Essai de flambement : déformation finale	67
Figure 4.13 – Flambement par divergence et par bifurcation [38]	68
Figure 4.14 – Essais de flambement : (a) Tous, (b) Rupture T18, (c) T6, (d) T11, (e) et (f) Euler et Eurocode	69
Figure 4.15 – Rupture du bouton T18 au niveau de son assemblage et sa section la plus faible (a) à la fin de l'essai, (b) après l'essai, (c) l'intérieur du bouton T18 creusé pour accueillir l'assemblage	70
Figure 4.16 – Longueur cordes marines.....	72
Figure 4.17 – Mise en place des essais sur les cordes marines.....	73
Figure 4.18 – Essai de mise à longueur sur une corde transversale (Cx indique le xième chargement)	75
Figure 4.19 – Essai de caractérisation du module de Young d'une corde transversale (Cx est la dénomination des chargements)	76

Figure 4.20 – Relation σ - ϵ des trois derniers chargements C3, C4, C5	76
Figure 4.21 – Essai de relaxation sur une corde transversale	77
Figure 4.22 – Sangle à cliquet	78
Figure 4.23 – Longueur prise en compte dans l'essai	79
Figure 4.24 – Dispositif d'essai pour les sangles à cliquet.....	79
Figure 4.25 – Relation contrainte-allongement d'une sangle	80
Figure 4.26 – Câble en acier avec cosse.....	81
Figure 4.27 – Tendeur en acier galvanisé M30 œil-œil (a) Aperçu, (b) Dimensions	82
Figure 4.28 – Dispositif d'essai pour les câbles en acier	83
Figure 4.29 – Essai de caractérisation du module de Young d'un câble (C_i est la dénomination des chargements).....	84
Figure 4.30 – Allongement des cosses à la suite de l'essai de mise en tension À gauche, la cosse initiale ; à droite, la cosse allongée.....	84
Figure 4.31 – Relation contrainte-déformation des deux derniers chargements du câble en acier	85
Figure 4.32 – Essai de relaxation du câble en acier	85
Figure 4.33 – Longueur du câble tendeur.....	86
Figure 4.34 – Dispositif d'essai pour le câble tendeur	87
Figure 4.35 – Structure finale proposée	88
Figure 4.36 – Dénomination des éléments composant la structure finale	89
Figure 5.1 – Simplex expérimental.....	93
Figure 5.2 – Dénomination des éléments du simplex.....	94
Figure 5.3 – Maillon capteur de force.....	94
Figure 5.4 – Capteur de force annulaire SENSY 100 [kN]	95
Figure 5.5 – Scanner FARO.....	95
Figure 5.6 – Efforts à l'étape 0 (en [kN])	96
Figure 5.7 – Efforts à l'étape 1 (en [kN])	97
Figure 5.8 – Efforts à l'étape 2 (en [kN])	97
Figure 5.9 – Efforts à l'étape 3 (en [kN])	98
Figure 5.10 – Efforts à l'étape 4 (en [kN])	98
Figure 5.11 – Efforts à l'étape 5 (en [kN])	99
Figure 5.12 – Évolution des efforts internes dans le simplex durant toute la durée des essais.....	99
Figure 5.13 – Assemblage bouton T8 et nœud n°10 : (a) avant la rupture, (b) après la rupture (même vue que (a)), (c) après la rupture (vue du dessous)	100
Figure 5.14 – Efforts numériques correspondant à la rupture réelle (en [kN]).....	100
Figure 5.15 – Comparaison efforts numériques – expérimentaux.....	102
Figure 5.16 – Comparaison des raccourcissements numériques et expérimentaux des tendeurs	105
Figure 5.17 – Exemple de comparaison simplex numérique et expérimental	106

Figure 5.18 – Déplacements relatifs dans les directions x, y, z des nœuds (a) 6, (b) 7 et (c)10	106
Figure 5.19 – Représentation des angles α , β et γ étudiés	108
Figure 5.20 – Comparaison de l'angle α	108
Figure 5.21 – Comparaison de l'angle β	109
Figure 5.22 – Comparaison de l'angle γ	110
Figure 5.23 – Essai de relaxation du simplex après l'étape 3.....	112
Figure 5.24 – Zoom sur la relaxation de chaque élément mesuré (a) Buton T8, (b) Câble longitudinal CL3, (c) Câble tendeur CLT6, (d) Câble additionnel CA3	112
Figure 6.1 – Montage de la structure complète en mai 2023.....	117
Figure 6.2 – Optimisateur Galapagos.....	118
Figure 6.3 – Répartition des efforts sous chargement.....	119
Figure 6.4 – Niveau de précontrainte exigé avant le chargement	119
Figure 6.5 – Structure complète sur ses appuis.....	120
Figure 6.6 – Dénomination des éléments de la structure	120
Figure 6.7 – Dispositif de mise en charge (a) vue de face, (b) vue de profil.....	122
Figure 6.8 – Dispositif de chargement (a) poutre de répartition, (b) glissière	122
Figure 6.9 – Précontrainte initiale (en [kN]).....	124
Figure 6.10 – Précontrainte intermédiaire (en [kN]).....	124
Figure 6.11 – Précontrainte finale (en [kN])	125
Figure 6.12 – Chargement initial (en [kN]).....	125
Figure 6.13 – Chargement final (en [kN]).....	126
Figure 6.14 – Efforts internes mesurés par les capteurs de force tout au long des essais sur la structure complète.....	126
Figure 6.15 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux de T8, CA3 et des Câbles Longitudinaux	129
Figure 6.16 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux des Câbles Longitudinaux avec Tendeur	129
Figure 6.17 – Raccourcissement d'un tendeur à l'aide d'un bras de levier (en réalité Violette y arrive sans !!!).....	131
Figure 6.18 – Comparaison des raccourcissements expérimentaux avec les raccourcissements calculés par la méthode semi-empirique du self-stress mode et la méthode de relaxation dynamique pour la variation d'effort dans le bouton T9.	134
Figure 6.19 – Comparaison des variations numériques et expérimentales de la géométrie pour chaque étape de précontrainte.....	136
Figure 6.20 – Comparaison des variations numériques et expérimentales de la géométrie pour chaque étape de chargement	137
Figure 6.21 – Variations des positions relatives des nœuds 7 et 10 selon X, Y, Z	137
Figure 6.22 – Essai de relaxation sur le câble CL3 à chaque état de précontrainte : (a) étape 1.1, (b) étape 1.2, (c) étape 1.3 pour un même intervalle d'effort de 0,8 [kN]	139

Figure 6.23 – Essai de relaxation du câble CLT5 dans la structure finale à chaque état de précontrainte : (a) étape 1.1, (b) étape 1.2, (c) étape 1.3 pour un même intervalle d’effort de 0,9 [kN]	139
Figure 6.24 – Relaxation des câbles (a) CL3 et (b) CLT5 à l’étape 1.1 de précontrainte initiale sur une durée de 60 heures.....	141
Figure 7.1 – Aperçu des accélérations et fréquences des quatre accéléromètres sur RECOVIB SUITE	145
Figure 7.2 – Utilisation et placement des accéléromètres.....	146
Figure 7.3 – Mise en place des essais dynamiques	146
Figure 7.4 – Masse à lester	146
Figure 7.5 – Évolution des fréquences propres à chaque étape de précontrainte	147
Figure 8.1 – Essai de flambement : déformation finale	198
Figure A. 1 – Emplacement des tendeurs dans le simplex.....	158
Figure A. 2 – Méthode Self Stress Mode : (a) Simplex sous poids propre uniquement $\{tpp\}$, (b) Simplex en état d’auto-contrainte ("Targeted Self Stress state") : $\{t^*\} = \{S\} \cdot a^* + \{tpp\}$	158
Figure A. 3 – « Localized Self Stress Modes » dans la structure complète (5 simplex)	162
Figure C. 1 – Non-parallélisme des faces	177
Figure C. 2 – Illustration du phénomène de fluage [34] : Courbe de fluage typique présentant les trois stades du fluage. La courbe A correspond à un essai sous charge constante ; la courbe B correspond à un essai sous contrainte constante. [1]	178
Figure C. 3 – Échantillon dans la machine Zwick 250 kN.....	179
Figure C. 4 - Echantillon E5 dans la machine de compression Instron 500 [kN]	180
Figure C. 5 – Mesure du périmètre d’un nœud	181
Figure C. 6 – Défaut de rectitude initial $\delta 0$	182
Figure C. 7 – Défaut de rectitude du bambou T11 selon l’axe des x.....	183
Figure C. 8 – Instrumentation de l’essai de flambement : 4 capteurs de déplacement LVDT (Linear Variable Differential Transformer) d’une course minimum de 100 [mm]	184
Figure C. 9 – Dispositif expérimental de l’essai de flambement	185
Figure C. 10 – Flambement de la tige d’assemblage.....	186
Figure C. 11 – Remplacement des manchons par des tubes CPT (a) Comparaison visuelle, (b) Résultats force - déplacement pour le bouton T1 avec les anciens manchons et le nouveau manchon	186
Figure C. 12 – Dispositif expérimental de l’essai de caractérisation des sangles à cliquet	189
Figure C. 13 – Photos de la mise en place des essais de caractérisations des sangles à cliquet : (a) et (b) Vue du plancher, (c) sangle et mètre de mesure, (d) Système de retenue sous le plancher	190
Figure C. 14 – Dispositif expérimental de l’essai de caractérisation câbles en acier.....	191
Figure C. 15 – Photos de la mise en place des essais de caractérisations des câbles en acier : (a)Vue du plancher, (b)Zoom sur le vérin et le capteur laser	191
Figure C. 16 – Dispositif expérimental de l’essai de caractérisation du câble en acier avec tendeur ..	192

Figure C. 17 – Photos de la mise en place des essais de caractérisations des câbles en acier : (a)Photo du dispositif d'essai, (b) Photo du dispositif en action.....	192
Figure E. 1 – Illustration de l'outillage utilisé lors de l'essai de précision	205
Figure F. 1 – Simplex avec les coordonnées des nœuds et les efforts internes de ses éléments : En vert, l'effort interne connu du câble longitudinal avec tendeur CLT5. En brun, l'effort interne connu du bouton T8. En rouge, les autres efforts internes connus qui permettent de valider la méthode. En noir, les autres efforts internes inconnus.....	206
Figure F. 2 – Décomposition des efforts internes selon x, y et z (a) CLT5, (b) T8.....	207
Figure F. 3 – Équilibre des forces aux nœuds (a) 6, (b) 7, (c) 8. La procédure est a réalisée dans cette chronologie. En vert, l'effort interne connu du câble longitudinal avec tendeur CLT5. En brun, l'effort interne connu du bouton T8. En rouge, les autres efforts internes connus qui permettent de valider la méthode. En noir, les autres efforts internes inconnus. En gris, les efforts internes obtenu de l'équilibre des forces des nœuds précédent.....	208
Figure F. 4 – Comparaison des efforts internes calculé par la méthode des nœuds avec les méthodes SS, RD et les résultats expérimentaux : (a) Câble longitudinal CL3, (b) Câble tendeur CLT6, (c) Câble additionnel CA3, (d) Disposition des capteurs dans le simplex.....	210
Figure G. 1 – Plans de symétrie de la structure	211

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 – Caractéristiques des bambous	48
Tableau 3.2 – Description des longueurs de chaque type de corde	50
Tableau 3.3 – Propriétés des cordes marines	50
Tableau 3.4 – Description des longueurs des sangles.....	52
Tableau 3.5 – Propriétés des sangles à cliquet	52
Tableau 3.6 – Propriétés des maillons	52
Tableau 3.7 – Dimensions de la structure.....	54
Tableau 3.8 – Masse de la structure	54
Tableau 4.1 – Mesures des échantillons	60
Tableau 4.2 – Résultats des essais de fluage sur les échantillons en bambou	63
Tableau 4.3 – Résultats des essais de compression sur les échantillons en bambou	64
Tableau 4.4 – Comparaison des propriétés mécaniques du bambou obtenues par l'étude du Larenstein et obtenu à la suite des essais de caractérisation.....	65
Tableau 4.5 – Résultats des essais de flambement.....	69
Tableau 4.6 – Module de Young obtenu des essais de flambement.....	71
Tableau 4.7 – Longueurs des cordes requises par la géométrie de la structure	73
Tableau 4.8 – Longueur des cordes avant les essais de mise à longueur	74
Tableau 4.9 – Comparaison des longueurs L_1 après essai	75
Tableau 4.10 Modules de Young des cordes	77
Tableau 4.11 – Perte de charge par cycle	78
Tableau 4.12 – Modules de Young de la sangle à cliquet	80
Tableau 4.13 – Caractéristiques des câbles en acier.....	81
Tableau 4.14 – Caractéristiques des tendeurs.....	82
Tableau 4.15 – Longueur du câble transversal pour les essais de traction	83
Tableau 4.16 – Modules de Young des câbles	85
Tableau 4.17 – Perte de charge par cycle de 10h d'un essai de relaxation d'un câble en acier	86
Tableau 4.18 – Masse de la structure adaptée	88
Tableau 5.1 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux à chaque étape de précontrainte	102
Tableau 5.2 – Comparaison des raccourcissements numériques et empiriques des tendeurs	104
Tableau 5.3 – Comparaison de la hauteur du nœud 6 mesuré par un télémètre laser, par le scanner FARO et par la méthode de relaxation dynamique via Grasshopper	107
Tableau 5.4 – Comparaison de l'angle moyen α	108
Tableau 5.5 – résultats et comparaison de l'angle β (base 1 = nœuds 6,7,8 et base 2 = nœuds 9,10,11)	109

Tableau 5.6 – Comparaison de l'angle γ (base 1 = nœuds 6,7,8 et base 2 = nœuds 9,10,11)	110
Tableau 5.7 – Perte d'effort au cours du temps	113
Tableau 6.1 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux pour chaque état de précontrainte de la structure complète.....	127
Tableau 6.2 – Comparaison des efforts numériques et expérimentaux pour chaque état de chargement de la structure complète.....	128
Tableau 6.3 – Comparaison des raccourcissements expérimentaux et numériques à chaque étape de précontrainte de la structure finale (négatif pour les raccourcissements et positif pour les allongements)	133
Tableau 6.4 – Variation verticale (δ) des nœuds 7 et 10	136
Tableau 6.5 – Variation verticale (F) des nœuds 7 et 10.....	137
Tableau 6.6 – Perte d'effort au cours du temps mesuré par les capteurs de forces de la structure finale à chaque état de précontrainte sur une durée de 14h	140
Tableau 7.1 – Evolution des fréquences propres en fonction du niveau de précontrainte	147
 Tableau C. 1 – Non-parallélisme des faces réel $\delta_{réel}$ et maximal δ_{max}	177
Tableau C. 2 – Comparaison hauteur réel et auteur recommandée des échantillons par la norme ISO 22157.....	178
Tableau C. 3 – Dimensions des boutons (en gris ceux utilisés pour les essais au flambement).....	182
Tableau C. 4 – Excentricité dans les boutons.....	183
 Tableau E. 1 – Évaluation de la précision de la mesure de position du nœud	205
 Tableau F. 1 – Comparaison des efforts internes des éléments munis de capteur de force entre la méthode des nœuds et les résultats expérimentaux.....	209

BIBLIOGRAPHIE

- [1] N. BOUCHAT et M. CAULIER, Conception et construction d'une passerelle de tenségrité déployable en bambous, 2022.
- [2] Wikipedia, «Tensegrity,» 2023. [En ligne]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Tensegrity>.
- [3] R. B. FULLER et A. EJ, SYNERGETICS : Exploration in the geometry of thinking, 1979.
- [4] A. Boris, Portrait of Richard Buckminster Fuller.
- [5] E. HEARTNEY, Kenneth Snelson art and ideas..
- [6] E. HEARTNEY, Kenneth Snelson : Art and ideas, MARLBOROUGH GALLERY, N.Y., 2013.
- [7] K. JOHANSONS, Gleichgewichtskonstruktion, 1921.
- [8] M.-A. BRAYER, DAVID GEORGES EMMERICH.
- [9] K. SNELSON, Artist, *Needle Tower II*. [Art]. 1969.
- [10] A. 6. Architecture, Artist, *Urban Tree*. [Art]. 2020.
- [11] C. R. Architects, Artist, *Kurilpa Bridge*. [Art]. 2009.
- [12] *Tensegrity Bridge*. [Art]. Atelier Architecture 64, 2016.
- [13] White Rhino I & II. [Art]. 2017.
- [14] M. LEVY, Artist, *Georgia Dome*. [Art]. 1992.
- [15] R. FERREIRA, Artist, *Stade Unico de la Plata*. [Art]. 2011.
- [16] Wikipédia, «Messeturm Rostock,» [En ligne]. Available: https://de.wikipedia.org/wiki/Messeturm_Rostock.
- [17] Wikipédia, «Tour du Millénaire,» 2023. [En ligne]. Available: https://fr.wikipedia.org/wiki/Tour_du_Mill%C3%A9naire.
- [18] L.-G.-A. LRHODE BARBARIGOS, «An Active Deployable Tensegrity Structure,» 2012.
- [19] NASA, *SUPERball*, 2014.

- [20] G. TIBERT, «Deployable Tensegrity Structures for Space Applications,» 2002. [En ligne]. Available: https://www.researchgate.net/figure/A-56-m-diameter-EGS-antenna-in-space-Photo-taken-from-the-orbital-station-MIR-on-July_fig4_244457217.
- [21] A. BASTIEN et Q. GRAVY, «Etude d'une passerelle de tensegrité composée de simplex,,» UCLouvain, 2014.
- [22] M. ELIAERS, «Calcul non-linéaire des structures de tensegrité,» Uclouvain, 2015.
- [23] J. FERON, «Optimisation des structures de tensegrité,» UCLouvain, 2016.
- [24] L. BOUCHER, «Optimisation des structures de tensegrité,» UCLouvain, 2017.
- [25] I. BOUCKAERT, «Optimisation d'une passerelle de,,» UCLouvain, 2018.
- [26] A. FLAMANT, «TENSÉGRITÉ : Design, calcul et optimisation sur base d'une approche paramétrique».
- [27] R. ANTOINE et N. DANZIN, «Structure en tensegrité : analyse critique des résultats numériques sur base d'essais expérimentaux sur un simplex instrumenté de grande taille,» UCLouvain, 2021.
- [28] A. DESMET, «Etude numérique et expérimentale du comportement dynamique des structures en tensegrité,» UCLouvain, 2022.
- [29] J. FERON, «On tensegrity structures for civil engineering application,» UCLouvain, 2023.
- [30] V. d. Vos, Bamboo : mterial properties & market perspective, 2010.
- [31] G. POT, «Caractérisation mécanique du bois vert au cours de sa maturation et,» Paris, 2012.
- [32] NBN, «Structures en bambou — Détermination des propriétés physiques et mécaniques des tiges de bambou — Méthodes d'essais,» NBN ISO 22157, 2019.
- [33] N. Laurent, «Chapitre XV : FLUAGE,» 2008.
- [34] T. OBERMANN et R. LAUDE, Bamboo poles for spatial and light, 2004.
- [35] S. SCHRÖDER, «Mechanical properties of Bamboo,» 2004. [En ligne]. Available: [https://www.guaduibamboo.com/blog/mechanical-properties-of-bamboo#:~:text=Compressive%20Strength%20of%20Guadua%20angustifolia&text=The%20average%20outer%20diameter%20of,cm%20for%20the%20top%20portion.&text=The%20maximum%20compressive%20strength%20for,\(in%](https://www.guaduibamboo.com/blog/mechanical-properties-of-bamboo#:~:text=Compressive%20Strength%20of%20Guadua%20angustifolia&text=The%20average%20outer%20diameter%20of,cm%20for%20the%20top%20portion.&text=The%20maximum%20compressive%20strength%20for,(in%20)
- [36] L. F. L. MUNOZ et D. t. CHEATLE, «Diseño de conexiones y elementos en estructuras de guadua,» *Researchgate*, 2002.

- [37] P. BALA, «Parametric study on buckling behaviour of dented short carbon steel cylindrical shell subjected to uniform axial compression,» 2010. [En ligne]. Available: https://www.researchgate.net/figure/FE-analysis-of-eigen-and-non-linear-buckling_fig1_223237777.
- [38] J. FERON et P. LATTEUR, «Implementation and propagation of prestress forces in pin-jointed and tensegrity structures,» 2023.
- [39] KWAN et PELLEGRINO, «Prestressing a space structure».
- [40] A. J et B. CROSNIER, «Prestressing tensegrity systems - application to multiple selfstress state structures,» *Int J Structural* 984, 2004.
- [41] S. B, K. ABEDI et N. DIANAT, «Experimental and numerical study on the self-stress design of tensegrity systems,» *Meccanica*, 2013.
- [42] A. J, M. KAZI-AOUAL et B. CROSNIER, «Tensegrity systems selfstress state implementation methodology,» *Space Structures* 1027, 2002.
- [43] IMMC, «Matériel disponible en IMAP via le LEMSC,» 2015.
- [44] L. NAZE, CHAPITRE XV : FLUAGE, 2008.
- [45] NBN, «Cordages en fibres — Détermination de certaines caractéristiques physiques et mécaniques,» NBN ISO 2307, 2019.

