

Étude sur la stabilité des voies en longs rails soudés

Mémoire présenté par
Robin VAN LIERDE

en vue de l'obtention du grade de Master
ingénieur civil électromécanicien

Promoteur(s)
Laurent DELANNAY, Nicolas DOCQUIER

Lecteur(s)
Benoît PARDOEN, Issam DOGHRI

Année académique 2017-2018

Table des matières

1	Introduction	2
2	Bases théoriques	4
2.1	Théorie des poutres sur sol élastique	4
2.2	Éléments de fixation de la voie	6
2.2.1	Fixations rail-traverse	6
2.2.2	Résistance au déplacement des traverses dans le ballast	7
2.3	Différents types de défauts de voie	9
2.3.1	Défaut de nivellement	9
2.3.2	Défaut de dressage	9
2.3.3	Voitures Mauzin d'auscultation	9
2.4	Stabilité de la voie dans le sens vertical	11
2.4.1	Chargement vertical sur un rail infini	11
2.4.2	Défauts de nivellement verticaux	12
2.5	Stabilité de la voie en longs rails soudés (LRS) dans le sens transversal sous l'effet des contraintes thermiques	14
2.5.1	Contraintes et déplacements dans un rail sans défauts	14
2.5.2	Voie déformée suivant une sinusoïde par des efforts extérieurs	14
3	Résultats et simulations	23
3.1	Étude du flambement avec la fonction *BUCKLE	23
3.2	Choix et motivation du type d'élément	23
3.3	Défauts de voie dans le plan vertical	28
3.4	Défauts de voie dans le plan horizontal	31
3.4.1	Discretisation du problème	31
3.4.2	Simulations	31
3.4.3	Comparaison avec le cas théorique	37
3.5	Appareil de voie P215	40
3.5.1	LRS sans appareils de voie	41
3.5.2	Incorporation d'un seul appareil de voie P215 dans des LRS	42
3.5.3	Incorporation de deux appareils de voie P215 dans des LRS	44
4	Conclusion	51
5	Remerciements	53

Chapitre 1

Introduction

Le sujet de ce mémoire est la stabilité de la voie ferrée en longs rails soudés (LRS) sous l'action de contraintes thermiques. Au cours des années, de nombreuses recherches sur la stabilité de la voie ont été menées dans l'objectif de clarifier l'influence des divers paramètres qui la régissent. La distinction entre les rails dits 'normaux' et les longs rails soudés se fait au niveau de la longueur qu'ils peuvent atteindre. La longueur des rails classiques ne dépasse pas $36m$ tandis que les longs rails soudés peuvent atteindre des longueurs de plusieurs centaines de mètres, voir même plusieurs kilomètres.

Ce travail de fin d'étude est réalisé en collaboration avec Infrabel, la société gestionnaire de l'infrastructure ferroviaire belge. Infrabel souhaite en effet explorer la possibilité de supprimer les appareils de dilatation du réseau ferroviaire.

Historiquement, Infrabel a décidé de placer dans le rail des appareils de dilatation qui autorisent un libre mouvement de celui-ci tout en garantissant qu'il n'y ait pas de discontinuité dans la surface de roulement. Ces appareils permettent une diminution importante des contraintes de compression dans les LRS. Cependant Infrabel n'est pas convaincu de la nécessité de ces appareils et désire les supprimer pour plusieurs raisons : les coûts élevés, les besoins de maintenance, les nuisances sonores et vibrations inconfortables engendrées pour les passagers. Le gestionnaire du réseau ferroviaire souhaite de plus incorporer directement les appareils de voie dans le réseau de longs rails soudés.

Dans ce contexte, un premier sujet de mémoire a été proposé l'année passée par Matthieu Lezaack [1]. Matthieu a posé les premiers jalons de cette étude de stabilité de la voie. A la fin de ce premier mémoire [1], un modèle comportant des voies rectilignes et courbées avec un aiguillage a été réalisé. Le rail a été considéré comme parfait et ne comportant aucun défaut. Des premiers résultats cohérents avec les observations sur le terrain ont été obtenus à l'aide du programme d'éléments finis Abaqus.

L'étude menée l'année passée a démontré que la voie ne peut se déformer de manière critique sous l'effet d'augmentations de températures classiques qu'on retrouve dans notre pays. Par contre, d'autres études ont démontré que si la voie présente des défauts de tracé, des rails faussés ou des soudures angulaires, elle peut se déformer sous l'effet de contraintes thermiques plus faibles.

L'objectif du présent mémoire est en premier lieu de comprendre comment des LRS présentant des défauts de tracé se comportent lorsque soumis à des variations de températures. Quelles sont les contraintes qui apparaissent au sein du rail et comment celui-ci se déforme-t-il ?

Ensuite, en plus des défauts de tracé, il s'agit de déterminer si plusieurs appareils de voie placés l'un à la suite de l'autre peuvent résister à des augmentations de températures. En effet, au sein

de l'aiguillage, deux nouveaux rails commencent et ceux-ci sont soumis à la compression des LRS en aval. Par conséquent, les efforts de compression de la voie directe et déviée s'additionnent sur la voie d'entrée d'appareil. Les appareils de voie étant soumis à des contraintes plus importantes que la voie courante, ce sont des sites propices au flambement lors de variations de température. Il faudra enfin déterminer si deux aiguillages placés en série ont une influence l'un sur l'autre en terme de contraintes. Les efforts présents dans un des aiguillages peuvent-ils par exemple se transmettre à un autre aiguillage ?

Ce travail a donc pour finalité de fournir des éléments de réponse à toutes ces questions qui font l'objet d'un enjeu majeur dans le milieu ferroviaire et de s'assurer que la suppression d'appareils de dilatation peut être réalisée sans mettre en péril la sécurité du trafic ferroviaire.

La méthodologie utilisée dans ce mémoire consiste à étudier dans un premier temps les solutions analytiques existantes à ce sujet et ensuite à développer des outils numériques. Le modèle d'éléments finis est d'abord comparé avec le modèle analytique pour s'assurer du bon fonctionnement du modèle numérique. Cette étape est importante pour évaluer la confiance accordée aux résultats produits par le logiciel d'éléments finis. Le problème lié aux appareils de voie a une géométrie complexe, il n'est donc pas facile de trouver des résultats analytiques. L'utilisation de méthodes numériques se justifie ici.

L'outil numérique développé dans le mémoire de Matthieu et dans celui-ci pourra par la suite être utilisé par Infrabel. Les résultats obtenus seront alors comparés aux observations faites sur le terrain.



FIGURE 1.1 – Exemple d'un défaut de tracé

Chapitre 2

Bases théoriques

2.1 Théorie des poutres sur sol élastique

L'objectif de ce chapitre est d'étudier la stabilité de la voie dans le plan vertical et horizontal. Le but est d'établir les équations qui régissent le comportement de la voie. Ces équations serviront plus tard comme point de départ lorsqu'on intégrera des défauts dans le rail. L'étude est menée au moyen de la théorie de la poutre sur un sol élastique et permet de donner une bonne approche des sollicitations des différents éléments de l'infrastructure.

Rappelons qu'une poutre est un solide pour lequel une dimension (appelée la longueur) est beaucoup plus grande que les deux autres dimensions. La théorie des poutres permet de simplifier un problème à 3 dimensions en le réduisant en un problème unidimensionnel le long de la fibre moyenne.

Il s'agit uniquement d'une étude statique, l'aspect dynamique n'étant pas pris en compte dans le cadre de ce mémoire. Les résultats obtenus dans ce chapitre seront ensuite vérifiés par le logiciel ABAQUS afin de s'assurer de la cohérence entre les résultats théoriques et numériques.

On analyse dans un premier temps le cas d'une poutre soumise à une charge verticale. Ensuite, on utilisera par analogie ce résultat pour trouver l'équation qui régit le comportement latéral de la voie.

Les différentes hypothèses faites dans le cadre de cette étude sont les suivantes :

- Le rail est considéré comme une poutre infinie reposant sur une fondation élastique. Effectivement, la question se complique lorsque l'on désire obtenir des solutions pour des poutres de longueurs finies. La détermination des constantes d'intégration à partir des conditions aux extrémités conduit rapidement à des expressions compliquées. Cette hypothèse imposera par la suite d'effectuer des simulations sur des rails longs.
- L'hypothèse de Winkler, suivant laquelle les réactions réparties exercées par le sol sont proportionnelles en chaque point au fléchissement de la poutre au point considéré. Cette hypothèse se traduit mathématiquement par la relation $q(x) = -kz$.
- On ne considère pas le cisaillement dans la poutre (théorie d'Euler-Bernoulli).

Dans ce chapitre, on ne redémontrera pas l'équation bien connue de la flexion :

$$M(x) = -EI \frac{d^2 z(x)}{dx^2} \quad (2.1)$$

Comme indiqué sur le schéma à la figure 2.1, on isole un élément de poutre de longueur dx . Celui-ci est premièrement soumis à une charge de compression P . On applique ensuite une charge

verticale $q(x)$ répartie le long de cet élément de poutre. La poutre se déforme verticalement et subit un déplacement $z(x)$.

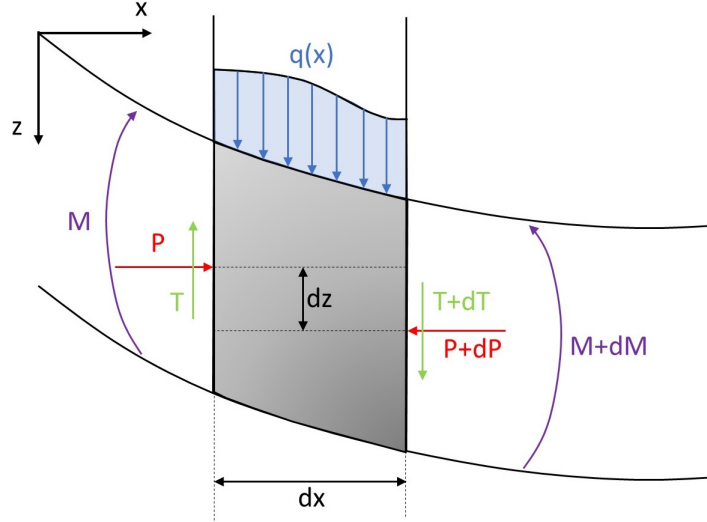


FIGURE 2.1 – Analyse d'un élément de poutre de taille dx

On peut désormais trouver les équations d'équilibre sur cet élément. L'équilibre des forces impose que :

$$\begin{aligned} \sum T &= 0 \\ T + dT + q(x)dx - T &= 0 \\ dT &= -q(x)dx \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'équation de l'équilibre des moments s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \\ -M - Tdx + \int_0^{dx} xq(x)dx + M + dM - Pdz &= 0 \\ dM &= Tdx + Pdz \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dans le raisonnement ci-dessus, le terme $\int_0^{dx} xq(x)dx = q(x)\frac{(dx)^2}{2}$ est négligeable car du second ordre en dx .

En repartant maintenant de l'équation de la flexion 2.1 et l'équation 2.3, on obtient en dérivant celles-ci :

$$\frac{dM}{dx} = -EI \frac{d^3 z(x)}{dx^3} = T + P \frac{dz(x)}{dx} \Leftrightarrow T = -EI \frac{d^3 z(x)}{dx^3} - P \frac{dz(x)}{dx}$$

En dérivant l'équation obtenue ci-dessus et l'équation 2.2, on obtient finalement l'équation qui régit le déplacement vertical d'une poutre infinie soumise à une charge verticale $q(x)$:

$$EI \frac{d^4 z(x)}{dx^4} + P \frac{dz^2(x)}{dx^2} = q(x)$$

Maintenant que l'on a obtenu l'équation du déplacement vertical, on peut s'intéresser au terme $q(x)$. En effet, celui-ci peut se décomposer en différentes parties. Ce terme représente la charge verticale sur le rail, qui peut être due au poids propre du rail ou au passage du train d'une part,

et d'autre part à la réaction de la fondation élastique proportionnelle à l'enfoncement z du rail. Mathématiquement, on décompose ce terme comme : $q(x) = p(x) - kz$. Le signe '-' vient du fait que le sol élastique s'oppose à l'enfoncement du rail dans le sol. La force qui en résulte est donc dirigée vers le haut. Le coefficient k est appelé 'module de la fondation'. Il s'exprime en $[N/m^2]$ et représente la force par unité de longueur nécessaire pour produire un déplacement d'amplitude unitaire.

$$EI \frac{d^4 z(x)}{dx^4} + P \frac{d^2 z(x)}{dx^2} + kz = p(x) \quad (2.4)$$

2.2 Éléments de fixation de la voie

Avant d'analyser le comportement de la voie sous l'effet d'efforts d'origine thermique, il convient maintenant de définir les différents facteurs mécaniques qui interviennent dans la stabilité de la voie. Dans cette section, on explique les deux éléments principaux qui permettent la fixation de la voie et qui s'opposent au déplacement de celle-ci. Ces deux systèmes de fixations seront modélisés dans le programme d'éléments finis Abaqus. Il s'agit premièrement des éléments permettant de fixer les rails aux traverses. Ensuite on expliquera comment le déplacement des traverses est empêché.

2.2.1 Fixations rail-traverse

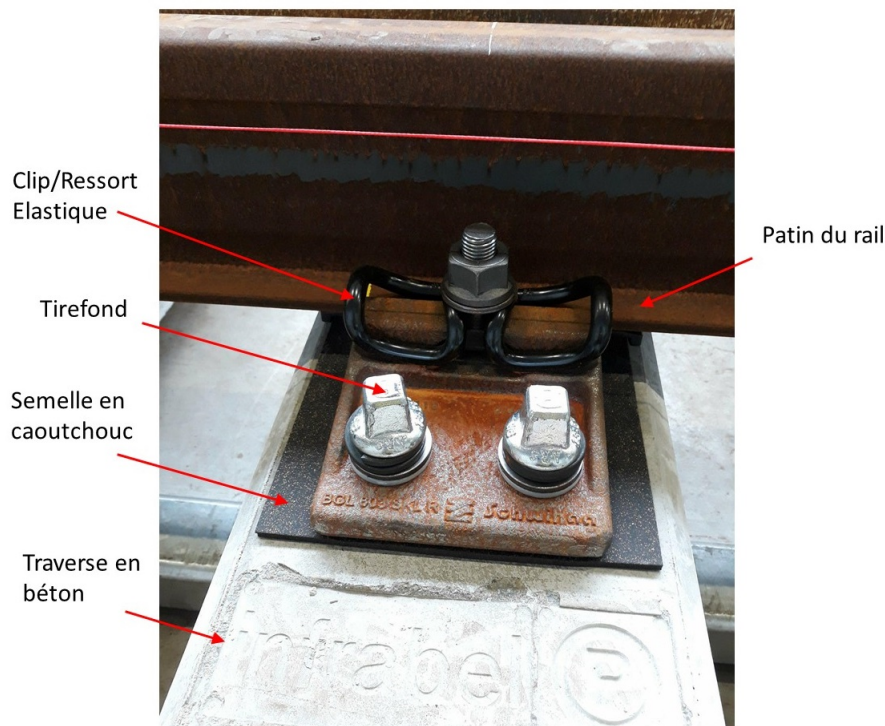


FIGURE 2.2 – Nomenclature d'une attache élastique rail-traverse

Il existe plusieurs systèmes permettant la fixation du rail sur les traverses. Ces systèmes varient en fonction du type de traverses, du type de rail, du mode de pose de la voie (LRS ou normales), mais aussi en fonction de l'histoire propre à chaque exploitant ferroviaire.

Dans ce travail, on s'intéresse uniquement au fonctionnement des attaches dites 'élastiques'.

Ces attaches s'opposent au cheminement longitudinal et sont notamment utilisées pour la pose de voies en LRS. Leur fonctionnement repose sur l'utilisation d'une pièce métallique élastique, appelée ressort, fixée à la traverse et appuyant sur le patin du rail. Elles sont mises en œuvre avec des semelles en caoutchouc qui se placent entre la traverse et le dessous du rail.

Le rôle des attaches élastiques est multiple. Dans un premier temps elles doivent garantir l'écartement entre les deux rails qui constituent la voie. Deuxièmement, elles servent à transmettre les efforts qui agissent sur le rail aux traverses. Effectivement, les semelles des rails élastiques sont responsables d'absorber les efforts longitudinaux du rail grâce à leur capacité d'absorber un moment de rotation. Le serrage est tel que les mouvements longitudinaux sont entièrement communiqués aux traverses. Ces efforts longitudinaux peuvent être de source dynamique (déplacement du train) ou d'origine thermique. Dans le cadre de ce mémoire, on ne s'intéressera pas aux efforts dynamiques. Les semelles ont aussi pour rôle d'amortir les vibrations. Outre cette capacité de transmettre des efforts longitudinaux aux traverses et d'absorber les vibrations, les attaches élastiques offrent une résistance à la rotation autour d'un axe vertical. Différentes recherches ont montré qu'on pouvait admettre un comportement élastique-linéaire entre le couple d'axe vertical et l'angle de rotation :

$$C = K\alpha \quad (2.5)$$

2.2.2 Résistance au déplacement des traverses dans le ballast

La ballast transmet la charge de nos wagons et locomotives et préserve le nivellement et le dressage de la voie. Les traverses permettent de maintenir l'écartement et le nivellement de la voie.

Si les traverses reposaient directement sur la plateforme, elles s'enfonceraient plus ou moins dans le terrain naturel dont la résistance est généralement insuffisante pour supporter la charge transmise par les traverses ; le nivellement de la voie serait compromis. La résistance du sol est d'ailleurs très inégale. En outre, sur un sol imperméable, les traverses baigneraient souvent dans l'eau et les gelées détermineraient des soulèvements locaux des rails.

On évite ces inconvénients en interposant, entre les traverses et la plateforme, une couche de ballast d'une hauteur suffisante pour que la pression reçue par les traverses, sous l'action des charges roulantes, se répartisse aussi uniformément que possible sur une plus grande surface de la plateforme.

Le ballast offre une résistance à la fois latérale et longitudinale au déplacement des traverses. Ce déplacement peut être modélisé par 2 segments de droite. Cette linéarisation schématise les 2 domaines. Tout d'abord le domaine élastique où la résistance τ est proportionnelles au déplacement avec le facteur k . Ensuite le domaine plastique où la résistance est constante et vaut τ_l . La résistance au déplacement longitudinal de la traverse est plus important que la résistance au déplacement latéral de celle-ci. Cela s'explique de par le fait que la surface de contact entre la traverse et le ballast dans la direction du déplacement est plus importante dans le premier cas. Les figures 2.3 et 2.4 montrent les profil de résistance au déplacement offerts par les traverses en fonction de leur longueur. En effet, plus la traverse est longue, plus la surface de contact entre celle-ci et le ballast est grande, plus la résistance au déplacement est importante. Tout au long de ce travail, ce seront les valeurs de ces graphiques qui seront utilisées pour les simulations.

Résistance latérale du ballast

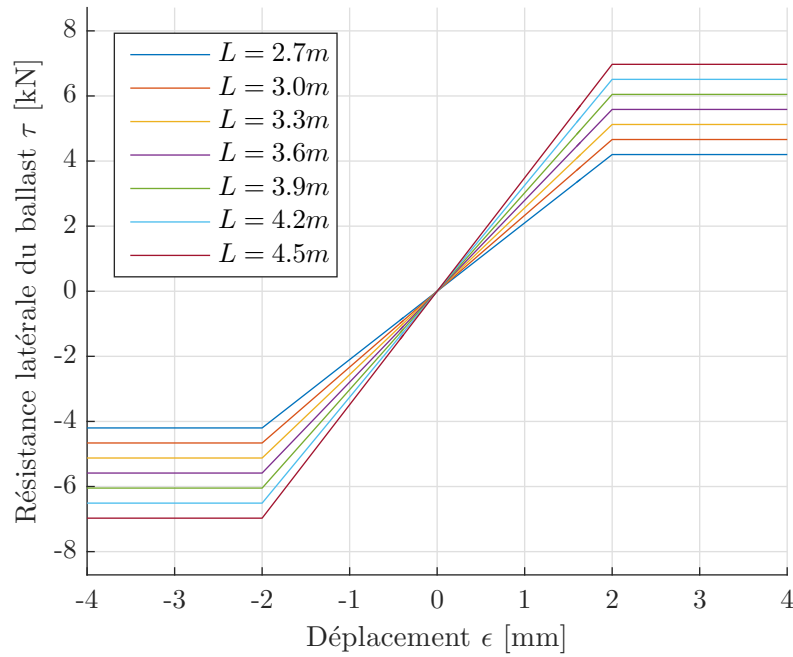


FIGURE 2.3 – Résistance latérale au déplacement des traverses

Résistance longitudinale du ballast

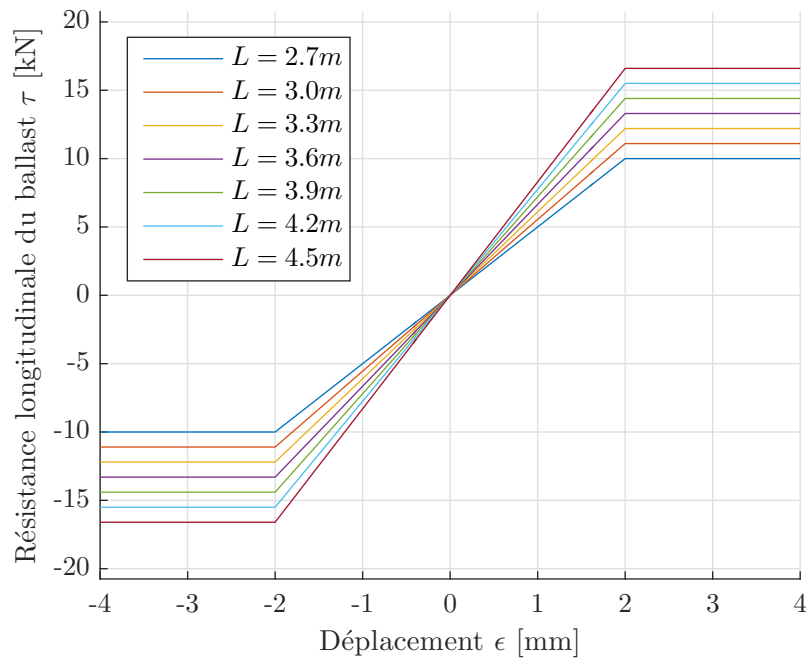


FIGURE 2.4 – Résistance longitudinale au déplacement des traverses

2.3 Différents types de défauts de voie

Les deux types de défauts traités dans ce travail sont les défauts de nivellement et de dressage, comme représenté à la figure 2.5.

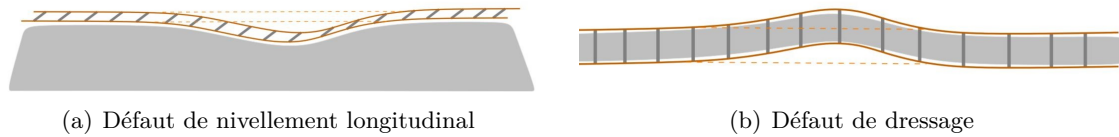


FIGURE 2.5 – Types de défauts de la voie

2.3.1 Défaut de nivellement

Le nivellement longitudinal se définit comme étant la variation de niveau d'une voie. C'est la distance verticale entre le milieu du plan de roulement et une « ligne de référence » pour chaque file de rail séparément [6].

2.3.2 Défaut de dressage

Le dressage se définit comme étant la variation d'alignement horizontal d'une voie par rapport à son tracé de référence. Il s'agit donc de la variation des distances horizontales successives de la face de guidage par rapport à une position horizontale moyenne qui détermine une ligne de référence [6]. Différentes méthodes existent pour mesurer le dressage de la voie, chacune ayant un niveau de précision différent.

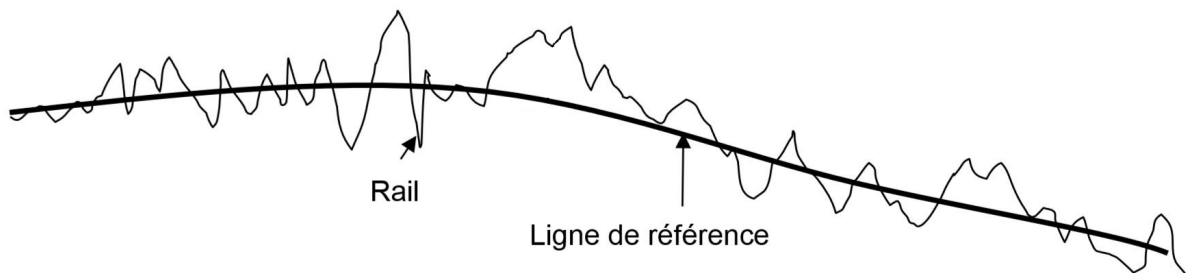


FIGURE 2.6 – Dressage du rail par rapport à une ligne de référence

2.3.3 Voitures Mauzin d'auscultation

L'outil de mesure de dressage que l'on considère dans ce travail est celui des voitures de Mauzin [4]. Les voitures Mauzin sont des voitures d'enregistrement de la géométrie des voies ferrées et permettent la mesure des défauts et déformations des voies ferrées. Elles ont été inventées par André Mauzin (1901-1995), ingénieur en chef de la SNCF et directeur de la Section d'Essais et Recherche de la SNCF (Direction du Matériel). La voiture de Mauzin comporte, sous la caisse, des palpeurs, des roulettes ainsi que des coulisseaux. Un assemblage tendu de cordes à piano et de chaînes est mis en équilibre et relie les organes de captage aux styles enregistreurs. Les styles enregistreurs se trouvent à l'intérieur de la voiture et tracent automatiquement sur une bande enregistreuse les graphiques des perturbations que subissent les organes de contact.



FIGURE 2.7 – Voiture Mauzin d'auscultation

Le dressage est la distance (flèche) horizontale d'un point de la face de guidage d'une file de rail, mesurée orthogonalement à une corde de longueur déterminée $2c$. On fera l'hypothèse que le rail est déformé selon une sinusoïde pure avec une amplitude donnée. Cependant, ce que les voitures Mauzin d'auscultation mesurent, ce n'est pas l'amplitude a du défaut, mais la flèche f sur une corde de longueur $2c$. Effectivement, le dressage mesuré est la distance formée entre le galet central et la corde formée par les deux galets extrêmes sur une base de $10m (= 2c)$.

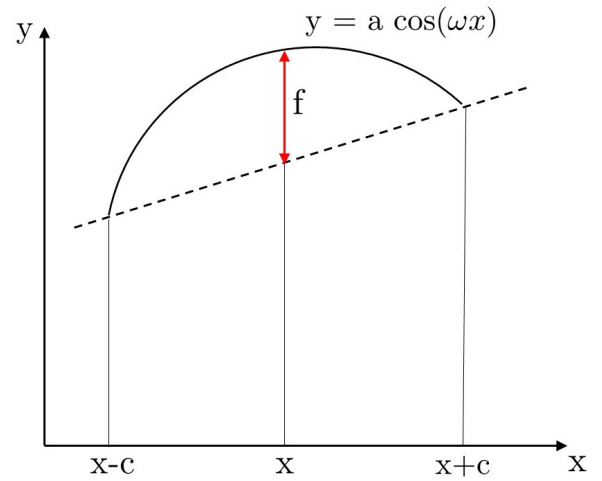


FIGURE 2.8 – Flèche mesurée par une voiture Mauzin

En se référant à la figure 2.8, on peut aisément déduire la valeur de f en fonction de l'amplitude du défaut :

$$\begin{aligned}
 f &= y(x) - \frac{y(x+c) - y(x-c)}{2} \\
 &= a \cos(\omega x) - \frac{a \cos(\omega(x+c)) - a \cos(\omega(x-c))}{2} \\
 &= a \cos(\omega x)(1 - \cos(\omega c)) \\
 &= (1 - \cos(\omega c))y \\
 \Rightarrow f &= \psi(\omega)y
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

La fonction $\psi(\omega)$ permet de calculer la flèche f de la déformée mesurée sur une corde de longueur $2c$ à partir de la fonction y . Cette fonction fait donc le lien entre l'amplitude et la flèche du défaut. Cette fonction $\psi(\omega)$ sera utilisée plus loin dans ce travail.

2.4 Stabilité de la voie dans le sens vertical

2.4.1 Chargement vertical sur un rail infini

A titre d'exemple on analyse dans cette section la réponse d'un rail infini soumis à un chargement concentré d'amplitude Q . Les développements qui suivent sont inspirés de l'ouvrage réalisé par Infrabel et intitulé *stabilité de la voie*. Ce travail réalisé par Infrabel est repris dans les références à la fin de ce document.

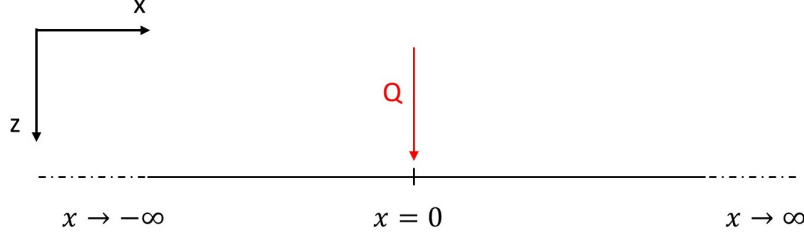


FIGURE 2.9 – Chargement ponctuel Q appliqué sur une poutre de longueur infinie

Dans ce cas particulier, l'équation (2.4) peut être simplifiée pour $x \geq 0$ et $x \leq 0$ étant donné que la charge verticale y est nulle. De plus, dans ce problème simple, on ne considère aucune charge de compression ($P = 0$). On obtient dès lors :

$$EI \frac{d^4 z(x)}{dx^4} + kz = 0 \quad (2.7)$$

Ce problème étant symétrique, on n'étudie que la solution pour $x \geq 0$. En posant $\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$ qui a des unités de $[\frac{1}{m}]$, on peut transformer cette équation en équation adimensionnelle :

$$\frac{d^4 z(x)}{dx^4} + 4\beta^4 z = 0 \quad (2.8)$$

La suppression des unités dans cette équation par la substitution de β a pour but de simplifier la représentation paramétrique du problème physique. Cette substitution permet aussi de trouver la longueur caractéristique du système, que l'on appellera longueur élastique dans le cas présent et qui sera représentée par la variable L . De part les unités de β , on pose $\beta = \frac{1}{L}$.

Il s'agit donc d'une équation différentielle linéaire du quatrième ordre à coefficients constants. La solution générale de cette équation est donnée par :

$$z(x) = e^{\beta x} (A \cos(\beta x) + B \sin(\beta x)) + e^{-\beta x} (C \cos(\beta x) + D \sin(\beta x)) \quad (2.9)$$

Il s'agit maintenant de trouver les valeurs des quatre coefficients A, B, C et D en utilisant les conditions limites aux frontières du problème.

Premièrement, on sait que la déflexion a tendance à diminuer lorsqu'on s'éloigne de la charge. Lorsque l'on est suffisamment loin de l'endroit d'application de la charge ($x = 0$), on peut dire que le déplacement est nul. Mathématiquement cela se traduit par :

$$z(x \rightarrow \pm\infty) = 0 \Rightarrow A = B = 0$$

On peut ensuite dire que, de part la symétrie du problème, la pente est nulle en $x = 0$, soit :

$$\frac{dz}{dx}(x = 0) = 0 \Rightarrow C = D$$

Finalement, on sait aussi que l'effort tranchant en $x = 0$ est égal à $-\frac{Q}{2}$ étant donné qu'on ne considère que le problème pour $x \geq 0$:

$$T(x=0) = -\frac{Q}{2} \Leftrightarrow -EI \frac{d^3 z}{dx^3} = -\frac{Q}{2} \Rightarrow C = \frac{Q}{8\beta^3 EI}$$

La solution de la forme générale (2.9) devient désormais :

$$\begin{aligned} z(x) &= \frac{Q}{8\beta^3 EI} e^{-\beta x} \left(\cos(\beta x) + \sin(\beta x) \right) \\ &= \frac{QL^3}{8EI} e^{-\frac{x}{L}} \left(\cos\left(\frac{x}{L}\right) + \sin\left(\frac{x}{L}\right) \right) \\ &= \frac{Q}{2kL} e^{-\frac{x}{L}} \left(\cos\left(\frac{x}{L}\right) + \sin\left(\frac{x}{L}\right) \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

La figure 2.10 représente la déformation $z(x)$ de la poutre lorsque différentes charges ponctuelles sont appliquées. La valeur de coefficient k est de $200MN/m^2$, valeur proche de celle qu'on retrouve dans le milieu ferroviaire. On remarque que théoriquement la voie se soulève et atteint un sommet en $\frac{x}{L} = \pm\pi$. Ce phénomène est évidemment purement théorique, car en pratique le poids propre de la voie empêche le soulèvement de celle-ci.

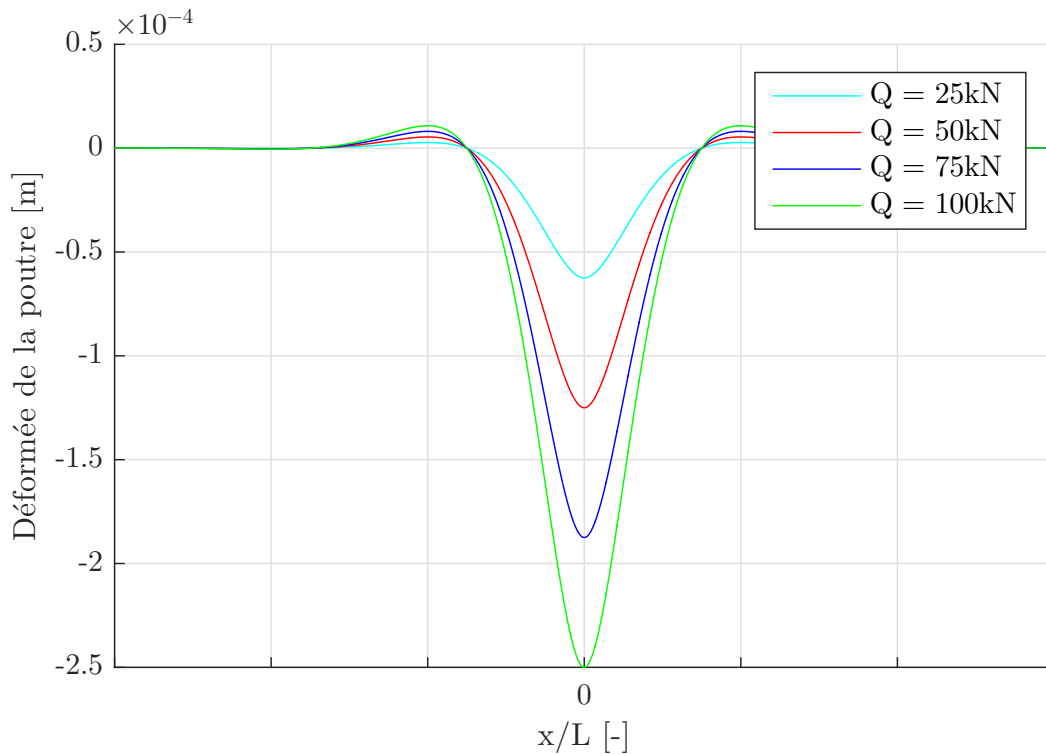


FIGURE 2.10 – Déformée verticale d'une poutre infinie sur sol élastique soumise à une charge ponctuelle Q en $x = 0$

2.4.2 Défauts de nivellement verticaux

Le problème du flambement vertical étant bien connu et maîtrisé, on ne s'intéressera pas à ce cas. En effet, tant que les défauts de nivellement verticaux (et donc dans le sens longitudinal du rail) sont maintenus par les règles d'entretien en vigueur, ceux-ci sont toujours trop faibles pour

causer le décollement de la voie et le flambement vertical du rail. De plus, la géométrie en I du rail offre une inertie beaucoup plus importante dans le sens vertical que dans le sens latéral et empêche que celui-ci ne flambe verticalement.

Il est donc clair que les défauts de nivellement verticaux ne causent pas de flambement vertical. Par contre, ils ont une influence sur la stabilité latérale de la voie. En effet, le nivellement peut causer une réduction du poids de la voie en sommets de bosses. La résistance qu'offrent les traverses au déplacement latéral de la voie étant une force de frottement sur les faces inférieures des traverses, celle-ci dépend de la force qui lui est appliquée verticalement. Une réduction du poids de la voie réduit la force verticale appliquée sur les traverses et par conséquent aussi leur résistance au déplacement latéral. C'est de cette diminution de résistance latérale qu'il faut tenir compte lorsque le rail comporte des défauts de nivellement.

Il est possible d'estimer cette diminution de résistance latérale à l'aide des équations obtenues précédemment. L'équation 2.4 obtenue à la page 6 décrit le comportement de la voie soumise à une charge dans le sens vertical. En intégrant le poids propre linéique de la voie par ligne de rail u et la réaction linéique verticale du ballast r dans cette équation, on obtient l'équation d'équilibre suivante (où les paramètres sont ramenés à l'unité de longueur du rail) :

$$EI \frac{d^4 z(x)}{dx^4} + F \frac{d^2 z(x)}{dx^2} + (u - r) = 0 \quad (2.11)$$

On fait ensuite l'hypothèse que le nivellement est de forme sinusoïdale et peut s'écrire sous la forme :

$$z = b \cos(\omega x) \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.12)$$

où λ représente la longueur d'onde des défauts de nivellement. Il est dès lors possible de calculer la réaction verticale du ballast en sommets de bosses. Pour cela il suffit d'injecter l'équation (2.12) dans l'équation (2.11) et d'évaluer en sommets de bosses, soit en $\cos(\omega x) = 1$. Après développement, on obtient :

$$r = u + EIb \frac{16\pi^4}{\lambda^4} - Fb \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \quad (2.13)$$

Cette étude théorique permet aussi d'évaluer la longueur d'onde la plus critique, c'est-à-dire celle pour laquelle la réaction du ballast r est la plus faible. En posant $\xi = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$, l'équation ci-dessus peut être ramenée à une équation de second ordre en ξ qu'il est alors simple à dériver :

$$r(\xi) = u + EIb\xi^2 - Fb\xi \text{ qui atteint un minimum pour } \xi = \frac{F}{2EI} \quad (2.14)$$

La réaction du ballast au sommet des bosses est la plus critique lorsque

$$\xi = \frac{F}{2EI} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{8\pi^2 EI}{F}} \approx 8.89 \sqrt{\frac{EI}{F}} \quad (2.15)$$

La valeur de r vaut alors :

$$r(\xi = \frac{F}{2EI}) = u - \frac{bF^2}{4EI} \quad (2.16)$$

En prenant des valeurs classiques pour les paramètres E et I de l'équation (2.16) et en considérant une variation de température maximale de 45°C , ce qui correspond à ce que l'on rencontre dans nos contrées, il est possible d'estimer numériquement la réduction de la réaction linéique verticale du ballast. De plus, on considère que l'amplitude des défauts de nivellement b est de l'ordre du centimètre. En fonction du type de rail et des traverses utilisés, on peut calculer le

pourcentage de réduction de r par rapport au cas du rail parfait sans défaut de nivellement ($b = 0$). Le rapport $(\frac{bF^2}{4EI})/u$ résulte en des valeurs allant de 15 à 30%. Il s'en suit une réduction de la résistance transversale par frottement des faces inférieures des traverses. Pour ces mêmes valeurs, la longueur d'onde du défaut est de l'ordre de $\lambda \approx 20 - 25m$.

En utilisant le même raisonnement que précédemment, on peut démontrer que là où le poids propre de la voie est soulagé en sommet de bosses, il est aussi concentré dans le creux des bosses. Par conséquent, la résistance latérale est augmentée dans le creux des bosses.

2.5 Stabilité de la voie en longs rails soudés (LRS) dans le sens transversal sous l'effet des contraintes thermiques

2.5.1 Contraintes et déplacements dans un rail sans défauts

Grâce aux fixations rail-traverse qui assurent le serrage entre ces éléments et un ballastage bien entretenu, les rails peuvent accepter des contraintes thermiques importantes. Dans son travail [1], Matthieu Lezaack décrit de manière extensive l'évolution des contraintes dans les LRS. Il y explique que même à des fortes températures, il subsiste une zone centrale où le déplacement est empêché. Cette zone est appelée 'zone neutre'. Étant donné que le déplacement y est nul, les contraintes thermiques y atteignent une valeur maximale. De part et d'autre de cette zone neutre, la dilatation du rail n'est pas entièrement contrariée. En fin de voie, il y a interruption du rail et donc l'annulation des contraintes thermiques. C'est donc aussi en fin de voie que les déplacements atteignent une valeur maximale. Ces deux zones en mouvement de part et d'autre de la zone centrale du rail sont appelées 'zones de respiration'. Elles atteignent typiquement une longueur de 150m chacune. Le libre mouvement du rail aux extrémités des LRS est alors repris par les appareils de dilatation ayant une variation d'ouverture de 0 à 18cm chacun.

2.5.2 Voie déformée suivant une sinusoïde par des efforts extérieurs

Dans cette section, on analyse le comportement d'une voie déformée selon une sinusoïde pure et qui est soumise à des efforts de compression. Ces efforts de compression sont, dans le cas qui nous intéresse, dus à des variations de température par rapport à la température neutre du rail.

Les développements mathématiques qui suivent sont fortement inspirés de l'ouvrage suivant : *La stabilité des voies en longs rails soudés* [3].

Le point de départ de cette analyse est l'équation (2.4) obtenue ci-précédemment. L'équation (2.4) était valable dans le plan vertical. Le problème sur lequel on se penche maintenant est quant à lui posé dans le plan horizontal. Il suffit simplement de remplacer les termes en z par des termes en y et d'y ajouter un terme de couple pour obtenir l'équation différentielle que régit le comportement de la voie dans le plan horizontal. Le terme P de l'équation (2.4) est remplacé par le terme F qui représente la force de compression du rail. Dans le cas horizontal, il n'y a évidemment pas de terme $p(x)$. On obtient :

$$EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4} + F \frac{d^2 y(x)}{dx^2} - \frac{dC}{dx} + \tau = 0 \quad (2.17)$$

Dans l'équation ci-dessus, le terme τ représente la demi-résistance linéique du ballast au déplacement transversal de la voie. Le terme C est le couple d'axe vertical provenant de l'attache élastique entre le rail et la traverse. Ces deux termes sont rapportés sur 1m de rail et ont par conséquent les unités respectives suivantes : Nm^{-1} et N .

Soit $y_1(x)$ la déformée initiale du rail suivant une sinusoïde :

$$y_1 = a_1 \cos(\omega x) \quad (2.18)$$

$(y - y_1)$ représente par conséquent le déplacement latéral du rail lorsqu'une force de compression autre que la force initiale est appliquée. Par définition de τ et K , ils peuvent être réécrits dans le domaine linéaire comme :

$$\tau = k(y - y_1) \quad \text{et} \quad C = K\alpha = K \frac{dy}{dx} \quad (2.19)$$

Lorsque par contre la force de compression devient trop importante et que l'on se retrouve dans le domaine plastique, τ et K prennent une valeur constante.

Dans un premier temps on s'intéresse au cas du domaine linéaire pour ensuite se pencher sur le cas plastique.

a. Domaine linéaire

Dans le cas linéaire, l'équation (2.17) peut être développée de la façon suivante :

$$EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4} + (F - K) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} + ky = ky_1 \quad (2.20)$$

Pour continuer l'avancement de ce développement mathématique, il est nécessaire de faire les 2 hypothèses suivantes. On vérifiera plus loin dans ce travail que ces hypothèses sont bien vérifiées lors des simulations avec le programme d'éléments finis Abaqus :

- La déformation du rail lorsqu'une force de compression autre que la force initiale est appliquée, est proportionnelle à la déformation initiale y_1 . Le facteur de proportionnalité est une fonction que l'on appellera φ et elle dépend de la force de compression F et de la pulsation/période $\omega = \frac{2\pi}{T}$ de y_1 . Cette hypothèse se traduit par :

$$y_F = a_1 \varphi(F, \omega) \cos(\omega x) = a_F \cos(\omega x) \quad (2.21)$$

où y_F est la déformée finale du rail lorsqu'il est soumis à une force de compression F .

- La seconde hypothèse que l'on fait est d'imposer que la force de compression F est à tout moment inférieure à la valeur critique de flambement. Dans son travail [1], Matthieu a démontré que la force critique de flambement était égale à $2\sqrt{kEI}$. En reprenant ce résultat et en tenant compte maintenant aussi du couple d'axe vertical, cela revient à dire que :

$$F < 2\sqrt{kEI} + K$$

En injectant ensuite l'équation (2.21) de la première hypothèse dans l'équation (2.20), on peut déduire l'expression de $\varphi(F, \omega)$ après calculs des dérivés secondes et quatrièmes :

$$\varphi(F, \omega) = \frac{k}{EI\omega^4 - (F - K)\omega^2 + k} \quad (2.22)$$

On s'intéresse maintenant à deux cas particuliers pour les valeurs de φ et F .

Cas où $\varphi(F, \omega) = 1$

Dans ce cas particulier, on déduit grâce à l'équation (2.21) que

$$y_F = a_1 \cos(\omega x) = y_1$$

La déformée finale est alors identique à la déformée initiale. Si la déformée initiale et finale sont confondues, il n'y a aucun déplacement et donc l'effort exercé sur la ballast $\tau = k(y_F - y_1) = 0$. De part l'équation (2.22), on sait que ce cas se produit lorsque

$$EI\omega^4 - (F - K)\omega^2 = 0 \Leftrightarrow F = EI\omega^2 + K \quad (2.23)$$

Pour des valeurs de F supérieures à cette valeur, la déformation a tendance à accroître. La résistance latérale au déplacement est positive et est donc dirigée vers l'extérieur des ondes du sinus. A l'opposé, pour des valeurs de F inférieures à $EI\omega^2 + K$, la déformation initiale tend à décroître et l'effort sur le ballast est dirigé vers l'intérieur des ondes. La figure 2.11 reprend et résume les différents cas décrits ci-dessus.

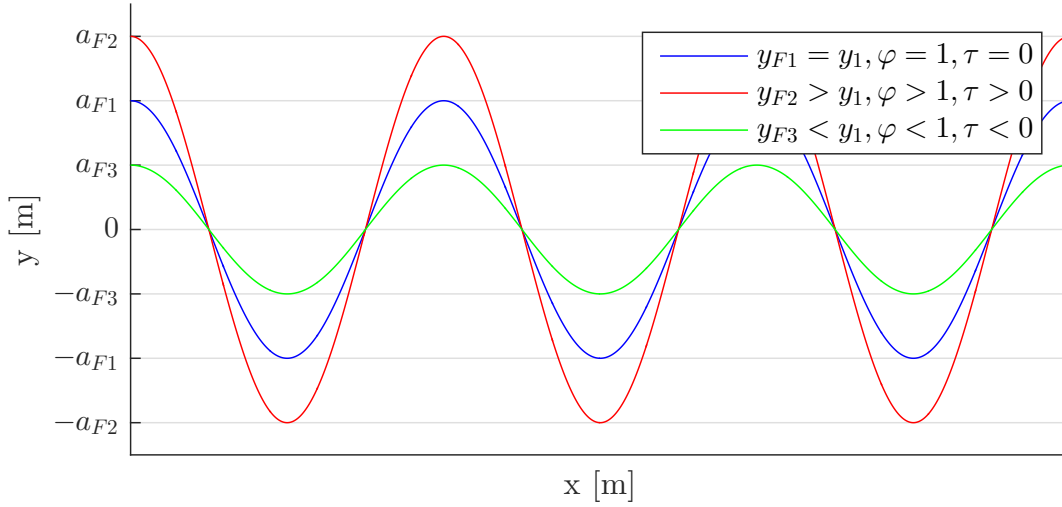


FIGURE 2.11 – Différents cas de déformations latérales du rail

Cas où $F = 0$

On s'intéresse maintenant au cas où la force de compression dans le rail est nulle. Par analogie avec le cas précédent, on peut dire que la déformée finale est :

$$y_{F=0} = y_0 = a_1\varphi(0, \omega) \cos(\omega x) = a_0 \cos(\omega x) \quad (2.24)$$

On définit ensuite la fonction Ω comme :

$$\Omega = \frac{a_F}{a_0} = \frac{a_1\varphi(F, \omega)}{a_1\varphi(0, \omega)} = \frac{\varphi(F, \omega)}{\varphi(0, \omega)} = 1 + \frac{F\omega^2}{EI\omega^4 - (F - K)\omega^2 + k} \quad (2.25)$$

La fonction Ω sera utilisée plus tard dans le développement.

Retour au cas général

On va maintenant utiliser les fonction Ω et ψ définies précédemment pour exprimer les variables d'intérêt différemment. En toute généralité, on peut exprimer la résistance offerte par le ballast comme :

$$\tau = k(y_F - y_1) = k\left(\frac{\varphi(F, \omega)}{\varphi(0, \omega)} - 1\right)a_0 \cos(\omega x) = \Phi(F, \omega)a_0 \cos(\omega x) \quad (2.26)$$

On observe que la résistance offerte par le ballast au déplacement des traverses est de forme sinusoïdale. Dans le cas de cette étude, on s'intéresse uniquement au pire cas. Le cas le plus critique est le cas pour lequel la valeur de τ est maximale. Cet effort τ atteint un maximum aux sommets des ondes, soit pour $x = 0$. On obtient alors :

$$\tau_{max} = \Phi(F, \omega) a_0 \quad (2.27)$$

Dans les équation (2.26) et (2.27) ci-dessus, on a défini une nouvelle variable $\Phi(F, \omega)$. En développant l'expression de $\Phi(F, \omega)$, il est possible de l'exprimer en fonction des variables du problème et Ω et non plus en fonction de φ . En effet :

$$\Phi(F, \omega) = k \left(\frac{\varphi(F, \omega) - 1}{\varphi(0, \omega)} \right) = k \Omega \left(1 - \frac{1}{\varphi(F, \omega)} \right) = \Omega \omega^2 (F - K - EI \omega^2) \quad (2.28)$$

Dans ce cas, on peut réécrire l'expression de τ_{max} de l'équation (2.27) comme :

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= \Phi(F, \omega) a_0 \\ &= a_0 \Omega \omega^2 (F - K - EI \omega^2) \\ &= a_F \omega^2 (F - K - EI \omega^2) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Comme cela a déjà été précisé précédemment dans ce travail, dans le domaine ferroviaire, on ne travaille pas avec l'ordonnée y ni l'amplitude des défauts a_F , mais plutôt avec la flèche f . Cette flèche se mesure sur une corde de longueur $2c$, comme on peut le voir sur la figure 2.8 à la page 10 et est mesurée par des voitures Mauzin. Dans la section consacrée aux voitures Mauzin, on a obtenu la fonction ψ qui permet de calculer la flèche de la déformée à partir d'une fonction y . Par soucis de clarté, on rappelle ici l'équation (2.6) :

$$f = \psi(\omega) y \quad \text{avec} \quad \psi(\omega) = (1 - \cos(\omega c))$$

Si l'on prend comme référence, non plus l'amplitude de la sinusoïde, mais la flèche f_0 relevée à la température neutre sur une corde de longueur $2c$, on obtient en repartant de l'équation (2.24) :

$$\begin{aligned} f_0 &= a_0 \cos(\omega x) (1 - \cos(\omega c)) \\ f_{0,max} &= a_0 (1 - \cos(\omega c)) \\ f_{0,max} &= a_0 \psi(\omega) \\ \implies a_0 &= \frac{f_{0,max}}{\psi(\omega)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

d'où l'on déduit l'équation finale pour exprimer τ_{max} , qui pour rappel représente la valeur maximale de l'effort du ballast obtenu aux sommets des ondes :

$$\tau_{max} = \frac{f_{0,max}}{\psi(\omega)} \Phi(F, \omega) \quad (2.31)$$

b. Limite du domaine de linéarité

Comme déjà expliqué précédemment dans ce travail, la réaction au déplacement latéral des traverses dans le ballast peut être approximée par une première zone dite 'linéaire' et ensuite par une zone dite 'plastique' au delà d'un certain déplacement. En définissant τ_l et $-\tau_l$ comme étant les limites du domaine linéaire pour la résistance du ballast, le passage entre la zone linéaire et plastique a lieu lorsque la résistance latérale τ_{max} dépasse $\pm \tau_l$. La condition pour assurer que l'on reste dans la zone linéaire est la suivante :

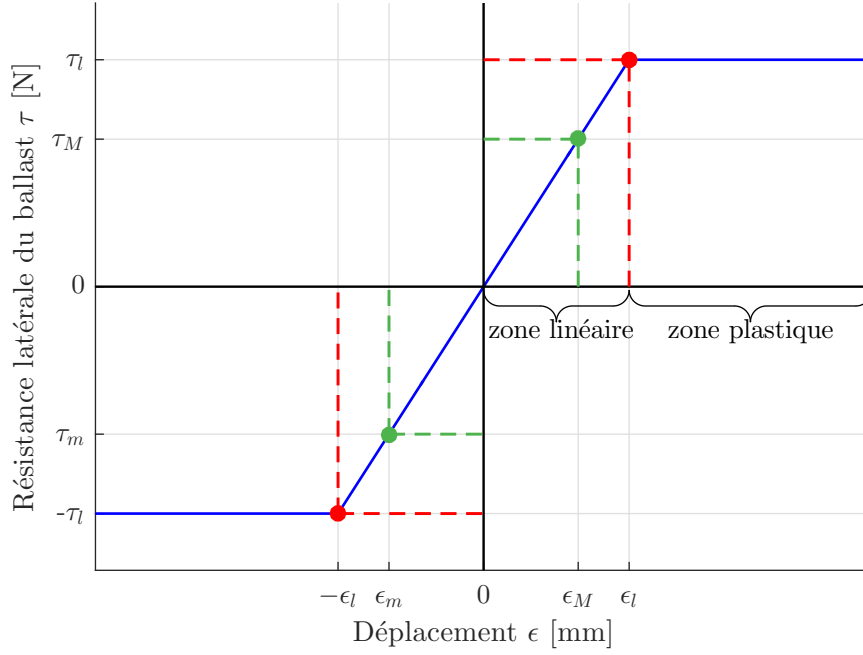


FIGURE 2.12 – Modèle utilisé pour la résistance latérale du ballast

$$-\tau_l < \tau_{max} < \tau_l \quad (2.32)$$

Soit F_M et F_m les valeurs extrêmes de l'effort thermique longitudinal dans le rail et τ_M et τ_m les efforts correspondants sur le ballast. Mathématiquement, l'on peut dire que $F \in [F_m; F_M]$ et $\tau_{max} \in [\tau_m; \tau_M]$. En effet, τ_M et τ_m sont les valeurs de τ_{max} correspondant respectivement à F_M et F_m . On attire l'attention du lecteur sur le fait que τ_M et τ_l sont des valeurs positives tandis que τ_m est une valeur négative. La condition de linéarité (2.32) devient dès lors :

$$\begin{aligned} \tau_M < \tau_l & \quad \text{et} \quad \tau_m > -\tau_l \\ \frac{f_{0,max}}{\psi(\omega)} \Phi_M(F_M, \omega) < \tau_l & \quad \frac{f_{0,max}}{\psi(\omega)} \Phi_m(F_m, \omega) > -\tau_l \\ f_{0,max} < \tau_l \frac{\psi(\omega)}{\Phi_M(F_M, \omega)} & \quad f_{0,max} < -\tau_l \frac{\psi(\omega)}{\Phi_m(F_m, \omega)} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Ces 2 conditions sont illustrées à la figure 2.12.

On s'intéresse désormais au cas particulier d'un rail U36 [5] avec les caractéristiques reprises dans le tableau 2.1. Si on considère un échauffement maximal de température de $\Delta T = 45^\circ C$, on peut déduire la force maximale de compression F_M correspondante, reprise aussi dans le tableau 2.1. On choisit des valeurs classiques pour les coefficients K et k de $15kN$ et $2.10^6 N/m^2$ respectivement. Les fonctions Φ_M , ψ et $\frac{\Phi_M}{\psi}$ pour un rail de type U36 sont tracées à la figure 2.13 en utilisant les valeurs définies ci-dessus. On note que pour la corde habituelle de mesure des flèches $2c = 10m$, la maximum de la courbe Φ_M se situe aux alentours de $\omega \approx 0.6 rad/m$. En dérivant l'expression de Φ_M , il est possible de démontrer que le maximum se situe en $\omega = \sqrt{\frac{F-K}{2EI}} \approx 0.6 rad/m$. On observe aussi à la figure 2.13 que ce maximum de Φ_M se trouve très proche du maximum des courbes ψ et $\frac{\Phi_M}{\psi}$. Si l'on reprend l'équation (2.31) à la page 17, on s'aperçoit que l'effort du ballast aux sommets des ondes τ_{max} est maximal pour la valeur de ω qui maximise le rapport

entre Φ_M et ψ . On sait que ce maximum sera atteint pour une valeur de ω proche de $0.6rad/m$. Comme on ne considère que le pire cas possible, on décide prendre pour la suite du raisonnement $\omega = 0.6rad/m$. Cela correspond à dire que le cas le plus critique correspond à celui où la longueur d'onde des défauts est proche de

$$L = \frac{2\pi}{\omega} \approx 10.5m \quad (2.34)$$

Plus tard dans ce travail, lorsqu'on s'intéressera aux simulations numériques sur Abaqus, on choisira de prendre cette valeur comme longueur d'onde.

Rail	Poids linéique $[kg/m]$	$EI[kNm^2]$	$F_M[kN]$	Aire section $[mm^2]$
U36	50.63	850	725	6450

TABLE 2.1 – Caractéristiques d'un rail de type U36

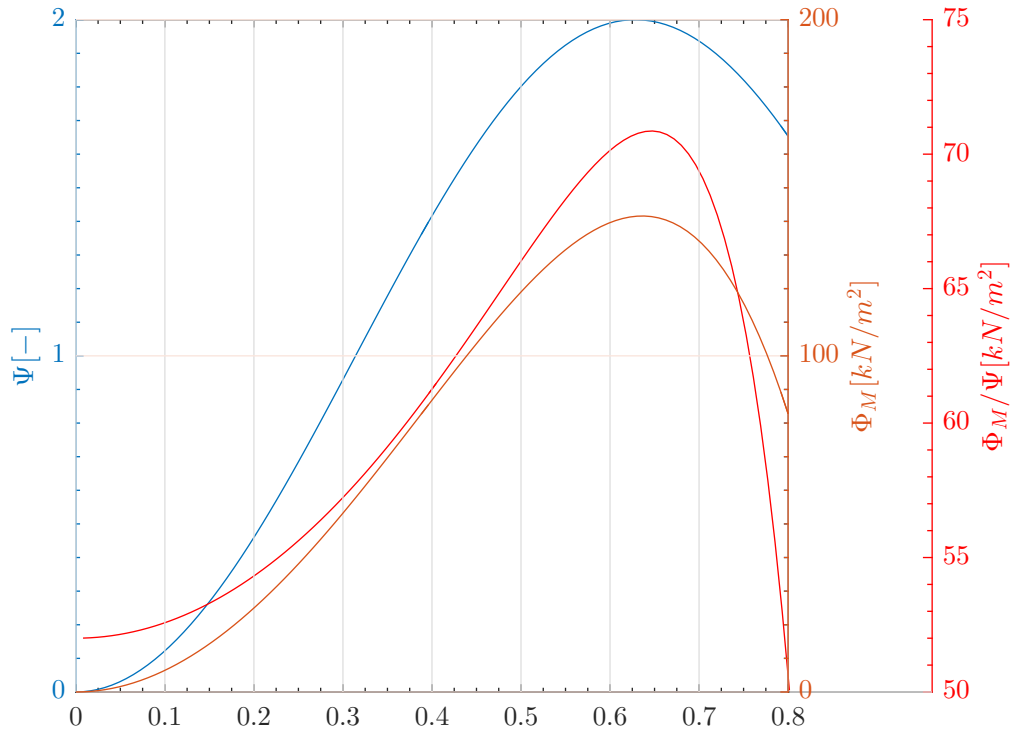


FIGURE 2.13 – Fonctions Φ_M , ψ et $\frac{\Phi_M}{\psi}$ pour un rail de type U36

Pour cette valeur de $\omega = 0.6rad/m$ correspondant à un échauffement de $45^\circ C$, soit un effort de compression de $F_M = 725kN$, il est possible de relier par une relation simple l'effort τ_{max} sur le ballast au sommet de l'onde et l'amplitude a_F . Pour ce faire, il suffit de remplacer la valeur de ω maximisant τ_{max} dans l'équation (2.29). On obtient :

$$\begin{aligned}
 \tau_{max} &= a_F \omega^2 (F - EI \omega^2) \\
 \tau_{max} \left(\omega = \sqrt{\frac{F - K}{2EI}} \right) &= a_F \frac{(F - K)^2}{4EI} \\
 \implies a_F &= \frac{4\tau_{max} EI}{(F - K)^2}
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Et par conséquent :

$$a_{FM} = \frac{4\tau_{max} EI}{(F_M - K)^2} \tag{2.36}$$

La plus faible amplitude de la déformée pour laquelle τ_{max} atteint la limite τ_l au sommet de l'onde à la température la plus élevée ($\Delta T = 45^\circ C$) est :

$$a_{FM} = \frac{4\tau_l EI}{(F_M - K)^2} \tag{2.37}$$

En conclusion de cette partie sur les déformations linéaires, on peut dire que lorsqu'on prend le pire cas, $\omega = 0.6 \text{ rad/m}$, et qu'on soumet le rail à une élévation de température de $45^\circ C$ par rapport à sa température neutre, le sommet des bosses atteindra la valeur τ_l lorsque l'amplitude aura atteint la valeur de a_{FM} de l'équation (2.37). Pour que cela soit possible, il faut que l'amplitude du défaut initial à la température neutre a_0 soit supérieur à une certaine valeur. On se rappelle que a_0 et a_F sont proportionnels d'un facteur Ω (équation (2.25)). Pour atteindre τ_l au moins au sommet des bosses, il faut que :

$$\begin{aligned}
 a_0 &> \frac{a_F}{\Omega} \\
 a_0 &> \frac{4\tau_l EI}{(F_M - K)} \frac{1}{\Omega}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

c. Domaine plastique

Lorsque le sommet de l'onde a atteint la valeur critique de τ_l , il a atteint la limite du passage à la zone plastique. Comme on peut le voir à la figure 2.12, le déplacement de ce point n'est alors plus contraint par une force de rappel élastique. Effectivement, en appliquant une force constante, le point peut en théorie atteindre un déplacement infini. On peut regarder l'ensemble rail-ballast comme étant une structure pouvant reprendre une certaine quantité d'efforts. Le sommet des bosses a atteint sa limite et ne peut plus reprendre aucun effort. Par contre, les autres points du rail, eux n'ont pas encore atteint cette limite et se trouvent encore dans la zone dite linéaire. Ils sont encore capables d'emmagasiner une petite quantité d'efforts avant d'atteindre la saturation τ_l à leur tour. Lorsque, après avoir atteint τ_l au sommet des bosses, on chauffe d'avantage le rail, celui-ci va continuer de se déformer, tout en gardant les mêmes points d'inflexion. La zone où la résistance limite τ_l est atteinte va alors augmenter de longueur. Elle ne sera plus uniquement constituée des sommets des bosses, mais aussi des points voisins des sommets. Par conséquent, le rail ne gardera plus sa forme sinusoïdale de départ qui était maintenue tant que les déformations étaient linéaires. A la limite, la résistance τ_l est atteinte sur toute la longueur de l'arche. Dans ce cas, la résistance à la déformation de l'ensemble rail-ballast ne peut plus augmenter et le rail flambe.

L'hypothèse faite dans la littérature d'Infrabel est que le flambement est atteint lorsque le rail atteint τ_l sur toute sa longueur. Or, on sait que physiquement la résistance limite τ_l ne peut

évidemment pas être atteinte sur toute la longueur des ondes. Néanmoins, on fera cette hypothèse théorique afin de simplifier la recherche de la position d'équilibre. L'équation différentielle qui régit cet équilibre pour les arches positives et négatives est la suivante :

$$EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4} + (F - K) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \pm \tau_l \quad (2.39)$$

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire d'ordre 4 à coefficients constants. En introduisant 3 nouvelles variables comme définies ci-dessous, il est possible d'adimensionnaliser cette équation :

$$\frac{d^4 y(\xi)}{d\xi^4} + \beta^2 \frac{d^2 y(\xi)}{d\xi^2} + \gamma = 0 \quad (2.40)$$

avec

$$\beta^2 = \frac{(F - K)L^2}{4EI} \quad \xi = \frac{2x}{L} \quad \gamma = \frac{\tau_l L^4}{16EI}$$

Il est alors possible aussi de résoudre cette équation et d'obtenir l'amplitude au sommets des bosses :

$$y_F(x = 0) = A_F = \frac{\tau_l EI}{(F - K)^2} \left(1 + \frac{\beta^2}{8} - \frac{1}{\cos(\frac{\beta}{2})} \right) \quad (2.41)$$

A_F étant l'amplitude du défaut juste avant le flambement du rail. Cette expression de A_F est minimale lorsque $\beta = 4.43$, ce qui correspond à une longueur d'onde proche de celle définie précédemment comme étant la longueur d'onde critique en fin de phase linéaire. Pour cette valeur de β , on a :

$$A_F = 5.12 \frac{\tau_l EI}{(F - K)^2} \quad (2.42)$$

Cette expression représente donc la plus petite amplitude de y_F à partir de laquelle le rail flambe.

d. Ensemble de l'évolution pour une déformée sinusoïdale

Dans cette partie, on considère l'évolution de la déformée d'un rail dont l'amplitude du défaut à la température neutre est a_0 . On considère ici uniquement le cas le plus défavorable et le plus propice au flambement. Cela correspond à un rail dont la déformée est sinusoïdale avec une longueur d'onde de $\omega = 0.6$ ($L \approx 10.5m$). L'évolution de l'amplitude du rail peut être répartie en 3 parties. Ces 3 étapes avant d'atteindre la flambage du rail sont énumérées ci-dessous. Par soucis de clarté, les équations correspondantes sont aussi reprises :

(A) Atteinte de la limite du domaine plastique :

$$a_{FM} = 5.12 \frac{\tau_l EI}{(F - K)^2}$$

(B) Atteinte de la limite du domaine linéaire :

$$a_{FM} = 4 \frac{\tau_l EI}{(F - K)^2}$$

(C) Évolution avant d'atteindre la limite de la zone de déformations linéaires :

$$a_F = \Omega a_0 = \left(1 + \frac{F\omega^2}{EI\omega^4 - (F - K)\omega^2 + k} \right) a_0$$

La figure 2.14 montre graphiquement l'évolution de l'amplitude du défaut pour une température qui augmente à partir de la température neutre (0°C). Sur ce graphique on considère 3 amplitudes différentes pour le défaut initial. Il s'agit des courbes correspondantes à un rail de type U36 sur des traverses en bois. Les valeurs des paramètres sont les suivantes :

$$a_0 = \{ 20 \quad 35.8 \quad 60 \} \text{ mm} \quad K = 150 \text{ kN} \quad k = 2.10^6 \text{ N/m}^2 \quad \tau_l = 3900 \text{ N/m}$$

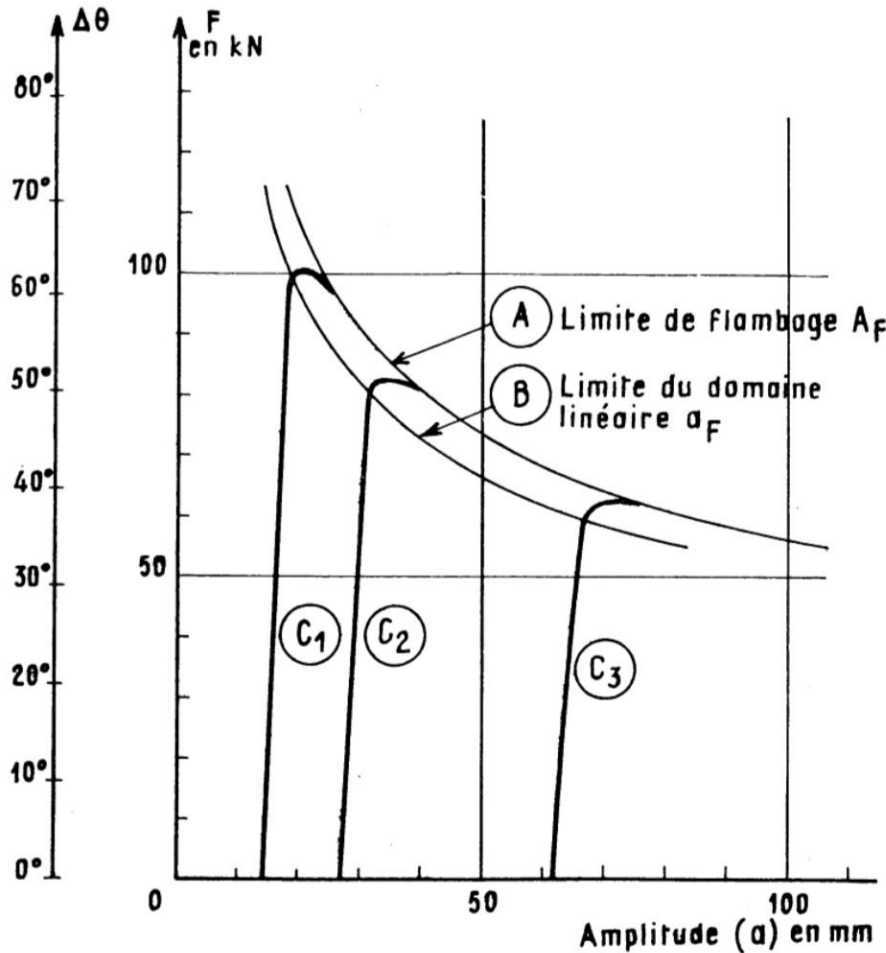


FIGURE 2.14 – Évolution de l'amplitude de la déformation en fonction de l'élévation de température pour différentes valeurs de a_0

On observe que l'amplitude du défaut augmente lentement tant qu'on se situe en dessous de la courbe B. Une fois la limite élastique atteinte, la courbe s'infléchit et rejoint la courbe A. La section qui rejoint la courbe B à la courbe A contient une pente négative. Cela veut dire que le déplacement du rail augmente tandis que la force de compression diminue. Cette pente négative est synonyme d'un équilibre instable. La valeur de la température critique de flambement est celle correspondant à la tangente horizontale à la courbe de raccord entre B et A. On remarque aussi que l'espacement entre les courbes A et B est assez faible, de l'ordre de 10 à 30 kN. Cela veut dire qu'une fois la limite de linéarité atteinte aux sommets des bosses, il suffit d'une très faible augmentation de température du rail pour atteindre le flambement de celui-ci.

Chapitre 3

Résultats et simulations

3.1 Étude du flambement avec la fonction *BUCKLE

Dans cette partie concernant les simulations numériques sur Abaqus, on fera souvent appel à la fonction *BUCKLE, qui permet l'analyse du flambement d'une structure. La fonction dénommée *BUCKLE peut être utilisée dans une simulation afin d'obtenir différents modes de flambement et les chargements critiques associés à chaque mode. Cette fonction qui fonctionne de manière itérative et qui recherche les différents modes de flambement et les charges critiques qui y sont associés. *BUCKLE recherche les différentes configurations de flambement à l'aide de valeurs propres de la matrice de raideur. Dans le cadre de ce mémoire, uniquement le premier mode de flambement est d'intérêt, car il correspond à la plus petite charge critique. Dans [1], on peut retrouver une explication détaillée du fonctionnement de cette fonction.

3.2 Choix et motivation du type d'élément

Le logiciel d'éléments finis Abaqus propose une vaste bibliothèque d'éléments qui fournit un ensemble d'outils puissants pour résoudre de nombreux problèmes différents. Le comportement de chaque élément est caractérisé par 5 aspects. Il s'agit de :

1. La famille à laquelle l'élément appartient.
2. Le nombre de degrés de liberté. Dans notre cas, où on fera des simulations en contraintes / déplacement, les degrés de liberté sont les translations et rotations.
3. Le nombre de noeuds qui constituent l'élément.
4. La formulation/théorie mathématique derrière le comportement de l'élément.
5. La méthode d'intégration. En effet, Abaqus propose différentes techniques numériques pour intégrer les quantités sur le volume de chaque élément, permettant ainsi une généralité complète dans le comportement du matériau.

Le bon choix du type d'élément est une étape cruciale. Il s'agit de choisir un élément qui correspond au type de problème que l'on résout. De plus, il est important d'avoir des résultats avec une précision suffisante, tout en gardant un temps de simulation acceptable. Plusieurs tests ont été menés en faisant varier le type d'élément et la taille du système afin de pouvoir faire un choix judicieux.

Le premier choix qui a été fait, est celui de modéliser le problème en utilisant des éléments appartenant à la famille des poutres. L'utilisation d'éléments de type poutre se justifie de par la géométrie du problème. En effet, comme on l'a déjà fait dans les raisonnements théoriques, le rail peut être assimilé à une longue poutre. De plus, les éléments de type poutre sont optimisés dans Abaqus pour modéliser efficacement les forces de flexion, de torsion et axiales.

Le second choix qui a dû être fait est celui de la méthode d'intégration. Abaqus propose plusieurs types d'intégration. Le choix qui a dû être fait était entre les éléments de type B31 ou B33. Un élément de type B31 est un élément de type poutre linéaire à 2 noeuds tandis qu'un élément de type B33 est un élément de type poutre cubique à 2 noeuds. Un élément de type B31 comporte 1 seul point d'intégration par élément. Par contre, un élément de type B33 comporte 3 points d'intégration par élément. Ainsi, d'une manière générale, pour un maillage de même taille, B33 donnerait des contraintes plus précises. B33 est également mieux adapté à la modélisation de structures courbes en raison de son schéma d'intégration d'ordre supérieur.

En plus du choix du type d'élément et de la méthode d'intégration, il faut aussi définir la taille caractéristique de chaque élément. En effet, un maillage fin permet d'avoir des résultats proches de la réalité, mais dégrade les performances de la simulation. Un maillage trop fin résulte en un long temps de calcul et n'améliore pas nécessairement la qualité du résultat. Un maillage plus grossier résultera quant à lui à un temps de calcul plus court et des résultats moins précis. Il s'agit donc de faire un compromis entre précision et temps de calcul pour trouver la 'bonne' taille du maillage.

Afin de justifier les choix qui sont faits dans le cadre de ce mémoire, plusieurs simulations ont été faites dont les solutions exactes sont connues à priori. Dans la partie qui suit, plusieurs combinaisons de tailles de maillage et de méthodes d'intégration ont été testées et comparées aux résultats exacts.

La figure 3.1 montre une poutre de longueur $20m$ qui a pour section un carré de $10cm \times 10cm$. La poutre est bloquée à ses deux extrémités en translation uniquement. La figure 3.2 montre le résultat de la fonction *BUCKLE et affiche le premier mode de flambement.



FIGURE 3.1 – Longue poutre de $20m$ bloquée en translation aux extrémités soumise à aucune charge

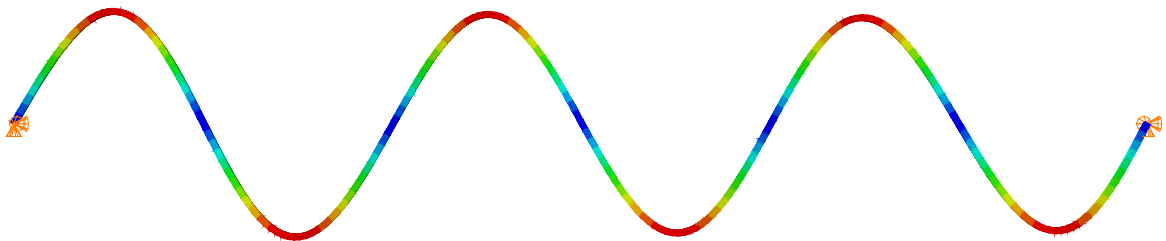


FIGURE 3.2 – Flambement d'une longue poutre de $20m$ bloquée en translation aux extrémités soumise à une augmentation de température

Les figure 3.3 et 3.4 représentent les résultats de simulations utilisant la fonction *BUCKLE d'Abaqus qui donne la température critique de flambement. Pour ces simulations, le module d'élasticité E est un paramètre que l'on fait varier entre $1.05 \cdot 10^{10}$ et $6.3 \cdot 10^{11} N/m^2$. La figure 3.3 montre les résultats pour des maillages de taille différents utilisant des éléments de type B31. La figure 3.4 montre les résultats pour des éléments de type B33. Les deux figures reprennent

aussi la courbe théorique. Pour rappel, la force critique de flambement a été calculée dans [1]. Il est alors possible de faire le lien entre la température critique et la force critique :

$$F_{crit} = 2\sqrt{kEI} \implies T_{crit} = \frac{2\sqrt{kEI}}{E\alpha A} \quad (3.1)$$

où α représente le coefficient de dilatation et A la section du rail.

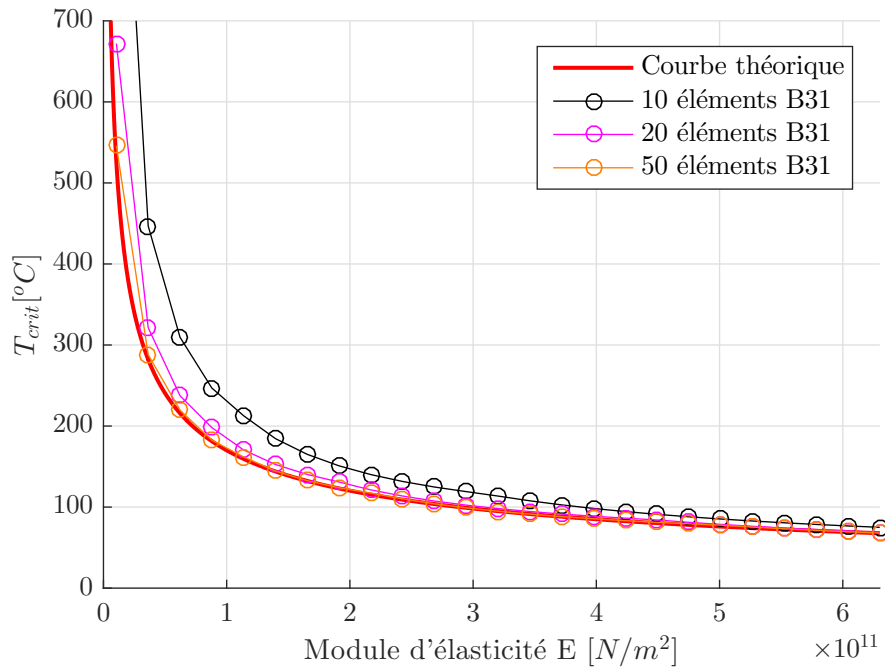


FIGURE 3.3 – Évolution de la température critique en fonction du module d'élasticité pour des éléments de type B31

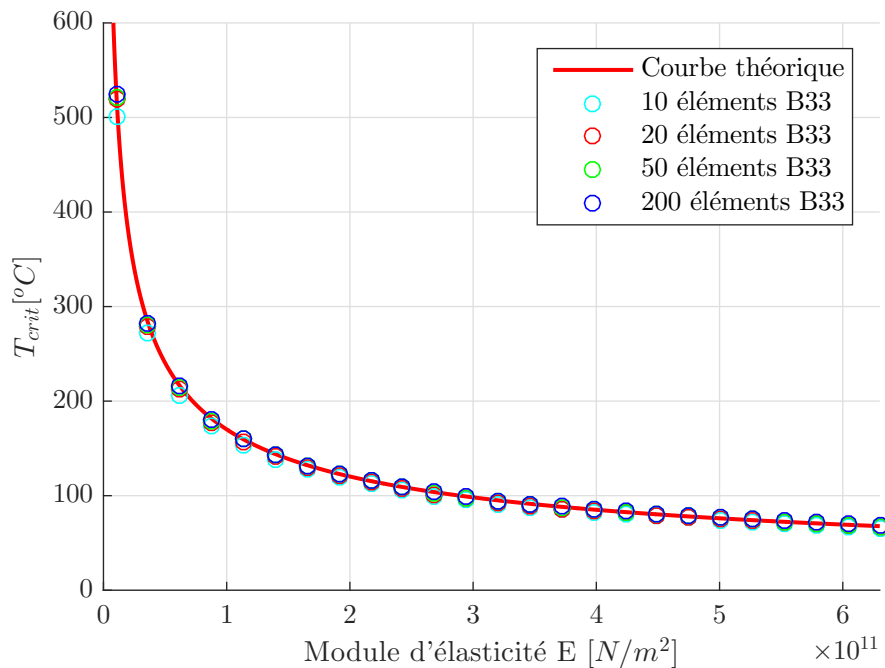


FIGURE 3.4 – Évolution de la température critique en fonction du module d'élasticité pour des éléments de type B33

Puisque l'on connaît la solution exacte, on peut calculer les erreurs qui ont été commises dans l'estimation du résultat pour chaque taille et chaque type (B31 et B33) d'élément fini. L'erreur que l'on calcule est définie comme :

$$\text{erreur} = \frac{(\text{résultat théorique} - \text{résultat numérique})}{\text{résultat théorique}} \quad (3.2)$$

L'erreur peut donc être positive ou négative en fonction du cas où le résultat est respectivement sous-estimé ou sur-estimé par la simulation numérique. La figure 3.5 montre le pourcentage d'erreur pour toutes les simulations. On déduit de ces résultats que les éléments de type B31 résultent en des erreurs significativement plus élevées que les éléments de type B33, surtout si le nombre d'éléments est faible (courbes noire et rose). Lorsqu'on augmente le nombre d'éléments, le résultat s'améliore mais l'erreur reste importante pour une faible valeur du module d'élasticité (courbe orange). Lorsqu'on utilise un nombre peu élevé d'éléments de type B33, on observe que le résultat est toujours sous-estimé et que l'erreur est par conséquent toujours positive (courbes bleue clair et rouge). Si on s'intéresse maintenant aux courbes verte et bleue foncée, on observe que l'erreur oscille autour de 0 et que l'erreur est tantôt positive, tantôt négative. Il est difficile de dire si la courbe bleue foncée est meilleure que la courbe verte. En effet, pour certaines valeurs du module d'élasticité E , la courbe verte montre une erreur plus faible que la courbe bleue foncée, et pour d'autres valeurs de E cette erreur est plus élevée. Cette simulation montre donc que augmenter le nombre d'éléments de 50 à 200 n'améliore pas nécessairement la qualité du résultat, voire peut dans certains cas le dégrader.

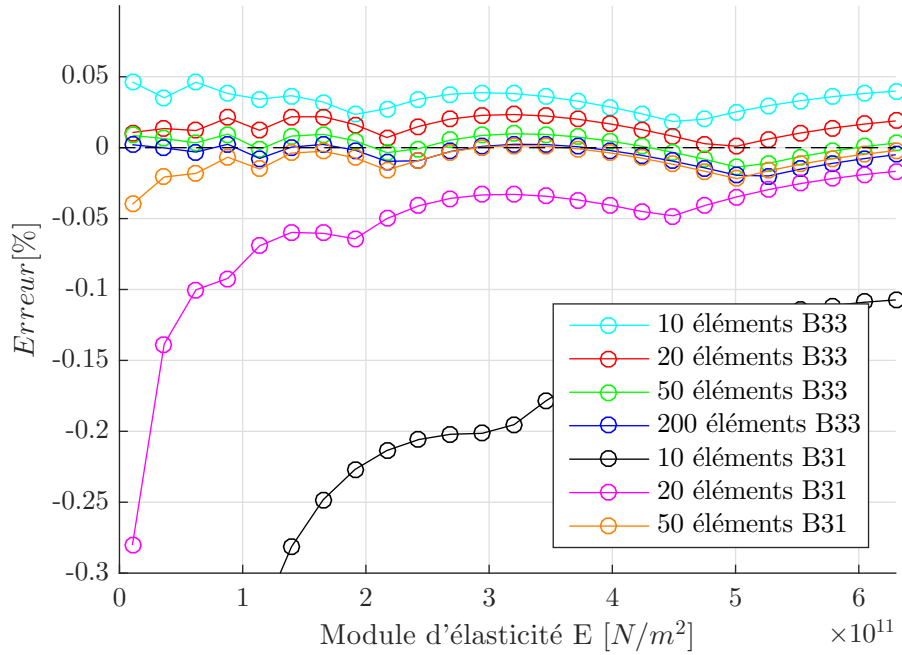


FIGURE 3.5 – Pourcentage d'erreur pour toutes les simulations

En plus de l'erreur d'estimation, la durée de la simulation est aussi un facteur important dans le choix de la taille et le type des éléments finis. Pour l'instant on simule le comportement d'une poutre de 20m, donc le temps d'exécution est relativement faible et on peut se permettre d'utiliser un maillage très fin. Par contre, dans la suite de ce travail, on simulera le comportement de rails pouvant atteindre plusieurs kilomètres. Il est donc évident qu'on ne peut se permettre d'utiliser un maillage trop fin. La figure 3.6, montre le temps d'exécution pour différents simulations où la

taille des éléments finis varie. Ces simulations ont été exécutées sur un ordinateur possédant un processeur Intel inside core *i7* – 4500, $1.80GHz$. On remarque que le temps d'exécution augmente exponentiellement lorsqu'un maillage fin est utilisé. De plus, pour un même maillage, le temps d'exécution est toujours plus important lorsque des éléments de type B33 sont utilisés. Cependant cette différence est très faible lorsque le nombre d'éléments est faible.

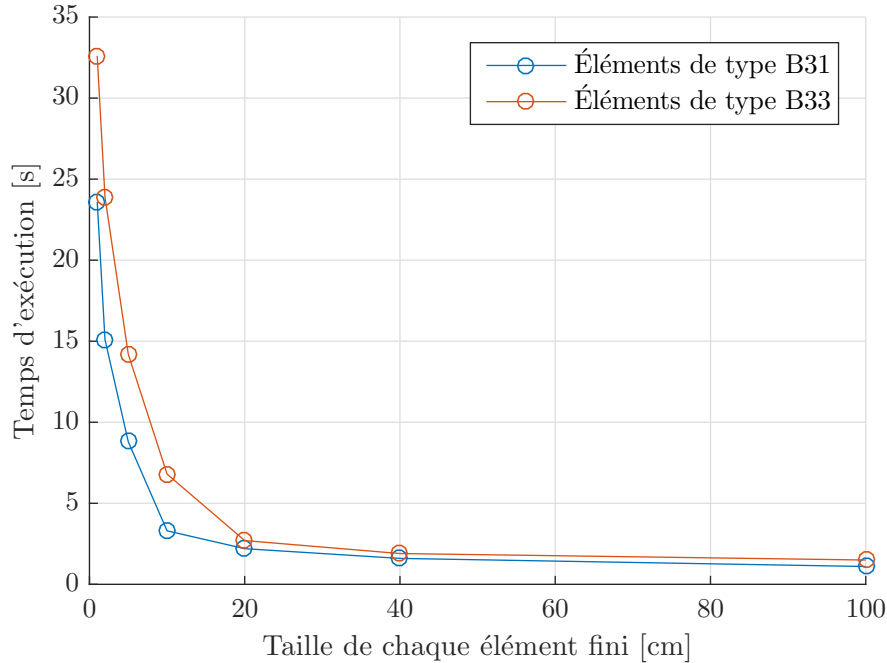


FIGURE 3.6 – Temps d'exécution pour éléments de type B31 et B33 et différentes tailles de maillage

On dispose maintenant de suffisamment d'éléments pour choisir le type d'élément et la taille du maillage qu'on utilisera par la suite. Les simulations ont montré que les éléments de type B33 donnent des résultats plus précis que les B31. De plus, les temps d'exécution sont très semblables pour des maillages de petites et moyennes tailles. Par conséquent, on décide de travailler avec des éléments B33 et donc d'utiliser 3 points d'intégrations par élément. Ce choix se justifie aussi par le fait que ces éléments sont plus adaptés pour la modélisation de structures courbes. Cela sera important lorsqu'on intégrera des défauts dans le rail et que celui-ci ne sera plus rectiligne. Pour ce qui est de la taille du maillage, on a démontré qu'un maillage trop grossier résultait en des erreurs plus importantes. Un maillage trop fin par contre n'améliore pas forcément la qualité du résultat. La choix se porte donc sur des éléments ayant une longueur caractéristique de $\approx 40cm$. Cela correspond aux courbes vertes sur les graphiques précédents.

Afin de valider ce choix, on simule maintenant une variation du paramètre k sur la même poutre. La figure 3.7 montre le résultat obtenu pour des éléments de type B33 et de longueur caractéristique de $40cm$. Les résultats numériques sont satisfaisants et ce choix est donc validé.

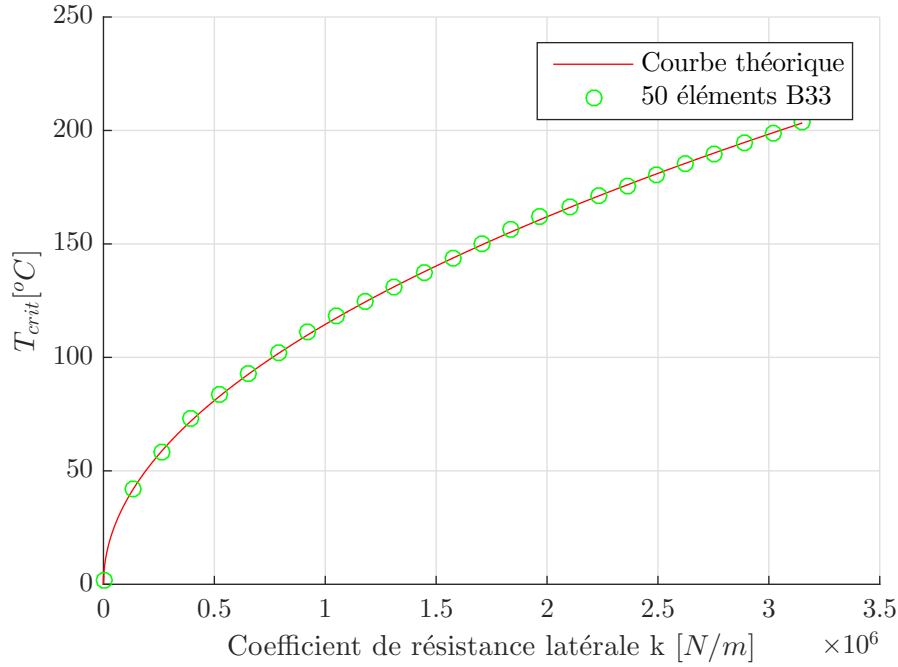


FIGURE 3.7 – Évolution de la température critique en fonction du coefficient de résistance latérale k

3.3 Défauts de voie dans le plan vertical

Sur base des résultats obtenus dans la partie théorique, on s'intéresse maintenant au résultat des simulations incluant des défauts de nivellement dans le rail. Comme discuté dans la section dédiée à la théorie des défauts de nivellement dans le plan vertical, ces défauts peuvent causer une réduction de la résistance au déplacement latéral des traverses. Cet effet a tendance à affaiblir la voie en créant des zones de faible résistance latérale, propices au flambement. Afin de se rendre compte de l'effet des défauts de nivellement sur la température à laquelle le flambement apparaît, ces défauts ont été implémentés dans Abaqus.

Les figures 3.8 et 3.10 montrent une voie de 60m comportant un défaut de nivellement vertical suivant une sinusoïde ayant respectivement une longueur d'onde de 60m et 10m. L'amplitude du sinus n'atteint évidemment jamais une amplitude telle que celle de la figure. L'amplitude est ici amplifiée sur les figures uniquement à titre d'illustration.

En plus de la forme sinusoïdale du rail, chaque traverse dispose d'une résistance au déplacement latéral qui varie en fonction de sa position. Les traverses situées en sommets de bosses ont une résistance diminuée d'un certain pourcentage, tandis que les traverses situées dans le creux des bosses ont une résistance augmentée de ce même pourcentage. Les traverses se trouvant entre les bosses, ont une résistance latérale qui varie sinusoïdalement en fonction de leur position.

Les figures 3.9 et 3.11 illustrent les premiers modes de flambement des deux voies présentées ci-dessus. Pour ces deux simulations, la résistance latérale en sommet de bosses est réduite de 15% et l'amplitude du défaut est de 1cm. On observe que la voie ayant un défaut de nivellement de longueur d'onde 60m ne flambe qu'à un seul endroit, notamment sur le sommet de l'unique bosse. Par contre, la voie qui représente des petites bosses plus courtes, flambe sur toute sa longueur avec des pics au niveau des bosses.

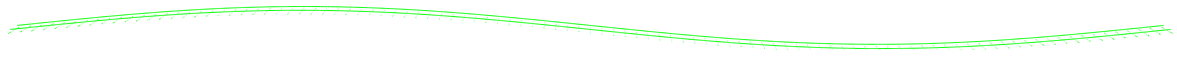


FIGURE 3.8 – Voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 60m$

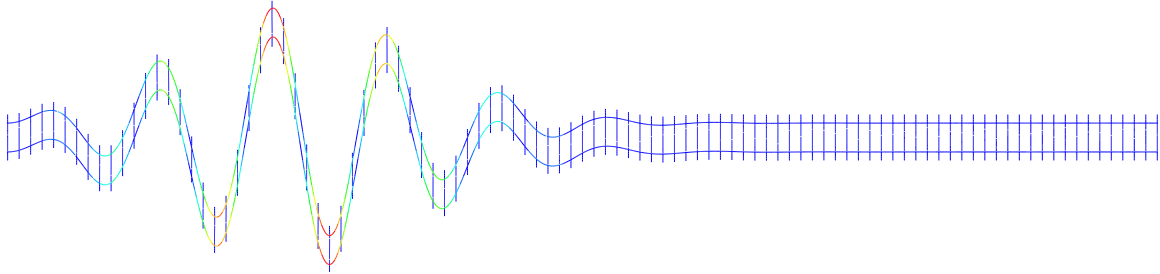


FIGURE 3.9 – Flambement d'une voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 60m$ (vue du haut)

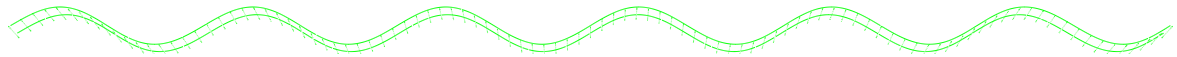


FIGURE 3.10 – Voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 10m$

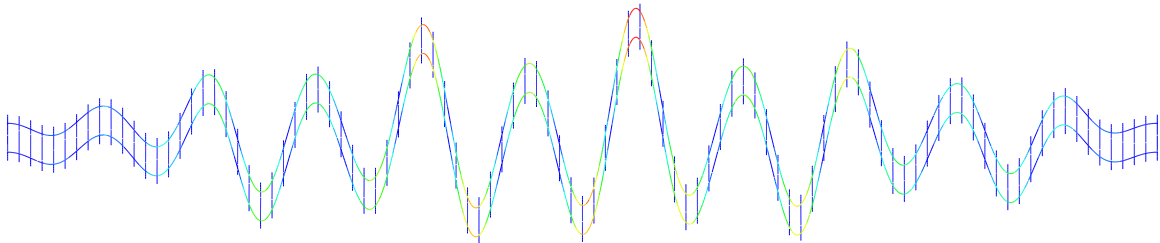


FIGURE 3.11 – Flambement d'une voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 10m$ (vue du haut)

A la figure 3.12, on peut observer les résultats des simulations Abaqus qui représentent la variation de la température critique en fonction du pourcentage de réduction de la résistance latérale au sommet des bosses. Ces simulations ont été effectuées pour une voie de $60m$ avec un défaut de nivellement d'amplitude $1cm$ et longueurs d'ondes $10m$, $20m$ et $30m$. Le graphique montre des valeurs allant jusqu'à une réduction de 100% , qui bien sûr est purement théorique. Comme il a été démontré dans la partie théorique, le soulagement apparent du poids de la voie en sommets de bosses atteint au maximum 30% . Ce qui est intéressant de remarquer ici est le fait qu'un défaut ayant une grande longueur d'onde est plus propice au flambement. Cela peut s'expliquer de par le fait que pour ce type de défauts, les sommets de bosses sont relativement grands. Cela signifie qu'un nombre important de traverses plus 'faibles' sont placés côte à côte. Cet endroit est alors très propice au flambement et offre une faible résistance à celui-ci. Lorsqu'au contraire, la longueur d'onde du défaut est plus petite, les traverses faibles sont voisines de traverses plus fortement encrées dans le ballast. Le flambement y est plus compliqué de par le mélange plus homogène de traverses offrant une forte et une faible résistance au déplacement.

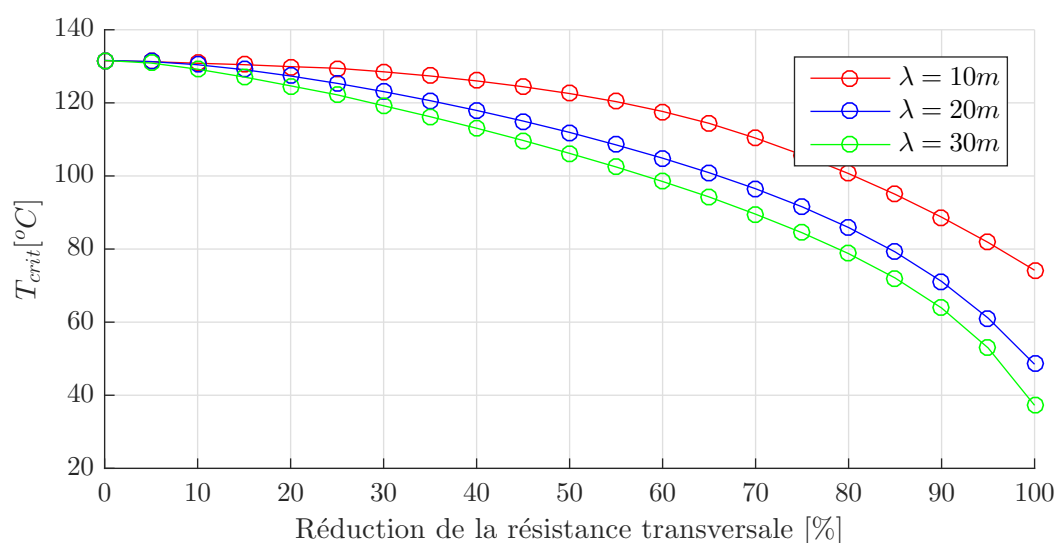


FIGURE 3.12 – Variation de la température critique pour différentes longueurs d'onde

3.4 Défauts de voie dans le plan horizontal

Le cas de flambement horizontal de la voie est celui que l'on observe en pratique. Plusieurs études ont été menées et une théorie existe à ce sujet. Les points les plus importants de cette théorie ont été repris au début de ce mémoire. L'objectif de la section qui suit est d'analyser si cette théorie analytique peut aussi se vérifier à l'aide d'outils numériques. Le programme d'éléments finis Abaqus permettra aussi de vérifier la véracité des hypothèses qui ont été posées dans les développements analytiques.

Dans cette section, on soumet une section de rail comportant des défauts dans le plan horizontal à des variations de températures. Le rail est déformé selon une sinusoïde pure ayant une certaine amplitude que l'on peut aisément modifier à l'aide d'un script Matlab. Le rail est ensuite soumis à différentes élévations de température par rapport à sa température neutre ($= 0^{\circ}\text{C}$ dans les simulations). L'objectif de ces simulations est de voir comment évolue la déformée du rail. On regarde aussi l'évolution des efforts de réaction des connecteurs fixés au rail.

3.4.1 Discrétisation du problème

L'étude théorique qui se trouve dans la première partie de ce travail est une étude faite sur un rail de longueur infinie. Comme son nom l'indique, les éléments finis sont des éléments qui ont une longueur finie. Il n'est donc pas possible d'implémenter cette même poutre infinie de la partie théorique dans Abaqus. Il faut rendre le problème fini et discret. Pour ce faire, on utilise un 'long' rail au lieu d'un rail infini. On peut dire que le rail est suffisamment long à partir du moment où augmenter sa longueur n'a plus d'influence sur le résultat final. Dans les simulations qui suivent, cette longueur est de 60m . Outre le problème de la longueur de la poutre, un autre problème concernant les connecteurs élastiques surgit. En effet, dans la théorie on considère que le rail se trouve sur un sol (latérale) élastique et par conséquent, son déplacement latéral est retenu en tout point de celui-ci. Dans le modèle par éléments finis, il n'est pas possible de mettre une infinité de petits ressorts élastiques qui retiennent le rail. On décide de mettre un ressort en chaque noeud du rail. Cela implique que le comportement de chaque connecteur doit être adapté en fonction de la taille du maillage, soit le nombre de noeuds dont est constitué le rail. En effet, on rappelle que les paramètres k et τ_l dans les équations théoriques sont ramenés à l'unité de longueur. La valeur choisie dans la partie théorique pour τ_l est de 3900N/m . La valeur de τ_l que l'on attribue à chaque connecteur dans le logiciel d'éléments finis doit donc être égal à 2 fois 3900N/m divisé par le nombre de noeuds dans 1m de rail. On rappelle qu'il faut multiplier par un facteur 2 car τ_l représente la demi résistance élastique. Par exemple, les connecteurs d'un rail composé de noeuds espacés de 1m auront $\tau_l = 7800\text{N}$. Par contre, un rail pour lequel un noeud est placé tous les 50cm , aura des attaches pour lesquelles $\tau_l = 3900\text{N}$. Ce point est important afin de comprendre les valeurs sur les graphiques représentant la force de réaction des connecteurs élastiques.

3.4.2 Simulations

L'objectif étant de comparer les prédictions théoriques avec les résultats des simulations, on essaye de se rapprocher au plus des conditions du cas théorique. Pour ce faire, toutes les simulations qui sont reprises dans cette section ont été réalisées sur un rail qui se rapproche le plus de celui utilisé dans la partie théorique, notamment le rail U36. La tableau 3.1 reprend tous les paramètres liés à ce rail et repris dans les simulations. La longueur d'onde du défaut est de 10.5m car cela correspond au cas le plus défavorable.

En utilisant les mêmes paramètres qu'à la page 22 et en plaçant 10 connecteurs par mètre, on déduit que chaque connecteur de la simulation admet un déplacement de 1.95mm lorsque soumis

$EI[kN/m^2]$	$E[GPa]$	$I[cm^4]$	$L_{rail}[m]$	$a_0[mm]$	$\lambda_{défaut}[m]$	$\omega_{défaut}$	# élém.
850	42.1	2019.5	52.36	60	10.5	0.6	525

TABLE 3.1 – Paramètres de la simulation

à une force latérale d'amplitude $780N$. Le comportement linéaire puis plastique valable pour chacun des connecteurs est repris à la figure 3.13.

La figure 3.14 montre le rail dans Abaqus pour lequel on a introduit un défaut de dressage. Le défaut sur la figure est évidemment exagéré et sert uniquement à titre d'illustration.

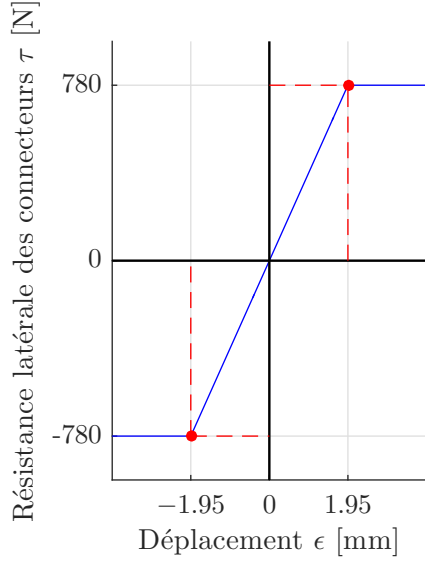


FIGURE 3.13 – Comportement élastique des connecteurs dans les simulations suivi du plateau plastique

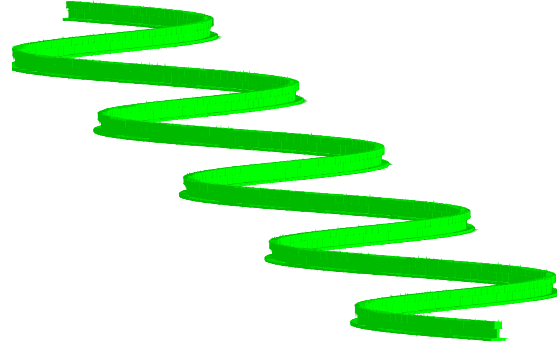
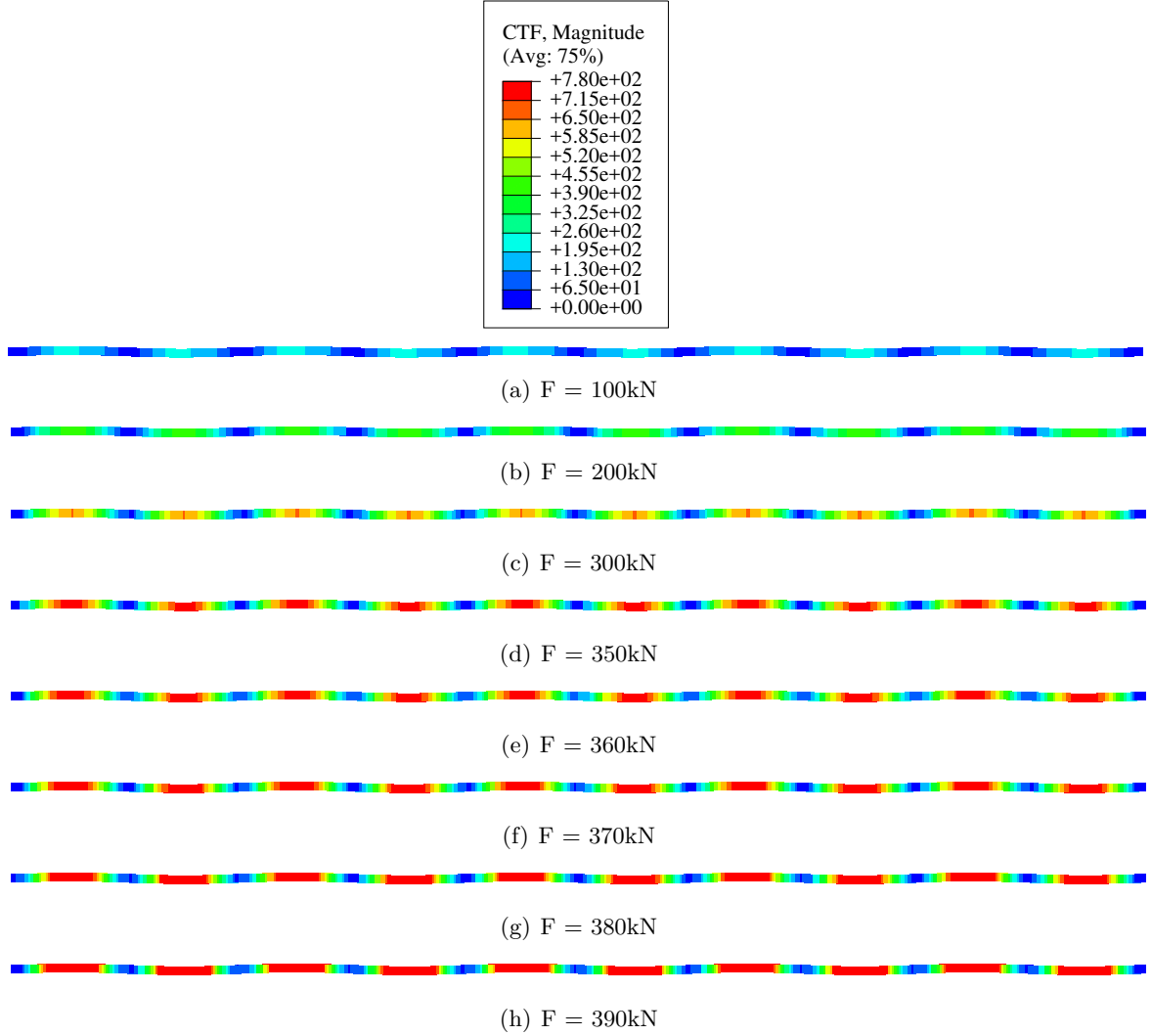


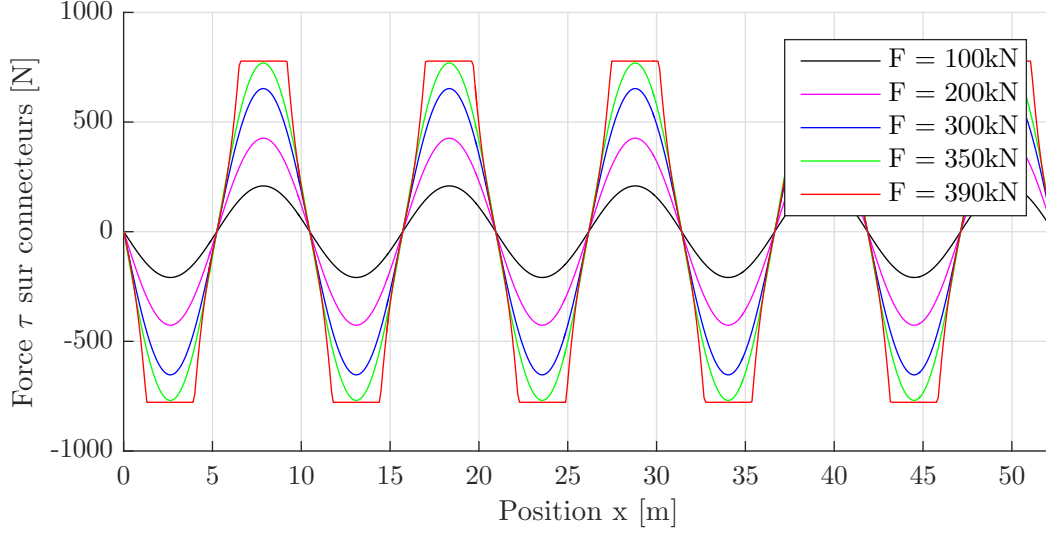
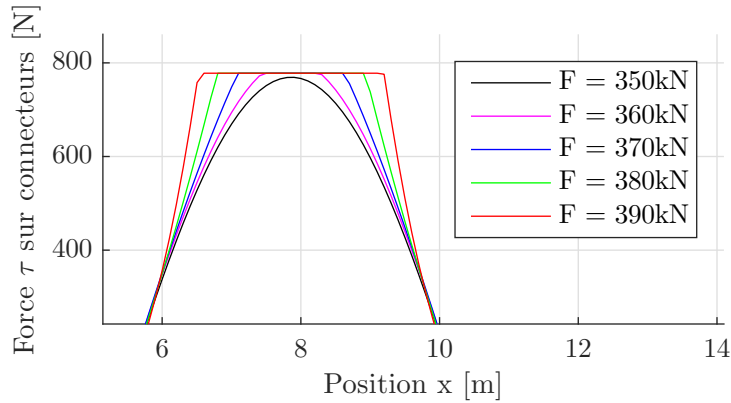
FIGURE 3.14 – Rail déformé sinusoïdalement dans la direction latérale

Ensuite le rail est soumis à des efforts de compression internes F par l'intermédiaire de l'échauffement de ΔT sur son entièreté. Pour les simulations, ses extrémités sont bloquées dans tous leurs degrés de liberté.

La figure 3.15 montre la vue du haut du rail lorsque celui-ci est soumis à différentes forces de compression internes F . Le code couleur sur cette figure représente le 'CTF' (Connector Total Force), soit l'amplitude de l'effort pour chacun des ressorts élastiques ($= \tau$). Comme dit précédemment, chaque ressort s'oppose au déplacement du rail jusqu'à ce que l'amplitude de l'effort devienne trop important. Au-delà de $\tau = \tau_l = 780N$, le ressort élastique n'arrive plus à retenir le déplacement du rail. On observe sur la légende que la valeur de τ ne dépasse en effet jamais $780N$. Cela correspond aux zones rouges sur la figure.


 FIGURE 3.15 – Force de réaction des connecteurs pour différentes valeurs de F

La figure 3.16 montre le résultat de plusieurs simulations effectuées pour plusieurs valeurs de la force de compression F . Sur ce graphique on observe l'évolution de la force de réaction des connecteurs ressorts au sein du rail. On observe que pour des valeurs de F faibles, la force de réaction évolue sinusoidalement dans le rail. Pour des valeurs de F croissantes, l'amplitude des sinus augmente progressivement jusqu'à atteindre la valeur limite de 780N . Pour $F = 390\text{kN}$ par exemple, on observe que le sinus sature pour $\tau = 780\text{N}$ et prend une forme aplatie. Cela correspond au moment où les connecteurs atteignent leur seuil et passent d'un déplacement élastique à un déplacement plastique. La figure 3.17 est un zoom sur le sommet du sinus pour des valeurs de F allant de 350kN à 390kN . On observe qu'au fur et à mesure que F augmente, la taille du plateau augmente. Pour $F \approx 350\text{kN}$, l'élément connecteur au sommet du sinus du rail atteint le plateau plastique. A partir de là, lorsque F augmente progressivement, la théorie prédit que la zone pour laquelle τ_l est atteinte va augmenter de longueur. Les points voisins du sommet du sinus vont eux aussi progressivement passer de la zone élastique à la zone plastique. C'est en effet ce comportement que l'on observe à la figure 3.17. On remarque que la longueur du plateau au niveau de τ_l devient de plus en plus grande au fur et à mesure que F augmente.


 FIGURE 3.16 – Force de réaction des connecteurs pour différentes valeurs de F

 FIGURE 3.17 – Zoom sur les efforts de réactions pour des valeurs de F proches du flambement

La figure 3.18 reprend les déplacements tout au long du rail pour un grand nombre de valeurs de F . On rappelle que $F \approx 350kN$ est la valeur pour laquelle le premier point (= sommet) du sinus passe dans la zone plastique. On remarque que pour les valeurs de F inférieures à $F \approx 350kN$ les déplacements restent à priori sinusoïdaux le long du rail. On vérifiera cela par la suite. Au delà de cette valeur, les courbes de déplacements se déforment et ne sont plus sinusoïdales. En effet, pour $F = 390kN$ on dirait que le sinus a été étiré sur ses parties supérieures et inférieures. La déformation s'éloigne de plus en plus de la sinusoïde pure. Ce qui est aussi intéressant à remarquer est le fait qu'une fois la zone plastique atteinte, les connecteurs se trouvant dans cette zone ont tendance à avoir un déplacement qui augmente de plus en plus vite. Par exemple, pour la même augmentation de F de $10kN$, l'amplitude de la déformée augmente sensiblement plus lorsque F passe de $380kN$ à $390kN$ que lorsque F varie de $360kN$ à $370kN$. Le fait que l'amplitude de la déformée augmente très rapidement est dû au fait que le déplacement n'est plus contraint. Une infime augmentation de τ en ces points mène à un déplacement théoriquement infini.

Ce phénomène s'observe aussi sur la figure 3.19, sur laquelle est indiqué où se trouve le sommet du sinus pour les différentes valeur de F sur la courbe ϵ - τ . Sur la zone linéaire, les points se

déplacent de manière régulière. Lorsque la plateau plastique est atteint par contre, on remarque que pour une augmentation de F de $10kN$, les points se déplacent de plus en plus rapidement vers la droite. Concrètement, ce que cela signifie pour le rail c'est que tant qu'il se trouve dans son entièreté dans la zone linéaire, sa déformation est lente et régulière. Par contre, dès que les sommets des sinus du rail atteignent le plateau plastique, la déformation n'est plus régulière et augmente très vite au sommet des sinus.

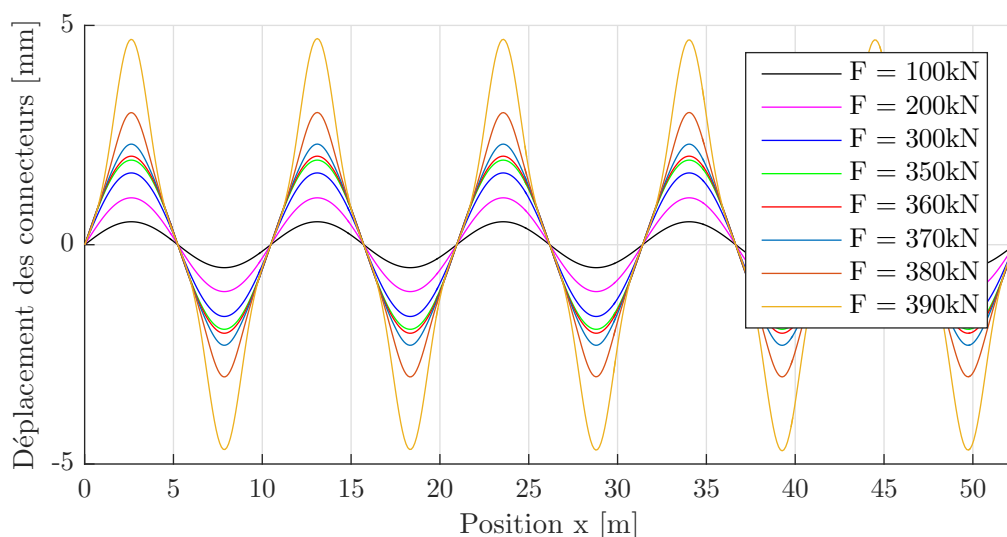


FIGURE 3.18 – Déplacement des connecteurs élastiques pour différentes valeurs de F

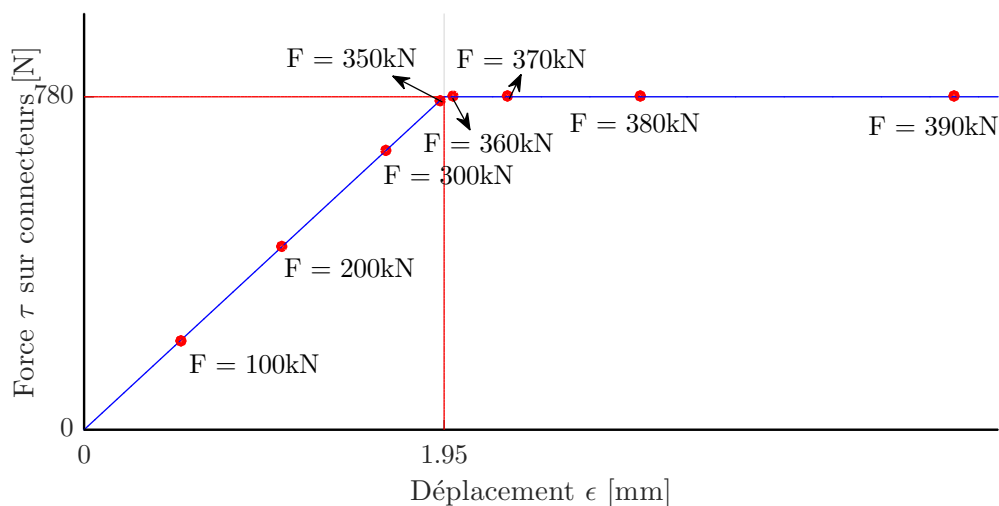


FIGURE 3.19 – Évolution sur le graphique $\epsilon - \tau$

La théorie existant à ce sujet stipule que la déformée du rail reste sinusoïdale en gardant les mêmes points d'inflexion tant que celui-ci se situe dans son entièreté dans la zone linéaire. Il est difficile de vérifier la véracité de cette hypothèse de manière théorique mais les éléments finis permettent de la faire assez facilement. Pour vérifier cela, on va appliquer la théorie des développements en séries de Fourier sur les déplacements des connecteurs (figure 3.18). Effectuer l'analyse sur les déformations ou sur la déformée finale du rail n'a pas d'importance. En effet, la déformée finale du rail n'est rien d'autre que la superposition de sa déformée initiale, soit un sinus

pure d'amplitude $60mm$, et de sa déformation (qui a la même longueur d'onde). La déformation initiale ne fera qu'augmenter la valeur de la première harmonique. Par conséquent, analyser la déformée finale du rail ou sa déformation ne change rien à la conclusion à propos de sa forme finale.

La série de Fourier est un outil mathématique qui permet de vérifier l'hypothèse qui stipule que le rail reste déformé selon une sinusoïde tant qu'on est dans la zone élastique. L'idée sous-jacente à l'introduction des séries de Fourier est qu'un signal périodique de fréquence f et de forme quelconque peut être obtenu en ajoutant à une sinusoïde de fréquence f (fondamentale), des sinusoïdes dont les fréquences sont des multiples entiers de f . Les déformations du rail étant des fonctions périodiques comme on peut le voir à la figure 3.18, la théorie des séries de Fourier permet de dire que :

$$u(x) = a_0 + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \cos\left(nx \frac{2\pi}{L}\right) + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} b_n \sin\left(nx \frac{2\pi}{L}\right) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} u(x) dx \\ a_n &= \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} u(x) \cos\left(nx \frac{2\pi}{L}\right) dx \\ b_n &= \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} u(x) \sin\left(nx \frac{2\pi}{L}\right) dx \end{aligned} \quad (3.4)$$

La théorie des séries de Fourier stipule que lorsque la fonction est impaire, les coefficients a_n s'annulent. Ceci étant le cas pour la fonction des déformations du rail $u(x)$, seul les coefficients b_n sont importants. De plus, la fonction étant centrée autour de 0, on sait que $a_0 = 0$. La figure 3.20 donne la valeur des coefficients de Fourier correspondant aux différentes fréquences. Les ordonnées correspondent à l'amplitude ($A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$) des harmoniques aux différents multiples de la fréquence fondamentale. On remarque que pour des valeurs de F en dessous de la valeur pour laquelle on entre dans la zone plastique ($F < 350kN$), seuls des pics à la fréquence fondamentale sont présents. Cela signifie que la déformation du rail est une fonction composée uniquement d'un sinus pure à la fréquence fondamentale. Par contre, dès qu'on entre dans la zone plastique ($F > 350kN$), on observe que des pics importants apparaissent à des fréquences multiples de la fondamentale. Cela signifie que les déformations ne sont plus purement sinusoïdales et sont plus riches en fréquence.

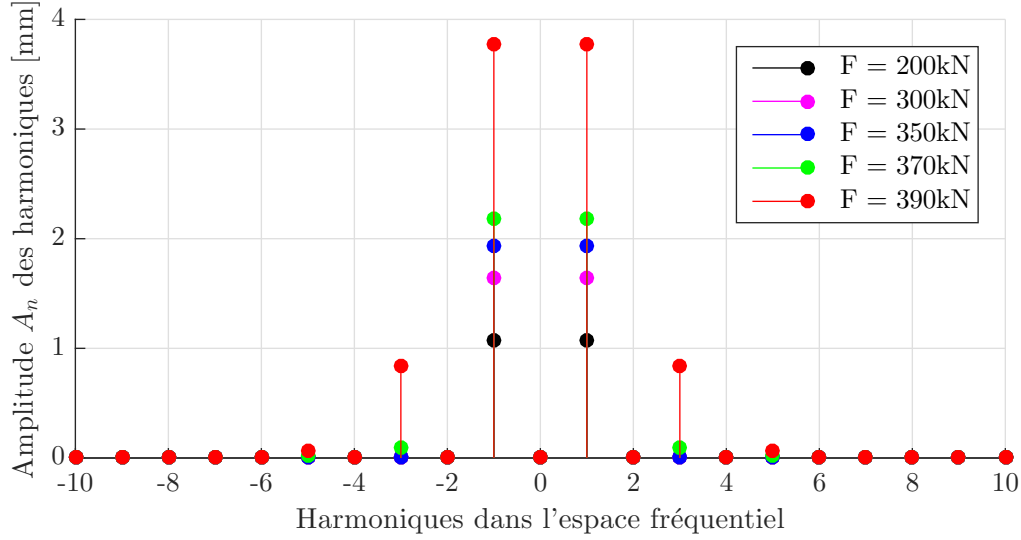


FIGURE 3.20 – Coefficients de Fourier des déformations

L'hypothèse qu'on veut vérifier est que les déformations restent sinusoïdales tant que le rail n'entre pas dans la zone plastique. Pour cela, on peut vérifier l'erreur qui est commise en approximant la déformation par un sinus à sa fréquence fondamentale :

$$erreur = \frac{u(x) - A_1 \sin(\omega x)}{u(x)} \quad (3.5)$$

Cette erreur est calculée pour différentes valeurs de F et est représentée à la figure 3.21. On remarque que l'erreur augmente significativement lorsque $F > 350kN$, c'est à dire le moment à partir duquel le rail entre dans la zone plastique. Par contre tant que $F < 350kN$, l'erreur est très proche de 0%. L'erreur commise en approximant la déformation du rail par un sinus pur dans les développements théoriques est en effet très faible. Cette hypothèse est donc validée.

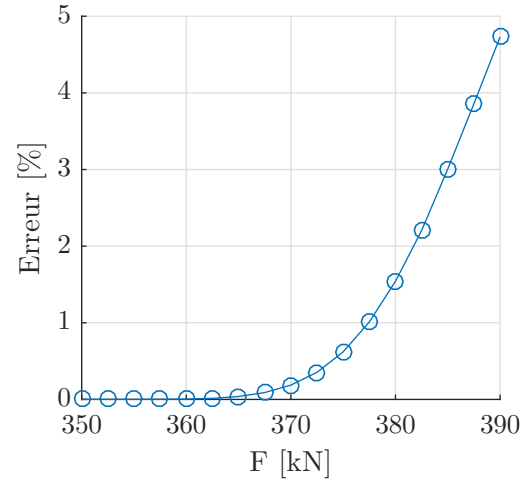


FIGURE 3.21 – Erreur d'approximation par un sinus pur

3.4.3 Comparaison avec le cas théorique

Il est désormais possible de faire un graphique comme celui représenté à la figure 2.14 à la page 22 et ensuite comparer l'évolution du rail prédite par la théorie et les résultats sur Abaqus. Ce graphique est repris à la figure 3.22. Les deux premières courbes représentent les limites de flambage et de zone de linéarité. Ces courbes ont respectivement comme expression les équations 2.37 et 2.41. La courbe rouge représente l'évolution théorique du rail tant que le déplacement de celui-ci se situe entièrement dans la zone linéaire. Cette courbe n'a donc plus aucun intérêt au delà de la courbe verte. Les résultats numériques sont aussi repris sur ce graphique. Les

résultats en rouge sont ceux pour lesquels le déplacement du rail est dans la zone plastique, tandis que les résultats bleus sont ceux pour lesquels au moins un point du rail subit un déplacement dans la zone plastique. Le passage des résultats numériques du rouge au bleu correspond par conséquent à la courbe théorique en vert. On remarque ensuite que les courbes des résultats numériques s'infléchissent avant de s'arrêter net. Le dernier point en bleu correspond à la force de compression interne maximale qu'on peut imposer dans le rail avant que la simulation ne converge plus. Il s'agit du moment où la simulation devient instable et donc l'apparition du flambement. Ce dernier point bleu numérique correspond à la courbe de limite de flambage théorique. Augmenter encore plus la force de compression dans le rail résulterait en une pente négative. Cela signifie que la déformation augmente pour une force de compression décroissante, synonyme d'équilibre instable. Cette instabilité peut aussi être interprétée en analysant la figure 3.17. On y observe que pour des valeurs de F croissantes, la taille du plateau augmente. Cela veut dire que de plus en plus de points du rails ne peuvent plus emmagasiner d'efforts. Tous ces points subissent un déplacement théoriquement infini si τ augmente. Augmenter encore F signifierait que presque l'entièreté du rail aurait atteint le plateau plastique, synonyme d'instabilité.

On rappelle que selon la théorie disponible chez Infrabel, la valeur critique de flambage de F est celle correspondant à la tangente horizontale de la courbe de raccord entre a_F et A_F . Cette courbe de raccord n'ayant pas été calculée, on déduit que la valeur critique de F se trouve quelque part entre les courbes a_F et A_F . La dernière chose représentée sur ce graphique est la force de compression critique de flambement qui est déduite de la température critique obtenue avec la fonction *BUCKLE.

Les tableaux 3.2 et 3.3 reprennent les valeurs numériques importantes du graphique 3.22.

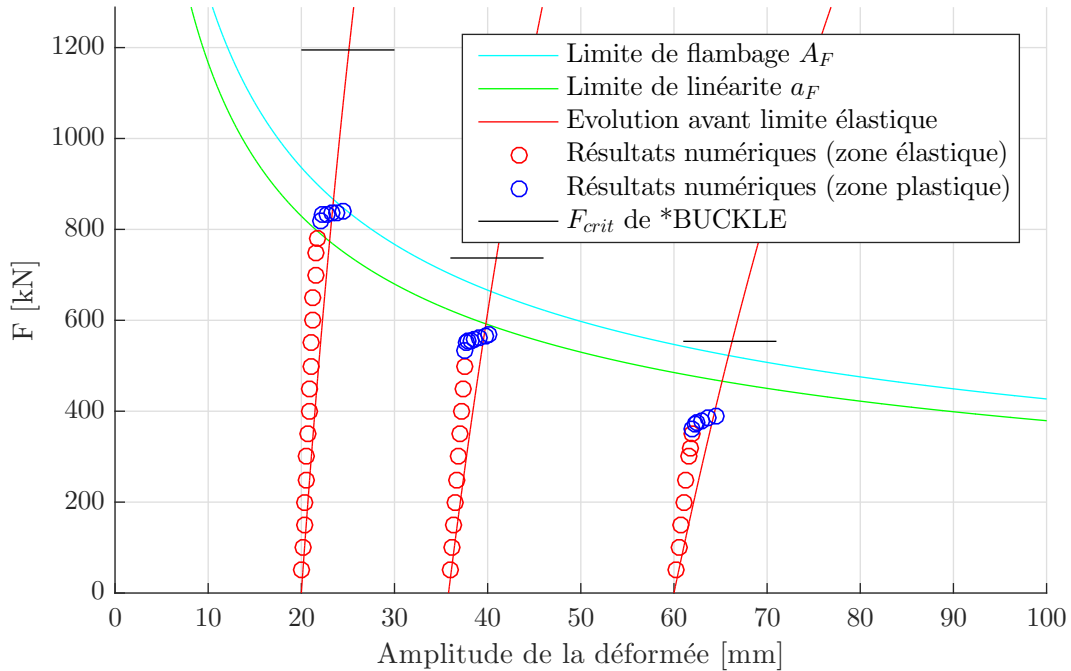
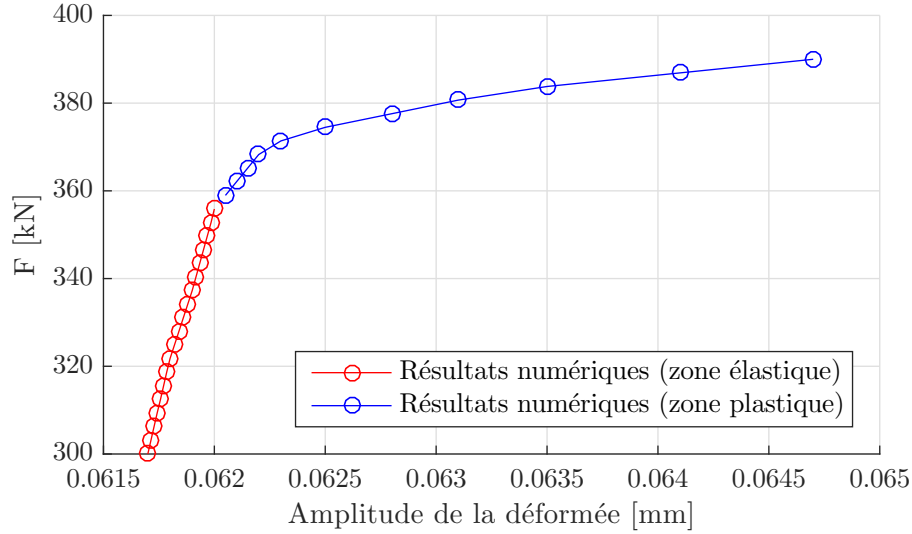


FIGURE 3.22 – Évolution de l'amplitude de la déformation en fonction de l'élévation de la force de compression longitudinale F


 FIGURE 3.23 – Zoom sur les résultats numériques pour $a_0 = 60\text{mm}$ autour de passage du domaine linéaire au domaine plastique

Amplitude défaut initial [mm]	Théorie [kN]	*BUCKLE [kN]	Simulation [kN]
20	[775 – 870]	1195	840
35.8	[600 – 665]	737.1	567
60	[465 – 520]	533.7	390

 TABLE 3.2 – Comparaison des résultats exprimés en forces de compression (F)

Amplitude défaut initial [mm]	Théorie [$^{\circ}\text{C}$]	*BUCKLE [$^{\circ}\text{C}$]	Simulation [$^{\circ}\text{C}$]
20	[48.1 – 54.0]	74.2	52.1
35.8	[37.2 – 41.3]	45.8	35.2
60	[28.9 – 32.3]	33.1	24.2

TABLE 3.3 – Comparaison des résultats exprimés en températures

Ce qu'on observe à l'aide des résultats ci-dessus est le fait que la fonction *BUCKLE a tendance à estimer la flambement à une température plus élevée que les simulations pour lesquelles on augmente F progressivement. En effet, la fonction *BUCKLE surestime tout le temps la température critique à partir de laquelle le rail flambe. Plus le défaut initial est important, plus le résultat de *BUCKLE s'éloigne du résultat théorique. Cela s'explique de part le fait que cette fonction n'est pas capable de prendre en compte les non-linéarités du modèle. En effet, la documentation de cette fonction explique que lors d'une analyse de flambement avec valeurs propres, la réponse du modèle est définie par sa raideur élastique linéaire. Toutes les propriétés des matériaux non linéaires, ainsi que les effets impliquant le temps, sont ignorés lors d'une analyse de flambement avec valeurs propres [10]. Cela implique que lors de l'utilisation de *BUCKLE, le plateau plastique en $\tau = \tau_l$ est négligé. Pour une analyse *BUCKLE, tout ce qui importe est la valeur de k et donc la pente sur le graphique 3.24. La hauteur du plateau n'a donc aucune influence sur le résultat car celui-ci est négligé par Abaqus.

Le fait que *BUCKLE néglige toute non-linéarité dans le modèle, ne signifie pas que cette fonction est inutile. Par contre, il faut traiter les résultats avec vigilance. Négliger le plateau plastique explique les différences dans les résultats qu'on peut observer à la figure 3.22 et dans les tableaux 3.2 et 3.3. Comme déjà expliqué précédemment, lorsqu'un point du rail atteint le plateau plastique, ce point ne peut plus emmagasiner de force sans subir de déplacement important (théoriquement infini). Par contre, lorsque le plateau plastique est supprimé, les connecteurs continuent à offrir une résistance au déplacement, même aux endroits du rail où $\tau = \tau_l$. Les efforts que le rail peut emmagasiner avant de flamber sont plus importants que ceux lorsque les non-linéarités sont considérés. Cela explique la raison pour laquelle *BUCKLE surestime la température de flambement.

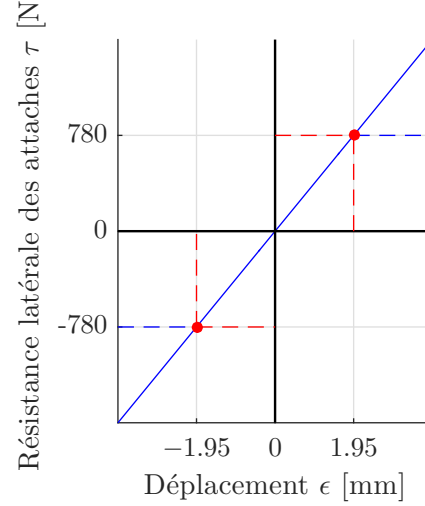


FIGURE 3.24 – Comportement purement élastique des connecteurs utilisés par la fonction *BUCKLE

On peut aussi comparer les résultats prédits par la théorie disponible chez Infrabel et ceux obtenus en augmentant progressivement la force de compression interne F dans le modèle d'éléments finis sur Abaqus. Comme déjà précisé, la température critique prédite par la théorie se situe dans un intervalle entre a_F et A_F . On remarque que les résultats obtenus avec les simulations sont principalement situés avant cet intervalle théorique. Une des raisons qui pourrait expliquer cette différence se trouve dans les hypothèses posées dans la partie théorique. En effet, afin d'obtenir la valeur de A_F , on a fait l'hypothèse que l'entièreté du rail avait atteint le plateau plastique. On peut rappeler ici l'équation (2.39) qui le démontre :

$$EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4} + (F - K) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \pm \tau_l \quad (3.6)$$

Cette équation est valable pour toute valeur de x et donc l'entièreté du rail. Or, la limite de résistance τ_l ne peut évidemment être atteinte physiquement sur toute la longueur du rail. La figure 3.17 le démontre d'ailleurs bien. On y observe que pour la valeur à partir de laquelle le rail flambe dans les simulations sur Abaqus ($F \approx 390kN$), le rail n'a pas atteint τ_l dans son entièreté. En regardant sur cette même figure l'évolution de la taille du plateau en $\tau = 780N$ lorsque F est incrémenté par pas de $10kN$, on peut estimer qu'il faudrait encore augmenter F de plusieurs dizaines de kN avant que l'entièreté du rail ait atteint τ_l . On se retrouverait dès lors dans le même cas que celui décrit par les équations théoriques.

3.5 Appareil de voie P215

La section qui suit est celle qui intéresse tout particulièrement Infrabel et concerne l'incorporation d'appareils de voie dans les LRS. L'unique aiguillage qu'on considère dans ce travail est le P215 HA 1/8. La figure 3.25 représente l'implémentation de cet aiguillage dans Abaqus. Cet appareil de voie est caractérisé par un grand angle de sortie. Il représente par conséquent un risque plus important que d'autres aiguillages ayant un angle de sortie plus petit. En effet, au plus l'angle de sortie est élevé, au plus la voie déviée pousse latéralement sur l'appareil de voie,

ce qui a pour conséquence de diminuer la résistance au déplacement latéral de la voie. Pour une explication des éléments qui composent l'aiguillage et les connecteurs, on peut se référer à [1]. Dans ce travail, on s'intéresse aux contraintes qui surviennent dans un aiguillage lorsque celui-ci est incorporé aux voies et lorsque deux appareils de voies se suivent. On analyse dans un premier temps l'évolution des contraintes lorsqu'aucun appareil de voie est inclus dans la voie. Dans un second temps, on s'intéresse aux contraintes lorsqu'un et ensuite deux aiguillages sont incorporés dans la voie. L'objectif étant de voir l'influence que peut avoir un ou plusieurs aiguillages en terme de contraintes de compression et température de flambement.

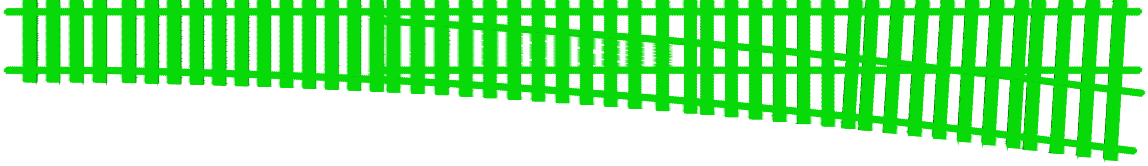


FIGURE 3.25 – Vue de haut d'un appareil de voie P215 HA 1/8

3.5.1 LRS sans appareils de voie

L'évolution des contraintes dans les LRS laissés libres à leurs extrémités a été expliquée en détails dans [1]. On reprend ici uniquement le résultat et on réfère le lecteur vers cet ouvrage pour plus d'informations.

La figure 3.26 représente l'évolution des contraintes dans un long rail de 600m. On observe le plateau central de contraintes où le déplacement est empêché. Les contraintes aux extrémités s'annulent car elles sont laissées libres. C'est dans cette zone dite de respiration qu'ont lieu les déplacements. On peut aussi noter que la compression maximale lorsque le rail est chauffé de $50^{\circ}C$ atteint $116MPa$, valeur que l'on comparera lorsque des aiguillages seront ajoutés au système.

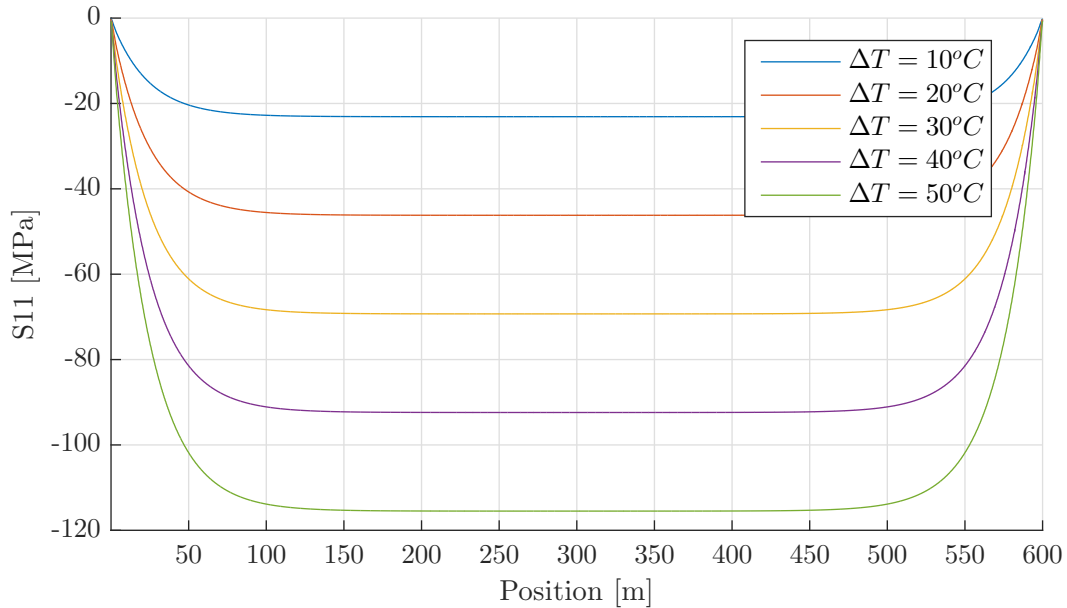


FIGURE 3.26 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de ΔT

3.5.2 Incorporation d'un seul appareil de voie P215 dans des LRS

La figure 3.27 représente un aiguillage inclus dans des LRS dont les longueurs sont variables. Dans la simulation qui suit, les rails qui composent les voies 1, 2 et 3 sont soudés au P215 et atteignent une longueur de $300m$. Les extrémités du rail sont laissées libres. Tous les rails sont soumis à une élévation de température classique de $50^{\circ}C$.

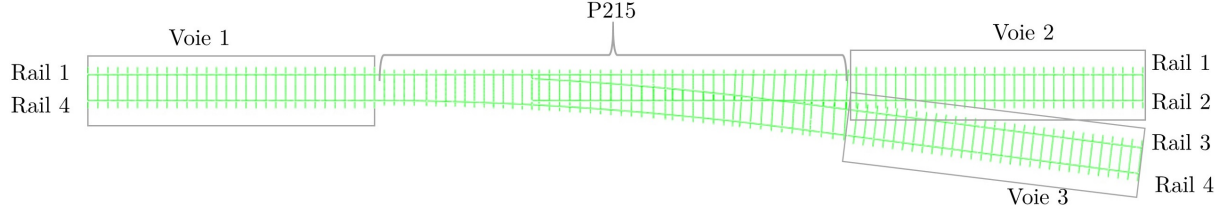


FIGURE 3.27 – Vue de haut d'un appareil de voie P215 HA 1/8 incorporé dans des LRS

La figure 3.28 montre l'évolution de la contrainte de compression axiale S_{11} dans les rails, pour le réseau représenté à la figure 3.27 ayant des voies de longueur $300m$. Les traits verticaux en pointillé définissent le début et la fin de l'appareil de voie. La longueur des voies 1,2 et 3 étant suffisamment longue, on observe de part et d'autre de l'aiguillage un plateau de compression. Dans ce plateau, aussi appelé zone centrale, aucun déplacement n'a lieu. Les extrémités du rail étant laissés libres, les contraintes s'y annulent et on observe l'apparition de la zone de respiration. Les efforts au niveau de l'aiguillage sont repris à la figure 3.29 afin de mieux se rendre compte des efforts au sein de l'aiguillage. On remarque un pic de contrainte de compression S_{11} situé dans l'appareil de voie au niveau du support qui termine les rails venant du coeur de croisement. Ce pic correspond à la reprise des efforts des deux rails de coeur 2 et 3 par les deux rails contre-aiguille 1 et 4.

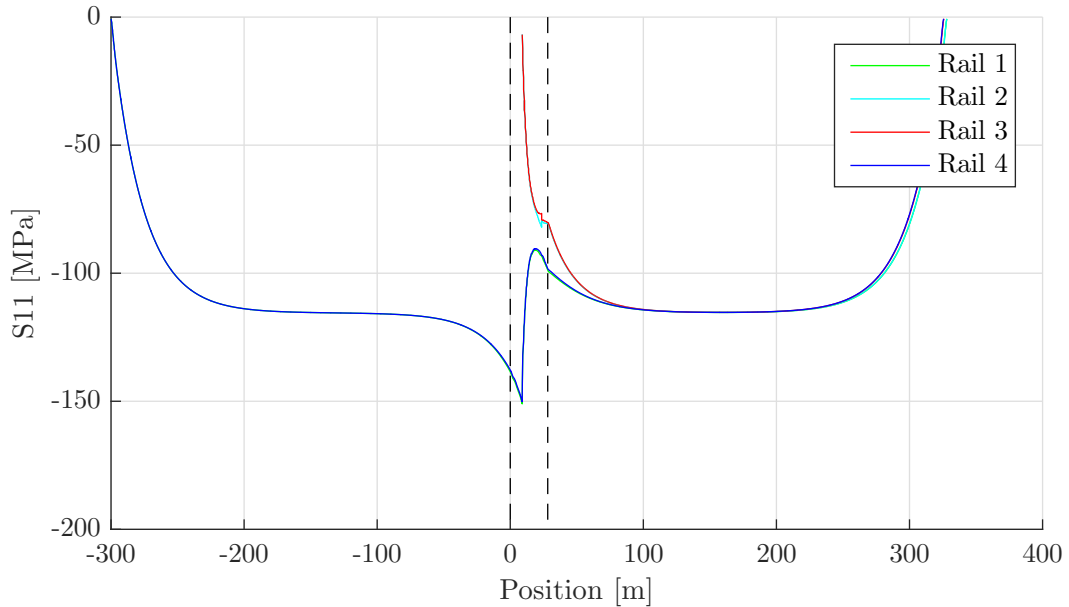


FIGURE 3.28 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour $\Delta T = 50^{\circ}C$

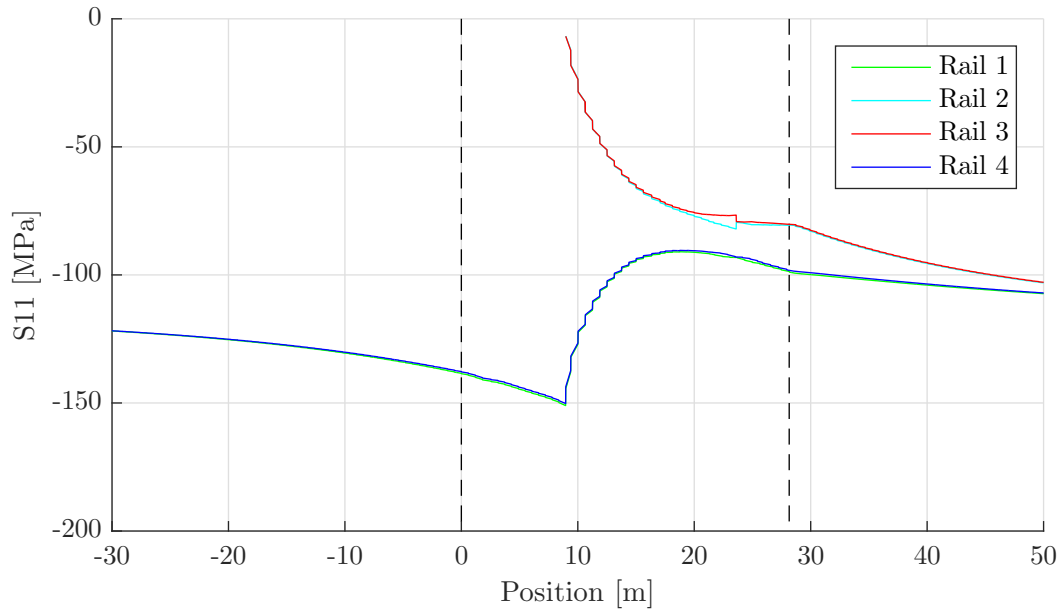


FIGURE 3.29 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil pour $\Delta T = 50^\circ C$

La figure 3.30 représente l'évolution de la contrainte axiale S_{11} au sein du rail 4 uniquement. En effet, c'est dans ce rail que le pic de contrainte surgit et il s'agit donc de l'endroit le plus propice au flambement. Cette contrainte est représentée pour différentes élévations de température ΔT . On remarque logiquement que pour des valeurs de ΔT qui augmentent, la valeur maximale de compression S_{11} augmente aussi. La contrainte dans le plateau de la zone centrale augmente elle aussi en fonction de la température. On peut maintenant comparer la valeur maximale de la contrainte de compression dans la voie pour une élévation de $50^\circ C$. On a vu que pour un rail sans aiguillage, cette valeur atteint $116 MPa$. On observe maintenant à la figure 3.28 que cette contrainte peut atteindre une valeur allant jusqu'à $150 MPa$ lorsqu'un aiguillage est ajouté dans la voie. Cela s'explique par la reprise des efforts venant des rails 2 et 3 par les rails 1 et 4.

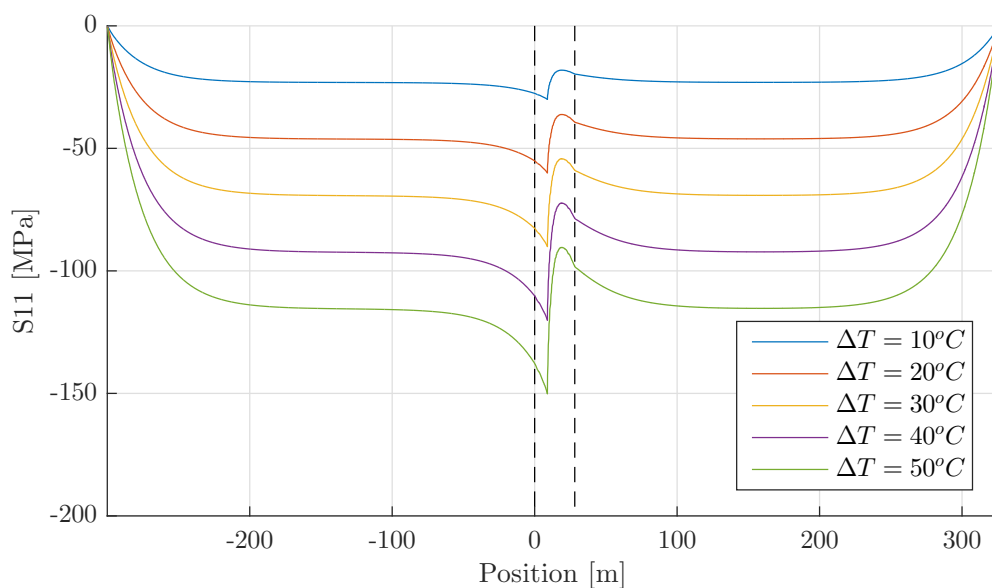


FIGURE 3.30 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de ΔT

Afin d'éviter d'avoir des simulations trop lourdes, on peut réduire la longueur des voies tout en bloquant les extrémités de celles-ci. En effet, bloquer les extrémités de voies plus courtes en translation a le même effet que laisser ces extrémités libres pour des voies plus longues. On peut maintenant s'intéresser à la valeur de flambement obtenue avec la fonction *BUCKLE lorsqu'un aiguillage est intégré dans les voies. Les figures 3.31 et 3.32 représentent le flambement d'une voie avec et sans appareil de voie incorporé. La voie ne comportant pas d'aiguillage atteint une longueur de $150m$ tandis que le réseau composé d'un aiguillage comporte des voies de longueurs de $60m$ bloqués en translation aux extrémités. On remarque sur ces deux figures que dans le cas sans appareil de voie, la voie flambe sur toute sa longueur. Le pic central de flambement se situe au centre de la voie par symétrie. Par contre, dans le cas de la voie comportant un aiguillage, on observe que le flambement est situé au lieu de l'appareil de voie. La température à laquelle le flambement survient dans l'appareil de voie est trop faible pour que les voies 1,2 et 3 flambent elles aussi. Cette analyse démontre que les appareils de voie sont effectivement, conformément aux craintes d'Infrabel, un lieu propice au flambement.

La fonction *BUCKLE retourne la température critique de flambement associée à la déformée qui vaut $131.6^{\circ}C$ dans le cas sans appareil de voie et $110.4^{\circ}C$ dans le cas avec un aiguillage. On rappelle qu'il faut être prudent avec l'interprétation des résultats obtenus avec *BUCKLE. En effet cette fonction néglige les non-linéarités du modèle. Par conséquent elle néglige le plateau plastique en $\tau = \tau_l$ et a tendance à surestimer la température critique. L'incorporation d'un aiguillage a donc comme effet de réduire la température critique d'environ $20^{\circ}C$.

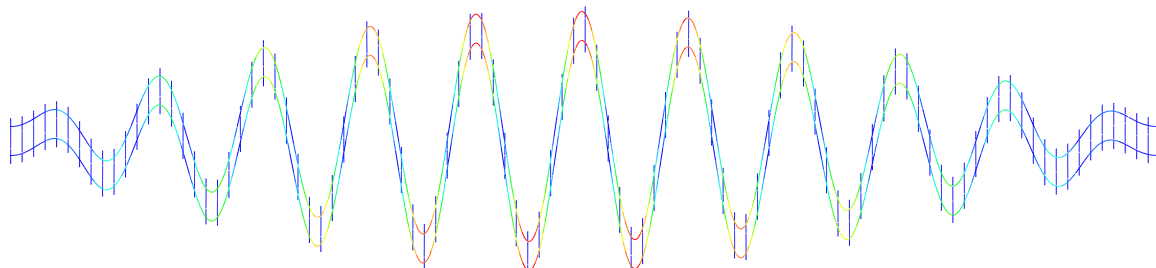


FIGURE 3.31 – Déformée de la voie (sans aiguillage) après flambement

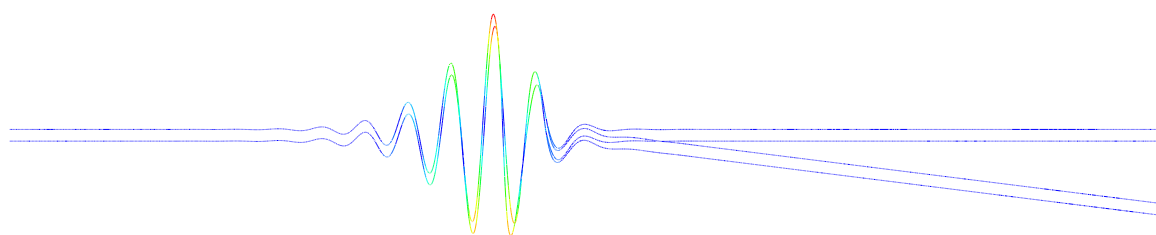


FIGURE 3.32 – Déformée de la voie (avec 1 aiguillage) après flambement

3.5.3 Incorporation de deux appareils de voie P215 dans des LRS

Deux possibilités existent lorsque deux appareils de voie sont incorporés dans des LRS. En effet, le second aiguillage peut se trouver soit dans la voie directe du premier aiguillage, soit dans la voie déviée. Ces deux cas sont analysés et discutés dans cette section. On considère dans un premier temps le cas où le second appareil de voie se trouve dans le prolongement de

la voie directe du premier aiguillage. Cette situation est représentée à la figure 3.33 et sera appelée '*configuration 1*' par la suite. Les longueurs des voies 1,2,3,4 et 5 sont des paramètres de la simulation et peuvent aisément être modifiées. Dans un second temps, on regardera la '*configuration 2*' représentée à la figure 3.34.

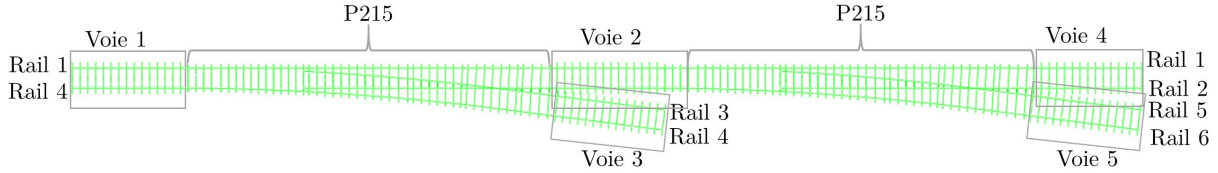


FIGURE 3.33 – Vue de haut de la *configuration 1* avec 2 appareils de voie

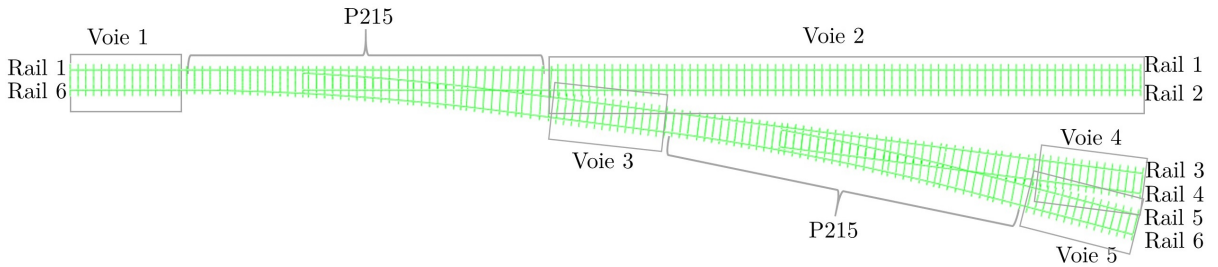
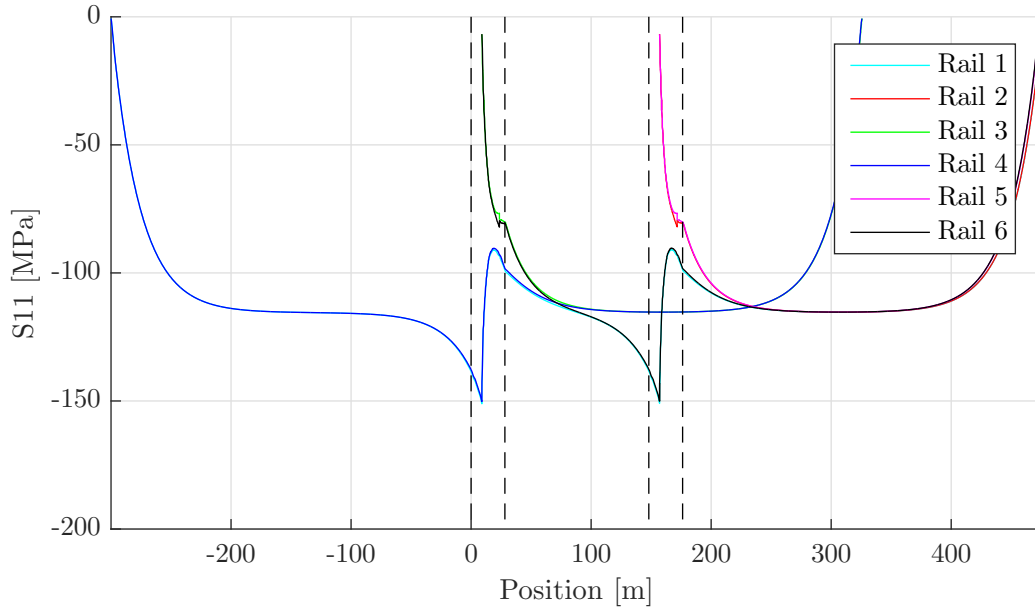


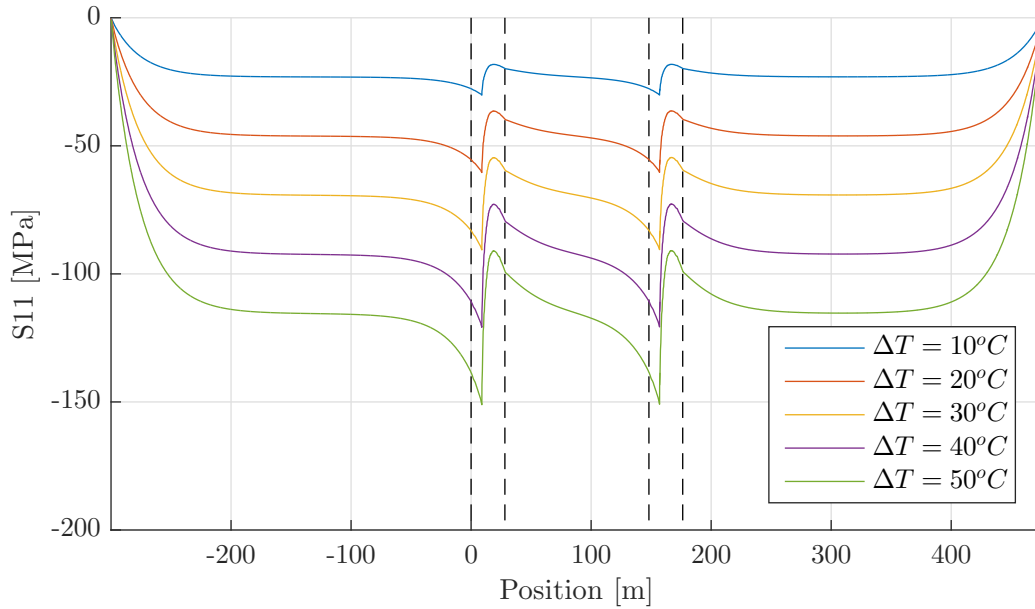
FIGURE 3.34 – Vue de haut de la *configuration 2* avec 2 appareils de voie

L'objectif de cette section est de s'intéresser à l'influence que peut avoir un aiguillage sur un autre situé proche de celui-ci. On a vu que dans un aiguillage individuel, les contraintes peuvent atteindre un pic à cause de la reprise des efforts des rails de cœur par les rails de contre-aiguille. La question que l'on se pose maintenant est de savoir si les contraintes peuvent aussi se transmettre d'un aiguillage à un autre. Si c'est le cas, il est alors intéressant de voir où se trouve exactement cette concentration d'effort. Cet endroit est alors un lieu propice au flambement de la voie et doit être sujet à des contrôles plus fréquents pour en vérifier le bon état. En effet, un défaut dans la voie à cet endroit critique peut mener à des problèmes importants. Une autre question que l'on se pose dans cette section est de savoir s'il y a une différence entre les deux types de réseaux représentés aux figures 3.33 et 3.34 en terme de contraintes. Une des deux configurations serait-elle plus critique que l'autre ? Finalement on analysera aussi l'impact de la distance qui sépare les deux aiguillages.

La figure 3.35 représente l'évolution des contraintes dans les différents rails pour une élévation de température de $50^{\circ}C$. Les traits pointillés verticaux représentent les positions des deux aiguillages. Dans ce cas précis, la distance qui sépare ces deux aiguillages est de $180m$. On remarque que deux pics de contrainte sont présents dans les rails. Ces deux pics se trouvent chacun dans leur aiguillage respectif au lieu de la reprise des efforts par les rails de contre-aiguille. La valeur de ce pic de contrainte axiale atteint $150MPa$, la même valeur que celle obtenue précédemment dans le cas d'un aiguillage individuel. On en conclut que pour cette distance séparant les deux appareils de voie, la présence de l'un n'influence aucunement le comportement de l'autre. Le profil de contrainte S_{11} de chaque aiguillage est identique à celui d'un aiguillage se trouvant seul dans un réseau.


 FIGURE 3.35 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour $\Delta T = 50^\circ C$ (configuration 1)

À la figure 3.35 est représentée l'évolution des contraintes dans le rail 1 pour des valeurs de ΔT allant de $10^\circ C$ à $50^\circ C$. La distance entre les aiguillages est maintenue à $180m$. La valeur des pics en contrainte de compression dans chaque aiguillage augmente progressivement avec la température pour atteindre $150MPa$.


 FIGURE 3.36 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de ΔT (configuration 1)

On s'intéresse ensuite à l'influence que peut avoir la distance séparant les deux aiguillages. La figure 3.37 représente le profil de la contrainte de compression axiale S_{11} dans le rail 1 pour une élévation de température de $\Delta T = 50^\circ C$ pour différentes valeurs de L_{voie2} . La voie 2 étant la

voie située entre les deux aiguillages comme représenté à la figure 3.33. La figure 3.38 représente un zoom autour du pic de compression dans l'appareil de voie. On remarque que pour des grandes valeurs de L , aucune augmentation du pic apparaît. Par contre pour des valeurs de L inférieures à $30m$, on remarque que la valeur de pic varie progressivement entre $150MPa$ et $160MPa$, soit une augmentation de la contrainte compression maximale pouvant aller jusqu'à 6%. Cette augmentation devient plus claire lorsqu'on se réfère à la figure 3.37. En regardant le graphique de la droite vers la gauche, on voit qu'un premier pic apparaît dans le second aiguillage (celui de droite à la figure 3.33). Ensuite, les contraintes diminuent pour finalement atteindre le plateau de compression central bien connu à $120MPa$. Comme on peut l'observer, la distance de rail nécessaire pour que les contraintes passent du pic de compression de droite au plateau de compression n'est pas nulle. Lorsque la longueur de la voie 2 est suffisamment importante, les contraintes ont la possibilité de retourner sur le plateau de contraintes, comme on peut le voir nettement pour $L = 240m$. Ce plateau de compression peut être vu comme un buffer qui annule ce qui s'est passé avant (à sa droite). L'aiguillage de droite n'a alors aucun impact sur celui de gauche. Par contre, pour des valeurs de L plus faibles, il n'y a pas assez de longueur de rail pour que les contraintes dans celui-ci atteignent à nouveau le plateau de compression. Le pic de compression dans l'aiguillage de droite n'est pas encore retombé qu'on arrive déjà à l'aiguillage de gauche. C'est pour cette raison que le pic dans l'aiguillage de gauche est plus important car l'augmentation des contraintes commence à une valeur de compression plus grande que celle dans l'aiguillage de droite.

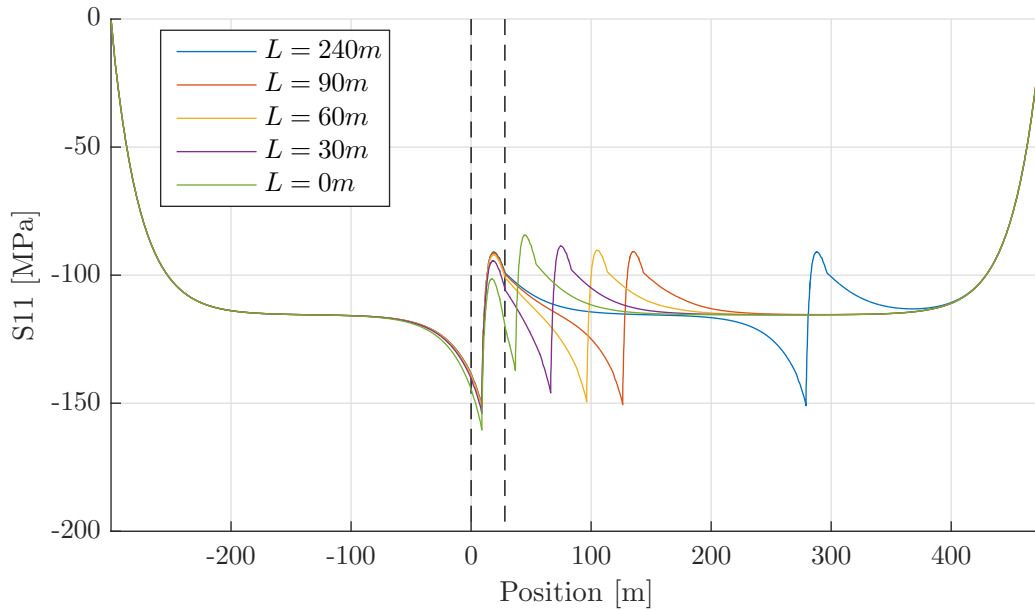


FIGURE 3.37 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de L_{voie2} avec $\Delta T = 50^\circ C$ (configuration 1)

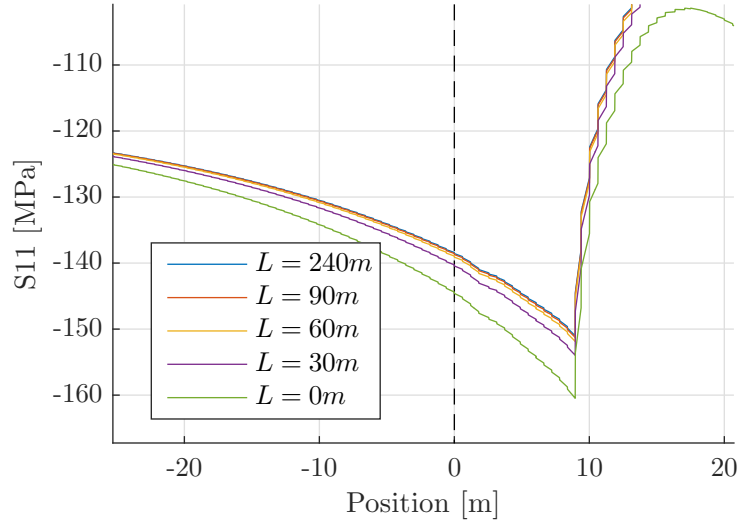


FIGURE 3.38 – Zoom sur le pic de contraintes

Pour la configuration 2, les contraintes de compression dans les rails sont représentés à la figure 3.39. Le profil des contraintes est très similaire à celui de la configuration 1. La même explication est valable que pour le cas de la configuration 1. Dans les deux cas, le pic de compression se trouve au niveau du premier aiguillage. Il est intéressant maintenant de comparer les deux configurations en terme de contrainte de compression maximale et température de flambement. La figure 3.40 (a) représente la valeur du pic de compression en fonction de la distance entre les deux appareils de voie pour les deux configurations. On remarque que dans le cas de la configuration 1, ce pic est légèrement supérieur à celui de la configuration 2. Cela s'explique de part le fait que dans la configuration 1, les deux aiguillages sont dans le prolongement direct. Les efforts venant du second aiguillage transmettent une composante principalement axiale au premier aiguillage. Cela a pour effet d'augmenter S_{11} dans le premier aiguillage et explique le pic plus important dans la première configuration. Par contre, dans la seconde configuration, les deux aiguillages ne sont pas alignés. Par conséquent, les efforts transmis du second au premier aiguillage comportent aussi une composante latérale en plus de la composante verticale. La valeur maximale de compression interne axiale S_{11} est alors plus faible que dans la configuration 1.

A la figure 3.40 (b) on retrouve le température de flambement obtenue avec *BUCKLE pour différentes distances entre les deux aiguillages. On remarque que la configuration 2 flambe pour une élévation de température plus faible, surtout lorsque la distance entre les deux appareils de voie est faible. La raison qui explique ce résultat est la même que ci-dessus. En effet, dans le cas de la deuxième configuration, le second aiguillage transmet des efforts latéraux au premier aiguillage. Ces efforts latéraux génèrent une zone instable au niveau du premier aiguillage. Cette zone est par conséquent la zone la plus propice au flambement dans ce réseau.

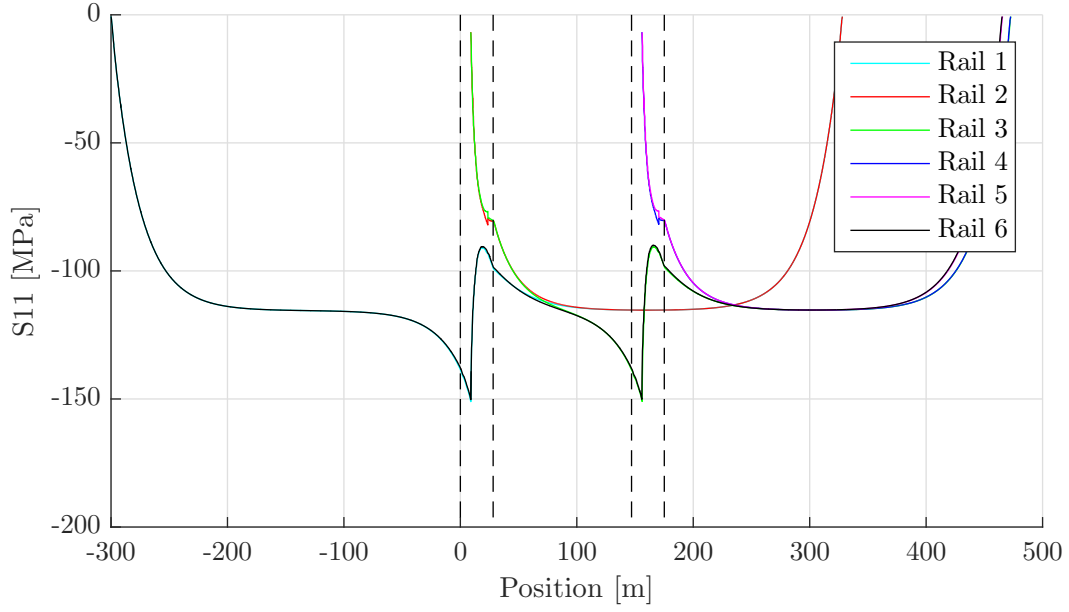
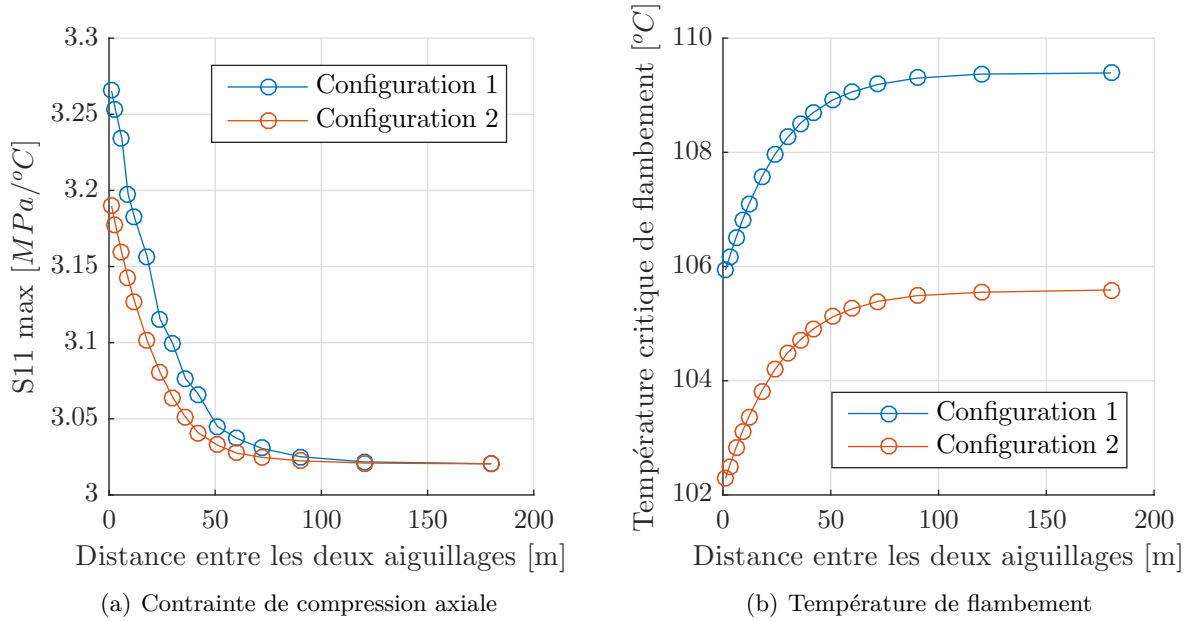

 FIGURE 3.39 – Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour $\Delta T = 50^\circ C$ (configuration 2)


FIGURE 3.40 – Comparaison entre la configuration 1 et la configuration 2

Pour conclure cette section, les figures 3.41 et 3.42 représentent le premier mode de flambement des configurations 1 et 2 respectivement. Comme déjà précisé auparavant, le pic de contrainte le plus important se situe au niveau du premier aiguillage et c'est donc à cet endroit pour chacune des configurations que la voie flambe. De plus, dans le cas de la configuration 2, le second aiguillage vient en plus pousser latéralement sur le premier, ce qui favorise encore plus le flambement à cet endroit.

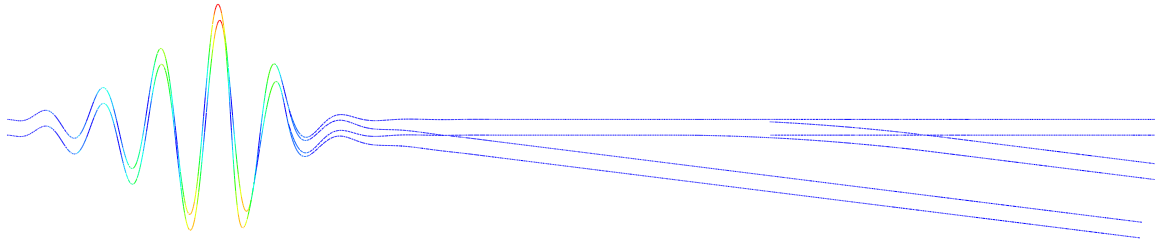


FIGURE 3.41 – Déformée de la voie (configuration 1) après flambement

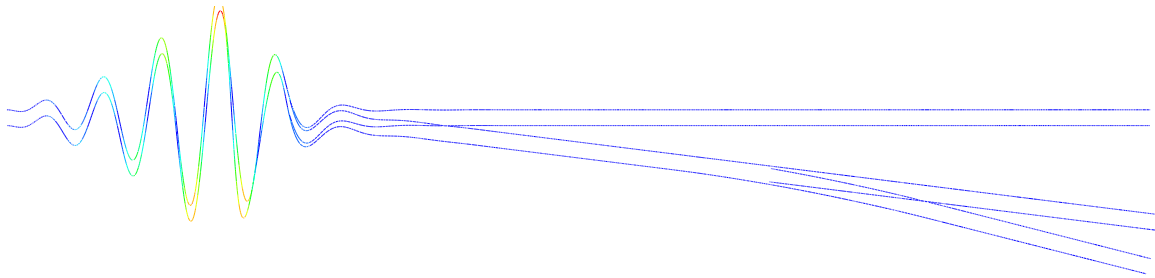


FIGURE 3.42 – Déformée de la voie (configuration 2) après flambement

Chapitre 4

Conclusion

Les raisonnements analytiques et théoriques étudiés dans un premier temps dans ce mémoire ont leurs limites car ils se basent sur plusieurs hypothèses simplificatrices et ne peuvent être utilisés que pour résoudre des problèmes dont la géométrie est relativement simple. Cependant, le passage par cette étape est important pour s'assurer de la bonne compréhension des résultats et du bon fonctionnement du modèle numérique.

La théorie des poutres posées sur un sol élastique a été utilisée afin de trouver l'équation qui régit l'équilibre du rail. Cette équation a alors servi comme point de départ pour les analyses suivantes incluant des défauts de tracé du rail.

Les simulations simples effectuées dans ce travail ont de fortes similarités avec le modèle analytique, ce qui a permis de valider le modèle numérique.

Au terme de nombreuses simulations faisant varier les paramètres du modèle, plusieurs résultats ont été obtenus :

Dans un premier temps, les défauts dans le plan vertical, aussi appelés défauts de nivellement, ont été étudiés et on a pu démontrer que les défauts de nivellement sont responsables d'un soulagement apparent du poids de la voie en sommets de bosses pouvant aller jusqu'à une réduction de 30%. Des simulations menées, on peut retenir que l'endroit où se situe un défaut de nivellement dans la voie est un lieu propice au flambement. La réduction de la température de flambement peut diminuer d'environ 10°C pour des valeurs classiques de nivellement. Les simulations ont aussi démontré que les défauts ayant des longueurs d'ondes plus grandes sont plus critiques.

Ensuite, on a étudié les défauts de tracé dans le plan horizontal. On a démontré que lorsque la température augmente, les défauts dans le plan horizontal augmentent d'abord lentement en amplitude dans la zone élastique. Ensuite, lorsque les déplacements entrent dans la zone plastique, ils croissent rapidement avant que le rail ne flambe. Dans ce mémoire, trois méthodes différentes ont été proposées afin d'estimer la température de flambement du rail comportant ce type de défauts. Tout d'abord, une étude analytique a mené à l'obtention des équations qui régissent le comportement du rail initialement déformé selon une sinusoïde. En posant des hypothèses, on a pu estimer à partir de quelle force de compression interne le déplacement du rail entre dans le domaine plastique et à partir de quand le rail flambe.

Deuxièmement, des simulations effectuées pour des valeurs croissantes de la force de compression interne F (et donc de la température à laquelle le rail est soumis) ont été menées. En analysant les forces de réactions des éléments connecteurs et les déplacements de ceux-ci, on a pu observer le passage par la zone élastique à la zone plastique et finalement le flambement du rail. Le gros avantage de cette méthode où F est augmenté progressivement jusqu'au flambement est qu'elle

permet de tenir compte des non-linéarités du modèle.

Finalement, la troisième méthode pour obtenir la température de flambement est l'utilisation de la fonction *BUCKLE. Cette fonction donne une bonne estimation de la température critique mais est à utiliser avec précaution. En effet, *BUCKLE ne permet pas de tenir compte des non-linéarités du modèle. Elle va négliger la zone plastique et considérer le rapport entre résistance au déplacement latéral τ et le déplacement ϵ comme étant purement linéaire.

La méthode qui se rapproche le plus de la réalité est la seconde, soit l'augmentation progressive de F . Cette méthode permet de tenir compte de non-linéarités et ne nécessite pas de faire autant d'hypothèses que le cas analytique.

Enfin, pour l'application pratique concernant les aiguillages, on peut confirmer ce qui suit. Tout d'abord, la soudure d'un aiguillage au sein de LRS génère un site préférentiel au flambement. C'est à cet endroit que le réseau commence à se déformer lorsque la température augmente. Ensuite, on a démontré l'influence que pouvaient avoir 2 aiguillages placés en série. Il résulte des simulations que les efforts peuvent se transmettre d'un aiguillage à un autre à condition que la distance entre les deux aiguillages soit inférieure à $\approx 100m$. Lorsque le second aiguillage est placé dans la voie directe du premier, les efforts de compression se transmettent de manière axiale du second au premier aiguillage, ce qui a pour effet d'augmenter la force de compression axiale au sein du premier aiguillage. Ensuite, lorsque le second aiguillage est placé dans la voie déviée du premier, les efforts ne se transmettent pas uniquement axialement d'un aiguillage à l'autre mais aussi latéralement. La contrainte de compression S_{11} au sein du premier aiguillage n'augmente pas autant que dans le premier cas, par contre, la force latérale déstabilise la voie et mène à une température critique plus faible.

Les mémoires de Matthieu et celui-ci se sont concentrés sur la stabilité des voies avec un aiguillage de type P215 HA 1/8. Il serait également intéressant d'étudier le comportement d'autres types d'appareils de voie afin de pouvoir modéliser un réseau de voie plus riche et plus varié.

L'outil utilisé dans le cadre de ces deux mémoires est fonctionnel et les résultats obtenus sont concluants. Ils pourront certainement constituer pour Infrabel une base solide pour la suite des études liées à la stabilité de la voie.

Chapitre 5

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mes promoteurs, les professeurs Laurent Delanney et Nicolas Docquier pour leur grande disponibilité à chaque étape du mémoire. Je les remercie pour toute l'énergie fournie et le temps passé lors de nos réunions. Ils ont été d'une aide et d'un soutien très précieux tout au long de l'année.

Merci à Infrabel, et tout particulièrement à Monsieur Paul Godart pour son accueil, pour les constructifs entretiens et toute la documentation qu'il m'a fournie.

Je remercie ensuite mes lecteurs, les professeurs Benoît Pardoën et Issam Doghri.

Merci à Matthieu Lezaack pour le temps passé à me mettre sur de bons rails. Son expertise en la matière m'a toujours aidé à avancer.

Je remercie aussi mes parents d'avoir pris le temps de me relire et pour tout le soutien qu'ils m'ont apporté dans la rédaction de ce travail.

Bibliographie

- [1] Matthieu LEZAACK, *Incorporation des appareils de voie dans les longs rails soudés*, Université Catholique de Louvain, 2017.
- [2] Meindert Alidaan VAN, *Stability of continuous welded rail track*, Delft, Delft University Press, 1997.
- [3] M. A. PRUD'HOMME et M. G. JANIN, *La stabilité des voies en longs rails soudés*, dans *Informations techniques*, numéro 4, p. 83-106, Paris, Direction des Installations fixes de la SNCF, 1968.
- [4] G. BRENARD, *Le contrôle mécanique de l'état des voies au moyen de la voiture enregistreuse*, <http://rixke.tassignon.be/spip.php?article463&lang=fr>, consulté le 08/05/2018.
- [5] F. SCHULTZ, *Rail U36*, <http://lacavernedurail.com/voie-0/rail-u36/>, consulté le 13/05/2018.
- [6] Michel MARLOT et Ben FERDINANDE, *Paramètres géométriques et tolérances de la voie courante et des appareils de voie*, Bruxelles, Direction Asset Management, 2017.
- [7] DB NETZE, *Calculation of the critical temperature for track buckling in a switch P3550*, Munich, Fahrzeug/Fahrbahn-Wechselwirkung, 2011.
- [8] Infrabel, *Paramètres géométriques et tolérances de la voie courante et des appareils de voie*, Bruxelles, Division I-AM.32, 2017.
- [9] Michel Taymans, *Déformations de voie*, Bruxelles, Division I-I.52, 2012.
- [10] *Abaqus Analysis User's Guide*, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2012.

Références iconographiques

1. figure 2.7 issue du site <http://letraindalain.free.fr/galerieM/Voitures>, consulté le 08/05/18.
2. figure 2.14 issue de [3].
3. figure 2.6 issue de [6]

Table des figures

1.1	Exemple d'un défaut de tracé	3
2.1	Analyse d'un élément de poutre de taille dx	5
2.2	Nomenclature d'une attache élastique rail-traverse	6
2.3	Résistance latérale au déplacement des traverses	8
2.4	Résistance longitudinale au déplacement des traverses	8
2.5	Types de défauts de la voie	9
2.6	Dressage du rail par rapport à une ligne de référence	9
2.7	Voiture Mauzin d'auscultation	10
2.8	Flèche mesurée par une voiture Mauzin	10
2.9	Chargement ponctuel Q appliqué sur une poutre de longueur infinie	11
2.10	Déformée verticale d'une poutre infinie sur sol élastique soumise à une charge ponctuelle Q en $x = 0$	12
2.11	Différents cas de déformations latérales du rail	16
2.12	Modèle utilisé pour la résistance latérale du ballast	18
2.13	Fonctions Φ_M , ψ et $\frac{\Phi_M}{\psi}$ pour un rail de type U36	19
2.14	Évolution de l'amplitude de la déformation en fonction de l'élévation de température pour différentes valeurs de a_0	22
3.1	Longue poutre de $20m$ bloquée en translation aux extrémités soumise à aucune charge	24
3.2	Flambement d'une longue poutre de $20m$ bloquée en translation aux extrémités soumise à une augmentation de température	24
3.3	Évolution de la température critique en fonction du module d'élasticité pour des éléments de type B31	25
3.4	Évolution de la température critique en fonction du module d'élasticité pour des éléments de type B33	25
3.5	Pourcentage d'erreur pour toutes les simulations	26
3.6	Temps d'exécution pour éléments de type B31 et B33 et différentes tailles de maillage	27
3.7	Évolution de la température critique en fonction du coefficient de résistance latérale k	28
3.8	Voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 60m$	29
3.9	Flambement d'une voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 60m$ (vue du haut)	29
3.10	Voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 10m$	29
3.11	Flambement d'une voie de $60m$ comportant des défauts de nivellement sinusoïdaux avec $\lambda = 10m$ (vue du haut)	29
3.12	Variation de la température critique pour différentes longueurs d'onde	30
3.13	Comportement élastique des connecteurs dans les simulations suivi du plateau plastique	32
3.14	Rail déformé sinusoïdalement dans la direction latérale	32

3.15	Force de réaction des connecteurs pour différentes valeurs de F	33
3.16	Force de réaction des connecteurs pour différentes valeurs de F	34
3.17	Zoom sur les efforts de réactions pour des valeurs de F proches du flambement .	34
3.18	Déplacement des connecteurs élastiques pour différentes valeurs de F	35
3.19	Évolution sur le graphique $\epsilon - \tau$	35
3.20	Coefficients de Fourier des déformations	37
3.21	Erreur d'approximation par un sinus pur	37
3.22	Évolution de l'amplitude de la déformation en fonction de l'élévation de la force de compression longitudinale F	38
3.23	Zoom sur les résultats numériques pour $a_0 = 60mm$ autour de passage du domaine linéaire au domaine plastique	39
3.24	Comportement purement élastique des connecteurs utilisés par la fonction *BUCKLE	40
3.25	Vue de haut d'un appareil de voie P215 HA 1/8	41
3.26	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de ΔT . .	41
3.27	Vue de haut d'un appareil de voie P215 HA 1/8 incorporé dans des LRS	42
3.28	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour $\Delta T = 50^\circ C$	42
3.29	Évolution de la contrainte axiale dans les rails au niveau de l'appareil pour $\Delta T = 50^\circ C$	43
3.30	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de ΔT . .	43
3.31	Déformée de la voie (sans aiguillage) après flambement	44
3.32	Déformée de la voie (avec 1 aiguillage) après flambement	44
3.33	Vue de haut de la <i>configuration 1</i> avec 2 appareils de voie	45
3.34	Vue de haut de la <i>configuration 2</i> avec 2 appareils de voie	45
3.35	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour $\Delta T = 50^\circ C$ (configuration 1)	46
3.36	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de ΔT (configuration 1)	46
3.37	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour différentes valeurs de L_{voie2} avec $\Delta T = 50^\circ C$ (configuration 1)	47
3.38	Zoom sur le pic de contraintes	48
3.39	Évolution de la contrainte axiale dans les rails pour $\Delta T = 50^\circ C$ (configuration 2)	49
3.40	Comparaison entre la configuration 1 et la configuration 2	49
3.41	Déformée de la voie (configuration 1) après flambement	50
3.42	Déformée de la voie (configuration 2) après flambement	50

