

École polytechnique de Louvain

Détermination des incertitudes sur les mesures de débit en rivières

Auteur : **Antoine FOURQUET**

Promoteur : **Sandra SOARES-FRAZÃO**

Lecteurs : **Olivier CARLIER D'ODEIGNE, Nicolas FELTZ, Sébastien
GALLIEZ, Yves ZECH**

Année académique 2018–2019

Master [120] : Ingénieur civil des constructions

Résumé

La démarche de ce travail s'inscrit dans le cadre de la gestion quotidienne opérée à la Direction des Cours d'Eau non navigables. Les données hydrométriques constituent la base des prises de décision lors des périodes extrêmes de crue et d'étiage. Ces données étant entachées d'incertitudes, il est important de pouvoir les quantifier afin de proposer une gestion raisonnée.

Ce travail propose une évaluation des incertitudes aux différentes étapes de la chaîne de mesure propre à une station hydrométrique. Ces incertitudes touchent aussi bien la mesure du niveau de l'eau ou la mesure du débit lors des jaugeages mais également le tracé de la courbe de tarage servant à prévoir les débits sur base des hauteurs d'eau récoltées.

Plusieurs méthodes sont proposées, appliquées aux données de la Direction des Cours d'Eau non navigables et ensuite objectivées. Il en résultera des outils qui pourront être utilisés pour déterminer les incertitudes des mesurages futurs et ainsi appréhender de manière plus complète les incertitudes en général.

« Le problème de la mesure des débits constitue l'une des plus pénibles incertitudes scientifiques actuelles »

L. BARBILLON – 1909 et toujours d'actualité aujourd'hui ...

Remerciements

Par ces quelques mots, je tenais à remercier quelques personnes sans qui la réalisation de ce travail n'aurait pas été possible.

Je voudrais tout d'abord remercier la promotrice de ce mémoire, Sandra Soares-Frazão, et Olivier Carlier D'Odeigne pour leur disponibilité et leurs conseils avisés qui ont contribué à me maintenir sur la bonne voie.

J'aimerais aussi adresser ma reconnaissance à Sébastien Gailliez et Nicolas Feltz pour leur motivation et leurs explications claires pour aborder des sujets qui ne l'étaient pas forcément. J'espère sincèrement que ce travail fournira de bonnes bases à leur service pour continuer à explorer le sujet des incertitudes.

J'adresse également un dernier remerciement à ma famille et aux amis qui m'ont apporté le soutien nécessaire à la réalisation de ce mémoire.

Glossaire

B_i : largeur associée à la i -ème verticale [m] OU erreur systématique du i -ème labo

C : célérité du son dans l'eau [m/s]

C et G : statistiques de test de Cochran et Grubbs [-]

δ : biais [unité de la variable]

D_i : profondeur de la i -ème verticale [m]

$\varepsilon_{i,k}$: erreur aléatoire de la k -ème mesure du i -ème labo [unité de la variable]

f : fréquence de l'onde sonore émise par un ADCP [hz]

$h_{i,k}$: hauteur par rapport au fond du k -ème point de la i -ème verticale [m]

h_i et k_i : statistiques de test de Mandel [-]

k : facteur d'élargissement OU hauteur d'activation [m]

m : coefficient de rugosité [-]

N : nombre de verticales de mesure

n_i : nombre de points sur la i -ème verticale OU nombre de mesure par laboratoire

p : nombre de laboratoire

Q_i : débit de la i -ème sous-section [m³/s]

q_i : débit unitaire de la i -ème sous-section [m²/s]

s_L : variance inter-laboratoire [unité de la variable]

s_R : variance de répétabilité [unité de la variable]

θ et γ : paramètre pour le tracé de la courbe de tarage

$u(y)$: incertitude type sur la variable y [unité de la variable]

$u'(y)$: incertitude type relative sur la variable y [%]

$U'(y)$: incertitude relative élargie sur la variable y [%]

V_i : vitesse moyenne de la i -ème verticale [m/s]

$v_{i,k}$: vitesse du k -ème point de la i -ème verticale [m/s]

$v_{0,2}$: vitesse du point situé à 20% de la profondeur totale [m/s]

x_i : position de la i -ème verticale par rapport à la berge [m]

Table des matières

Introduction.....	1
Chapitre 1 : Mise en contexte.....	3
1.1. Le réseau de mesure de hauteur d'eau	3
1.2. Traitement et utilisation des données de hauteur d'eau récoltées.....	5
1.3. Mesure de débit en rivière	5
1.3.1. Les jaugeages à la perche.....	6
1.3.2. Les jaugeages au saumon	9
1.3.3. Les jaugeages ADCP	10
1.3.4. Calcul du débit.....	12
1.3.4.1 Cas des jaugeages au courantomètre	12
1.3.4.2 Cas des jaugeages ADCP	14
1.4. Calcul de la courbe de tarage.....	15
1.5. Résumé de la chaîne de mesure	18
Chapitre 2 : Les incertitudes – Notions fondamentales	19
2.1. Evaluation de type A de l'incertitude type	19
2.2. Evaluation de type B de l'incertitude type	20
2.2.1. Loi normale.....	20
2.2.2. Loi uniforme	20
2.2.3. Loi triangulaire.....	21
2.2.4. Détermination de l'incertitude-type composée.....	22
Chapitre 3 : Les incertitudes sur la mesure de la hauteur d'eau	25
3.1. Lecture de l'échelle limnimétrique.....	25
3.2. Limnigraphe papier.....	26
3.3. Capteur <i>OTT</i>	28
3.3.1. Capteur de pression	28
3.3.2. Capteur radar	30
Chapitre 4 : Incertitude sur la mesure du débit pour les jaugeages au courantomètre	31
4.1. Application du GUM	31
4.2. Norme ISO 748	31
4.2.1. Application de la norme ISO 748 aux données SPW	32
4.2.2. Réévaluation des différents termes.....	33
4.2.2.1 u_s'	33

4.2.2.2	$\mathbf{u}'(\mathbf{Bi})$	33
4.2.2.3	$\mathbf{u}'(\mathbf{Di})$	33
4.2.2.4	\mathbf{u}_m'	34
4.2.2.5	$\mathbf{u}'(\mathbf{Vi})$	34
4.2.2.6	\mathbf{u}_c'	34
4.2.2.7	\mathbf{u}_{exp}'	34
4.2.3.	Conclusion de l'application de la norme ISO 748.....	35
4.3.	Méthode Q+ et améliorations	36
4.3.1.	$\mathbf{u}_p'(\mathbf{Vi})$	36
4.3.2.	$\mathbf{u}_m'(\mathbf{Di})$	37
4.3.3.	$\mathbf{u}_m'(\mathbf{Vi})$	38
4.3.4.	Application de la méthode Q+ et des améliorations aux données SPW	38
4.3.5.	Conclusion de l'application de la méthode Q+	39
4.3.5.1	$\mathbf{u}_p'(\mathbf{Vi})$	39
4.3.5.2	\mathbf{u}_m'	39
4.4.	Méthode FLAURE.....	40
4.4.1.	Application de la méthode FLAURE aux données SPW	42
4.4.2.	Conclusion de l'application de la méthode FLAURE	42
4.5.	Termes non abordés.....	43
4.5.1.	Sources d'incertitudes interdépendantes.....	43
4.5.2.	Incertitude due à la variabilité du débit en cours de jaugeage	43
4.5.3.	Incertitude due à l'ajout de verticale sans mesure de vitesse	43
4.6.	Comparaison des différentes méthodes	44
4.7.	Application des méthodes à la station L5610	46
4.8.	Extrapolation de la méthode de calcul.....	48
Chapitre 5 : Incertitude sur la mesure du débit pour les jaugeages ADCP		49
5.1.	Méthode de comparaison inter-laboratoires	50
5.1.1.	Modèle mathématique de l'erreur	50
5.1.2.	Homogénéité et valeurs aberrantes	50
5.1.3.	Calcul des variances et de l'incertitude élargie	51
5.1.4.	Valeur « générale » de l'incertitude élargie	53
Chapitre 6 : L'incertitude sur le tracé de la courbe de tarage – Application à la station L5610		55
6.1.	Méthode BaRatin	55

6.1.1.	Contrôles hydrauliques.....	55
6.1.1.1	Définition des contrôles hydrauliques pour L5610.....	56
6.1.2.	Tracé de la courbe de tarage à priori.....	60
6.1.3.	Simulation de la distribution à posteriori.....	62
6.1.4.	Propagation de l'incertitude au limnigramme.....	70
6.1.5.	Critique de la méthode BaRatin.....	72
Chapitre 7 : Conclusion et perspectives d'évolution.....		75
7.1.	Incertaince sur la mesure de la hauteur d'eau.....	75
7.2.	Incertaince sur le débit mesuré.....	76
7.2.1.	Fichier de calcul de l'incertaince des jaugeages au courantomètre.....	76
7.2.2.	Optimisation du temps de jaugeage.....	76
7.2.3.	Incertaince des jaugeages ADCP.....	76
7.3.	Incertaince sur le tracé de la courbe de tarage.....	77
Chapitre 8 : Annexes.....		79
	Annexe 1 : Le vocabulaire en métrologie.....	79
	Annexe 2 : Calcul de IC et k pour les lois uniformes et triangulaires.....	81
	Annexe 3 : Expression de l'incertaince-type composée.....	83
	Annexe 4 : Valeurs de références pour la norme ISO 748.....	85
	Annexe 5 : Détail du calcul des termes pour la méthode Q+.....	88
	Annexe 6 : Tables des valeurs critiques h , k et C	93
	Annexe 7 : Principe de base de la méthode bayésienne.....	97
	Annexe 8 : Simulateurs de Monte Carlo par Chaînes de Markov (MCMC).....	99
Chapitre 9 : Références.....		103

Introduction

En Wallonie, l'ensemble des 18.000 km de cours d'eau se répartit sur 4 bassins hydrographiques que sont les bassins de la Meuse, de L'Escaut, du Rhin et de la Seine. Ces cours d'eau sont répartis en deux catégories principales. Premièrement, les voies navigables, qui sont gérées par la Direction de la Mobilité et des Infrastructures. Deuxièmement, les cours d'eau non navigables, qui sont séparés en 3 catégories. Les cours d'eau de deuxième et troisième catégorie sont respectivement gérés par les provinces et par les communes. Les cours d'eau de première catégorie sont quant à eux gérés par la Direction des Cours d'eau non navigables. Le présent travail se concentrera sur cette première catégorie de cours d'eau.

Les cours d'eau de première catégorie sont caractérisés par un bassin hydrographique d'au moins 5000 hectares, une largeur comprise entre 5 et 35 m et une vitesse d'écoulement, en période normale, oscillant entre 0,25 et 1 m/s (Service Public de Wallonie - DGO3, 2007).

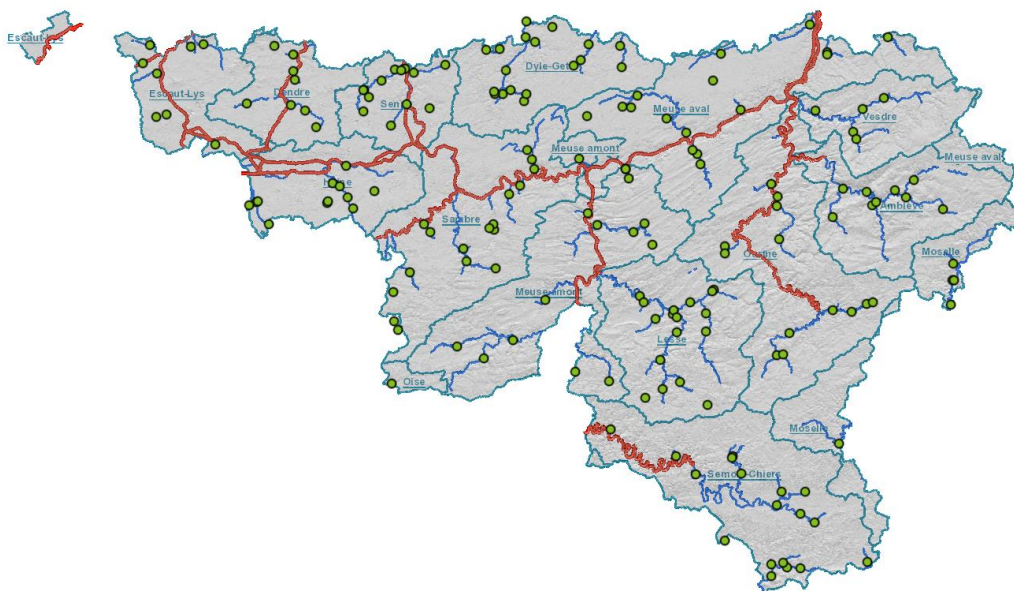


Figure 1 : Réseau des cours d'eau de 1ère catégorie (bleu) et des stations de mesure (point vert) - (Service Public de Wallonie - DGO3, 2007)

Afin de gérer au mieux les cours d'eau dont elle à la charge, la Direction des Cours d'Eau non navigables dispose d'un réseau constitué de plus de 200 stations limnimétriques qui effectuent, de manière automatique, un enregistrement régulier des hauteurs d'eau avec une mesure enregistrée toutes les 10 minutes pour chaque station. Toutes ces stations sont jaugées une dizaine de fois par an. Ces jaugeages permettent de récolter un deuxième type de données qui correspond à un couple de valeurs hauteur d'eau-débit. Ces couples de valeurs permettent de déterminer une relation hauteur-débit aussi appelée courbe de tarage. Cette relation permettra de transformer les données de hauteur d'eau récoltées en débit.

Cette gestion en continu permet de remplir plusieurs objectifs comme la surveillance des crues et des étiages, la réalisation d'études hydrologiques et hydrauliques, la gestion des prises d'eau ou encore le dimensionnement d'ouvrages d'arts réalisés par des services extérieurs. Au vu

des enjeux liés à la gestion de ces cours d'eau, il est nécessaire que la qualité des données récoltées soit optimale ou qu'il soit au moins possible de déterminer les incertitudes liées à ces données. Ce travail s'attachera à proposer un calcul des différentes incertitudes qui apparaissent tout au long de la chaîne de mesure.

La première partie du travail présente un historique du développement du réseau de mesure de la Direction des Cours d'Eau non navigables. Les techniques de mesurage et les méthodes utilisées pour le calcul du débit et de la courbe de tarage sont également présentées dans cette partie.

La seconde partie propose de traiter des notions fondamentales relatives aux incertitudes de manière générale comme les évaluations de type A et B et également le calcul de l'incertitude type composée lorsqu'un mesurage est entaché de plusieurs sources d'incertitudes. Cette partie du travail étant entièrement théorique, elle sera sujette à des adaptations dans les chapitres suivants. Cela afin de proposer une méthode de calcul opérationnelle et compatible avec les données fournies.

La troisième partie détaille l'application de plusieurs méthodes existantes aux données de la Direction des Cours d'Eau non navigables pour calculer l'incertitude sur la mesure du débit en rivières. La première méthode présentée, la norme ISO 748, sert de base aux deux méthodes suivantes qui sont des améliorations de la norme. La méthode Q+ et la méthode FLAURE proposent toutes les deux d'apporter une précision sur certains termes d'incertitude et d'en objectiver d'autres.

La quatrième partie traite quant à elle de l'incertitude liée au tracé de la courbe de tarage. En effet, la relation hauteur-débit étant basé sur un nombre discret de jaugeages, l'équation calculée ne traduit pas parfaitement la réalité. Les débits calculés à l'aide de la courbe de tarage sur base des hauteurs d'eau récoltées sont donc entachés d'une incertitude due à l'approximation effectuée pour obtenir la courbe de tarage.

Pour terminer, quelques perspectives d'évolution tant pour ce travail que pour les méthodes utilisées pour la partie opérationnelle seront proposées.

Chapitre 1 : Mise en contexte

1.1. Le réseau de mesure de hauteur d'eau

La gestion du réseau et le nombre de stations limnimétriques a évidemment évolué avec le temps. Les premières stations ont été installées à partir de 1966 et étaient constituées simplement d'une échelle limnimétrique sur laquelle la hauteur d'eau était relevée tous les jours à heure fixe. Le réseau a compté jusqu'à 208 échelles limnimétriques. En 1967, les premiers limnigraphes sont installés. Ces appareils, contrairement aux échelles limnimétriques, permettent un enregistrement continu des hauteurs d'eau sur un support papier.



Figure 2 : Limnigraphe OTT à flotteur

Sur cet appareil, un flotteur, situé dans un tube en contact avec la rivière, est relié à une plume qui retranscrit les variations de la position du flotteur. On a pu compter jusqu'à une cinquantaine de limnigraphes. Jusqu'en 1987, la digitalisation et la validation des données sont effectuées par l'Institut Royal Météorologique (IRM).

En 1988, la Division de l'eau, au sein de la Direction Générale des Ressources Naturelles, reprend la gestion du réseau de mesures limnimétriques. Le réseau commence alors à être modernisé pour automatiser l'enregistrement des données. Le système de mesure par flotteur reste identique mais le mouvement est maintenant converti en un signal électrique enregistré dans un datalogger.

À partir de 1991, il est opéré un remplacement progressif des stations de mesure par des appareils permettant de télétransmettre les données récoltées. La mesure de la hauteur d'eau se fait dorénavant à l'aide de capteur de pression. Cependant, il n'existe aucune information sur l'exactitude de ces capteurs. Il est important d'observer que 40% des données pour la période 1987-1998 sont manquantes. Cette période constitue donc une sorte de « période noire ».

Entre la fin des années 1990 et le début des années 2000, la naissance du projet AQUALIM permet l'informatisation complète des activités liées à la limnimétrie (télégestion, suivi des maintenances et du parc matériel, outils de validation, de traitement et de diffusion des données).

Un remplacement de toutes les stations de mesure à lieu dans le courant de l'année 2011 et prend fin le 01 juillet 2011. Le capteur, la partie électronique, le modem, le câblage et le coffret sont donc remplacés dans chaque station. Depuis lors, les données prises toutes les 10 minutes sont stockées et envoyées chaque heure vers la base de données AQUALIM. Depuis juillet 2014, la maintenance du réseau est reprise par la Direction des Cours d'Eau non navigables. Jusqu'alors, la maintenance était effectuée par un sous-traitant.



Figure 3: Station L6440 – Ton à Virton - Boîtier et échelle limnimétrique comprenant le capteur

Actuellement, deux types d'appareils de mesure de hauteur d'eau équipent les stations. Il s'agit soit d'un capteur de pression OTT PLS immergé soit d'un capteur OTT RLS à impulsions radar qui mesure le niveau d'eau de surface sans contact.



Figure 4 : Capteur PLS (à gauche) et capteur RLS (à droite)

1.2. Traitement et utilisation des données de hauteur d'eau récoltées

Après transmission des données, une étape de validation est nécessaire. Cette dernière est réalisée à l'aide d'un logiciel de validation dans lequel plusieurs fonctions sont disponibles comme par exemple (Service Public de Wallonie - DGO3, 2007) :

- **La validation** des données sans correction
- **Une interpolation** qui consiste à tracer une droite entre deux points lorsqu'il ne manque que quelques données
- **Le lissage** qui correspond à une adaptation graduelle des valeurs afin d'éviter des sauts intempestifs

Après traitement et validation des données de hauteur d'eau, il est possible de générer un limnigramme qui reprend les données de hauteur d'eau pour une période choisie.

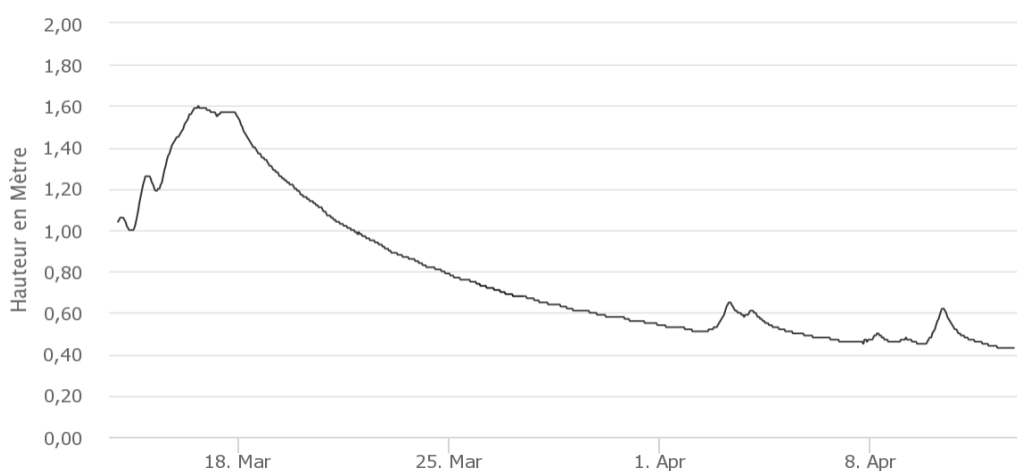


Figure 5 : L5610 – Sure à Martelange - Hauteurs horaires du 14/03/19 au 12/04/19 - (Service Public de Wallonie - DGO3, 2007)

1.3. Mesure de débit en rivière

La Direction des Cours d'Eau non navigables récolte également un second type de donnée lors des jaugeages. Il s'agit des mesures de débit en rivière qui sont en fait une combinaison d'une valeur de débit et de la hauteur d'eau qui lui est lié. Cette dernière est lue à l'échelle limnimétrique de la station au moment du jaugeage.

Dans un écoulement à surface libre, le débit peut être mesuré selon 4 « catégories » de méthodes :

- **Les méthodes d'exploration du champ de vitesse** qui nécessitent de mesurer la géométrie de la section et la vitesse d'écoulement en plusieurs points. Une intégration sur la section de mesure permet d'obtenir le débit.
- **Les méthodes volumétriques** consistent à mesurer le volume d'eau entrant dans un récipient pour un temps donné. Cette technique semble adaptée à des débits assez faibles.

- **Les méthodes par dilution** consistent à injecter un traceur en amont pour ensuite en contrôler la concentration en aval pour déterminer le débit.
- **Les méthodes hydrauliques** nécessitent l'insertion d'une section de contrôle artificielle dans l'écoulement. De cette section découle une relation hauteur-débit connue. Il reste donc à mesurer la hauteur d'eau pour connaître le débit.

Dans le cadre de ce travail, il sera question uniquement de jaugeages par exploration du champ de vitesse. Il existe des recommandations pour un choix optimal de section de mesure. Elles sont reprises dans des guides de bonnes pratiques comme la Charte qualité de l'hydrométrie (Perret, et al., 2017) :

- La section de mesure doit être perpendiculaire à l'écoulement
- La géométrie de la section doit être facilement mesurable
- La section doit s'inscrire dans une partie rectiligne du cours d'eau
- Les rétrécissements, élargissements ou obstacles doivent être suffisamment éloignés de la section de mesure
- ...

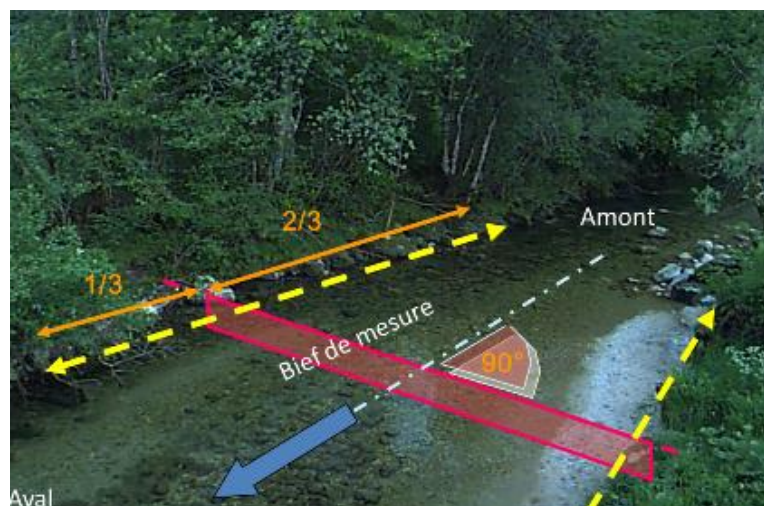


Figure 6 : Quelques impositions à respecter pour un choix de section de mesure optimal - (Perret, et al., 2017)

1.3.1. Les jaugeages à la perche

Ce type de jaugeage consiste à mesurer la vitesse en plusieurs points répartis sur des verticales elles-mêmes réparties sur la largeur de la section de mesure. On peut observer sur la Figure 7 un exemple de répartition des verticales et des points de mesure par verticale.

Le choix du nombre de verticale et leur répartition constitue un problème complexe qui peut grandement influencer la qualité de la mesure. En effet, un grand nombre de verticales donnera un jaugeage de qualité mais également un temps de mesure important qui impliquera des potentiels changements dans l'écoulement durant le mesurage.

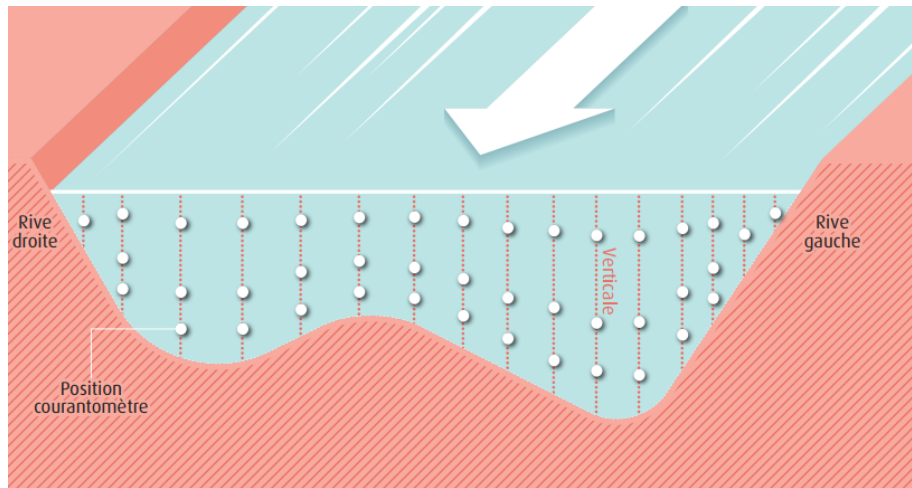


Figure 7 : Répartition des verticales et des points de mesure de la vitesse - (Perret, et al., 2017)

Les grandeurs mesurées sur chaque verticale sont étendues à une largeur qui dépend de l'écartement entre les verticales. Une faible différence sur les valeurs mesurées sur deux verticales adjacentes est un bon indicateur de la qualité du jaugeage. Pour une topographie et un écoulement régulier, il est possible d'envisager un écartement important entre les verticales. Une édition plus ancienne de la Charte Qualité de l'hydrométrie (Forray, et al., 1998), propose une courbe enveloppe des pratiques optimales pour déterminer le nombre de verticales tout en précisant bien que l'expérience du jaugeur et sa connaissance de la section restent des paramètres importants. Il est également possible de se baser sur la norme ISO 748 (ISO, 2009) qui stipule que le débit pour chaque verticale ne peut être supérieur à 10% du débit total.

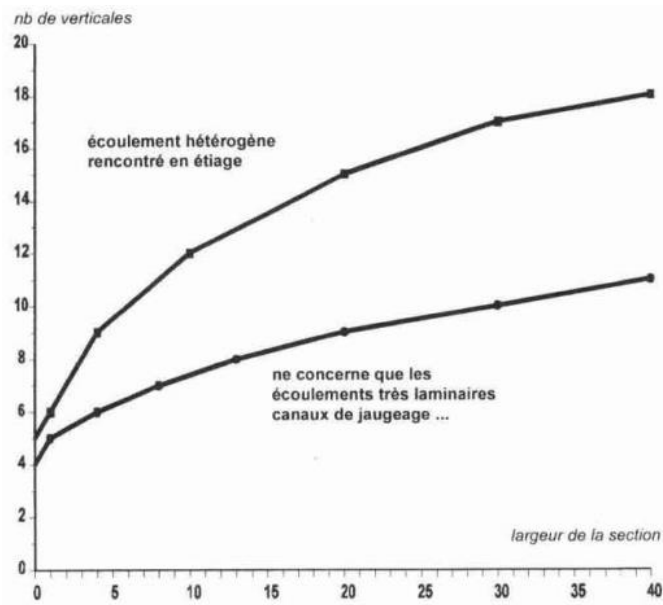


Figure 8 : Courbe enveloppe pour le choix d'un nombre de verticales adapté - (Forray, et al., 1998)

Une fois la répartition des verticales effectuées, l'étape suivante consiste à répartir des points de mesure sur chacune d'entre elles. Il est presque impossible de proposer une règle permettant de choisir les points de façon optimale. Cependant la Charte Qualité de l'hydrométrie (Perret, et al., 2017), propose certains points d'attention :

- Le nombre de mesure doit être plus élevé dans la moitié basse de chaque verticale.
- Si l'on remarque, pendant le jaugeage, un fort gradient vertical de vitesse, il peut être judicieux de rapprocher les points de mesure, voire d'en ajouter.
- Il est préférable d'éviter les verticales ne comportant qu'un seul point de mesure.
- Afin de minimiser les extrapolations en surface et au fond, les mesures hautes et basses doivent se rapprocher le plus possible de la surface et du fond.

Pour chaque point, la mesure de vitesse s'effectue à l'aide d'un courantomètre fixé sur une perche. Le jaugeur effectue les mesures à pied dans le cours d'eau et peut utiliser 3 types de courantomètre :

- **Le courantomètre à hélice** qui mesure le nombre de révolution d'une hélice introduite dans l'écoulement perpendiculairement à la section de mesure. Le fabricant fournit la loi d'étalonnage qui permet de calculer la vitesse en fonction du nombre de révolutions de l'hélice. Il est important de noter qu'une hélice correspond à une gamme de vitesse pour laquelle la mesure est optimale.
- **Le courantomètre électromagnétique** crée un champ magnétique traversé par l'écoulement. L'eau étant conductrice, une tension induite proportionnelle à la vitesse apparaît dans la bobine du courantomètre. Le boîtier de mesure convertit cette tension en une vitesse. Ce type de capteur peut être utilisé pour une gamme de vitesse assez large. Les capteurs OTT MF Pro actuellement utilisé à la Direction des Cours d'Eau non navigables permettent des mesures de 0 à 6 m/sec.
- **Le courantomètre acoustique** émet une onde acoustique en direction de deux cellules de mesure de l'écoulement. Cette onde est réfléchiée par les particules en suspension dans l'eau et la différence de fréquence entre l'onde émise et l'onde captée permet de déterminer la vitesse d'écoulement.



Figure 9 : De gauche à droite, un courantomètre à hélice, électromagnétique et acoustique

1.3.2. Les jaugeages au saumon

Le jaugeage à la perche étant intrusif, il est nécessaire de pouvoir faire appel à une autre technique lorsque la sécurité de l'opérateur ne peut être assurée (hauteur d'eau trop importante, écoulement trop rapide, ...). Le courantmètre est fixé sur un saumon¹ relié par un câble à une camionnette située sur un pont qui enjambe le cours d'eau.



Figure 10 : Saumon équipé d'un courantomètre



Figure 11 : Jaugeage au saumon

¹ Poids de 25 à 50 kg.

Le principe reste le même que pour un jaugeage à la perche, il s'agit de mesurer la vitesse de l'écoulement en une série de point. Cependant, des corrections d'angle peuvent être nécessaires pour ce type de jaugeage :

- Si le saumon est entraîné vers l'aval, le câble formera un angle avec la verticale. La profondeur étant déterminé via le déroulement du câble², la mesure de la profondeur peut nécessiter une correction.
- Lorsque que le pont depuis lequel le jaugeage est effectué n'est pas totalement perpendiculaire à l'écoulement, pour ramener la section de mesure à une section perpendiculaire à l'écoulement.

1.3.3. Les jaugeages ADCP

Depuis 2007 et l'acquisition d'un profileur acoustique par effet Doppler (*Acoustic Doppler Current Profiler*) la Direction des Cours d'Eau non navigables réalise des jaugeages ADCP. A l'inverse des jaugeages à la perche ou au saumon, le résultat du mesurage ne correspond pas à des mesures directes de vitesse mais à une reconstitution à partir de mesures de vitesses projetés sur quatre faisceaux distincts et orientés différemment.



Figure 12 : ADCP StreamPro

L'ADCP émet un signal composé d'ultrasons qui se réfléchissent sur le fond et sur les matières en suspension. L'intervalle entre l'émission et la réception du signal émis³ permet de déterminer la distance entre l'émetteur et le fond ou entre l'émetteur et les cellules de mesure.

L'application de l'effet Doppler permet ensuite de mesurer la vitesse d'écoulement dans les cellules de mesure. La différence de fréquence entre l'onde émise et l'onde captée après réflexion

² Dans le cas où la profondeur n'est pas mesurée directement par le courantomètre

³ Aussi appelé temps de retour

est proportionnelle à la vitesse des particules qui correspond à la vitesse de l'écoulement, la vitesse est donc calculée à l'aide de la relation suivante⁴:

$$V \cos(\alpha) = \frac{C \Delta f}{2 f_0} \quad (1)$$

Avec :

- C : la célérité du son dans l'eau (déterminée par une mesure de température de l'eau)
- $\Delta f = f_1 - f_0$: le décalage entre l'onde émise f_0 et l'onde reçue f_1 après réémission par les particules

En pratique, le capteur est embarqué sur un support flottant et on réalise des allers-retours d'une rive à l'autre pour obtenir plusieurs mesures afin d'obtenir une mesure finale suffisamment précise. Lors de la mesure il faut être vigilant au potentiel transport solide dans le fond de l'écoulement qui constitue le point de référence pour l'ADCP. Un transport solide pourrait donc provoquer une sous-estimation du débit. Une fois les mesurages réalisés, on obtient une répartition des points de mesure sur la section jaugée.

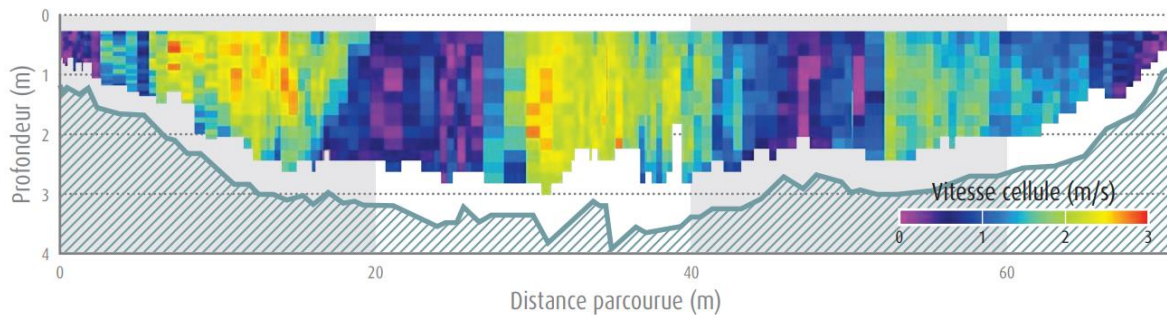


Figure 13 : Répartition des points de mesure sur une section de contrôle - (Perret, et al., 2017)

Le jaugage à l'ADCP, présente quelques limitations techniques (Le Coz, et al., 2008) :

- **La portée** dépend de la fréquence utilisée par l'ADCP. Le signal sonore étant absorbé par l'eau et atténué par les matières en suspension, à partir d'une certaine profondeur, le signal réémit par les particules est trop faible que pour pouvoir être capté et analysé normalement. Des basses fréquences d'émission permettront de diminuer cette atténuation.
- **La zone aveugle en surface** est visible sur la Figure 13. Cette zone aveugle est la combinaison de deux paramètres. Premièrement, l'immersion de l'appareil ne permet pas de mesure sur une hauteur correspondant à la dimension des céramiques. Deuxièmement, la résonance de la céramique brouille l'enregistrement de l'onde réémise par les particules si le temps de réponse est trop faible. Il est donc nécessaire d'observer une distance minimale entre la céramique et la première cellule de mesure.

⁴ On observe la présence d'un facteur 2 au dénominateur dû fait que l'effet Doppler se produit deux fois. Une fois entre le capteur (émetteur) et la particule et une seconde fois entre la particule et le capteur (récepteur)

- **La zone aveugle au fond** visible également sur la Figure 13. Cette seconde zone aveugle est la conséquence d'émissions secondaires qui perturbe la mesure de vitesse en revenant à l'émetteur.
- **L'hypothèse d'homogénéité des vitesses** stipule que les vitesses radiales mesurées selon chaque faisceau correspondent à un champ de vitesse homogène dans la couche horizontale explorée. Dans le cas du modèle *StreamPro* à 4 faisceaux, 2 faisceaux opposés permettent de calculer une composante horizontale et la composante verticale de la vitesse. Les 2 autres faisceaux vont en même temps mesurer l'autre composante horizontale et la même composante verticale de la mesure. La comparaison des 2 vitesses verticales donne l'erreur sur la vitesse⁵ et si cette dernière est trop importante, la mesure est rejetée. (JCGM, 2012)

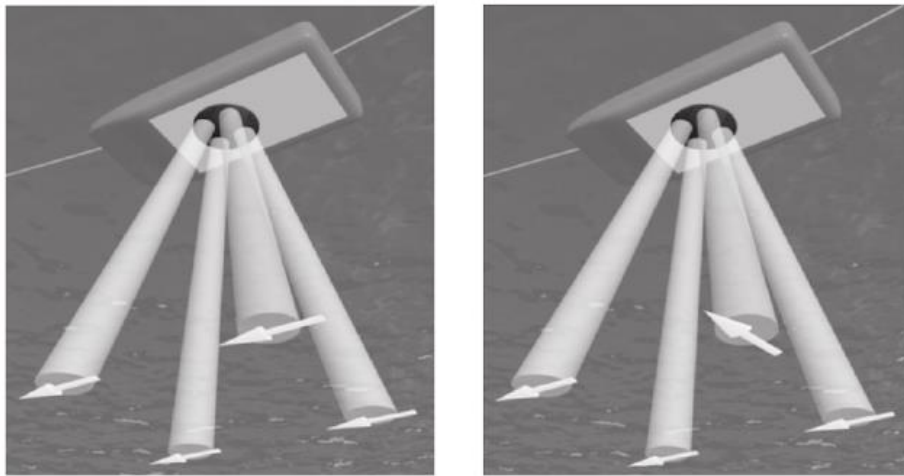


Figure 14 : Représentation d'un champ de vitesse homogène (à gauche) et non homogène (à droite) - (Le Coz, et al., 2008)

1.3.4. Calcul du débit

1.3.4.1 Cas des jaugeages au courantomètre

Comme vu précédemment, l'écoulement est divisé en verticales, dont la position est mesurée par rapport à la rive, qui comportent des points de mesure de la vitesse. La première étape consiste à déterminer la vitesse moyenne, V_i , sur chaque verticale. Pour ce faire, il existe, entre autres, les deux méthodes suivantes (ISO, 2009) :

- **La méthode algébrique** pour laquelle la vitesse moyenne est déduite sur base d'une formule algébrique. Cette méthode est applicable à des verticales comprenant 1, 2, 3, 5 ou 6 points de mesures. Par exemple pour une verticale à 5 points de mesures, on utilise la formule algébrique suivante :

$$V_i = 0,1 (v_{surface} + 3 v_{0,2} + 3 v_{0,6} + 3 v_{0,8} + v_{bed}) \quad (2)$$

Avec :

- o $v_{0,2}$: la vitesse mesurée à 20% de la profondeur totale sous la surface

⁵ Error velocity

- **La méthode de distribution des points** utilise une intégration par trapèze du profil des vitesses, une extrapolation en profil constant à la surface et une extrapolation en loi puissance en fond comme on peut l'observer sur la Figure 15.

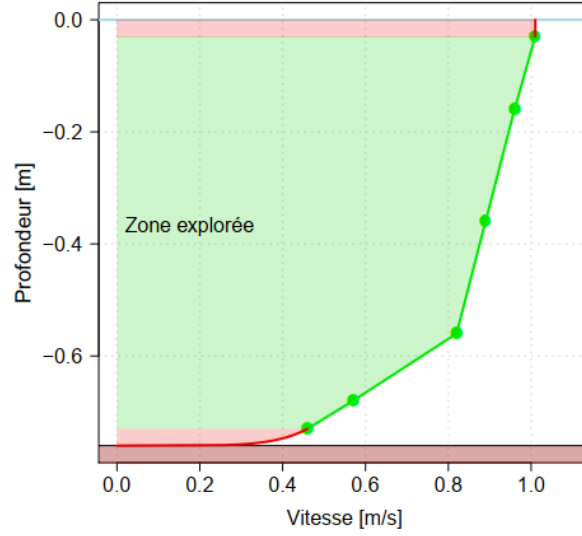


Figure 15 : Intégration et extrapolation du profil des vitesses - (Despax, 2016)

Le débit unitaire q_i en m^2/s s'exprime comme suit :

$$q_i = q_{i,surface} + q_{i,mesure} + q_{i,fond}$$

$$q_i = (D_i - h_{i,1}) v_{i,1} + \sum_{j=1}^{n_i-1} (h_{i,j} - h_{i,j+1}) \left(\frac{v_{i,j} + v_{i,j+1}}{2} \right) + h_{i,n_i} v_{i,n_i} \frac{m_{fond}}{m_{fond} + 1} \quad (3)$$

$$q_i = V_i D_i \leftrightarrow V_i = \frac{q_i}{D_i}$$

Avec :

- D_i : la profondeur mesurée sur la i -ème verticale
- $h_{i,j}$ et $v_{i,j}$: la hauteur par rapport au fond et la vitesse du j -ème point de la i -ème verticale
- m_{fond} : le coefficient de rugosité du fond de l'écoulement. Dans ce travail, le rapport $\frac{m_{fond}}{m_{fond}+1}$ sera prit égal à 2,333.

Une fois la vitesse moyenne calculée, il faut déterminer la sous-section sur laquelle cette vitesse est appliquée. Il existe également deux méthodes (ISO, 2009) :

- **La méthode de la section moyenne** dans laquelle chaque sous-section est délimitée par deux verticales adjacentes. Le débit est calculé selon la relation suivante :

$$Q = \sum (x_{i+1} - x_i) \left(\frac{D_{i+1} - D_i}{2} \right) \left(\frac{V_{i+1} - V_i}{2} \right) \quad (4)$$

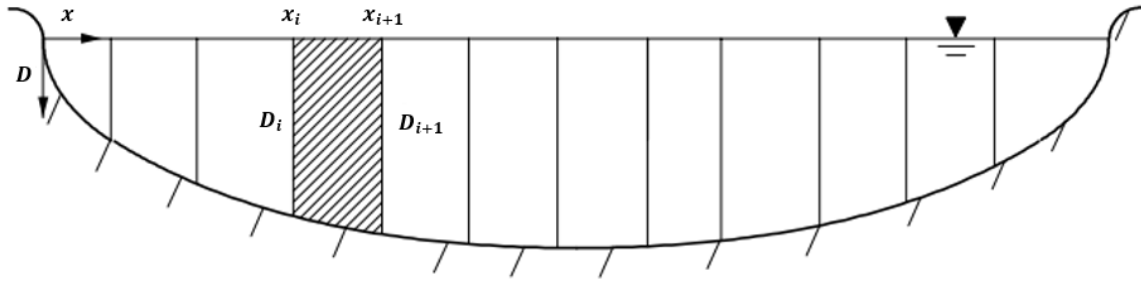


Figure 16 : Représentation de la méthode de la section moyenne - (ISO, 2009)

- **La méthode de la section médiane**, qui sera utilisée dans la suite du travail, dans laquelle chaque sous-section contient une verticale. Le débit est calculé selon la relation suivante :

$$Q = \sum \left(\frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} \right) V_i D_i \quad (5)$$

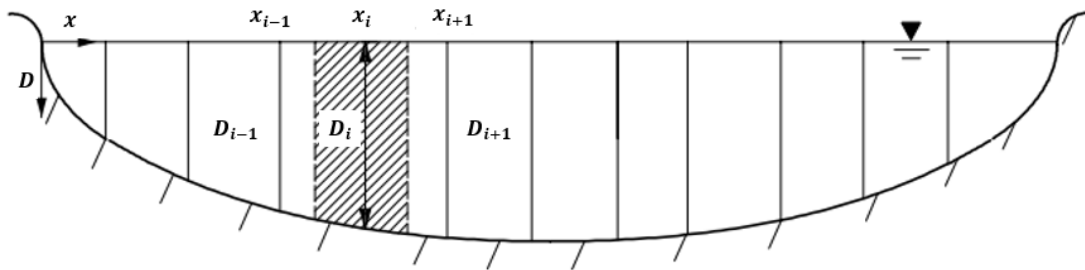


Figure 17 : Représentation de la méthode de la section médiane - (ISO, 2009)

1.3.4.2 Cas des jaugeages ADCP

Pendant la traversée du cours d'eau, l'appareil discrétise le profil de vitesse en ensemble (qui correspondent aux verticales). Chaque ensemble est composé de cellule qui correspondent chacune à une mesure de vitesse. On estime le débit total sur base du débit Q_i passant à travers chaque cellule qui est calculée comme suit (Dramais, 2011) :

$$Q_i = V_i V_b \sin(\alpha_i - \beta) D_z D_t \quad (6)$$

Avec :

- V_i : la vitesse d'écoulement par rapport au fond mesurée dans la cellule i
- V_b : la vitesse du bateau par rapport au fond
- α_i et β : sont définis sur la Figure 18
- D_z : la hauteur de la cellule i
- D_t : le temps entre l'ensemble considéré et le dernier ensemble validé

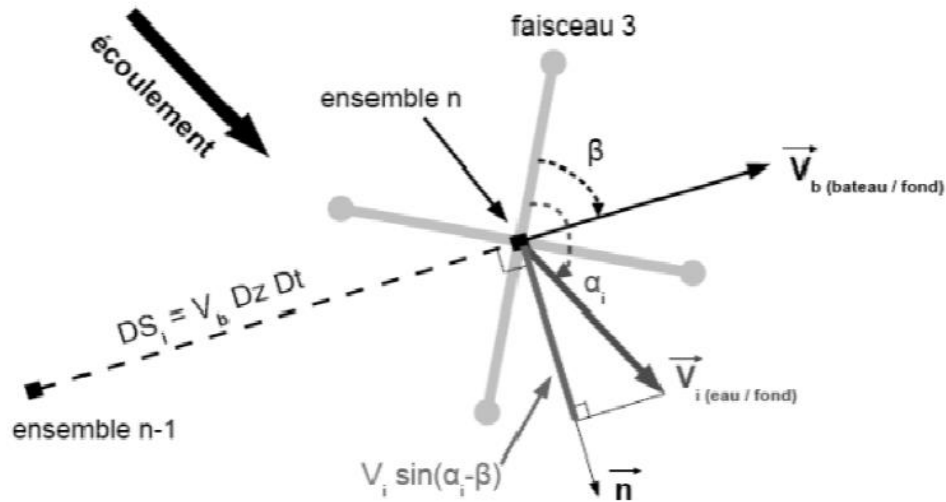


Figure 18 : Représentation schématique des différents paramètres pour un jaugeage ADCP

A cause des limitations techniques de l'ADCP, les débits non mesurés doivent être estimés par des méthodes d'extrapolation qui sont basées sur la partie mesurée du débit. Ces méthodes d'extrapolation sont implémentées dans le logiciel rattaché au matériel.

1.4. Calcul de la courbe de tarage

La construction de la courbe de tarage est une étape clé du processus de mesure. On peut diviser la construction de la courbe de tarage en deux étapes :

- **Le tracé dans la gamme courante des débits** qui peut être complexe mais pour lequel un nombre conséquent de jaugeages sont normalement disponibles.
- **Le tracé des extrémités** où les jaugeages sont rares voire même inexistantes.

La Charte Qualité de l'hydrométrie (Perret, et al., 2017) préconise de respecter les points suivants pour élaborer une bonne courbe de tarage :

- Les jaugeages doivent être bien répartis et en nombre suffisant sur une gamme adaptée à l'évolution du site et à la variabilité des débits.
- La dispersion des jaugeages autour de la courbe doit être faible.
- Une hauteur d'eau doit correspondre à un débit unique.
- La sensibilité de la courbe doit être importante et une petite variation de débit entraîne une variation importante de la hauteur d'eau.

Pour calculer la relation hauteur-débit relative à une section de mesure, une partie des jaugeages relatifs à cette station sont utilisés. En effet, il peut être judicieux d'ignorer volontairement certains jaugeages qui présente des incohérences avec le comportement classique de la station. La seconde partie des jaugeages ignorés est le résultat du choix d'une période de travail. Les équations des courbes de tarage, lorsqu'elles ne correspondent plus suffisamment au nuage de jaugeages considérés, sont modifiées. Il en résulte donc des nouvelles équations et les jaugeages antérieurs à la date de validité des nouvelles courbes sont ignorés. Ce type de

changement est toujours effectué à posteriori et donc la date à laquelle la décision a été prise de changer de courbe de tarage peut être postérieure à la date de validité de plusieurs années. A titre d'exemple, pour la station L5610, située sur la Sure à Martelage, 2 changements de courbe de tarage ont eu lieu dont un, en 2003, à la suite de travaux qui ont modifiés la section.

	Début de la validité	Fin de la validité
Courbe de tarage 1	01/01/1966	27/04/1984
Courbe de tarage 2	27/04/1984	02/10/2003
Courbe de tarage 3	02/10/2003	En cours

Tableau 1 : L5610 - Période de validité des courbes de tarage

La courbe de tarage correspond à la polynomiale de degré 1, 2 ou 3⁶ qui approxime au mieux le nuage de point formé par les jaugeages sur la période choisie. En pratique, la courbe de tarage calculée dans le logiciel est tracée sur un graphique avec le débit en m³/sec en abscisse et la hauteur d'eau en m en ordonnée. Si nécessaire, la courbe de tarage peut être divisée en plusieurs sections qui correspondent à des gammes de hauteur d'eau comme par exemple, la station L5610 dont la courbe de tarage actuelle est divisée en 4 gammes de hauteur.

Le choix d'ignorer certains jaugeages ou la sélection d'une période de travail pour l'équation de la courbe de tarage sont des opérations complexes. Dans le cas du réseau de la Direction des Cours d'Eau non navigables, seulement 2 personnes sont en charge du calcul des courbes de tarage de chaque station. L'expérience, la connaissance du comportement de la station, le ressenti, l'analyse au cas par cas, sont autant d'éléments qui font que le calcul des courbes de tarage est difficilement automatisable dans les conditions actuelles.

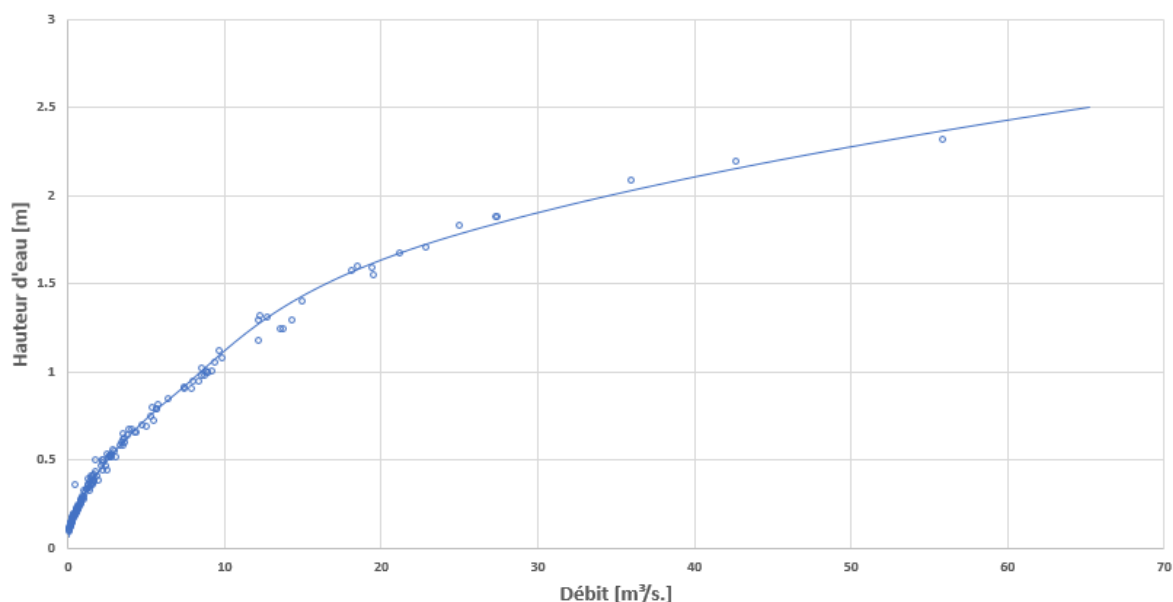


Figure 19 : L5610 - Courbe de tarage actuelle

⁶ De manière générale, la courbe de degré 2 est retenue

Lorsque l'équation de la courbe de tarage est définie, il est possible d'obtenir un hydrogramme qui reprend la variation temporelle du débit. Cet hydrogramme est obtenu en insérant dans l'équation de la courbe de tarage, les hauteurs d'eau reprises dans le limnigramme afin d'obtenir une valeur de débit.

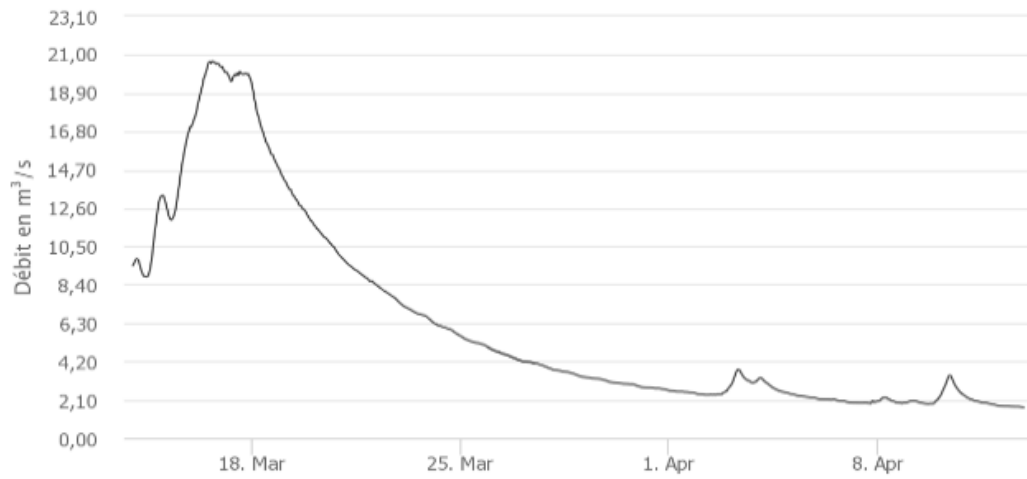
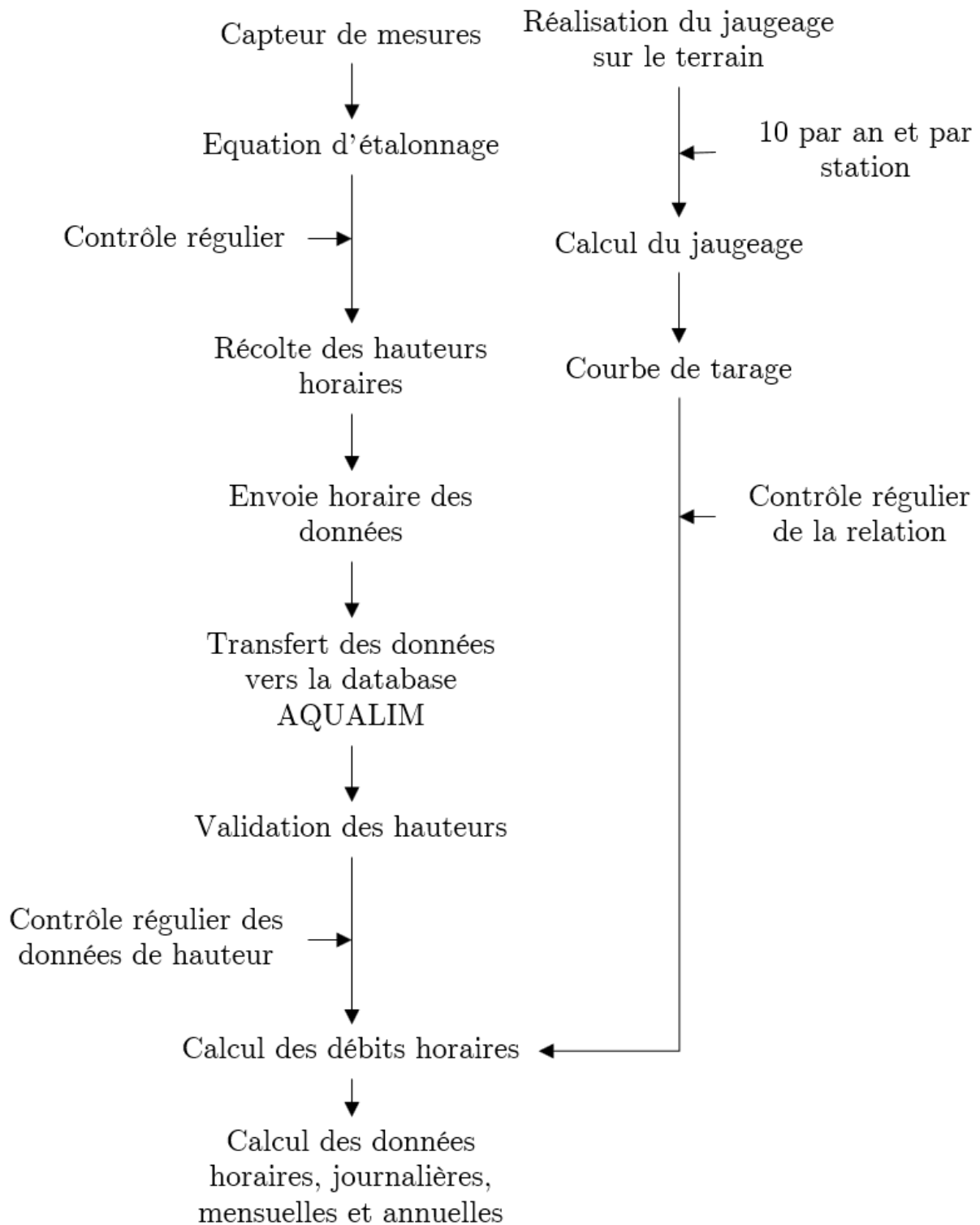


Figure 20 : L5610 – Débits horaires du 14/03/19 au 12/04/19

1.5. Résumé de la chaîne de mesure



Chapitre 2 : Les incertitudes – Notions fondamentales

Afin d'éviter tout abus de langage et dans le but d'employer le vocabulaire adapté, l'Annexe 1 reprend la définition des principaux termes utilisés par la suite.

Lors de différentes étapes de la chaîne de mesure présentée à la fin du chapitre précédent, des erreurs peuvent apparaître sur les valeurs mesurées et sur les valeurs calculées. Il est important de pouvoir fournir une borne supérieure de ces erreurs afin de connaître la qualité, la fiabilité des différentes mesures. L'incertitude permet d'exprimer cette borne supérieure.

L'incertitude de mesure d'une grandeur M est un paramètre positif qui permet de définir un intervalle de valeurs probables de la grandeur M dans lequel on a un certain pourcentage de chance de trouver la valeur vraie de la grandeur mesurée. Le pourcentage de chance est lié à l'intervalle de confiance choisi (68%, 95%, ...). Pour un mesurande M , on a :

- $u'(M)$: l'incertitude type relative sur la valeur mesurée qui correspond à l'écart-type de la loi de probabilité choisie
- k : le facteur d'élargissement qui dépend de la loi de probabilité choisie
- $U'(M) = k u'(M)$: l'incertitude relative élargie (intervalle de confiance à 95%)
- $[M - U'(M) * M ; M + U'(M) * M]$: l'intervalle de confiance, IC, dans lequel le pourcentage de chance de retrouver la valeur vraie de la grandeur mesurée est de 95%

2.1. Evaluation de type A de l'incertitude type

L'évaluation de type A consiste en un traitement statistique des valeurs mesurées dans des conditions de répétabilité et de reproductibilités (même opérateur, même conditions, même procédure de mesure, ...). Dans ce cas, l'estimation optimale de l'espérance mathématique de la grandeur mesurée qui varie aléatoirement et pour laquelle n observations indépendantes ont été effectuées est la moyenne arithmétique des n observations. Dès lors, la variance expérimentale des observations s'exprime comme (JCGM, 2008) :

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (7)$$

L'incertitude type de type A correspond à l'écart type expérimental de la moyenne :

$$u^2(q) = s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (8)$$

2.2. Evaluation de type B de l'incertitude type

L'évaluation de type B consiste à rassembler toutes les informations disponibles sur la variabilité de la grandeur mesurée. Ces informations peuvent comprendre, par exemple, des résultats de mesures antérieures ou des spécifications du fabricant de l'appareil de mesure et vont servir à choisir une distribution parmi les trois distributions courantes présentées dans le guide pour l'expression de l'incertitude de mesure⁷ (JCGM, 2008).

2.2.1. Loi normale

Lorsque les informations récoltées mentionnent, un intervalle de confiance, une incertitude sous forme d'un multiple d'un écart-type ou toute autre donnée utilisant des paramètres statistiques précis, on peut considérer qu'une loi normale a été utilisée pour calculer la donnée en question. Pour une loi normale, on a l'incertitude-type pour un IC à 68% :

$$u(M) = \frac{\Delta}{3} \leftrightarrow U(M) = 1,96 u(M) \quad (9)$$

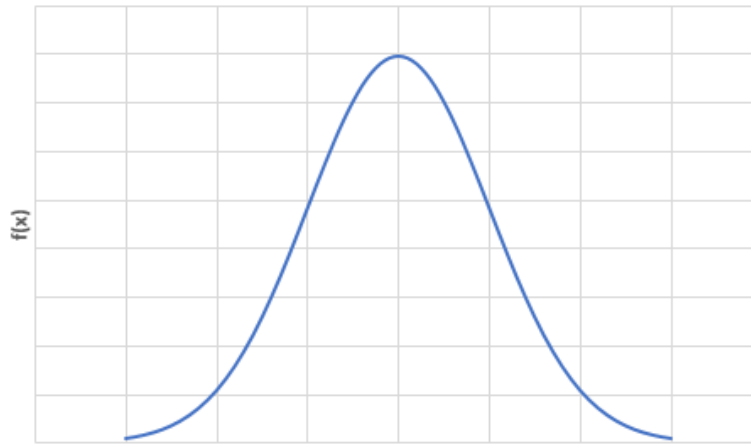


Figure 21 : Fonction de densité de probabilité d'une loi normale

2.2.2. Loi uniforme

Pour une loi uniforme, chaque valeur du mesurande est comprise dans l'intervalle $[M - \Delta ; M + \Delta]$ avec la même probabilité d'être la valeur vraie. La probabilité est nulle en dehors de cet intervalle. Cette distribution est utilisée lorsque l'on ne possède aucune information sur la variabilité de la mesure. Pour une loi uniforme, on a l'incertitude-type pour un IC à 57,74% (voir Annexe 2) :

$$u(M) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \leftrightarrow U(M) = 1,65 u(M) \quad (10)$$

⁷ Souvent abrégé en GUM

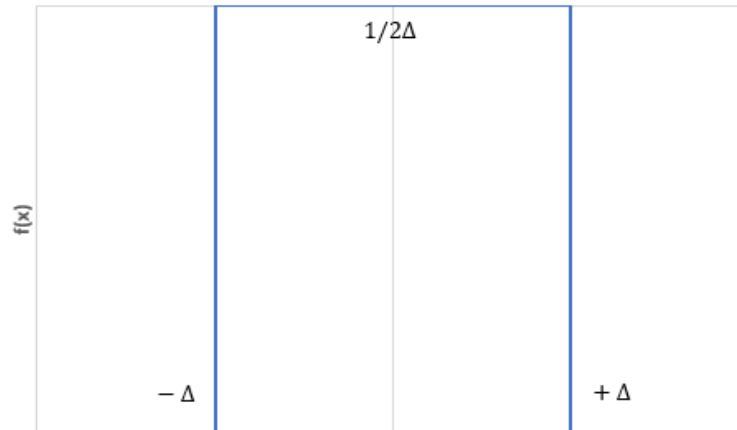


Figure 22 : Fonction de densité de probabilité d'une loi uniforme

L'utilisation de la loi uniforme est la solution la plus sécuritaire. En effet, l'incertitude élargie résultant de l'application de cette loi sera plus importante, pour une même valeur de Δ , que pour la loi normale ou triangulaire. C'est pourquoi, en l'absence d'information sur la distribution de l'incertitude de la grandeur mesurée, le GUM (JCGM, 2008) propose d'utiliser une distribution rectangulaire pour toujours fournir une borne supérieure de l'incertitude.

2.2.3. Loi triangulaire

Lorsque l'on peut observer que les probabilités des valeurs situées proche des limites sont plus faibles que pour les valeurs situées autour du centre de l'intervalle, la loi triangulaire semble la plus adaptée. Pour une loi triangulaire, on a l'incertitude-type pour un IC à 64,99% (voir Annexe 2) :

$$u(M) = \frac{\Delta}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow U(M) = 1,91 u(M) \quad (11)$$

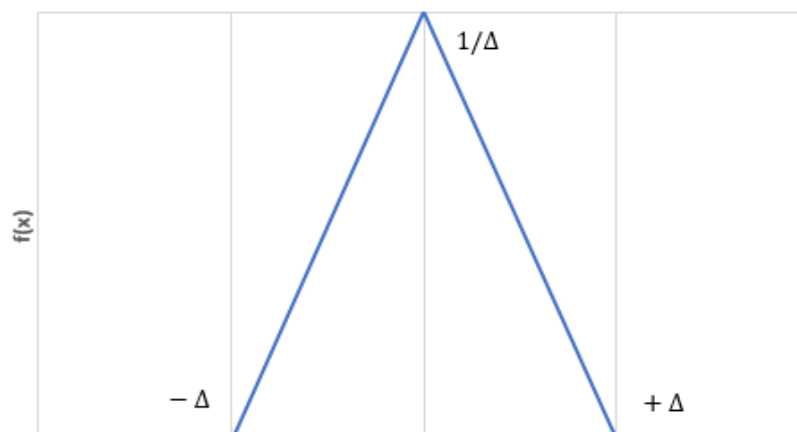


Figure 23 : Fonction de densité de probabilité d'une loi triangulaire

2.2.4. Détermination de l'incertitude-type composée

Lorsque plusieurs sources d'incertitude sont identifiées⁸ pour un même mesurande, Y , le GUM (JCGM, 2008), propose une loi de propagation de l'incertitude. Premièrement, il faut définir un modèle mathématique qui relie le mesurande aux grandeurs d'entrées :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (12)$$

La seconde étape consiste à calculer l'incertitude type de y qui est l'estimation du mesurande Y . On obtient cette incertitude type par une composition appropriée des incertitudes types de l'estimations des variables d'entrées x_i . L'incertitude type composée est donnée par :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (13)$$

Les dérivées partielles $\partial f / \partial x_i$ sont égales à $\partial f / \partial X_i$ évaluées à $X_i = x_i$. Ces dérivées, aussi appelées coefficient de sensibilité, décrivent comment varie l'estimation de sortie y en fonction des variations dans les valeurs des estimations des variables d'entrée x_i . On peut exprimer la variation sur y produite par une petite variation sur x_i comme :

$$(\Delta y)_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} (\Delta x_i) \quad (14)$$

Si cette variation est due à l'incertitude type de l'estimation x_i , la variation correspondante de y est donnée par :

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \quad (15)$$

La variance composée $u_c^2(y)$ peut donc être considérée comme une somme de termes dont chacun représente la variance estimée associée à l'estimation de sortie y due à la variance estimée associée à chaque estimation d'entrée x_i .

Il est possible de déterminer expérimentalement les coefficients de sensibilité en mesurant la variation de la grandeur mesurée produite par une variation d'un X_i donné tout en maintenant constantes les autres grandeurs d'entrées.

Si des grandeurs d'entrées sont interdépendantes, il est nécessaire d'évaluer la covariance associée. Le développement de f en série de Taylor d'ordre 1 autour des espérances mathématiques des x_i , donne (le calcul est détaillé dans l'Annexe 3) :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \leftrightarrow U_c(y) = k \sqrt{u_c^2(y)} \quad (16)$$

Avec :

- $u(x_i, x_j)$: la covariance entre les variables x_i et x_j

⁸ Ces sources sont appelées grandeurs d'entrée par la suite

Le développement présenté ci-dessus est basé sur plusieurs hypothèses importantes :

- **La linéarité et la dérivabilité** du modèle mathématique de f permettent d'utiliser un développement de Taylor d'ordre 1 et de le considérer comme une bonne estimation de f . Il est possible de calculer les termes de la série de Taylor pour un ordre supérieur à 1 mais l'expression du modèle de propagation devient rapidement compliquée.
- **La faible importance des incertitudes $u(x_i)$ par rapport aux valeurs des x_i** permet d'utiliser un développement de Taylor autour des espérances mathématiques des grandeurs d'entrée.
- **La distribution de la variable de sortie étant gaussienne**, le facteur d'élargissement est égal à 1,96.

Chapitre 3 : Les incertitudes sur la mesure de la hauteur d'eau

Les différentes techniques de mesure de la hauteur d'eau ont été abordées précédemment. Elles sont reprises ci-dessous dans l'ordre chronologique.

3.1. Lecture de l'échelle limnimétrique

Le fabricant « OTT », qui fournit la Direction des Cours d'Eaux non navigables, mentionne une précision de 1 cm pour ce type d'appareil mais comme expliqué dans l'Annexe 1, le terme « précision » n'est pas adapté. Cependant, la valeur fournie correspond à la plus petite graduation indiquée sur l'échelle. Il est donc possible d'en déduire que la valeur vraie de la hauteur d'eau se situe dans un intervalle de 1 cm autour de la hauteur d'eau mesurée. En effet, la hauteur d'eau relevée sur la Figure 24 est de 43 cm car la graduation à 42 cm est presque entièrement recouverte. Cependant, la hauteur d'eau réelle est légèrement inférieure à 43 cm.



Figure 24 : détail d'une échelle limnimétrique

Pour plus de facilité, on fait l'hypothèse, sécuritaire, que l'opérateur qui lit la hauteur d'eau à l'échelle limnimétrique renseigne une valeur sous forme d'un nombre entier de cm. Le choix d'une distribution uniforme semble le plus adapté pour la lecture d'une échelle limnimétrique car chaque valeur située dans un intervalle de 1 cm autour de la valeur mesurée à la même probabilité d'être la valeur vraie. L'incertitude-type et l'incertitude élargie sont données par les relations suivantes :

$$u_{lect.} = \frac{0,01}{\sqrt{3}} \quad (17)$$

$$U_{lect.} = 1,64 \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,0095 \text{ m} \quad (18)$$

L'incertitude type étant identique pour chaque hauteur d'eau lue, l'incertitude relative va varier en fonction de la hauteur d'eau mesurée. La Figure 25 illustre cette évolution de l'incertitude relative élargie qui va passer en dessous de 10% pour une hauteur d'eau de 10 cm et en dessous de 5% pour une hauteur d'eau de 19 cm.

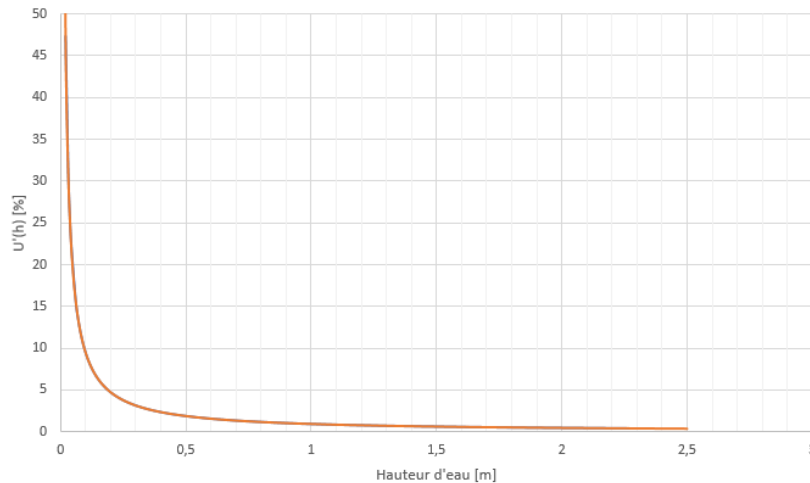


Figure 25 : Evolution de l'incertitude relative élargie sur la lecture de la hauteur d'eau sur échelle limnimétrique

Il est important de noter que l'évolution représentée sur la Figure 25 correspond à un cas où la surface de l'écoulement est stable et parfaitement horizontale. En période de crue, lorsque la hauteur d'eau et la vitesse sont importantes, la lecture du niveau d'eau à l'échelle limnimétrique devient plus délicate. La Figure 26 représente cette difficulté de lecture. Dans ce cas précis la hauteur d'eau lue peut osciller entre 3 m et 2,85 m environ. L'incertitude liée à cette mesure est donc largement supérieure à celle abordée précédemment. De plus, cette instabilité de la surface de l'écoulement autour de la mire augmente avec la vitesse et la hauteur.



Figure 26 : La lecture de la hauteur d'eau en période de crue est plus complexe

Une étude de cette incertitude a été réalisée sur le Rhône à Beaucaire en 2003 (Blanquart, 2003). La conclusion de cette étude propose de considérer une incertitude élargie de 7 cm au maximum. La vitesse étant plus élevée dans le cadre de cette étude que dans le cas des cours d'eau étudiés dans ce travail, cette incertitude peut convenir pour fournir une borne supérieure de l'incertitude. Pour la suite du travail, on considèrera une incertitude de 7 cm pour la lecture de la hauteur d'eau. Il est clair que cette valeur peut être optimisée mais en l'absence de plus d'information, nous conserverons cette hypothèse plus sécuritaire.

3.2. Limnigraphe papier

En 1968, les cahiers de l'ORSTOM (Dubreuil, 1968) proposent une étude comparative de tous les limnigraphes disponibles sur le marché. Une valeur de précision⁹ de +/- 0,5 à 1 cm est proposée dans cette étude. La valeur de 1cm sera donc retenue dans le but de toujours fournir

⁹ La remarque formulée sur le terme « précision » en 3.1 est également d'application

une borne supérieure de l'incertitude. Ne disposant pas de plus d'informations concernant cette incertitude, on suppose qu'elle suit une distribution uniforme similaire en tous points à l'incertitude de la lecture de la hauteur d'eau à l'échelle limnimétrique (voir Figure 25).

Après retranscription des valeurs de hauteur d'eau mesurées sur le rouleau en papier du limnigraphe, l'étape de digitalisation consiste à informatiser la courbe reprise sur le rouleau. Le rouleau étant composé de papier millimétré, on considère que l'erreur maximale de digitalisation est de 1 mm à une échelle $1/20^{10}$, ce qui correspond à 2 cm.

L'identification de plusieurs sources d'incertitude nécessite le calcul de l'incertitude type composée. La variable de sortie étant simplement la hauteur d'eau mesurée, les dérivées partielles valent 1. Le coefficient de corrélation est nul, les deux variables sont considérées comme indépendantes puisque l'erreur de digitalisation est constante pour toutes les hauteurs d'eau mesurées et l'incertitude provoquée par le limnigramme est indépendante de la digitalisation. L'incertitude type combinée s'exprime comme :

$$U_{\text{limnigraphe}} = 2 \sqrt{\left(\frac{0,01}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,02}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0,026 \text{ m} \quad (19)$$

La Figure 27 illustre cette évolution de l'incertitude relative élargie qui va passer en dessous de 10% pour une hauteur d'eau de 25 cm et en dessous de 5% pour une hauteur d'eau de 51 cm. Ce système implique donc des incertitudes conséquentes mais présente une évolution majeure par rapport à la hauteur d'eau relevée quotidiennement à l'échelle limnimétrique par un opérateur.

Il faut également noter que l'utilisation du limnigraphe papier comporte des sources d'incertitudes qui sont impossibles à quantifier comme une dégradation du papier¹¹ ou une erreur de retournement de la courbe tracée sur le rouleau.

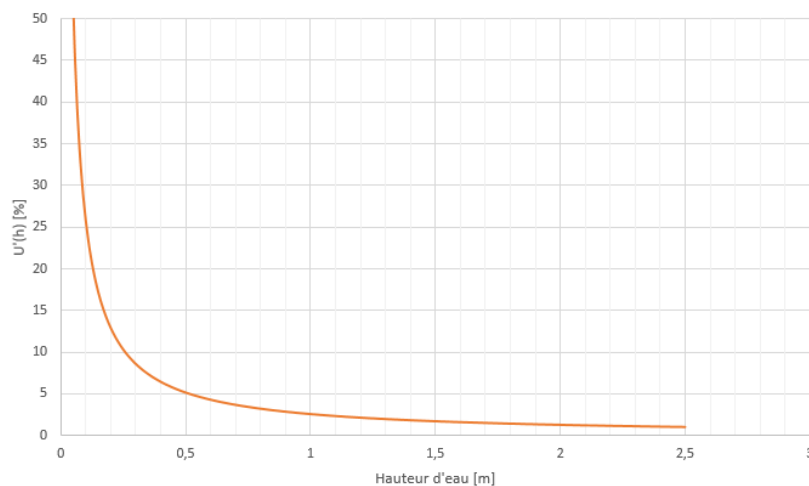


Figure 27 : Evolution de l'incertitude relative élargie sur la mesure de la hauteur d'eau pour un limnigraphe papier

¹⁰ Il s'agit de l'échelle couramment utilisée sur les limnigraphes papier

¹¹ L'humidité peut favoriser une perforation du rouleau par le stylet ou l'encre peut provoquer une tâche qui recouvre certaines données par exemple.

3.3. Capteur *OTT*

3.3.1. Capteur de pression

Pour les capteurs *PLS*, le fabricant, *OTT*, renseigne plusieurs sources d'incertitude pour la mesure de la hauteur d'eau :

- **La résolution** : 0,1 cm. La résolution correspond à la plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de l'indication délivrée par l'instrument.
- **La linéarité** : 0,05% de la valeur finale de la plage de mesure¹². La linéarité désigne la capacité d'un instrument de mesure à respecter une loi linéaire entre la grandeur mesurée et l'affichage. La valeur fournie quantifie l'écart maximal entre la loi linéaire et les valeurs mesurées.

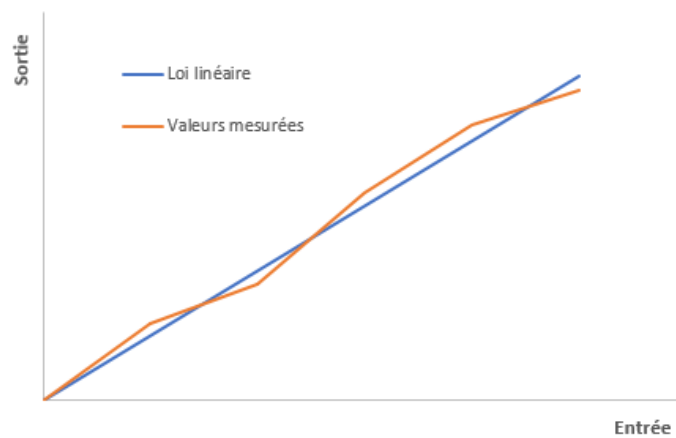


Figure 28 : Linéarité d'un appareil de mesure

- **L'hystérésis** : 0,05% de la valeur finale de la plage de mesure. L'hystérésis désigne la capacité d'un instrument de mesure à fournir la même indication lorsque l'on atteint une même valeur du mesurande soit par variation croissante, soit par variation décroissante.

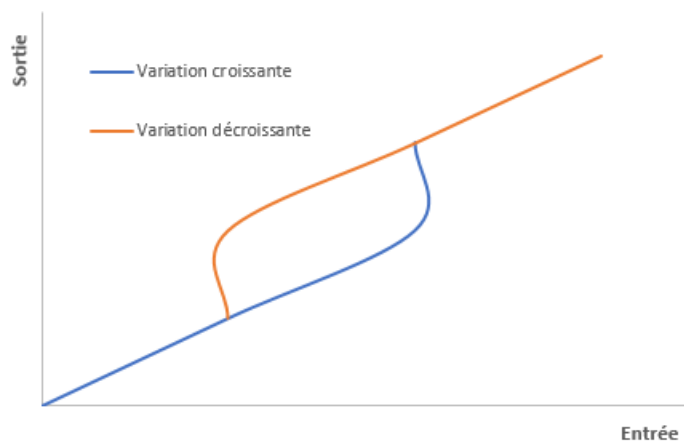


Figure 29 : Hystérésis d'un appareil de mesure

¹² Les capteurs utilisés ont tous des plages de mesure de 0 à 4 m

- **La sortie 4-20 mA** : 0,1% de la valeur finale de la plage de mesure. Le choix du type de sortie affecte la grandeur mesurée lors de la transmission de la valeur.
- **La dérive du point zéro** : 0,1% de la valeur finale de la plage de mesure. La dérive du point zéro, ou l'erreur d'offset apparaît lorsque la réponse observée dévie systématiquement de la réponse théorique avec un écart constant.

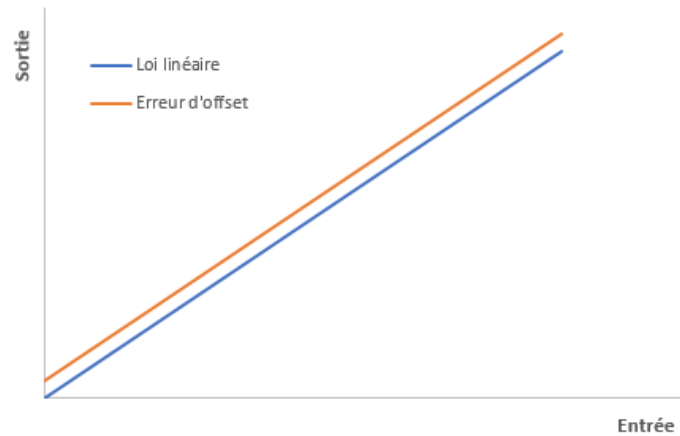


Figure 30 : Erreur d'offset d'un appareil de mesure

Une distribution rectangulaire semble la plus adaptée à l'ensemble des incertitudes spécifiées par le fabricant puisqu'aucune information supplémentaire n'est fournie. Comme pour le limnigraphe papier, les dérivées partielles sont égales à 1 et le coefficient de corrélation est nul.

$$U_{PLS}(h) = 2 \sqrt{u_{PLS}^2(h)} = 2 \sqrt{u_{rés.}^2 + u_{lin.}^2 + u_{hys.}^2 + u_{sortie}^2 + u_{offset}^2} = 0,0074 \text{ m} \quad (20)$$

La Figure 31 illustre cette évolution de l'incertitude qui va passer en dessous de 10% pour une hauteur d'eau de 8 cm et en dessous de 5% pour une hauteur d'eau de 15 cm.

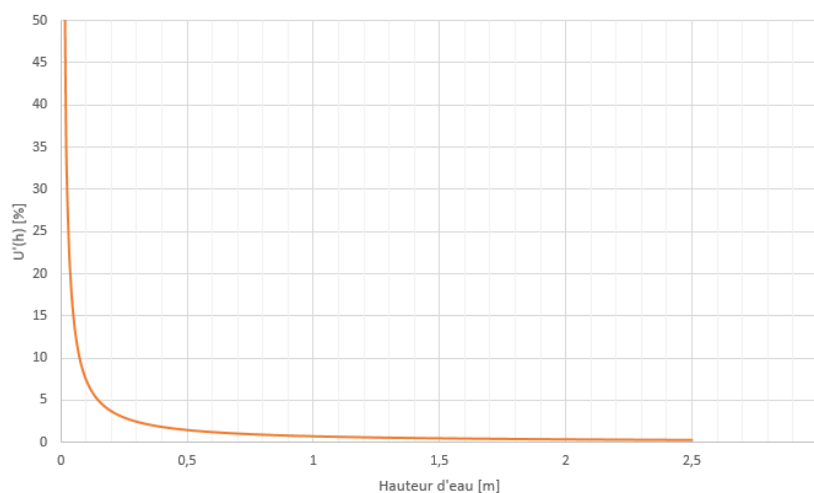


Figure 31 : Evolution de l'incertitude relative élargie sur la mesure de la hauteur d'eau avec capteur OTT-PLS

3.3.2. Capteur radar

Pour les capteurs *RLS*, le fabricant, *OTT*, renseigne une « précision » de 0,1% de la valeur finale de la plage de mesure. Sur base du même raisonnement que pour les capteurs *PLS*, on obtient :

$$U_{RLS}(h) = 2 u_{RLS}(h) = 0,0046 m \quad (21)$$

La Figure 31 illustre cette évolution de l'incertitude qui va passer en dessous de 10% pour une hauteur d'eau de 5 cm et en dessous de 5% pour une hauteur d'eau de 10 cm.

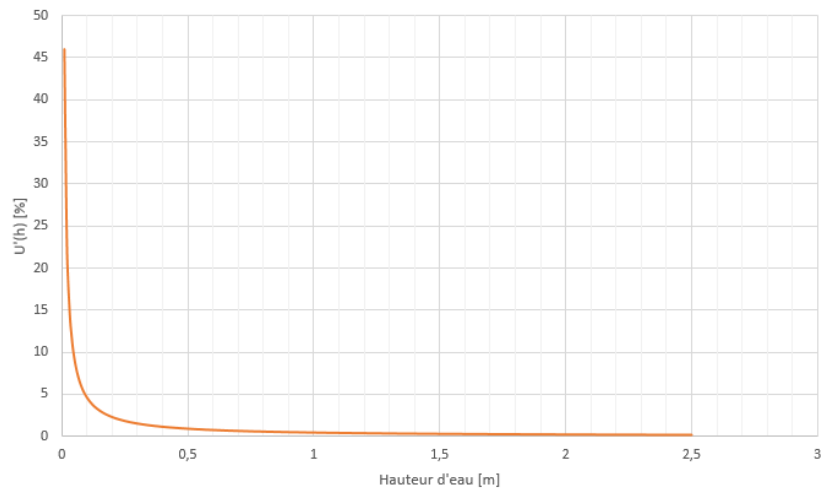


Figure 32 : Evolution de l'incertitude relative élargie sur la mesure de la hauteur d'eau avec capteur OTT-RLS

Chapitre 4 : Incertitude sur la mesure du débit pour les jaugeages au courantomètre

4.1. Application du GUM

Comme expliqué dans la section 2.2.4, l'application du GUM nécessite un inventaire complet des sources d'incertitudes lors de la mesure. Un inventaire exhaustif paraît compliqué à réaliser mais il reste cependant possible de mettre en évidence certaines incertitudes flagrantes issues de la formulation du calcul du débit énoncé à la section 1.3.4 :

- $u(B_i)$: l'incertitude sur la mesure de la largeur associée à la i -ème verticale de la section de mesure.
- $u(D_i)$: l'incertitude sur la mesure de la profondeur associée à la i -ème verticale de la section de mesure.
- $u(V_i)$: l'incertitude sur l'estimation de la vitesse moyenne associée à la i -ème verticale de la section de mesure. Ce terme inclut les incertitudes sur les mesures ponctuelles de la vitesse qui permettent le calcul de la vitesse moyenne.
- $u(Q_t)$: l'incertitude due à la méthode imprécise de l'estimation du débit. La discrétisation en verticale implique des extrapolations qui sont sources d'incertitudes.

L'incertitude type composée peut donc être formulée comme :

$$\begin{aligned}
 u^2(Q) = & \sum_{i=0}^{m+1} \left(\frac{\partial Q}{\partial B_i} \right)^2 u^2(B_i) + \sum_{i=0}^{m+1} \left(\frac{\partial Q}{\partial V_i} \right)^2 u^2(V_i) + \sum_{i=0}^{m+1} \left(\frac{\partial Q}{\partial D_i} \right)^2 u^2(D_i) \\
 & + \sum_{i=0}^{m+1} \left(\frac{\partial Q}{\partial Q_t} \right)^2 u^2(Q_t) + 2 \sum_{i=0}^m \sum_{j=i+1}^{m-1} \frac{\partial Q}{\partial x_i} \frac{\partial Q}{\partial x_j} u(x_i, x_j)
 \end{aligned} \tag{22}$$

On remarque que les différents termes de cette relation sont compliqués à estimer. La norme ISO 748 permet de remédier à ce problème en proposant une formulation facilement applicable pour l'estimation de l'incertitude sur la mesure du débit.

4.2. Norme ISO 748

Actuellement, la norme ISO 748 « Measurement of liquid flow in open channels using current-meters or floats » (ISO, 2009) constitue l'unique cadre normatif pour le calcul des incertitudes des jaugeages par exploration du champ de vitesse. Cette norme se base sur les travaux de Herschy et en reprend la plupart des valeurs proposées pour l'évaluation des incertitudes (Herschy, 1975).

L'incertitude type combinée¹³ pour le débit est donnée par la relation suivante¹⁴ dans la norme ISO748 :

$$u'^2(Q) = u_s'^2 + u_m'^2 + \frac{\sum_{i=1}^m Q_i^2 \left[u'^2(B_i) + u'^2(D_i) + u_p'^2(V_i) + \frac{1}{n_i} \{ u_c'^2(v_{i,j}) + u_{exp}'^2(v_{i,j}) \} \right]}{(\sum_{i=1}^m Q_i)^2} \quad (23)$$

Avec :

- u_s' : l'incertitude relative due aux erreurs systématiques dans l'utilisation des courantomètres, des instruments de mesure des largeurs et des instruments de mesure des profondeurs
- u_m' : l'incertitude relative due au nombre limité de verticales
- m : le nombre de verticales réparties sur la section de mesure
- n : le nombre de points de mesure de la vitesse sur la i-ème verticale
- $u_c'(v_{i,j})$: l'incertitude relative sur la mesure de la vitesse au j-ème point de la i-ème verticale due à l'absence de répétabilité du courantomètre
- $u_{exp}'(v_{i,j})$: l'incertitude relative due aux fluctuations dans l'écoulement pendant le temps d'exposition du courantomètre pour le j-ème point de la i-ème verticale

Les différentes valeurs et tableaux nécessaires pour le calcul de l'incertitude type sur le débit sont repris dans l'Annexe 4.

4.2.1. Application de la norme ISO 748 aux données SPW

Le calcul d'incertitude sur la mesure du débit a été effectué sur un échantillon de 348 jaugeages réalisés sur diverses sections de mesure. La Figure 33 reprend la contribution médiane de chacun des termes à l'incertitude-type relative.

La valeur médiane de l'incertitude relative élargie, $U'(Q)$, est égale à 5,383%. Cependant, il est nécessaire d'objectiver les résultats présentés dans cette section car ils proviennent d'une application « brute » de la norme avec les valeurs existantes pour chaque terme. Pour rappel, ces valeurs sont des résultats empiriques¹⁵ d'études menées dans les années 1970 et il est bien rappelé que tous les termes doivent faire l'objet d'une évaluation par l'utilisateur.

¹³ Cette incertitude type combinée suit une loi normale

¹⁴ La norme propose de travailler avec des incertitudes relatives

¹⁵ Ils sont donc dépendant du matériel de l'époque ou des sections de mesure choisies par exemple.

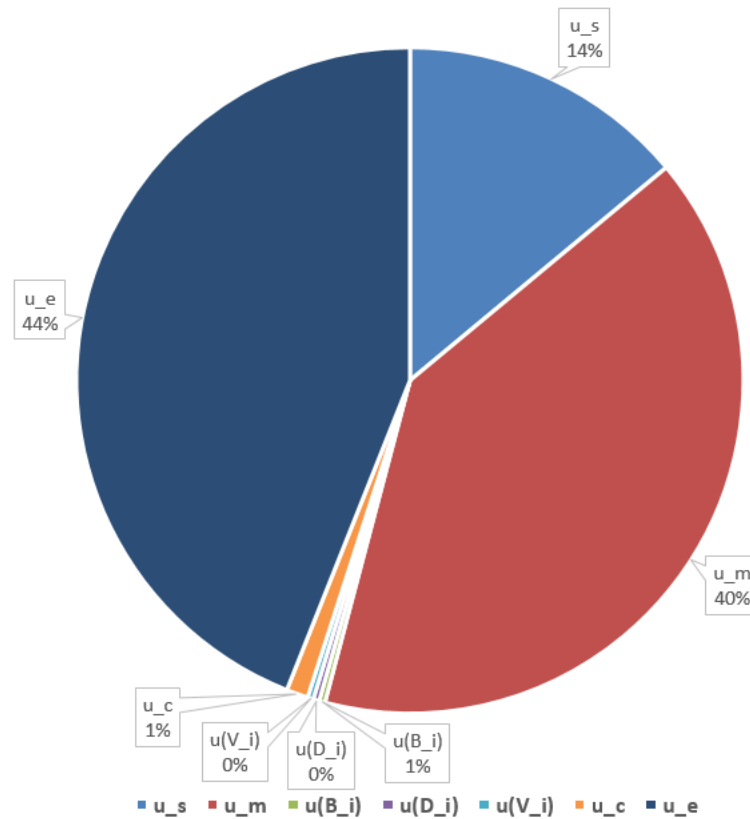


Figure 33 : Contributions médianes des différents termes de l'incertitude type relative pour la norme ISO 748

4.2.2. Réévaluation des différents termes

4.2.2.1 u'_s

Les erreurs systématiques dues à une mauvaise utilisation des appareils de mesure sont compliquées à évaluer. On supposera pour la suite du travail que ce terme a été bien étudié et que les potentielles erreurs d'utilisation lors de l'étude de ce terme sont toujours d'actualité aujourd'hui.

4.2.2.2 $u'(B_i)$

Plusieurs études ont démontré que ce terme était largement sous-estimé. L'IRSTEA¹⁶, lors d'une journée d'inter-comparaison entre laboratoires (Dramais, et al., 2011), a comparé les largeurs mouillées mesurées par les équipes à la mesure de cette même largeur réalisée avec un télémètre laser. Des écarts allant jusqu'à 6% ont été relevés. En se basant sur cette étude, le protocole EDF-DTG (Despax, 2016) a retenu une valeur de 2,5% pour l'incertitude type relative sur l'ensemble de ses cours d'eau. Cette même valeur sera utilisée dans la suite de ce travail.

4.2.2.3 $u'(D_i)$

Ce terme semble ne pas être adapté à la mesure de profondeur. Pour une profondeur de 10cm par exemple, l'incertitude type serait de 0,5mm. Cette valeur d'incertitude est difficilement atteignable même avec un appareil très précis. Il serait plus intéressant de proposer une

¹⁶ Institut national de recherche en sciences et technologies pour l'environnement et l'agriculture

incertitude type minimale couplée à une incertitude type relative exprimée en %¹⁷. En dehors de la norme, on retrouve, dans la littérature, plusieurs valeurs comme 2% (Sauer, et al., 1992), 1% si le site est « bien choisi » (Dickison, 1967) ou encore « entre 1 et 3% selon la profondeur mesurée » (Hersch, 1971).

A titre de comparaison, le capteur de pression qui mesure la profondeur sur le courantomètre MF Pro propose une « précision » de 2% ou de 0,015m selon la valeur la plus élevée. On obtient, pour une distribution de probabilité rectangulaire, une incertitude type de 0,009m et une incertitude type relative de 1,15%.

Sur base de ces sources, l'incertitude type relative sera fixée à 2% avec une valeur minimale de l'incertitude type fixée à 1cm.

4.2.2.4 u'_m

Il s'agit du terme dont la part relative dans l'incertitude globale est la plus importante. Or, son évaluation semble relativement mauvaise. Le calcul de ce terme se base uniquement sur le nombre de verticales sans prendre en compte la répartition de ces dernières dans la section. Une bonne répartition permettra de diminuer les variations de débit et de vitesse moyenne entre chaque verticale. Les méthodes présentées par la suite permettent de lever cette incohérence.

4.2.2.5 $u'(V_i)$

Les valeurs proposées pour les méthodes algébriques semblent adaptées mais dans le cas du calcul par distribution des vitesses, la valeur proposée est indépendante du nombre de points, de l'écartement entre les points et de la position de ces derniers. Les méthodes présentées par la suite permettent de lever cette incohérence.

4.2.2.6 u'_c

Dans le cadre du protocole EDF-DTG, une étude a été réalisée (Slimani, 2014) pour valider les valeurs de la norme ISO 748. Ces dernières resteront inchangées pour la suite de ce travail.

4.2.2.7 u'_{exp}

Le calcul de ce terme prend en compte la vitesse moyenne calculée sur la verticale, la position du point considéré sur la verticale et le temps d'exposition du courantomètre lors de la mesure des vitesses ponctuelles. L'évolution de l'incertitude dans les valeurs proposées semble logique. Un temps d'exposition élevé permettra de diminuer l'incertitude puisqu'un éventail plus large de variations sera pris en compte. Le temps minimal d'exposition conseillé dans la norme ISO748 est de 30 secondes. De plus, les points proches du fond de l'écoulement sont plus sensibles aux variations dans l'écoulement, l'incertitude liée sera donc plus élevée.

¹⁷ Cette démarche n'est pas adoptée pour la mesure des largeurs B_i , l'ordre de grandeur étant de 1m, une incertitude type relative peut directement être utilisée.

Il est important de noter que la norme ISO 748 s'attache à donner des valeurs les plus générales possible afin de permettre une utilisation étendue à une multitude de cas de figure. De plus, la norme ISO 1088 (ISO, 2007), préconise un temps d'exposition de 300 secondes pour stabiliser la vitesse moyenne.

Actuellement, la Direction des Cours d'eaux non navigables travaille avec un temps d'exposition de 15 secondes lors de toutes les mesures par soucis de standardisation. Ce choix a été fait après avoir étudié la variabilité de la vitesse mesurée¹⁸ pour des temps d'expositions décroissants. Auparavant, la durée d'exposition était laissée à l'appréciation de l'opérateur. Elle a ensuite été diminuée à 20 secondes puis à 15 secondes, la mesure de la vitesse moyenne étant largement stabilisée après ce délai. Cette stabilité traduit le fait que les pulsations dans l'écoulement n'affectent plus la vitesse moyenne mais la vitesse instantanée quant à elle n'est pas forcément constante. On considère dès lors que cette situation, après 15 secondes, correspond à un temps d'exposition de 300 secondes pour les valeurs normées puisque dans les 2 situations, la vitesse moyenne est stabilisée.

Pour calculer les valeurs d'incertitudes à 300 secondes, une loi puissance est ajustée pour chacune des vitesses présentées dans le Tableau 7. Ce dernier est donc agrémenté des valeurs suivantes pour un temps d'exposition de 5 minutes :

Vitesse mesurée	Profondeur	
	Entre 0 et 0,7D	Supérieure à 0,7D
0,05	8,65	17,00
0,1	5,68	6,68
0,2	3,40	3,26
0,3	2,43	2,43
0,4	2,64	1,88
0,5	1,88	1,88
1	1,88	1,88
Interpolation en loi puissance	$1,50 v^{-0,571}$	$1,28 v^{-0,75}$

Tableau 2 : Calcul de u'_{exp} pour un temps d'exposition de 5 min

4.2.3. Conclusion de l'application de la norme ISO 748

La réévaluation des termes proposée précédemment traduit le fait que la méthode de calcul proposée comporte certaines limites. Ces dernières années, des méthodes qui lèvent certains défauts de la norme ISO 748 sont apparues comme la méthode Q+ (Le Coz, et al., 2014) ou la méthode FLAURE (Despax, 2016). La Charte Qualité de l'Hydrométrie (Perret, et al., 2017) conseille d'ailleurs d'utiliser une de ces deux méthodes à la place de la norme existante. Cependant, la norme ISO 748 servant de base commune aux deux méthodes citées ci-dessus, il est intéressant, et nécessaire, de commencer par étudier les incertitudes sur base de ce document. Certains des termes développés ci-dessous se retrouveront dans la méthode Q+ et la méthode FLAURE.

¹⁸ L'appareil de mesure présente l'évolution de la vitesse moyenne mesurée sous forme graphique et fournit également la vitesse moyenne instantanée.

4.3. Méthode Q+ et améliorations

La formulation de la méthode Q+ (Le Coz, et al., 2014) reste proche de la formulation proposée dans la norme ISO 748. L'incertitude type combinée s'exprime comme suit :

$$u'^2(Q) = u_s'^2 + \frac{\sum_{i=1}^m Q_i^2 \left[u'^2(B_i) + u'^2(D_i) + u_p'^2(V_i) + u_m'^2(D_i) + u_m'^2(V_i) + \left\{ \frac{u_{c,exp}^2(v_{i,j})}{n_i} \right\} \right]}{(\sum_{i=1}^m Q_i)^2} \quad (24)$$

4.3.1. $u_p'(V_i)$

Dans le cas du calcul de la vitesse moyenne par la méthode de distribution des vitesses, l'espacement entre les points, le nombre de points et les extrapolations en surface et au fond doivent influencer sur la valeur de l'incertitude. La méthode Q+ propose de développer ce terme avec la relation suivante (détail en Annexe 5) :

$$u_p'^2(V_i) = \sum_{k=1}^{n_i-1} \frac{[(v_{i,k} - v_{i,k+1})(h_{i,k} - h_{i,k+1})]^2}{12 q_i^2} + E^2(q_{i,bas}) + E^2(q_{i,haut}) \quad (25)$$

Avec :

- q_i : le débit unitaire calculé selon l'équation 3
- $E(q_{i,bas})$: l'erreur d'extrapolation du profil de vitesse au fond qui s'exprime comme (détail en Annexe 5) :

$$E(q_{i,bas}) = \frac{0,5 v_{i,bas} h_{i,bas}}{2\sqrt{3} q_i} \quad (26)$$

- $E(q_{i,haut})$: l'erreur d'extrapolation du profil de vitesse à la surface qui s'exprime comme (détail en Annexe 5) :

$$E(q_{i,bas}) = \frac{0,2 v_{i,haut} (D_i - h_{i,haut})}{2\sqrt{3} q_i} \quad (27)$$

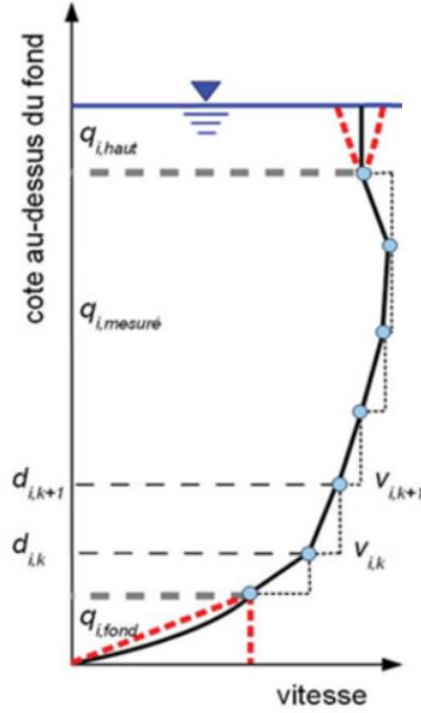


Figure 34 : Profil des vitesses pour une verticale - (Le Coz, et al., 2014)

4.3.2. $u'_m(D_i)$

Ce terme correspond à l'erreur d'intégration transversale sur la profondeur. On étudie les cas extrêmes en considérant une pente transversale du fond qui permet de quantifier la variation maximale de la sous-section mouillée. Cette pente transversale correspond à l'irrégularité du fond qui est définie par un angle α choisi par l'utilisateur. Pour la méthode de la section médiane, on a (détail en Annexe 5) :

$$u'_m(D_i) = \frac{b_{i+1}^2 + b_i^2}{2\sqrt{3}(b_{i+1} + b_i)D_i} \tan(\alpha) \quad (28)$$

L'estimation de l'angle α est l'inconvénient majeur de cette méthode. Une valeur d'angle doit être calculée pour chaque section de mesure. De plus cet angle peut ne pas être constant sur l'entièreté d'une section. Cependant, une analyse proposée dans le Journal of Hydrology (Despax, et al., 2016) propose une expression générale pour le calcul de cet angle :

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i |\alpha_i|}{Q} \quad (29)$$

Avec α_i la pente moyenne de chaque sous-section qui s'exprime comme :

$$\alpha_i = \frac{180}{2\pi} \left\{ \arctan \left| \frac{D_i - D_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right| + \arctan \left| \frac{D_i - D_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \right| \right\} \quad (30)$$

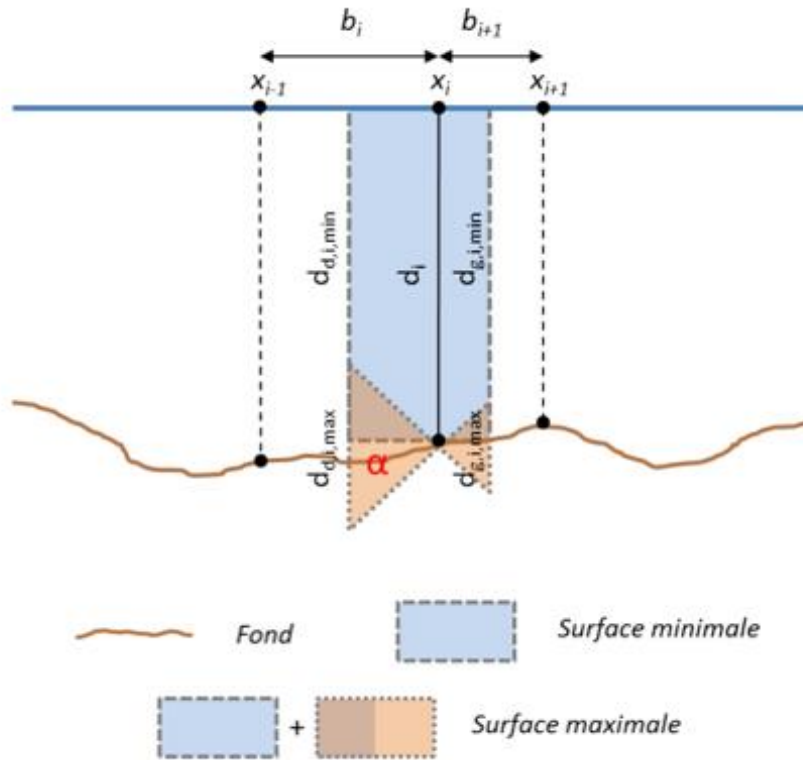


Figure 35 : Représentation des surfaces max., min. et de l'angle α pour la sous-section i - (Despax, 2016)

4.3.3. $u'_m(V_i)$

Ce terme correspond à l'erreur d'intégration transversale sur la vitesse. On étudie les cas extrêmes en se basant sur les profondeurs extrêmes calculées dans l'expression du terme $u'_m(D_i)$. Pour ce faire, on considère une variation linéaire du nombre de Froude entre chacune des verticales. L'incertitude type relative correspond à la variation maximale des vitesses calculées pour les 4 profondeurs extrêmes (détail en Annexe 5) :

$$u'_m(V_i) = \frac{V_{i,max} - V_{i,min.}}{2\sqrt{3} V_i} \quad (31)$$

4.3.4. Application de la méthode Q+ et des améliorations aux données SPW

Le calcul d'incertitude sur la mesure du débit a été effectué sur un échantillon de 348 jaugeages réalisés sur diverses sections de mesure. La Figure 36 reprend la contribution médiane de chacun des termes à l'incertitude-type relative. La valeur médiane de l'incertitude relative élargie, $U'(Q)$, est égale à 6,502%.

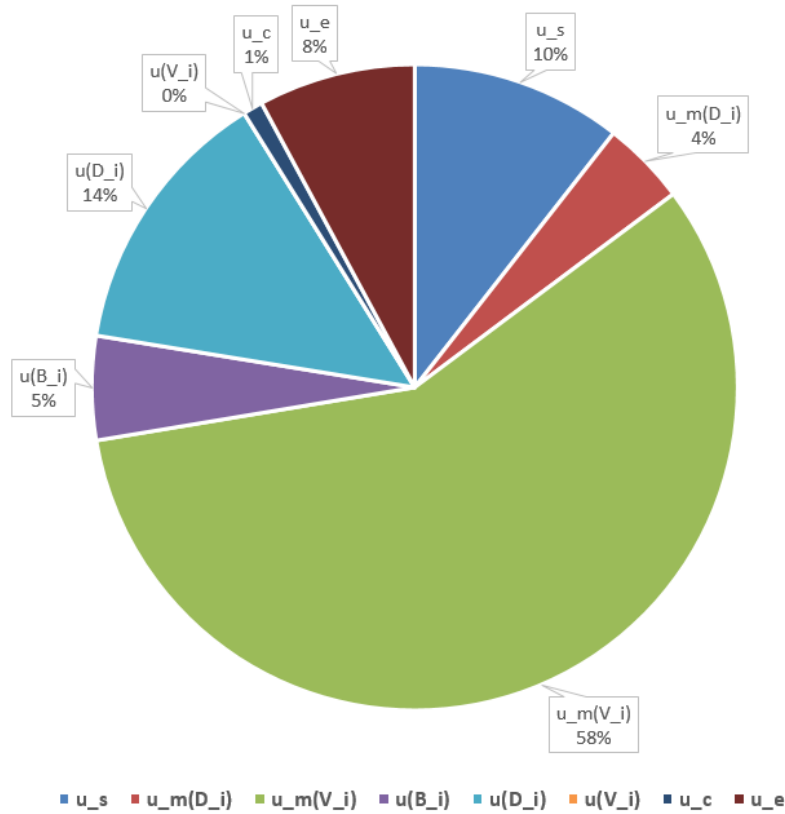


Figure 36 : Contributions médianes des différents termes de l'incertitude type relative pour la méthode Q+

4.3.5. Conclusion de l'application de la méthode Q+

À la suite de la réévaluation de certains termes et à l'application de la méthode Q+, on observe que 6 termes ont des contributions significatives à l'incertitude type relative au lieu de 3 après application de la norme ISO 748. Les termes u'_s , $u'(D_i)$, $u'(B_i)$, u'_{exp} et u'_c ne seront pas abordés, les évolutions par rapport à la norme ISO 748 étaient attendues.

4.3.5.1 $u'_p(V_i)$

La contribution de ce terme à l'incertitude type relative reste insignifiante. Cela traduit le fait que la méthode de distribution de vitesse couplée à une répartition judicieuse des points de mesure sur les verticales permet d'obtenir une valeur de vitesse moyenne presque parfaite. La méthodologie en vigueur peut être conservée.

4.3.5.2 u'_m

La division du terme u'_m en $u'_m(D_i)$ et $u'_m(V_i)$ permet d'obtenir plus d'informations sur l'incertitude liée à la répartition des verticales. Pour les jaugages considérés, c'est l'intégration transversale des vitesses qui est prépondérante. Le profil des vitesses serait insuffisamment discrétisé, la variation de la vitesse moyenne entre deux verticales adjacentes est trop importante. L'ajout de verticales de mesure permettrait de réduire la contribution du terme $u'_m(V_i)$, et également celle de $u'_m(D_i)$ même si celle-ci est déjà faible. Cette solution, qui implique un temps de jaugage plus important, sera critiquée dans la section 4.5.

4.4. Méthode FLAURE

Le développement de cette méthode a été proposé par A. Despax (Despax, 2016). Elle introduit une nouvelle variable, l'indice de qualité d'échantillonnage SQI¹⁹. Cet indice se base sur des recommandations retrouvées régulièrement dans la littérature pour définir un bon échantillonnage. A savoir, une répartition latérale des verticales suffisamment homogènes et de faibles variations de vitesse et de profondeur entre les verticales. Le SQI s'exprime comme suit :

$$SQI = \frac{\sigma(\Delta q)}{\sigma(q)} \frac{\sum_{i=1}^{m+1} (\Delta x_i \Delta q_i)}{Q} \quad (32)$$

Plusieurs paramètres sont pris en compte dans cette expression :

- Le rapport entre l'écart type des différences de débit unitaire entre deux verticales et l'écart type des débits unitaires sur l'ensemble du jaugeage. Le dénominateur étant relativement stable, ce rapport sera d'autant plus faible que l'étendue des variations du débit unitaire entre les verticales adjacentes est faible.
- Un espacement entre les verticales, Δx_i , important impliquera une augmentation de SQI.
- La variation du débit unitaire entre les verticales, Δq_i , augmente, et donc le SQI augmente également, si l'échantillonnage n'est pas suffisant.

Un polynôme de degré 2 a ensuite été ajusté afin d'utiliser le SQI calculé précédemment pour calculer le terme u'_m :

$$u'_m = -5,94 SQI^2 + 21,39 SQI + 0,3 \quad (33)$$

Ce polynôme a été ajusté sur base de 53 jaugeages de référence²⁰ qui sont considérés comme représentatifs de la diversité des sections de jaugeage que l'on peut rencontrer. Une surveillance accrue a été apportée à la stabilité du débit puisqu'un jaugeage de référence nécessite beaucoup de temps et donc potentiellement une variation de débit importante.

Après réalisation de ces 53 jaugeages de référence, une méthode de sous-échantillonnage a permis de générer des jaugeages probables qui auraient pu être réalisés en pratique. Pour chaque jaugeage de référence et pour chaque nombre de verticale, 1000 jaugeages probables ont été générés. En considérant que le jaugeage de référence fournit la valeur vraie du débit, l'erreur relative de chaque jaugeage sous-échantillonné s'exprime comme :

$$E_j = \frac{Q_j - Q_m}{Q_m} \quad (34)$$

Le calcul de la médiane et des quantiles 15% et 85% permet d'estimer le terme u'_m en fonction du SQI. La Figure 38 représente le modèle d'incertitude moyen (en noir) sur base duquel on ajuste le polynôme de degré 2 (voir équation 33).

¹⁹ Pour Sampling Quality Index

²⁰ Jaugeages comportant une grande densité spatiale de verticales

L'ensemble du développement de cette méthode faisant l'objet d'une majeure partie de la thèse de A. Despax (Despax, 2016), il n'est présenté que de façon succincte dans ce travail.

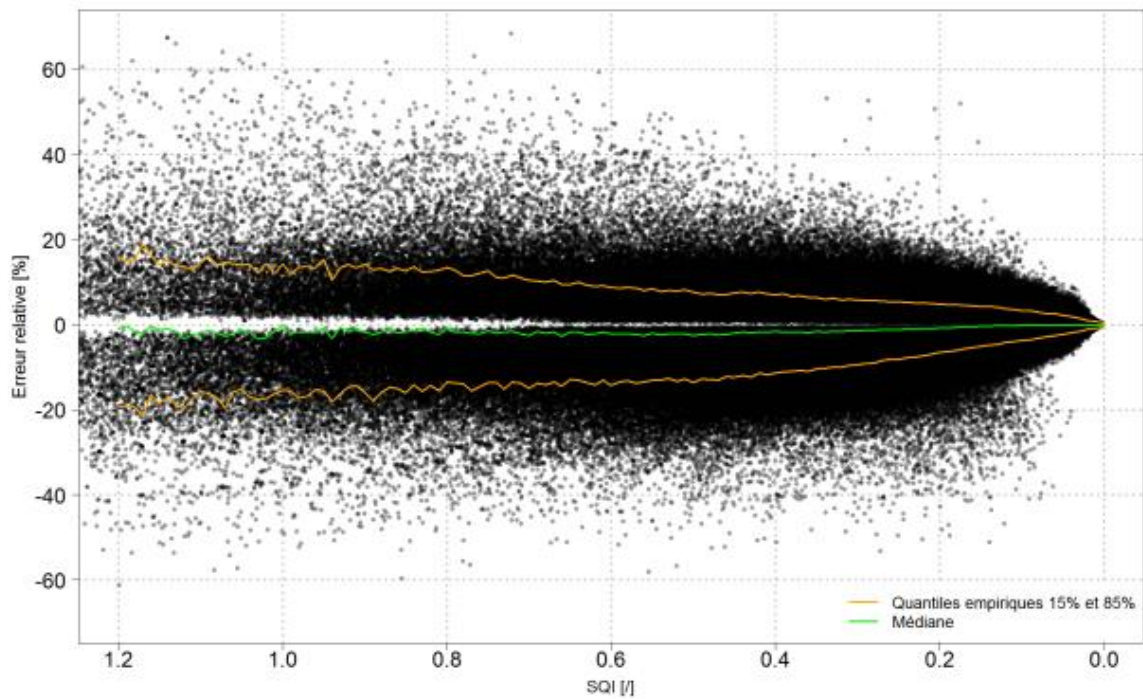


Figure 37 : Représentation des quantiles 15% et 85% et de la médiane pour les jaugeages générés - (Despax, 2016)

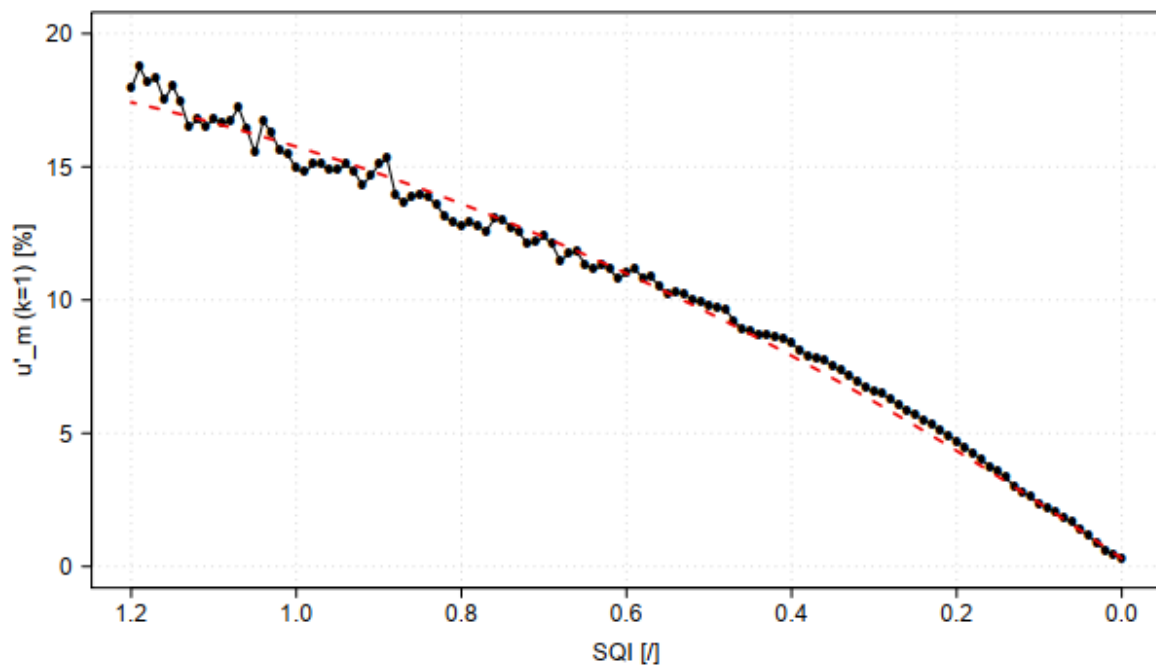


Figure 38 : Polynôme de degré 2 (en rouge) ajusté au modèle d'incertitude moyen (en noir) - (Despax, 2016)

4.4.1. Application de la méthode FLAURE aux données SPW

Le calcul d'incertitude sur la mesure du débit a été effectué sur un échantillon de 348 jaugeages réalisés sur diverses sections de mesure. La Figure 39 reprend la contribution médiane de chacun des termes à l'incertitude-type relative. La valeur médiane de l'incertitude relative élargie, $U'(Q)$, est égale à 8,437%.

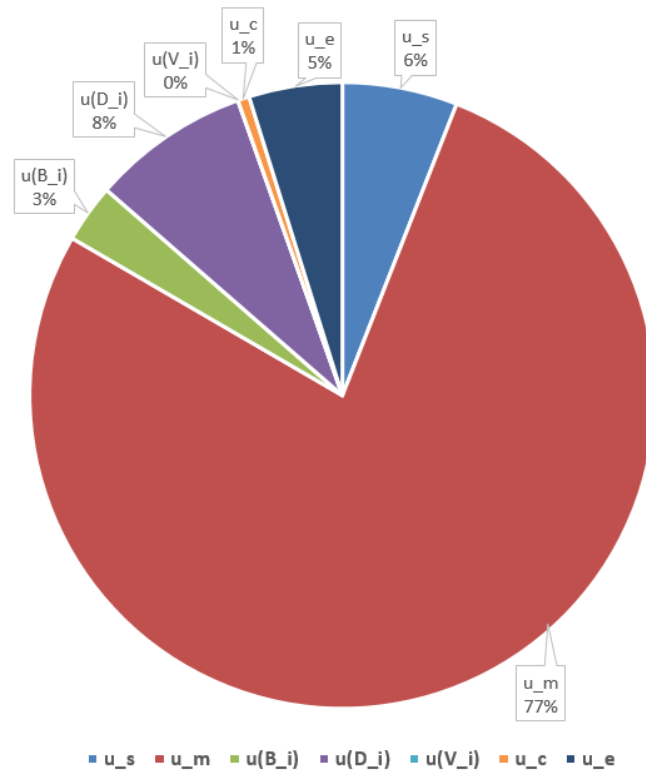


Figure 39 : Contributions médianes des différents termes de l'incertitude type relative pour la méthode FLAURE

4.4.2. Conclusion de l'application de la méthode FLAURE

Hormis le terme u'_m , les valeurs de tous les autres termes sont restées identiques entre la méthode Q+ et la méthode FLAURE mais les contributions médianes ont diminué puisque celle du terme u'_m a augmentée de façon significative.

Cependant, cette contribution de 77% à l'incertitude type ne signifie pas forcément que la qualité de l'échantillonnage est mauvaise. Avec une valeur médiane de SQI de 0,159, on peut considérer que l'échantillonnage est correct²¹ mais qu'il peut être amélioré. Cette contribution importante vient du fait que l'incertitude liée aux autres termes est très faible.

Comme pour la méthode Q+, une piste pour améliorer le SQI serait d'ajouter des verticales de mesures. Cette solution sera discutée dans la section 4.5.

²¹ Le SQI d'un jaugeage « parfait » tend vers 0.

4.5. Termes non abordés

4.5.1. Sources d'incertitudes interdépendantes

Le GUM, abordé dans la section 4.1, conseille de tenir compte de la corrélation entre variables d'entrées. Une corrélation apparaît lorsque l'on utilise un même instrument de mesure pour l'estimation d'une grandeur d'entrée. Pour une mesure du débit par jaugeages, l'incertitude provenant des corrélations s'exprime comme (Muste, et al., 2012) :

$$u'_{corr}{}^2 = 2 \sum_{i=0}^m \sum_{j=i+1}^{m-1} \frac{\partial Q}{\partial v_i} \frac{\partial Q}{\partial v_j} u(v_i, v_j) + 2 \sum_{i=0}^m \sum_{j=i+1}^{m-1} \frac{\partial Q}{\partial D_i} \frac{\partial Q}{\partial D_j} u(D_i, D_j) + 2 \sum_{i=0}^m \sum_{j=i+1}^{m-1} \frac{\partial Q}{\partial B_i} \frac{\partial Q}{\partial B_j} u(B_i, B_j) \quad (35)$$

La littérature traite rarement cette part d'incertitude due à la corrélation. Quelques sources s'accordent sur le fait que cette part contribue très faiblement à l'incertitude globale. En tenant compte de la corrélation des mesures de vitesse, l'incertitude globale augmente d'1% au maximum pour une augmentation médiane de 0,2% (Despax, 2016). Concernant les mesures de longueur, la valeur moyenne pour l'augmentation de l'incertitude globale est de 0,7% (Muste, 2009). Ces faibles contributions peuvent sans doute expliquer le fait que l'incertitude due à la corrélation des variables d'entrée est généralement ignorée (Muste, et al., 2012).

4.5.2. Incertitude due à la variabilité du débit en cours de jaugeage

Lors de la réalisation du jaugeage, le débit peut varier et cette variation est directement liée à la durée du jaugeage. Plus le jaugeage est long, plus le débit est susceptible de varier. Il est possible d'estimer l'incertitude liée à cette variation à l'aide de la relation suivante (Le Coz, et al., 2012) :

$$u'_{var} = \frac{Q(h_{max}) - Q(h_{min})}{2\sqrt{3} Q} \quad (36)$$

Avec :

- Q : le débit mesuré lors du jaugeage
- $Q(h_{max})$ et $Q(h_{min})$: les débits correspondant à la hauteur d'eau maximale et minimale durant la mesure. Ces débits sont estimés sur base de la courbe de tarage.

Cette estimation de l'incertitude présente l'inconvénient d'utiliser la courbe de tarage qui peut potentiellement être modifiée à la suite de la mesure en cours. Cependant, en l'absence d'autre estimation, on tiendra compte de ce terme dans la suite de ce travail. L'ajout de verticale de mesure abordé en conclusion des méthodes Q+ et FLAURE aura un effet direct sur cette incertitude puisque le temps de jaugeage sera augmenté et donc la variation du débit sera potentiellement plus importante.

4.5.3. Incertitude due à l'ajout de verticale sans mesure de vitesse

Lors d'un jaugeage, il peut être utile d'ajouter des verticales sur lesquelles seule la mesure de profondeur sera effectuée. La vitesse moyenne relative à cette verticale sera ensuite calculée sur base de l'hypothèse de variation linéaire du nombre de Froude. Une étude a été réalisée (Despax,

2016) sur base des 53 jaugeages de références utilisés pour l'élaboration de la méthode FLAURE. Pour chacun des jaugeages sous-échantillonné, seule la mesure de profondeur a été conservée pour une verticale sur deux. L'erreur relative entre la vitesse interpolée et la vitesse mesurée s'exprime comme suit :

$$E(V_i) = \frac{V_{interpolée} - V_i}{V_i} \quad (37)$$

La seule tendance qui ressort de cette étude est la position de ces verticales sans mesure de vitesse par rapport à la berge. La Figure 40 représente l'évolution de l'écart-type de l'erreur relative en fonction de la position de la verticale par rapport à la berge. Cet écart-type peut être considéré comme l'estimation de $u'_p(V_i)$. Cependant, avec une valeur d'incertitude qui tend vers 10%, l'utilisation de ce type de verticale doit être réfléchi. En période de crue où la variation du débit peut être importante lors de la mesure, l'ajout de verticale de mesure de la profondeur peut permettre d'obtenir un jaugeage rapide qui sera évidemment entaché d'une incertitude élevée mais plus représentatif de la situation qu'un jaugeage plus long.

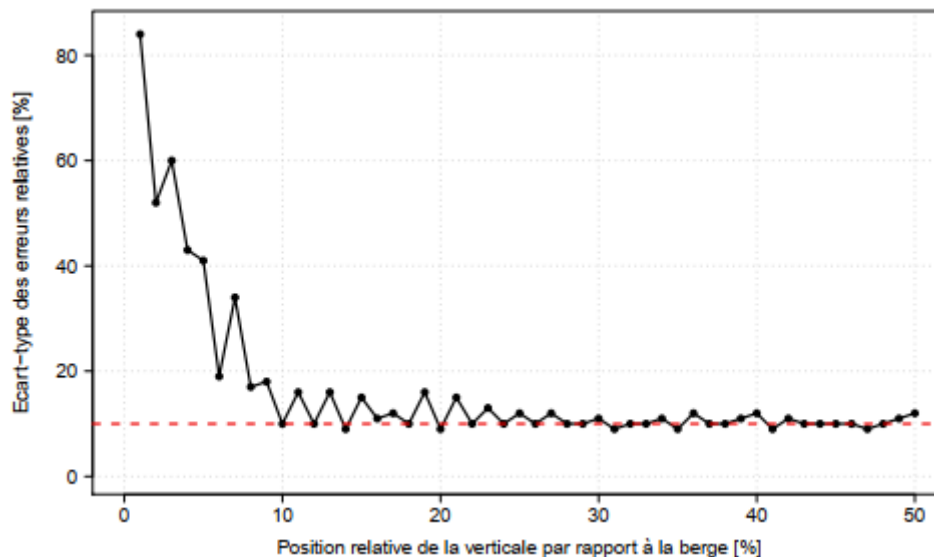


Figure 40 : Evolution de l'écart-type des erreurs relatives - (Despax, 2016)

4.6. Comparaison des différentes méthodes

La Charte Qualité de l'hydrométrie (Perret, et al., 2017) déconseillant l'utilisation de la méthode décrite dans le norme ISO 748, seules les méthodes Q+ et FLAURE seront comparées dans cette section.

L'unique différence entre les deux méthodes réside dans l'estimation du terme u'_m . La méthode Q+ présente l'avantage de dissocier ce terme en un terme lié à l'intégration du profil bathymétrique et un terme lié à l'intégration du profil des vitesses. Cette séparation permet, si l'on désire améliorer la qualité d'un jaugeage, de savoir s'il est nécessaire d'ajouter des verticales de mesure complètes ou si l'ajout de verticales sans mesure de vitesse est suffisant.

La méthode FLAURE quant à elle, se base sur le SQI, un indicateur plutôt « opaque » qui ne donne pas d'information, à première vue, sur les améliorations à apporter pour diminuer sa valeur. De façon similaire à la méthode Q+, il est possible de séparer l'indicateur SQI en deux autres indicateurs :

$$SQI_D = \frac{\sigma(\Delta D)}{\sigma(D)} \frac{\sum_{i=1}^{m+1} (\Delta x_i \Delta D_i)}{A} \quad (38)$$

$$SQI_V = \frac{\sigma(\Delta V)}{\sigma(V)} \frac{\sum_{i=1}^{m+1} (\Delta x_i \Delta V_i)}{V_{int}} \quad (39)$$

Ces deux termes permettront de calculer uniquement leur contribution respective au SQI global et d'en tirer des possibles pistes d'améliorations. En effet, le polynôme de degré 2 servant à calculer u'_m ne convient plus et aucun autre polynôme n'a été ajusté pour utiliser ces deux termes de façon indépendante.

On observe sur la Figure 41 que la méthode FLAURE propose, globalement, une valeur de $U'(Q)$ plus élevée que dans la méthode Q+.

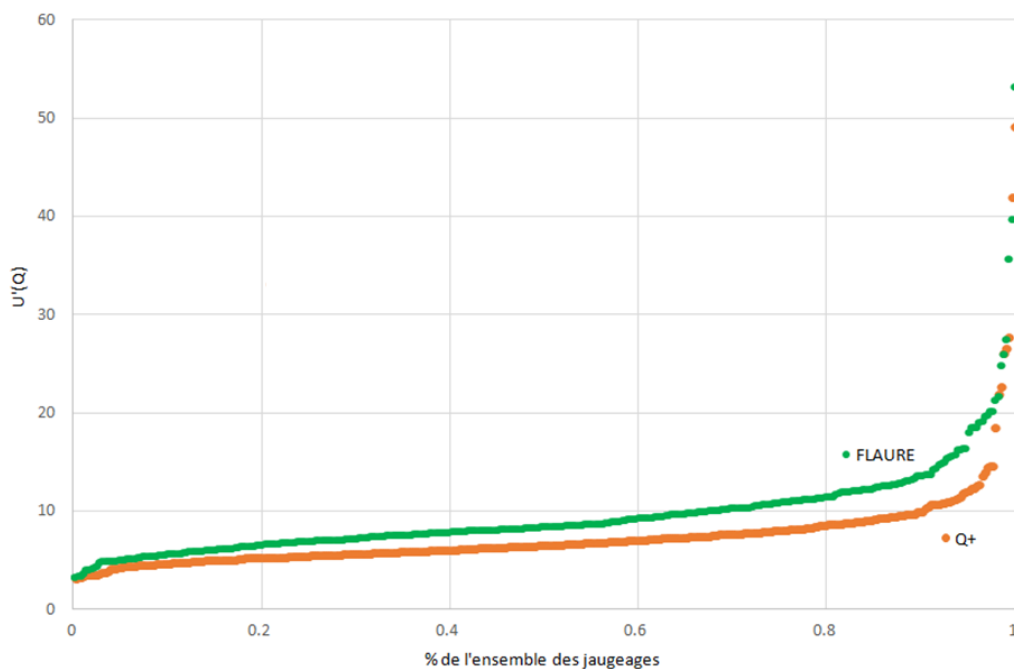


Figure 41 : Evolution de l'incertitude élargie pour l'échantillon de 348 jaugeages

Pour rappel, la méthode FLAURE a été développée dans le cadre du protocole EDF-DTG sur base de jaugeages de références réalisés dans 53 cours d'eau sélectionnés pour représenter la diversité des sections de mesure. Cette diversité peut être discutée car les cours d'eau étudiés par EDF-DTG peuvent présenter des différences majeures par rapport aux cours d'eau abordés dans ce travail. Le réseau des stations EDF est présenté à la Figure 42 (Bompard, et al., 2015), on observe que la répartition se fait selon 4 zones géographiques réparties comme suit :

- 3 zones qui correspondent aux 3 massifs montagneux français puisque le potentiel de production hydraulique y est important. Ces cours d'eau peuvent connaître des crues

rapides et importantes, avec des modifications régulières de la section due au dépôt important de sédiment provenant de l'amont.

- 1 zone qui correspond à l'implantation des centrales nucléaires qui nécessitent des sources d'eau froide. Ces cours d'eau ont des débits élevés en comparaison des débits traités dans ce travail.

Sur base de ces observations, la méthode FLAURE semble être moins adaptée que la méthode Q+. De plus, la plupart des sources traitant des incertitudes sur les mesures de débit au courantomètre utilisées dans ce travail s'accordent sur une estimation de 5 à 7% pour l'incertitude relative élargie. Avec une valeur de 6,502% pour la méthode Q+, cet intervalle est respecté même si l'on se situe proche de la limite haute. La méthode Q+ sera utilisée dans le chapitre traitant de l'incertitude sur le tracé de la courbe de tarage.

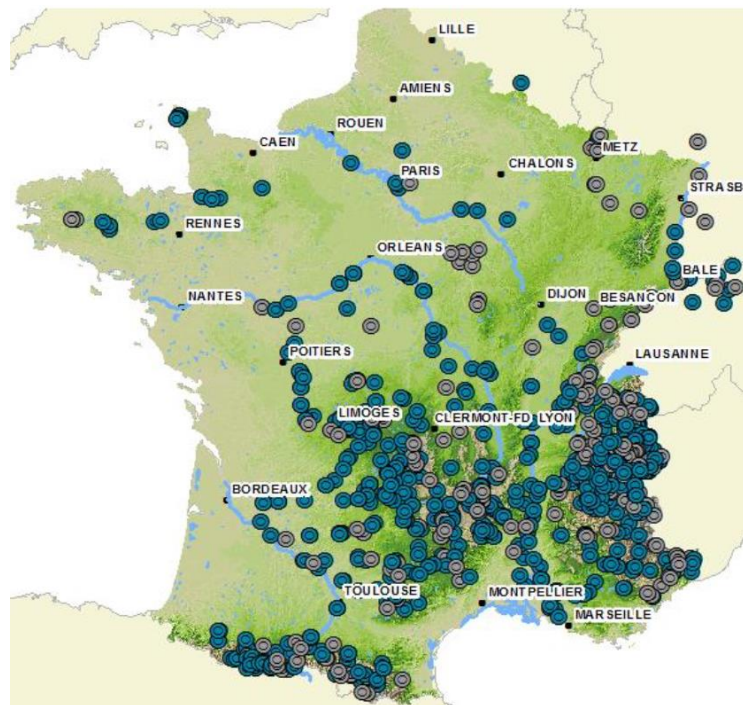


Figure 42 : Localisation des stations de mesure EDF-DTG - (Bompart, et al., 2015)

4.7. Application des méthodes à la station L5610

Le chapitre consacré à l'incertitude sur le tracé de la courbe de tarage étant centré sur la station L5610, les valeurs d'incertitudes pour les jaugeages considérés pour le tracé de la courbe de tarage actuelle sont présentées ci-dessous.

La valeur médiane de $U'(Q)$ est de 5,981% pour la méthode Q+ et de 7,036% pour la méthode FLAURE qui est présentée à titre d'illustration. La contribution des différents termes est présentée aux Figure 43 et Figure 44. Cette diminution notable des valeurs médianes est certainement due à la stabilité de la station et à la géométrie très « marquée » de la section de mesure. Ces observations sont détaillées dans la section 6.1.1.1.

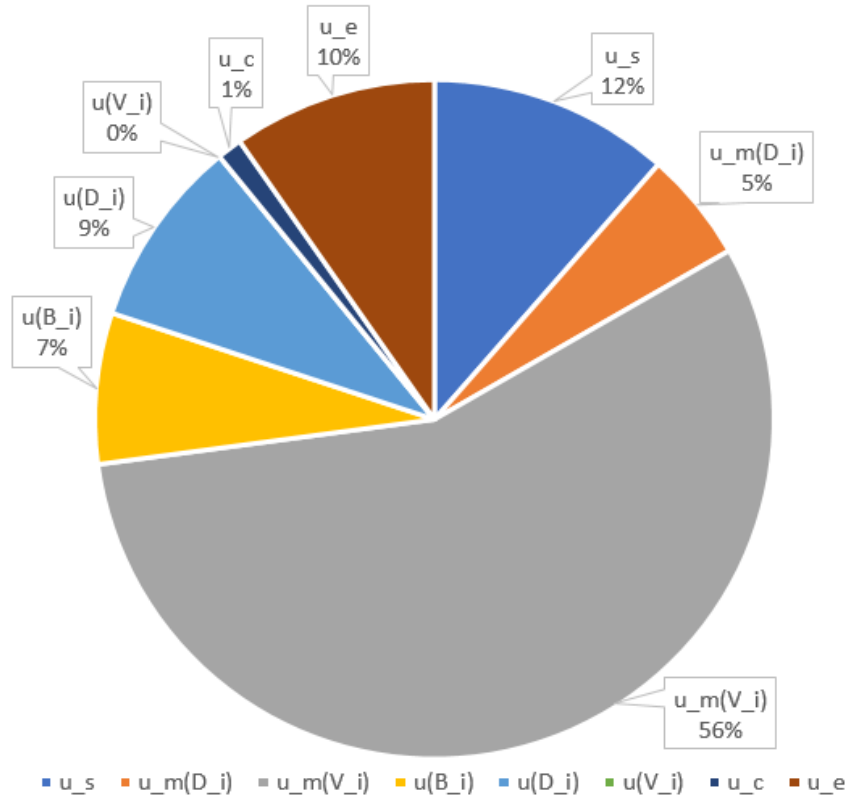


Figure 43 : Contributions médianes des différents termes de l'incertitude type relative pour la méthode Q+

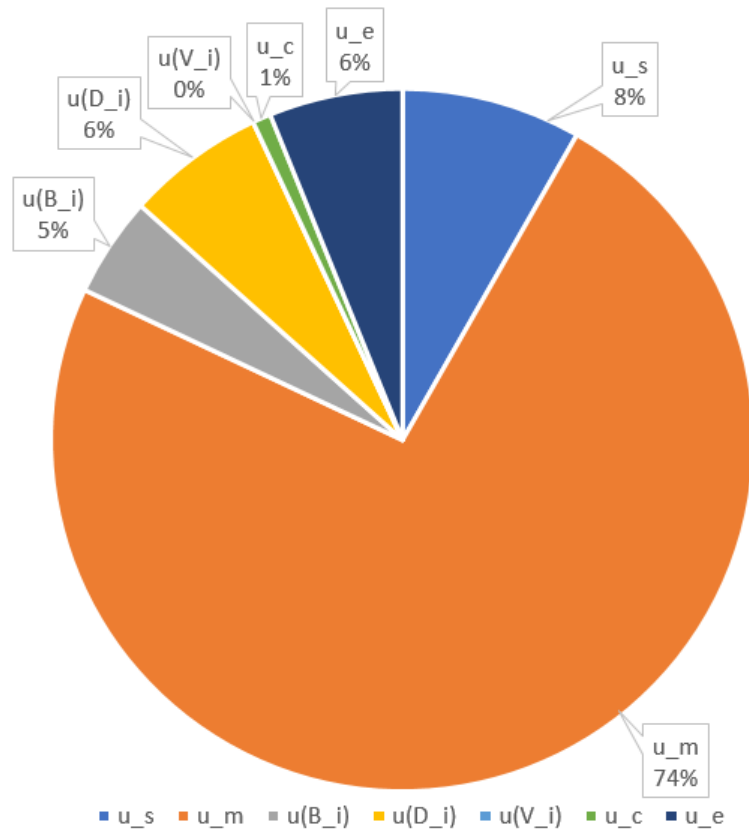


Figure 44 : Contributions médianes des différents termes de l'incertitude type relative pour la méthode FLAURE

4.8. Extrapolation de la méthode de calcul

Les valeurs d'incertitudes « globales »²² présentées dans les sections de ce chapitre doivent servir uniquement de support pour interpréter les différents termes et leurs influences, les potentielles évolutions à apporter et les tendances dégagées par chaque méthode. Sur base de ces calculs, il est impossible de formuler une valeur d'incertitude « générale » sur la mesure du débit et ce pour plusieurs raisons :

- L'échantillon de 348 jaugeages, même s'il est varié, ne représente pas l'ensemble des jaugeages. Cet échantillon a seulement permis de tester et d'éprouver les méthodes de calcul pour mettre au point un fichier Excel permettant de calculer l'incertitude d'un jaugeage de manière générale.
- Les valeurs présentées sont les valeurs médianes des 348 jaugeages et ce choix peut être discuté. La valeur moyenne²³ aurait également pu être une bonne représentation tout comme le 95^{ème} centile²⁴ afin de proposer une continuité avec les intervalles de confiance à 95%.
- L'étendue des valeurs d'incertitude est trop importante pour dégager une valeur représentative.

Pour la suite du travail, l'incertitude spécifique à la mesure du débit sera calculée. Cette opération s'effectue de manière relativement rapide à l'aide du fichier Excel proposé en parallèle à ce travail.

²² Pour rappel : 6,502% pour la méthode Q+ et 8,437% pour la méthode FLAURE

²³ 7,392% pour la méthode Q+ et 9,567% pour la méthode FLAURE.

²⁴ 11,986% pour la méthode Q+ et 17,494% pour la méthode FLAURE

Chapitre 5 : Incertitude sur la mesure du débit pour les jaugeages ADCP

Dans le chapitre précédent, les modèles de propagation d'incertitude utilisaient le débit de référence, supposé connu, pour le calcul de l'incertitude. Cette valeur apparaissait au dénominateur dans les trois méthodes proposées. Cependant, lors d'un jaugeage ADCP, le débit non mesuré est extrapolé et est également une source d'incertitude. Il est donc nécessaire de faire appel à un autre modèle ou d'apporter des modifications aux modèles déjà abordés pour le calcul de l'incertitude.

Une première évolution de la méthode ISO 748, peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$u'^2(Q) = u'_s{}^2 + u'_m{}^2 + \frac{1}{m} \left(u'_b{}^2 + u'_d{}^2 + u'_p{}^2 + \frac{1}{n} (u'_c{}^2 + u'_{exp}{}^2) \right) \quad (40)$$

Cette formulation est valable si l'on considère que le débit partiel à travers chaque sous-section est approximativement identique tout comme les composantes d'incertitudes. Cette formulation présente l'avantage de s'affranchir de la valeur du débit de référence. Cependant, elle présente plusieurs limites :

- Le terme u'_s a été évalué pour un type de jaugeage au courantomètre, les erreurs systématiques pour un jaugeage ADCP sont différentes.
- Le nombre de points n sur un ensemble²⁵ n'est pas fixe. De plus on peut considérer que le terme d'incertitude sur l'intégration verticale des vitesses tend vers 0 puisque le nombre de points est suffisamment important.
- Les débits extrapolés ne sont toujours pas considérés alors qu'ils peuvent représenter une part importante du débit final.
- La géométrie de la section de mesure est évaluée différemment. Certains termes nécessiteront certainement d'être réévalués.

La Charte Qualité de l'hydrométrie ne propose aucune méthode référence pour le calcul de l'incertitude des jaugeages ADCP. Cependant, le GUM permet de calculer l'incertitude type combinée si toutes les sources d'incertitudes sont évaluées. Certains travaux (Dramais, 2011), (Lee, et al., 2014) s'attachent à lister l'ensemble de ces incertitudes et à proposer une méthode de propagation de l'incertitude mais le nombre de terme à estimer est supérieur à 15 au minimum.

Au vu de la difficulté à lister de manière complète et évaluer de manière sûre les différents paramètres intervenant dans les méthodes proposées, cette incertitude ne sera pas évaluée par une méthode calculatoire mais plutôt par la méthode de comparaison inter-laboratoires régulièrement traitées dans la littérature pour les jaugeages ADCP.

²⁵ Pour rappel, un ensemble pour un jaugeage ADCP correspond à une verticale pour un jaugeage courantomètre

5.1. Méthode de comparaison inter-laboratoires

Les expériences inter-laboratoires peuvent s'avérer utile pour évaluer l'incertitude lorsqu'un modèle mathématique du processus de mesure n'est pas disponible ou lorsqu'il est trop complexe à mettre en place. Ces expériences consistent à faire mesurer plusieurs fois la même variable à différents « laboratoires » tout en utilisant la même procédure de mesure. Dans le cas qui nous occupe, un « laboratoire » équivaut à une équipe d'un ou plusieurs opérateurs et leur(s) équipement(s) de mesure. Plusieurs références normatives existent pour le traitement de données inter-laboratoires comme ISO 5725 (ISO, 1994), ISO 13528 (ISO, 2005) et ISO 21748 (ISO, 2010). Les explications et résultats présentés dans cette section sont largement basés sur ces normes et les hypothèses suivantes sont nécessaires pour pouvoir les appliquer :

- Les conditions d'essais permettent aux principales composantes de l'incertitude de s'exprimer.
- Les résultats sont indépendants les uns des autres et les incertitudes de mesure suivent une loi de distribution gaussienne.
- La répétabilité est identique pour toutes les équipes.

5.1.1. Modèle mathématique de l'erreur

La k -ème des n_i mesures de débit du i -ème des p laboratoire s'exprime comme :

$$Q_{i,k} = Q_{true} + \delta + B_i + \varepsilon_{i,k} \quad (41)$$

Avec :

- Q_{true} : la valeur vraie, inconnue, du débit. On considère cependant que la somme du débit réel et de δ est égal à la moyenne de tous les débits mesurés lors de l'inter-comparaison.
- δ : le biais, identique pour tous les laboratoires, associé à la technique de mesure.
- B_i : l'erreur systématique du i -ème laboratoire
- $\varepsilon_{i,k}$: l'erreur aléatoire sur la k -ème mesure

5.1.2. Homogénéité et valeurs aberrantes

Avant de traiter les données et d'effectuer le calcul d'incertitude, il est important d'étudier l'homogénéité et de détecter des valeurs aberrantes. La première étape consiste à calculer les statistiques h et k de Mandel pour chaque laboratoire :

$$h_i = \frac{\bar{y}_i - \bar{y}}{\sqrt{\frac{1}{(p-1)} \sum_{i=1}^p (\bar{y}_i - \bar{y})^2}} \quad (42)$$

$$k_i = \frac{s_i \sqrt{p}}{\sqrt{\sum_{i=1}^p s_i^2}} \quad (43)$$

Avec :

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^p n_i} \quad (44)$$

$$s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{i=1}^p (y_i - \bar{y})^2 \quad (45)$$

Ces statistiques h et k sont comparées à des valeurs critiques à 5% et à 1%²⁶ et trois cas de figure sont possibles :

- Si la statistique de test est inférieure ou égale à la valeur critique à 5%, le laboratoire testé est accepté comme correct.
- Si la statistique de test est supérieure à la valeur critique à 5% mais inférieure ou égale à sa valeur critique à 1%, le laboratoire testé est considéré comme valeur isolée.
- Si la statistique de test est supérieure à sa valeur critique à 1%, le laboratoire testé est considéré comme valeur aberrante.

Si certaines statistiques proposent de lister des laboratoires comme aberrant, il peut être nécessaire de réaliser les tests de Cochran et de Grubbs pour ignorer ou non les laboratoires en question dans le calcul de l'incertitude. Ces deux statistiques de test s'expriment comme :

$$C = \frac{s_{max}^2}{\sum_{i=1}^p s_i^2} \quad (46)$$

$$G = \frac{\max|\bar{y}_i - \bar{y}|}{s} \quad (47)$$

Comme pour les statistiques de Mandel, les valeurs calculées sont comparées à des valeurs critiques. Ces deux tests sont potentiellement itératifs. Pour le test de Cochran, on choisira le laboratoire ayant l'écart-type le plus important. Si la statistique de test entraîne un refus, on supprime ce laboratoire et on recommence le test pour les laboratoires restant. Pour le test de Grubbs, on choisira le laboratoire qui présentera le plus grand écart entre sa moyenne et la moyenne des valeurs moyennes de l'ensemble des laboratoires. Ensuite la démarche est identique à celle du test de Cochran.

5.1.3. Calcul des variances et de l'incertitude élargie

Afin d'obtenir l'expression de l'incertitude sur la mesure du débit, on commence par calculer la variance de répétabilité s_r qui s'exprime comme :

$$s_r = \frac{\sum_{i=1}^p (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^p (n_i - 1)} \quad (48)$$

²⁶ Ces valeurs sont reprises dans les tables en Annexe 6.

Dans le cas où l'on décide de ne faire que 2 mesures par laboratoire, $n_i = 2$, on a :

$$s_i = \frac{|Q_{i,2} - Q_{i,1}|}{\sqrt{2}} \quad (49)$$

La seconde étape consiste à évaluer la variance inter-laboratoire à l'aide de l'expression suivante :

$$s_L^2 = \max\left(0; \frac{s_d^2 - s_r^2}{\bar{n}}\right) \quad (50)$$

Avec :

$$s_d^2 = \frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p n_i (\bar{Q}_i - Q_{mean})^2 \quad (51)$$

$$\bar{n} = \frac{1}{p-1} \left(\sum_{i=1}^p n_i - \frac{\sum_{i=1}^p n_i^2}{\sum_{i=1}^p n_i} \right) \quad (52)$$

Sur base de ces expressions, l'incertitude élargie sur la mesure du débit s'exprime comme :

$$U(Q) = k \sqrt{s_R^2 + u^2(\delta)} = 2 \sqrt{s_r^2 + s_L^2 + u^2(\delta)} \quad (53)$$

Si l'on veut calculer l'incertitude de la moyenne de n^{27} jaugeages ADCP réalisés par p^{28} instruments, l'équation 53 devient :

$$U(Q) = 2 \sqrt{\frac{s_r^2}{np} + \frac{s_L^2}{p} + u^2(\delta)} \quad (54)$$

Dans cette expression, l'incertitude du biais reste inconnue. Des travaux de la CNR²⁹ (Olivier, et al., 2008) ont permis d'approcher cette valeur sur base de 19 jaugeages de références au moulinet avec des vitesses allant de 0.05 m/s à 2,5 m/s. L'incertitude sur le biais de la méthode a été évalué à 0,5. Cependant d'autres travaux de l'USGS³⁰ basés sur 1032 transects correspondant à 100 débits de références ont fait apparaître que les jaugeages ADCP sont non biaisés (Oberg, et al., 2007).

²⁷ En pratique le nombre de transects est généralement compris entre 4 et 6.

²⁸ En pratique le nombre d'instruments est égal à 1.

²⁹ Compagnie Nationale du Rhône

³⁰ United State Geological Survey

5.1.4. Valeur « générale » de l'incertitude élargie

Il est clair que la méthode de comparaison inter-laboratoires permet d'évaluer l'incertitude des jaugeages ADCP dans les conditions de la comparaison. Cependant, on remarque que les différents travaux sur l'inter-comparaison tendent à proposer une valeur d'incertitude semblable :

- Sur le Taurion à Saint-Priest-Taurion, en 2016, une inter-comparaison a été réalisée avec 50 équipes pour 597 mesures avec une moyenne de 6 transects par mesure et un débit moyen de $14,75 \text{ m}^3/\text{s}$. En conclusion, il a été proposé, pour l'incertitude élargie, une valeur de 7,4% pour un ADCP StreamPro et une valeur de 7,2% pour un ADCP M9 SonTek. Ces valeurs sont d'application pour un transect et un appareil de mesure. La Figure 45 représente les valeurs d'incertitudes élargies pour un nombre de transects et d'appareils variable. On remarque qu'au-dessus de 6 transects, la plus-value apportée est négligeable.

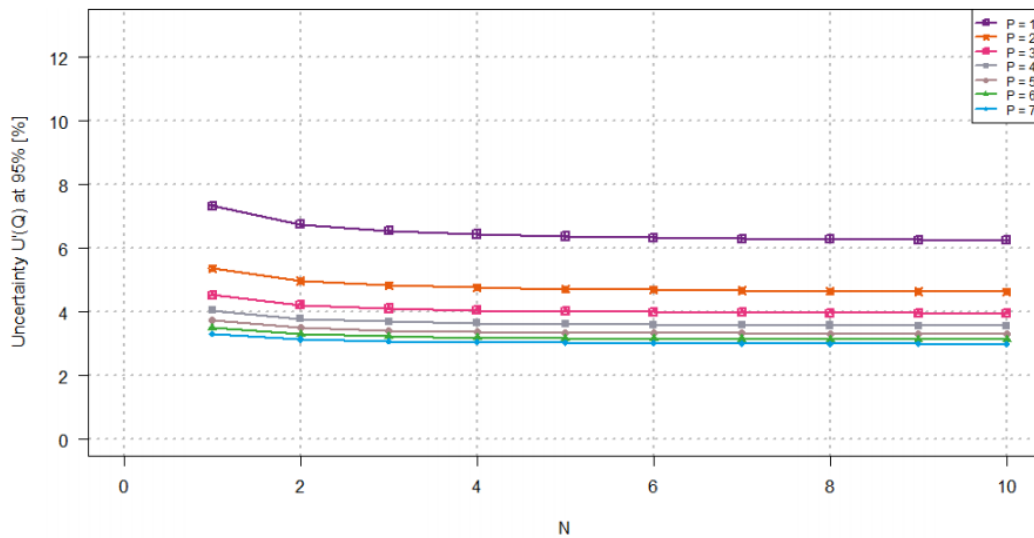


Figure 45 : Incertitude élargie pour un nombre n de transects et un nombre p d'appareils - (Despax, et al., 2016)

- Sur le Rhône en aval du barrage de Génissiat et à Pyrimont, en 2011, 26 équipes ont effectuées des mesures sur deux sites distincts pour une débit de l'ordre de $200 \text{ m}^3/\text{sec}$. Un site proposait un écoulement qualifié d'homogène, le site GE. Un autre site proposait un écoulement qualifié d'hétérogène, le site PY, car proche du canal de fuite des turbines d'une usine hydroélectrique. Cette inter-comparaison propose l'avantage d'étudier un site qui présente de mauvaises conditions. Il est clair que l'incertitude pour ce site sera plus élevée. Cependant, la propriété intéressante d'une incertitude qui n'évolue quasiment plus pour 6 transects ou plus est confirmée. (Pobanz, et al., 2010)

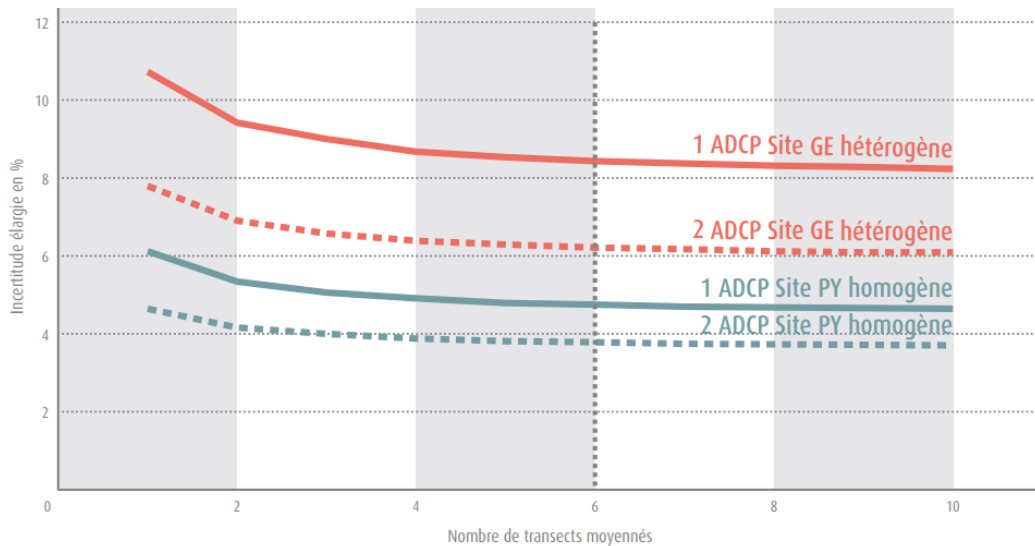


Figure 46 : Incertitude élargie en fonction du nombre de transect pour 1 ou 2 ADCP - (Perret, et al., 2017)

- La CNR a effectué 21 jaugeages ADCP sur 14 sites différents pour une gamme de débits allant de 0 à 3500 m^3/sec . Dans 80% des cas l'écart avec le jaugeage au courantomètre est inférieur à 4% et sinon l'écart est compris entre 4 et 10%. Une analyse métrologique permet d'associer une incertitude élargie de 5%. (Olivier, et al., 2008)
- L'USGS, sur base d'un jeu de 1032 transects correspondant à 100 débits de références pour des largeurs de 7 à 500m et des profondeurs de 0,5 à 9m, propose une valeur d'incertitude élargie de 5% également. (Oberger, et al., 2007)

Sur base de ces travaux, et comme le conseille la Charte Qualité de l'hydrométrie, une valeur d'incertitude élargie de 7% sera considérée dans la suite du travail.

Chapitre 6 : L'incertitude sur le tracé de la courbe de tarage – Application à la station L5610

La station L5610 servira d'exemple pour illustrer les différentes étapes de l'évaluation des incertitudes sur le tracé de la courbe de tarage.

Le processus de construction de la courbe de tarage a été exposé à la section 1.4. Il est clair que cette opération de construction de la courbe de tarage est une source d'incertitude qui peut être compliquée à quantifier. Plusieurs facteurs influencent l'incertitude sur le tracé de la courbe de tarage :

- L'incertitude de chacun des jaugeages considérés.
- Le nombre de jaugeages dans la gamme de débit étudiée. Un nombre conséquent de jaugeages très incertains peuvent fournir une courbe de tarage fiable alors qu'à l'inverse un faible nombre de jaugeages fiables peuvent donner une courbe très incertaine.
- Les choix de l'opérateur qui construit la courbe de tarage.

Il existe actuellement des méthodes et des applications qui permettent de quantifier numériquement cette incertitude comme GesDyn (Perret, et al., 2013), (Morlot, 2015) ou BaRatin (Le Coz, et al., 2013). C'est cette dernière qui sera utilisée dans la suite de ce travail.

6.1. Méthode BaRatin

Cette méthode, implémentée dans le logiciel BaRatinAGE, trace une courbe de tarage automatiquement sur base des jaugeages, des incertitudes liées et des contrôles hydrauliques définis pour chaque gamme de hauteur.

L'ensemble des explications et relations permettant le tracé de la courbe de tarage exposés dans cette section sont tirées des documents explicatifs fournis lors du téléchargement du logiciel.

6.1.1. Contrôles hydrauliques

Pour chaque contrôle hydraulique, la relation hauteur débit est décrite par l'équation suivante :

$$Q(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h \leq b \text{ ou } h \leq k \\ a(h - b)^c & \text{sinon} \end{cases} \quad (55)$$

Avec :

- k : la hauteur d'activation du contrôle, si $h < k$ le contrôle devient inactif
- a : un coefficient qui dépend uniquement des propriétés physiques de la section
- c : un coefficient relatif au type de contrôle³¹

³¹ Dans ce travail, le contrôle type « Chenal » sera l'unique contrôle type utilisé

- b : la hauteur d'eau qui correspond à un débit nul, déduite à l'aide des autres paramètres

Une section peut évidemment être composée de plusieurs contrôles types. La première étape consiste donc à paramétrer ces contrôles en renseignant les paramètres k et a à priori, avec une valeur vraisemblable et une incertitude élargie non nulle puisque la méthode est basée sur l'approche bayésienne. Cette méthode consiste à utiliser des informations « à priori » pour estimer les paramètres inconnus. Dans le cas du tracé de courbes de tarage, ces informations sont par exemple la géométrie de la section ou encore la pente du cours d'eau. Cette méthode est décrite dans l'Annexe 6.

Pour déterminer le coefficient a et son incertitude à partir de paramètres plus facilement quantifiables tant au niveau de leur valeur que de leur incertitude, le logiciel propose un assistant à priori qui se base sur l'équation suivante :

$$a = K_S B_w \sqrt{S} \quad (56)$$

Avec :

- K_S : le coefficient de Strickler évalué sur base de la méthode de Cowan (Cowan, 1956) qui tient compte du matériau, de l'irrégularité des berges, de la variation de la section, de la présence d'obstacles, de la quantité de végétation et du méandrement.
- B_w : la largeur du chenal rectangle équivalent. Une grande incertitude sera associée à cette valeur puisqu'elle est assez subjective et aucune méthode de calcul n'est renseignée dans la littérature. Pour la suite, B_w sera fixée comme la longueur du rectangle ayant la même surface et le même périmètre que la section de mesure.
- S : la pente du chenal.

6.1.1.1 Définition des contrôles hydrauliques pour L5610

La section de mesure L5610 est représentée sur la Figure 47. La hauteur d'eau au moment de la photo, le 27 mai 2019, est de 27 cm. On remarque facilement que la section de mesure présente au minimum 2 « sous-sections » différentes qui correspondront chacune à un contrôle hydraulique, la transition s'effectue à une hauteur d'eau de 170 cm environ. La partie basse de la section de mesure est très régulière et délimitée par deux murs qui vont empêcher les variations de section. Avec une analyse plus poussée, la partie basse de la section de mesure pourrait être divisée également en 2 « sous-sections ». La Figure 48 illustre le profil au fond du cours d'eau pour 10 jaugeages, le trait pointillé rouge matérialise le passage du premier au second contrôle qui s'effectue à une hauteur d'eau de 10 cm environ. Les paramètres pour les 3 contrôles hydrauliques sont les suivants :

- k_1 : 0 +/- 0,05 m. Les hauteurs de transitions étant relativement bien marquées, l'incertitude sur ce paramètre est presque nulle. Une valeur de 5 cm semble suffisante pour faire office de « sécurité » quant à cette hauteur de transition.
- k_2 : 0,10 +/- 0,05 m
- k_3 : 1,70 +/- 0,1 m

- K_{s_1} : 28,5 +/- 5,5. La valeur varie entre 23 et 34 selon les intervalles de valeur pour chaque paramètre de la méthode de Cowan.
- K_{s_2} : 69,5 +/- 14,5
- K_{s_3} : 15,5 +/- 4,5
- B_{w_1} : 7,13 +/- 0,48 m. La longueur du rectangle équivalent a été évaluée pour les 10 profils présentés sur la Figure 48.
- B_{w_2} : 9,22 +/- 0,23 m. La largeur pour ce contrôle est bien marquée. L'incertitude de 23 cm correspond à l'incertitude, déjà abordée, de 2,5% sur la mesure de la largeur des cours d'eau.
- B_{w_3} : 12 +/- 1 m. La largeur de ce contrôle est basée sur d'anciens levés topographiques en amont et en aval de la section de mesure. Une visite du site permet de valider cette mesure en lui ajoutant une incertitude.
- S_1, S_2 et S_3 : 0,2 +/- 0,1%. La pente et l'incertitude sur cette dernière ont été calculées sur base de levés topographiques.



Figure 47 : Représentation de la section de mesure de la station L5610

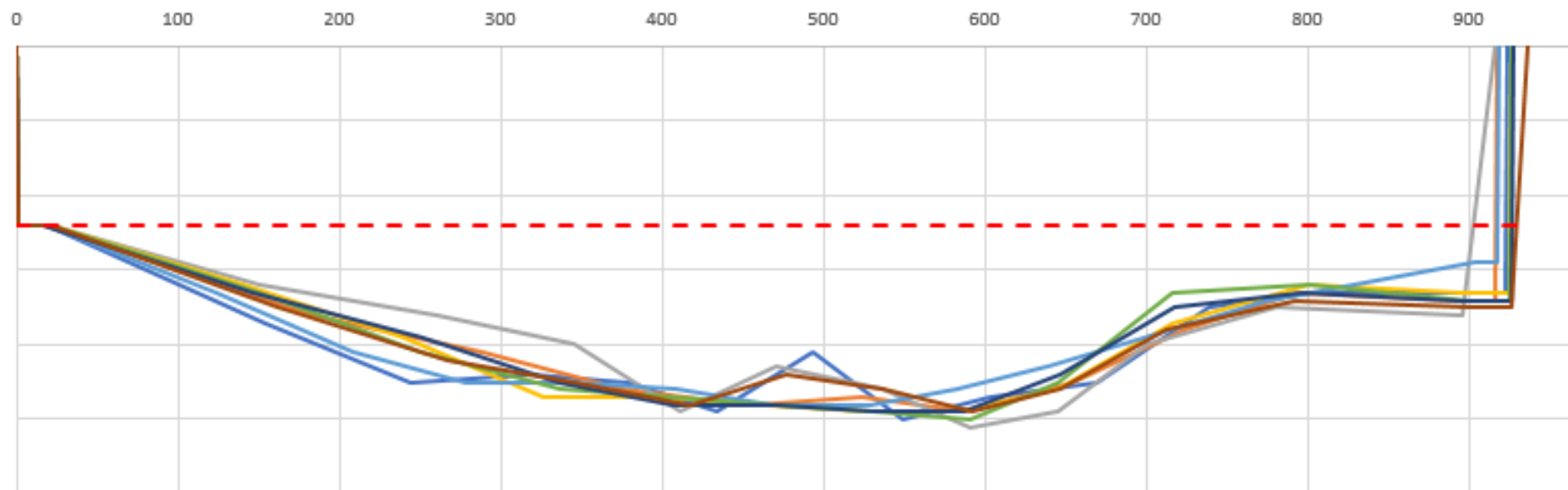


Figure 48 : Profil au fond de la section de mesure de la station L5610

6.1.2. Tracé de la courbe de tarage à priori

L'équation de la courbe de tarage à priori utilisée dans le logiciel est basée sur la matrice formée par les contrôles hydrauliques et s'exprime comme suit :

$$Q(h) = \sum_{r=1}^{N_{segments}} \left(1_{[\kappa_{r-1}; \kappa_r]}(h) * \sum_{j=1}^{N_{contrôles}} M(r, j) * a_j (h - b_j)^{c_j} \right) \quad (57)$$

Avec :

- $1_I(h)$: une fonction valant 1 si h se situe dans l'intervalle I et 0 sinon.
- $M(r, j)$: la matrice des contrôles qui permet de déterminer la combinaison de contrôle à utiliser qui consistera en une succession ou un ajout. La Figure 49 reprend un exemple type de succession et d'ajout de contrôles.

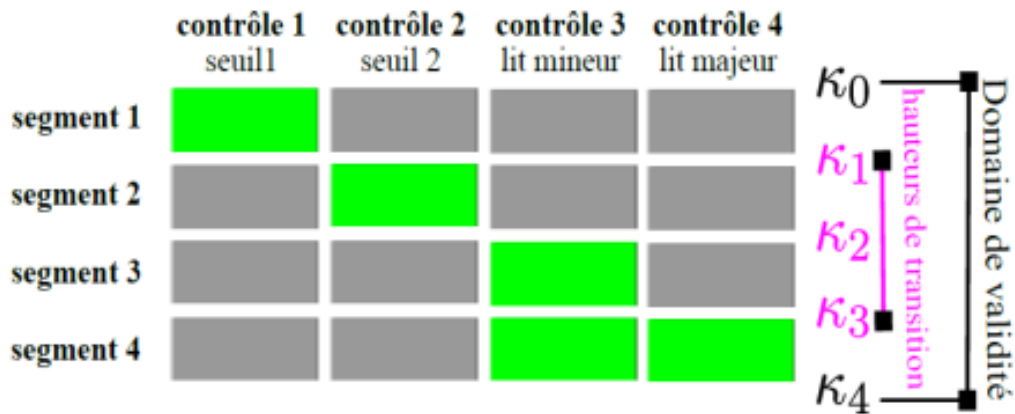


Figure 49 : exemple de matrice des contrôles proposant une succession pour les 3 premiers segments et un ajout pour le dernier

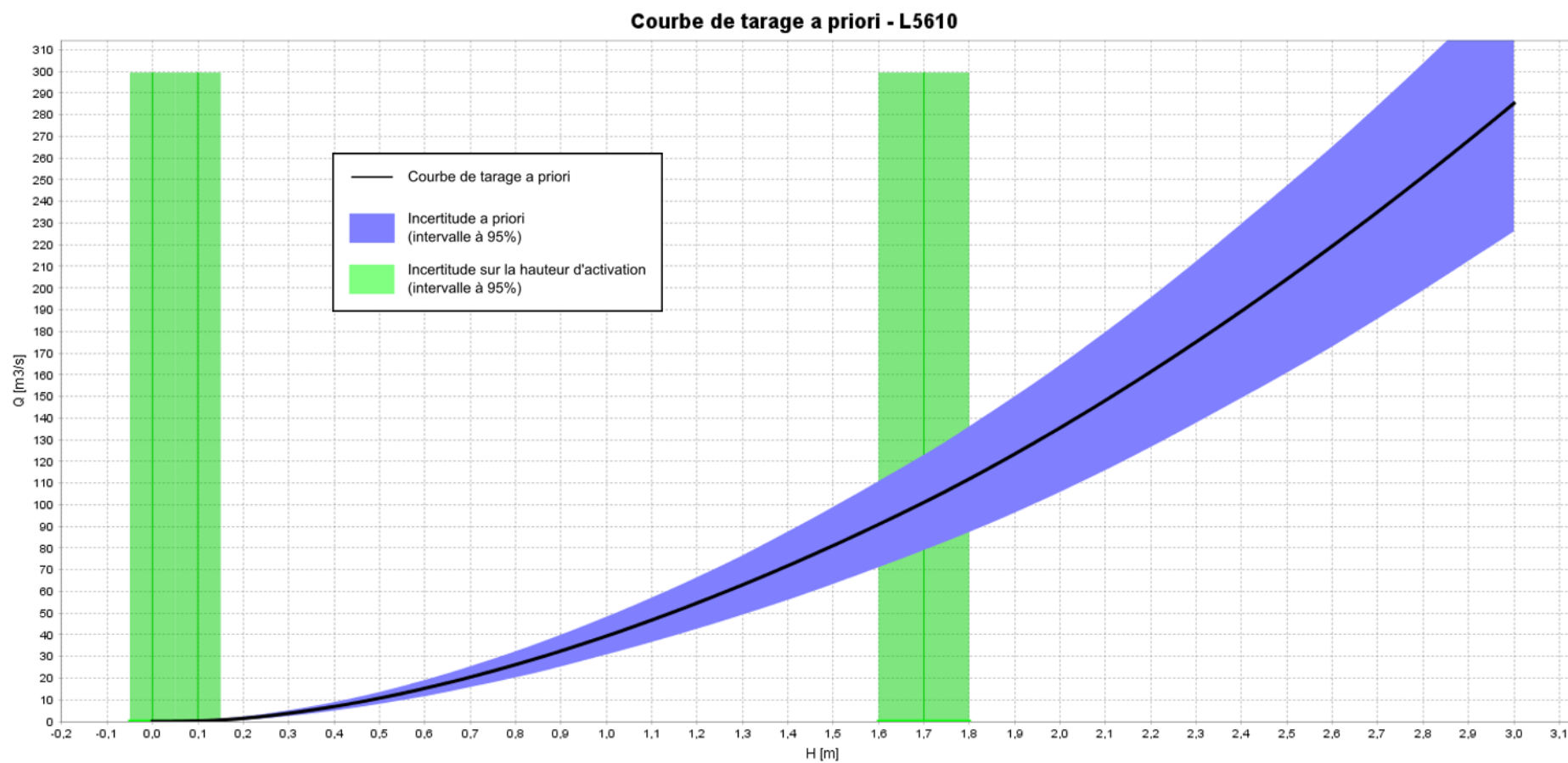


Figure 50 : L5610 - courbe de tarage à priori tracée sur base des contrôles hydrauliques définis

6.1.3. Simulation de la distribution à posteriori

Un fichier comprenant les incertitudes de chaque jaugeage est importé dans le logiciel BaRatin qui utilise le modèle statistique suivant :

$$\tilde{H}_i = H_i + \varepsilon_i^H \text{ avec } \varepsilon_i^H \sim N(0, u_{H_i}^2) \quad (58)$$

$$\tilde{Q}_i = Q_i + \varepsilon_i^Q \text{ avec } \varepsilon_i^Q \sim N(0, u_{Q_i}^2) \quad (59)$$

Avec H_i et Q_i les valeurs vraies de la hauteur d'eau et du débit. La courbe de tarage étant une fonction $f(h, \theta)$, on suppose que le débit jaugé s'exprime comme :

$$\tilde{Q}_i = f(\tilde{H}_i - \varepsilon_i^H; \theta) + \varepsilon_i^f + \varepsilon_i^Q \text{ avec } \varepsilon_i^f + \varepsilon_i^Q \sim N\left(0, \sqrt{\sigma_f^2(\tilde{H}_i; \boldsymbol{\gamma}) + u_{Q_i}^2}\right) \quad (60)$$

Concernant l'écart-type structurel, ε_i^f , deux options de modélisation sont disponibles dans le logiciel :

$$\sigma_f(h, \boldsymbol{\gamma}) = \gamma_1 \quad (61)$$

$$\sigma_f(h, \boldsymbol{\gamma}) = \gamma_1 + \gamma_2 f(h, \boldsymbol{\theta}) \quad (62)$$

La seconde expression semble plus appropriée puisque l'incertitude structurelle tend à augmenter avec le débit. La vraisemblance s'écrit sous la forme suivante (voir Annexe 7) :

$$p(\tilde{\mathbf{Q}} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \tilde{\mathbf{H}}) = \prod_{i=1}^N p_{norm}\left(\tilde{Q}_i | f(\tilde{H}_i - \varepsilon_i^H, \boldsymbol{\theta}), \sqrt{\sigma_f^2(\tilde{H}_i; \boldsymbol{\gamma}) + u_{Q_i}^2}\right) \quad (63)$$

La distribution à priori est donnée par la relation suivante :

$$p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\varepsilon}) = p(\gamma_1)p(\gamma_2) \prod_{i=1}^m p(\theta_i) \prod_{j=1}^N p_{norm}(\varepsilon_i^H | 0, u_{H_i}^2) \quad (64)$$

La distribution à posteriori s'obtient via le théorème de Bayes :

$$p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\varepsilon} | \tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{H}}) \propto p(\tilde{\mathbf{Q}} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \tilde{\mathbf{H}}) p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (65)$$

Un algorithme MCMC (voir Annexe 8) est implémenté dans BaRatin afin d'explorer la distribution à posteriori et obtenir 500 réalisations $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\gamma})$ permettant de représenter la distribution. Une courbe de tarage est générée pour chaque réalisation.

Courbe de tarage a posteriori - L5610

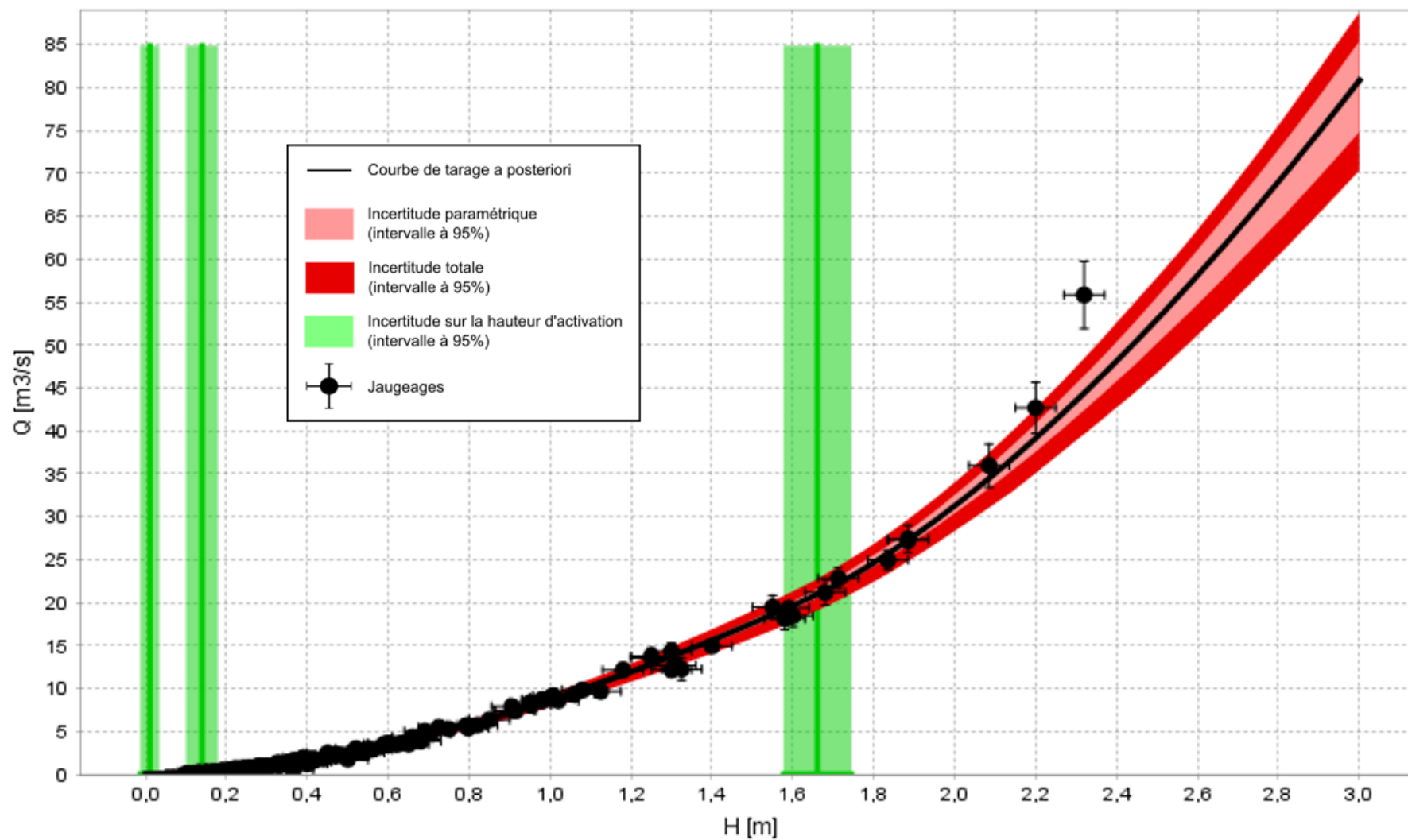


Figure 51 : L5610 - Courbe de tarage à posteriori

Même si cette courbe peut sembler « adaptée », il est nécessaire de vérifier les simulations MCMC et l'adéquation des paramètres comme le conseille le logiciel après chaque compilation :

- La taille des sauts pour les paramètres k et a des contrôles 1 et 2 est trop petite. Les autres simulations sont satisfaisantes. (voir Figure 52)
- Le paramètre a pour les contrôles 1 et 2 fait état d'une forte différence entre les paramètres à priori (en bleu) et les paramètres à posteriori (en rouge). La différence existe également pour le contrôle 3 mais est moins marquée. Il ressort de ces observations qu'un contrôle hydraulique est superflu ou qu'il manque un contrôle hydraulique. (voir Figure 53)

Après analyse, il ressort que le premier contrôle est inutile et que deux contrôles suffisent à définir la section de manière à obtenir des paramètres concordants entre les estimations à priori et à posteriori. Les Figure 54, Figure 55 et Figure 56 représentent la courbe de tarage à posteriori, les simulations MCMC et la comparaison des paramètres pour la nouvelle configuration des contrôles hydrauliques.

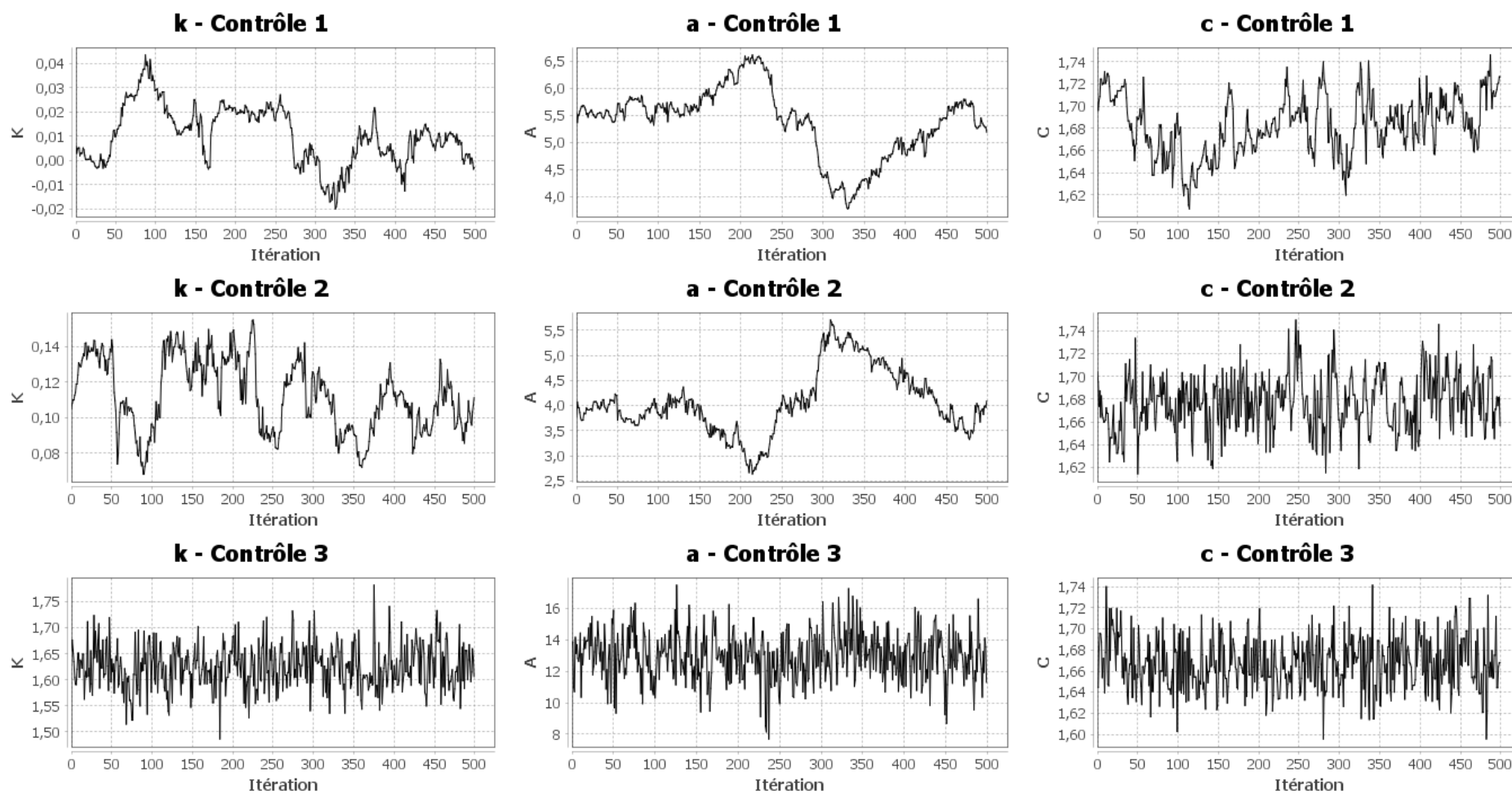


Figure 52 : L5610 - Simulations MCMC des différents paramètres

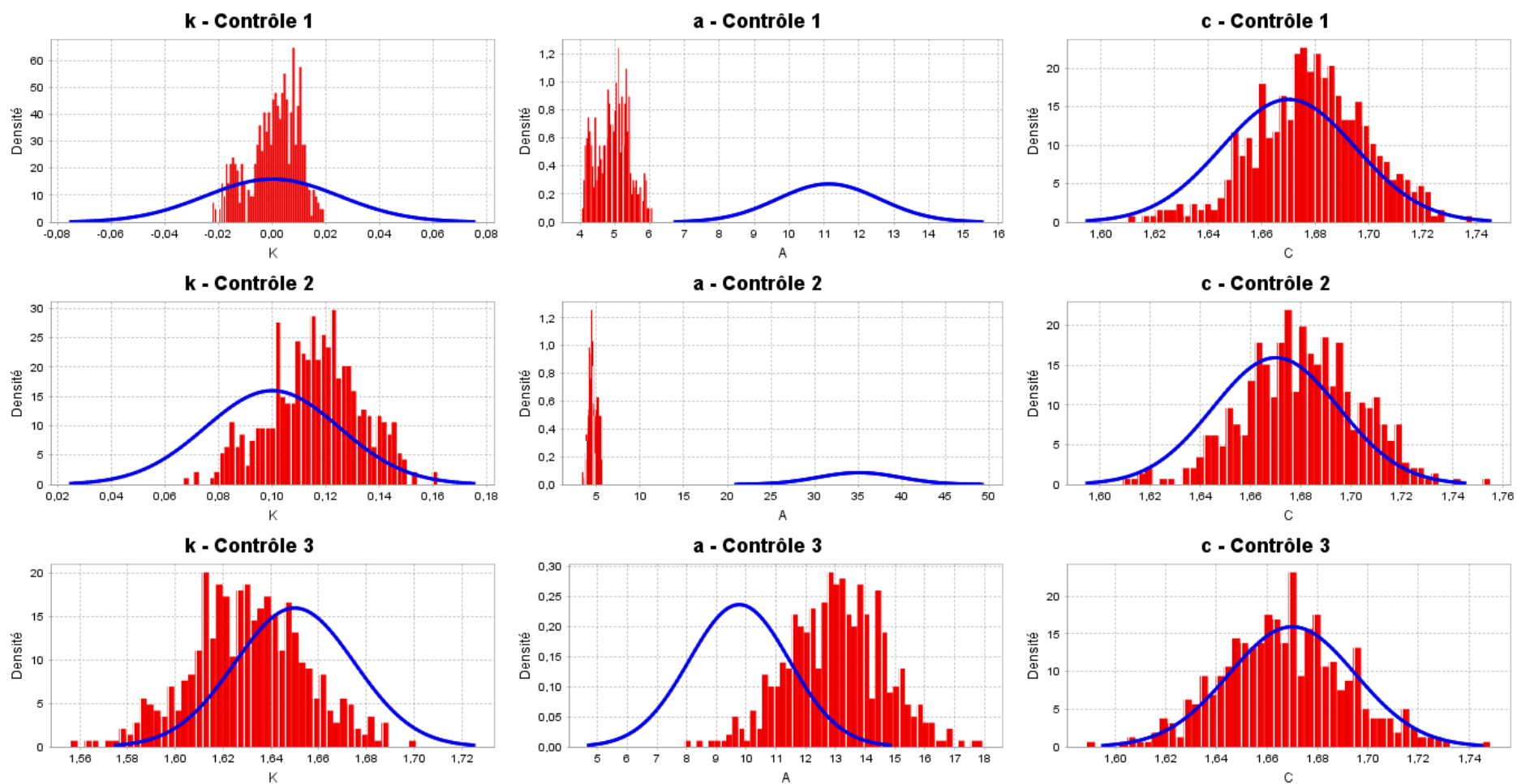


Figure 53 : L5610 - Comparaison des paramètres à priori (en bleu) et à posteriori (en rouge)

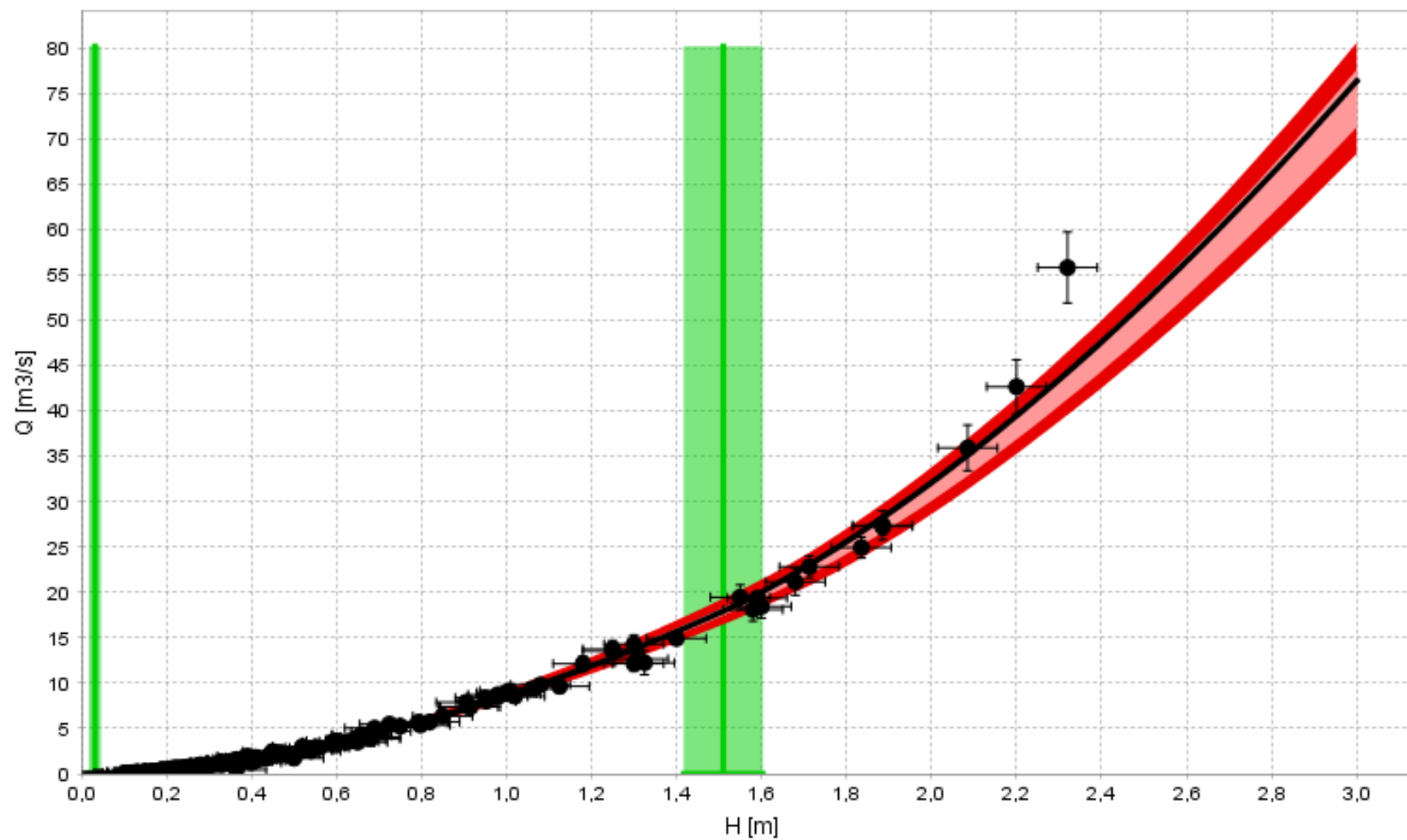
Courbe de tarage a posteriori - L5610

Figure 54 : L5610 - Courbe de tarage à posteriori après mise à jour des contrôles hydrauliques

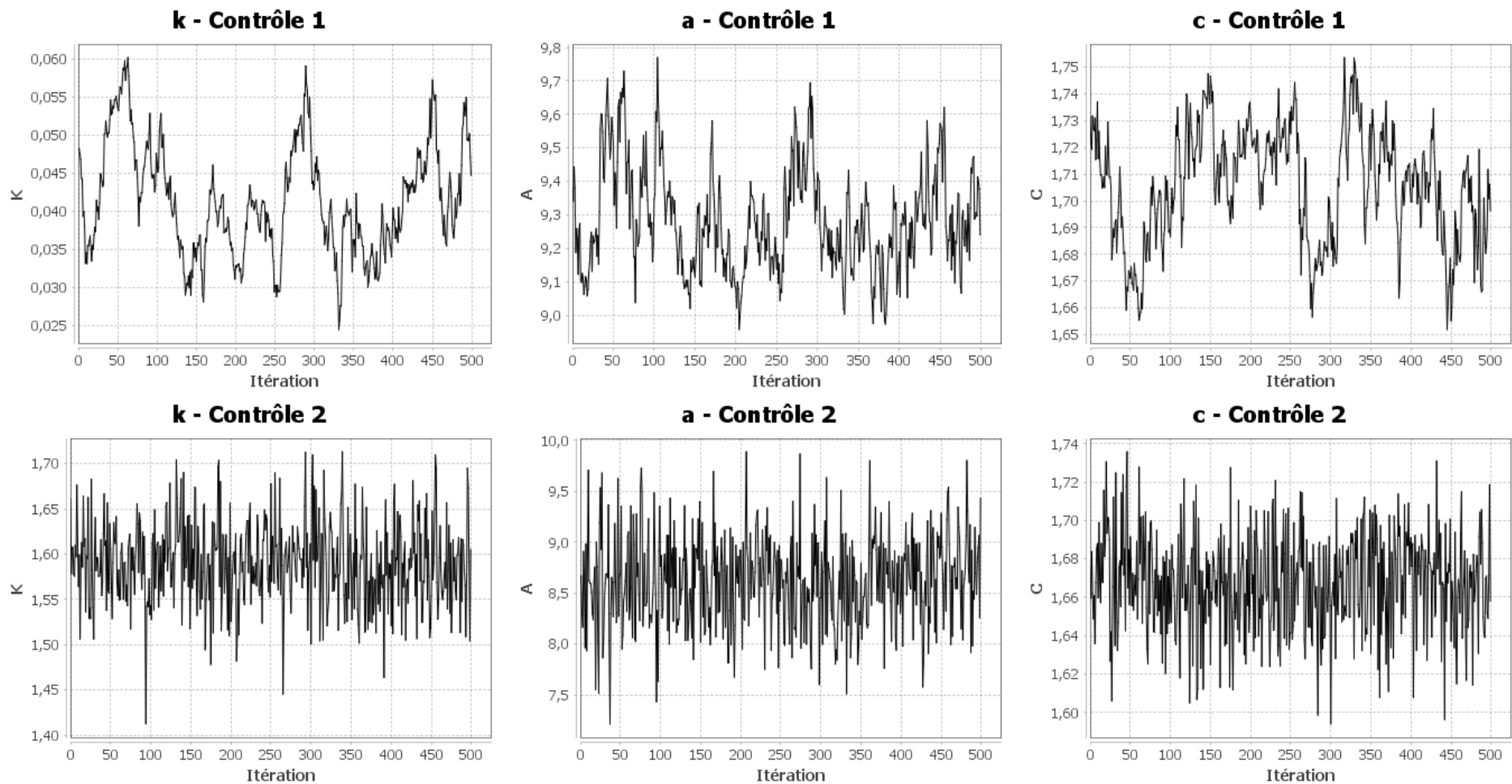


Figure 55 : L5610 - Simulations MCMC des différents paramètres après mise à jour des contrôles hydrauliques

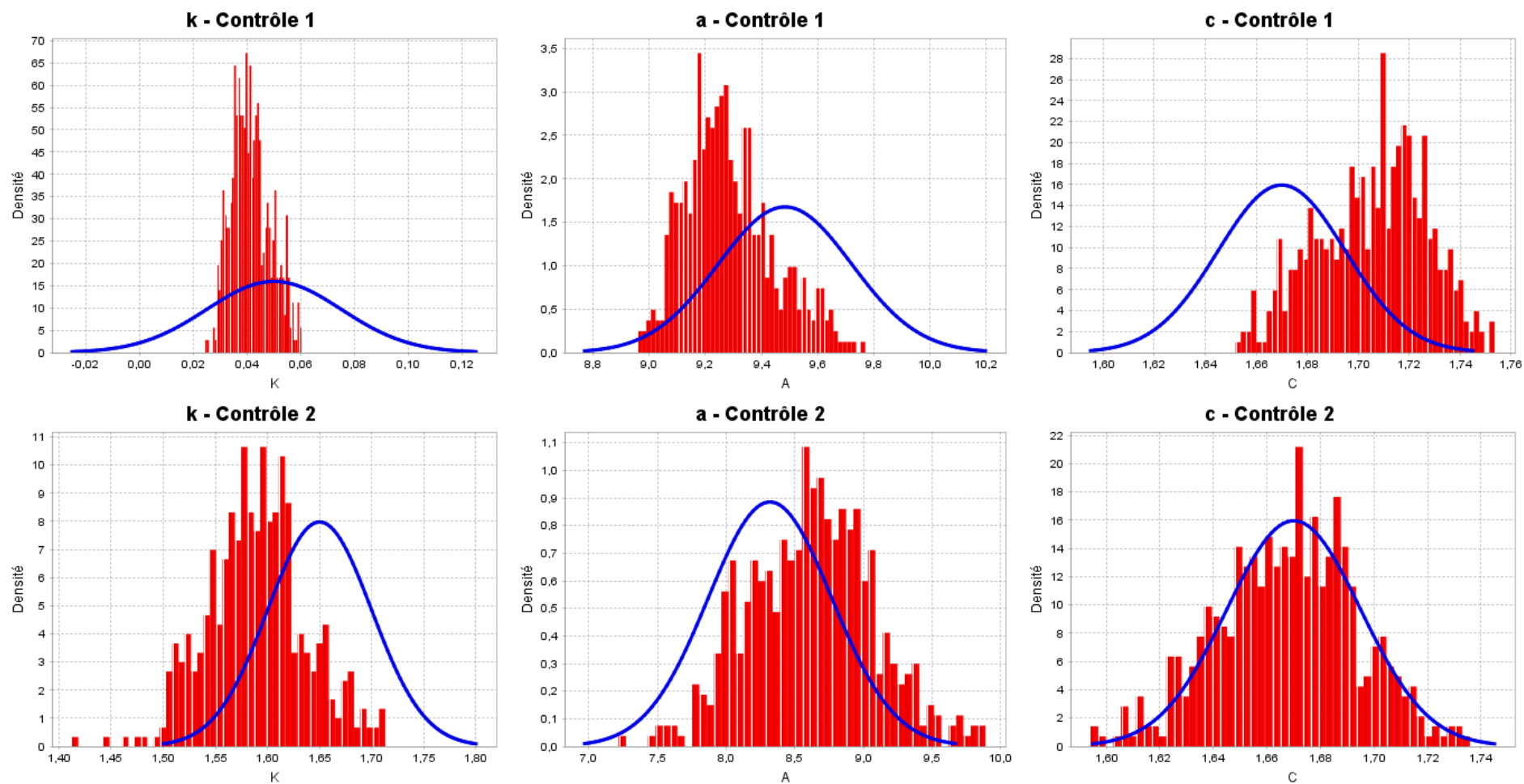


Figure 56 : L5610 - Comparaison des paramètres à priori et à posteriori après mise à jour des contrôles hydrauliques

En exportant les données de la courbe de tarage à posteriori, il est possible de représenter l'évolution de l'incertitude relative élargie en fonction du débit. La Figure 57 représente cette évolution.

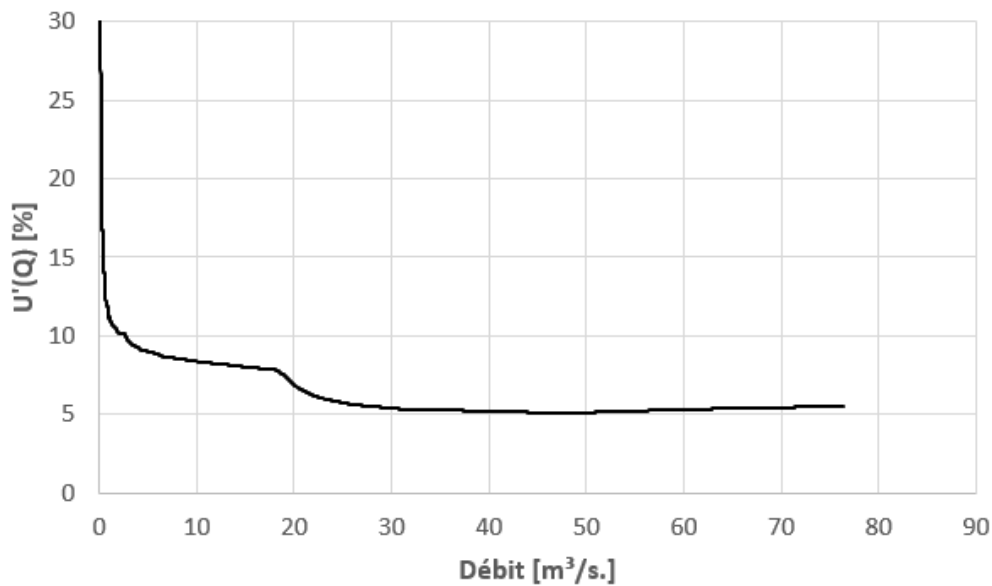


Figure 57 : L5610 - Evolution de l'incertitude relative élargie

6.1.4. Propagation de l'incertitude au limnigramme

Pour appliquer au limnigramme, les incertitudes calculées lors du tracé de la courbe de tarage, il est important de lister les incertitudes affectant le limnigramme :

- L'incertitude liée à la mesure de la hauteur par le capteur « OTT PLS » dans le cas de la station L5610. Cette incertitude a été traitée à la section 3.3.1.
- Le calage du capteur par rapport à l'échelle limnimétrique qui correspond à l'erreur systématique faite sur la mesure de la hauteur d'eau par le capteur. En considérant une incertitude de calage de 1 cm qui suit une distribution de probabilité rectangulaire, on obtient :

$$U_{calage} = 1,64 \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,0095 \text{ m} \quad (66)$$

L'incertitude totale sur le limnigramme s'exprime donc comme :

$$U_{limnigramme} = 2 \sqrt{\left(\frac{0,0074}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,0095}{1,64}\right)^2} = 0,0137 \text{ m} \quad (67)$$

Cette incertitude, couplée à la courbe de tarage à posteriori, va permettre d'obtenir l'hydrogramme de la station sur lequel est représenté la valeur maximale et minimale de débit

pour un instant t donné à un intervalle de confiance à 95%. La Figure 58 ne représente qu'un mois et donc une plage de hauteur limitée pour des raisons de clarté³².

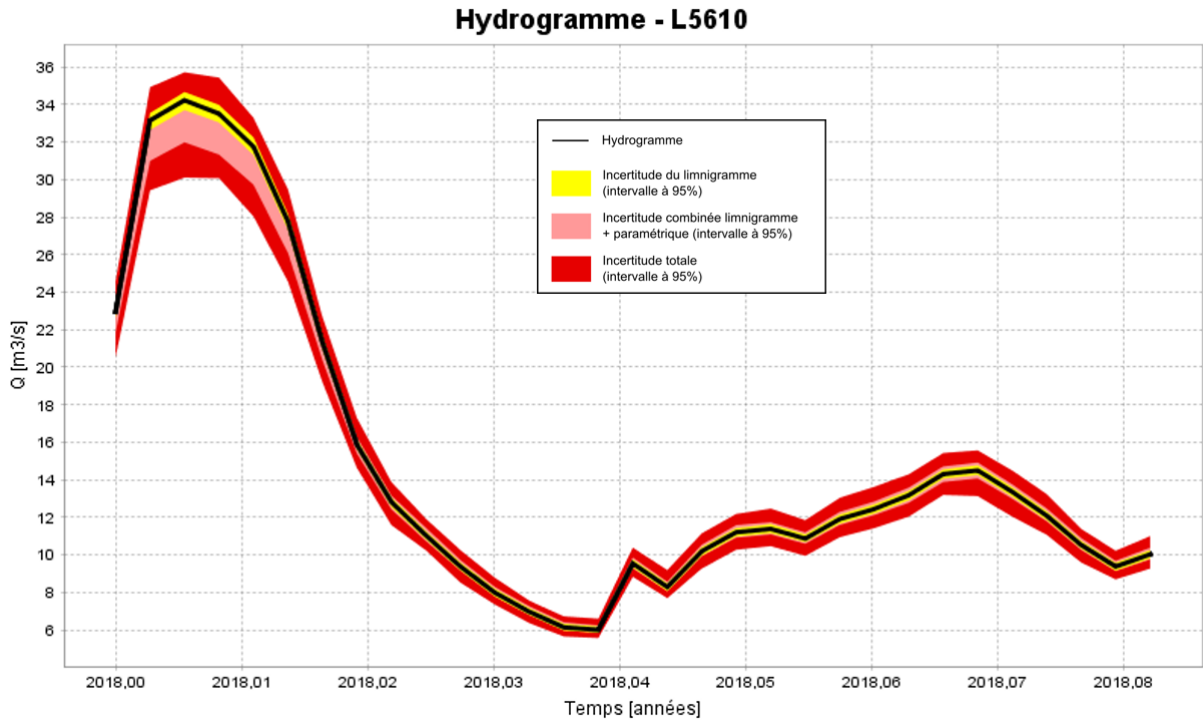


Figure 58 : L5610 - Hydrogramme de mois de janvier 2018 pour les hauteurs journalières

En insérant dans le logiciel un limnigramme reprenant l'intégralité des hauteurs d'eau possible entre 0 et 3m et en exportant les données de l'hydrogramme obtenu, on peut représenter l'évolution de l'incertitude sur le débit en fonction de la hauteur d'eau. La Figure 59 représente cette évolution.

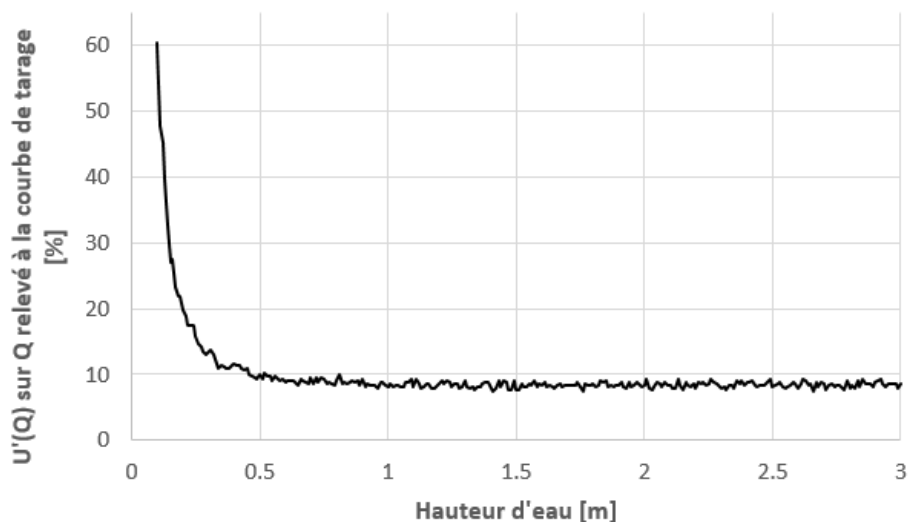


Figure 59 : L5610 - Incertitude sur le débit en fonction de la hauteur d'eau

³² La représentation d'une année complète, et donc d'une gamme de hauteur d'environ 0-2,5 m, rend l'hydrogramme illisible.

Pour permettre une utilisation simplifiée du graphique présenté à la Figure 59, un ensemble de loi linéaire et de loi puissance a été ajusté pour permettre de calculer l'incertitude liée au débit pour une hauteur d'eau h :

$$U'_Q(h)[\%] = \begin{cases} -411,84 h + 94,451 & \text{si } 0,09 < h < 0,18 \\ 3,7 (h - 0,1)^{-0,6} + 4,5 & \text{si } 0,18 \leq h < 1 \\ 0,0596 h + 8,2911 & \text{si } 1 \leq h \end{cases} \quad (68)$$

Les hauteurs d'eau inférieures à 0,09m ne sont pas traitées puisqu'elles donnent lieu à des incertitudes très importantes et qu'aucune loi acceptable ne pouvait être ajustée. Elles sont donc fournies dans le Tableau 3 pour les hauteurs allant jusqu'à 0,07 m qui correspond à la plus petite hauteur d'eau enregistrée sur la station.

Hauteur d'eau [m]	$U'_Q(h)$ [%]
0,07	151,45
0,08	108,49
0,09	76,89

Tableau 3 : L5610 - Incertitude sur le débit pour les hauteurs d'eau inférieures à 0,09m

6.1.5. Critique de la méthode BaRatin

Le logiciel BaRatinAGE étant utilisé par de nombreux services à travers le monde (CNR, Ministère français de l'environnement, USGS, ...), sa fiabilité n'est plus à prouver. De plus, le logiciel proposant une licence gratuite, il peut être utilisé au sein de la Direction des Cours d'Eau non navigables sans démarche préalable.

La problématique majeure de l'utilisation de la méthode BaRatin réside dans le type de courbe utilisée pour le tracé de la courbe de tarage puisque l'on utilise des lois puissance alors qu'en pratique, ce sont des polynômes qui sont utilisés. Cependant, l'utilisation de cette méthode va permettre de fournir une borne maximale de l'incertitude. En considérant le nuage de points formé par les jaugeages, il est clair que la courbe de tarage qui approximera au mieux l'ensemble des points proposera une incertitude de tracé moins importante.

Dans le cas qui nous occupe, l'erreur quadratique moyenne a été calculée pour les deux courbes de tarage représentées à la Figure 60 et vaut 1,112 pour la courbe de tarage issue de BaRatinAGE et 0,369 pour la courbe de tarage par polynôme qui propose finalement la meilleure approximation. L'incertitude proposée est donc une borne maximale de l'incertitude du tracé de la courbe de tarage.

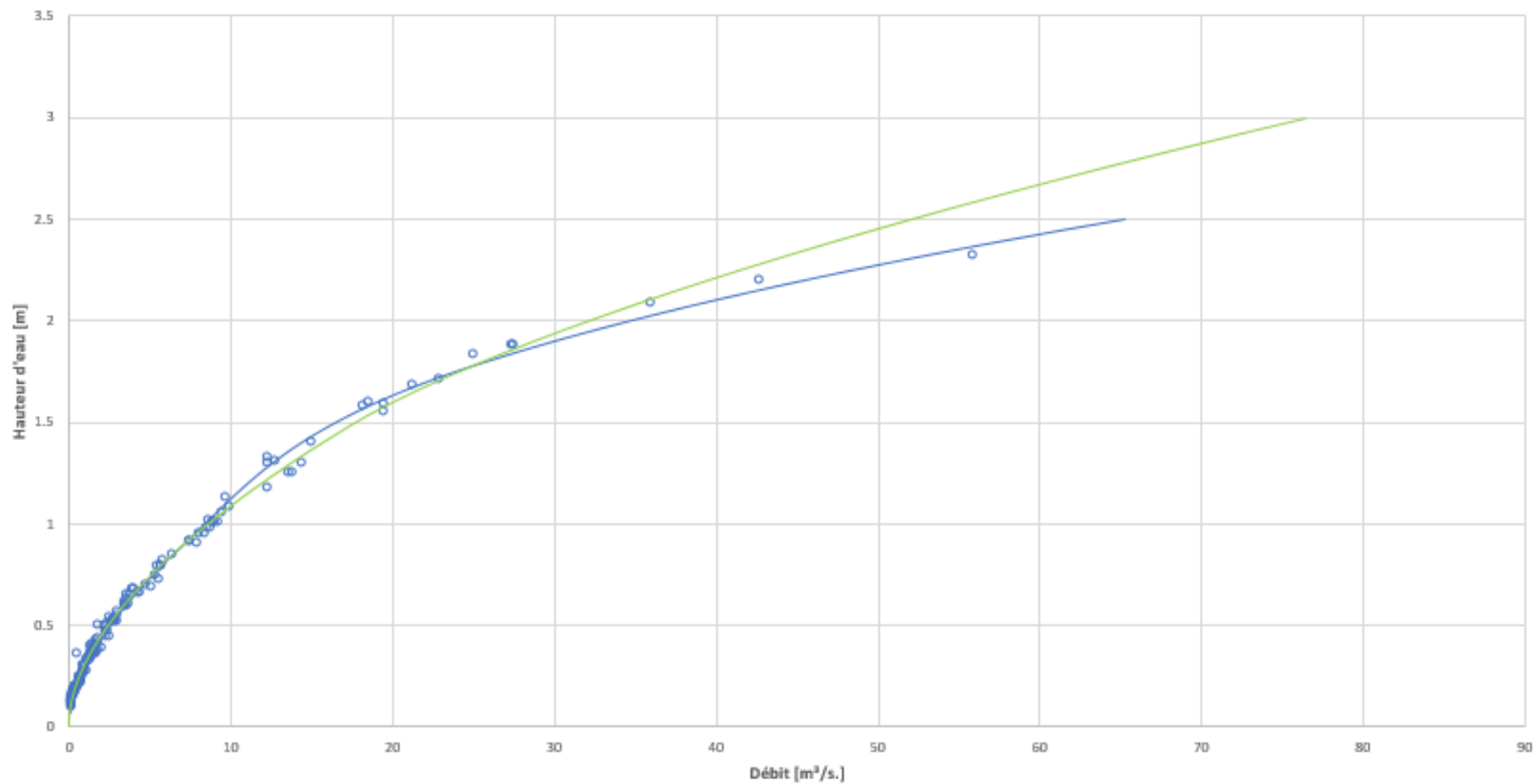


Figure 60 : L5610 - Comparaison entre la méthode BaRatin en vert et la méthode par polynôme en bleu

Chapitre 7 : Conclusion et perspectives d'évolution

Ce travail aura permis d'effectuer une première approche du domaine des incertitudes dans un cadre opérationnel qu'est la Direction des Cours d'Eau non navigables. Le projet étant « dans les tiroirs » depuis de nombreuses années, les différentes parties présentées dans ce rapport permettront certainement de continuer à creuser ce vaste sujet afin d'arriver à une situation dans laquelle l'ensemble des incertitudes sont appréhendées sur la majorité du réseau de mesure.

Les sections suivantes proposent un bref résumé des différentes parties du rapport mais également des perspectives d'évolution et quelques pistes qui permettraient d'apporter des améliorations à ce travail.

7.1. Incertitude sur la mesure de la hauteur d'eau

En se concentrant sur les chapitres traitant des incertitudes, une première partie était consacrée à l'étude de ces incertitudes sur l'ensemble des techniques de mesure du niveau d'eau. La littérature et des observations provenant des initiés permettent de traiter de façon assez complète l'ensemble des instruments de mesure. De plus la documentation fournie par les fabricants permet d'obtenir des données fiables.

La lecture de la hauteur d'eau à l'échelle limnimétrique reste la seule incertitude largement surévaluée dans cette partie. Pour le moment, une incertitude élargie de 7 cm est considérée pour l'ensemble des hauteurs d'eau mesurées. Une étude de l'évolution de l'incertitude semble être réalisable en calculant les propriétés géométriques du ressaut hydraulique formé autour de l'échelle limnimétrique. Le cours LGCIV 2051 : Applied Hydraulics peut certainement fournir une bonne base pour commencer à investiguer cette incertitude et en particulier la partie consacrée aux diagrammes d'énergie spécifique au voisinage d'une pile de pont illustré à la Figure 61. Il est clair que l'approche théorique proposée ici nécessitera des adaptations. De plus, cette incertitude devrait être calculée pour chaque station puisque la hauteur du ressaut hydraulique dépend, entre autres, de la vitesse. Cette dernière est différente pour une même hauteur d'eau dans deux stations distinctes.

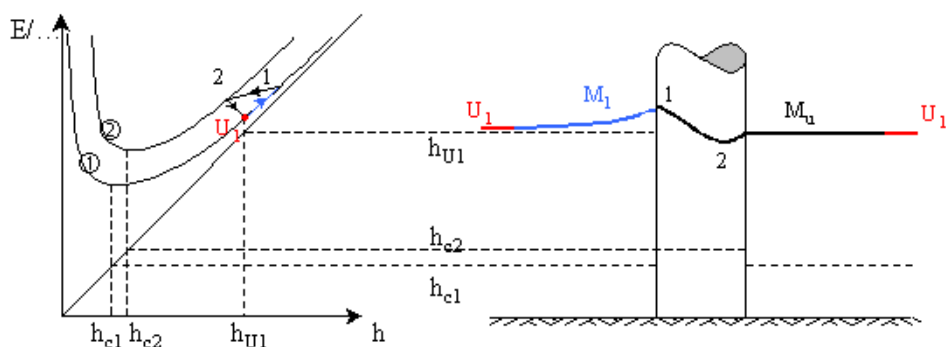


Figure 61 : Déformation de l'écoulement au voisinage d'une pile de pont - (EPL-GCE, 2013)

7.2. Incertitude sur le débit mesuré

La seconde partie, qui constitue un des deux aspects les plus importants de ce travail, consistait à calculer l'incertitude sur les débits mesurés lors des jaugeages au courantomètre et ensuite lors des jaugeages ADCP.

7.2.1. Fichier de calcul de l'incertitude des jaugeages au courantomètre

Concernant les jaugeages au courantomètre, un fichier Excel a été développé pour calculer l'incertitude d'un jaugeage en particulier. Actuellement, l'utilisation du fichier nécessite un minimum de mise en forme des données du jaugeage. Il faut tout d'abord exporter un fichier PDF comprenant les données, réaliser un « copier/coller » vers le fichier Excel et ensuite le mettre en forme pour que les indices des colonnes correspondent. Typiquement, lors du « copier/coller », les deux premières colonnes du fichier PDF se fusionnent automatiquement, il faut donc séparer les données manuellement dans Excel. La mise en place d'un traitement de donnée automatique permettrait de réduire ce temps de manipulation. Certains convertisseurs PDF-Excel en ligne permettent de minimiser encore la mise en forme mais le temps de manipulation n'est pas forcément réduit.

Même si cette opération reste assez longue, elle permet tout de même de mettre en forme un fichier Excel comprenant une grande quantité de jaugeages, comme par exemple, l'ensemble des jaugeages d'une station et ainsi d'avoir une représentation générale des résultats comme exposés à la section 4.7.

7.2.2. Optimisation du temps de jaugeage

Chaque jaugeage nécessite plusieurs minutes de travail de la part d'une équipe d'opérateurs. En prenant l'exemple de la station L5610, environ 20% des jaugeages proposent une incertitude élargie inférieure à 5% et le même pourcentage proposent une incertitude élargie supérieure à 7%. L'idéal serait de réduire ces pourcentages et ainsi d'obtenir un maximum de jaugeages avec une incertitude élargie comprise entre 5 et 7%.

Pour ce faire, pour les meilleurs jaugeages, il serait judicieux d'étudier l'influence de la transformation de certaines verticales de mesure en verticale où seulement la profondeur est mesurée. La section 4.5.3 propose une piste pour le calcul de cette incertitude. Pour les moins bons jaugeages, un ajout de verticales de mesure peut être envisagé si la variation de débit n'est pas trop importante.

7.2.3. Incertitude des jaugeages ADCP

Dans le cas des jaugeages ADCP, il a été décidé de ne pas utiliser de méthode calculatoire pour déterminer l'incertitude. Ce choix peut être discuté et l'application de la méthode proposée dans le chapitre 5 peut être réalisée. Cependant, et comme proposé régulièrement dans la littérature, la mise en place d'une comparaison inter-laboratoire semble plus judicieuse.

La valeur d'incertitude proposée dans ce travail pourrait être adaptée sur base d'une comparaison mise en place à la Direction des Cours d'Eau non navigables. Il existe des tableurs développés pour traiter les données issues d'une comparaison inter-laboratoires (Atmane, 2012).

7.3. Incertitude sur le tracé de la courbe de tarage

La dernière partie du mémoire consistait à définir l'incertitude liée au tracé de la courbe de tarage. L'utilisation du logiciel BaRatinAGE permet de calculer cette incertitude de façon assez simple même si les temps de compilation sont relativement longs lorsque le programme prend en compte l'ensemble des incertitudes. Une relation a pu être proposée pour calculer l'incertitude du débit lié à la hauteur d'eau mesurée par le capteur de la station de mesure. Ce calcul d'incertitude a été effectué pour la seule station L5610.

Une étude très précise de la géométrie et des paramètres physiques de la station permettrait certainement de réduire l'incertitude calculée. En effet, l'incertitude finale tient compte de l'incertitude sur les paramètres des contrôles hydrauliques. Or, ces incertitudes sont relativement importantes pour certains paramètres.

L'étude de l'influence d'une diminution du nombre de jaugeages pourrait également être intéressante. En effet, si certains jaugeages peuvent être supprimés tout en conservant une incertitude acceptable sur le tracé de la courbe de tarage, un gain de temps certain en découlera. Comme expliqué précédemment, ce temps pourrait être consacré à améliorer la qualité des jaugeages les plus incertains.

Chapitre 8 : Annexes

Annexe 1 : Le vocabulaire en métrologie

En métrologie³³, le Vocabulaire International de la Métrologie (JCGM, 2012), constitue la référence pour l'utilisation et la définition des termes employés.

Annexe 1.1 : « Précision » d'une mesure »

Premièrement, le terme « précision » n'existe pas en métrologie, il n'est repris à aucun moment dans le VIM. Cela s'explique par le fait que la précision est utilisée dans le cas de l'affichage d'une valeur numérique. On peut parler, dans ce cas, de précision au dixième, au centième par exemple. Les chiffres significatifs sont également différents de la précision. Le nombre 17,83 comporte 4 chiffres significatifs et est exprimé avec une précision de 0,01 (Pierre, 2013).

Annexe 1.2 : Exactitude d'un capteur

Pour exprimer l'étroitesse de l'accord entre la valeur que donne un mesurage ou un capteur et la valeur vraie du mesurande, on parle d'exactitude de mesure. L'exactitude n'est pas une grandeur et ne s'exprime pas numériquement, elle est liée à deux concepts :

- **La fidélité** caractérise la dispersion des valeurs mesurées autour de leur moyenne. Un capteur fidèle propose un ensemble de valeurs relativement concentrées autour de leur moyenne qui est assez éloignée de la valeur vraie. Un capteur fidèle peut être réétalonné pour corriger l'écart entre la moyenne et la valeur vraie.

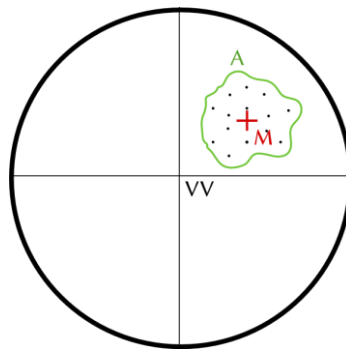


Figure 62 : Fidélité d'un capteur - (Pierre, 2013)

- **La justesse** caractérise l'étroitesse de l'accord entre la moyenne des valeurs mesurées et la valeur vraie. Un capteur juste propose un ensemble de valeurs fortement dispersées dont la moyenne est confondue avec la valeur vraie. Un capteur juste est impossible à corriger.

³³ Science de la mesure

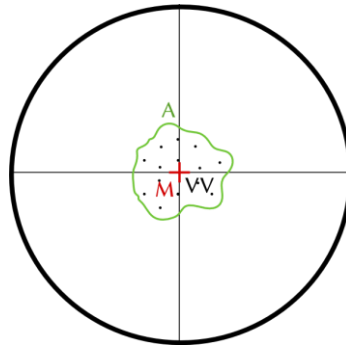


Figure 63 : Justesse d'un capteur - (Pierre, 2013)

Un capteur exact fournit un ensemble de valeurs peu dispersées dont la moyenne est confondue avec la valeur vraie.

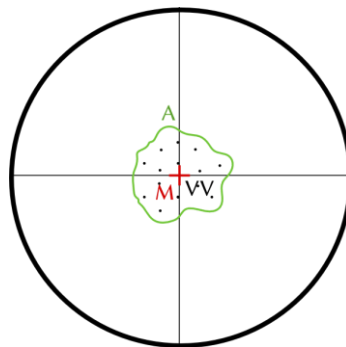


Figure 64 : Exactitude d'un capteur - (Pierre, 2013)

Annexe 1.3 : Erreur de mesure

L'erreur de mesure correspond à la différence entre la valeur mesurée d'une grandeur et une valeur de référence. L'erreur de mesure est connue dans le cas d'un étalonnage au moyen d'un étalon. Si le mesurande est représenté par une valeur vraie, l'erreur est inconnue.

Annexe 1.4 : Incertitude de mesure

Dans le cas de la mesure d'une valeur inconnue, l'erreur est inconnue. Il est donc nécessaire d'estimer la borne supérieure de l'erreur à un certain seuil de confiance, c'est l'incertitude. Par exemple, lorsque l'on calcule une incertitude à un seuil de confiance de 95%, l'erreur entre la valeur mesurée et la valeur vraie à 95% de chance d'être inférieure à l'incertitude.

Annexe 2 : Calcul de IC et k pour les lois uniformes et triangulaires

Un IC à 68%, par exemple, correspond à un intervalle, centré sur la moyenne, qui reprend 68% de la surface située sous la courbe représentant la densité de probabilité. Pour la loi normale, un intervalle d'un écart-type autour de la moyenne correspond à un IC à 68%.

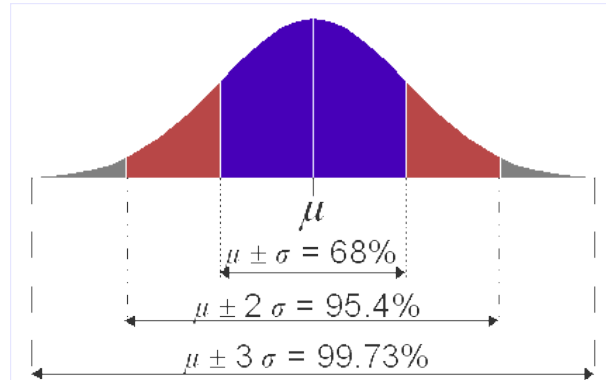


Figure 65 : Loi normale et IC associés

Pour une loi uniforme :

$$u(M) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (69)$$

L'aire totale sous courbe :

$$A = 2\Delta * \frac{1}{2\Delta} = 1 \quad (70)$$

L'IC associé s'exprime comme :

$$IC = \frac{A_{\text{intervalle}}}{A} = \frac{2 * \frac{\Delta}{\sqrt{3}} * \frac{1}{2\Delta}}{A} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cong 57,74\% \quad (71)$$

Pour un IC à 95% :

$$k = \frac{0,95 A}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \cong 1,645 \quad (72)$$

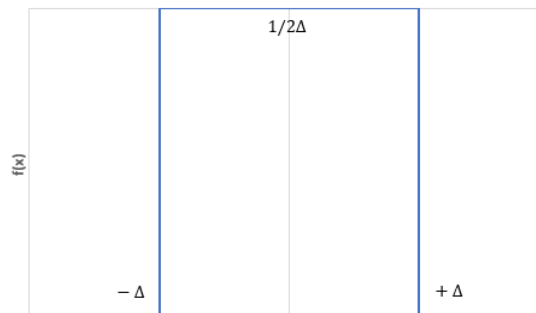


Figure 66 : Fonction de densité de probabilité d'une loi uniforme

Pour une loi triangulaire :

$$u(M) = \frac{\Delta}{\sqrt{6}} \quad (73)$$

L'aire totale sous la courbe :

$$A = \frac{2\Delta * \frac{1}{\Delta}}{2} = 1 \quad (74)$$

L'IC associé s'exprime comme :

$$IC = \frac{A_{intervalle}}{A} = \frac{A - \left(\frac{\Delta - \frac{\Delta}{\sqrt{6}}}{\Delta} \right) \frac{1}{\Delta} \left(\Delta - \frac{\Delta}{\sqrt{6}} \right)}{A} = 1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6}} \right)^2 \cong 64,99\% \quad (75)$$

Pour un IC à 95% :

$$\frac{A - \left(\frac{\Delta - \frac{k\Delta}{\sqrt{6}}}{\Delta} \right) \frac{1}{\Delta} \left(\Delta - \frac{k\Delta}{\sqrt{6}} \right)}{A} = 95\% \leftrightarrow 0,05 = \left(1 - \frac{k}{\sqrt{6}} \right)^2 \leftrightarrow k = 1,91 \quad (76)$$

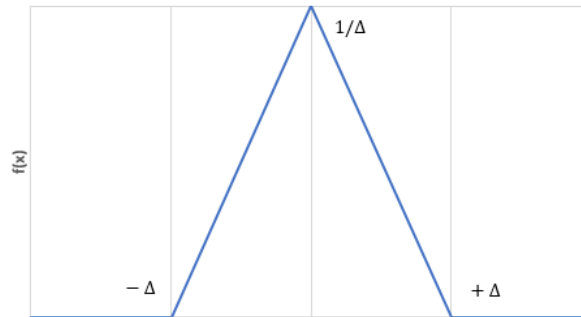


Figure 67 : Fonction de densité de probabilité d'une loi triangulaire

Annexe 3 : Expression de l'incertitude-type composée

Cette annexe présente le calcul de l'expression de l'incertitude-type composée tel que décrit dans le GUM (JCGM, 2008).

Supposons que la grandeur de sortie $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ dépende de N grandeurs d'entrée x_1, x_2, \dots, x_N . Le développement de f autour des espérances mathématiques des x_i , en série de Taylor³⁴ du premier ordre donne :

$$y - \mu_y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \mu_i) \quad (77)$$

L'hypothèse de linéarité permet d'ignorer les termes de degré plus élevé. Le carré de la différence $y - \mu_y$ est donné par :

$$(y - \mu_y)^2 = \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \mu_i) \right)^2 \quad (78)$$

Qui peut s'écrire sous la forme :

$$(y - \mu_y)^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (x_i - \mu_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_i - \mu_i) (x_j - \mu_j) \quad (79)$$

L'espérance mathématique du carré de la différence $(y - \mu_y)^2$ est la variance de y , l'équation 79 donne alors :

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (80)$$

En termes d'incertitude-type, l'équation 80) s'écrit sous la forme suivante :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) \quad (81)$$

Avec $u(x_i, x_j)$ la covariance associée à x_i et x_j . Il est possible de remplacer l'expression de la covariance :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (82)$$

Avec $r(x_i, x_j)$ le coefficient de corrélation qui est parfois plus facilement interprétable que la covariance.

³⁴ Pour rappel, la série de Taylor pour une fonction indéfiniment dérivable au voisinage de a est donnée par $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n$

Annexe 4 : Valeurs de références pour la norme ISO 748

Ci-dessous, les différentes valeurs et tableaux nécessaires à l'évaluation des termes présentés dans l'équation 23 :

- $u'_s = 1\%$
- $u'(B_i) = 0,5\%$
- $u'(D_i) = 1,5\%$. La norme ISO 748 propose de diminuer cette valeur à 0,5% si la profondeur mesurée est supérieure à 0,3m
- u'_m est évaluée sur base du tableau suivant :

Nombre de verticales	5	10	15	20	25	30	35+
u'_m [%]	7,5	4,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0

Tableau 4 : calcul de u'_m en fonction du nombre de verticales

Il est également possible d'estimer u'_m sur base d'une interpolation en loi puissance du tableau ci-dessus :

$$u'_m = 32 m^{-0,88} \quad (83)$$

- $u'_p(V_i)$ est évaluée sur base du tableau suivant :

Méthode de mesure	$u'_p(V_i)$ [%]
Distribution des vitesses	0,5
5 points	2,5
2 points	3,5
1 point	7,5
Surface	15,0

Tableau 5 : calcul de $u'_p(V_i)$ pour les différentes méthodes d'estimation de la vitesse moyenne

- $u'_c(v_{i,j})$ est évaluée sur base du tableau suivant :

Vitesse mesurée	$u'_c(v_{i,j})$ [%]	
	Etalonnage individuel	Etalonnage standard/groupé
0,03	10,0	10,0
0,1	2,5	5,0
0,12	1,25	2,5
0,25	1,0	2,0
0,5	0,5	1,5
0,5+	0,5	1,0
Interpolation en loi puissance	$0,28 v^{-0,93}$	$0,82 v^{-0,69}$

Tableau 6 : calcul de u'_c en fonction de la vitesse mesurée et du type d'étalonnage

- $u'_{exp}(v_{i,j})$ est évaluée sur base du tableau suivant :

Vitesse mesurée [m/s]	Situation du point sur la verticale							
	0,2D – 0,4D – 0,6D				0,8D – 0,9D			
	Temps d'exposition [min]							
	0,5	1	2	3	0,5	1	2	3
0,05	25	20	15	10	40	30	25	20
0,1	14	11	8	7	17	14	10	8
0,2	8	6	5	4	9	7	5	4
0,3	5	4	3	3	5	4	3	3
0,4	4	3	3	3	4	3	3	3
0,5	4	3	3	2	4	3	3	2
1,0	4	3	3	2	4	3	3	2
1,0+	4	3	3	2	4	3	3	2
Interp.	$2,73v^{-0,68}$	$2,04v^{-0,71}$	$2,07v^{-0,59}$	$1,65v^{-0,59}$	$2,46v^{-0,84}$	$1,87v^{-0,85}$	$1,82v^{-0,75}$	$1,40v^{-0,79}$

Tableau 7 : calcul de u'_{exp} en fonction de la vitesse mesurée, de la profondeur et du temps d'exposition

Annexe 5 : Détail du calcul des termes pour la méthode Q+

Annexe 5.1 : $u'_{p,inter}(V_i)$

La variation extrême de la vitesse entre deux points de mesure est représentée par les traits pointillés noirs sur la Figure 68. La surface des triangles ainsi délimités correspond à la moitié de la longueur de l'intervalle dans lequel la valeur à vraie à 100% de chance de se trouver. Cette surface est donnée par :

$$\Delta = \frac{(v_{i,k} - v_{i,k+1})(d_{i,k} - d_{i,k+1})}{2} \quad (84)$$

En considérant une distribution de probabilité rectangulaire, on obtient :

$$u'_{p,inter}(V_i) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{(v_{i,k} - v_{i,k+1})(d_{i,k} - d_{i,k+1})}{2\sqrt{3}} \quad (85)$$

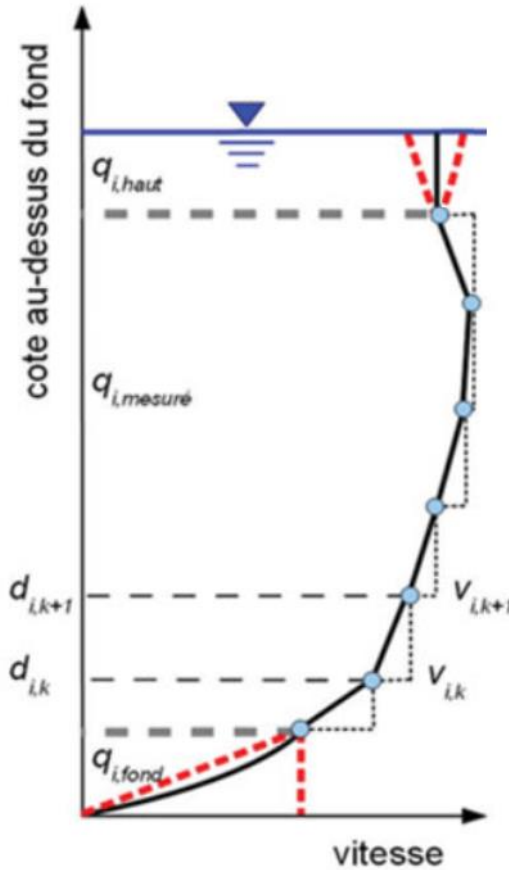


Figure 68 : Situations extrêmes pour les extrapolations

Annexe 5.2 : $E(q_{i,bas})$

Les deux situations extrêmes sont représentées par les pointillés rouges sur la Figure 68 et l'extrapolation en loi puissance est représentée par le trait plein noir. L'intervalle dans lequel la valeur vraie à 100% de chance de se trouver correspond à la surface du triangle délimité par le fond et les deux situations extrêmes :

$$2\Delta = \frac{0,5 v_{i,bas} h_{i,bas}}{q_i} \quad (86)$$

En considérant une distribution de probabilité rectangulaire, on obtient :

$$E(q_{i,bas}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,5 v_{i,bas} h_{i,bas}}{2 \sqrt{3} q_i} \quad (87)$$

Annexe 5.3 : $E(q_{i,haut})$

En supposant que la vitesse peut varier linéairement de +/- 20% entre le point de mesure le plus haut et la surface, on obtient :

$$\Delta = \frac{0,2 (0,5 v_{i,haut} (D_i - h_{i,haut}))}{q_i} \quad (88)$$

En considérant une distribution de probabilité rectangulaire, on obtient :

$$E(q_{i,haut}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,2 (0,5 v_{i,haut} (D_i - h_{i,haut}))}{\sqrt{3} q_i} \quad (89)$$

Annexe 5.4 : $u'_m(D_i)$

L'incertitude sur l'intégration transversale est calculée à partir des variations extrêmes de l'aire de la sous-section mouillée. L'aire de la sous-section en considérant constante la profondeur mesurée est donnée par :

$$S_{moy.} = \frac{(b_{i+1} + b_i)}{2} D_i \quad (90)$$

Les surfaces minimale et maximale, représentées à la Figure 69, se calculent comme suit :

$$S_{max.} = (b_{i+1} + b_i) D_i + \frac{b_i (\tan(\alpha) \frac{b_i}{2})}{2} + \frac{b_{i+1} (\tan(\alpha) \frac{b_{i+1}}{2})}{2} \quad (91)$$

$$S_{min.} = (b_{i+1} + b_i) D_i - \frac{b_i (\tan(\alpha) \frac{b_i}{2})}{2} - \frac{b_{i+1} (\tan(\alpha) \frac{b_{i+1}}{2})}{2} \quad (92)$$

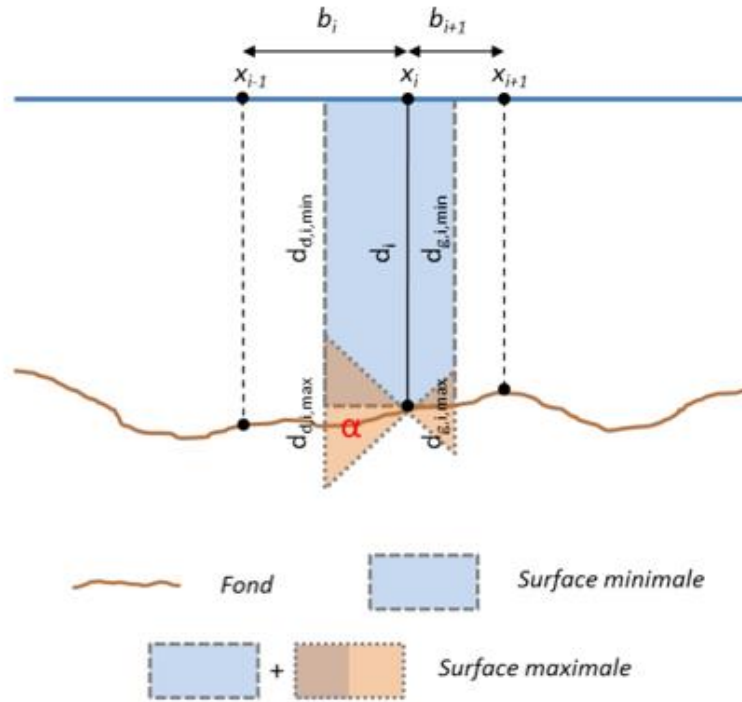


Figure 69 : représentation des surfaces maximales, minimales et de l'angle α pour la sous-section i

La variation maximale relative de la sous-section s'exprime comme suit :

$$2\Delta = \frac{S_{max.} - S_{min.}}{S_{moy.}} = \frac{(b_{i+1}^2 + b_i^2)}{4} \tan(\alpha) \frac{1}{\frac{(b_{i+1} + b_i)}{2} D_i} \quad (93)$$

En supposant une distribution de probabilité rectangulaire, on obtient :

$$u'_m(D_i) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{(b_{i+1}^2 + b_i^2)}{4\sqrt{3} (b_{i+1} + b_i) D_i} \tan(\alpha) \quad (94)$$

Annexe 5.5 : $u'_m(V_i)$

Le calcul des vitesses pour les profondeurs maximales et minimales sur les verticales intermédiaires à gauche et à droite de la verticale i nécessite la connaissance du nombre de Froude sur ces verticales. Pour une verticale i , on a :

$$Fr = \frac{V_i}{\sqrt{g D_i}} \quad (95)$$

En faisant l'hypothèse d'une variation linéaire du nombre de Froude entre 2 verticales de mesure, on a :

$$Fr_{i,droite} = \frac{Fr_{i+1} - Fr_i}{x_{i+1} - x_i} (x_{i,droite} - x_i) + Fr_i \quad (96)$$

$$Fr_{i,gauche} = \frac{Fr_{i-1} - Fr_i}{x_i - x_{i-1}} (x_i - x_{i,gauche}) + Fr_i \quad (97)$$

Les vitesses extrêmes sont calculées comme suit :

$$V_{i,max.} = \max\left(Fr_{i,droite} \sqrt{D_{i,droite,max.}}; Fr_{i,gauche} \sqrt{D_{i,gauche,max.}}\right) \quad (98)$$

$$V_{i,min.} = \min\left(Fr_{i,droite} \sqrt{D_{i,droite,min.}}; Fr_{i,gauche} \sqrt{D_{i,gauche,min.}}\right) \quad (99)$$

En considérant une distribution de probabilité rectangulaire, on obtient :

$$u'_m(V_i) = \frac{V_{i,max.} - V_{i,min.}}{2\sqrt{3} V_i} \quad (100)$$

Annexe 6 : Tables des valeurs critiques h , k , C et G

p	h	k								
		n								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1,15	1,71	1,64	1,58	1,53	1,49	1,46	1,43	1,41	1,39
4	1,49	1,91	1,77	1,67	1,60	1,55	1,51	1,48	1,45	1,43
5	1,72	2,05	1,85	1,73	1,65	1,59	1,55	1,51	1,48	1,46
6	1,87	2,14	1,90	1,77	1,68	1,62	1,57	1,53	1,50	1,47
7	1,98	2,20	1,94	1,79	1,70	1,63	1,58	1,54	1,51	1,48
8	2,06	2,25	1,97	1,81	1,71	1,65	1,59	1,55	1,52	1,49
9	2,13	2,29	1,99	1,82	1,73	1,66	1,60	1,56	1,53	1,50
10	2,18	2,32	2,00	1,84	1,74	1,66	1,61	1,57	1,53	1,50
11	2,22	2,34	2,01	1,85	1,74	1,67	1,62	1,57	1,54	1,51
12	2,25	2,36	2,02	1,85	1,75	1,68	1,62	1,58	1,54	1,51
13	2,27	2,38	2,03	1,86	1,76	1,68	1,63	1,58	1,55	1,52
14	2,30	2,39	2,04	1,87	1,76	1,69	1,63	1,58	1,55	1,52
15	2,32	2,41	2,05	1,87	1,76	1,69	1,63	1,59	1,55	1,52
16	2,33	2,42	2,05	1,88	1,77	1,69	1,63	1,59	1,55	1,52
17	2,35	2,44	2,06	1,88	1,77	1,69	1,64	1,59	1,55	1,52
18	2,36	2,44	2,06	1,88	1,77	1,70	1,64	1,59	1,56	1,52
19	2,37	2,44	2,07	1,89	1,78	1,70	1,64	1,59	1,56	1,53
20	2,39	2,45	2,07	1,89	1,78	1,70	1,64	1,60	1,56	1,53
21	2,39	2,46	2,07	1,89	1,78	1,70	1,64	1,60	1,56	1,53
22	2,40	2,46	2,08	1,90	1,78	1,70	1,65	1,60	1,56	1,53
23	2,41	2,47	2,08	1,90	1,78	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
24	2,42	2,47	2,08	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
25	2,42	2,47	2,08	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
26	2,43	2,48	2,09	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
27	2,44	2,48	2,09	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
28	2,44	2,49	2,09	1,91	1,79	1,71	1,65	1,60	1,57	1,53
29	2,45	2,49	2,09	1,91	1,79	1,71	1,65	1,60	1,57	1,53
30	2,45	2,49	2,10	1,91	1,79	1,71	1,65	1,61	1,57	1,53

p = nombre de laboratoires à un niveau donné

n = nombre de répliques à l'intérieur de chaque laboratoire à ce niveau

NOTE — Valeurs critiques fournies par le Dr J. Mandel et publiées avec son autorisation.

Figure 70 : Valeurs critiques des statistiques de Mandel à 1% - (ISO, 1994)

p	h	k								
		n								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1,15	1,65	1,53	1,45	1,40	1,37	1,34	1,32	1,30	1,29
4	1,42	1,76	1,59	1,50	1,44	1,40	1,37	1,35	1,33	1,31
5	1,57	1,81	1,62	1,53	1,46	1,42	1,39	1,36	1,34	1,32
6	1,66	1,85	1,64	1,54	1,48	1,43	1,40	1,37	1,35	1,33
7	1,71	1,87	1,66	1,55	1,49	1,44	1,41	1,38	1,36	1,34
8	1,75	1,88	1,67	1,56	1,50	1,45	1,41	1,38	1,36	1,34
9	1,78	1,90	1,68	1,57	1,50	1,45	1,42	1,39	1,36	1,35
10	1,80	1,90	1,68	1,57	1,50	1,46	1,42	1,39	1,37	1,35
11	1,82	1,91	1,69	1,58	1,51	1,46	1,42	1,39	1,37	1,35
12	1,83	1,92	1,69	1,58	1,51	1,46	1,42	1,40	1,37	1,35
13	1,84	1,92	1,69	1,58	1,51	1,46	1,43	1,40	1,37	1,35
14	1,85	1,92	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,37	1,35
15	1,86	1,93	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
16	1,86	1,93	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
17	1,87	1,93	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
18	1,88	1,93	1,71	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
19	1,88	1,93	1,71	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
20	1,89	1,94	1,71	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
21	1,89	1,94	1,71	1,60	1,52	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36
22	1,89	1,94	1,71	1,60	1,52	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36
23	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36
24	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,38
25	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
26	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
27	1,91	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
28	1,91	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
29	1,91	1,94	1,72	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
30	1,91	1,94	1,72	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36

p = nombre de laboratoires à un niveau donné

n = nombre de répliques à l'intérieur de chaque laboratoire à ce niveau

NOTE — Valeurs critiques fournies par le Dr J. Mandel et publiées avec son autorisation.

Figure 71 : Valeurs critiques des statistiques de Mandel à 5% - (ISO, 1994)

p	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$	
	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %
2	—	—	0,995	0,975	0,979	0,939	0,959	0,906	0,937	0,877
3	0,993	0,967	0,942	0,871	0,883	0,798	0,834	0,746	0,793	0,707
4	0,968	0,906	0,864	0,768	0,781	0,684	0,721	0,629	0,676	0,590
5	0,928	0,841	0,788	0,684	0,696	0,598	0,633	0,544	0,588	0,506
6	0,883	0,781	0,722	0,616	0,626	0,532	0,564	0,480	0,520	0,445
7	0,838	0,727	0,664	0,561	0,568	0,480	0,508	0,431	0,466	0,397
8	0,794	0,680	0,615	0,516	0,521	0,438	0,463	0,391	0,423	0,360
9	0,754	0,638	0,573	0,478	0,481	0,403	0,425	0,358	0,387	0,329
10	0,718	0,602	0,536	0,445	0,447	0,373	0,393	0,331	0,357	0,303
11	0,684	0,570	0,504	0,417	0,418	0,348	0,366	0,308	0,332	0,281
12	0,653	0,541	0,475	0,392	0,392	0,326	0,343	0,288	0,310	0,262
13	0,624	0,515	0,450	0,371	0,369	0,307	0,322	0,271	0,291	0,243
14	0,599	0,492	0,427	0,352	0,349	0,291	0,304	0,255	0,274	0,232
15	0,575	0,471	0,407	0,335	0,332	0,276	0,288	0,242	0,259	0,220
16	0,553	0,452	0,388	0,319	0,316	0,262	0,274	0,230	0,246	0,208
17	0,532	0,434	0,372	0,305	0,301	0,250	0,261	0,219	0,234	0,198
18	0,514	0,418	0,356	0,293	0,288	0,240	0,249	0,209	0,223	0,189
19	0,496	0,403	0,343	0,281	0,276	0,230	0,238	0,200	0,214	0,181
20	0,480	0,389	0,330	0,270	0,265	0,220	0,229	0,192	0,205	0,174
21	0,465	0,377	0,318	0,261	0,255	0,212	0,220	0,185	0,197	0,167
22	0,450	0,365	0,307	0,252	0,246	0,204	0,212	0,178	0,189	0,160
23	0,437	0,354	0,297	0,243	0,238	0,197	0,204	0,172	0,182	0,155
24	0,425	0,343	0,287	0,235	0,230	0,191	0,197	0,166	0,176	0,149
25	0,413	0,334	0,278	0,228	0,222	0,185	0,190	0,160	0,170	0,144
26	0,402	0,325	0,270	0,221	0,215	0,179	0,184	0,155	0,164	0,140
27	0,391	0,316	0,262	0,215	0,209	0,173	0,179	0,150	0,159	0,135
28	0,382	0,308	0,255	0,209	0,202	0,168	0,173	0,146	0,154	0,131
29	0,372	0,300	0,248	0,203	0,196	0,164	0,168	0,142	0,150	0,127
30	0,363	0,293	0,241	0,198	0,191	0,159	0,164	0,138	0,145	0,124
31	0,355	0,286	0,235	0,193	0,186	0,155	0,159	0,134	0,141	0,120
32	0,347	0,280	0,229	0,188	0,181	0,151	0,155	0,131	0,138	0,117
33	0,339	0,273	0,224	0,184	0,177	0,147	0,151	0,127	0,134	0,114
34	0,332	0,267	0,218	0,179	0,172	0,144	0,147	0,124	0,131	0,111
35	0,325	0,262	0,213	0,175	0,168	0,140	0,144	0,121	0,127	0,108
36	0,318	0,256	0,208	0,172	0,165	0,137	0,140	0,118	0,124	0,106
37	0,312	0,251	0,204	0,168	0,161	0,134	0,137	0,116	0,121	0,103
38	0,306	0,246	0,200	0,164	0,157	0,131	0,134	0,113	0,119	0,101
39	0,300	0,242	0,196	0,161	0,154	0,129	0,131	0,111	0,116	0,099
40	0,294	0,237	0,192	0,158	0,151	0,126	0,128	0,108	0,114	0,097

p = nombre de laboratoires à un niveau donné
 n = nombre de résultats d'essai par cellule (voir 7.3.3.3)

Figure 72 : Valeurs critiques pour le test de Cowan - (ISO, 1994)

<i>p</i>	Une plus grande ou une plus petite		Deux plus grandes ou deux plus petites	
	Supérieur 1 %	Supérieur 5 %	Inférieur 1 %	Inférieur 5 %
3	1,155	1,155	—	—
4	1,496	1,481	0,000 0	0,000 2
5	1,764	1,715	0,001 8	0,009 0
6	1,973	1,887	0,011 6	0,034 9
7	2,139	2,020	0,030 8	0,070 8
8	2,274	2,126	0,056 3	0,110 1
9	2,387	2,215	0,085 1	0,149 2
10	2,482	2,290	0,115 0	0,186 4
11	2,564	2,355	0,144 8	0,221 3
12	2,636	2,412	0,173 8	0,253 7
13	2,699	2,462	0,201 6	0,283 6
14	2,755	2,507	0,228 0	0,311 2
15	2,806	2,549	0,253 0	0,336 7
16	2,852	2,585	0,276 7	0,360 3
17	2,894	2,620	0,299 0	0,382 2
18	2,932	2,651	0,320 0	0,402 5
19	2,968	2,681	0,339 8	0,421 4
20	3,001	2,709	0,358 5	0,439 1
21	3,031	2,733	0,376 1	0,455 6
22	3,060	2,758	0,392 7	0,471 1
23	3,087	2,781	0,408 5	0,485 7
24	3,112	2,802	0,423 4	0,495 4
25	3,135	2,822	0,437 6	0,512 3
26	3,157	2,841	0,451 0	0,524 5
27	3,178	2,859	0,463 8	0,536 0
28	3,199	2,876	0,475 9	0,547 0
29	3,218	2,893	0,487 5	0,557 4
30	3,236	2,908	0,498 5	0,567 2
31	3,253	2,924	0,509 1	0,576 6
32	3,270	2,938	0,519 2	0,585 6
33	3,286	2,952	0,528 8	0,594 1
34	3,301	2,965	0,538 1	0,602 3
35	3,316	2,979	0,546 9	0,610 1
36	3,330	2,991	0,555 4	0,617 5
37	3,343	3,003	0,563 6	0,624 7
38	3,356	3,014	0,571 4	0,631 6
39	3,369	3,025	0,578 9	0,638 2
40	3,381	3,036	0,586 2	0,644 5

Reproduit, avec la permission de l'American Statistical Association, de la référence [4] en annexe C.

p = nombre de laboratoires à un niveau donné

Figure 73 : Valeurs critiques pour le test de Grubbs - (ISO, 1994)

Annexe 7 : Principe de base de la méthode bayésienne

Annexe 7.1 : La vraisemblance

Si l'on considère un échantillon d'observations (y_1, \dots, y_N) et une loi de probabilité P_θ , la vraisemblance permet de quantifier la probabilité que les observations proviennent bien d'un échantillon de la loi P_θ . La vraisemblance, dans le contexte bayésien, s'exprime comme :

$$p(y|\theta) = \prod_{i=1}^N f_{Y_i}(y_i|\theta) \quad (101)$$

Avec :

- f_{Y_i} : la densité de probabilité de la variable aléatoire Y_i
- θ : le vecteur qui comprend les paramètres inconnus de f_{Y_i}

Annexe 7.2 : Distribution à priori

L'approche bayésienne permet d'intégrer toutes les informations connues sur les paramètres θ sans tenir compte des données et ainsi définir une distribution à priori³⁵. Dans le cadre de l'approche bayésienne, et pour un vecteur θ dont les paramètres ont des distributions indépendantes, la distribution à priori est donnée par la relation suivante :

$$p(\theta) = p(\theta_1, \dots, \theta_p) = \prod_{i=1}^p p(\theta_i) \quad (102)$$

Annexe 7.3 : Distribution à posteriori

Sur base du théorème de Bayes, la densité de probabilité à posteriori s'exprime comme :

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta) p(\theta)}{\int p(y|\theta) p(\theta) d\theta} \quad (103)$$

Dans cette expression, le dénominateur semble complexe à évaluer. Cependant, le paramètre θ disparaît puisqu'il s'agit de la variable d'intégration et les données y sont connus et fixées. Le dénominateur est donc une constante et l'équation 103 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta) \quad (104)$$

Cette propriété de proportionnalité sera utilisée pour la mise en place d'une méthode qui permettra de décrire indirectement la distribution à posteriori au lieu de la représenter graphiquement.

³⁵ Le fait de ne pas tenir compte des données à cette étape est extrêmement important, le cas contraire amènerait à une sous-évaluation importante des incertitudes.

Annexe 8 : Simulateurs de Monte Carlo par Chaînes de Markov (MCMC)

Lorsqu'une distribution semble trop compliquée pour directement générer des réalisations, la génération se fera de manière indirecte à l'aide d'un simulateur MCMC. Ce simulateur va visiter l'espace des paramètres par des sauts successifs. Le paramètre généré à la suite de chaque saut sera accepté ou rejeté en fonction du ratio entre la valeur du paramètre généré et la valeur du paramètre précédent.

Annexe 8.1 : L'algorithme de Metropolis

L'algorithme de Metropolis est un exemple courant de simulateur MCMC. Cet algorithme se décompose selon les étapes suivantes :

- Choix du point de départ et de la matrice de covariance. Cette matrice va générer l'orientation et la taille de chaque saut.
- Pour un nombre fixé de cycles :
 - Générer un nouveau candidat θ^* à partir d'une distribution symétrique centrée sur le paramètre actuel θ^{i-1} dont la covariance est fixée par la matrice de covariance
 - Calculer le ratio entre la nouvelle et l'ancienne valeur de la densité à posteriori³⁶ :

$$\tau = \frac{p(\theta^*|\mathbf{y})}{p(\theta^{i-1}|\mathbf{y})}$$
 - Si le ratio est supérieur à 1, le saut est vers le haut, le nouveau candidat est accepté et la chaîne se déplace sur ce nouveau candidat. A l'inverse, s'il est inférieur à 1, le candidat est accepté si la valeur du ratio est supérieure à un tirage aléatoire entre 0 et 1. Sinon, la chaîne reste en position.

Annexe 8.2 : Points d'attention

Les simulateurs MCMC présentent des points à étudier avant de valider la simulation :

- **La convergence** peut potentiellement arriver tard dans la simulation. Cela est dû à un mauvais choix de point de départ. Si le point de départ est situé dans une zone où la densité à posteriori est faible, la simulation aura besoin d'un nombre plus ou moins conséquent d'itération avant de passer dans une zone où la densité à posteriori est plus élevée. Le « brûlage » permet d'ignorer le début des itérations.

³⁶ C'est dans le calcul de ce ratio que la propriété de proportionnalité est intéressante puisque la constante de proportionnalité se simplifie

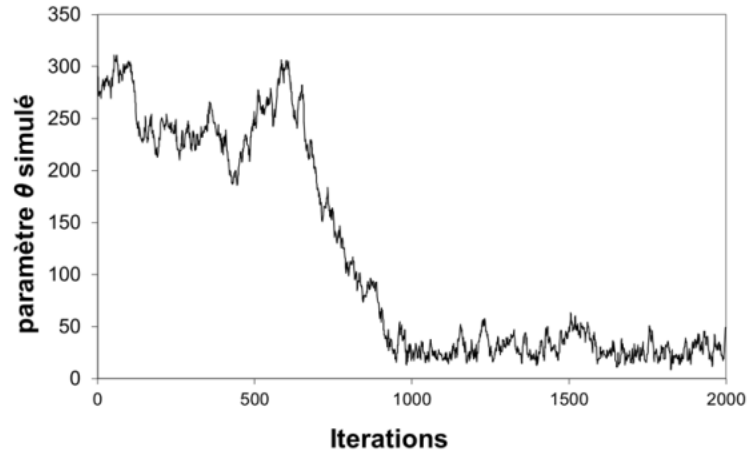


Figure 74 : Simulation MCMC proposant une convergence tardive

- **La taille des sauts** influe grandement sur le temps nécessaire pour visiter l'espace des paramètres. Des sauts trop petits conduiront à une acceptation quasi systématique du candidat puisque le ratio sera très proche de 1. A l'inverse, les sauts trop grands conduiront à un rejet quasi systématique. Il est donc judicieux de fixer un taux d'acceptation qui déterminera s'il est nécessaire de recommencer la simulation ou non.

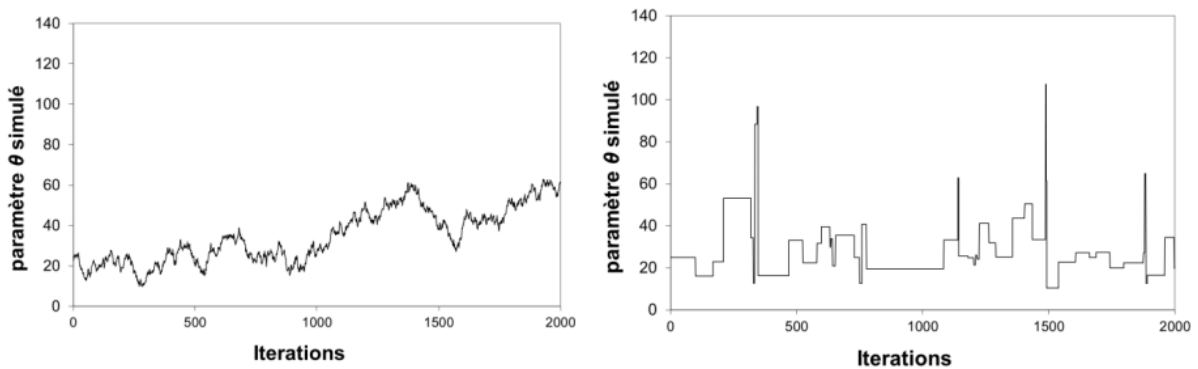


Figure 75 : Simulation MCMC proposant une taille de saut trop petite (à droite) ou trop grande (à gauche)

Annexe 8.3 : L'algorithme de BaRatinAGE

L'algorithme implémenté dans BaRatinAGE correspond à un algorithme de Metropolis sur le fonctionnement global. Cependant, l'algorithme de BaRatinAGE propose les adaptations suivantes :

- Le nombre de cycle est fixé à 100.
- Dans chaque cycle, la variance de saut sera adaptée 100 fois.
- Si le taux d'acceptation sur la composante d du vecteur des paramètres θ est inférieur à 0,1, la variance de saut est multipliée par 0,9.
- Si le taux d'acceptation sur la composante d du vecteur des paramètres θ est supérieur à 0,5, la variance de saut est multipliée par 1,1.
- L'introduction d'un facteur de brûlage égal à 0,5. C'est-à-dire que la première moitié des simulations est effacée.
- Un affinage est effectué après le brûlage et une valeur sur 10 est conservée.

Ces valeurs par défauts³⁷ permettent de générer 10.000 simulations qui seront réduites à 500 simulations après brûlage et affinage.

³⁷ Ces valeurs peuvent être modifiées mais les auteurs estiment qu'elles devraient convenir dans la grande majorité des cas.

Chapitre 9 : Références

Atmane, D. 2012. *Les essais interlaboratoires en hydrométrie : analyse des campagnes de mesures réalisées et amélioration du protocole.* s.l. : Université de Nancy, 2012.

Blanquart, B. 2003. *Estimation des incertitudes des débits calculés à partir des relations hauteur/débit.* s.l. : Compagnie Nationale du Rhône, 2003.

Bompart, P. et Hauet, A. 2015. FloodScale vu par la CNR et EDF-DTG. *Floodscale Irstea.* [En ligne] 24 novembre 2015. [Citation : 22 mai 2019.] <https://floodscale.irstea.fr/donnees/seminaire-de-restitution-floodscale-24-11-2015-aix-en-provence/temoignage-edf-cnr>.

Cowan, W.L. 1956. *Estimating hydraulic roughness coefficients.* s.l. : Agricultural Engineering, 1956.

Despax, A. 2016. *Incertitude des mesures de débit des cours d'eau au courantomètre. Amélioration des méthodes analytiques et apports des essais interlaboratoires.* 2016.

Despax, A., et al. 2016. *Considering sampling strategy and cross-section complexity for estimating the uncertainty of discharge measurements using the velocity-area method.* s.l. : Journal of Hydrology, 2016.

Despax, A., et al. 2016. *Inter-Laboratory comparison of discharge measurements with Acoustic Doppler Current Profilers.* 2016.

Dickison, W.T. 1967. *Accuracy of discharge determinations : Hydrology Papers.* s.l. : Colorado State University, 1967.

Dramais. 2011. *Quantification des incertitudes d'un jaugeage par profileur acoustique à effet Doppler.* Saint-Etienne : CNAM, 2011.

Dramais, G. 2011. *Quantification des incertitudes d'un jaugeage par profileur acoustique à effet Doppler.* 2011.

Dramais, G., Blanquart, J. et Le Coz, J. 2011. *Comparaison de méthodes de mesure du débit des petits cours d'eau. Journées d'intercomparaison des 17 et 18 mai 2011.* s.l. : IRSTEA, 2011.

Dubreuil, P. 1968. *Les conceptions nouvelles dans le domaine du limnigraphe en 1968.* s.l. : Service Hydrologie de l'ORSTOM, 1968.

EPL-GCE. 2013. Didacticiel hydraulique appliqué. *UCLouvain.be.* [En ligne] 2013. [Citation : 05 juin 2019.] https://sites.uclouvain.be/didacticiel-hydraulique/Lecons/Lecon_V_4/Lecon_V_4.html.

Forray, N., et al. 1998. *Charte Qualité de l'hydrométrie - Code de bonnes pratiques.* 1998.

Herschey, R.W. 1975. *The accuracy of existing and new methods of river gauging.* s.l. : University of Reading, 1975.

—, 1971. *The magnitude of errors at flow measurement stations* : Water Resources Board. s.l. : Reading Bridge House, 1971.

ISO. 2007. *ISO 1088 - Hydrometry - Velocity-area methods using current-meters - Collection and processing of data for determination of uncertainties in flow measurement.* 2007.

—, 2005. *ISO 13528 : translation of previous results in terms of measurement uncertainty.* 2005.

—, 2010. *ISO 21748 : determination of the uncertainty associated with the average flow rate calculated from all participants.* 2010.

—, 1994. *ISO 5725-1 : Determination of the uncertainty associated with the repeatability and reproducibility estimates.* 1994.

—, 1994. *ISO 5725-2 : quantification of the performance of a measurement technique in terms of repeatability and reproductibility.* 1994.

—, 2009. *ISO 748 - Hydrometry - measurement of liquid flow in open channels using current-meter or floats.* 2009.

JCGM. 2008. *Evaluation des données de mesure - Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure.* s.l. : Joint Committee for Guides in Metrology, 2008.

—, 2012. *Vocabulaire international de métrologie - Concepts fondamentaux et généraux et termes associés.* s.l. : Joint Committee for Guides in Metrology, 2012.

Le Coz, J., et al. 2013. *Analyse bayésienne des courbes de tarage et de leurs incertitudes : la méthode BaRatin.* s.l. : La Houille Blanche, 2013.

Le Coz, J., et al. 2014. *Quantification des incertitudes sur les jaugeages par exploration du champ des vitesses - Méthode Q+.* 2014.

Le Coz, J., et al. 2012. *Uncertainty in open-channel discharges measured with the velocity area method.* s.l. : Flow Measurements and Instrumentation, 2012.

Le Coz, J., Pierrefeu, G. et Sayset, G. 2008. *Mesures hydrologiques par profileur Doppler.* s.l. : Editions Quae, 2008.

Lee, K., Ho, H. et Muste, M. 2014. *Uncertainty in open channel discharge measurements acquired with StreamPro ADCP.* s.l. : Journal of Hydrology, 2014.

Muste, M. 2009. *Guideline for the assessment of uncertainty of hydrometric measurements.* s.l. : WMO (World Metrological Organisation), 2009.

Muste, M., et al. 2012. *Standardized uncertainty analysis for hydrometry : a review of relevant approaches and implementation examples.* s.l. : Hydrological Science Journal, 2012.

Oberg, K. et Mueller, D. 2007. *Validation of streamflow measurements made with ADCP.* s.l. : USGS, 2007.

Olivier, A., et al. 2008. *Incertitudes des mesures de débit réalisés à l'ADCP*. s.l. : Mesures hydrologiques et incertitudes, 2008.

Perret, C., et al. 2017. *Charte Qualité de l'hydrométrie - Code de bonnes pratiques*. s.l. : Ministère de l'Environnement, de l'Energie et de la Mer, 2017.

Perret, C., T., Morlot et Favre, A.-C. 2013. *La gestion dynamique des relations hauteur-débit des stations d'hydrométrie et le calcul des incertitudes associées : un indicateur de qualité et de suivi*. s.l. : La Houille Blanche, 2013.

Pierre, A. 2013. *Métrologie : précision, exactitude, erreur et incertitude*. Aurélien Pierre. [En ligne] 17 novembre 2013. [Citation : 13 mai 2019.] <https://aurelienpierre.com/metrologie-precision-vs-exactitude/>.

Pobanz, K., Le Coz, J. et Pierrefeu, G. 2010. *Intercomparaison ADCP sur le Rhône à l'aval du barrage de Génissiat*. s.l. : Groupe Doppler, 2010.

Sauer, V.B. et Meyer, R.W. 1992. *Determination of error in individual discharge measurements*. s.l. : U.S. Department of the Interior, 1992.

Service Public de Wallonie - DGO3. 2007. *Historique - Aqualim*. *Aqualim*. [En ligne] 06 Février 2007. <http://aqualim.environnement.wallonie.be>.

Slimani, N. 2014. *Validation, qualification de capteurs de hauteur d'eau et étalonnage des hélices à moulinet. Rapport de fin d'études*. s.l. : IUT de Saint-Etienne, 2014.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
École polytechnique de Louvain

Rue Archimède, 1 bte L6.11.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/epl