

Louvain School of Management

Optimisation écologique et économique de la production agricole polyculturelle: le cas des Davids

Auteur : Busselen Martin, Zurstrassen Mathilde
Promoteur(s) : Agrell Per Joakim
Année académique 2019-2020

AVANT-PROPOS

Avant que le lecteur ne se lance dans la lecture de ce mémoire, nous tenions à remercier toutes les personnes sans lesquelles celui-ci n'aurait pas pu voir le jour.

Tout d'abord, il nous semble essentiel de mentionner notre promoteur, le Professeur Per Agrell sans qui, il n'y aurait simplement pas eu de mémoire. Il a su nous aiguiller dans la réalisation de celui-ci et nous conseiller lorsque nous avons des doutes quant à la méthodologie à suivre. Ses connaissances irréfutables en gestion de productions et opérations nous ont fortement éclairés et permis d'avancer lorsque nous rencontrions des obstacles.

Nous aimerions également remercier toutes les parties prenantes du domaine agricole des Davids : Sophie Le Clercq, Clemence de Bellefroid, Yael Lloret, Gilles Hardouin, Laurent Bouvier et Catherine Aragnole. Ils ont su se montrer disponibles quand nous en avons eu besoin : que ce soit par mail ou en rendez-vous physiques, chacun a contribué à ce que nous ayons toutes les informations nécessaires à ce projet.

Pour finir, nous tenions à remercier de tout cœur nos proches : que ce soit en ayant relu notre mémoire ou simplement en nous ayant motivés et épaulés pendant cette période, ils ont contribué à sa réalisation. Familles et amis, ils nous ont soutenus depuis le début de notre parcours éducatif et ce jusqu'à cette dernière étape : le mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

1. INTRODUCTION	1
1.1. Question de recherche	4
1.2. Approche méthodologique	5
1.3. Limites	6
2. METHODOLOGIE.....	9
2.1. Supply Chain Planning	9
2.2. Incertitude : stochastique VS déterministe.....	10
2.3. Planification agricole grâce à la programmation linéaire	11
2.3.1. Introduction générale à la programmation linéaire	11
2.3.2. Linear Programming	12
2.3.3. Integer Programming	16
2.3.4. Non Linear Programming	17
2.3.5. Mixed Integer Linear Programming	18
2.3.6. Les modèles	23
2.3.7. Planification agricole	27
2.4. La polyculture au centre du problème	29
2.5. Synthèse	31
3. MODELE.....	33
3.1. Présentation du cas	33
3.2. Premier Modèle : Utilisation des récoltes comme des données	37
3.2.1. Hypothèses.....	37
3.2.2. Indices.....	39
3.2.3. Paramètres	40

3.2.4.	Variables	41
3.2.5.	Contraintes	42
3.2.6.	Fonction objectif.....	45
3.2.7.	Récapitulatif : Modèle	45
3.3.	Deuxième Modèle : Utilisation des récoltes comme une variable	45
3.3.1.	Hypothèses	46
3.3.2.	Indices.....	49
3.3.3.	Paramètres	50
3.3.4.	Variables	50
3.3.5.	Contraintes	51
3.3.6.	Fonction objectif.....	53
3.3.7.	Récapitulatif	53
4.	APPLICATION	55
4.1.	Application Modèle 1	55
4.1.1.	Résultats et analyse.....	55
4.1.2.	Analyse de sensibilité	58
4.1.3.	Validation par l'organisation	62
4.1.4.	Décisions Managériales.....	62
4.1.5.	Limites	63
4.2.	Application Modèle 2	64
4.2.1.	Résultats et analyse.....	64
4.2.2.	Analyse de sensibilité	67
4.2.3.	Validation par l'organisation	69
4.2.4.	Décisions managériales	69
4.2.5.	Limites	70
5.	CONCLUSION ET PISTES D'AMELIORATION	72

5.1.	Contribution managériale	73
5.2.	Contribution théorique	73
5.3.	Critique	74
6.	BIBLIOGRAPHIE.....	75
7.	ANNEXES.....	78

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 1 - Représentation graphique de l'ensemble des solutions possibles d'une programmation linéaire	13
Figure 2 - Coût fixe (Bradley, S. P., Hax, A. C., Magnanti, T. L., 1977, p. 282)	19
Figure 3 - Arbre de décision	21
Figure 4 - Arbre de décision appliquée à un exemple du Knapsack Problem.....	22
Figure 5 - Bill Of Material Les Davids.....	34
Figure 6 - Process des Davids	35
Figure 7 - Branch-and-Bound Algorithm (Pochet & Wolsey, 2006)	78

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 1 - Prix Dual exemple Producteur de vin	15
Tableau 2 - Exemple appliqué du problème du sac à dos : données	21
Tableau 3 - Résultats du modèle 1	55
Tableau 4 - Pourcentage de la demande non satisfaite par le modèle 1	57
Tableau 5 - Prix dual des contraintes de main d'œuvre et de production pour la période t ..	59
Tableau 6 - Comparaison allocation 2019 avec résultats du modèle 2	65
Tableau 7 - Changements dans les résultats du modèle 2 si ajout de M.O. maraicher	68
Tableau 8 - Décomposition de la fonction objectif pour le modèle 2	70

1. INTRODUCTION

Les jeunes marchent pour le climat, les foyers commencent à responsabiliser leurs achats et leur mode de vie, le monde entier commence à fuir cette consommation de masse dans laquelle le capitalisme nous a enlisés depuis des années.

Cette consommation est trop souvent réduite à sa signification littérale mais consommer ne se résume pas qu'à la nourriture ou aux achats abusifs mais bien à tout ce qu'a fait l'être humain depuis la dernière révolution industrielle. Nous avons consommé chaque ressource possible aveuglés par l'appât du gain sans réfléchir aux conséquences et au coût futur qu'aurait cette prospérité immédiate.

Le système dans lequel nous vivons n'est plus viable, non seulement par la rareté des ressources mais aussi de son fondement même : il ne fonctionne pas. Chaque jour, près de 4500 kilocalories par habitant sont produites alors que près d'un milliard d'habitants sont sous alimentés (De Schutter, 2014). Le problème n'est donc pas seulement la production mais aussi la distribution, la nourriture ne va pas aux personnes qui ont faim et plus d'un tiers va être gaspillé à un moment de la chaîne alimentaire (Dufumier, 2014), que ce soit en amont lors de la production, du stockage, ... où 54% du gaspillage est réalisé ou en aval lors de la distribution, transformation et consommation (Gittus, 2014).

En coupant cette chaîne et en retournant à des circuits courts, cela permettrait de diminuer ce taux.

Les circuits longs et le modèle économique qu'ils impliquent ont eu leur période de gloire mais sont aujourd'hui dépassés : il ne faut plus seulement réfléchir en termes monétaires mais inclure les coûts écologiques que cela implique, la terre est limitée et les ressources doivent être protégées, voir même régénérées, là où le système actuel ne fait que consommer et polluer. (Cellier, Bethenod, Castell, & Germon, 2008)

Mais l'être humain ne se contente pas que de polluer et consommer, il détruit aussi.

En effet, la crise climatique que nous vivons n'est que la pointe de l'iceberg et témoigne de crises profondément ancrées comme la diminution conséquente de la masse des glaciers et la montée des eaux associée, l'érosion des récifs coralliens ou encore l'extinction de la biodiversité (Jeandel & Mosseri, 2017).

Cette dernière, particulièrement forte est même considérée par certains experts comme pire que le changement climatique. En effet, la biodiversité périclité et les défis liés à celle-ci sont plus grands que l'atténuation des effets dus à la hausse des températures. Cette crise est le résultat du changement climatique mais surtout d'une domination humaine sur des ressources planétaires (University of Copenhagen, 2012). Cette domination a induit une disparition de masse de la faune et de la flore causée par le non-respect des cycles naturels de ces habitats à travers la destruction entière d'écosystèmes, l'utilisation intensive de produits chimiques nocifs ou encore à travers la production continue de monocultures empêchant la terre de se régénérer naturellement (Féral & Tatoni, 2017).

Tout ce processus s'est accéléré avec l'arrivée de l'agriculture à grande échelle : la tomate n'est plus une partie d'un potager qui regorge de vitamines, mais elle pousse désormais par milliards et est gorgée de pesticides. La consommation grandissante, la compétition se renforçant, seules les entreprises répondant à la demande toujours plus grande résistent. Pour survivre, il faut dès lors avoir non seulement les ressources mais surtout de faibles coûts pour assurer un prix moindre. C'est là que les grandes entreprises, les producteurs de masse gagnent leur avantage face aux petits agriculteurs.

Un des problèmes majeurs de cette course contre les coûts est la monoculture. Cette dernière permet au producteur de ne répondre qu'aux besoins d'une seule culture là où la polyculture génère des coûts pour chaque culture (différentes méthodes de récolte, d'entretien, différentes machines, ...) et diminue donc la possibilité d'économie d'échelle.

Malheureusement ces gains de productivité se font au détriment de l'écosystème de la planète. La monoculture va à l'encontre des cycles naturels et engendre de graves conséquences sur cet éco-système. En effet, la nature est évolutive : pendant plus de 3,8 milliards d'années elle s'est améliorée et a créé des organismes survivant à des milieux

complètement différents, et s'est adaptée à tous les changements. Or la monoculture n'est pas naturelle, et empêche la nature d'exercer son contrôle à travers, par exemple, les insectes qui assurent la diversité des plantes et donc la diversité des bienfaits apportés au sol.

Comme tous ces protecteurs « naturels » sont éliminés, ils sont remplacés par des produits chimiques néfastes comme les herbicides, pesticides, insecticides, ... On ne dépeint plus aujourd'hui leurs effets négatifs : risque sur la santé du consommateur, traces endommageant les sols, écoulement des eaux et prolifération des algues détruisant l'écosystème aqueux, pollution environnementale, ... (Edwards, *Environmental pollution by pesticides*, 2013) La nature s'adaptant continuellement, elle développe des résistances à ces produits, ce qui pousse les producteurs à utiliser des substances de plus en plus toxiques.

Outre l'utilisation excessive de ces produits, la monoculture dégrade fortement les sols et leur qualité. En éliminant les cultures naturelles, les producteurs détruisent des nutriments essentiels au développement des sols ainsi que les protections naturelles face aux conditions météorologiques comme la pluie et le vent. Au fil du temps, la terre agricole devient inutilisable. (Shiva, 1993)

Enfin, ces cultures, étant produites dans un but d'économies d'échelle, deviennent comparables à de réelles usines et nécessitent une quantité d'eau non-négligeable ainsi qu'une utilisation de combustibles fossiles catastrophique pour l'environnement (Open Permaculture Magazine, 2018).

C'est la société elle-même qui a conduit les agriculteurs et entreprises à se tourner vers de telles pratiques destructrices. Il est difficile pour un petit agriculteur de survivre face à la pression de la globalisation et aux exigences du capitalisme prônant la productivité à coûts moindres et les économies d'échelles (Bowles, Edwards, Roosevelt, & F., 2005).

Or le retour à une agriculture de qualité, biologique, ou en permaculture sont des tendances émergentes en réponse à ces grandes problématiques de la monoculture, de l'usage intensif de produits chimiques et de la destruction conséquente de la biodiversité.

Ce retour à l'agriculture à taille humaine se heurte à la difficulté du modèle économique capitalistique (Berthelot, 2001).

Il est difficile d'allouer des terres pour les meilleures productions lorsqu'on s'intéresse à une plus petite échelle : il existe très peu d'outils à disposition des petits agriculteurs leur permettant d'optimiser leurs productions afin de gagner un avantage face aux plus grands producteurs.

Acquis en 2000, le Domaine des Davids, ancienne terre exploitée uniquement pour l'oviculture et en pâtures, s'est converti en 2007 à l'agriculture biologique, dans une démarche de polyculture destinée à l'approvisionnement des villages et marchés voisins.

Rapidement la viticulture a pris le pas sur les autres cultures, en raison de la qualité du vin produit sur ces terres, tout en gardant la polyculture au centre du projet. Cette diversité enrichit le terroir et permet l'existence d'une grande biodiversité, avec peu de maladies pour les végétaux. Néanmoins l'équilibre financier est loin d'être atteint et se pose la question aujourd'hui de la plus profitable allocation des ressources à la meilleure rentabilité, tout en maintenant les contraintes qui sont un minimum de diversité, donc une variété de cultures.

Multiplier les cultures engendre une démultiplication des coûts d'exploitation et des qualifications, qui engendre ensuite une nécessité d'obtenir un seuil de rentabilité par activité.

Souvent, l'agriculteur n'est pas mathématicien et les problèmes quotidiens viennent remplacer les espérances d'amélioration à long terme qu'un tel modèle économique optimal pourrait permettre à travers la planification agricole ou rurale.

Celle-ci a pour but d'optimiser la production agricole tout en respectant différents principes essentiels : la production de denrées agricoles, la protection de l'environnement et le respect des zones rurales et de leur structure socio-économique à travers une mise en avant des circuits courts et des petits producteurs. (Fleury & Mollard, 1978)

1.1. Question de recherche

L'objet de ce mémoire serait donc l'élaboration d'un outil décisionnel permettant, à partir des coûts liés à la culture des différents légumes et fruits, et de leurs prix de vente, de déterminer le mix idéal pour une profitabilité maximale tout en garantissant la biodiversité et le respect de l'environnement en se basant sur l'exemple des Davids dont la philosophie et la situation sont en accord avec les enjeux actuels.

Ce modèle décisionnel devrait être reproductible et surtout accessible aux jeunes agriculteurs souhaitant s'implanter dans le respect du développement durable.

Ce mémoire devra répondre à la question suivante : « Comment allouer les différentes récoltes d'un terrain agricole comme les Davids dans le Sud de la France, dans un but de pérennité économique mais également écologique en tenant compte de la nécessité d'une polyculture pour la qualité de la terre ? » tout considérant la réalité des agriculteurs.

1.2. Approche méthodologique

Pour ce mémoire-projet, nous avons réalisé deux modèles : le premier a pour objectif d'optimiser l'utilisation des récoltes de l'année dernière afin d'estimer le bénéfice qu'aurait pu tirer le domaine des Davids. Pour simplifier, ce premier modèle répond à la question : « sur les 100 kilos de prunes récoltées, quelle quantité sera vendue en frais et quelle quantité sera utilisée pour faire de la confiture ? ». Le deuxième modèle englobe le premier en allant plus loin : nous ajoutons la possibilité de revoir une partie de l'allocation des terres agricoles afin d'obtenir des récoltes qui seront mieux valorisées par le premier modèle.

Pour ce faire, une quantité importante de données a été récoltée directement auprès du domaine : une visite sur place le 30 septembre 2019 nous a permis de nous entretenir avec les protagonistes de la gestion du domaine. Parmi eux se trouvent Sophie Le Clercq, propriétaire du domaine, Clémence de Bellefroid, responsable de la production et des ventes du Domaine, Yaël Lloret, comptable responsable, Gilles Hardouin, chef cuisinier responsable de la cuisine et des productions conserverie sur place et enfin Laurent Bouvier, responsable du maraichage. Le reste des échanges se sont faits à travers des rendez-vous avec les représentants se trouvant en Belgique (Sophie Le Clercq, Yaël Lloret et Clémence de Bellefroid) le 10 mai 2019 pour la réception des données et le 21 novembre 2019 pour la vérification des données regroupées mais également par mails. Des données secondaires ont ainsi été récoltées dont la véracité ne peut être remise en cause.

Avant de commencer ce mémoire, nous avons établi différentes hypothèses. Pour commencer, ce mémoire se base sur une approche normative : nous considérons que les

membres de l'organisation des Davids sont des personnes rationnelles et appliqueront nos recommandations parce qu'ils veulent améliorer leurs résultats.

Ensuite, ce mémoire est réalisé en se basant sur le postulat que les résultats amélioreront la situation actuelle mais qu'il faut trouver ces dits-résultats à mettre en place par l'entreprise.

Ce modèle, se voulant reproductible, sera le plus simple possible pour permettre à d'autres agriculteurs dont la situation est semblable de le reproduire. Dès lors, ce mémoire a été réalisé en respectant une hypothèse de simplicité permettant l'accessibilité à tout-un-chacun.

Une première idée fût d'opter pour un modèle déterministe. La complexité d'un modèle stochastique serait difficilement applicable dans notre cas pour les raisons suivantes: difficilement reproductible à d'autres cas, les risques agricoles sont très difficilement quantifiables (sangliers, maladies, météo), le changement climatique rend ces risques encore moins prédictibles (il gèle à une période durant laquelle il n'a jamais gelé puis la semaine d'après il y a une canicule, ...).

1.3. Limites

Il existe évidemment des limites à cette approche. Tout d'abord, la récolte et le tri des données met énormément de temps et la source étant l'organisation même, la pertinence pourrait être questionnée. Cependant, avec notre approche normative et notre hypothèse de rationalité, on estime que l'organisation ne va pas falsifier les données. Or, nous avons bien souvent fait face au même problème : l'élaboration du modèle requiert des informations d'un niveau de détail trop avancé ou certaines informations essentielles au bon fonctionnement du modèle sont difficilement chiffrables. Dans cette situation, notre stratégie est de déduire ces informations en partant d'un niveau d'informations moins élevé et disponible, en considérant que l'entreprise agit toujours de manière à optimiser sa rentabilité financière, sans toutefois négliger les autres paramètres (polyculture, réalisme du modèle ...). Les informations que nous déduisons sont systématiquement validées par Sophie Le Clercq. Pour prendre l'exemple le plus parlant, l'estimation du temps de travail nécessaire pour produire une telle quantité d'un tel produit est déduite des fiches de traçabilités. Ces fiches indiquent, pour chaque lot de production, le nombre d'heures prestées par le cuisinier. En partant de ces informations, nous avons estimé le temps de travail par unité de produit ainsi qu'un temps d'activation fixe (*setup time*) pour lancer la production. Nous ne prenons bien évidemment

pas cette décision seulement à partir des chiffres, il est souvent nécessaire d'en discuter avec la personne compétente du domaine des Davids ; dans le cas du temps de travail, nous avons pris cette décision avec le cuisinier.

C'est d'ailleurs là que réside tout l'intérêt de ce modèle : bien souvent, tout n'est pas qu'une question de chiffres et d'équations, mais c'est ainsi que fonctionne un modèle d'optimisation et c'est notre travail d'estimer ces chiffres afin de rendre une image aussi proche de la réalité que possible.

Concernant le choix de modèle, un modèle déterministe ne prendra pas en compte les risques agricoles et ne reflètera pas la réalité à cent pourcents. Nous sommes donc bien conscients que même en appliquant à la lettre la solution optimale trouvée en résolvant le modèle, les résultats et les bénéfices réels en fin d'année seront probablement différents de ceux prédits par le modèle. L'objectif du modèle n'est pas de faire un bilan financier détaillé de l'entreprise mais plutôt de décomposer sa *supply chain* pour mettre en lumière certaines failles et proposer de meilleures alternatives.

Pour finir, la création d'un tel modèle peut être résumée à un compromis entre un certain niveau de restriction et un certain niveau de liberté définis. En effet, il serait aberrant de laisser le modèle produire uniquement les trois produits les plus rentables en quantités astronomiques : il ne serait pas envisageable de vendre de si grandes quantités et le domaine des Davids souhaite sauvegarder sa biodiversité et offrir une certaine largeur de gamme. Il est donc nécessaire d'ajouter des contraintes pour empêcher un tel comportement. Ces contraintes vont être, pour la plupart, dérivées de la production et des ventes de l'année passée. À l'inverse, il ne serait pas non plus souhaitable de rendre ces contraintes trop restrictives parce que notre modèle nous proposerait alors de reproduire exactement le même schéma. Le modèle a pour objectif de mettre le doigt sur des failles à corriger et des opportunités à saisir. Dans cet objectif, il faut lui laisser une certaine marge de manœuvre définie et limitée. Ce compromis est essentiel et fut l'objet de nombreuses discussions au sein du binôme et avec Sophie Le Clercq. La construction progressive de notre modèle était axée sur ce compromis et suit le processus suivant : le modèle est testé petit à petit, nous vérifions les résultats proposés, nous les comparons avec l'année précédente et vérifions si ces

résultats sont réalistes. S'ils ne le sont pas, nous améliorons le modèle en rectifiant ce qui doit l'être. Une fois que nous estimons que les résultats sont réalistes, nous les faisons valider par Sophie Le Clercq et le modèle est achevé.

2. METHODOLOGIE

L'objectif de ce chapitre est de présenter les concepts mathématiques et théoriques qui servent de fondation à l'élaboration de nos deux modèles d'optimisation.

Après une brève introduction sur la planification et la prise de décisions, le choix d'un modèle déterministe sera justifié par le développement de celui-ci. Puis la programmation sera introduite ainsi que ses diverses variantes et les différents algorithmes nécessaires à leur résolution. Certains modèles de référence dans le domaine de la planification de production sont ensuite expliqués.

La polyculture étant un élément essentiel à ce projet, les différentes cultures seront présentées : l'arboriculture, la viticulture et le maraichage. Cet apport est important pour que notre modèle colle à la réalité des agriculteurs.

Enfin, une synthèse sera présentée ainsi que la direction vers laquelle ce mémoire s'oriente et les choix théoriques.

2.1. Supply Chain Planning

La planification est un outil essentiel à la prise de décisions des managers. C'est ce qui va la permettre et la justifier (Pochet & Wolsey, 2006). Son intérêt est d'organiser toute la chaîne de production d'une entreprise, de la taille des lots à la planification précise de ceux-ci. Tout cela en optimisant les bénéfices et la satisfaction du client.

A contrario, la planification de la chaîne d'approvisionnement se concentre sur toute la chaîne ; de l'achat des matières premières jusqu'à la livraison du produit fini au client.

La planification et la prise de décisions associée ont lieu à différents niveaux hiérarchiques dépendant de l'horizon temporel qu'elles impactent. Des décisions peuvent être stratégiques, tactiques ou opérationnelles. Les décisions stratégiques auront des impacts sur le long terme (ex : localisation d'une usine, allocation d'une plantation, ...), les décisions tactiques auront un impact sur le moyen terme (l'utilisation de la main d'œuvre, ...) et pour finir, les décisions opérationnelles concernent surtout le court-terme (décisions au jour le jour, surveiller la production des ressources, la modifier, ...). Dans la plupart des cas, la planification de la chaîne

de production répond à des problèmes tactiques et/ou opérationnels, ayant donc un impact à court et/ou moyen terme.

Cette planification se base sur un compromis entre maximisation du bénéfice, optimisation de la gamme, respect de certaines contraintes et autres buts spécifiques à chaque entreprise. Tout cela est exprimé à travers un modèle mathématique qui dans la plupart des cas de planification de la production est appelé « Mixed Integer Linear Programming » (MILP) que nous présenterons plus loin dans ce chapitre.

2.2. Incertitude : stochastique VS déterministe

Avant d'introduire la programmation, il est essentiel de présenter les deux types de modèles fondamentaux : la programmation stochastique et la programmation déterministe. Dans ce mémoire, nous nous concentrerons sur cette dernière. (Louvain School of Management, 2019) Un modèle déterministe aura une solution optimale complètement déterminée en fonction de ses paramètres. À l'inverse, dans un modèle stochastique, la solution optimale sera un ensemble de possibilités en fonction de différents scénarios. Ce dernier prend en compte le caractère hasardeux de différents éléments. Ces modèles sont plus compliqués à réaliser puisqu'ils incluent les différents risques, leurs probabilités et leurs conséquences.

L'incertitude étant un élément certes présent dans le milieu agricole mais non déterminant dans la prise de décisions, le modèle déterministe semble être la meilleure direction à prendre. En effet, les risques rencontrés dans le milieu agricole sont aujourd'hui trop complexes à quantifier que ce soit du point de vue climatique (grêle, sécheresse, ...) où le changement climatique rend la probabilité de risques incalculable (les saisons s'inversent, il peut grêler, et le lendemain faire 35 degrés en mai comme en octobre, ...) ou des risques liés à d'autres événements indépendants de la volonté humaine (maladies, ...).

Ce choix va nous permettre d'avoir une réponse claire et optimale pour l'allocation des terres agricoles et la valorisation des récoltes.

De plus ces solutions pourront être réfléchies et adaptées : si une région X n'est pas propice à planter le légume Y, il adaptera les contraintes et données.

2.3. Planification agricole grâce à la programmation linéaire

2.3.1. Introduction générale à la programmation linéaire

La programmation linéaire est un modèle d'optimisation principalement développé pendant la Seconde Guerre mondiale. (Haidar, 2015) Cette approche a permis de réduire les coûts pour l'armée et augmenter les pertes de l'ennemi.

En recherche opérationnelle, l'optimisation consiste à découvrir le profit maximum et la perte minimum possible pour tout modèle décisionnel.

La prise de décision est alors soutenue par des techniques quantitatives : lorsqu'il existe un nombre incommensurable de solutions, une telle approche permet de réduire ce nombre aux meilleures choix possibles uniquement. Selon Robert Dorfman et Paul Samuelson ; la programmation linéaire est avant tout une méthode décisionnelle permettant de réaliser les meilleurs objectifs considérant la situation donnée où les ressources sont limitées. Ainsi, c'est effectivement une technique d'optimisation sous contraintes : elle optimise les variables de décision en assurant le respect de certaines contraintes.

A travers cette méthode, de nombreux problèmes peuvent être appréhendés : la programmation efficace d'horaires et d'équipes, l'allocation des ressources pour un hôpital et l'emplacement optimal de celui-ci, l'allocation des ressources agricoles pour un domaine, ...

Cette grande polyvalence est due à la facilité d'adaptation du modèle et de ses contraintes.

La modélisation et, par conséquent, la programmation linéaire sont des outils puissants pour l'analyse de l'environnement qui nous entoure. (Haidar, 2015)

Certains problèmes sont facilement formulables et aisément résolus, très peu de variables et contraintes : c'est ce qu'on appelle des problèmes simples. Les problèmes complexes eux sont plus difficiles à énoncer, formuler.

La démarche de modélisation se déroule en trois étapes (Bierlaire, 2006).

- L'identification de variables de décision, c'est à dire les composantes du système concerné que nous avons la possibilité de modifier pour l'améliorer.
- La fonction objectif est une formule qui sert à déterminer la qualité de la solution trouvée. Nous cherchons donc à maximiser cette fonction si elle représente, par exemple, un bénéfice ou à la minimiser si elle représente un coût.

- Les contraintes liées à la situation (ex : personnel minimum par tranche horaire, capacité de production, nombre d'habitants minimum à couvrir par hôpital, ...) sous forme d'inégalités.

Concernant les problèmes plus complexes, l'utilisation d'un ordinateur sera indispensable pour les résoudre. Il est donc essentiel de comprendre la logique derrière la formulation, résolution et l'interprétation de différents problèmes ; du plus simple au plus complexe. C'est d'ailleurs dans cet ordre-là que les trois premiers types de programmations sont présentées pour finalement nous concentrer sur l'optimisation linéaire à variables discrètes.

2.3.2. Linear Programming

En programmation linéaire, la fonction à optimiser et les contraintes existantes sont linéaires (les variables ne se multiplient pas entre elles). Cela permet de résoudre les problèmes les plus simples et clairement formulés. Ce type de modèle est présenté sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min c^T x \\ \text{tel que } Ax = b \\ x \in R_+^n \end{aligned} \quad [1]$$

Où $\min c^T x$ est la fonction de coûts à optimiser (minimiser dans le cas présent) avec x étant le vecteur de variables de décision, $Ax = b$ sont les contraintes du problème et $x \in R_+^n$ la contrainte de non-négativité des variables de décision.

- *Résolution graphique*

Prenons pour exemple un problème très simple : un producteur de vin dispose d'une tonne de raisins noirs. Il peut produire du vin rouge ou du vin rosé. La bouteille de vin rouge se vend à 17 euros et celle de rosé se vend à 13 euros. Le coût de vinification d'une bouteille de rouge est de 10 euros et le coût de vinification d'une bouteille de rosé est de 7 euros. Cependant, sa capacité de production le limite à 600 bouteilles de vin rouge et 800 bouteilles de vin rosé. Le processus de mise en bouteille et d'étiquetage demande 2 minutes pour une bouteille de vin

rouge et 1 minute pour une bouteille de vin rosé et notre vinificateur dispose de 1400 minutes au maximum pour ce processus.

Combien doit-il produire de bouteilles de vin rouge et de vin rosé pour maximiser son profit en sachant qu'un kilogramme de raisins suffit à produire une bouteille ?

Le modèle sera le suivant :

$$\max(17 - 10) * x_1 + (13 - 7) * x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 \leq 600$$

$$x_2 \leq 800$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Un tel problème peut être résolu graphiquement car il comporte seulement deux variables de décision x_1 et x_2 . Pour ce faire, il faut tracer un graphique à deux dimensions x_1 et x_2 qui représente l'ensemble des solutions possibles. Cet ensemble de solutions doit donc être délimité par des contraintes linéaires. Il faut tracer une droite pour chaque contrainte, au-delà de chaque droite, la solution (x_1, x_2) n'est plus une solution possible du problème posé puisqu'elle viole une contrainte.

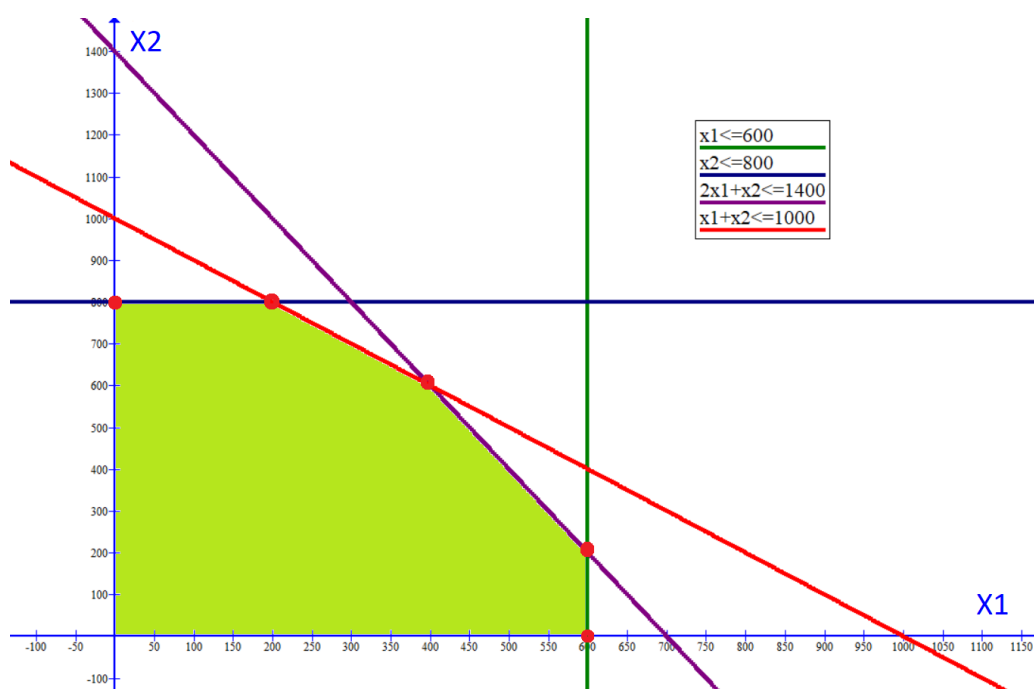


Figure 1 - Représentation graphique de l'ensemble des solutions possibles d'une programmation linéaire

La zone verte dans la figure 1 représente l'ensemble des solutions possibles telles qu'elles sont définies par les contraintes, la solution optimale doit donc impérativement se trouver dans cette zone.

Le but étant de maximiser la fonction objectif et les coefficients des deux variables de décision étant positifs dans cette dernière, la solution optimale se trouve dans un des angles du polygone formé par les contraintes. Il suffit alors de calculer la valeur que prend la fonction objectif (le profit) pour chaque couple de coordonnées x_1 , x_2 et ainsi de trouver les quantités optimales de production. La solution optimale est $x_1=400$, $x_2=600$. Une autre méthode consiste à tracer une droite dont la pente correspond aux coefficients des variables x_1 et x_2 afin d'identifier plus rapidement lequel des sommets correspond à la meilleure valeur de la fonction objectif.

Cette méthode de résolution, en plus d'être assez fastidieuse, ne fonctionne qu'avec les problèmes comportant deux variables de décision au maximum. Elle a surtout été présentée pour introduire l'algorithme majoritairement utilisé dans la programmation linéaire : le Simplexe.

- *Algorithme du Simplexe*

D'abord, il convient de définir ce qu'est un algorithme. C'est « un ensemble d'opérations ordonné et fini devant être suivi dans l'ordre pour résoudre un problème » (Larousse, 2019). Est donc appelé algorithme toute approche conduisant à une solution optimale ou en tout cas suffisamment bonne pour un problème donné et pouvant fournir la preuve que cette solution est optimale. Si l'approche ne peut fournir de preuve de cet optimum, on parlera d'heuristique. (Schneider, Kirkpatrick, 2007)

Nous n'allons pas nous éterniser à expliquer la résolution algébrique et les calculs exacts de l'algorithme du simplexe. A la place, nous expliquons le principe du fonctionnement du simplexe dans un problème de maximisation similaire à l'exemple précédent. Il faut partir d'une solution faisable, quelle qu'elle soit. Bien souvent, fixer toutes les variables à zéro donne une solution faisable. C'est là que commence la première itération : l'algorithme identifie quelle variable peut être augmentée sans violer de contraintes. S'il y en a plusieurs, il identifie la variable qu'on a le plus intérêt à augmenter et de combien elle peut être augmentée. Ensuite, l'algorithme évalue la qualité de la solution trouvée et commence la deuxième

itération dans le but de trouver une meilleure solution, si elle existe. L'algorithme effectue autant d'itérations que possible jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement possible qui puisse améliorer la solution trouvée (Vanderbei, 1996).

- *Analyse de sensibilité*

En optimisation linéaire, les valeurs marginales peuvent être utilisées pour réaliser une analyse de sensibilité. On distingue deux types de valeurs marginales : le coût réduit relatif aux variables et le prix dual relatif aux contraintes. Le coût réduit ne sera pas expliqué dans ce chapitre puisqu'il n'est pas utilisé dans l'analyse de sensibilité de notre modèle.

Le prix dual d'une contrainte est défini comme le taux de changement de la fonction objectif induit par une relaxation de cette contrainte d'une unité (Bisschop, 2019). Considérons une contrainte écrite sous forme standard : toutes les variables sont à gauche de l'opérateur d'(in)égalité et la partie droite contient uniquement une constante. Relaxer une contrainte signifie élargir l'ensemble de solutions faisables. Cela revient à augmenter la partie droite d'une unité si l'opérateur est de type « $\leq$ » ou diminuer la partie droite d'une unité si l'opérateur est de type « $\geq$ ».

Le tableau suivant reprend les prix duals ainsi que leurs portées pour les quatre contraintes de l'exemple du producteur de vin.

Tableau 1 - Prix Dual exemple Producteur de vin

Contrainte	Valeur optimale (à gauche)	Prix Dual	Borne supérieure (à droite)	Marge supérieure	Marge inférieure
(1) $x_1 + x_2 \leq 1000$	1000	5	1000	100	200
(2) $x_1 \leq 600$	400	0	600	$+\infty$	200
(3) $x_2 \leq 800$	600	0	800	$+\infty$	200
(4) $2x_1 + x_2 \leq 1400$	1400	1	1400	200	200

Il est assez intuitif qu'augmenter les bornes supérieures des contraintes (2) et (3) n'aurait aucun impact sur la fonction objectif puisqu'aucune de ces deux contraintes n'est liante. Les

contraintes (1) et (4) sont liantes puisque la valeur à l'optimum de la partie gauche de l'inégalité est égale à la borne supérieure située dans la partie droite. Le viticulteur verrait son bénéfice augmenter de 5 euros s'il montait sa capacité de production à 1001 bouteilles. Son bénéfice augmenterait de 1 euro si le temps d'étiquetage disponible était de 1401 minutes au lieu de 1400.

Les colonnes contenant les marges supérieures et inférieures sont très importantes puisqu'elles indiquent dans quelles limites les prix duaux sont d'application. En effet, il existe un palier au-delà duquel il n'est plus nécessaire de relaxer une contrainte puisqu'elle deviendrait non liante et une autre contrainte deviendrait liante à sa place. Ainsi, le prix dual de la contrainte (1) est valable pour une augmentation de 100 unités de la partie droite de l'inégalité. Au-delà de 100 unités, la contrainte (3) devient liante et la contrainte (1) ne l'est plus.

Les prix duaux sont très intéressants pour indiquer la direction dans laquelle le management doit concentrer ses efforts pour améliorer son bénéfice. Parfois, un très faible changement dans une contrainte peut induire un gain conséquent.

2.3.3. Integer Programming

La programmation linéaire avec une contrainte d'intégralité fait référence à une optimisation linéaire à laquelle on a rajouté une contrainte sur les variables de décision : elles doivent toutes appartenir à l'ensemble des entiers. Certains modèles étant trop longs à résoudre via les algorithmes classiques, il fut nécessaire d'instaurer cette contrainte d'intégralité sur les variables pour réduire le temps de résolution. (Bradley, Hax & Magnanti, 1977)

La programmation linéaire avec une contrainte d'intégralité est présentée sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min c^T x \\ \text{tel que } Ax = b \\ x \in Z_+^n \end{aligned} \quad [2]$$

Où $x \in Z_+^n$ est la contrainte de non-négativité et d'intégralité des variables de décision.

La programmation à variables entières est utilisée dans presque tous les domaines de la programmation mathématique (Bradley, Hax, & Magnanti, 1977). Plus particulièrement, les variables binaires, c'est-à-dire les variables qui valent 0 ou 1 sont très utilisées pour des problèmes appelés « go-no-go ». Imaginons que l'on doive choisir entre plusieurs différentes localisations pour ouvrir une usine. Dans ce cas, la variable de décision $y_i = (0,1)$ vaut 1 si on décide de construire l'usine sur la localisation i ou elle vaut 0 sinon. Ce type de modélisation est un cas particulier du *integer programming*, appelé « *pure binary programming* » puisqu'il contient uniquement des variables binaires.

Il est bien souvent nécessaire de combiner des variables intégrales et continues, dans ce cas, il s'agit de *mixed integer linear programming*. (Bradley, Hax, & Magnanti, 1977).

2.3.4. *Non Linear Programming*

Ensuite, la programmation non linéaire s'occupe des problèmes d'optimisation dans lesquelles la fonction objectif et/ou plusieurs ou certaines contraintes sont non linéaires. La programmation non linéaire est associée à bien plus de problématiques que la programmation linéaire. En effet, il est même estimé que toutes les expressions linéaires ne sont que des approximations d'expressions non linéaires afin de rendre le problème moins complexe. (Haidar, 2015). La programmation non linéaire ne sera pas étudiée dans cette section puisqu'elle n'est pas pertinente pour le modèle que nous avons créé.

2.3.5. Mixed Integer Linear Programming

Pour terminer, comme dit précédemment, ce type de programmation est la version hybride de la programmation linéaire et à variables entières : certaines variables sont contraintes de prendre une valeur entière et d'autres sont définies sur l'ensemble des réels positifs. (Wolsey, 2007) Cette hybridité se présente sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min c^T x \\ \text{tel que } Ax = b \\ x \in R_+^{n_1} \times Z_+^{n_2} \end{aligned} \quad [3]$$

Où $x \in R_+^{n_1} \times Z_+^{n_2}$ est la contrainte de non-négativité sur certaines variables de décision et de non-négativité et d'intégralité sur d'autres.

- *Formulation du coût fixe*

L'utilisation de variables intégrales est très utile pour représenter des fonctions qui ne sont pas strictement linéaires. Un cas de figure très répandu qui illustre l'importance des variables binaires est le coût fixe. Bien souvent, le coût de production est décomposé en un coût fixe indépendant de la quantité produite (préparation de la machine, nettoyage, ...) et un coût variable par unité produite. Dans ce cas, nous utiliserons une variable x continue qui définit la quantité produite et une variable binaire y qui vaudra 0 si aucune production n'est lancée et 1 si l'on décide de lancer la machine pour produire x unités (Bradley, Hax, & Magnanti, 1977). Les contraintes peuvent être écrites de la manière suivante :

$$\begin{aligned} x &\leq By \\ x &\geq 0 \\ y &\in \{0,1\} \end{aligned} \quad [4]$$

Notez que si $y = 0$ alors $x=0$ alors que si $y=1$ alors $x \leq B$ où B est la capacité maximale de production.

Le coût total, somme du coût fixe et coût variable est représenté par

$$\begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ Ky + cx & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad [5]$$

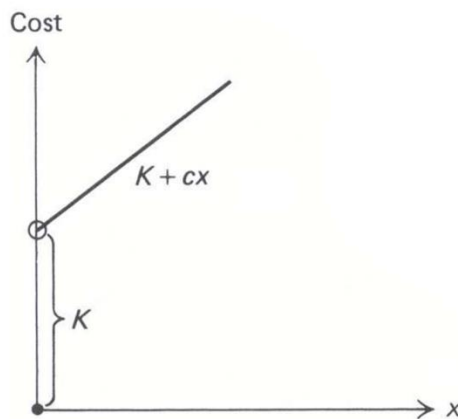


Figure 2 - Coût fixe (Bradley, S. P., Hax, A. C., Magnanti, T. L., 1977, p. 282)

Où K est le coût fixe de préparation de la machine et c le coût unitaire de production (voir Fig. 2). Notez que cette représentation peut aussi être valable pour limiter le temps de travail total qui se décompose en temps fixe nécessaire pour activer la production et en temps nécessaire par unité produite.

- *Formulation d'une fonction linéaire par morceaux*

Il est possible de représenter des courbes plus complexes afin de prendre en compte les économies d'échelle ou déséconomies d'échelle. Imaginons que le coût de production unitaire est de c_1 si $0 \leq x \leq a$, c_2 si $a < x \leq b$ et c_3 si $x > b$. Cela pourrait s'expliquer par la nécessité d'utiliser une autre machine moins performante si l'on veut produire d'avantage que notre machine ne le permet. Dans ce cas-là, on parle de déséconomies d'échelle car $c_1 < c_2 < c_3$. À l'inverse, il est aussi possible que l'entreprise bénéficie d'une réduction sur l'achat de matière première à partir d'une certaine taille de lot commandé. Dans ce cas, $c_3 < c_2 < c_1$ et on parle d'économies d'échelle.

Une telle courbe de coût peut être représentée en exprimant la variable x comme la somme de trois variables δ_1 , δ_2 et δ_3 tels que le coût unitaire associé à δ_1 est c_1 , celui associé à δ_2 est c_2 , etc...

$$x = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \quad [6]$$

Et

$$0 \leq \delta_1 < a$$

$$a \leq \delta_2 < b$$

$$b \leq \delta_3$$

Le coût lié à la variable x devient

$$cout = \delta_1 c_1 + \delta_2 c_2 + \delta_3 c_3$$

Si $c_1 < c_2 < c_3$ (déséconomie d'échelle), alors cette formulation est suffisante pour représenter la fonction de coût linéaire par morceau puisque le modèle va systématiquement maximaliser la variable δ_1 avant de rendre la variable δ_2 positive puisque $c_1 \leq c_2$ (le raisonnement est similaire pour δ_2 et δ_3).

Si, $c_3 < c_2 < c_1$ (économies d'échelle), il est nécessaire d'ajouter des variables binaires pour empêcher que le modèle ne donne une valeur positive à δ_3 alors que δ_1 et δ_2 sont nuls. Vu que cette situation ne se présente pas dans notre modèle, nous n'allons pas détailler les nouvelles variables et contraintes à ajouter.¹

- *Branch-and-Bound*

L'algorithme Branch-and-Bound est celui le plus utilisé pour résoudre des programmes hybrides. Il se base sur une énumération complète du problème en sous-problèmes nés de la création de limites supérieures et inférieures grâce à la relaxation de contraintes initiales. À chaque sous-problème, certaines variables sont fixées et un ensemble de solutions est trouvé.

¹ Les détails peuvent être trouvés dans le livre Bradley, S. P., Hax, A. C., & Magnanti, T. L. (1977). *Applied mathematical programming*.

À chacune de ces solutions est associé un coût ; la solution ayant le coût minimum est alors sélectionnée.

De la relaxation naît un modèle purement linéaire et donc moins complexe à résoudre : les variables ne sont plus discrètes mais continues entre les limites inférieures et supérieures créées. La solution finale correspond à la meilleure solution faisable de l'ensemble des solutions trouvées pour le modèle initial. (Pochet & Wolsey, 2006)

L'algorithme garde en mémoire la meilleure solution faisable provisoire et la compare à chaque nouvelle solution trouvée pour le problème initial.

Chaque solution se place de manière hiérarchique sur un arbre de décision et forme un nœud.

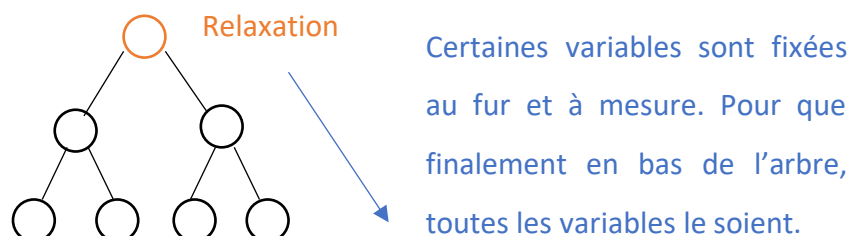


Figure 3 - Arbre de décision

Pour créer cet arbre de décision et le parcourir, l'algorithme réalise différentes étapes qui sont énumérées dans l'annexe 1.

Prenons l'exemple du problème du sac à dos (Kolesar, 1967): un voyageur a un sac à dos limité en place (24L) et dont il doit optimiser l'utilisation en fonction des objets les plus précieux à emporter.

Tableau 2 - Exemple appliqué du problème du sac à dos : données

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Préciosité	60	15	35	10	40
Place en litre	23	5	9	2	16

On définit les variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{Si l'objet est pris dans le sac} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Le problème se formule donc comme suit :

$$\begin{aligned} \max & 60x_1 + 15x_2 + 35x_3 + 10x_4 + 40x_5 \\ \text{s. t.} & 23x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 2x_4 + 16x_5 \leq 24 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0,1\} \end{aligned}$$

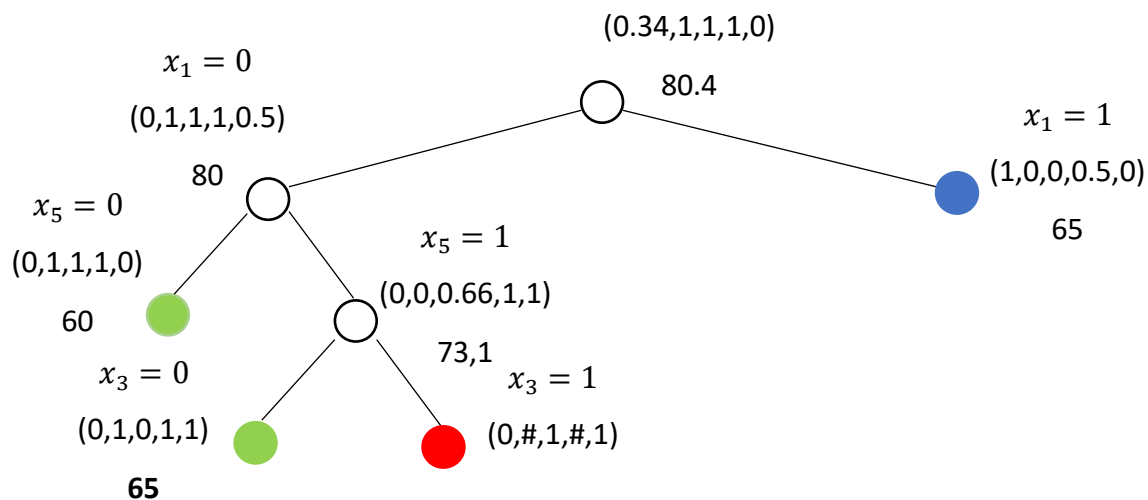


Figure 4 - Arbre de décision appliquée à un exemple du Knapsack Problem

La première étape de l'algorithme est de définir une borne supérieure à la solution optimale du MILP. Pour ce faire, il suffit de résoudre le problème relaxé, c'est-à-dire résoudre un problème en tout point identique à l'exception des contraintes d'intégralités qui sont supprimées. Une chose est certaine : la solution optimale du MILP ne peut pas être meilleure que la solution de la relaxation linéaire, cette dernière sera la borne supérieure pour la solution du IP (Kolesar, 1967).

Une fois la solution du problème relaxé trouvée (valeur de la fonction objectif = 80,4), deux nouveaux nœuds enfants naissent en fixant $x_1 = 0$ pour le premier et $x_1 = 1$ pour le deuxième. Le *branching* continue jusqu'à ce qu'une des trois situations se présente :

- *Termination by solving* (nœuds verts) : Une solution du problème de base est trouvée, si elle est meilleure que la meilleure solution trouvée jusqu'ici, elle est enregistrée comme nouvelle meilleure solution.
- *Termination by infeasibility* (nœuds rouges) : La solution trouvée viole une ou plusieurs contraintes, comme la contrainte de capacité dans l'exemple.

- *Termination by bound* (nœuds bleus) : La solution du sous-problème est moins bonne que la meilleure solution trouvée. Il est alors inutile de continuer le *branching*.

Il est important de noter qu'on peut définir la « stratégie » de l'algorithme quand on implémente un *branch and bound*. Les règles de sélection des nœuds définissent dans quel ordre les nœuds vont être traités par l'algorithme. Voici quelques règles standards (Pochet & Wolsey, 2006):

- *Depth-first search* : Comme son nom l'indique, l'algorithme traite les nœuds en profondeur. L'algorithme traite les nœuds enfants du précédent après le *branching*. Une fois qu'un nœud est terminé (par *solving*, *infeasibility* ou *bond*), l'algorithme remonte le moins de nœuds possible pour continuer l'exploration. L'avantage de cette stratégie est qu'une solution faisable est vite trouvée mais, au risque de rater de meilleures solutions.
- *Breadth-first search* : A l'inverse de la règle précédente, cette stratégie vise à sélectionner les nœuds proches du sommet de l'arbre. L'algorithme met plus de temps à trouver une solution mais limite le risque de rater les meilleures solutions.

La sélection d'une règle ou d'une combinaison de règles va dépendre de l'objectif recherché. Il y a deux objectifs à l'utilisation du *Branch and Bound*, trouver la solution optimale et prouver son optimalité (He, Daume III, & Eisner, 2014). Il y a un compromis entre ces deux objectifs. On pourrait trouver une très bonne solution rapidement si on ne perdait pas de temps à prouver qu'il n'en existe pas de meilleure. Dans cette idée, on pourrait se permettre d'éliminer des portions de l'arbre qui ne sont pas prometteuses pour trouver rapidement une bonne solution. En pratique, la preuve d'optimalité de la solution trouvée n'est pas une priorité. (He, Daume III, & Eisner, 2014).

2.3.6. Les modèles

Dans cette section, nous allons présenter des modèles de référence utilisés en *production planning*. En effet, dans le domaine des Davids, il y a deux niveaux de production : le premier étant la culture et la récolte des fruits et légumes, le second étant l'éventuelle transformation de ces récoltes en confitures, tapenades, jus et autres. Notre objectif sera d'optimiser ces deux niveaux de production pour maximiser le revenu en respectant certaines contraintes

environnementales. Trois modèles de *production planning* vont être présentés en commençant par le plus simpliste, le *uncapacitated lot-sizing model* qui correspond à la planification de la production d'un seul type de produit fini durant une période définie. Suivra ensuite la présentation du *Master Production Scheduling Model*. Ce modèle sert à planifier la production de plusieurs types de produits finis quand cette dernière est limitée par la quantité de matière première disponible. Finalement, le *Material Requirements Planning Model* est utilisé quand il y a plusieurs niveaux de production et que certains produits peuvent être à la fois des *outputs* pour un niveau et *inputs* pour le niveau suivant. (Pochet & Wolsey, 2006)

- *Uncapacitated lot-sizing model*

C'est le modèle le plus simpliste : une entreprise manufacture un seul produit standard sur un seul niveau de production. (Pochet & Wolsey, 2006) Le but étant de définir quelle quantité produire à chaque période en considérant des coûts fixes, coûts variables et coûts de stockages qui peuvent différer d'une période à l'autre. Les quantités produites ne sont pas limitées par une capacité de production et il y a une demande périodique qui peut être satisfaite soit par la production, soit par le stock des périodes antérieures.

Si nous suivons les étapes de la procédure expliquée dans l'introduction de ce chapitre pour établir un modèle d'optimisation, nous commençons par identifier les variables de décision, il faut ensuite définir la fonction objectif et, enfin, ajouter les contraintes nécessaires.

Pour chaque période t tel que $1 \leq t \leq n$, les variables de décision x_t , y_t et z_t sont respectivement le nombre d'unités produites en période t , la variable binaire qui définit si l'on produit en période t ou non ($y_t = 1$ si $x_t > 0$) et le nombre d'unités stockées à la fin de la période t .

L'équation de la fonction objectif exprime le coût total, c'est-à-dire la somme des coûts unitaires de production (p_t), des coûts fixes (q_t) et des coûts de stockage (h_t).

$$\begin{aligned}
& \text{Min } \sum_{t=1}^n p_t x_t + q_t y_t + h_t s_t & [7] \\
& \text{s. t. } s_{t-1} + x_t = d_t + s_t & \forall t & (a) \\
& s_0 = s_n = 0 & (b) \\
& x_t \leq M_t y_t & \forall t & (c) \\
& x \in R_+^n, s \in R_+^{n+1}, y \in \{0,1\}^n & (d)
\end{aligned}$$

La contrainte (a) est une contrainte de flux qui va servir de liant entre chaque période. S'il fallait l'exprimer en français, elle signifierait que, pour chaque période, le stock résiduel et la quantité produite sont soit vendus, soit stockés pour la période suivante. La contrainte (b) fixe les stocks de la première et la dernière période à 0. Cette contrainte est très importante car si elle était retirée du modèle, l'algorithme proposerait probablement une solution dans laquelle il invente un stock initial imaginaire, ce qui ne correspond pas à la réalité. La contrainte (c) sert à lier la variable binaire y_t et la variable continue x_t . M_t est la borne supérieure de la capacité de production périodique (vu que la capacité de production est considérée comme illimitée dans ce modèle, on choisira un très grand nombre). (Pochet & Wolsey, 2006)

- *Master Production Scheduling Model*

La différence dans ce modèle est que nous fabriquons plusieurs types de produits et que cette fabrication est plafonnée par une quantité de matière première commune limitée. Ce modèle sera une source d'inspiration pour la construction de notre modèle qui présente grossièrement les mêmes caractéristiques. Les récoltes du domaine des Davids sont les ressources communes nécessaires à la fabrication des différentes préparations alimentaires, et ces ressources sont limitées. Pour chaque produit, le modèle est le même qu'un *Uncapacitated Lot-sizing Model* en ce qui concerne les coûts et demandes périodiques. On ajoute les indices $1 \leq i \leq m$ qui représentent les différents produits finis et $1 \leq k \leq K$ pour les ressources communes. Le paramètre L_t^k représente la capacité de ressource k disponible en période t . Les paramètres $\alpha^{i,k}$ et $\beta^{i,k}$ représentent respectivement la quantité de ressource k nécessaire à la fabrication d'une unité de produit i et la quantité de ressource k nécessaire pour l'activation de la fabrication de produit i . Ce dernier paramètre peut servir à exprimer des économies d'échelle dans la fabrication du produit i . (Pochet & Wolsey, 2006)

La fonction objectif est presque identique à celle du *Uncapacitated Lot-sizing Model*.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_i \sum_t (p_t^i x_t^i + q_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i) & [8] \\
 \text{s.t} \quad & s_{t-1}^i + x_t^i = d_t^i + s_t^i & \forall i, t & (a) \\
 & x_t^i \leq M_t^i y_t^i & \forall i, t & (b) \\
 & \sum_i \alpha^{i,k} x_t^i + \sum_i \beta^{i,k} y_t^i \leq L_t^k & \forall t, k & (c) \\
 & x \in R_+^{m \cdot n}, s \in R_+^{m \cdot (n+1)}, y \in \{0,1\}^{m \cdot n}
 \end{aligned}$$

Les contraintes (a) et (b) sont presque identiques aux précédentes et se passe d'explication. La contrainte (c) limite la production des produits i en fonction de leurs besoins en ressources k dont la capacité est définie pour chaque période. (Pochet & Wolsey, 2006)

- *Material Requirements Planning Model*

Le modèle présenté dans cette section comporte plusieurs niveaux de production. Certains produits peuvent soit être des produits finis soit servir à la fabrication d'autres produits. Il peut être décrit comme un mélange entre le *Uncapacitated Lot-sizing* pour les matières premières et produits intermédiaires et un *Master Production Scheduling* pour les produits finis. L'objectif de ce modèle est d'optimiser les productions et achats de produits en satisfaisant une double demande : la demande externe des consommateurs et la demande interne nécessaire à la fabrication d'autres produits. Cette dernière va être régulée par la *Bill of Material* (BOM) qui définit les quantités de chaque produit nécessaires à la production d'un autre produit. Rappelons que le modèle que nous voulons créer pour le domaine des Davids comporte deux niveaux de production : la culture et la transformation en cuisine. Une aubergine récoltée peut être directement vendue aux consommateurs pour répondre à la demande externe mais elle peut aussi servir à la fabrication d'une tapenade (demande interne). Les données et indices sont les mêmes que précédemment en ajoutant l'indice $1 \leq j \leq m$ pour identifier les produits. On utilise la notation $D(i)$ pour indiquer l'ensemble des successeurs directs du produit i. Pour $j \in D(i)$, notons r^{ij} la quantité de produits i nécessaire à la fabrication d'une unité de produit j. Le paramètre r^{ij} indique la demande interne tandis que le paramètre d_t^i indique la demande externe. (Pochet & Wolsey, 2006)

Le modèle est identique au précédent à l'exception de la contrainte de flux/satisfaction de la demande qui devient

$$s_{t-1}^i + x_t^i = [d_t^i + \sum_{j \in D(i)} r^{ij} x_t^j] + s_t^i \quad \forall i, t \quad [9]$$

Dans cette contrainte, on remarque que la demande n'est plus seulement une demande externe des consommateurs mais bien la somme de la demande externe et de la demande interne. (Pochet & Wolsey, 2006)

2.3.7. Planification agricole

Beaucoup de regards sont braqués sur les chaînes logistiques des entreprises agricoles aujourd'hui. Cela peut s'expliquer par de récents événements de contamination de produits frais et par des consommateurs mieux informés et curieux de savoir le chemin parcouru par leur tomate avant qu'elle arrive dans leur assiette. Ce contrôle public va probablement mener à de nouvelles réglementations qui compliqueront encore une *supply chain* déjà très complexe. Cette complexité est encore plus critique pour la logistique de denrées périssables puisque le temps de stockage est très limité. Il devient donc essentiel de se concentrer sur l'efficacité de la chaîne logistique globale, et non uniquement sur un seul maillon de cette chaîne, comme le fermier par exemple. (Ahumada, O., Villalobos, J. R., 2009)

La chaîne logistique agricole peut se définir comme l'ensemble des organisations qui collaborent dans le but d'amener des produits sur le marché pour satisfaire la demande des consommateurs. En d'autres termes, ce sont tous les acteurs qui jouent un rôle de la production à la distribution au consommateur final. La différence majeure par rapport aux chaînes logistiques d'autres industries est la sécurité alimentaire : la qualité du produit est essentielle pour les entreprises agricoles.

Dans la chaîne logistique agricole, nous distinguons quatre niveaux d'activité : la production, la récolte, le stockage et la distribution.

La production fait référence aux décisions prises sur la culture : l'allocation des parcelles de terre, le temps de travail et autres ressources nécessaires pour semer les graines, ...

Pendant la récolte, les décisions qui doivent être prises incluent le temps de travail ainsi que les autres ressources nécessaires à la récolte des variétés plantées (machines, transport, ...)

Ensuite, il est nécessaire de contrôler les stocks : les produits doivent parfois être stockés avant ou pendant leur distribution. On peut aussi décider des quantités à stocker et à vendre à chaque période de planification, de manière similaire aux modèles de *supply chain planning* présentés précédemment.

Finalement, la distribution consiste à transporter les produits vers le consommateur final : sélection de moyens de transports, routes, points de ventes, ...

Hamer, P. J. C. (1994) a créé un modèle de programmation linéaire déterministe qui a pour but d'optimiser la production de choux de Bruxelles. En résumé, son système est composé de deux sous-modèles. Le premier définit le niveau de production attendu et le temps de développement de chaque variété en fonction du taux de croissance, de la date d'ensemencement, des gaspillages dus à une qualité non satisfaisante, ...

Le deuxième sous-modèle sert à élaborer un planning de culture complet qui permet de satisfaire la demande des consommateurs et de maximiser le profit. Les dates et surfaces de plantation optimales sont ainsi indiquées en tenant compte des coûts de main d'œuvre pour l'ensemencement et l'entretien des plants.

Ce modèle se concentre donc uniquement sur le niveau d'activité « production » de la chaîne logistique. Il sert principalement de support de décisions stratégiques à long terme (plus d'un an) mais peut aussi servir pour les décisions tactiques : recalculer les prévisions des récoltes en cours d'année par exemple.

Il est intéressant de noter les défauts du système que Hamer, P. J. C. explicite dans son article : Le système qu'il a créé propose des solutions qui utilisent un nombre très restreint de variétés différentes durant une longue période, c'est une stratégie très risquée. En réalité, les agriculteurs préfèrent cultiver plus de variétés durant des périodes plus courtes puisque certaines risquent d'être moins productives pour des raisons hasardeuses. L'auteur admet aussi que le caractère déterministe de son modèle manque à considérer l'incertitude : l'impact

de la météo sur la croissance des cultures est calculé à partir d'une moyenne des données météorologiques à long terme. La demande peut aussi fortement varier en fonction de la disponibilité des choux de Bruxelles sur le marché et de la météo qui influence aussi le comportement des consommateurs. Nous verrons que notre modèle et le système de Hamer, P. J. C. présentent certaines limites communes.

Ce modèle déterministe n'est qu'un parmi tant d'autres en planification agricole. Beaucoup de ces modèles sont des modèles non linéaires comme des modèles stochastiques ou encore de *Goal Programming* qui est l'optimisation de différents objectifs. (Wheeler & Russell, 1977) Mais ayant fait le choix d'un modèle déterministe, nous ne nous attarderons pas dessus.

2.4. La polyculture au centre du problème

Pour correspondre au mieux à la réalité que le modèle tente de décrire, il faut connaître cet environnement et ses implications. Ce modèle étant né de la volonté d'une polyculture et du respect de l'environnement, nous allons présenter les caractéristiques de cette première pour finalement nous concentrer sur 3 grandes cultures : l'arboriculture, la viticulture et le maraichage.

La polyculture est, comme son nom l'indique, la culture de plusieurs végétaux dans un même espace naturel. Elle permet le respect des cycles naturels. Depuis toujours, la terre s'est développée en polycultures et ce n'est qu'avec la consommation de masse que l'homme s'est tourné vers la production de monocultures de masse. La polyculture a de nombreux avantages comme la protection naturelle des variétés végétales et dès lors la réduction de l'utilisation de pesticides et autres produits toxiques mais aussi l'enrichissement des sols et de la qualité des récoltes. Malheureusement, en polycultures les coûts sont décuplés à chaque nouvelle culture, ce qui empêche les économies d'échelle que permettent la monoculture. (Edwards, 2013)

En agriculture on distingue différents secteurs économiques possibles dont les principaux sont l'arboriculture, la viticulture et le maraichage.

L'arboriculture est l'étude et la culture des arbres : la connaissance de leurs caractéristiques et besoins, de leur coupe et taille mais aussi de leur résistance à certains climats, leur compatibilité ou non à certains environnements, ... Les arbres évoluent par cycle : ils sont plantés, mettent quelques années à pousser puis leurs fruits sont récoltés. (Louis & Guet, 1988) L'arboriculture fonctionne également en cycles annuels : chaque année, pendant une dizaine d'années, leurs fruits sont récoltés une fois par an au même moment. C'est pourquoi le changement climatique a des conséquences dramatiques sur l'arboriculture. En effet, les variations et imprévisibilités les plus importantes (gels tardifs, grêle, canicule, ...) ont lieu lors des phases déterminantes du cycle de l'arbre : lors du passage de la floraison à la fructification. Ces conséquences alliées au manque de flexibilité d'une telle culture (temps de floraison et fructification élevé, récolte annuelle uniquement, ...) la rendent très fragile face au développement climatique. (Legave, 2009)

La viticulture quant à elle correspond à la culture de vignes produisant des raisins. Ces raisins peuvent alors être vinifiés pour fabriquer du vin ou conservés pour être vendus frais ou transformés en jus ou autre préparation. Chaque vigne est issue d'un plant, d'un cultivar appelé cépage. À chaque cépage sont associées des caractéristiques différentes qui pourront altérer la qualité/goût du vin en fonction de la région, du climat et d'autres facteurs. Bien que la manière de planter et de tailler le plant dépendront du cépage, le temps d'entretien des vignes aux différents cépages sera quasiment identique.

La taille de la vigne est essentielle pour la qualité du raisin et donc du vin. C'est pourquoi l'entretien des vignes demande beaucoup de mains d'œuvre. (Che, 1999)

Il faut plusieurs années (3 à 5 ans) pour que les vignes soient en production et que les raisins puissent être récoltés. Les vendanges et les récoltes ont lieu une fois par an. Le mois de récolte varie fortement d'une région à l'autre (fin août, septembre ou octobre, ...). (Winkler, 1962)

Pour finir, le maraichage est la culture au sol de végétaux, principalement de légumes, à l'air libre ou sous abri. Le maraichage permet une grande flexibilité. En effet, une fois planté, le légume peut être récolté l'année même, contrairement aux arbres et vignes, et est donc facilement modifiable si l'on se rend compte qu'une plante n'est pas rentable dans cet

environnement. Le maraichage, produisant constamment pendant ces mois de récoltes, demande beaucoup d'entretien.

En agriculture biologique, on suit les saisons pour respecter la terre et la nourrir constamment. (Mazollier, 2001)

Par ailleurs, le choix du biologique pour le respect de l'environnement a de fortes implications. En effet, dans un domaine agricole le biologique interdit tout usage de pesticides ou autres produits chimiques. Le site officiel le décrit ainsi : « La réglementation en agriculture biologique interdit l'usage de produits chimiques de synthèse tels que les pesticides, avec toutes les retombées positives que cela suppose pour l'environnement et la santé du consommateur. La prévention est au cœur des pratiques de l'agriculture biologique pour éviter des dommages aux cultures causés par les ravageurs, les maladies, les mauvaises herbes. L'agriculture biologique privilégie donc : des variétés de semences spécifiquement sélectionnées pour l'agriculture biologique pour leur résistance aux maladies ; des techniques culturales spécifiques : rotation des cultures, procédés thermiques ; des techniques mécaniques pour lutter contre les mauvaises herbes : travail du sol, désherbage thermique, paillage, solarisation ; des alternatives biologiques pour lutter contre les organismes nuisibles. » (Agence Française pour le Développement et la Promotion de l'Agriculture Biologique, 2019). Cela implique de faibles coûts de produits/achats pour l'entretien une fois les plantes semées mais aussi une plus grande attention aux différentes maladies comme elles ne pourront être soignées par des produits.

2.5. Synthèse

Pour synthétiser, la planification de la chaîne d'approvisionnement peut avoir lieu à plusieurs niveaux décisionnels : stratégique, tactique ou opérationnel. Ce mémoire étant une planification de la production, la planification n'aura lieu qu'aux deux derniers. Les décisions tactiques et opérationnelles ont donc un impact à court et moyen-terme. Ce qui rend notre modèle plus flexible et qui permettra d'atténuer le caractère fataliste d'un modèle déterministe.

En effet, un modèle déterministe a une solution complètement déterminée en fonction des données d'un problème alors qu'un modèle stochastique considère les imprévus de la réalité et dont la solution ne sera qu'un ensemble de solutions possibles en fonction de différents scénarios où le hasard, les risques sont pris en compte. La complexité d'un modèle stochastique appliquée à notre problématique et l'hypothèse de simplicité qu'elle impose nous ont fait opter pour un modèle déterministe. Il existe quatre variantes importantes de la programmation déterministe : programmation linéaire, avec contrainte d'intégralité, MILP et non linéaire. Toutes ces variantes ont des caractéristiques communes : une fonction objectif à maximiser, des contraintes à respecter et un espace décisionnel composé de différentes variables.

Comme dans énormément de cas, il est nécessaire dans notre problème de considérer des variables continues et discrètes. C'est pourquoi le premier modèle va s'appuyer sur un MILP et plus particulièrement du *Master Production Scheduling* qui planifie la production de différents produits périodiquement. Certaines ressources sont communes aux différents produits et c'est pourquoi l'allocation optimale des ressources est primordiale.

Les modèles existants en planification agricole se concentrent sur différents niveaux d'activités : la production, la récolte, le stockage et la distribution. Notre modèle a pour objectif d'optimiser les étapes de production et de récolte de la chaîne logistique mais aussi de décider de l'utilisation des récoltes tout en maximisant le profit. Le modèle ne permet pas d'établir une planification des inventaires mais la problématique de périssabilité des produits frais est tout de même considérée par une quantité plafond de fruits et légumes vendus frais. La stratégie de distribution ne rentre pas dans le cadre de notre modèle.

Pour finir, la littérature concernant les différentes cultures est essentielle pour la compréhension du terrain et la pose des différentes hypothèses. Nos deux modèles se concentreront sur l'arboriculture et le maraîchage et spécialement sur ce dernier.

3. MODELE

3.1. Présentation du cas

Comme dit précédemment, le domaine des Davids (voir annexe 2), situé dans le Lubéron est acquis en 2000. De terres rases et vastes anciennement dédiées à l'oviculture et à la pâture nait un désir de viticulture et polyculture biologique. La biodiversité et la durabilité deviennent centrales au projet : donner encore plus que ce qu'on a reçu, nourrir cette terre qui nous nourrit à travers la polyculture, récolter l'eau et l'économiser, planter des graines, racines, variétés oubliées, ... Tout ceci dans le but de favoriser les circuits courts et respecter ce qui nous a été donné.

Cent-vingt hectares de domaine nichés dans une vallée et bénéficiant d'un double climat, alpin et méditerranéen, qui les rend très propices à la polyculture avec un sol gorgé de magnésium. Aujourd'hui, le domaine comporte 18 hectares de vignes, dont 12 en production, 6 hectares de vergers, 4 hectares de truffières, 1,3 hectares de maraichage et de cultures céréalières, 1 hectare d'oliviers, le territoire restant étant des pâtures et des bois.

Au centre, trois étangs pour la récolte des eaux de ruissellement grâce aux fossés végétalisés. L'arrosage est alors effectué avec parcimonie grâce à un système de gouttes à gouttes. Des haies sont plantées entre les parcelles pour les délimiter mais surtout pour garantir la présence d'auxiliaires des cultures favorisant l'activité des pollinisateurs et protégeant les récoltes du vent. Des rosiers sont plantés en début de rangs de vignes pour prévenir de l'arrivée de maladie. Tous ces aménagements sont bâtis sur deux piliers : le respect et la biodiversité. Et ces piliers ont bâti le domaine. (Le Domaine les Davids, 2018)

Un atelier de transformation sur le site produit également confitures avec ou sans sucres ajoutés, pâtes apéritives et sauces tomates. Toutes les récoltes qui ne sont pas transformées ou vendues directement sont conservées par congélation pour être ensuite transformées. Ces récoltes sont cuisinées en tapenades, confitures ou jus ou utilisées par le service Traiteur de maisons de location avoisinantes. Rien n'est jeté. Il n'y a pas de coût de stockage.

Un magasin en vente directe permet un rapport avec les clients locaux et, en saison, les touristes. On y trouve les produits transformés, jus de fruits et vins ainsi que les fruits et

légumes du domaine. La figure 5 représente la nomenclature (Bill Of Material – BOM) du domaine c'est-à-dire les produits du domaine et leur quantité nécessaire à la préparation d'un produit transformé. Notons que certains produits peuvent être cuisinés en partie ou entièrement à partir de fruits et légumes qui ne viennent pas du domaine.

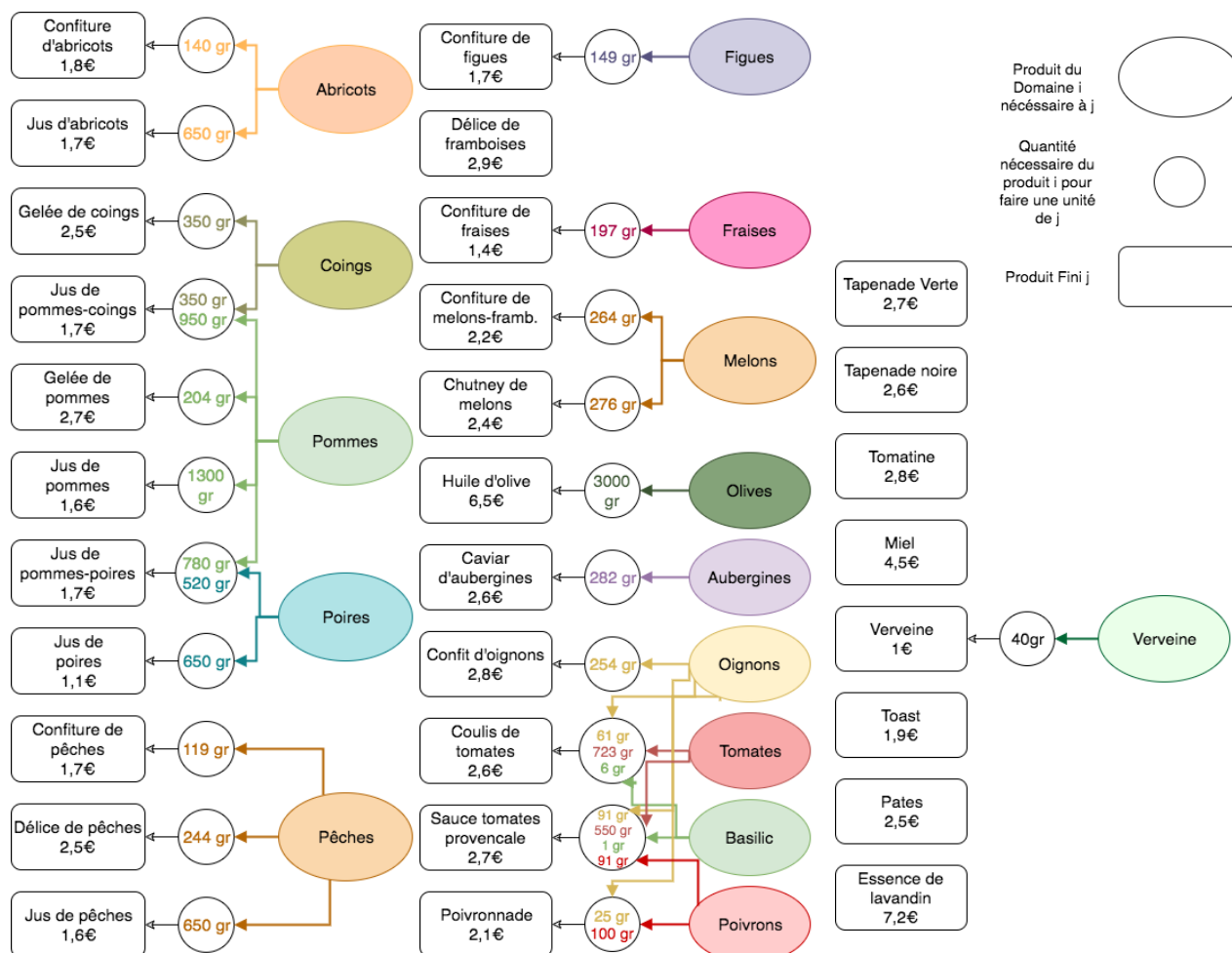


Figure 5 - Bill Of Material Les Davids

Les différents processus qui font de la graine semée dans le champ un produit fini vendu sont décrits par la figure 6.

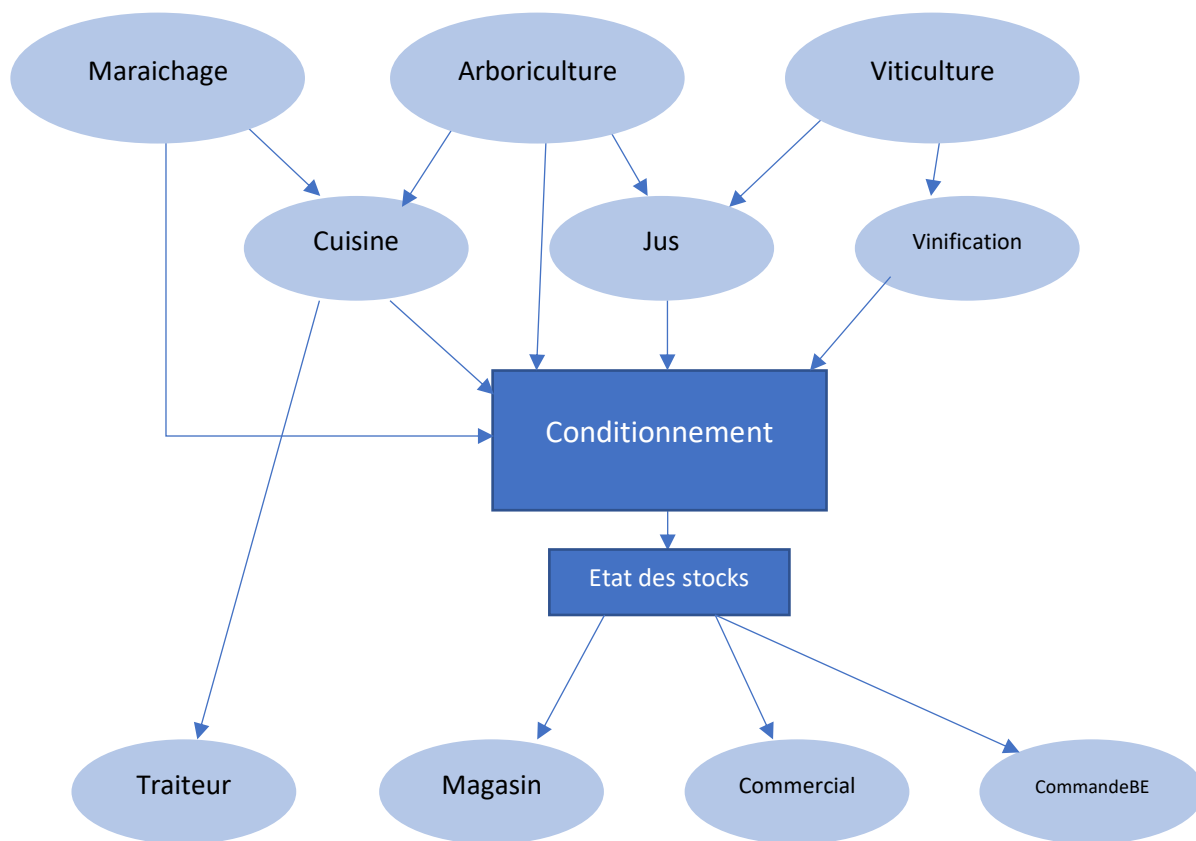


Figure 6 - Process des Davids

Malheureusement cette polyculture demande énormément de compétences différentes et engendre des coûts salariaux énormes. Aujourd'hui le coût d'un kilogramme d'un produit sortant du maraichage des Davids est de 6,3 euros. Or la moyenne des prix de vente des différents produits proposés ne dépasse même pas 3 euros.

L'équilibre financier est donc loin d'être atteint et c'est tout l'intérêt du modèle présenté dans cette partie.

Bien que la viticulture et la vinification fassent partie intégrante de la production au domaine on a décidé de la sortir de notre modèle. En effet, les vignes mettent plusieurs années à être en production, et certaines ne le sont d'ailleurs toujours pas. La viticulture est un investissement à long terme sur lequel nous n'avons que très peu de pouvoir de décision : pour avoir un vin de qualité, les Davids ont décidé de limiter la production à cinq à six milles bouteilles par hectare et les différents cépages sont déjà alloués à différents vins. Pour finir, le choix des cépages à allouer à un vin et sa qualité sont difficilement optimisables par un

modèle. Concernant l'arboriculture, le temps de pousse étant également important, celle-ci sera considérée dans le modèle mais ne sera pas variable. En effet, vu la difficulté en agriculture biologique de soigner les maladies et les couts engendrés par des intempéries comme un gel tardif (et ce d'autant plus au vu de l'altitude élevée), le domaine a décidé de ne plus investir autant d'efforts dans l'arboriculture. Ils gardent tout ce qui est déjà planté mais ne planteront plus de verger et alloueront moins de main d'œuvre désormais pour ces opérations.

Pour résumer, la viticulture est la source de revenu la plus importante du domaine des Davids d'après les chiffres. Mais les terres arboricoles et de maraichage qui entourent les vignes ont leur rôle à jouer dans la qualité du vin. Yannick Maupetit, ancien régisseur du domaine, a dit : « Ici, en accord avec les propriétaires, on a toujours misé sur la qualité et la diversité des cultures. Les Davids, c'est une cuvette millénaire de 120 hectares en totale autonomie, dont la biodiversité aujourd'hui retrouvée protège naturellement la vigne contre les maladies qui ravagent ailleurs le vignoble » (Le Domaine les Davids, 2016). Même si cette polyculture joue un rôle essentiel de soutien pour la viticulture, les pertes financières engendrées ne peuvent dépasser les bienfaits qu'elle apporte.

Nous avons fait le choix de réaliser deux modèles différents. Le premier prendra les récoltes comme une donnée extrinsèque et non modifiable puisque ce sont les récoltes de l'année 2019. Le but étant de trouver la solution optimale des différentes allocations des ressources. Cela permettra d'avoir des premiers résultats concluant du potentiel de productivité du domaine.

Le deuxième modèle est une extension du premier qui prendra le maraichage comme variable et allouera un nouvel hectare complet à celui-ci dont on devra décider de la production et des allocations futures également de cette production.

Ainsi, le premier modèle peut servir de support opérationnel alors que le deuxième sera un outil de décision tactique. En effet, les indications données par les résultats du premier modèle peuvent être mises en œuvre presque immédiatement alors que le deuxième modèle requiert d'attendre la période de transplantation agricole.

3.2. Premier Modèle : Utilisation des récoltes comme des données

La structure du modèle s'inspire en partie des différents modèles de planification de production présentés dans la revue de littérature. Il s'inspire plus particulièrement du *Master Production Scheduling*. Pour rappel, le *Master Production Scheduling Model* est un exemple de modèle dans lequel on planifie la production périodique de plusieurs produits qui se partagent des matières premières communes. Ces ressources doivent être optimalement utilisées dans la production de tel ou tel produit fini.

Dans cet exemple de modèle, il faut donc planifier la production journalière de chaque produit en fonction des matières premières disponibles et de la demande journalière en considérant les coûts de stockage. C'est là que réside la différence fondamentale par rapport à notre modèle : nous avons choisi de ne pas planifier la production journalière ou mensuelle mais annuelle. Nous avons pris cette décision pour plusieurs raisons : d'abord, les récoltes journalières sont tellement variables qu'il ne serait pas intéressant de construire un modèle déterministe qui dépendrait de paramètres si volatiles. En outre, les récoltes peuvent être congelées pour être transformées plus tard. Ensuite, il n'y a pas de réel coût de stockage, l'entrepôt appartient au domaine des Davids et son amortissement financier a pris fin il y a longtemps. Pour finir, des matières premières peuvent être achetées aux grossistes biologiques sans réelles contraintes temporelles.

Ainsi, notre modèle prend comme input les récoltes annuelles de chaque variété et ressort les quantités optimales de production annuelle. Nous sommes conscients que c'est une simplification plutôt grossière d'un processus de production complexe, mais après en avoir discuté avec Sophie Le Clercq, nous sommes convaincus que c'est le meilleur moyen de planifier la production parce qu'il concilie simplicité et faisabilité.

3.2.1. Hypothèses

Les hypothèses que nous formulons dans cette section ont été soigneusement étudiées et choisies dans le but de concilier faisabilité et réalisme du modèle.

- *Main d'œuvre*

Les fiches de traçabilité - qui, pour rappel, indiquent pour chaque lot de production, le temps de travail ainsi que les coûts et quantités des ingrédients utilisés – nous ont permis de trouver le temps de main d'œuvre nécessaire à la transformation de chaque produit.

Pour chaque produit transformé, nous avons divisé le temps de production total par la quantité produite afin d'obtenir le temps de travail nécessaire à la production d'une unité. Ensuite, nous avons défini le temps d'activation (setup time) de chaque production avec le cuisinier.

Concernant la capacité maximum de temps de travail, le cuisinier dispose de 70 jours de travail sur l'année à raison de 8 heures par jour. Comme expliqué plus haut, nous ne mettons pas de périodes telles qu'elles sont définies dans un *master production scheduling program*. Nous avons créé un set « jour » allant de 1 à 70 mais ces jours sont complètement interchangeables. Il faut voir ces jours comme 70 cases que l'on remplit comme on l'entend. Cette hypothèse est importante pour empêcher de commencer une production qui ne saurait être terminée le jour même. En effet, la production n'a pas lieu 24 heures sur 24, mais bien pendant 8 heures. En résumé, il y a 70 contraintes pour les 70 jours de travail du cuisinier. Chaque jour, les quantités de produits transformés sont limitées par les 8 heures de travail du cuisinier. Pour finir, le coût de main d'œuvre est imputé au coût de transformation d'une unité de produit (voir section suivante).

- *Coûts et prix de vente*

Le coût variable par unité de produit transformé (appelé « coût de transformation » dans le modèle) comprend le coût de main d'œuvre ainsi que le coût de matières premières si celles-ci ne proviennent pas du domaine. En effet, comme dit plus haut, nous avons la possibilité et parfois l'obligation d'acheter certains ingrédients. Il n'y a pas de limite quant à la quantité disponible d'ingrédients à acheter. Certains produits requièrent des ingrédients qui ne poussent pas dans le domaine.

Quand des fruits et légumes provenant du domaine sont transformés, leur coût de production a été retiré du coût de transformation, ces primeurs sont considérés comme « gratuits ». En effet, comme la récolte est posée comme une donnée dans ce modèle, le coût de maraichage

n'a aucun impact sur la prise de décision. Néanmoins, le cout du fruit ou légume a été imputé à la fonction objectif dans le cas où le produit transformé serait créé à partir de produits achetés.

Cette hypothèse s'aligne avec l'objectif de ce modèle qui est rappelons-le, d'optimiser la valorisation des récoltes qui sont prises comme des données. Le fruit/légume est là de toutes façons, soit il est vendu cru, soit il est utilisé en cuisine.

- *Demande*

Si nous ne fixons pas certaines bornes supérieures ou inférieures pour la production, le modèle risque de se concentrer principalement sur les produits les plus rentables aux dépends des autres. Or, le domaine des Davids désire conserver une certaine gamme de produit. En ce qui concerne les produits transformés, nous avons fixé la production annuelle minimum à la moitié de la demande de l'année précédente pour s'assurer un minimum de représentativité de toute la gamme.

La production est aussi plafonnée à 150% de la demande de l'année précédente. Ce chiffre laisse une marge de manœuvre au modèle pour éviter qu'il ne reproduise exactement ce qui a été fait l'année dernière tout en restant raisonnable car cette production supplémentaire devra être vendue. Cette décision a été prise communément avec Sophie Le Clercq qui est convaincue qu'elle pourrait trouver acheteur à cet éventuel surplus de production.

Le domaine des Davids ne peut pas se permettre de vendre toute la récolte en frais. Les fruits périssant assez rapidement, ils doivent être rapidement transformés ou congelés. La quantité maximale vendue en nature correspond au pourcentage de la part vendue en nature par rapport aux quantités totales vendues l'année précédente.

3.2.2. *Indices*

« i » : Variété récoltée i

$$i \in \{1, \dots, 45\}$$

Sous-ensemble i : « Variétés non-transformables »

Sous-ensemble i : « Variétés transformables »

Parmi les récoltes, certaines variétés ne sont pas utilisées en cuisines et sont donc entièrement vendues en nature. Ces variétés appartiennent au sous-ensemble « variétés non-transformables ». Les variétés qui peuvent être transformées en cuisine appartiennent au sous ensemble « variétés transformables ». Dans ce dernier, on retrouve également deux variétés qui doivent impérativement être transformées : l'olive en huile d'olive et la verveine en verveine séchée. L'intersection de ces deux sous-ensembles est vide et leur union est égale à l'ensemble des variétés récoltées.

« j » : Produit fini j

$$j \in \{1, \dots, 69\}$$

Sous-ensemble j : « Produits naturels »

Sous-ensemble j : « Produits transformés »

Sous-ensemble j : « Produits transformés en externe »

Le set de produit fini comprend tout ce qui est vendu au domaine des Davids. Parmi ces produits, il y a des fruits et légumes frais, rassemblés dans le sous-ensemble « produits vendus nature » et des produits cuisinés qui appartiennent au sous-ensemble « produits transformés ». Comme pour les variétés récoltées, l'intersection de ces deux sous-ensembles est vide et leur union est égale à l'ensemble des produits finis.

Nous ajoutons un autre sous-ensemble qui contient tous les produits qui sont transformés en externe (jus, huile d'olive et verveine), le temps de travail nécessaire à ces productions ne limitera donc pas le modèle.

« t » : Période t qui représente un jour de production

$$t \in \{1, \dots, 70\}$$

3.2.3. Paramètres

R_i = Récolte annuelle du produit i en kg

N_i = Pourcentage de la récolte qui peut être vendu en nature en %

c_j = Coût de transformation du produit fini j en €

K_i = Coût d'achat de variétés i en €/kg

k_i = Coût d'achat de variétés i pour les jus en €/kg

t_j = Temps pour produire le produit fini j en minutes

S_j = Set Up Time du produit fini j en minutes

p_j = Prix de vente du produit fini j en €

D_j = Demande annuelle maximum produit fini j

d_j = Demande annuelle minimum produit fini j

T_t = Temps de travail disponible en période t en minutes

$q_{i,j}$ = Quantité nécessaire de i pour produire une unité de produit fini j en kg

Notons que quand $j \in$ produits naturels et $i \neq$ (olive, verveine), le paramètre $q_{i,j}$ prend alors la forme d'une matrice diagonale composée de 1. En effet, il faut un kilogramme de prunes récoltées pour préparer un kilogramme de prunes naturelles. Pour $j \in$ produits transformés, le paramètre $q_{i,j}$ indique la quantité nécessaire de la variété i pour produire un pot, une bouteille, un sachet du produit fini j .

3.2.4. Variables

$z_j \mid j \in$ produits naturels = Produits vendus en nature

$x_{j,t} \mid j \in$ produits transformés = Quantité de produits j transformés à la période t

$y_{j,t} \mid j \in$ produits transformés = $\begin{cases} 1 & \text{si on produit le produit fini } j \text{ à la période } t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$a_i \mid i \in$ variétés transformables

= quantité de variétés i achetées en kg pour fabriquer tous les produits finis

$b_i \mid k(i) > 0$ = quantité de fruits pour jus achetés en kg

Rappelons que l'indice t a été créé pour exprimer le temps de travail en cuisine. La variable z_j ne dépend pas de l'indice t car elle indique la portion de la récolte vendue en nature et qui ne demande donc pas de temps de travail en cuisine. Les variables $x_{j,t}$ et $y_{j,t}$ sont liées à la production en cuisine et dépendent donc de t .

En ce qui concerne les produits achetés, la variable a_i indique la quantité de primeurs achetés, ces primeurs ne peuvent pas être vendus frais, ils sont transformés en cuisine. Il est possible

d'acheter des abricots et des pommes à jus à moindre prix (b_i). Ces fruits ne pourront cependant pas être utilisés dans la production de confitures ou gelées.

3.2.5. Contraintes

$$x_{j,t} \leq M * y_{j,t} \quad \forall j, t \quad [10]$$

Cette contrainte sert à lier la variable $x_{j,t}$ à la variable binaire $y_{j,t}$ qui doit prendre la valeur 1 si $x_{j,t}$ est strictement positif.

$$\sum_j \sum_t x_{j,t} * q_{i,j} + \sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i + a_i + b_i \quad i \in \text{variétés transformables} \quad [11]$$

Cette contrainte est une contrainte de flux pour s'assurer que ce qui sera mis en vente selon le modèle avec les différentes variétés ne dépasse pas la quantité disponible des dites variétés, c'est-à-dire la somme des récoltes du domaine et des différentes variétés achetées pour la production.

Pour chaque espèce récoltée i , la somme de la quantité des variétés nécessaires à la transformation et à la vente en nature ne dépasse pas la quantité totale de la variété i récoltée et achetée.

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i * N_i \quad \forall i \quad [12]$$

Cette contrainte assure que ce qui sera mis en vente en nature ne dépasse pas la proportion allouée à celle-ci ; elle a été calculée en fonction de la proportion vendue naturellement l'année passée par rapport à la quantité récoltée. Cela permet de respecter le fait qu'une partie des fruits récoltés ne peut être vendue en frais car les fruits/légumes perdent de leur fraîcheur s'ils ne sont pas vendus directement.

Pour chaque espèce récoltée i , la somme des quantités de récoltes vendues sans transformation ne peut être supérieure à la quantité totale récoltée multipliée par le pourcentage de celle-ci alloué à la vente directe. En outre, cette contrainte interdit de vendre des fruits et légumes achetés, qui sont normalement destinés à la transformation.

$$\sum_t x_{j,t} \geq d_j \quad j \in \text{produits transformés} \quad [13]$$

La gamme étant vaste et les conséquences d'une rupture de stock très handicapantes, il est essentiel que toute la gamme soit représentée. C'est pourquoi un respect d'une demande minimum est essentiel pour s'assurer de la production de chaque produit.

Pour chaque produit fini j , la somme de tous les produits transformés, toutes périodes comprises, doit être plus grande que la demande annuelle minimum.

$$\sum_t x_{j,t} \leq D_j \quad j \in \text{produits transformés} \quad [14]$$

Pour s'assurer de la vente des produits, il ne faut pas trop produire et c'est pourquoi cette contrainte délimite la quantité produite à la demande annuelle (celle-ci ayant déjà été multipliée par 150% pour permettre une amélioration des productions et un degré de liberté de manœuvre comme expliqué dans les hypothèses)

Pour chaque produit fini j , la somme de tous les produits transformés, toutes périodes comprises, ne peut excéder la demande annuelle maximum.

$$\sum_j [S_j * y_{j,t} + x_{j,t} * t_j] \leq T_t \quad \forall t \quad [15]$$

La demande n'est évidemment pas la seule contrainte limitant la production ; il existe également une contrainte humaine, la main d'œuvre disponible par jour pour transformer les produits.

Pour chaque jour t , la somme des temps d'enclenchement d'un produit s'il est transformé ce jour-là et des minutes de transformation utilisées doit être inférieure ou égale au temps de travail disponible ce jour-là.

$$\begin{aligned} x_{j,t} &= 0 & \forall t > 1, j \in \text{produits transformés en externe} & [16] \\ y_{j,t} &= 0 & \forall t > 1, j \in \text{produits transformés en externe} \end{aligned}$$

Les jus étant pressés à l'extérieur, et les quantités commandées importantes, une seule commande par an est réalisée. Pour répondre aux commandes de l'année entière, nous considérons que la commande est réalisée dès le premier jour. Cette contrainte a été ajoutée pour améliorer l'efficacité du modèle. Nous ne voulons pas que le modèle perde du temps à décider quel jour il va produire tel jus puisque cela ne change rien au résultat final. Tout ce qui nous intéresse est la quantité de jus qu'il veut produire alors nous forçons le modèle à produire toute cette quantité durant le jour 1.

Pour chaque jour t différent du premier, la quantité de jus, huile d'olive ou verveine séchée produite doit être nulle.

$$b_i \leq \sum_{j \in \text{produits transformés en externe}} x_{j,t} * q_{i,j} \quad \forall i \quad [17]$$

Il est important de préciser que le modèle ne peut pas utiliser de pommes à jus pour faire de la gelée de pommes par exemple. Cette contrainte signifie que la quantité de fruits à jus achetée doit être intégralement utilisées dans la production de jus.

$$\begin{aligned} z_j &\geq 0 & \forall j & [18] \\ x_{j,t} &\geq 0 & \forall j, \forall t & \\ a_i &\geq 0 & \forall i & \\ b_i &\geq 0 & \forall i & \end{aligned}$$

Ces contraintes de non-négativité signifient que la quantité de variétés achetées et de produits vendus en frais ou transformés ne peut être négative.

$$y_{j,t} \in \{0,1\} \quad \forall j, \forall t \quad [19]$$

La variable y étant binaire elle ne peut prendre que deux valeurs distinctes : 0 ou 1.

3.2.6. Fonction objectif

$$\text{Max} \sum_j \sum_t x_{j,t} * (p_j - c_j) - \sum_i (a_i * K_i + b_i * k_i) + \sum_j z_j * p_j \quad [20]$$

La fonction objectif à maximiser correspond au bénéfice que l'entreprise peut espérer avec ces données et contraintes : la somme des marges bénéficiaires de tous les produits vendus par le domaine (produits transformés et au naturel).

3.2.7. Récapitulatif : Modèle

$$\begin{aligned} &\text{Max} \sum_j \sum_t x_{j,t} * (p_j - c_j) - \sum_i (a_i * K_i + b_i * k_i) + \sum_j z_j * p_j && [21] \\ &\text{s.t. } x_{j,t} \leq M * y_{j,t} && \forall j, t \\ &\sum_j \sum_t x_{j,t} * q_{i,j} + \sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i + a_i + b_i && i \in \text{variétés transformables} \\ &\sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i * N_i && \forall i \\ &\sum_t x_{j,t} \geq d_j && j \in \text{produits transformés} \\ &\sum_t x_{j,t} \leq D_j && j \in \text{produits transformés} \\ &\sum_j [S_j * y_{j,t} + x_{j,t} * t_j] \leq T_t && \forall t \\ &x_{j,t} = 0 && \forall t > 1, j \in \text{produits transformés en externe} \\ &y_{j,t} = 0 && \forall t > 1, j \in \text{produits transformés en externe} \\ &b_i \leq \sum_{j \in \text{produits transformés en externe}} x_{j,t} * q_{i,j} && \forall i \\ &z_j \geq 0 && \forall j \\ &x_{j,t} \geq 0 && \forall j, \forall t \\ &a_i \geq 0 && \forall i \\ &b_i \geq 0 && \forall i \\ &y_{j,t} \in \{0,1\} && \forall j, \forall t \end{aligned}$$

3.3. Deuxième Modèle : Utilisation des récoltes comme variables

Ce premier modèle permet de trouver l'utilisation des récoltes données qui maximise la fonction de bénéfice. Avec ce second modèle, nous voulons connaître l'allocation de la

parcelle de maraichage qui maximise les bénéfices tirés de la vente des récoltes, transformées ou vendues naturellement. L'allocation de la parcelle de maraichage peut être définie comme la proportion des différentes occupations du sol présentes dans le territoire. Ce nouveau modèle optimise donc deux niveaux de décision **simultanément** : en premier lieu, il définit quelles sont les surfaces qui doivent être allouées à chaque variété (allocation de la parcelle). Ensuite, il indique l'utilisation des récoltes générées dans le but de maximiser la fonction de bénéfice. Bien évidemment, les variables, contraintes et paramètres du deuxième niveau de décision sont, pour la plupart, identiques au premier modèle. En résumé, le deuxième modèle est une extension du premier dans laquelle on laisse la liberté de décider de l'allocation de la parcelle de maraichage et donc des récoltes.

3.3.1. Hypothèses

Ce modèle s'appuie sur la flexibilité du maraichage. En effet, la production étant saisonnière et modifiable très facilement, un tel modèle a un réel impact sur la prise de décisions des variétés plantées en maraichage. Il permet également d'optimiser la vente de produits frais et de diminuer la portion de fruits ni vendus, ni transformés mais congelés.

En plus de l'hectare actuel, les Davids nous ont autorisés à allouer un nouvel hectare au maraichage avec la liberté totale de l'allocation des cultures actuellement présente au domaine à condition que chaque variété soit plantée sur une surface minimum. L'analyse des données a permis d'éliminer deux cultures directement ; l'ail et le poireau. La production de ces deux variétés n'était absolument pas rentable et leur rendement réel était de 2666 kg/ha et 236 kg/ha alors que leur rendement théorique est respectivement de 20000 kg/ha et 2500 kg/ha.

Ce nouvel hectare va permettre d'accroître fortement la production tout en diminuant proportionnellement le coût de revient du maraichage.

Comme le management préfère ne pas avoir à engager un maraicher supplémentaire pour s'occuper de ce nouvel hectare, il faudra donc essentiellement rajouter des légumes ne demandant que très peu d'entretien (courges, pommes de terre, asperges, ...).

Ces hypothèses ont donc été formulées :

- *Arboriculture*

Les arbres fruitiers ne peuvent pas être abattus. Nous ne pouvons donc pas toucher à la composition des parcelles d'arboriculture. Les récoltes de ces fruits, ainsi que leurs demandes en frais seront identiques à l'année précédente.

- *Main d'œuvre*

Aucune main d'œuvre supplémentaire ne sera allouée à l'entretien spécifique de la plante. L'intérêt est de diminuer proportionnellement le coût de revient d'un légume/fruit du maraichage grâce aux économies d'échelle.

Une fois plantées, certaines variétés ne demandent aucun entretien, excepté le désherbage général de la surface. Pour cette raison, le temps de travail nécessaire à l'entretien d'une variété i sera classé par catégorie : temps de travail "faible", "moyen" ou "élevé". Sera considéré comme « faible » tout fruit ou légume qui ne demande que l'entretien général du champ ou de la serre une fois planté ; comme « moyen » toute variété nécessitant un minimum d'entretien lors de sa pousse ; comme « élevé » toute variété dont la cueillette ou l'entretien nécessite un traitement particulier et prenant du temps. Un mètre carré de légumes de la catégorie « élevé » correspond à 30,21 minutes, soit trois fois le temps alloué à la catégorie « moyen » pour un mètre carré et cinq fois la catégorie faible, c'est-à-dire 10,07 et 6,04 minutes respectivement.

- *Demande*

Pour le maraichage, la demande telle quelle de certaines variétés ne délimitera pas la production parce que le domaine des Davids pourrait envisager d'écouler sa production dans d'autre canaux de vente (magasins locaux bio, etc.) si nécessaire. Le tri des différentes variétés a été fait avec Sophie Le Clercq, en considérant leur qualité et leurs spécificités par rapport aux autres variétés de la région (récolte tardive, taille, ...).

Ce tri a été traduit en 4 catégories représentant le potentiel de ventes des différentes variétés:

0. Le potentiel est inexistant : la production de ces variétés doit être stoppée. L'ail et le poireau font partie de cette catégorie.

1. Le potentiel est faible : plus d'efforts ne seront pas alloués à ces variétés, la demande de fruits et légumes frais de cette catégorie est limitée à la quantité récoltée durant l'année N-1.²
2. Le potentiel est bon : cette catégorie comprend les légumes dont la péremption n'est pas rapide et qui se vendent facilement. Plus d'efforts peuvent y être alloués pour produire plus que l'année précédente. La demande des variétés de cette catégorie est limitée au double des récoltes de l'année N-1.
3. Le potentiel est excellent : ces variétés peuvent se conserver longtemps (butternut, pâtisson, ...) ou présentent des caractéristiques extraordinaires (par exemple, la pomme de terre n'est que très peu cultivée par les autres agriculteurs dans cette région, elle est donc très demandée ou encore les tomates anciennes des Davids sont exceptionnellement savoureuses). Nous avons tout intérêt à maximiser la production de ces variétés puisque nous évaluons la demande maximum à dix fois la quantité récoltée durant de l'année N-1.

Ces demandes plafonds ont été établies en collaboration avec Sophie Le Clercq et le maraicher sur place, Laurent Bouvier. Des efforts de démarchages commerciaux sont déjà enclenchés pour trouver acheteur à cette production supplémentaire.

² Pour être plus exact, il aurait plutôt fallu parler de « récoltes espérées s'il n'y avait pas eu de malencontreux désagrément ». Certaines cultures ont été saccagées par des sangliers et les récoltes étaient anormalement pauvres. Pour les variétés concernées, nous avons estimé les récoltes en multipliant la surface occupée par le rendement (kg de récolte par m²).

- *Rendements et surfaces*

Pour chaque variété, nous avons calculé un rendement qui exprime la quantité de récoltes annuelles par mètre carré occupé. Le rendement de chaque variété a été calculé en comparant la surface allouée et les récoltes de l'année précédente. Les chiffres ont été validés par le maraîcher.

L'analyse des rendements a permis de détecter des anomalies précises dans les données : un rendement anormalement faible pouvait témoigner d'une attaque de sangliers, de lièvres, ... Des actions ayant été mises en place pour prévenir de telles conséquences, les rendements affectés par ces pertes ponctuelles ont été réajustés.

La superficie totale brute du terrain de maraichage est de 2 hectares dont 1,6 ha de plantations et 0,4 ha de routes pour les tracteurs, zones d'entreposage, haies, ... La surface totale de maraichage disponible dans le modèle est donc de 1,6 ha.

3.3.2. Indices

« i » : Variété récoltée i

$$i \in \{1, \dots, 45\}$$

Sous-ensemble i : « Variétés non-transformables »

Sous-ensemble i : « Variétés transformables »

Sous-ensemble i : « Maraichage »

Sous-ensemble i : « Arboriculture »

« j » : le produit fini j

$$j \in \{1, \dots, 69\}$$

Sous-ensemble j : « Produits naturels »

Sous-ensemble j : « Produits transformés »

Sous-ensemble j : « Produits transformés en externe »

« t » : Période t qui représente un jour de production

$$t \in \{1, \dots, 70\}$$

3.3.3. Paramètres

h_i = Rendement de production de la plante i en $\frac{kg}{m^2}$

m_i = Temps de main d'oeuvre nécessaire pour l'entretien d'un m^2 de variété i

M = Temps de main d'oeuvre de maraichage maximum disponible

P = Surface disponible pour le maraichage

L_i = Potentiel de vente (Catégorie 0,1,2 ou 3)

N_i = Pourcentage de la récolte qui peut être vendu en nature

Z_i = surface occupée par la variété i en $N - 1$

R_i = récolte de la variété i en $N - 1$

c_j = coût de transformation du produit fini j en €

K_i = coût d'achat de variétés i en €/kg

k_i = coût d'achat de variétés i pour les jus en €/kg

t_j = temps pour produire le produit fini j en minutes

S_j = Set Up Time du produit fini j en minutes

p_j = prix de vente du produit fini j en €

D_j = demande annuelle maximum produit fini j

d_j = demande annuelle minimum produit fini j

T_t = Temps de travail disponible en période t en minutes

$q_{i,j}$ = quantité nécessaire de la variété i pour produire une unité de produit fini j en kg

3.3.4. Variables

z_j | $j \in$ produits naturels = Produits vendus en nature

$x_{j,t}$ | $j \in$ produits transformés = Quantité de produits j transformés à la période t

$y_{j,t}$ | $j \in$ produits transformés = $\begin{cases} 1 & \text{si on produit le produit fini } j \text{ à la période } t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

a_i | $i \in$ variétés transformables

= quantité de variétés i achetées en kg pour fabriquer tous les produits finis

b_i | $k(i) > 0$ = quantité de fruits pour jus achetés en kg

$u_i | i \in \text{maraichage} = \text{Taille de terrain allouée à la production de la plante } i$

$W_i | i \in \text{maraichage} = u_i * h_i = \text{quantité de récoltes prévue}$

3.3.5. Contraintes

$$\sum_j \sum_t x_{j,t} * q_{i,j} + \sum_j z_j * q_{i,j} \leq u_i * h_i + a_i + b_i \quad i \in \text{maraichage} \quad [22]$$

$$\sum_j \sum_t x_{j,t} * q_{i,j} + \sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i + a_i + b_i \quad i \in \text{arboriculture}$$

Cette contrainte est celle du flux du modèle 1 modifiée pour s'assurer que ce qui sera mis en vente ne dépassera pas la quantité des dites récoltes.

Pour chaque variété récoltée i , la somme de la quantité de récoltes nécessaire à la transformation et à la vente en nature ne dépasse pas la quantité totale du produit i récoltée qui correspond à la somme de la récolte et des variétés achetées pour la production des produits finis et jus.

$$\sum_i u_i \leq P \quad [23]$$

La somme de toutes les tailles allouées à toutes les différentes récoltes du maraichage ne peut dépasser P qui correspond à la taille maximum à allouer, c'est-à-dire 1,6 hectares.

Cette nouvelle contrainte assure le respect de la limite à allouer au maraichage.

$$\sum_i u_i * m_i \leq M \quad [24]$$

Pour assurer le respect de l'hypothèse selon laquelle aucun temps supplémentaire ne sera alloué au maraichage, le temps alloué à chaque variété ne dépasse pas le temps de main d'œuvre de l'année précédente M qui correspond à 112740 minutes.

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq u_i * h_i \quad i \in \text{maraichage} \quad [25]$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i \quad i \in \text{arboriculture}$$

Ces deux contraintes ont pour unique but d'empêcher le modèle de vendre des fruits et légumes qui sont achetés (et qui sont destinés uniquement à être transformés). Elle stipule

qu'on ne peut pas vendre en frais plus que ce qu'on récolte. Cette contrainte n'a pas pour but de limiter la demande en fruits et légumes frais (voir équations 29).

$$u_i \geq 30 \quad \forall i \mid L_i = 1 \text{ ou } L_i = 2 \text{ ou } L_i = 3 \quad [26]$$

Cette contrainte assure la même représentativité de variétés qu'aujourd'hui. Les différentes variétés peuvent être différemment allouées mais doivent être au moins présentes pour conserver cette polyculture essentielle. La taille minimum à allouer est de 30 mètres carrés.

$$u_i \geq Z_i \quad \forall i \mid L_i = 2 \text{ ou } L_i = 3 \quad [27]$$

Pour les catégories de potentiel de vente 2 et 3, comme les Davids désirent produire plus vu la qualité et la spécificité de ces variétés, la taille allouée doit être au minimum égale à celle allouée l'année précédente.

Pour chaque variété i du maraichage dont le potentiel de vente est 2 ou 3, la taille allouée doit être plus grande ou égale à la taille allouée en $N-1$.

$$u_i = 0 \quad \forall i \mid L_i = 0 \quad [28]$$

Cette contrainte s'applique aux variétés que le domaine a décidé d'arrêter de planter. Pour chaque variété i dont le potentiel de vente est nul, la taille allouée doit être nulle.

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i * N_i \quad \forall i \mid L_i = 0 \text{ ou } L_i = 1 \quad [29]$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq Z_i * h_i * 2 \quad \forall i \mid L_i = 2$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq Z_i * h_i * 10 \quad \forall i \mid L_i = 3$$

Ces contraintes, accompagnées des équations 25, viennent remplacer la contrainte de demande en nature du modèle 1. Il y a trois équations différentes qui s'appliquent à des variétés dont les catégories de potentiel de vente sont différentes. Pour les variétés dont le potentiel de vente est de catégorie 0 ou 1, la quantité vendue en frais ne peut pas être supérieure à la quantité effectivement vendue l'année passée. Pour les variétés dont le

potentiel de vente est de catégorie 2 (ou 3), la quantité vendue en frais ne peut pas dépasser deux fois (ou dix fois) les récoltes prévues de l'année dernière. Les fruits d'arboriculture étant classés dans la catégorie de potentiel de vente 0, cette contrainte limite également la vente en frais de fruits d'arboriculture telle qu'elle était limitée dans le premier modèle (voir le point « arboriculture » dans les hypothèses du modèle).

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \quad [30]$$

3.3.6. Fonction objectif

$$\text{Max} \sum_j \sum_t x_{j,t} * (p_j - c_j) - \sum_i (a_i * K_i + b_i * k_i) + \sum_j z_j * p_j \quad [31]$$

3.3.7. Récapitulatif

$$\text{Max} \sum_j \sum_t x_{j,t} * (p_j - c_j) - \sum_i (a_i * K_i + b_i * k_i) + \sum_j z_j * p_j \quad [32]$$

$$\text{s.t. } x_{j,t} \leq M * y_{j,t} \quad \forall j, t$$

$$\sum_j \sum_t x_{j,t} * q_{i,j} + \sum_j z_j * q_{i,j} \leq u_i * h_i + a_i + b_i \quad i \in \text{maraichage}$$

$$\sum_j \sum_t x_{j,t} * q_{i,j} + \sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i + a_i + b_i \quad i \in \text{arboriculture}$$

$$\sum_i u_i \leq P$$

$$\sum_i u_i * m_i \leq M$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq u_i * h_i \quad i \in \text{maraichage}$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i \quad i \in \text{arboriculture}$$

$$u_i \geq 30 \quad \forall i \mid N_i = 1 \text{ ou } N_i = 2 \text{ ou } N_i = 3$$

$$u_i \geq Z_i \quad \forall i \mid L_i = 2 \text{ ou } L_i = 3$$

$$u_i = 0 \quad \forall i \mid L_i = 0$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq R_i * N_i \quad \forall i \mid L_i = 0 \text{ ou } L_i = 1$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq Z_i * h_i * 2 \quad \forall i \mid L_i = 2$$

$$\sum_j z_j * q_{i,j} \leq Z_i * h_i * 10 \quad \forall i \mid L_i = 3$$

$$\sum_t x_{j,t} \geq d_j \quad j \in \text{produits transformés}$$

$$\sum_t x_{j,t} \leq D_j \quad j \in \text{produits transformés}$$

$$\sum_j [S_j * y_{j,t} + x_{j,t} * t_j] \leq T_t \quad \forall t$$

$$x_{j,t}=0 \quad \forall t > 1, j \in \text{produits transformés en externe}$$

$$y_{j,t}=0 \quad \forall t > 1, j \in \text{produits transformés en externe}$$

$$b_i \leq \sum_{j \in \text{produits transformés en externe}} x_{j,t} * q_{i,j} \quad \forall i$$

$$z_j \geq 0 \quad \forall j$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$x_{j,t} \geq 0 \quad \forall j, \forall t$$

$$a_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$b_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$y_{j,t} \in \{0,1\} \quad \forall j, \forall t$$

4. APPLICATION

4.1. Application Modèle 1

4.1.1. Résultats et analyse

Pour rappel, le modèle 1 prenait les récoltes comme une donnée non-modifiable et extrinsèque du modèle.

Quand nous lançons l'algorithme de résolution du modèle dans AIMMS, la fenêtre de progression indique qu'une solution est trouvée presque instantanément. Cette solution correspond à un écart de 0.1% entre la valeur de la fonction objectif de cette solution et la borne supérieure de la fonction objectif (*gap*). Cela signifie que si on laisse tourner l'algorithme indéfiniment, la solution peut potentiellement s'améliorer de 0.1% au maximum. Au bout de 30 secondes, cet écart est réduit à 0,07% et il ne descend presque pas après 5 minutes (0,05%). Pour des questions de praticité, nous avons défini une limite de temps de résolution de 30 secondes au dépend d'une potentielle solution qui ne serait que très légèrement améliorée. La perte potentielle d'une si faible amélioration nous paraît dérisoire et poser 30 secondes comme limite nous paraît dès lors tout à fait acceptable.

Dans le tableau suivant sont indiquées les quantités annuelles de produits finis et des fruits et légumes frais vendues. La quantité est exprimée en kilogrammes quand il s'agit de fruits et légumes frais. Elle est exprimée en pots, bouteilles ou sachets quand nous parlons de produits transformés

Tableau 3 - Résultats du modèle 1

Produit fini	Quantité	Produit fini	Quantité
Abricot	73,8	Poireau	8
Cerise	125	Poivron	270,57
Coing	1,15	Potimarron	112,01
Figue	4,25	Radis	13,2
Pêche	341,76	Salade	75
Pomme	684,64	Tomate	2274,87

Poire	0,288	Tomate ancienne	62,7
Prune		Tomate mini	108,2
Truffe	1,94	Confiture Abricot	378
Ail	7,1	Jus Abricot	1365
Asperge	132,91	Gelée Coing	59,88382
Aubergine normale et mini	1010,02	Jus Pomme-Coing	1194
Basilic	5,55	Confiture Figue	445
Betterave	113,02	Confiture Pêche	222
Blette	105,5	Jus Pêche	507
Butternut	59,36	Délice Pêche	75
Carotte	247,5	Gelée Pomme	255
Cèleri branche	4,2	Jus Pomme	2743
Concombre	103,25	Jus Pomme-Poire	1099
Courge	895,3	Jus Poires	1303
Courgette	791,5	Huile Olive	250
Échalote	6,3	Caviar Aubergine	541
Fraise	119,3808	Coulis Tomate	871
Petite Courgette	145	Sauce Tomate	249
Haricot	186,6	Confiture Fraise	373
Melon	935,0301	Confiture Melon-Framboise	99
Melon Canari	183,39	Chutney Melon	205
Menthe	0,7	Confiture Oignon	467
Oignon Blanc	69,68	Poivronnade	1666
Oignon	288,4	Délice Framboise	254
Panais	16,8	Tomatine	1623
Pastèque	40,25	Tapenade Verte	1533
Pomme de terre	587,5	Tapenade Noire	2026
Pâtisson	41,3	Verveine séchée	203
Persil	1,35		

La valeur de la fonction objectif de bénéfice est de **74 072** euros. Rappelons que cette dernière calcule le bénéfice basé sur le prix de vente diminué du coût de transformation qui comprend les coûts des ingrédients et de main d'œuvre.

Il est intéressant de voir quelle contrainte a limité la production de certains produits finis. Premièrement, ce qui ressort est que le modèle a utilisé toute la capacité de temps de travail disponible pour produire au maximum les produits qui ont la meilleure marge, tout en respectant les contraintes de production minimum qui assurent une largeur de gamme. Ensuite, ces productions sont limitées soit par la demande maximum, soit par la quantité finie de variétés qui sont indisponibles à l'achat. Le tableau 4 identifie le pourcentage résiduel de la demande non satisfaite par nos productions. L'huile d'olive et la verveine séchée sont grisées car la production est limitée par les récoltes d'olives et de verveine du domaine et le domaine ne souhaite pas en acheter pour augmenter la production car cela perdrait de son sens.

Tableau 4 - Pourcentage de la demande non satisfaite par le modèle 1

Produit fini	Demande non satisfaite (%)
Gelée Coing	62,69%
Confiture Figue	2,3%
Délice Pêche	65,33%
Huile Olive	33,33%
Caviar Aubergine	44,32%
Coulis Tomate	2,95%
Sauce Tomate	65,45%
Confiture Fraise	3,45%
Confiture Melon-Framboise	66,6%
Chutney Melon	1,26%
Confiture Oignon	10,93%
Verveine séchée	33,33%

Un autre problème qu'il est souhaitable d'éviter est le gaspillage. D'après les productions du modèle, il y a 351 kilogrammes de pêches et 56 kilogrammes de fraises qui ne sont ni vendus

frais ni utilisés dans l'atelier de transformation et qui sont donc congelés. Le modèle préfère les laisser de côté et acheter d'autres ingrédients nécessaires à la fabrication de produits finis plus rentables. La demande non satisfaite et la congélation pourraient être évités si on relaxe la contrainte stricte : celle de la main d'œuvre.

4.1.2. Analyse de sensibilité

Jusqu'ici, nous avons représenté la main d'œuvre dans notre modèle uniquement avec une contrainte. Cependant, la réalité est plus complexe, il serait dommage de traiter la main d'œuvre comme un budget qu'il est impossible de dépasser puisque en réalité, il est toujours possible de demander du renfort si nécessaire. La question à laquelle il faut répondre est « avons-nous intérêt à engager un deuxième cuisinier ? ». Pour répondre à cette question, il faut regarder le prix dual dans les contraintes de capacité de main d'œuvre. Comme expliqué dans la revue de littérature, le prix dual d'une contrainte indique l'évolution de la fonction objectif qui serait induite par une relaxation de la contrainte d'une unité. Dans notre cas, il indique donc le bénéfice qu'on pourrait retirer en augmentant la capacité de main d'œuvre d'une minute.

Pour calculer les prix duaux dans le cas d'un modèle qui contient des variables binaires, il faut résoudre le modèle deux fois : tout d'abord, on le résout normalement afin de trouver quelles sont les quantités et jours de production optimaux ($x_{i,j}$ et $y_{i,j}$). Ensuite, il faut à nouveau résoudre le modèle en fixant au préalable les variables binaires $y_{j,t}$ à leur valeur actuelle, cela signifie qu'aucune nouvelle production ne peut être activée (les *setup* ne peuvent pas être modifiés). Ainsi, la deuxième résolution s'opère sur une programmation linéaire et AIMMS est en mesure de quantifier, pour chaque jour, l'intérêt que nous avons à augmenter la capacité de temps de travail. Il est important de noter que le prix dual de la contrainte de capacité de main d'œuvre du jour t dépend uniquement de la production qui a été lancée le jour t . Nous pouvons donc voir pour quelle production il est le plus avantageux de demander du renfort. Le tableau 5 reprend les prix duaux pour certaines périodes ainsi que les productions de ces périodes. Notons au préalable que le modèle recommande de produire un maximum de deux produits différents par jour.

Tableau 5 - Prix dual des contraintes de main d'œuvre et de production pour la période t

Période	Prix Dual	Production 1	Production 2
2	0,62	Confiture Abricot	∅
3	0,53	Gelée Coing	Poivronnade
4	0	Gelée Pomme	Confiture pêche
5	0,53	Poivronnade	∅
9	0,76	Chutney Melon	Tomatine
11	0,63	Caviar Aubergine	∅
12	0,62	Confiture Figue	Confiture Abricot
18	0,76	Chutney Melon	Confiture Melon-Framboise
21	0,60	Tapenade Noire	∅
24	0	Gelée Pomme	∅
32	0,64	Coulis Tomate	Tapenade Verte
44	0,60	Confiture Oignon	Tapenade Noire
48	0	Délice Framboise	Confiture Pêche
50	0,76	Tapenade Verte	∅
52	0,65	Confiture Fraise	∅
57	0,76	Confiture Melon-Framboise	∅
64	0,53	Sauce Tomate	∅
69	0	Délice Framboise	∅

Il est évident qu'augmenter la production de produits finis dont la demande est entièrement satisfaite n'améliorerait pas la fonction objectif. Cependant, on voit qu'il y a un prix dual positif de 0,53 en période 5 durant laquelle on produit uniquement de la poivronnade dont la demande annuelle est satisfaite. On voit que pendant la période 3, où nous produisons de la poivronnade et de la gelée de coing, le prix dual est aussi de 0,53. Cela signifie que nous avons autant intérêt à augmenter le temps de travail en période 3 qu'en période 5 puisque dans les deux cas, la production de gelée de coing, dont la demande n'est pas encore satisfaite, peut être augmentée. En effet, nous pourrions produire plus de poivronnades en période 5 et moins en période 3, cela économiserait du temps pour produire de la gelée de coing en période 3.

Les produits écrits en caractères gras dans le tableau sont ceux dont la demande n'est pas encore satisfaite. Les lignes grisées correspondent à des périodes de production d'un produit fini dont la demande est satisfaite et dont il serait inutile d'augmenter le temps de travail.

Il est maintenant nécessaire de savoir quelle est la portée des prix duaux des contraintes de main d'œuvre. Il existe un palier au-delà duquel il n'est plus profitable d'augmenter la main d'œuvre. Il faut répondre à la question suivante : « Quel est le coût horaire maximum qui soit profitable et le temps de travail supplémentaire demandé ? ». En ce qui concerne le coût horaire supplémentaire, il est nécessaire de rappeler que le coût de main d'œuvre est déjà pris en compte dans le coût de transformation, il est basé sur le salaire horaire du chef cuisinier. Imaginons la possibilité d'engager un autre cuisinier à temps partiel ou de permettre au chef de faire des heures supplémentaires. Dans les deux cas, il peut y avoir coût additionnel par heure de travail fournie. Si le coût de travail supplémentaire par minute est supérieur au prix dual correspondant à la production d'un produit fini j , le temps de travail supplémentaire ainsi disponible ne doit pas être alloué à la production du produit fini j ; ce serait une perte d'argent. Ceci nous permet de répondre à la deuxième partie de la question : pour un coût de travail par minute supplémentaire x , le temps de travail sera alloué à la préparation des produits dont le prix dual correspondant dans la contrainte de capacité de main d'œuvre est supérieur à x . Le temps de travail total additionnel demandé sera celui nécessaire à la production d'une quantité égale à la demande non encore satisfaite de ces produits finis.

Nous avons donc créé une nouvelle variable $MO_t \in R_0^+$ qui indique le nombre de minutes de travail supplémentaire par période. Cette variable va servir à relaxer la contrainte de capacité de main d'œuvre de la période t . Bien évidemment, nous ajoutons un coût de travail supplémentaire dans la fonction objectif. Cela nous permet de voir comment le modèle se comporte en fonction du coût de main d'œuvre supplémentaire. Nous allons analyser deux cas de figure.

Dans le premier cas, on engage un cuisinier supplémentaire à temps partiel en considérant que le coût supplémentaire par minute de travail est de 0,5€. Le résultat correspond aux analyses relatives au prix dual faites plus haut : le temps de travail supplémentaire préconisé

par le modèle est de 67 heures. Ce temps est alloué à la préparation de tous les produits finis dont la demande n'était pas satisfaite, à l'exception des délices pêches et des confitures melon-framboises. Les nouveaux prix duaux générés après la résolution, sont de 0,45 et 0,37 respectivement. Cela signifie qu'il serait financièrement contre-productif d'engager un cuisinier supplémentaire à un tel prix pour préparer ces deux produits finis.

Dans un deuxième cas, nous considérons que notre cuisinier peut allouer plus de temps à la production pour une rémunération horaire égale. Cette situation est évidemment bien plus avantageuse et tout à fait réaliste puisque le cuisinier actuel dispose clairement de ce temps. Dans notre modèle, il n'y a donc aucun coût supplémentaire de main d'œuvre (rappelons encore une fois que le coût de main d'œuvre du cuisinier est compris dans le coût de transformation). Pour le modèle, c'est une relaxation gratuite et illimitée de la contrainte de main d'œuvre, les seules bornes du modèle sont donc la demande minimum et maximum. Dans ce cas, le modèle prédit un bénéfice supplémentaire de près de 3000€ (valeur de la fonction objectif : 77 006€) si le cuisinier peut travailler 375 heures de plus sur l'année. Cependant, il y a toujours 315 kilogrammes de pêches et 55 kilogrammes de fraises récoltés qui ne sont pas utilisés (les pêches et fraises sont donc congelées).

Après avoir analysé la possibilité d'augmenter la main d'œuvre, concentrons-nous sur le deuxième paramètre qui limite la production : la demande. Rappelons que, dans notre modèle, la production annuelle d'un produit fini ne peut pas excéder la demande maximale annuelle de ce produit fini. Serait-il intéressant de produire plus que la demande ? Pour répondre à cette question, nous avons fait une démarche similaire à la précédente : une variable $d_j \in \mathbb{R}_0^+$ qui représente la demande supplémentaire du produit fini j est créée. Nous allons étudier la possibilité de repousser les limites de la demande maximale en considérant que l'on peut vendre la marchandise excédentaire à un prix moindre. Nous ajoutons donc une pénalité correspondante au rabais effectué sur la production excédentaire dans la fonction objectif et nous considérons que la production excédentaire est limitée à un tiers de la demande maximale.

Notons que ce changement est unilatéral, la capacité de main d'œuvre reste fixée à 70 jours de 8 heures de travail, comme dans le problème initial.

Avec ces nouveaux changements dans le modèle, on s'aperçoit qu'il est préférable d'allouer plus de temps à la préparation des poivronnades, confitures d'abricots, tomatines, tapenades vertes et noires au détriment des caviars d'aubergines, coulis de tomates et autre, même si l'excédent est vendu 25% moins cher. En outre, les quantités de jus de toutes sortes voient leurs productions augmentées au maximum puisque la marge réalisée lors de la vente d'une bouteille de jus est élevée et que la production n'est limitée ni par le temps de travail (les jus sont produits en externe) ni par les ressources disponibles (les fruits peuvent être achetés). Notons tout de même que cette modification du modèle permet de réduire les congélations de récoltes.

4.1.3. Validation par l'organisation

L'organisation a validé les résultats, ceux-ci collant à la réalité selon eux. Les hypothèses ayant été créées conjointement avec eux pour s'en assurer.

Ils sont bien évidemment conscients que ce n'est pas une recette magique et que l'application de ceux-ci et sa réussite dépendaient d'eux désormais. Certaines productions nécessitent cependant de fortes diminutions et cela pose question : n'auront-ils pas de rupture de stock ? La flexibilité de l'atelier de transformation leur permet d'avoir de telles incertitudes et cela ne les inquiète pas.

4.1.4. Décisions Managériales

En analysant les résultats, il est devenu flagrant qu'un des gros points d'attention du domaine est la main d'œuvre. Il a fallu la réduire à plusieurs reprises pour que le modèle réalise une solution proche de la réalité du terrain. La production actuelle aurait pu être réalisée en un peu plus de la moitié du temps alloué l'année passée. Une enquête plus poussée des données et une confrontation de celles-ci a permis de mettre le doigt sur certaines failles. Par exemple, durant le mois de janvier 2019, le cuisinier a comptabilisé trois fois plus de temps de travail en cuisine qu'il aurait été théoriquement nécessaire au vu de la production du mois de janvier. Or pour une entreprise comme les Davids c'est la main d'œuvre qui représente le coût le plus important. Notre modèle se base sur 70 jours de main d'œuvre individuelle allouée à la production en cuisine. Actuellement, deux personnes sont allouées à cela bien que plusieurs

vérifications nous aient prouvé que tout pourrait être réalisé individuellement avec une meilleure organisation. A côté de la production, les cuisiniers proposent également un service traiteur en saison haute (juin, juillet, août) et dès qu'il y a des locations dans les hameaux. Durant la haute saison ou lorsqu'une commande importante est reçue, une deuxième voire troisième main d'œuvre est nécessaire.

Il serait tout de même important pour l'entreprise de considérer la possibilité de réduire la main d'œuvre à une personne par an et d'ajouter un voire deux saisonniers quand nécessaire. On a pu voir que le cuisinier aurait besoin de maximum 935 heures de travail pour satisfaire 150% de la demande de l'année précédente.

Concernant cette demande, il serait intéressant pour l'entreprise de considérer la possibilité de se concentrer sur certains produits qui sont leurs « vaches-à-lait » et qui rapportent le plus (poivronnades, tapenades, tomatine) aux dépens de certains autres produits. En effet, ces produits-là sont les plus rentables même vendus avec une réduction sur le prix de vente. L'idée n'est pas d'exclure les produits rapportant moins - il existera toujours des produits moins rentables – mais de se rendre compte que même si la gamme est essentielle, certains produits, contribuent plus largement à la marge. Si les Davids commencent à démarcher plus de magasins bio, ils doivent mettre ces produits en exergue.

Pour finir, il est important que le domaine des Davids soit conscient que ce modèle n'est pas un résultat assuré, parce que la réalité est loin d'être un modèle mathématique parfait. C'est pourquoi en cours d'année, il sera indispensable d'adapter les productions à la réalité. Par exemple, si on voit qu'en mars toute la production de confitures d'abricots a déjà été écoulee, il est évident qu'une nouvelle production devra être lancée même si notre modèle prévoyait de n'en produire que 378.

4.1.5. Limites

En réalisant ce modèle, nous avons identifié certaines limites. Comme dit précédemment, la main d'œuvre disponible était démesurée et seule la contrainte de la demande (déjà augmentée) limitait les décisions du modèle. Le choix de limiter la main d'œuvre à 70 jours par an a beau avoir été pris en accord avec l'entreprise, il ne reflète pas la réalité actuelle ; les gérants du domaine des Davids doivent en tenir compte quand ils interprètent les résultats

du modèle. C'est pour cette raison qu'une analyse du prix dual des contraintes de main d'œuvre a été présentée.

De plus, le modèle est basé sur une augmentation potentielle de 50% de la demande, ce qui est un risque à prendre, des efforts commerciaux doivent donc être mis en place pour assurer la vente des produits. La demande peut être très volatile en fonction de la disponibilité des fruits et légumes sur le marché par exemple. Le caractère déterministe de notre modèle l'empêche de considérer convenablement la variabilité de la demande. Mais contrairement au système présenté par Hamer, P. J. C., la variabilité de la demande aura moins d'impact pour une entreprise agricole de polyculture telle que les Davids. Si la demande d'une variété baisse, peut-être que la demande d'une autre variété va augmenter. C'est pour cette raison que nous avons créé différentes catégories de potentiel de vente. En outre, il y a toujours la possibilité de congeler les récoltes invendues pour les transformer ultérieurement.

Une autre limite concerne l'analyse des résultats ; même si notre modèle réalise un bien meilleur résultat que celui de l'année précédente, il nous est impossible de comparer nos données aux données existantes. En effet, les différentes hypothèses posées et le manque de gestion centralisée sur place nous empêchent de pouvoir comparer exactement nos résultats à ceux de l'année précédente. Une autre limite de notre modèle, rejoignant d'ailleurs la précédente, est la non prise en compte des stocks de l'année précédente. Il nous est dès lors impossible de comparer nos résultats à ceux de l'année précédente sans tenir compte de la valeur importante du stock. Si nous avons ignoré cette réalité dans le modèle c'est justement pour éviter un stockage trop important chaque année. Nous voulions éviter que ce stock s'accumule au fil des années. Un cuisinier est là toute l'année et lorsqu'il ne s'occupe pas du traiteur, pendant les 70 jours, il doit produire.

4.2. Application Modèle 2

4.2.1. Résultats et analyse

Pour rappel, le modèle 2 est une extension du premier modèle : il prend le maraichage comme variable et alloue un hectare supplémentaire à celui-ci.

En lançant la résolution du modèle, le programme trouve presque instantanément une solution dont l'écart entre la valeur de la fonction objectif et la borne supérieure est de 0,05%. Aucune meilleure solution n'est trouvée après 3 minutes. Comme pour le premier modèle, pour des raisons pratiques et parce que l'écart est infime, nous arrêtons la recherche après 30 secondes de résolution. La valeur de la fonction objectif est de **91 995** euros. Pour le premier modèle, elle était de 74 072 euros. Cette augmentation peut être expliquée par deux phénomènes : une augmentation de la surface de maraichage disponible et surtout une répartition plus précise de celle-ci. Le tableau suivant permet de comparer la composition du terrain en 2019 à la composition du terrain recommandée par le modèle. Il indique également les catégories de temps de travail et de potentiel de vente pour chaque variété.

Tableau 6 - Comparaison allocation 2019 avec résultats du modèle 2

Variété	Potentiel de vente	Temps de travail	Surface allouée 2019 (m ²)	Surface allouée à l'optimum (m ²)	Différence (m ²)
Ail	0	Moyen	300	0	-300
Asperge	2	Faible	400	800	400
Betterave	1	Moyen	100	30	-70
Blette	1	Moyen	30	30	0
Butternut	3	Faible	150	1500	1350
Carotte	1	Moyen	150	150	0
Cèleri branche	1	Faible	30	30	0
Concombre	1	Moyen	200	30	-170
Courge	1	Faible	500	500	0
Courgette	2	Faible	300	600	300
Échalote	1	Moyen	30	30	0
Petite Courgette	1	Faible	100	100	0
Haricot	1	Élevé	200	30	-170
Melon Canari	2	Faible	300	600	300
Menthe	1	Faible	30	30	0
Oignon	1	Moyen	500	30	-470
Panais	1	Moyen	30	30	0

Pastèque	1	Faible	200	30	-170
Pomme de terre	3	Moyen	500	1744	1244
Pâtisson	3	Faible	100	1000	900
Persil	1	Faible	30	30	0
Poireau		Moyen	30	0	-30
Potimarron	1	Faible	150	150	0
Radis	1	Moyen	30	30	0
Salade	1	Élevé	500	30	-470
Tomate ancienne	3	Élevé	800	800	0
Tomate mini	2	Moyen	100	200	100
Aubergine normale et mini	2	Moyen	600	1291	691
Basilic	1	Moyen	30	30	0
Fraise	1	Élevé	400	30	-370
Melon	2	Faible	500	1040	540
Oignon Blanc	1	Moyen	30	146	116
Tomate	1	Moyen	400	580	180
Verveine	2	Faible	30	45	15
Poivron	1	Moyen	600	302	-298
TOTAL	Ø	Ø	8380	11998	3618

Il peut être surprenant de constater que d’après notre modèle, il n’est pas nécessaire d’utiliser la totalité de la surface supplémentaire mise à disposition pour le maraichage. Afin d’expliquer cela, rappelons les deux paramètres qui jouent un rôle majeur dans la prise de décision : le temps de travail nécessaire à l’entretien de chaque variété et la demande (interne et externe) de chaque variété. Le premier limite la surface allouée via la contrainte de temps de travail du maraicher et le deuxième limite la surface allouée via les contraintes de demande maximum. Le modèle résout ainsi un compromis entre facilité d’entretien et potentiel de vente en frais ou de transformation. Nous voyons des surfaces allouées aux butternuts, pommes de terre et pâtissons augmenter drastiquement car ce sont des produits très demandés dans la région et que leur culture ne demande pas énormément de temps de travail. A l’inverse, la salade et

l'oignon nécessitent plus de temps de travail et leur demande est assez limitée, c'est pourquoi le modèle recommande d'en planter sur une surface minimale. C'est donc la contrainte de capacité de temps de travail du maraicher qui limite la surface totale occupée à seulement 1,19 ha alors qu'il y a 1,6 ha de disponible.

Par ailleurs, une telle allocation de la surface maraichère permet une récolte de 18.208 kg de légumes/fruits maraichers, c'est-à-dire une augmentation de 190% par rapport à l'année précédente qui était de 9.431 kg. Une telle augmentation permet de passer d'un coût de revient moyen d'un kilogramme de variétés sortant du maraichage de 6,36 € à **3,29 €** grâce aux économies d'échelle réalisées : on a produit plus mais mieux et moins énergivore en main d'œuvre.

Cependant, malgré cette grande amélioration le prix moyen de vente pondéré par le poids des récoltes reste de seulement 2,36 € / kg.

4.2.2. Analyse de sensibilité

Comme vu précédemment, toute la surface disponible pour le maraichage n'est pas occupée car l'unique maraicher du domaine ne pourrait pas prendre seul à sa charge l'entretien d'une plus grande surface.

Cela pose directement la question : « Serait-il avantageux d'augmenter la capacité de travail du maraicher ? ». Pour cela nous allons étudier l'opportunité d'engager un travailleur saisonnier qui viendra en renfort au maraicher. Le coût mensuel est de 1 200€ pour 140 heures de travail, ce qui revient à un coût horaire de 8,57€. D'une manière similaire au modèle 1, nous ajoutons une variable $MO \in R_0^+$ qui indique le temps de travail de maraichage supplémentaire. Cette variable vient s'ajouter au temps de travail total du maraicher dans la partie droite de la contrainte 24. En outre, nous ajoutons le coût de main d'œuvre supplémentaire dans la fonction objectif. Avec ces modifications, le modèle recommande d'utiliser l'entièreté du terrain de maraichage disponible. La nouvelle composition est indiquée dans le tableau 7 et permet un bénéfice de 95.686 euros. Ce tableau n'affiche que les variétés pour lesquelles il y a eu un changement dans la surface qui leur est allouée après la relaxation.

Tableau 7 - Changements dans les résultats du modèle 2 si ajout de M.O. maraicher

Variété	Potentiel de vente	Temps de travail	Surface allouée à l'optimum (m ²)	Surface allouée avec relaxation (m ²)	Différence (m ²)
Pomme de terre	3	Moyen	1744	5000	+ 3256
Poivron	1	Moyen	302	903	+ 601
Oignon	1	Moyen	30	500	+ 470
Haricot	1	Élevé	30	200	+ 170
Concombre	1	Moyen	30	197	+ 167
Betterave	1	Moyen	30	100	+ 70
Aubergine normale et mini	2	Moyen	1291	1.345	+ 54
Oignon blanc	1	Moyen	146	120	-26

On remarque instantanément qu'avec la possibilité d'engager de la main d'œuvre de maraichage supplémentaire, on peut se permettre de planter plus de variétés qui demandent un certain temps d'entretien et dont on sait qu'il reste de la demande à satisfaire. La surface occupée ainsi ajoutée nécessiterait 51 381 minutes, soit 856 heures de travail supplémentaire. Il peut être surprenant de voir que la surface allouée aux pommes de terre est presque 4 fois supérieure à celle allouée aux aubergines alors que les pommes de terre ne sont utilisées dans aucune recette. Il faudra donc être capable de vendre 5,8 tonnes de pommes de terre sur l'année. Cela a été discuté avec les gérants qui en sont convaincus : rares sont les agriculteurs qui font pousser des pommes de terre dans cette région de France, il y a donc énormément de demande à satisfaire.

Jusqu'ici, nous avons étudié les possibilités de relaxer certaines contraintes (c'est-à-dire, la rendre moins contraignante et laisser plus de liberté au modèle) « ceteris paribus », toutes choses étant égales par ailleurs. Il serait intéressant de considérer simultanément les possibilités d'augmenter le temps de travail de maraichage (avec un coût de 8,57 euros de l'heure), celui de l'atelier cuisine (au même coût que le cuisinier actuel) ainsi que la demande maximum de produits transformés (avec une réduction du prix de vente de 25% pour la

demande supplémentaire allant jusqu'à un tiers de la demande annuelle). Cette possibilité a été testée dans le modèle 2 et le bénéfice annuel prédit est de 114 828 euros. La main d'œuvre de maraichage supplémentaire prédite est de 852 heures, celle de la cuisine est de 973 heures et la demande supplémentaire totale est de 7.233 produits finis (principalement des jus, tapenades, coulis et sauces tomates).

4.2.3. Validation par l'organisation

A nouveau, les résultats ont été validés par l'organisation bien qu'ils s'éloignent un peu plus de la situation actuelle. Le maraichage a été complètement repensé pour permettre une bien meilleure rentabilité de l'allocation. La situation, s'opérant sur le plan tactique, ne laisse cette fois pas de place à la flexibilité et oblige l'organisation à faire confiance au modèle. Toutefois, les changements prônés par le modèle ne surprennent pas l'organisation.

4.2.4. Décisions managériales

Tout d'abord, selon le modèle initial, le domaine des Davids pourrait espérer un résultat de 91 995 € duquel on soustrait les coûts moyens du maraichage qui correspondent à 60 000 €, et le bénéfice serait d'environ 30 000 €. En engageant un saisonnier pour porter main forte au maraicher, le bénéfice pourrait même monter jusqu'à 35 000 €. Encore mieux : si, en plus du saisonnier, un cuisinier supplémentaire est engagé et les demandes de produits finis sont amplifiées, le bénéfice pourrait atteindre 107 000 euros. Ces résultats sont très positifs mais à nouveau, l'effort commercial promis par la société doit impérativement être mis en place pour vendre les récoltes qui auront presque triplé.

Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que malgré l'impressionnante augmentation de quantité récoltée et la chute du coût de revient liée, le prix de revient moyen reste toujours inférieur au coût de revient moyen pour un kilogramme de produit maraicher. Le tableau suivant présente une décomposition de la fonction de bénéfice pour les résultats du modèle 2 dans lequel les trois contraintes ont été relaxées. Il permet de comparer la quantité de fruits et légumes vendus en frais ainsi que la recette tirée de cette vente et la quantité de primeurs

utilisés dans la préparation de différentes confitures, tapenades, jus et autres ainsi que le bénéfice tiré de la vente de ces derniers.

Tableau 8 - Décomposition de la fonction objectif pour le modèle 2

	Produits frais	Produits transformés
Bénéfice	53 355 €	68 776 €
Quantité de primeurs	22,3 t	15,3 t
Ratio	2,39 €/kg	4,49 €/kg

Un kilogramme de récolte rapportera, en moyenne, presque deux fois plus d'argent s'il est transformé que s'il est vendu frais. En outre, un produit transformé a une durée de vie largement supérieure. La gamme de produits transformés est donc essentielle à la rentabilité financière de la société. C'est donc sur la transformation en cuisine qu'il faut concentrer ses efforts.

Si nous produisons plus, nous gagnons plus, à condition d'être capable de vendre ce qui a été produit. Ce n'est pas une théorie managériale révolutionnaire mais c'est, selon nous, le principal problème du domaine des Davids actuellement. Il y a un potentiel énorme qui n'est pas entièrement exploité : le taux de production en cuisine est loin d'être à cent pourcents de sa capacité, la planification de la production est improvisée au jour le jour et les efforts pour trouver de nouveaux canaux de distribution ou développer les canaux existants ne sont pas suffisamment importants, ou du moins, pas encore ! Nous sommes convaincus que si nous produisons plus et plus juste et que des nouveaux points de ventes sont trouvés, la dernière ligne du bilan financier annuel ne sera plus dans le rouge et le domaine des Davids sera un exemple à montrer à ceux qui prétendent que polyculture biologique et rentabilité financière ne font pas bon ménage.

4.2.5. Limites

Comme le précédent, ce modèle présente quelques limites qui vont être discutées dans cette section.

Tout d'abord, concernant le choix du multiple dans les contraintes 29 de production des variétés, bien que réfléchi en collaboration avec le domaine, celui-ci reste « arbitraire » et nous n'avons pas voulu être plus optimistes qu'actuellement pour s'assurer de la vente réalisable des récoltes. Avec des données précises, une réelle étude de marché sur le terrain et auprès des magasins biologiques, nous pourrions avoir une idée bien plus précise de la demande possible et sûrement augmenter les productions.

De plus, concernant le temps de maraichage, celui-ci est considéré à travers trois catégories : faible, moyen et élevé. Ces catégories sont une réelle ligne de conduite à suivre pour les maraichers. Cependant, cela implique qu'au sein d'une même catégorie, notre modèle ne fait aucune différence en termes de temps entre deux variétés alors que deux variétés ne prennent jamais exactement le même temps d'entretien.

Par ailleurs, ce modèle reste mathématique et des données qualitatives comme les spécificités de certaines variétés du domaine par rapport à d'autres d'un autre domaine sont très dures à traduire. C'est pourquoi les paramètres concernant le potentiel de vente ont été créés mais à nouveau ce n'est pas exactement représentatif de la réalité mais cela s'en rapproche fortement.

5. CONCLUSION ET PISTES D'AMELIORATION

Après avoir introduit les bases de la programmation linéaire et des différents modèles, nous avons fait le choix de réaliser un modèle déterministe et de s'appuyer plus particulièrement sur un *Master Production Scheduling Model*. Notre problème étant une question opérationnelle d'allocation des ressources dans un premier temps et un problème tactique et opérationnel d'occupation du terrain et d'allocation des ressources dans un deuxième temps, ce modèle, permettant de planifier la production de différents produits finis avec une quantité limitée de ressources, était le plus adapté.

Les implications de la planification agricole ont aussi été présentées. Ensuite, une fois les différentes caractéristiques du maraichage, de la viticulture et de l'arboriculture et les conséquences du label biologique présentées, le choix de réaliser deux modèles a été fait : un premier qui prenait les récoltes comme une donnée extrinsèque au modèle et un second qui prenait la taille allouée aux différentes variétés et donc aux récoltes comme une variable du modèle.

Le premier modèle a permis un résultat de 74 072 euros et nous a montré certaines failles du domaine comme l'utilisation de la main d'œuvre qui n'était pas du tout optimisée. Grâce au deuxième modèle le résultat a pu monter jusque 91 995 euros. Pour ce modèle, nous avons la liberté d'allouer un hectare supplémentaire au maraichage ce qui a permis cette forte augmentation du résultat mais aussi de fortes hypothèses concernant une croissance possible de la demande. Les efforts commerciaux promis par le domaine devront être mis en œuvre pour s'assurer de la réalisation de ces prédictions. Une analyse de sensibilité a permis de noter qu'un saisonnier supplémentaire en maraichage et en cuisine pourrait encore augmenter ce résultat. Le maraicher pourrait allouer son temps à des variétés dont l'entretien prend du temps.

Pour finir, le domaine des Davids s'inscrit dans une philosophie de respect et partage des terres qui leur ont été données comme beaucoup d'autres domaines agricoles aujourd'hui. Rendre ce qui nous a été offert mais seulement après l'avoir un peu embelli plutôt que détruit. Chaque petit geste compte et les projets semblables doivent être encouragés. Pierre Rabhi a

dit « La planète Terre est à ce jour la seule oasis de vie que nous connaissons au sein d'un immense désert sidéral. En prendre soin, respecter son intégrité physique et biologique, tirer parti de ses ressources avec modération, y instaurer la paix et la solidarité entre les humains, dans le respect de toute forme de vie, est le projet le plus réaliste, le plus magnifique qui soit. » (Rabhi, 2014) Et le domaine des Davids veut faire partie de ce magnifique projet.

5.1. Contribution managériale

Ces deux modèles et ces résultats, validés par les Davids permettent à l'entreprise de repenser leur production et leur allocation des ressources pour espérer atteindre un résultat financier positif l'année prochaine. Cela a permis également de se rendre compte de la lacune existante concernant la gestion sur place ou encore la main d'œuvre en cuisine.

Les Davids désiraient augmenter ses efforts commerciaux depuis quelques temps mais désormais ils ont la preuve qu'un tel investissement portera ses fruits.

Un résultat positif en production permettra de soutenir les autres activités comme la viticulture et vinification qui sont les figures de proue du domaine.

5.2. Contribution théorique

Il existe énormément de différents modèles en *supply chain planning* ou *agricultural planning* mais très peu sont facilement accessibles aux agriculteurs et compréhensibles par tout un chacun. Notre premier modèle permet d'optimiser simplement la production soit en la transformant soit en la vendant en frais. Notre deuxième modèle permet d'optimiser simultanément les deux étapes essentielles d'un agriculteur : l'allocation des parcelles de terre à différentes cultures et l'utilisation des récoltes. Ce modèle reste relativement simple et inclut des contraintes polyculturelles pour s'assurer du respect de l'environnement.

Nos modèles déterministes permettent, contrairement aux différents modèles stochastiques existants, d'entrevoir une finalité financière positive. Avant de soucier des conséquences possibles de la météo ou de certaines maladies, l'agriculteur a besoin de connaître le mixte optimal pour faire des bénéfices.

5.3. Critique

Malgré ces résultats très positifs ce projet présente certaines limites. Tout d'abord, concernant le choix d'un modèle déterministe et non stochastique : choisir un modèle stochastique nous permettrait d'écrire un modèle plus représentatif de la réalité du métier d'agriculteur dont la complexité peut difficilement être résumée en chiffres. Pour pallier cette limite, nous avons pris soin de prendre un maximum de variables en compte en évaluant certains paramètres de manière à les rendre réalistes et pas trop optimistes.

Par ailleurs, ce modèle reste toujours très opérationnel. Un modèle plus stratégique, s'intéressant plus profondément à la problématique de la polyculture, incluant des données comme le taux d'humidité, la pente de la vallée, les conditions météorologiques, ... pourrait avoir un apport important pour le domaine. Bien qu'inclure les caractéristiques biologiques des variétés ajouterait beaucoup de complexité au modèle, cela permettrait d'avoir une polyculture optimale.

L'hypothèse de simplicité pose également question : le modèle n'est-il pas trop simplifié ? Cette hypothèse avait été posée pour s'assurer de la mise en place future des résultats ainsi que de la compréhension réelle des parties prenantes des Davids. Une réelle compréhension de leur part permet une grande flexibilité des résultats : s'ils les comprennent ils peuvent les manipuler avec précaution et les adapter à la réalité. Mais comme dit précédemment, plus de complexité pourrait également apporter plus de ressemblance à la réalité à travers par exemple, un modèle stochastique ou des contraintes biologiques.

6. BIBLIOGRAPHIE

- Agence Française pour le Développement et la Promotion de l'Agriculture Biologique. (2019, novembre 5). *Les apports de l'agriculture biologique*. Récupéré sur Agence Bio : <https://www.agencebio.org/decouvrir-le-bio/les-apports-de-lagriculture-biologique/>
- Ahumada, O., Villalobos, J. R. (2009). Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. *European Journal of Operational Research* .
- Baumol, W. J. (1977). *Economic theory and operations analysis*. Prentice-Hall.
- Benichou, M., Gauthier, J.M., Girodet, P. et al. (1971). Experiments in mixed-integer linear programming. *Mathematical Programming*, 1(1), pp. 76-94.
- Berthelot, J. (2001). *L'agriculture: talon d'Achille de la mondialisation*. L'Harmattan.
- Bierlaire, M. (2006). *Introduction à l'optimisation différentiable*. Presses polytechniques romandes.
- Bisschop, J. (2019, Octobre 25). *Manuals*. Récupéré sur aimms.com: <https://www.aimms.com/english/developers/resources/manuals/>
- Bowles, S., Edwards, R., Roosevelt, & F. (2005). *Understanding capitalism: Competition, command, and change*. OUP Catalogue.
- Bradley, S. P., Hax, A. C., & Magnanti, T. L. (1977). *Applied mathematical programming*.
- Cellier, P., Bethenod, O., Castell, J. F., & Germon, J. C. (2008). Contribution de l'agriculture à l'effet de serre-Importance de l'azote et interactions avec l'ozone. *Oléagineux, Corps gras, Lipides*, 317-323.
- Che, E. E. (1999). *Viticulture*.
- Dantzig, G. (2016). *Linear programming and extensions*. Princeton university press.
- De Schutter, O. (2014). *Rapport soumis par le Rapporteur spécial sur le droit à l'alimentation, Olivier De Schutter: Le droit à l'alimentation, facteur de changement*. Nations Unies.
- Deterministic model*. (2019). Retrieved from BusinessDictionary.com: <http://www.businessdictionary.com/definition/deterministic-model.html>
- Dorfman, R., Samuelson, P. A., Solow, R. M. (1987). *Linear programming and economic analysis*. Courier Corporation.
- Dufumier, M. (2014). *50 idées reçues sur l'agriculture et l'alimentation*. Allary.
- Edwards, C. A. (2013). *Environmental pollution by pesticides* (Vol. 3). Springer Science & Business Media.
- Edwards, C. A. (2013). *Environmental pollution by pesticides*. Springer Science & Business Media.
- Féral, J. P., & Tatoni, T. (2017). 9. Érosion de la biodiversité. Dans C. & Jeandel, *Le climat à découvert* (pp. 108-110). CNRS Editions via OpenEdition.

- Féral, J.P. & Tatoni, T. (2017). 9. *Érosion de la biodiversité*. (Vol. 108). Le climat à découvert.
- Fleury, A., & Mollard, A. (1978). Systèmes de production agricoles et environnement. *Économie rurale*, 42-46.
- Gittus, S. (2014). Chaque année, 1,3 milliard de tonnes de nourriture gaspillée. *Le Monde*.
- Haidar, A. D. (2015). *Construction Program Managmeent-Decision Making and Optimization Techniques*. Springer.
- Hamer, P. J. (1994). A decision support system for the provision of planting. *Computers and Electronics in Agriculture*.
- He, H., Daume III, H., & Eisner, J. (2014). *Learning to Search in Branch-and-Bound Algorithms*.
- Hu, T. C., Kahng, A. B. (2016). *Linear and integer programming made easy*. Springer.
- Jeandel, C., & Mosseri, R. (2017). *Le climat à découvert*. CNRS Éditions via OpenEdition.
- Kolesar, P. J. (1967). *A branch and bound algorithm for the knapsack problem*. Management science.
- Larousse. (2019). Récupéré sur [larousse.fr: https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/algorithmme/2238](https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/algorithmme/2238)
- Le Domaine les Davids. (2016). Récupéré sur [les davids.fr: http://www.lesdavids.fr/app/assets/uploads/2016/09/JournalLesDavids.pdf](http://www.lesdavids.fr/app/assets/uploads/2016/09/JournalLesDavids.pdf)
- Le Domaine les Davids. (2018). Récupéré sur Les Davids: <http://www.lesdavids.fr/>
- Legave, J. M. (2009). *Comment faire face aux changements climatiques en arboriculture fruitière?* (Vol. 7). Innovations Agronomiques.
- Louis, A., & Guet, G. (1988). *Traité d'arboriculture fruitière ou Principes généraux d'arboriculture et d'hygiène végétale*. Le Courrier du livre.
- Louvain School of Management. (2019). *Productions and Operations Management*. Récupéré sur Moodle: https://moodleucl.uclouvain.be/pluginfile.php/1483810/mod_folder/content/0/daskins_nyderandberger_facility_location.pdf?forcedownload=1
- Mazollier, C. (2001). Le maraîchage en Agriculture biologique: Quelques principes de base. *Alter Agri*, 50, 13-16.
- Open Permaculture Magazine. (2018). *6 Problems with Monoculture Farming*. Consulté le 14 avril 2019, sur Regenerative: <https://regenerative.com/six-problems-monoculture-farming/>
- Pochet, Y., & Wolsey, L. A. (2006). *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer.
- Rabhi, P. (2014). *Vers la sobriété heureuse*. Éditions Actes Sud.
- Schneider, J., Kirkpatrick, S. (2007). *Stochastic Optimisation*. Springer Science & Business Media.
- Shiva, V. (1993). *Monocultures of the mind: Perspectives on biodiversity and biotechnology*. Palgrave Macmillan.

Solow, D. (2007). Linear and nonlinear programming. *Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering*.

University of Copenhagen. (2012, Janvier 20). *Biodiversity crisis is worse than climate change, experts say*. Consulté le 13 avril 2019, sur ScienceDaily: www.sciencedaily.com/releases/2012/01/120120010357.htm

Vanderbei, R. J. (1996). *Linear Programming foundations and extensions*. Springer.

Wheeler, B. M., & Russell, J. R. (1977). Goal programming and agricultural planning. *Journal of the Operational Research Society*, 21-32.

Winkler, A. J. (1962). *General viticulture*. Univ of California Press.

Wolsey, L. A. (2007). Mixed integer programming. *Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering*, 1-10.

7. ANNEXES

7.1. Branch-and-Bound: étapes

Branch – and – Bound	
1. <i>Initialization</i>	$L = \{P_X\}$ $\bar{Z} := +\infty$ Assume that LR is bounded ($Z(P_X) > -\infty$)
2. <i>Termination</i>	If $L = \emptyset$ Then { If $\bar{Z} = +\infty$ Then $X = \emptyset$ (<i>infeasible problem</i>) If $\bar{Z} < +\infty$ Then the solution $(x, y) \in X$ with $\bar{Z} = cx + fy$ is <i>optimal</i> STOP }
3. <i>Node Selection and Solution</i>	Select $V \in L$ and let $L := L \setminus \{V\}$ Compute the optimal LP -value $Z(V)$ and solution (x^V, y^V) of V
4. <i>Pruning</i>	If $Z(V) \geq \bar{Z}$ Then GO TO 2. (V is either <i>infeasible</i> or <i>dominated</i> by the best solution (upper bound) found so far) If $Z(V) < \bar{Z}$ Then { If $y_j^V \in \mathbb{Z}$ (i.e., is integral) for all $j = 1, \dots, p$ Then { (a <i>better feasible solution</i> (upper bound) is found) Update the upper bound by setting $\bar{Z} := Z(V)$ Update the list L by removing dominated programs (for each $W \in L$: If $Z(W) \geq \bar{Z}$, then $L := L \setminus \{W\}$) GO TO 2. } }
5. <i>Branching</i>	(occurs only when program V has not been pruned) (i.e., when $Z(V) < \bar{Z}$ and $y_j^V \notin \mathbb{Z}$ for some $j \in \{1, \dots, p\}$) Select j for which $y_j^V \notin \mathbb{Z}$ (y_j is the <i>branching variable</i>) Update list L by adding programs with restricted y_j values Set $L := L \cup \{V^0, V^1\}$ where $V^0 = V \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^p : y_j \leq \lfloor y_j^V \rfloor\}$ $V^1 = V \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^p : y_j \geq \lceil y_j^V \rceil\}$ ($y_j \leq \lfloor y_j^V \rfloor$ and $y_j \geq \lceil y_j^V \rceil$ are the <i>branching constraints</i>) GO TO 2.

Figure 7 - Branch-and-Bound Algorithm (Pochet & Wolsey, 2006)

7.2. Domaine des Davids



7.3. Annexes numériques

Ce mémoire est accompagné d'une clé usb qui contient :

1. Une version électronique de ce mémoire.
2. Les dossiers « AIMMS » des deux modèles qui peuvent être utilisés pour inspecter le modèle plus facilement et pour analyser les résultats. Ouvrez le projet dans le logiciel « AIMMS » et chargez le fichier « data » adéquat en fonction des résultats que vous désirez inspecter. Les valeurs des variables à l'optimum pour chaque scénario étudié (chaque variante du modèle) sont enregistrées dans les fichiers « data » dont les noms décrivent le scénario étudié. Il n'est donc pas nécessaire de faire tourner le solveur pour trouver les solutions optimales, mais ce n'est pas non plus prohibé, bien évidemment.
3. Un fichier Excel « Provence » comprenant toutes les données utilisées dans la modélisation.