

**Louvain School of Management**

# **Détermination du mélange optimal de cokeries**

Auteur : Maxence Paoletti  
Promoteur : Daniel De Wolf  
Année académique 2019-2020  
Master [60] en sciences de gestion

## Résumé

Ce mémoire considère un problème de mélange avec contraintes d'une ancienne entreprise de production de coke. L'objectif est de déterminer le mélange de différents charbons pour l'obtention d'une tonne de mélange en minimisant le coût total depuis l'achat chez le fournisseur, en passant par la production et jusqu'à la prise en compte des clients. Le problème implique la présence de variables binaires, de contraintes linéaires et de contraintes non linéaires pour satisfaire les exigences clients et les limites techniques des usines. Pour identifier l'impact de ces différentes contraintes sur le coût final du mélange de charbons, 3 problèmes ont été considérés : *(i)* le problème ne prenant en compte que les contraintes linéaires, les contraintes relatives aux variables binaires ont été négligées ; *(ii)* le problème prenant en compte les contraintes linéaires et les variables binaires ; *(iii)* le problème global avec les contraintes non linéaires. Finalement, l'analyse des résultats a permis d'identifier que les contraintes non linéaires et les contraintes dues à la présence des soles doseuses (variables binaires) avaient un impact sur le coût des mélanges négligeable.

# Remerciements

Ce mémoire est le fruit d'un travail qui s'est étendu sur toute une année. Rien n'aurait été possible sans l'aide de plusieurs personnes que je tiens à remercier.

Je tiens à remercier tout d'abord mon promoteur, Professeur Daniel De Wolf, pour son temps et son écoute lors de la réalisation ce mémoire. Il m'a également guidé et conseillé lors de la résolution du problème et de la rédaction de ce travail.

Enfin, je remercie mes parents pour l'aide et les relectures de ce rapport ainsi que de m'avoir permit de réaliser ce Master.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Problématique</b>	<b>3</b>
2.1	Description des cokeries . . . . .	4
2.2	Caractéristiques des charbons . . . . .	5
2.3	Prix des charbons et du transport . . . . .	6
2.4	Caractéristiques de la demande . . . . .	9
2.5	Spécifications non linéaires . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Formulation du problème</b>	<b>12</b>
3.1	Choix des indices . . . . .	12
3.2	Choix des variables . . . . .	13
3.3	Expression de l’objectif . . . . .	13
3.4	Expression des contraintes . . . . .	14
3.5	Spécifications non linéaires . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Algorithme de résolution</b>	<b>17</b>
4.1	Structure du problème . . . . .	17
4.2	Méthode de résolution . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Analyse des résultats</b>	<b>20</b>
5.1	Résultats du problème linéaire . . . . .	20
5.2	Résultats du problème linéaire en nombres entiers . . . . .	23
5.3	Résultats du problème global . . . . .	25
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>27</b>
<b>A</b>	<b>Code GAMS</b>	<b>29</b>

# Liste des tableaux

2.1	Division de l'année en 6 périodes. . . . .	3
2.2	Synthèse des indices. . . . .	4
2.3	Caractéristiques des cokeries. . . . .	4
2.4	Caractéristiques des soles doseuses. . . . .	4
2.5	Coûts de production unitaire des usines . . . . .	5
2.6	Caractéristiques des charbons. . . . .	6
2.7	Taux de change . . . . .	7
2.8	Prix des charbons aux port ou gare de départ. . . . .	7
2.9	Coûts de transport des charbons jusqu'aux ports d'arrivée . . . . .	8
2.10	Coûts de transport des ports jusqu'aux cokeries . . . . .	8
2.11	Coûts de transport par train . . . . .	8
2.12	Demande des clients pour les 3 prochaines périodes et l'usine exigée . . . . .	9
2.13	Coefficient passant du mélange vers le coke. . . . .	10
2.14	Caractéristiques des demandes des clients. . . . .	10
2.15	Teneurs minimale et maximale en <i>Mid Vol, soft</i> et <i>australiens</i> . . . . .	10
2.16	Valeur des limites des paramètre <i>I10</i> et <i>I20</i> . . . . .	11
5.1	Coûts pour une tonne de mélange par usine et par période pour le problème linéaire . . . . .	21
5.2	Mélanges des charbons par usine et par période pour le problème linéaire . . . . .	22
5.3	Coûts pour une tonne de mélange par usine et par période pour le problème linéaire en nombres entiers . . . . .	23
5.4	Mélanges des charbons par usine et par période pour le problème linéaire en nombres entiers . . . . .	24
5.5	Coûts pour une tonne de mélange par usine et par période pour le problème global . . . . .	25
5.6	Mélanges des charbons par usine et par période pour le problème global . . . . .	26

# Liste des figures

1.1	Ancienne cokerie de Marchienne . . . . .	1
2.1	Flux de charbons des fournisseurs jusqu'aux usines . . . . .	6
2.2	Coûts le long de la chaîne d'approvisionnement . . . . .	8
3.1	Liens et contraintes imposées entre les différents éléments de la chaîne de production . . . . .	12
4.1	Ensembles convexe et non convexe . . . . .	18

# Chapitre 1

## Introduction

La Belgique a été forgée par un lourd passé sidérurgique. Cette industrie était basée sur le charbon et le minerai de fer dont le pays regorgeait. En effet, le charbon est nécessaire pour produire la fonte dans les hauts fourneaux. Cependant, le charbon ne peut être utilisé tel quel, car il contient de nombreux sous-produits nuisibles et inutiles (ArcelorMittal Belgique, s. d.). De même, le charbon n'est pas suffisamment résistant pour supporter la charge du haut fourneau. C'est pourquoi le charbon est d'abord converti en coke métallurgique. Ce dernier est fabriqué dans une usine, appelée cokerie (figure 1.1), par distillation du charbon, dans des fours à l'abri de l'air (DufLOT, s. d.). Cette usine comprend plusieurs séries de fours rectangulaires disposés en batterie. Les cokeries peuvent produire différentes variétés de coke en fonction de la qualité des charbons et de la durée de cuisson. Finalement, le coke métallurgique est utilisé comme carburant pour le haut fourneau. Il joue en outre un rôle important dans le procédé chimique qui a lieu dans le haut fourneau pour la fabrication de la fonte qui sera ensuite transformé en acier (ArcelorMittal Belgique, s. d.).



FIGURE 1.1 – L'ancienne cokerie de Marchienne a été mise en service en 1952 et a été active jusqu'en 2008 (Mácha, s. d.).

Ce mémoire prend place dans le domaine de la recherche opérationnelle. En effet, cette dernière est appliquée à des problèmes de coordination et de gestion d'opérations dans une organisation. La recherche opérationnelle prend source pendant la révolution industrielle lorsque les unités de production passent de l'artisanat à une production industrielle

(Hillier & Lieberman, 2015, p. 1). Cette transition pousse les composantes d'une organisation à fonctionner de manière autonome et à avoir leurs propres objectifs, *i.e.* comme dans l'artisanat. Cependant, cette autonomie localisée entraîne une production globale sous-optimale puisque les différentes composantes de l'entreprise sont souvent interdépendantes. Un problème connexe est qu'à mesure de l'augmentation de la complexité et de la spécialisation d'une organisation, il devient de plus en plus difficile d'affecter les ressources disponibles aux différentes activités de la manière la plus efficace pour l'ensemble de l'organisation. Ces types de problèmes et la nécessité de trouver un meilleur moyen de les résoudre ont créés un environnement propice à l'émergence de la recherche opérationnelle.

Le terme recherche vient du fait que la recherche opérationnelle applique la même méthode que dans le domaine scientifique (Hillier & Lieberman, 2015, p. 2). Le processus commence par observer et formuler le problème en incluant toutes les données pouvant participer à sa résolution. L'étape suivante est de construire un modèle scientifique, qui s'avère souvent être un modèle mathématique, pour permettre de représenter l'essentiel du problème réel. Les hypothèses de ce modèle doivent être suffisamment précises et pertinentes pour se représenter au mieux la réalité et obtenir une solution valide.

Une autre caractéristique est que la recherche opérationnelle tente fréquemment de rechercher la meilleure solution pour le modèle qui représente le problème considéré (Hillier & Lieberman, 2015, p. 3). Plutôt que de se contenter d'améliorer le statu quo, l'objectif est d'identifier la meilleure possibilité. Bien qu'elle doive être interprétée avec prudence, cette "recherche d'optimalité" est un thème important en matière de recherche opérationnelle.

Le sujet de cette thèse de Master considère une situation réelle d'une ancienne entreprise belge de production de coke dont les informations proviennent de (Auray, De Wolf, & Smeers, 2015). La société possédait 5 cokeries différentes réparties sur le territoire belge. Le gestionnaire veut optimiser les coûts sur les opérations de logistique et de mélange des différents charbons pour en produire du coke. Ce thème est parfaitement intégré dans le domaine de la recherche opérationnelle. En effet, le cas considère une multitude de charbons différents dont le mélange doit répondre à des contraintes de qualités précises demandés par les clients tout en considérant plusieurs sites de productions sur plusieurs périodes de temps.

Ce mémoire se structurera tout d'abord par l'explication de la problématique, *i.e.* les données techniques des usines, les exigences de qualités des clients, les prix d'achats et de transports des charbons et les relations entre les différents éléments de la chaîne. Ensuite viendra la formulation du problème brut en un problème mathématique avec la définition des indices, des variables, de l'objectif et des contraintes. Puis, un chapitre sur l'algorithme utilisé dans le code GAMS<sup>1</sup> expliquera la méthode de résolution du problème. Enfin arrivera l'analyse des résultats résumant les coûts totaux et les mélanges des charbons pour l'obtention du coke ainsi que l'impact des différentes contraintes sur le coût du mélange.

---

1. *General Algebraic Modeling System* est un langage permettant de résoudre des problèmes d'optimisation.

# Chapitre 2

## Problématique

L'optimisation du mélange pour chacune des 5 cokeries porte sur l'année à venir. Ce plan d'exploitation est divisé en 6 périodes, comme présenté dans la table 2.1. L'indice  $t$  sera utilisé pour les différentes périodes de temps. La demande est connue pour les 3 prochains mois, tandis que pour les 3 trimestres suivants, seules des prévisions sont fournies. Dès lors un plan d'exploitation sera fourni pour les 3 prochains mois et un plan prévisionnel pour les 3 trimestres suivants. Chaque période comprend un certain nombre de jours noté  $n_t$ .

Période	Mois par période
$t = 1$	Janvier
$t = 2$	Février
$t = 3$	Mars
$t = 4$	Avril à Juin
$t = 5$	Juillet à Septembre
$t = 6$	Octobre à Décembre

TABLE 2.1 – Division de l'année en 6 périodes.

Les 5 cokeries, indicées par  $co$ , sont situées géographiquement à travers le pays. Pour produire du coke, il faut mélanger différents charbons et chaque usine réalise un mélange différent noté  $m$ . La société possède plusieurs clients, indiqués par l'indice  $cl$ , qui ont chacun des exigences propres pour le mélange qu'ils désirent.

Les différents charbons, dénotés  $ca$ , proviennent de plusieurs pays dont certains arrivent en Belgique par bateau et d'autres par train. Ceci entraînera des coûts de transport différents. Le choix des indices est résumé dans le tableau 2.2.

Indice	Dénomination
$t$	Période de temps
$co$	Cokerie
$m$	Mélange
$cl$	Client
$ca$	Charbon

TABLE 2.2 – Synthèse des indices.

## 2.1 Description des cokeries

Les cokeries possèdent une capacité journalière maximale en tonnes de charbons entrés dans le haut fourneau, noté  $capa_{co}$ . Ainsi que, pour des raisons techniques, un taux de fonctionnement minimal par usine, indiqué par  $tauxmin_{co}$ . Ces informations sont reprises dans le tableau 2.3.

Usine	$capa_{co}$ [tonnes/jour]	$tauxmin_{co}$ [%]
$co = 1$	2300	60
$co = 2$	2850	60
$co = 3$	1250	75
$co = 4$	3500	60
$co = 5$	3500	60

TABLE 2.3 – Caractéristiques des cokeries.

Le chargement des différents charbons dans le haut fourneau se fait via des soles doseuses, dont le nombre par usine est désigné par  $sd_{co}$  et chaque cokerie en possède un nombre limité. Ceci entraîne un nombre restreint de charbons différents dans le mélange puisque une sole doseuse ne peut charger qu'un type de charbon par période et par usine (table 2.4). Enfin, les soles doseuses ont des capacités de chargement des charbons maximales et minimales exprimées en pourcentage par  $charmax_{co}$  et  $charmin_{co}$ , respectivement. Ces différences entre usines sont dues à la technologie utilisée qui n'est pas la même à cause de l'âge des différentes cokeries.

Usine	$sd_{co}$	$charmin_{co}$ [%]	$charmax_{co}$ [%]
$co = 1$	8	5	100
$co = 2$	4	15	35
$co = 3$	8	10	100
$co = 4$	8	10	100
$co = 5$	8	10	100

TABLE 2.4 – Caractéristiques des soles doseuses.

Finalement, chaque cokerie possède des coûts de production différents qui varient avec le temps, indiqué par  $coutprod_{co,t}$ . Le tableau 2.5 résume les coûts de production de chaque cokerie en € par tonne de charbon.

Usine	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$co = 1$	11,450	11,400	11,350
$co = 2$	18,175	18,100	18,025
$co = 3$	38,150	38,000	37,850
$co = 4$	24,125	24,025	23,925
$co = 5$	11,300	11,250	11,200

TABLE 2.5 – Coûts de production unitaire pour chaque usine en € par tonne.

## 2.2 Caractéristiques des charbons

Sur ce plan d'exploitation, la société dispose de 16 charbons différents mis à disposition par les fournisseurs. Chaque charbon a des propriétés qui lui sont propres telles que :

- la teneur en cendres en [%], notée  $cen_{ca}$  ;
- la teneur en soufre en [%], notée  $sou_{ca}$  ;
- la teneur en Alcali en [%], notée  $alc_{ca}$  ;
- la teneur en matières volatiles en [%], notée  $vol_{ca}$  ;
- la teneur inerte du charbon en [%], notée  $ine_{ca}$  ;
- le pouvoir agglutinant des matières réactives en [%], noté  $RCI_{ca}$  ;
- le logarithme de la fluidité maximale de Gieseler, noté  $LGF_{ca}$  ;
- la teneur en humidité en [%], notée  $hum_{ca}$ .

Il existe également 3 classes parmi les charbons : *High Volume*, noté HV, *Mid Volume*, noté MV et *Low Volume*, noté LV. Toutes ces caractéristiques sont reprises dans le tableau 2.6. Les seules pertes de matière entre le mélange de charbons entrant et le produit final sortant correspondent aux taux d'humidité du mélange. Ceci est la conséquence de l'évaporation de l'eau lors de l'augmentation de température dans le haut fourneau. Les autres pertes massiques sont considérées comme négligeables.

Charbon	$cen_{ca}$	$sou_{ca}$	$alc_{ca}$	Type	$vol_{ca}$	$ine_{ca}$	$RCI_{ca}$	$LGF_{ca}$	$hum_{ca}$
$ca = 1$	4,99	0,85	0,12	LV	17,89	36,678	0,899	1,238	6,63
$ca = 2$	5,53	0,70	0,09	LV	17,48	39,542	0,868	1,225	7,77
$ca = 3$	7,72	0,94	0,31	LV	22,71	29,763	0,861	1,301	10,15
$ca = 4$	8,30	0,67	0,14	LV	21,00	22,867	0,895	1,575	8,00
$ca = 5$	8,07	0,70	0,16	MV	23,60	21,993	0,803	3,342	9,47
$ca = 6$	4,83	0,88	0,16	HV	30,19	24,620	0,643	3,591	6,80
$ca = 7$	6,86	1,15	0,24	HV	29,90	23,833	0,606	3,388	7,54
$ca = 8$	6,14	0,84	0,22	HV	31,39	26,173	0,558	3,185	8,66
$ca = 9$	6,01	0,82	0,19	HV	32,75	27,607	0,807	3,0336	6,29
$ca = 10$	6,45	0,88	0,17	HV	33,08	32,361	0,580	4,006	7,20
$ca = 11$	7,44	0,66	0,24	HV	27,43	31,500	0,603	2,933	8,00
$ca = 12$	7,70	0,71	0,23	HV	32,09	28,800	0,500	2,829	6,81
$ca = 13$	7,00	0,98	0,32	MV	25,10	29,700	0,725	2,933	8,00
$ca = 14$	7,60	0,57	0,18	LV	19,30	27,967	0,964	2,588	10,14
$ca = 15$	5,79	0,82	0,18	MV	24,39	28,520	0,786	3,057	8,99
$ca = 16$	5,30	0,72	0,13	HV	33,50	31,133	0,541	3,697	7,90

TABLE 2.6 – Caractéristiques des charbons.

## 2.3 Prix des charbons et du transport

Comme expliqué précédemment, les charbons peuvent arriver par bateau ou par train (Fig. 2.1). Ceux qui arrivent par bateau sont indiqués par le sous-indice  $b$ . Il faut noter que l'indice  $b$  appartient à l'ensemble des indices  $ca$ . Ils proviennent principalement d'Amérique du Nord et d'Australie, c'est pourquoi la devise est en dollar US (\$). Il y a en Belgique 2 ports pour le débarquement des charbons qui seront dénotés par l'indice  $p$ .

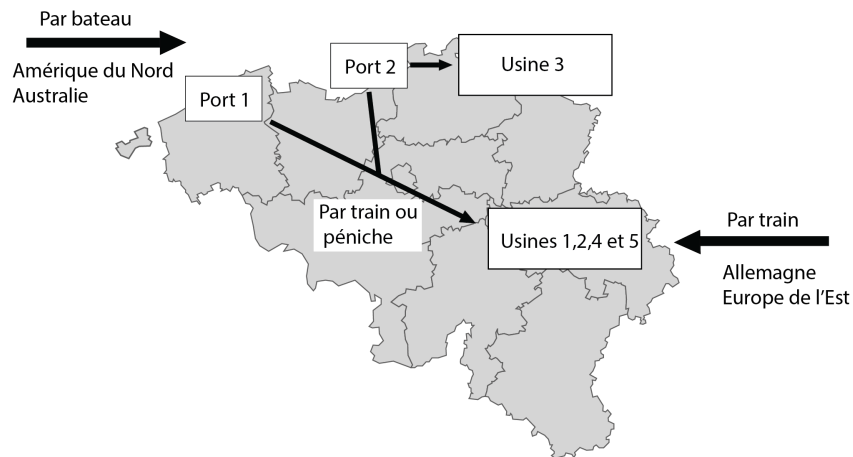


FIGURE 2.1 – Flux de charbons des fournisseurs jusqu'aux usines.

Les charbons arrivant via le chemin de fer, indicé par  $f$ , proviennent principalement d'Allemagne et d'Europe de l'Est dont la devise est l'euro (€). Il faut noter que l'indice  $f$  appartient à l'ensemble des indices  $ca$ . Les taux de change pour les 3 périodes couvrant le plan d'exploitation sont donnés à la table 2.7. Le paramètre  $taux$  est le facteur multiplicatif qui permettra de ramener tous les prix en euros.

$taux_t$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
\$	0,975	0,925	0,875
€	1	1	1

TABLE 2.7 – Taux de change  $taux$  pour les 3 premières périodes.

Les prix des charbons aux ports de départ ou à la gare de départ (prix des fournisseurs) sont indiqués dans le tableau 2.8 et ne varient pas de janvier à mars. Cependant, on peut observer une variation des taux de change sur ces périodes. Dès lors, les prix sont indiqués par  $prix_{ca,t}$  correspondant au prix du charbon  $ca$  à la période  $t$ .

Charbon	Prix	Moyen de transport
$ca = 1$	46,80 \$	Bateau
$ca = 2$	46,75 \$	Bateau
$ca = 3$	55,65 €	Train
$ca = 4$	37,75 \$	Bateau
$ca = 5$	45,75 \$	Bateau
$ca = 6$	42,225 €	Train
$ca = 7$	42,225 €	Train
$ca = 8$	41,775 €	Train
$ca = 9$	43,775 €	Train
$ca = 10$	46,65 \$	Bateau
$ca = 11$	49,25 \$	Bateau
$ca = 12$	44,10 \$	Bateau
$ca = 13$	55,125 €	Train
$ca = 14$	40,00 \$	Bateau
$ca = 15$	44,95 €	Train
$ca = 16$	46,80 \$	Bateau

TABLE 2.8 – Prix des charbons aux port ou gare de départ.

Dans le cas du transport par bateau, il faut ajouter au prix du charbon, le coût de transport par bateau du fournisseur jusqu'en Belgique, noté  $coutbat_{b,t}$  (voir table 2.9) et illustré à la figure 2.2. Ce coût est considéré égal entre les 2 ports à cause des grandes distances parcourues et est donné en dollar par tonne de charbon transportée. Par conséquent le coût du transport dépendra du temps à cause des variations de devise euro/dollar avec le temps.

Charbon	$ca = 1$	$ca = 2$	$ca = 4$	$ca = 5$	$ca = 10$	$ca = 11$	$ca = 12$	$ca = 14$	$ca = 16$
$coutbat_{b,t}$	5,10	4,50	10,25	8,15	3,75	3,30	0	7,50	5,10

TABLE 2.9 – Coûts de transport des charbons jusqu’aux ports d’arrivée en \$ par tonne de charbon transportée.

Il faut ensuite ajouter les coûts de manutention au port, noté  $coutmanu$ , qui sont également égaux entre les 2 ports suite à la concurrence élevée. Le coût de manutention par tonne de charbon sera de 3,3875 € pour chaque port et chaque période.

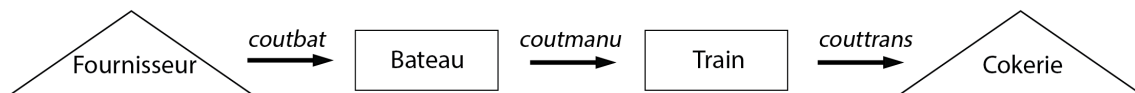


FIGURE 2.2 – Représentation des différents coûts le long de la chaîne d’approvisionnement du fournisseur à la cokerie par bateau.

Finalement, il reste à prendre en compte les coûts de transport du port à la cokerie, noté  $couttrans_{p,co}$  en € par tonne, qui se fait par train ou péniche (voir table 2.10). Il est à noter que la cokerie 3 se situe dans le port 2 donc  $couttrans_{23} = 0$  et que cette cokerie ne se fera alimenter que via des charbons provenant par bateau du port 2 comme illustré dans la figure 2.1.

Port	$co = 1$	$co = 2$	$co = 3$	$co = 4$	$co = 5$
$p = 1$	4,4675	2,6375	/	3,86	2,46
$p = 2$	4,4675	3,25	0	3,86	4,105

TABLE 2.10 – Coûts de transport des ports jusqu’aux cokeries en € par tonne de charbon.

Seules les usines 1, 2, 4 et 5 seront alimentées par train depuis l’Allemagne ou l’Europe de l’Est. Les coûts de transport par chemin de fer des fournisseurs jusqu’aux cokeries, notés  $couttrain_{f,co}$  en € par tonne, sont donnés dans le tableau 2.11.

Charbon	$co = 1$	$co = 2$	$co = 4$	$co = 5$
$ca = 3$	9,155	7,39	8,29	7,7475
$ca = 6$	4,67	4,2625	6,08	2,31
$ca = 7$	4,67	4,2625	6,08	2,31
$ca = 8$	4,67	4,2625	6,08	2,31
$ca = 9$	9,155	7,39	8,29	7,7475
$ca = 13$	9,155	7,39	8,29	7,7475
$ca = 15$	4,67	4,2625	6,08	2,31

TABLE 2.11 – Coûts de transport par train en € par tonne de charbon.

## 2.4 Caractéristiques de la demande

L'entreprise possède un panel de 13 clients dont la demande pour les 3 prochains mois est connue et reprise dans le tableau 2.12. Cette demande est dénotée par  $dem_{cl,t}$  qui correspond à la demande du client  $cl$  à la période de temps  $t$  exprimé en tonnes. Ce tableau reprend également la ou les cokeries où le client exige se faire délivrer dans le but de diminuer ses frais de transport.

Client	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	Usine exigée
$cl = 1$	11500	12600	12600	3
$cl = 2$		4000	4000	1
$cl = 3$	45000	45000	45000	1
$cl = 4$	7000	8000	8000	2 et 3
$cl = 5$	2000	2000	2000	3
$cl = 6$	16500	24800	14400	1 et 2
$cl = 7$	26700	19400	14800	2
$cl = 8$		3500		2
$cl = 9$	6000	6000	5000	1
$cl = 10$	16000	16000	14000	2
$cl = 11$	12000	12000	12000	3
$cl = 12$	58452	49002	51644	4
$cl = 13$	68516	68132	71162	5

TABLE 2.12 – Demande des clients pour les 3 prochaines périodes et l'usine exigée par le client.

Ces clients exigent également certaines contraintes relatives à la qualité des différents coques produits :

- Teneur en matières volatiles doit être comprise entre 0,24 et 0,26, notée respectivement  $minvol$  et  $maxvol$  ;
- Limite maximale de la teneur en cendres (table 2.14), notée  $maxcen_{cl}$  en [%] ;
- Limites inférieure et supérieure de la teneur en soufre (table 2.14), notées respectivement  $minsou_{cl}$  et  $maxsou_{cl}$  en [%] ;
- Limite maximale de la teneur en Alcali (table 2.14), notée  $maxalc_{cl}$  en [%] ;
- Limites inférieure et supérieure de la teneur en charbons de type *Low Vol* (table 2.14), notées respectivement  $minLV_{cl}$  et  $maxLV_{cl}$  en [%] ;

A noter que pour les caractéristiques de teneur en cendres, teneur en soufre et teneur en Alcali, il existe un coefficient passant depuis le mélange jusqu'au coke (produit final) donné dans le tableau 2.13, noté respectivement  $cpcendre$ ,  $cpsoufre$  et  $cpalcali$ . Ce coefficient passant exprime le pourcentage de l'élément présent dans le mélange qui se retrouve dans le coke. Il est important d'en tenir compte lors de la préparation du mélange pour obtenir du coke respectant les exigences des clients.

Élément	Coefficient passant
Cendres	1,32
Soufre	0,92
Alcali	1,32

TABLE 2.13 – Coefficient passant du mélange vers le coke.

Client	$maxcen_{cl}$	$minsou_{cl}$	$maxsou_{cl}$	$maxalc_{cl}$	$minLV_{cl}$	$maxLV_{cl}$
$cl = 1$	10		1	0,3	30	100
$cl = 2$	10		1	0,3	30	100
$cl = 3$	10		1	0,3	30	100
$cl = 4$	10		1	0,3	30	100
$cl = 5$	10		1	0,3	30	100
$cl = 6$	9,5	0,7	0,9	0,3	30	100
$cl = 7$	9,5	0,7	0,9	0,3	30	100
$cl = 8$	10		1	0,3	40	50
$cl = 9$	10		1	0,3	30	100
$cl = 10$	10		1	0,3	30	100
$cl = 11$	10		1	0,3	30	100
$cl = 12$	9,5	0,7	0,9	0,3	30	100
$cl = 13$	9,5	0,7	0,9	0,3	30	100

TABLE 2.14 – Caractéristiques des demandes des clients.

- On retrouve également d'autres contraintes indépendantes des clients qui sont :
- Limites inférieure et supérieure de la teneur en charbons de types *Mid Vol* (table 2.16), notées respectivement  $minMV$  et  $maxMV$  ;
  - Limite maximale de teneur en charbon *soft*, le seul charbon de type *soft* est le  $ca = 12$  (table 2.16), notée  $maxsoft$  ;
  - Pour des raisons commerciales, il existe une limite maximale de teneur en charbon *australiens*, le seul charbon de type *australiens* est le  $ca = 4$  (table 2.16), notée  $maxaust$ .

Paramètre	Teneur minimale	Teneur maximale
Mid Vol	0,25	0,25
Soft	/	0,10
Australiens	/	0,30

TABLE 2.15 – Teneurs minimale et maximale en *Mid Vol*, *soft* et *australiens* .

## 2.5 Spécifications non linéaires

En plus des différentes caractéristique de la demande, le mélange doit respecter 2 spécifications dépendant de manière non linéaire des quantités de charbons dans le mélange. Il s'agit des paramètres  $I10$  et  $I20$ . Le paramètre  $I10$  a une limite maximale noté  $maxI10$  et le paramètre  $I20$  a une limité minimale noté  $minI20$ .

Paramètre	Valeur minimale	Valeur maximale
$I10$	/	23
$I20$	76,5	/

TABLE 2.16 – Valeur des limites des paramètre  $I10$  et  $I20$ .

# Chapitre 3

## Formulation du problème

Ce problème peut être divisé en deux sous-problèmes : (i) l'optimisation d'un problème de logistique des charbons depuis les fournisseurs jusqu'aux usines puis des produits résultants (cokes) vers les clients ; (ii) l'optimisation du coût du mélange de différents charbons pour obtenir du coke respectant les différentes contraintes des cokeries et des clients. Ce mémoire portera sur la seconde partie de ce problème et sera implémenté dans le logiciel GAMS en se basant sur (Rosenthal, 2007). GAMS est un système de modélisation de haut niveau pour l'optimisation mathématique.

### 3.1 Choix des indices

La figure 3.1 synthétise les différentes relations imposées entre les fournisseurs, les ports, les usines et les clients. On y retrouve également la dénomination des différents indices tels que :

- $ca$  qui correspond au type de charbon ;
- $p$  qui désigne le port d'arrivée ;
- $co$  qui désigne la cokerie ;
- $cl$  qui marque le client à fournir ;
- $t$  la période considérée.

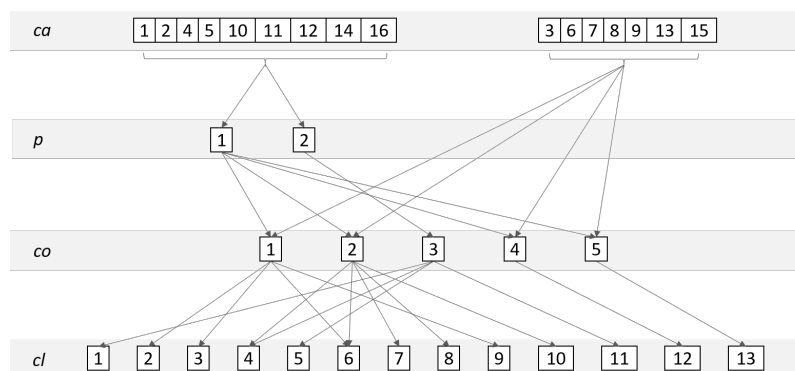


FIGURE 3.1 – Représentation des liens et des contraintes imposées entre les différents éléments de la chaîne de production du coke.

Il y a également des sous-indices qui sont tous liés à l'ensemble des indices  $ca$  :

- $f$  qui reprend les charbons transportés par chemin de fer ;
- $b$  qui reprend les charbons transportés par bateau ;
- $MV$  qui reprend les charbons de type *Mid Volume* ;
- $soft$  qui reprend le charbon de type *soft* ;
- $australien$  qui reprend le charbon de type *australien* ;
- $LV$  qui reprend les charbons de type *Low Volume*.

## 3.2 Choix des variables

La première variable correspond à la quantité de charbon  $ca$  utilisée dans l'usine  $co$  à la période  $t$ , dénoté  $CHAR_{ca,co,t}$ , dans une tonne de mélange. La seconde variable est nécessaire pour prendre en compte la limite du nombre de charbons par mélange. En effet ce nombre est limité par le nombre de soles doseuses qui permettent de charger les charbons dans le four. Par conséquent, la variable binaire  $BCHAR_{ca,co,t}$  indiquera la présence du charbon  $ca$  dans l'usine  $co$  à la période  $t$ .

## 3.3 Expression de l'objectif

L'objectif de ce travail est de déterminer, pour chaque cokerie et chaque période, le mélange de charbons optimal pour l'obtention d'une tonne de mélange en minimisant le coût d'achat, de transport, de manutention et de production du coke. Il s'agit donc d'un problème de minimisation des coûts.

$$\min z_{co,t} = \sum_{ca} \text{cout}_{ca,co,t} CHAR_{ca,co,t} \quad \forall co \quad \forall t \quad (3.1)$$

Pour chaque cokerie et à chaque période, on considère le prix de livraison à l'entrée de chaque usine comme étant le coût total  $\text{cout}_{ca,co,t}$  reprenant les différentes composantes de coûts. Cependant, il faut distinguer le moyen de transport utilisé pour livrer le charbon, dans le cas d'un transport par bateau le coût sera composé par :

- (i) prix d'achat des charbons  $\text{prix}_{b,t}$  ;
- (ii) coût de production du coke pour chaque usine  $\text{coutprod}_{co,t}$  ;
- (iii) coût de transport par bateau du fournisseur jusqu'au port  $\text{coutbat}_{b,t}$  ;
- (iv) coût de manutention au port  $\text{coutmanu}$  (constant pour chaque port) ;
- (v) coût de transport du port à l'usine par train ou péniche  $\text{couttrans}_{p,co}$ , on déterminera le choix du port d'arrivée en minimisant le coût de transport du port jusqu'à la cokerie.

Ce qui donnera le coût total pour un charbon provenant par bateau en euros :

$$\text{cout}_{b,co,t} = \text{prix}_{b,t} \text{taux}_t + \text{coutprod}_{co,t} + \text{coutbat}_{b,t} \text{taux}_t + \text{coutmanu} + \min_p \text{couttrans}_{p,co} \quad (3.2)$$

Alors que si la livraison a été faite par train, le coût sera composé par :

- (i) prix d'achat des charbons  $prix_{f,t}$  ;
- (ii) coût de production du coke pour chaque usine  $coutprod_{co,t}$  ;
- (iii) coût de transport par train du fournisseur jusqu'à l'usine  $couttrain_{f,co}$ .

Ce qui donnera la coût total pour un charbon provenant par le chemin de fer en euros :

$$cout_{f,co,t} = prix_{f,t} + coutprod_{co,t} + couttrain_{f,co} \quad (3.3)$$

### 3.4 Expression des contraintes

Comme expliqué précédemment, on recherche le mélange optimal de différents charbons pour obtenir une tonne de mélange pour chaque usine et pour chaque période de temps. Ceci est traduit mathématiquement par l'équation suivante :

$$\sum_{ca} CHAR_{ca,co,t} = 1 \quad (3.4)$$

Les chargements des différents charbons dans le haut fourneau se font via des soles doseuses. Chaque cokerie possède un nombre limité de soles doseuses ce qui entraîne un nombre limité de charbons dans le mélange exprimé par l'équation 3.5.

$$\sum_{ca} BCHAR_{ca,co,t} \leq sd_{co} \quad (3.5)$$

De plus, les soles doseuses ont des capacités de chargements limitées différentes. Les bornes inférieures et supérieures sont exprimées de la manière suivante :

$$charmin_{co} BCHAR_{ca,co,t} \leq CHAR_{ca,co,t} \leq charmax_{co} BCHAR_{ca,co,t} \quad (3.6)$$

Les équations (3.7) et (3.8) reprennent les contraintes concernant les teneurs maximales et minimales en matières volatiles autorisées dans le mélange.

$$\sum_{ca} vol_{ca} CHAR_{ca,co,t} \geq minvol \quad (3.7)$$

$$\sum_{ca} vol_{ca} CHAR_{ca,co,t} \leq maxvol \quad (3.8)$$

Les équations (3.9) et (3.10) concernent les spécifications des charbons de type *Mid Vol* dont les teneurs doivent être comprises entre  $minMV$  et  $maxMV$ .

$$\sum_{ca \in MV} CHAR_{ca,co,t} \geq minMV \quad (3.9)$$

$$\sum_{ca \in MV} CHAR_{ca,co,t} \leq maxMV \quad (3.10)$$

La contrainte (3.12) indique la teneur en charbon de type *soft* qui possède une limite maximale *maxsoft*. Le seul charbon disponible de ce type est le charbon  $ca = 12$ .

$$\sum_{ca \in soft} CHAR_{ca,co,t} \leq maxsoft \quad (3.11)$$

Enfin, la contrainte suivante traduit la teneur maximale en charbon de type *australien* qui possède une limite maximale *maxaust*. Le charbon de type *australien* est le numéro  $ca = 4$ .

$$\sum_{ca \in australien} CHAR_{ca,co,t} \leq maxaust \quad (3.12)$$

Les contraintes suivantes sont dépendantes des demandes des clients. Dès lors, comme chaque cokerie ne produit qu'un seul mélange à la fois, il faut prendre les spécifications du client le plus sévère que la cokerie dessert à ce moment-là pour avoir les spécifications du mélange. Par conséquent, il faudra considérer le client  $cl$  fourni par la cokerie  $co$  le plus contraignant, *i.e.* avec l'exigence maximale la plus faible ou l'exigence minimale la plus élevée.

Le mélange est soumis à des contraintes de teneur en cendre maximale (3.13), teneur en soufre maximale (3.14) et minimale (3.15) et teneur en alcali maximale (3.16). Ces contraintes sont dictées par les clients qui considèrent les teneurs du produit final, par conséquent il faut considérer les coefficients passants ( $cp$ ) lors de la transformation du mélange de charbons au produit final, *i.e.* le coke.

$$\sum_{ca} cen_{ca} cpcendre CHAR_{ca,co,t} \leq \min_{cl \text{ fourni par } co} maxcen_{cl} \quad (3.13)$$

$$\sum_{ca} sou_{ca} cpsoufre CHAR_{ca,co,t} \leq \min_{cl \text{ fourni par } co} maxsou_{cl} \quad (3.14)$$

$$\sum_{ca} sou_{ca} cpsoufre CHAR_{ca,co,t} \geq \max_{cl \text{ fourni par } co} minsou_{cl} \quad (3.15)$$

$$\sum_{ca} alc_{ca} cpalcali CHAR_{ca,co,t} \leq \min_{cl \text{ fourni par } co} maxalc_{cl} \quad (3.16)$$

Pour les charbons de type *Low Vol*, les équations (3.17) et (3.18) reprennent, respectivement, les teneurs maximale et minimale demandées par les clients.

$$\sum_{ca \in LV} CHAR_{ca,co,t} \leq \min_{cl \text{ fourni par } co} maxLV_{cl} \quad (3.17)$$

$$\sum_{ca \in LV} CHAR_{ca,co,t} \geq \max_{cl \text{ fourni par } co} minLV_{cl} \quad (3.18)$$

Finalement, il faut prendre en compte la non-négativité de la variable  $CHAR_{ca,co,t}$  et le caractère binaire de la variable  $BCHAR_{ca,co,t}$ . Ce qui, traduit mathématiquement, donne :

$$CHAR_{ca,co,t} \geq 0 \quad \forall ca \quad \forall co \quad \forall t \quad (3.19)$$

$$BCHAR_{ca,co,t} \in \{0; 1\} \quad \forall ca \quad \forall co \quad \forall t \quad (3.20)$$

### 3.5 Spécifications non linéaires

Cette section détaille la méthode pour déterminer les 2 paramètres dépendant de manière non linéaire des quantités de charbons dans le mélange :  $I10$  et  $I20$ . Étant donné que ces paramètres dépendent des quantités de charbons, il faut les définir pour chaque cokerie et chaque période de temps, on les écrira donc  $I10_{co,t}$  et  $I20_{co,t}$ . Les contraintes s'écriront :  $I10_{co,t} \leq maxI10$  et  $I20_{co,t} \geq minI20$ .

Pour déterminer ces 2 paramètres, 3 variables sont nécessaires qui dépendent chacune des quantités de charbons présentes dans le mélange :

1. Teneur en inerte du mélange  $TICM$ .

Cette dernière est déterminée comme étant la somme des teneurs en inerte de chaque charbon avec un coefficient passant de 1.

$$TICM_{co,t} = \sum_{ca} CHAR_{ca,co,t} ine_{ca} \quad (3.21)$$

2. Pouvoir agglutinant des matières réactives du mélange  $RCIM$ .

Pour calculer cette variable, il faut prendre en compte uniquement la partie réactive du charbon, *i.e.* il faut éliminer les matières inertes.

$$RCIM_{co,t} = \frac{\sum_{ca} CHAR_{ca,co,t}(100 - TIC_{ca}) RCI_{ca}}{\sum_{ca} CHAR_{ca,co,t}(100 - TIC_{ca})} \quad (3.22)$$

3. Fluidité maximale de Gieseler du mélange  $LGFM$ .

$$LGFM_{co,t} = \sum_{ca} CHAR_{ca,co,t} LGF_{ca} \quad (3.23)$$

Ces variables permettent ensuite de calculer les paramètres  $I20$  et  $I10$ , pour chaque période et chaque usine, de la manière suivante :

$$\begin{aligned} I20_{co,t} = & -1,64 \times TICM_{co,t} + 209,1 \times RCIM_{co,t} + 58,96 \times LGFM_{co,t} \\ & + 0,0168 \times TICM_{co,t}^2 - 110,8 \times RCIM_{co,t}^2 - 13,16 \times LGFM_{co,t}^2 \\ & - 108,66 \times RCIM_{co,t} \times LGFM_{co,t} + 0,818 \times LGFM_{co,t} \times TICM_{co,t} \\ & + 1,015 \times LGFM_{co,t}^3 + 43,34 \times RCIM_{co,t}^2 \times LGFM_{co,t} \\ & + 6,32 \times RCIM_{co,t} \times LGFM_{co,t}^2 - 0,02028 \times TICM_{co,t}^2 \times LGFM_{co,t} \\ & + 0,663 \times TICM_{co,t} \times RCIM_{co,t} \times LGFM_{co,t} - 6,1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I10_{co,t} = & 1,625 \times TICM_{co,t} - 200,7 \times RCIM_{co,t} - 61,9 \times LGFM_{co,t} \\ & - 0,0159 \times TICM_{co,t}^2 + 105,8 \times RCIM_{co,t}^2 + 12,52 \times LGFM_{co,t}^2 \\ & + 114,83 \times RCIM_{co,t} \times LGFM_{co,t} - 0,654 \times LGFM_{co,t} \times TICM_{co,t} \\ & - 0,938 \times LGFM_{co,t}^3 - 47,02 \times RCIM_{co,t}^2 \times LGFM_{co,t} \\ & - 0,603 \times RCIM_{co,t} \times LGFM_{co,t}^2 + 0,01761 \times TICM_{co,t}^2 \times LGFM_{co,t} \\ & - 0,734 \times TICM_{co,t} \times RCIM_{co,t} \times LGFM_{co,t} + 101 \end{aligned}$$

# Chapitre 4

## Algorithme de résolution

### 4.1 Structure du problème

Le problème à résoudre comporte deux parties, la première est constituée de contraintes linéaires et de variables binaires, *i.e.* de variables en nombres entiers. Alors que la seconde partie est constituée de contraintes non linéaires.

Dans cette première partie, reprenant les équations de la section 3.4, toutes les contraintes sont linéaires. Cependant, pour des raisons d'ordre technique, il y a un nombre maximum de charbons différents qui peuvent être intégrés dans le mélange. Ce nombre est dicté par le nombre de soles doseuses présentes dans chaque usine. Ceci oblige l'introduction de variables en nombres entiers de type binaires pour prendre en compte la présence ou la non-présence de chaque charbon dans le mélange, on parle alors de problèmes mixtes zéro/un (De Wolf, 2004, p. 44). Ce type de problème, à cause de la présence de variables binaires, peut être formulé par un modèle de type *Mixed-Integer Program* (MIP).

Dans la seconde partie, des variables qui dépendent de manière non linéaire des quantités de charbons dans le mélange ont été introduites. Ceci entraîne une utilisation de contraintes non linéaires dans le problème. Par conséquent, vu la présence de contraintes linéaires, non linéaires et de nombres entiers, il faudra formuler le problème global par un modèle de type *Mixed-Integer Nonlinear Program* (MINLP).

### 4.2 Méthode de résolution

Ce problème a été résolu en 3 étapes. Tout d'abord, le problème purement linéaire va être résolu, on fera abstraction des contraintes liées à la présence de variables binaires et des contraintes non linéaires. Dans un second temps, les contraintes liées aux variables binaires seront ajoutées au problème purement linéaire. Finalement, le problème sera résolu dans sa globalité, *i.e.* avec les contraintes linéaires, les variables binaires et les contraintes non linéaires.

Ce découplage du problème en différentes étapes a été fait car la résolution de modèles non linéaires est en général bien plus difficile qu'un modèle linéaire de taille similaire (Williams, 2013, p. 140). Par conséquent, il est intéressant de résoudre le problème en ne

considérant que les contraintes linéaires. Ce problème sera résolu grâce à un solveur *linear programming* (LP).

Le problème linéaire en nombres entiers sera résolu avec le solveur GAMS/XPRESS qui est un système d'optimisation polyvalent et performant (XPRESS, s. d.). Le système intègre un puissant solveur *linear programming*, un module *mixed-interger programming* (MIP) et un algorithme de pointe pour les très grands problèmes LP. Ce solveur permet d'obtenir les quantités et les types de charbons utilisés dans le mélange tout en satisfaisant les contraintes de qualité et en minimisant le coût total.

Une fois la solution répondant aux contraintes linéaires et linéaires en nombres entiers trouvées, il faut passer à la satisfaction des contraintes non linéaires. Dans le cas de la programmation linéaire, la solution optimale peut toujours être déterminée en un sommet de la région réalisable. Cependant pour la programmation non linéaire, cette propriété est perdue. Il peut y avoir une solution non extrême ou alors une solution intérieure. Mais la principale difficulté de la programmation non linéaire est que l'on peut être face à un optimum local qui est différent de l'optimum global (De Wolf, 2004, p. 53). Dès lors, on va utiliser les mélanges de charbons solutions du problème linéaire en nombres entiers comme valeur de départ pour le modèle MINLP. Ceci permettra au modèle de converger nettement plus rapidement et de potentiellement répondre aux contraintes linéaires et non linéaires.

Les problèmes non linéaires peuvent être divisés en deux catégories, les problèmes convexes et les problèmes non convexes. Une région de l'espace est dite convexe si le segment de droite entre deux points du domaine est compris entièrement dans ce domaine, comme montré sur la partie gauche de la figure 4.1. En programmation mathématique, un modèle est dit convexe s'il implique la minimisation d'une fonction convexe sur une région réalisable convexe ou de la maximisation d'une fonction concave sur une région réalisable convexe (Williams, 2013, p. 141). Cette distinction est nécessaire pour déterminer quel solveur utiliser pour la résolution du problème. Effectivement, un problème peut donner plusieurs optima locaux qui ne se trouvent pas être l'optimum global. La possibilité d'optima locaux découlant de modèles non convexes lorsque certains algorithmes sont utilisés est ce qui rend ces modèles beaucoup plus difficiles à résoudre que les modèles convexes. En effet, avec un modèle de programmation convexe, tout optimum trouvé doit être un optimum global. Pour trouver un optimum global garanti à un modèle non convexe, cela nécessite des algorithmes nettement plus sophistiqués (Williams, 2013, p. 145-146).

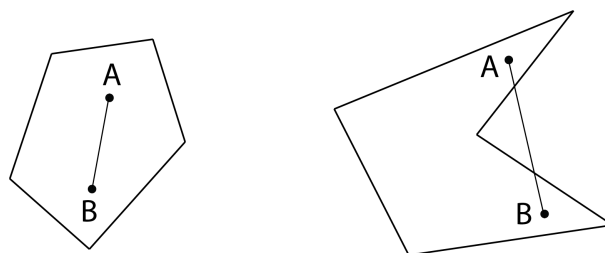


FIGURE 4.1 – Représentation d'un ensemble convexe (figure gauche) et d'un ensemble non convexe (figure droite).

Cependant, la détermination de la convexité pour ce problème est très complexe. En effet, la fonction objectif est bien convexe, mais déterminer la convexité des contraintes est pratiquement invérifiable pour un problème aussi complexe. La méthode est donc de résoudre le problème, dont on a aucune idée de la convexité, avec un algorithme prévu pour les problèmes convexes. On peut dans ce cas obtenir un optimum local qui n'est pas global, il s'agira donc d'un problème non convexe.

Pour résoudre ce problème non linéaire en nombres entiers, on va recourir au solveur DICOPT. Ce dernier est un programme prévu pour la résolution de problème MINPL qui implique des variables binaires ou en nombres entiers et des variables continues linéaires ou non linéaires (*DICOPT*, s. d.). DICOPT (DIcrete and Continuous OPTimizer) a été développé par Viswanathan et Grossmann (Grossmann & Viswanathan, 2002) à l'*Engineering Design Research Center* de l'université Carnegie Mellon. L'algorithme MINLP de DICOPT résout une série de sous-problèmes de type *nonlinear programming* (NLP) et MIP. Ces sous-problèmes peuvent être résolus en utilisant n'importe quel solveur NLP ou MIP qui fonctionne sous GAMS. Les performances dépendront fortement du choix des sous-solveurs sélectionnés. Toutefois, il faut garder à l'esprit que bien que l'algorithme comporte des dispositions pour traiter les non convexités, il n'obtient pas nécessairement l'optimum global.

# Chapitre 5

## Analyse des résultats

Ce chapitre s'attardera sur l'analyse des résultats obtenus pour les différents problèmes envisagés :

1. Le problème linéaire : sans considérer les variables binaires ni les contraintes non linéaires ;
2. Le problème linéaire en nombres entiers : considérant les variables binaires et les contraintes linéaires ;
3. Le problème global : le problème n°2 avec les contraintes non linéaires.

L'analyse de ces 3 problèmes permettra de déterminer l'influence des variables binaires et des contraintes non linéaires sur le coût total d'une tonne de mélange. L'annexe A présente le code GAMS écrit pour résoudre le problème global.

### 5.1 Résultats du problème linéaire

Comme expliqué précédemment, ce problème linéaire n'inclura que les contraintes linéaires. De ce fait, il est possible de le résoudre en ayant recours à un solveur *Linear Programming*.

En négligeant les variables binaires dans ce problème, il a fallu enlever les contraintes dépendantes des soles doseuses. Dès lors, la contrainte du nombre limite de charbons par mélange, l'équation 3.5, ainsi que les contraintes de chargement maximale et minimale, l'équation 3.6, ont été négligées. A noter que les contraintes non linéaires n'ont pas non plus été prises en compte.

Le coût global *coutglobal* de 1035,54 € est obtenu en sommant les optima des coûts des mélanges de charbons de chaque usine et chaque période selon l'équation 5.1. Le détail des différents coûts est donné dans le tableau 5.1 par période et par usine.

$$coutglobal = \sum_{co} \sum_t z_{co,t} \quad (5.1)$$

Cokerie <i>co</i>	1	2	3	4	5
Janvier	61,015	67,575	89,560	74,495	58,611
Février	60,253	66,550	86,947	73,683	57,849
Mars	59,490	65,402	84,335	72,687	57,086

TABLE 5.1 – Coût total pour la fabrication d’une tonne de mélange par période et par usine en euros.

Rappelons que le modèle doit déterminer quels types de charbons et en quelle quantité ils doivent être utilisés dans une tonne de mélange tout en respectant les contraintes de qualité des clients. Par conséquent, le tableau 5.2 résume ces quantités par période et par usine. Sur base de ce tableau, on peut noter que :

- La somme des quantités de charbon pour une usine et une période donnée est bien de une tonne, ce qui respecte la contrainte 3.4 ;
- Les cokeries 1 et 5 ont les mêmes mélanges pour toutes les périodes ainsi que la cokerie 4 sauf pour le mois de mars ;
- La cokerie 3 n’est fournie que par des charbons provenant par bateau ;
- Le reste des contraintes de qualités, dépendantes et indépendantes des clients, sont également bien respectées ;
- Seulement 7 types de charbons sur les 16 disponibles ont été utilisés pour toute l’entreprise : les charbons 5, 7, 8, 10, 12, 14 et 15.

Période $t$	Janvier		Février		Mars	
Cokerie $co$	Charbon $ca$	Quantité	Charbon $ca$	Quantité	Charbon $ca$	Quantité
1	7	0,022	7	0,022	7	0,022
	8	0,428	8	0,428	8	0,428
	14	0,3	14	0,3	14	0,3
	15	0,25	15	0,25	15	0,25
2	7	0,109	7	0,109	7	0,151
	8	0,241	8	0,241	8	0,099
	14	0,4	14	0,4	12	0,1
	15	0,25	15	0,25	14	0,4
					15	0,25
3	5	0,25	5	0,25	5	0,25
	10	0,17	10	0,17	10	0,17
	12	0,1	12	0,1	12	0,1
	14	0,48	14	0,48	14	0,48
4	7	0,022	7	0,022	7	0,064
	8	0,428	8	0,428	8	0,286
	14	0,3	14	0,3	12	0,1
	15	0,25	15	0,25	14	0,3
					15	0,25
5	7	0,022	7	0,022	7	0,022
	8	0,428	8	0,428	8	0,428
	14	0,3	14	0,3	14	0,3
	15	0,25	15	0,25	15	0,25

TABLE 5.2 – Types et quantités en tonne de charbon utilisés par usine à chaque période pour le problème linéaire.

## 5.2 Résultats du problème linéaire en nombres entiers

Il est intéressant d'observer les résultats donnés par le problème linéaire en nombres entiers, *i.e.* sans la présence des contraintes non linéaires. Ceci permet de voir quelle influence ces variables binaires ont sur les coûts ainsi que les différents types et quantités de charbons qui seront utilisés.

On obtient un coût total de 1036,42 € en considérant toutes les usines et toutes les périodes. *L'influence des variables binaires sur le coût total des mélanges est négligeable* puisqu'il s'agit d'une différence de 0,8% par rapport au problème ne comportant que les contraintes linéaires. Le tableau 5.3 détaille les coûts d'une tonne de mélange pour chaque période et chaque usine.

Cokerie $co$	1	2	3	4	5
Janvier	61,028	67,757	89,560	74,530	58,646
Février	60,265	66,728	86,947	73,718	57,884
Mars	59,503	65,699	84,335	72,703	57,121

TABLE 5.3 – Coût total pour la fabrication d'une tonne de mélange par période et par usine en euros.

Le tableau 5.4 résumant les quantités et les types de charbons utilisés dans les mélanges par période et par usine. Sur base de ce tableau, on peut noter que :

- La somme des quantités de charbon pour une usine et une période donnée est bien de une tonne ce qui respecte la contrainte 3.4 ;
- Le nombre de charbons par mélange respecte bien la limite du nombre de soles doseuses de chaque usine. *On retrouve une différence par rapport au problème linéaire. Notamment dans la cokerie n°2 qui est limitée à 4 charbons par mélange, alors que dans le problème linéaire on retrouve 5 charbons différents en mars ;*
- Les capacités de chargement minimal et maximal des soles doseuses de chaque usine sont bien respectées. *Notamment, la contrainte de 5% minimum du charbon 7 qui n'était pas satisfaite dans la solution du problème purement linéaire ;*
- La cokerie 3 n'est fournie que par des charbons provenant par bateau ;
- Le reste des contraintes de qualités, dépendantes et indépendantes des clients, sont également bien respectées ;
- Les mélanges sont différents par rapport au problème linéaire mais les types de charbons sont similaires à l'exception de l'ajout du charbon 4 dans l'usine 2. On utilise donc 8 types de charbons sur les 16 mis à disposition par les fournisseurs.

Période $t$	Janvier		Février		Mars	
Cokerie $co$	Charbon $ca$	Quantité	Charbon $ca$	Quantité	Charbon $ca$	Quantité
1	7	0,05	7	0,05	7	0,05
	8	0,4	8	0,4	8	0,334
	14	0,3	14	0,3	12	0,066
	15	0,25	15	0,25	14	0,3
					15	0,25
2	4	0,15	4	0,15	4	0,15
	7	0,35	7	0,35	7	0,35
	14	0,25	14	0,25	14	0,25
	15	0,25	15	0,25	15	0,25
3	5	0,25	5	0,25	5	0,25
	10	0,17	10	0,17	10	0,17
	12	0,1	12	0,1	12	0,1
	14	0,48	14	0,48	14	0,48
4	7	0,1	7	0,1	7	0,1
	8	0,35	8	0,35	8	0,25
	14	0,3	14	0,3	12	0,1
	15	0,25	15	0,25	14	0,3
					15	0,25
5	7	0,1	7	0,1	7	0,1
	8	0,35	8	0,35	8	0,35
	14	0,3	14	0,3	14	0,3
	15	0,25	15	0,25	15	0,25

TABLE 5.4 – Types et quantités en tonne de charbon utilisés par usine à chaque période pour le problème linéaire en nombres entiers.

### 5.3 Résultats du problème global

Il est utile de rappeler que le modèle MINLP a considéré les valeurs des charbons données dans la section précédente comme valeurs de départ de l'itération permettant de converger plus rapidement. Concernant les résultats du problème globale, *i.e.* en tenant compte des contraintes linéaires, non linéaires et des variables binaires, on trouve un coût total plus élevé valant 1039,82 €. Ceci équivaut à une augmentation de 0,3% par rapport au problème précédent, ce qui montre *le faible impact des contraintes non linéaires sur le coût global*. Le tableau 5.5 détaille les coûts d'une tonne de mélange pour chaque période et chaque usine.

Cokerie $co$	1	2	3	4	5
Janvier	61,529	67,781	89,56	74,953	59,189
Février	60,661	66,751	86,947	74,021	58,307
Mars	59,794	65,713	84,335	72,863	57,424

TABLE 5.5 – Coût total pour la fabrication d'une tonne de mélange par période et par usine en euros.

De la même façon que dans le problème linéaire en nombres entiers, on résume les résultats des types et des quantités de charbons utilisés dans chaque mélange pour toutes les usines et toutes les périodes dans le tableau 5.6. On observe que les quantités ainsi que les types de charbons ont sensiblement changé lorsque l'on rajoute les contraintes non linéaires. On retrouve toujours 8 charbons différents utilisés pour toute l'entreprise, mais on peut observer la disparition du charbon 8 pour celle du charbon 6. Cependant, les remarques concernant la satisfaction des contraintes techniques et de qualité restent valides.

Période $t$	Janvier		Février		Mars	
Cokerie $co$	Charbon $ca$	Quantité	Charbon $ca$	Quantité	Charbon $ca$	Quantité
1	6	0,356	6	0,356	6	0,356
	7	0,05	9	0,05	7	0,05
	14	0,344	14	0,344	14	0,344
	15	0,25	15	0,25	15	0,25
2	4	0,199	4	0,199	4	0,15
	6	0,35	6	0,35	7	0,338
	14	0,201	14	0,201	14	0,262
	15	0,25	15	0,25	15	0,25
3	5	0,25	5	0,25	5	0,25
	10	0,17	10	0,17	10	0,17
	12	0,1	12	0,1	12	0,1
	14	0,48	14	0,48	14	0,48
4	6	0,299	6	0,299	6	0,127
	7	0,1	7	0,1	7	0,13
	14	0,351	14	0,351	12	0,1
	15	0,25	15	0,25	14	0,394
					15	0,25
5	6	0,299	6	0,299	6	0,299
	7	0,1	7	0,1	7	0,1
	14	0,351	14	0,351	14	0,351
	15	0,25	15	0,25	15	0,25

TABLE 5.6 – Types et quantités en tonne de charbon utilisés par usine à chaque période pour le problème global.

# Chapitre 6

## Conclusion

Ce mémoire a permis de déterminer le mélange optimal de charbons pour l'obtention d'une tonne de mélange pour chacune des 5 cokeries de l'entreprise en janvier, février et mars. Cet optimum a été calculé en minimisant la somme totale des coûts allant de l'achat des charbons jusqu'à la fabrication du coke. Plusieurs contraintes linéaires et non linéaires ont été imposées pour prendre en compte les exigences de qualité des clients et les spécificités techniques des usines. Il a fallu également recourir à la programmation en nombres entiers, via des variables binaires, pour tenir compte des limites des soles doseuses dans les cokeries.

Pour déterminer l'influence sur les coûts des contraintes induites par les soles doseuses et des contraintes non linéaires, deux autres problèmes ont été étudiés : *(i)* le problème linéaire sans variables binaires ni contraintes non linéaires ; *(ii)* le problème linéaire en nombres entiers ne comprenant pas les contraintes non linéaires. Ces deux problèmes ont pu être comparé au problème global. Il a été montré que ces différentes contraintes ont une influence négligeable sur le coût total. En effet, la différence de coût entre les problèmes *(i)* et *(ii)* est de 0,8% et pour le problème *(ii)* et le problème global, cette différence n'est que de 0,3%. Autrement dit, les contraintes induites par les variables binaires entraînent une augmentation de coût total de 0,8% et les contraintes non linéaires augmentent le coût total de 0,3%. Néanmoins, l'ajout de ces différentes contraintes influe significativement sur la composition des mélanges.

La solution finale répond à toutes les exigences des clients ainsi qu'à toutes les contraintes techniques, qu'elles soient linéaires ou non linéaires et continues ou discrètes. Les mélanges des usines aux différentes périodes n'utilisent que 8 types de charbons différents sur les 16 mis à disposition par les fournisseurs. Malgré les faibles variations de prix entre les différents mélanges pour les différentes usines aux différentes périodes, on retrouve une diversité entre les combinaisons des types de charbons utilisés ainsi que leurs quantités dans le mélange. Cependant, on peut observer des constantes, le charbon 14 est utilisé dans tous les mélanges et le charbon 15 dans 12 mélanges sur les 15. De plus, ils sont utilisés dans des quantités relativement élevées (de 45 à 64% à eux 2) ce qui peut entraîner une dépendance vis-à-vis des fournisseurs, ces derniers ayant par conséquent un fort pouvoir de négociation.

# Bibliographie

- ArcelorMittal Belgique. (s. d.). *La cokerie*. Consulté le 2020-03-17, sur <https://belgium.arcelormittal.com/fr/environnement-de-travail/cokerie/> (Library Catalog : belgium.arcelormittal.com)
- Auray, S., De Wolf, D., & Smeers, Y. (2015, janvier). Using Column Generation to Solve a Coal Blending Problem. *RAIRO - Operations Research*, 49(1), 15–37. doi: 10.1051/ro/2014033
- De Wolf, D. (2004, février). *Théorie et pratique de l'optimisation*. Université Charles de Gaule - Lille 3, UFR de mathématiques, sciences économiques et sociales.
- DICOPT. (s. d.). Consulté le 2020-05-07, sur [https://www.gams.com/latest/docs/S\\_DICOPT.html](https://www.gams.com/latest/docs/S_DICOPT.html)
- Duflot, J. (s. d.). *Sidérurgie*. Encyclopædia Universalis. Consulté le 2020-03-17, sur <http://www.universalis.edu.com/encyclopedie/siderurgie/>
- Grossmann, & Viswanathan. (2002, juin). Gams/dicopt : A discrete continuous optimization package. , 11.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *Introduction to operations research* (Tenth éd.). New York : McGraw-Hill.
- Mácha, V. (s. d.). *Cokerie de Marchienne | Viktor Mácha - industrial photography*. Consulté le 2020-05-07, sur <https://www.viktormacha.com/galerie/cokerie-de-la-providence-charleroi/cokerie-de-marchienne-155.html> (Library Catalog : www.viktormacha.com)
- Rosenthal, R. E. (2007). *Gams — a user's guide [Manuel de logiciel]*. Washington, DC, USA.
- Williams, H. P. (2013). *Model Building in Mathematical Programming* (Fifth éd.). Londres : John Wiley Sons.
- XPRESS. (s. d.). Consulté le 2020-05-07, sur [https://www.gams.com/latest/docs/S\\_XPRESS.html](https://www.gams.com/latest/docs/S_XPRESS.html)



# Annexe A

## Code GAMS

```
*MEMOIRE REALISE DANS LE CADRE DU MASTER 60 EN SCIENCES DE GESTION DE LA
LSM
*SUJET: DETERMINATION DU MELANGE OPTIMAL DE COKERIES
*AUTEUR: MAXENCE PAOLETTI
*PROMOTEUR: DANIEL DE WOLF
*DATE: 10/04/2020
```

### SETS

```
*indice globaux
CA les charbons /1 * 16/
CO les cokeries /1, 2, 3, 4, 5/
T les periodes /JANVIER, FEVRIER, MARS/
P les ports /1, 2/
CL les clients /1 * 13/
*sous-ensemble d indice
B(CA) charbons venant par bateau /1, 2, 4, 5, 10, 11, 12, 14, 16/
F(CA) charbons venant par train /3, 6, 7, 8, 9, 13, 15/
LV(CA) charbon dit low volume /1, 2, 3, 4, 14/
MV(CA) charbon dit mid volume /5, 13, 15/
SOFT(CA) charbon dit soft /12/
AUST(CA) charbon de type australiens /4/;
```

### PARAMETERS

```
SD(CO) nombre de soles doseuses par usine
/1 8
2 4
3 8
4 8
5 8/
CHARMIN(CO) capacite de chargement minimal des soles doseuses
/1 0.05
2 0.15
3 0.1
4 0.1
5 0.1/
CHARMAX(CO) capacite de chargement maximal des soles doseuses
/1 1
2 0.35
3 1
4 1
5 1/
CEN(CA) teneur en cendres
/1 0.0499
2 0.0553
3 0.0772
4 0.083
5 0.0807
6 0.0483
7 0.0686
8 0.0614
9 0.0601
10 0.0645
11 0.0744
12 0.077
```

	13	0.07
	14	0.076
	15	0.0579
	16	0.053/
SOU(CA)	teneur en soufre	
	/1	0.0085
	2	0.007
	3	0.0094
	4	0.0067
	5	0.007
	6	0.0088
	7	0.0115
	8	0.0084
	9	0.0082
	10	0.0088
	11	0.0066
	12	0.0071
	13	0.0098
	14	0.0057
	15	0.0082
	16	0.0072/
ALC(CA)	teneur en alcali	
	/1	0.0012
	2	0.0009
	3	0.0031
	4	0.0014
	5	0.0016
	6	0.0016
	7	0.0024
	8	0.0022
	9	0.0019
	10	0.0017
	11	0.0024
	12	0.0023
	13	0.0032
	14	0.0018
	15	0.0018
	16	0.0013/
VOL(CA)	teneur en matiere volatile	
	/1	0.1789
	2	0.1748
	3	0.2271
	4	0.21
	5	0.236
	6	0.3019
	7	0.299
	8	0.3139
	9	0.3275
	10	0.3308
	11	0.2743
	12	0.3209
	13	0.251
	14	0.193
	15	0.2439

16 0.335/

INE(CA) teneur inerte du charbon en  
\*en pourcentage

/1 36.678  
2 39.542  
3 29.763  
4 22.867  
5 21.993  
6 24.62  
7 23.833  
8 26.173  
9 27.607  
10 32.361  
11 31.5  
12 28.8  
13 29.7  
14 27.967  
15 28.52  
16 31.133/

RCI(CA) pouvoir agglutinant des matieres reactives

/1 0.899  
2 0.868  
3 0.861  
4 0.895  
5 0.803  
6 0.643  
7 0.606  
8 0.558  
9 0.807  
10 0.58  
11 0.603  
12 0.5  
13 0.725  
14 0.964  
15 0.786  
16 0.541/

LGF(CA) logarithme de la fluidite maximale de Gieseler

/1 1.238  
2 1.225  
3 1.301  
4 2.575  
5 3.342  
6 3.591  
7 3.388  
8 3.185  
9 3.036  
10 4.006  
11 2.928  
12 2.829  
13 2.933  
14 2.588  
15 3.057  
16 3.697/

\$ontext

HUM(CA) teneur en humidite

/1	0.0663
2	0.0777
3	0.1015
4	0.08
5	0.0947
6	0.068
7	0.0754
8	0.0866
9	0.0629
10	0.072
11	0.0645
12	0.0681
13	0.08
14	0.1014
15	0.0899
16	0.079/

\$offtext

MAXCEN(CO,CL) limite maximale de la teneur en cendres

/3.1	0.1
1.2	0.1
1.3	0.1
2.4	0.1
3.4	0.1
3.5	0.1
1.6	0.095
2.6	0.095
2.7	0.095
2.8	0.1
1.9	0.1
2.10	0.1
3.11	0.1
4.12	0.095
5.13	0.095/

MINSOU(CO,CL) limite minimale de la teneur en soufre

/1.6	0.007
2.6	0.007
2.7	0.007
4.12	0.007
5.13	0.007/

MAXSOU(CO,CL) limite maximale de la teneur en soufre

/3.1	0.01
1.2	0.01
1.3	0.01
2.4	0.01
3.4	0.01
3.5	0.01
1.6	0.009
2.6	0.009
2.7	0.009
2.8	0.01
1.9	0.01
2.10	0.01

3.11	0.01
4.12	0.009
5.13	0.009/
MAXALC(CO,CL)	limite maximale de la teneur en alcali
/3.1	0.003
1.2	0.003
1.3	0.003
2.4	0.003
3.4	0.003
3.5	0.003
1.6	0.003
2.6	0.003
2.7	0.003
2.8	0.003
1.9	0.003
2.10	0.003
3.11	0.003
4.12	0.003
5.13	0.003/
MINLV(CO,CL)	limite minimale de la teneur en charbons de type Low Vol
/3.1	0.3
1.2	0.3
1.3	0.3
2.4	0.3
3.4	0.3
3.5	0.3
1.6	0.3
2.6	0.3
2.7	0.3
2.8	0.4
1.9	0.3
2.10	0.3
3.11	0.3
4.12	0.3
5.13	0.3/
MAXLV(CO,CL)	limite maximale de la teneur en charbons de type Low Vol
/3.1	1
1.2	1
1.3	1
2.4	1
3.4	1
3.5	1
1.6	1
2.6	1
2.7	1
2.8	0.5
1.9	1
2.10	1
3.11	1
4.12	1
5.13	1/

\*Ce taux de change est pratique sur les prix donne en dollar i e les prix  
 \*des charbons provenant par beateau et le cout de transport par bateau  
 TAUX(T) taux de change dollar sur euro

```

/JANVIER    0.975
FEVRIER    0.925
MARS       0.875/;

```

\*INITIALISATION DES PARAMETRES a l infini car GAMS met tout a zero par default

```

PARAMETER MAXCEN(CO,CL);
MAXCEN(CO,CL)$ (MAXCEN(CO,CL) = 0)=INF;

```

```

PARAMETER MAXSOU(CO,CL);
MAXSOU(CO,CL)$ (MAXSOU(CO,CL) = 0)=INF;

```

```

PARAMETER MAXALC(CO,CL);
MAXALC(CO,CL)$ (MAXALC(CO,CL) = 0)=INF;

```

```

PARAMETER MAXLV(CO,CL);
MAXLV(CO,CL)$ (MAXLV(CO,CL) = 0)=INF;

```

PARAMETERS

TABLE COUTPROD(CO,T) couts de production unitaire pour chaque usine a chaque periode en euros

	JANVIER	FEVRIER	MARS
1	11.45	11.4	11.35
2	18.175	18.1	18.025
3	38.15	38	37.85
4	24.125	24.025	23.925
5	11.3	11.25	11.2;

TABLE PRIX(CA,T) prix des charbons des fournisseurs en euros ou dollar selon la provenance

	JANVIER	FEVRIER	MARS
1	46.8	46.8	46.8
2	46.75	46.75	46.75
3	55.65	55.65	55.65
4	37.75	37.75	37.75
5	45.75	45.75	45.75
6	42.225	42.225	42.225
7	42.225	42.225	42.225
8	41.775	41.775	41.775
9	43.775	43.775	43.775
10	46.65	46.65	46.65
11	49.25	49.25	49.25
12	44.1	44.1	44.1
13	55.125	55.125	55.125
14	40	40	40
15	44.95	44.95	44.95
16	46.8	46.8	46.8;

TABLE COUTBAT(B,T) cout de transport charbons par bateau en dollars

	JANVIER	FEVRIER	MARS
1	5.1	5.1	5.1
2	4.5	4.5	4.5
4	10.25	10.25	10.25
5	8.15	8.15	8.15

10	3.75	3.75	3.75
11	3.3	3.3	3.3
12	0	0	0
14	7.5	7.5	7.5
16	5.1	5.1	5.1;

\*La cokerie 3 ne peut pas etre fournie par train

\*Si INF alors 0\*INF qui est non defini donc le cout transport des fournisseurs

\*jusqu a l usine 3 par train a ete defini a 1000000 pour empecher ce transport

TABLE COUTTRAIN(F,CO) couts de transport du fournisseur a la cokerie par train en euros

		1	2	3	4	5
7.7475	3	9.155	7.39	1000000	8.29	
	6	4.67	4.2625	1000000	6.08	2.31
	7	4.67	4.2625	1000000	6.08	2.31
	8	4.67	4.2625	1000000	6.08	2.31
7.7475	9	9.155	7.39	1000000	8.29	
7.7475	13	9.155	7.39	1000000	8.29	
	15	4.67	4.2625	1000000	6.08	2.31;

TABLE COUTTRANS(P,CO) couts de transport du port a la cokerie en euros

		1	2	4	5
	1	4.4675	2.6375	3.86	2.46
	2	4.4675	3.25	3.86	4.105;

SCALAR

COUTMANU cout de manutention /3.3875/

MINVOL teneur en matiere volatile minimum /0.24/

MAXVOL teneur en matiere volatile maximum /0.26/

MINMV limite inferieure de la teneur en charbons de types Mid Vol /0.25/

MAXMV limite superieure de la teneur en charbons de types Mid Vol /0.25/

MAXSOFT limite maximale de teneur en charbon soft /0.1/

CPCENDRE coefficient passant du melange au coke en cendres /1.32/

CPSOUFRE coefficient passant du melange au coke en soufre /0.92/

CPALCALI coefficient passant du melange au coke en alcali /1.32/

MAXAUST limite maximale de teneur en charbon australiens /0.3/

MINI20 limite inferieur du parametre I20 /76.5/

MAXI10 limite superieur du parametre I10 /23/;

\*Attention les cout pour les charbons provenant par bateau sont donnees en dollar

\*donc on divise par le taux de change applique selon la periode pour obtenir un

\*resultat en euro

\*Les couts par train sont deja donnees en euro

PARAMETER COUT(CA,CO,T) cout d achat de transport de manutention et de production des charbons;

COUT(B,CO,T) = COUTMANU + COUTBAT(B,T)\*TAUX(T) + PRIX(B,T)\*TAUX(T) + COUTPROD(CO,T) + SMIN(P,COUTTRANS(P,CO));

COUT(F,CO,T) = COUTTRAIN(F,CO) + PRIX(F,T) + COUTPROD(CO,T);

VARIABLES

CHAR(CA,CO,T) quantite de charbon utilise dans chaque usine a chaque periode  
BCHAR(CA,CO,T) variable binaire indiquant la present du charbon dans l  
usine a une periode donnee  
OBJ(CO,T) objectif par usine et par periode  
OBJE objectif total  
TICM(CO,T) teneur en inerte du melange par usine et par periode  
RCIM(CO,T) pouvoir agglutinant des matieres reactives du melange par  
usine et par periode  
LGFM(CO,T) fluidite maximale Gieseler du melange par usine et par  
periode;

POSITIVE VARIABLES CHAR, OBJ;

BINARY VARIABLE BCHAR;

EQUATIONS

OBJECTIVE minimiser le cout du melange  
OBJECTOTAL minimiser la somme des melanges de chaque usine a chaque  
periode  
CMEL contrainte melange doit faire une tonne  
CNBRESO contrainte nombre de soles doseuses  
CCHARMIN contrainte capacite chargement minimal  
CCHARMAX contrainte capacite chargement maximal  
CMINVOL contrainte teneur minimale en matieres volatiles  
CMAXVOL contrainte teneur maximale en matieres volatiles  
CMINMV contrainte teneur minimale de type Mid Vol  
CMAXMV contrainte teneur maximale de type Mid Vol  
CMAXSOFT contrainte teneur maximale de type soft  
CMAXAUST contrainte teneur maximale de type australien  
CMAXCEN contrainte teneur maximale en cendres  
CMAXSOU contrainte teneur maximale en soufre  
CMINSOU contrainte teneur minimale en soufre  
CMAXALC contrainte teneur maximale en alcali  
CMAXLV contrainte teneur maximale de type Low Vol  
CMINLV contrainte teneur minimale de type Low Vol  
\*nonlinear  
PTICM parametre TICM  
PRCIM parametre RCIM  
PLGFM parametre LGFM  
CI10 contrainte parametre I10  
CI20 contrainte parametre I20;

\*Objectif

OBJECTIVE(CO,T).. OBJ(CO,T) =E= SUM(CA,COUT(CA,CO,T)\*CHAR(CA,CO,T));  
OBJECTOTAL.. OBJE=E= SUM((CO,T),OBJ(CO,T));

\*Contraintes independantes des clients

CMEL(CO,T).. SUM(CA,CHAR(CA,CO,T)) =E= 1;  
CNBRESO(CO,T).. SUM(CA,BCHAR(CA,CO,T)) =L= SD(CO);  
CCHARMIN(CA,CO,T).. CHAR(CA,CO,T) =G= CHARMIN(CO)\*BCHAR(CA,CO,T);  
CCHARMAX(CA,CO,T).. CHARMAX(CO)\*BCHAR(CA,CO,T) =G= CHAR(CA,CO,T);

```

CMINVOL(CO,T).. SUM(CA,VOL(CA)*CHAR(CA,CO,T)) =G= MINVOL;
CMAXVOL(CO,T).. SUM(CA,VOL(CA)*CHAR(CA,CO,T)) =L= MAXVOL;
CMINMV(CO,T).. SUM(CA $ MV(CA),CHAR(CA,CO,T)) =G= MINMV;
CMAXMV(CO,T).. SUM(CA $ MV(CA),CHAR(CA,CO,T)) =L= MAXMV;
CMAXSOFT(CO,T).. SUM(CA $ SOFT(CA),CHAR(CA,CO,T)) =L= MAXSOFT;
CMAXAUST(CO,T).. SUM(CA $ AUST(CA),CHAR(CA,CO,T)) =L= MAXAUST;

```

\*Contraintes dependantes des clients

```

CMAXCEN(CO,T).. SUM(CA,CEN(CA) * CPCENDRE * CHAR(CA,CO,T)) =L=
SMIN(CL,MAXCEN(CO,CL));
CMAXSOU(CO,T).. SUM(CA,SOU(CA) * CPSOUFRE * CHAR(CA,CO,T)) =L=
SMIN(CL,MAXSOU(CO,CL));
CMINSOU(CO,T).. SUM(CA,SOU(CA) * CPSOUFRE * CHAR(CA,CO,T)) =G=
SMAX(CL,MINSOU(CO,CL));
CMAXALC(CO,T).. SUM(CA,ALC(CA) * CPALCALI * CHAR(CA,CO,T)) =L=
SMIN(CL,MAXALC(CO,CL));
CMAXLV(CO,T).. SUM(CA $ LV(CA),CHAR(CA,CO,T)) =L= SMIN(CL,MAXLV(CO,CL));
CMINLV(CO,T).. SUM(CA $ LV(CA),CHAR(CA,CO,T)) =G= SMAX(CL,MINLV(CO,CL));

```

\*Solveur

```

MODEL Memoirelineaire
/OBJECTOTAL,OBJECTIVE,CMEL,CNBRESO,CCHARMIN,CCHARMAX,CMINVOL,CMAXVOL,CMIN
MV,CMAXMV,CMAXSOFT,CMAXAUST,CMAXCEN,CMAXSOU,CMINSOU,CMAXALC,CMAXLV,CMINLV
/;

```

\*option LIMcol=16

OPTION OPTCR = 0.0 ;

\*Permet de calculer une valeur approchee des quantites de charbon pour  
une meilleure convergence du calcul non lineaire

SOLVE Memoirelineaire USING MIP MIN OBJE;

display COUT;

display CHAR.1;

```

*****
*****
*****NON*LINEAIRE*****
*****
*****
*****

```

\*Variables non lineaire

\*teneur en inerte du melange

PTICM(CO,T).. TICM(CO,T) =E= SUM((CA),CHAR(CA,CO,T)\*INE(CA));

\*pouvoir agglutinant des matieres reactives du melange en pourcentage

PRCIM(CO,T).. RCIM(CO,T) =E= SUM(CA,CHAR(CA,CO,T)\*(100-  
INE(CA))\*RCI(CA))/SUM(CA,CHAR(CA,CO,T)\*(100-INE(CA)));

\*fluidite maximale Gieseler du melange

PLGFM(CO,T).. LGFM(CO,T) =E= SUM(CA,CHAR(CA,CO,T)\*LGF(CA));

\*Contrainte non lineaire

\*parametre I20

CI20(CO,T).. MINI20 =L= -

1.64\*TICM(CO,T)+209.1\*RCIM(CO,T)+58.96\*LGFM(CO,T)

+0.0168\*TICM(CO,T)\*\*2-110.8\*RCIM(CO,T)\*\*2-

13.16\*LGFM(CO,T)\*\*2

```

-
108.66*RCIM(CO,T)*LGFM(CO,T)+0.818*LGFM(CO,T)*TICM(CO,T)

+1.015*LGFM(CO,T)**3+43.34*RCIM(CO,T)**2*LGFM(CO,T)
+6.32*RCIM(CO,T)*LGFM(CO,T)**2-
0.02028*TICM(CO,T)**2*LGFM(CO,T)
+0.663*TICM(CO,T)*RCIM(CO,T)*LGFM(CO,T)-6.1;

*parametre I10
CI10(CO,T).. MAXI10 =G= 1.625*TICM(CO,T)-200.7*RCIM(CO,T)-61.9*LGFM(CO,T)
-
0.0159*TICM(CO,T)**2+105.8*RCIM(CO,T)**2+12.52*LGFM(CO,T)**2
+114.83*RCIM(CO,T)*LGFM(CO,T)-
0.654*LGFM(CO,T)*TICM(CO,T)
-0.938*LGFM(CO,T)**3-
47.02*RCIM(CO,T)**2*LGFM(CO,T)
-
6.03*RCIM(CO,T)*LGFM(CO,T)**2+0.01761*TICM(CO,T)**2*LGFM(CO,T)
-0.734*TICM(CO,T)*RCIM(CO,T)*LGFM(CO,T)+101;

*Solveur
MODEL Memoirenonlineaire /ALL/;
OPTION OPTCR = 0.0 ;

*Resolution via DICOPT sur le site NEOS SERVER org
SOLVE Memoirenonlineaire USING MINLP MIN OBJE;
display CHAR.1;

```

**UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN**  
Louvain School of Management

Place des Doyens, 1 bte L2.01.01, 1348 Louvain-la-Neuve  
Boulevard Emile Devreux 6, 6000 Charleroi, Belgique  
Chaussée de Binche 151, 7000 Mons, Belgique

[www.uclouvain.be/lsm](http://www.uclouvain.be/lsm)