



**LOUVAIN**  
School of Management

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN  
LOUVAIN SCHOOL OF MANAGEMENT

Allocation optimale dans les hedge funds et estimation de la  
matrice variance-covariance

Promoteur : Mikael PETITJEAN

Mémoire-recherche présenté par :

**Maxime DE BRUYN**

**Etienne LONCKE**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du  
titre de Master en Ingénieur de Gestion

ANNEE ACADEMIQUE 2014-2015



## Remerciements

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce à la collaboration de plusieurs personnes, à qui nous voulons adresser toute notre reconnaissance.

Nous remercions et adressons toute notre reconnaissance à Monsieur Mikael Petitjean, Professeur à la Louvain School of Management (UCL). En tant que promoteur, Monsieur Petitjean nous a guidés dans notre démarche et nous a donné de précieux conseils pour la réalisation de notre travail.

Nous souhaitons également remercier Monsieur Anh Nguyen, Fund Manager à la Banque Degroof et Professeur à l'ICHEC, pour les différentes discussions que nous avons eues et pour les critiques que nous avons obtenues de sa part. Celles-ci ont été un moteur pour notre recherche. Nous remercions également Monsieur Carl Van Nieuwerburgh, Head of Quantitative Research à la Banque Degroof, sans qui nous n'aurions pu accéder à Datastream.

Enfin, nous voulons remercier Madame Régine Malbrecq pour son soutien, ses encouragements et ses conseils et pour la relecture de ce mémoire.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>7</b>
<b>2 Introduction aux hedge funds</b>	<b>9</b>
2.1 Définition de « Hedge Fund » . . . . .	9
2.2 Caractéristiques générales d'un hedge fund . . . . .	9
2.3 Classification des hedge funds . . . . .	11
2.4 Stratégies étudiées . . . . .	11
2.4.1 Stratégies long/short . . . . .	12
2.4.1.a Equity market neutral . . . . .	12
2.4.1.b Equity long/short . . . . .	13
2.4.1.c Dedicated short bias . . . . .	13
2.4.2 Stratégies event-driven . . . . .	13
2.4.3 Stratégies tactical trading . . . . .	14
2.4.3.a Global macro . . . . .	14
2.4.3.b Managed futures . . . . .	14
2.4.4 Relative value strategy . . . . .	15
2.4.4.a Convertible arbitrage . . . . .	15
2.4.4.b Fixed income arbitrage . . . . .	16
2.4.5 Stratégies marchés émergents . . . . .	16
2.4.6 Multi-strategy . . . . .	16

<b>3</b>	<b>Les hedge funds et la théorie moderne du portefeuille</b>	<b>17</b>
3.1	Introduction à la théorie moderne du portefeuille de Markowitz . . . . .	17
3.2	Critique de cette théorie . . . . .	19
3.2.1	Markowitz ou l'optimisation des erreurs d'estimation? . . . . .	19
3.2.2	Le modèle de Markowitz est statique . . . . .	20
3.2.3	Rendements des hedge funds non-normaux . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Méthodes d'allocations d'actifs</b>	<b>22</b>
4.1	Méthode de portfolio resampling . . . . .	22
4.1.1	Approche théorique . . . . .	22
4.1.2	Application aux hedge funds . . . . .	24
4.2	Méthode de shrinkage . . . . .	24
4.2.1	Approche théorique . . . . .	25
4.2.2	Application aux hedge funds . . . . .	26
4.3	Méthode de régime switching . . . . .	27
4.3.1	Approche théorique . . . . .	27
4.3.2	Application aux hedge funds . . . . .	29
4.4	Méthode "exponentially weighted moving average covariance" . . . . .	29
4.4.1	Approche théorique . . . . .	30
4.4.2	Application aux hedge funds . . . . .	31
<b>5</b>	<b>Performance des portefeuilles de hedge funds</b>	<b>32</b>
5.1	Sharpe ratio . . . . .	32
5.2	Skewness et kurtosis . . . . .	32

5.3	Sharpe ratio modifié . . . . .	34
5.3.1	Problème lors de l'application de l'extension de Cornish-Fisher à nos portefeuilles . . . . .	36
5.4	Romad . . . . .	38
5.5	Turnover . . . . .	38
<b>6</b>	<b>Base de données</b>	<b>40</b>
<b>7</b>	<b>Implémentation de notre code</b>	<b>41</b>
7.1	Implémentation des méthodes . . . . .	41
7.2	Contraintes utilisées . . . . .	42
7.3	Structure du code . . . . .	42
<b>8</b>	<b>Analyse descriptive des données</b>	<b>43</b>
<b>9</b>	<b>Analyse in-sample</b>	<b>46</b>
9.1	Méthode resampling . . . . .	46
9.2	Méthode shrinkage . . . . .	48
9.3	Méthode EWMA . . . . .	50
9.4	Méthode régime switching . . . . .	52
<b>10</b>	<b>Analyse out-of-sample</b>	<b>56</b>
10.1	Analyse de la performance des portefeuilles minimum variance . . . . .	57
10.2	Analyse de la performance des portefeuilles risque intermédiaire . . . . .	63
10.3	Analyse de la performance des portefeuilles maximum rendement . . . . .	68
10.4	Conclusions analyse out-of-sample . . . . .	72

	vi
10.4.1 Analyse des théories implémentées . . . . .	72
10.4.2 Constats principaux de l'analyse out-of-sample . . . . .	73
10.5 Investir dans les hedge funds . . . . .	75
<b>11 Conclusions</b>	<b>77</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>79</b>
<b>Annexe</b>	<b>83</b>

# 1 Introduction

Dans son article du 21 mai 2014, le Wall Street Journal résume la tendance actuelle en matière d'investissements dans les hedge funds en ces termes : "*Hedge funds have long served an exclusive clientele of deep-pocketed institutions and wealthy individuals. Now, an expanding array of mutual funds is bringing hedge-fund strategies to the masses.*" Dans ce mémoire, nous avons voulu apporter davantage de lumière quant à la meilleure manière de construire un portefeuille de hedge funds.

Les hedge funds font partie de la classe d'actifs dite « alternative ». Suite aux conditions restrictives d'investissements dans les hedge funds, un « simple » investisseur ne peut accéder à ce type d'actifs. Par contre, un fonds composé de hedge funds permet à un plus grand nombre d'investisseurs de s'exposer à cette classe d'actifs.

Ces hedge funds présentent des caractéristiques particulières. En plus d'être réservés à une tranche aisée de la population, ils sont caractérisés par la non-normalité de leurs rendements, par une corrélation dynamique ainsi que par une certaine opacité.

Au vu de ces éléments, il nous a semblé intéressant d'analyser la conception d'un portefeuille de hedge funds. Plus particulièrement, nous allons tenter de répondre à la question suivante : *Quelle est la stratégie optimale pour investir dans les hedge funds ?*

Notre premier réflexe fut d'appliquer la théorie moderne du portefeuille aux hedge funds. Cependant, nous avons réalisé que cette théorie est peu appropriée à une telle classe d'actifs. Nous avons donc cherché dans la littérature d'autres méthodes mieux adaptées aux caractéristiques des hedge funds.

Pour répondre au problème d'erreur d'estimation faite à la théorie moderne du portefeuille de Markowitz, nous avons implémenté les méthodes statistiques de resampling et de shrinkage. Les méthodes de EWMA et régime switching répondent quant à elles au problème de l'instabilité de la matrice de variance-covariance à travers le temps. La non-normalité des rendements est prise en compte dans l'analyse ex-post de nos portefeuilles grâce à un sharpe ratio modifié.

Pour attester de la valeur ajoutée de ces méthodes, nous comparons les portefeuilles issus

de ces méthodes avec trois autres portefeuilles : un portefeuille équipondéré, notre indice de référence ainsi que le portefeuille issu de la théorie moderne du portefeuille.

Notre mémoire est structuré de la manière suivante :

Premièrement, nous proposons au lecteur une introduction aux hedge funds, aux méthodes de gestion de portefeuille implémentées ainsi qu'aux indicateurs de performance utilisés.

Deuxièmement, nous réalisons une analyse descriptive des actifs composant nos portefeuilles en présentant différentes statistiques.

Troisièmement, nous procédons à une analyse « in-sample » des portefeuilles. Nous cherchons ici à étudier en profondeur l'allocation réalisée par chaque méthode. Nous vérifions également si ces méthodes atteignent leurs objectifs.

Ensuite, nous réalisons une analyse « out-of-sample » des portefeuilles. Cette partie nous permet d'étudier la performance ainsi que l'allocation au cours du temps opérées par chaque méthode implémentée.

Finalement, nous procédons à une synthèse des constats effectués au cours de ce travail afin de répondre à la question posée au départ : *Quelle est la stratégie optimale pour investir dans les hedge funds ?*

Bonne lecture !

## 2 Introduction aux hedge funds

### 2.1 Définition de « Hedge Fund »

Un « hedge fund » est une classe d'actifs distincte et identifiable faisant partie de la gestion alternative. La gestion alternative, apparue à la fin des années 1940, se définit comme un ensemble de techniques financières dont l'objectif est de sur-performer la gestion traditionnelle et/ou d'obtenir une performance décorrelée par rapport aux évolutions des marchés financiers (Morvan, 2014).

Le terme hedge fund n'est, quant à lui, pas aussi facile à définir. En effet, il existe de nombreuses définitions mais pas encore de définition légale. Nous allons ici reprendre la définition de Connor et Woo parue dans leur article *An Introduction to Hedge Funds* (2003) : "*A hedge fund can be defined as an actively managed, pooled investment vehicle that is open to only a limited group of investors and whose performance is measured in absolute return units. [...] One might define a hedge fund as an information-motivated fund that hedges away all or most sources of risk not related to the price-relevant information available to speculation.*"

Étymologiquement, Connor et Woo définissent "to hedge" de la manière suivante : "*To hedge is to lower overall risks by taking on an asset position that offsets an existing source of risks*". Par exemple, un investisseur détenant un portefeuille d'actions étrangères est soumis au risque d'une variation de taux de change. Cet investisseur peut donc se couvrir contre ce risque en prenant des positions courtes (c'est-à-dire vendeuses) sur des futures de la monnaie en question.

### 2.2 Caractéristiques générales d'un hedge fund

Nous allons dans la suite de cette section exposer les principales caractéristiques communes aux hedge funds.

Premièrement, un hedge fund est généralement caractérisé par une gestion active et décorrelée des marchés. Selon Dispas et Boudghene (2011), une gestion active considère que le marché

n'est pas efficient contrairement à ce que la gestion passive défend (c'est-à-dire que les prix des actifs présents sur le marché ne reflètent pas toutes les informations et qu'il n'est donc pas possible de battre le marché). Un hedge fund affirme donc qu'il est possible de battre le marché grâce à certaines inefficiences présentes sur ce dernier. De plus, la gestion d'un hedge fund est généralement décorrélée des marchés. Les hedge funds ont, en effet, pour objectif d'assurer une performance absolue. L'objectif d'un hedge fund d'après Kane (2002) est donc d'atteindre un niveau de performance déterminé quel que soit l'environnement de marché (à la baisse ou à la hausse).

La deuxième caractéristique des hedge funds concerne ses investisseurs. Généralement, les hedge funds ont un ensemble d'investisseurs particuliers (Maxey, 2013). En effet, ces investisseurs sont dans la plupart des cas privés et très fortunés. Ils sont d'ailleurs appelés « High Net Worth Individuals ». Par ailleurs, au fil du temps, des institutions se sont intéressées aux hedge funds comme les fonds de pension ou encore les fondations.

Troisièmement, un hedge fund essaie de tirer profit des imperfections du marché. Pour y arriver, les hedge funds se positionnent sur le marché comme vendeurs mais également comme acheteurs d'actifs dont le prix s'écarte de sa valeur fondamentale (Crockett, 2007). Ils utilisent également des stratégies et instruments de marché comme la vente à découvert, les produits dérivés (options, futures, . . .). De plus, ils ont également recours à l'effet de levier (Crockett, 2007) qui consiste à emprunter de l'argent pour augmenter la taille de leur portefeuille.

Ensuite, une autre caractéristique d'un hedge fund concerne sa transparence. En effet, les hedge funds ne publient généralement que peu d'informations concernant leurs positions et leurs stratégies.

Pour finir, les hedge funds, par opposition aux fonds traditionnels (Agarwal et Naik, 2000), réduisent la liquidité en ne donnant pas la liberté aux investisseurs d'accéder aux fonds et de récupérer leur mise quand ils le désirent. En effet, un hedge fund fixe généralement des «liquidity dates», dates auxquelles l'investisseur pourra accéder au fonds.

## 2.3 Classification des hedge funds

Selon Connor et Lasarte (2004) dans leur article *An introduction to Hedge Fund Strategies*, il existe différentes manières de classer les hedge funds selon les stratégies suivies.

La première manière de les différencier réside dans le « style » et les « actifs » de ces derniers. Le « style » désigne les différents types de positions que le manager du hedge fund prend. Par exemple, le manager du fonds peut décider de prendre des positions long/short, de parier sur des événements particuliers comme des fusions, etc. Les hedge funds se distinguent également par le type d'actifs dans lesquels leur manager investit. Le manager peut, en effet, décider d'investir dans différentes classes d'actifs comme les actions, les produits dérivés, les obligations, etc.

Nous pouvons également distinguer les hedge funds qualifiés de « market neutral » des « market directional ». Un hedge fund « market neutral » essaiera de diminuer au maximum sa corrélation avec les rendements du marché. Par ailleurs, un hedge fund dit « market directional » spéculer sur l'évolution du marché et tente donc de corréliser son rendement avec ceux du marché.

Finalement, les hedge funds peuvent se distinguer en fonction de leur stratégie et être considérés comme « améliorateur de rendement » ou comme « réducteur de risque ». Le premier type cherchera à augmenter son rendement mais sera suivi par une augmentation de la volatilité (risque). Le second, quant à lui, cherchera à fournir un rendement positif tout en essayant de réduire la volatilité du portefeuille.

Il est important de tenir compte du fait que tout essai de classement des stratégies est susceptible d'évoluer étant donné que les stratégies suivies par les hedge funds évoluent constamment au fil des opportunités qui se présentent sur les marchés financiers.

## 2.4 Stratégies étudiées

Il faut savoir qu'il existe de nombreux types de hedge funds vu le nombre important de stratégies différentes. Dans notre étude, nous avons décidé de sélectionner dix indices de

hedge funds suivant des stratégies d'investissement différentes (equity market neutral, equity long/short, dedicated short bias, event-driven, global macro, managed futures, convertible arbitrage, fixed income arbitrage, marchés émergents et finalement, le multi-strategy). Ceux-ci seront les constituants de nos portefeuilles dans la suite de ce mémoire. Ces indices proviennent de la base de données Credit Suisse Hedge Fund Indices. En voici une présentation combinant les précieux conseils de Connor et Lasarte (2004), les définitions proposées par Credit Suisse Hedge Fund Indices (2013) et différents articles relatifs à ce sujet.

### **2.4.1 Stratégies long/short**

L'essence d'une stratégie long/short, selon Kat (2003), est de pouvoir prendre des positions longues comme des positions courtes sur des actifs financiers, ce qui n'est généralement pas permis pour un gestionnaire de fonds traditionnels. Le but d'un gérant de ce type de hedge funds est donc de prendre des positions acheteuses ("long") sur des titres que le gérant considère sous-évalués et de prendre une position inverse ("short") en vendant à découvert des titres qu'il estime surévalués. Le fait de vendre des titres à découvert offre plusieurs avantages : une faible corrélation avec le marché ainsi que la possibilité de tirer profit de titres surévalués. L'objectif d'un gérant de fonds suivant une stratégie long/short est de fournir un rendement absolu. Pour ce faire, il peut se concentrer sur la sélection de titres spécifiques, sur des secteurs ou des régions particulières. Les stratégies long-short peuvent être divisées en trois sous-catégories : equity market neutral, equity long/short et dedicated short bias (la différence résidant dans le montant des positions "long" et "short").

#### **2.4.1.a Equity market neutral**

Le gérant d'un fonds equity market neutral a l'objectif de ne pas être influencé par les rendements du marché en général. Il prend donc des positions longues et courtes sur des actions afin d'éliminer la corrélation entre la performance de son fonds avec le marché en général. Le gérant d'un tel fonds peut être convaincu de son inhabilité à prédire le rendement futur du marché mais convaincu de sa capacité à dénicher de bonnes opportunités. La particularité de cette stratégie est que le montant de ses ventes à découvert couvre exactement le montant de ses positions « long ».

### **2.4.1.b Equity long/short**

De manière générale, une stratégie equity long/short est proche d'une stratégie equity market neutral à l'exception que le gérant ne doit pas obligatoirement être neutre sur l'évolution du marché. Il est donc libre d'être biaisé vers plus de positions longues que courtes ou inversement tout en gardant la liberté de dénicher de bonnes opportunités. Le fonds peut ainsi profiter d'un marché haussier comme baissier.

### **2.4.1.c Dedicated short bias**

Le fait que les gérants de portefeuilles ne peuvent librement vendre à découvert une action peut mener à des irrégularités dans les prix. C'est du moins ce que pensent les gérants d'un fonds dedicated short bias. Un fonds suivant cette stratégie détient plus de positions courtes que longues. Ce genre de stratégie montre tout son potentiel dans des marchés à tendance baissière.

## **2.4.2 Stratégies event-driven**

Selon Agarwal et Naik (2000), l'objectif de stratégies event-driven est d'anticiper correctement certains événements qui ont un impact significatif sur le prix d'un actif financier sur une période de temps limitée.

La stratégie merger/risk arbitrage fait partie de cette catégorie. Cette stratégie consiste, comme son nom l'indique, à tirer profit des fusions ou acquisitions. Le profit proviendrait d'une différence entre le prix offert et le prix de marché lors d'offres publiques d'achat ou d'échanges de titres provenant d'inefficiencies de marchés ou de l'incertitude quant au succès de l'opération de fusion. Prenons l'exemple d'une société X lançant une OPA (offre publique d'achat de titre avec règlement en espèces) à la société Y. Cette opération consiste à proposer aux actionnaires d'une société de racheter tous leurs titres à un prix déterminé, le plus souvent, supérieur au cours de bourse. Dans notre exemple, la société X propose à Y l'achat de tous ses titres côtés actuellement à un prix de 180 au prix de 200. Le marché étant relativement efficient, le cours de l'action Y passe à 190. Cette différence de prix s'explique

par la probabilité non nulle de voir l'opération d'achat échouer. C'est sur cette différence qu'il existe une opportunité d'arbitrage pour ceux qui sont convaincus que l'opération va être un succès. En effet, si l'opération est un succès, le cours de l'action Y passerait nécessairement à 200. Un arbitrage consisterait donc à acheter l'action Y et à vendre ensuite cette action au prix de 200 (Lhabitant, 2008).

### **2.4.3 Stratégies tactical trading**

Les stratégies composant cette catégorie tentent de prédire le rendement futur du marché ou des ses composants. En plus de prédire leur comportement futur, il est également important d'avoir le bon timing. Les stratégies tactical trading se divisent en global macro et managed futures.

#### **2.4.3.a Global macro**

La stratégie global macro est la plus connue du grand public. Un gérant de fonds qualifié de macro suit principalement des tendances macroéconomiques. Il va essayer d'anticiper les mouvements d'un marché pour pouvoir tirer profit d'un déséquilibre macroéconomique. Ce type de gérant s'intéresse à différents facteurs et fera des hypothèses sur ces derniers. Il s'interrogera par exemple sur les prix des actions dans leur ensemble, les taux de change, les politiques monétaires, les politiques fiscales. . . (Ravix, 2007).

Par exemple, durant l'été 2011, les gérants de fondsmacro s'intéressaient à la faiblesse du dollar américain, au refuge vers l'or et les obligations à court terme de l'Allemagne, des USA, etc. La performance d'un fond suivant cette stratégie dépend donc de la capacité des gérants à prévoir le futur de variables économiques.

#### **2.4.3.b Managed futures**

Ces stratégies sont spécialisées dans la spéculation sur le marché des futures. Le sous-jacent peut être un instrument financier, une monnaie ou encore des marchandises. Ces stratégies

emploient généralement des algorithmes pour mener à bien leurs stratégies.

#### **2.4.4 Relative value strategy**

Ces stratégies tentent de profiter d'écart temporels entre les prix relatifs de deux ou plusieurs actifs financiers. Cette stratégie est fondée sur l'espoir que les prix relatifs retournent à l'équilibre sur un horizon à plus long terme. Les profits de cette stratégie sont relativement faibles. C'est pour cela que cette stratégie est souvent accompagnée d'un effet de levier important. De plus, cette stratégie est généralement caractérisée par une volatilité faible et une corrélation faible avec le marché (Bricheux).

Prenons l'exemple de deux entreprises du même secteur économique. Le cours de l'action de ces deux entreprises évolue de manière synchrone et régulière. Lors d'une annonce particulière, l'écart entre les deux cours est fortement perturbé. Le gérant d'un hedge fund suivant une stratégie de relative value, va prendre des positions sur ces actions pour essayer de tirer profit du retour à la moyenne historique de l'écart entre les deux cours. Les profits de cette stratégie sont relativement faibles.

Dans notre base de données, il existe deux sous-catégories de stratégies différentes : la stratégie convertible arbitrage et la stratégie fixed income arbitrage.

##### **2.4.4.a Convertible arbitrage**

Le concept sous-jacent à cette stratégie est de profiter d'une sous-évaluation d'une obligation convertible (Ravix, 2007) . Un gérant de ce type de fonds estime qu'une obligation convertible est sous-évaluée à partir du moment où la composante option est sous-évaluée ; ceci étant dû au fait que la volatilité implicite du sous-jacent est inférieure à sa volatilité historique. Pour rappel, le détenteur de ce type d'obligation a le droit de convertir son obligation en actions de la société émettrice. Pour réaliser une stratégie de convertible arbitrage, il est essentiel de connaître la relation, d'une part, entre le convertible et le sous-jacent et, d'autre part, entre l'obligation et les taux d'intérêt. Il faut savoir que plus le prix de l'action sous-jacente est élevé, plus la composante option de l'obligation convertible augmente (c'est-à-dire que l'obligation

convertible prend de la valeur). Au contraire, plus les taux d'intérêts sont élevés, plus la composante obligation du convertible baisse (c'est-à-dire que l'obligation convertible perd de la valeur). La mise en place de la stratégie convertible arbitrage consiste donc à acheter un portefeuille d'obligations convertibles sous-évaluées en se couvrant contre le risque de l'action (risque que le prix de l'action baisse) en prenant une position courte sur le sous-jacent. Le gérant se couvrira également contre le risque de taux avec des instruments financiers tels que des swaps et/ou des contrats à terme. Le gérant de ce type de fonds gagne de l'argent lorsque la volatilité implicite retourne à sa normale.

#### **2.4.4.b Fixed income arbitrage**

L'objectif d'une stratégie fixed income arbitrage est de tirer profit d'irrégularités dans les prix sur le marché obligataire, souvent au travers de modèles mathématiques.

#### **2.4.5 Stratégies marchés émergents**

Une stratégie marchés émergents investit dans toutes sortes d'instruments financiers issus de pays en développement. Ces stratégies peuvent être spécialisées dans une stratégie mentionnée ci-dessus avec la spécificité d'être investie en marché émergent.

#### **2.4.6 Multi-strategy**

Un fonds suivant une stratégie multi-stratégie n'a en réalité pas de stratégie définie à l'avance. Suivant les opportunités que les gérants trouvent, le capital peut être alloué à plusieurs stratégies différentes.

## 3 Les hedge funds et la théorie moderne du portefeuille

### 3.1 Introduction à la théorie moderne du portefeuille de Markowitz

Comme expliqué dans notre introduction, le but de ce mémoire est de créer un portefeuille constitué de différents hedge funds. Lorsque l'on parle de gestion de portefeuille, la première théorie qui nous vient à l'esprit est la théorie moderne du portefeuille de Markowitz développant le concept de "mean-variance efficient frontier" (Markowitz, 1952). Nous allons dans cette section vous présenter les fondements de cette théorie.

Ce modèle repose sur différentes hypothèses (Dispas et Boudghene, 2011) :

- 1) Un investisseur estime que le risque est uniquement représenté par la volatilité des rendements ;
- 2) Un investisseur base son raisonnement d'investissement sur le rendement et le risque attendus ;
- 3) Les investisseurs sont averses au risque ;
- 4) Les investisseurs préfèrent maximiser (respectivement minimiser) le rendement (le risque).

Dans le cas d'un portefeuille constitué de deux actifs risqués, le rendement est défini comme la moyenne pondérée des rendements attendus des deux actifs. Le rendement attendu du portefeuille est donc défini comme :

$$E(R_p) = W_a E(R_a) + W_b E(R_b)$$

Où :

- $E(R_p)$  représente le rendement attendu du portefeuille ;
- $E(R_a)$  représente le rendement attendu de l'actif A ;
- $E(R_b)$  représente le rendement attendu de l'actif B ;
- $W_a$  représente le poids alloué à l'actif A ;
- $W_b$  représente le poids alloué à l'actif B ;
- la somme des poids alloués à chaque actif est égale à 1.

En ce qui concerne le risque du portefeuille, Markowitz considère l'écart-type comme unique mesure. Le risque du portefeuille dépend du risque de chaque actif. La variance de chaque constituant du portefeuille est définie comme suit :

$$\sigma_i^2 = E(R_i - E(R_i))^2$$

Le risque du portefeuille dépend également de la covariance des actifs. Comme définie par Dispas (2011), la covariance mesure dans quelle mesure les rendements de deux actifs varient ensemble à travers le temps par rapport à leur moyenne individuelle et est définie comme suit :

$$\sigma_{ab} = E[(R_a - E(R_a))(R_b - E(R_b))]$$

Le risque du portefeuille ou plus précisément sa variance devient dès lors :

$$\sigma_p^2 = W_a^2 \sigma_a^2 + W_b^2 \sigma_b^2 + 2W_a W_b \sigma_{ab}$$

Comme vous pouvez le remarquer, la covariance est le concept clé de la diversification du portefeuille. En effet, plus la covariance entre les constituants est faible plus le risque du portefeuille est faible.

En conclusion, l'idée principale de ce modèle est de trouver un équilibre entre le rendement d'un portefeuille et le risque de celui-ci. Selon Markowitz, le but de tout investisseur sensible au risque est d'investir dans un portefeuille qualifié d'efficient. L'investisseur peut s'y prendre de deux manières différentes. La première consiste à investir dans un portefeuille offrant le rendement le plus élevé pour un niveau de risque donné :

$$\begin{aligned} & \underset{w}{\text{maximiser}} && w^T r \\ & \text{s.c.q.} && w^T S w \leq \sigma_{max}^2 \end{aligned}$$

La deuxième solution consiste à investir dans un portefeuille minimisant le risque pour un niveau de rendement défini :

$$\begin{aligned} & \underset{w}{\text{minimiser}} && w^T S w \\ \text{s.c.q.} &&& w^T r \geq r_{min} \end{aligned}$$

Où :

- $w$  est le vecteur des poids alloués à chaque actif ;
- $r$  est le vecteur reprenant les différents rendements de chaque actif ;
- $S$  est la matrice variance-covariance ;
- $\sigma_{max}^2$  est le risque maximum que l'investisseur est prêt à prendre ;
- $r_{min}$  le rendement minimum que l'investisseur désire.

Une gestion de portefeuille suivant cette méthode va créer ce qu'on appelle la frontière efficiente rendement-variance. Cette frontière sur un graphique rendement/variance sera représentée par une courbe croissante et concave reprenant tous les portefeuilles efficaces, c'est-à-dire, les portefeuilles offrant le plus haut rendement pour un niveau de risque donné ou le plus faible risque pour un niveau de rendement donné (Iania, 2014).

## 3.2 Critique de cette théorie

Frankfurter, Philips et Seagle (1971) ont fait le constat fréquent que le portefeuille équilibré domine le portefeuille optimisé selon Markowitz. La théorie rendement-variance, bien que fortement appréciée pour sa simplicité d'application, ne tiendrait donc pas la route. Dans la suite de ce point, nous allons expliquer les différentes critiques faites à ce modèle et également développer comment nous allons tenir compte de ces dernières.

### 3.2.1 Markowitz ou l'optimisation des erreurs d'estimation ?

Michaud (1989), estime que le modèle de Markowitz se base sur des «erreurs d'estimation» et qu'en quelque sorte, en suivant cette stratégie, nous ne faisons qu'optimiser ces erreurs. En effet, le modèle de Markowitz a besoin de deux facteurs, le rendement et la variance. Ces facteurs sont déterminés par des valeurs historiques. Or, ces valeurs historiques n'en donnent

sans doute que de mauvaises estimations (par exemple, surévaluer/sous-évaluer le rendement d'un actif...). Par conséquent, ces erreurs d'estimation créent des erreurs d'allocation d'actifs. Optimiser un portefeuille en suivant la stratégie de Markowitz revient selon Michaud à maximiser ces erreurs d'estimation. Pour tenir compte de cette critique concernant les erreurs d'estimation, nous avons décidé d'appliquer deux théories qui sont la méthode resampling et la méthode shrinkage. Ces deux méthodes seront décrites dans la suite de ce mémoire, aux points 4.1 et 4.2.

### **3.2.2 Le modèle de Markowitz est statique**

Une autre critique que l'on peut faire à ce modèle est le fait que celui-ci soit statique. En effet, Markowitz estime que la matrice variance-covariance des actifs du portefeuille est constante en fonction du temps. Or, ceci n'est pas le cas. Comme le démontrent, Campbell, Koedijk et Kofman (2002) dans l'une de leurs études, la corrélation des rendements d'une classe d'actifs (dans notre cas les hedge funds) est beaucoup plus élevée dans une situation de marché où les prix des actifs diminuent que dans une situation de marché où les prix augmentent. Pour prendre en compte cette non-stabilité de matrice variance-covariance, nous avons décidé d'implémenter deux méthodes « dynamiques » : EWMA (exponentially weighted moving average) et la méthode de régime switching. Ces deux méthodes seront également développées dans la suite de ce mémoire, respectivement aux points 4.3 et 4.4.

### **3.2.3 Rendements des hedge funds non-normaux**

En développant son modèle, Markowitz se base sur une hypothèse très restrictive. En effet, celui-ci émet l'hypothèse que les rendements des actifs financiers suivent une loi Gaussienne de normalité. Dans son modèle, Markowitz n'utilise donc que les deux premiers moments de la distribution qui sont la moyenne et la variance. Au contraire, Kat et Brooks (2001) prouvent l'opposé. Dans leur étude, ils démontrent que les rendements de hedge funds possèdent une faible skewness et une kurtosis élevée. Comme le disent Gregoriou et Gueyie (2003), ceci est dû au fait que les stratégies de hedge funds font souvent appel au « short-selling », à des produits dérivés comme les contrats futures, les options, etc. Or, rappelons que pour que des rendements suivent une loi normale, la skewness (coefficient d'asymétrie d'une distribution)

doit être égale à 0 et que la kurtosis (coefficient d'aplatissement) doit être égale à 3. Les rendements des hedge funds ne sont donc pas normaux.

La prise en compte de la skewness et de la kurtosis dans l'analyse de nos portefeuilles de hedge funds est donc essentielle. Pour ce faire, nous n'allons pas utiliser un simple sharpe ratio ne prenant en compte que les deux premiers moments de la distribution de nos rendements mais un sharpe ratio modifié, comme développé par Favre et Signer (2002).

## 4 Méthodes d’allocations d’actifs

Dans cette partie, nous allons présenter différentes méthodes d’allocations d’actifs que nous allons utiliser dans nos créations de portefeuilles. Ces méthodes ont comme dénominateur commun la théorie moderne du portefeuille développée par Markowitz. Chacune d’entre elles tente d’en améliorer une certaine facette.

### 4.1 Méthode de portfolio resampling

Dans la théorie du portefeuille, Markowitz estime la matrice de variance-covariance ainsi que les rendements attendus grâce aux rendements historiques. Cette manière de faire peut entraîner des estimations erronées (Wolf, 2004), particulièrement quand le nombre d’actifs est élevé par rapport à l’historique de données. Réaliser une optimisation moyenne-variance à l’aide de ces paramètres entraîne des portefeuilles extrêmes et sous-diversifiés (Wolf, 2004). Les actifs montrant les meilleures caractéristiques en termes de rendements et risques sont susceptibles d’influencer fortement l’optimisation et ainsi de se voir attribuer un poids important. Selon Scherer (2002), ces cas extrêmes sont justement ceux où les erreurs d’estimations sont les plus fortes. La procédure a donc tendance à maximiser les erreurs. Michaud (1989) parle de maximisation d’erreurs et propose de pallier le problème d’estimation de la matrice de variance-covariance ainsi que les rendements attendus grâce à la procédure statistique de *Bagging* (Wolf, 2004).

#### 4.1.1 Approche théorique

La méthode statistique de Bootstrap Aggregating (Bagging) vise à répondre au problème de l’instabilité d’un estimateur. Pour ce faire, nous réalisons un bootstrap (tirage aléatoire avec remise) des données qui permet de calculer cet estimateur un grand nombre de fois. A chaque tirage, l’estimateur est recalculé. Une fois ceci réalisé pour chaque tirage, nous agrégeons les différents estimateurs en prenant la moyenne de cet indicateur (Wolf, 2004).

Concernant la procédure de bootstrapping, nous avons choisi de prendre la méthode standard (bien que peut-être moins bien adaptée) pour garder l’accent sur la méthode de resampling

générale plutôt que sur les variantes possibles. La procédure consiste à tirer au hasard et avec remise dans les séquences historiques des rendements. Des méthodes plus complexes comme le block bootstrap existent également (Cogneau, 2010).

Nous présentons maintenant une variante de la procédure de resampling introduite par Scherer (2002).

### Procédure de resampling

- Etape 1.** Réaliser un tirage avec remise des rendements historiques afin d'obtenir une nouvelle séquence de rendements de même taille que la matrice initiale ;
- Etape 2.** Calculer une matrice de variance-covariance sur base de cette nouvelle séquence de rendements ainsi qu'un vecteur de rendements moyens ;
- Etape 3.** Calculer la frontière efficiente sur base de la nouvelle matrice de variance-covariance et du vecteur de rendements moyens. Enregistrer les poids propres à chaque portefeuille ;
- Etape 4.** Répéter l'étape 1 à 3 le nombre de fois spécifié ;
- Etape 5.** Réaliser une moyenne des poids pour chaque bootstrap et ceci pour chaque portefeuille estimé.

La principale différence entre les portefeuilles issus d'une méthode de resampling et un portefeuille issu d'une optimisation moyenne-variance classique est qu'ils bénéficient d'une diversification plus importante. Wolf (2004) explique clairement la raison derrière cette plus grande diversification.

Prenons l'exemple d'un actif peu attractif aux yeux de la méthode classique. Il est probable que celui-ci se voit attribuer un poids proche de zéro. Il est possible d'imaginer que lors d'un tirage du resampling cet actif paraisse plus attractif. Il pourrait dès lors se voir attribuer un poids positif. Cependant si celui-ci apparaît moins attractif qu'au départ, son poids ne peut descendre sous zéro. Par conséquent, son poids relatif ne peut qu'augmenter et non diminuer, ce qui mécaniquement doit faire baisser le poids d'un autre actif, ceci augmentant la diversification du portefeuille.

En plus de bénéficier d'une plus grande diversification, les portefeuilles issus d'une méthode de

resampling montrent une transition plus fluide entre les différentes allocations sur la frontière efficiente (Scherer, 2002).

Scherer (2002) nous fait remarquer qu'il n'y a pas de raisons économiques derrière la procédure de resampling, c'est-à-dire qu'il n'est pas déterminé pourquoi la méthode de resampling devrait être optimale. Cependant, cette méthode de construction de portefeuille reste une heuristique importante pour réduire le risque d'erreur d'estimation.

#### 4.1.2 Application aux hedge funds

Petitjean et Delcourt (2011) arrivent à la conclusion qu'une méthode de resampling ne permet pas de réduire le turnover comparé à la méthode classique de Markowitz. Ceci joue en défaveur d'un fonds de hedge funds étant donné la liquidité et les coûts de transaction associés à ce genre d'actifs.

### 4.2 Méthode de shrinkage

Une estimation de la matrice de variance-covariance basée sur les rendements historiques peut comporter des erreurs d'estimation, surtout quand le nombre d'actifs est grand comparé au nombre de données disponibles. Les valeurs extrêmes apparaissant dans cette estimation ne sont dès lors souvent pas le résultat de la réalité mais d'une erreur d'estimation. Ces mêmes valeurs extrêmes fournissent de bons arguments de diversification à une optimisation moyenne-variance. Michaud (1989) parle à nouveau de maximisation d'erreurs. Ledoit et Wolf (2003) proposent une méthode statistique de shrinkage (rétrécissement) pour amoindrir ces erreurs d'approximation qui influencent le processus d'optimisation. Le but de cette méthode est d'amoindrir les valeurs extrêmes présentes dans la matrice de variance-covariance. Il s'agit donc de diminuer les valeurs trop grandes et d'augmenter les valeurs trop petites, ce qui permet de réduire les erreurs d'approximation là où elles comptent le plus (Ledoit et Wolf, 2003), littéralement de «rétrécir» la matrice de variance-covariance.

### 4.2.1 Approche théorique

Dans la méthode de shrinkage, la matrice de variance-covariance  $\Sigma_{Shrink}$  est calculée comme suit :

$$\Sigma_{Shrink} = \delta F + (1 - \delta)S \quad (1)$$

Où :

- $\delta$  est le paramètre définissant l'intensité du rétrécissement ;
- $F$  est un estimateur structuré de la matrice de covariance ;
- $S$  est la matrice variance-covariance de l'échantillon.

La procédure utilise trois éléments : la matrice de variance-covariance des rendements historiques, un estimateur structuré de la matrice de variance-covariance ainsi qu'un paramètre de rétrécissement.

Afin de déterminer l'estimateur structuré, Ledoit et Wolf (2003) utilisent un modèle de corrélation constante. Selon ce modèle, la corrélation entre tous les actifs est la même. Cette corrélation identique est calculée comme la moyenne des corrélations "paire à paire" de la matrice de corrélation issue de l'échantillon. Définissons  $S$  comme la matrice de covariance issue de l'échantillon. La corrélation entre deux actifs est dès lors donnée par

$$r_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{ii}s_{jj}}} \quad (2)$$

Nous pouvons maintenant définir la corrélation constante comme

$$\bar{r} = \frac{2}{(N-1)N} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N r_{ij} \quad (3)$$

Il est maintenant possible de définir la matrice de covariances avec corrélation constante  $F$  comme

$$f_{ij} = \bar{r} \sqrt{s_{ii}s_{jj}} \quad (4)$$

Ensuite, le paramètre d'intensité du shrinkage  $\delta$  est défini. Celui-ci doit être compris entre 0 et 1. Le paramètre  $\delta$  optimal est celui qui minimise la distance attendue entre la matrice de covariance calculée par la méthode de shrinkage et la "vraie" matrice de covariance. Nous invitons le lecteur à consulter l'article de Ledoit et Wolf (2003) pour de plus amples explications concernant le calcul de ce paramètre.

Enfin, une combinaison linéaire entre l'estimateur structuré (corrélation constante) et la matrice de covariance de l'échantillon est réalisée sur base du paramètre de l'intensité du rétrécissement.

L'intuition derrière cette méthode est donc de faire une combinaison linéaire de la matrice de covariance issue de l'échantillon et une matrice de covariance où la corrélation entre chaque actif est constante.

L'algorithme utilisé pour calculer les poids optimaux est comparable à celui d'une optimisation Markowitz à la différence que la matrice de covariance est calculée en utilisant la fonction MATLAB fournie par Ledoit et Wolf (2003).

#### 4.2.2 Application aux hedge funds

Wolf (2004) compare les méthodes de resampling et de shrinkage dans la cas d'un portefeuille visant à battre un benchmark. Wolf arrive à la conclusion que la méthode de shrinkage parvient à diminuer le turnover par rapport à la méthode classique de Markowitz et de resampling. Cette méthode permettrait donc de diminuer les coûts (Wolf, 2004). Il reste à voir si ce résultat est toujours d'actualité lorsqu'il est appliqué aux hedge funds.

### 4.3 Méthode de régime switching

La théorie classique de Markowitz prend pour hypothèse que la corrélation entre actifs reste constante à travers l'espace temporel étudié. La matrice de variance-covariance alloue à chaque observation la même importance. Cependant la corrélation entre actifs s'avère être différente dans un marché à tendance haussière et un marché à tendance baissière. La corrélation entre actif tend à être plus importante dans un marché à tendance baissière.

#### 4.3.1 Approche théorique

Pour pallier ces limitations nous avons décidé d'introduire une méthode capable de partager l'espace temporel étudié en un nombre fini de régimes différents.

En plus de fournir une routine MATLAB pour estimer des modèles de régime switching, Perlin (2009) fournit également une très bonne introduction aux régimes switching. En voici une introduction.

Les rendements en  $t$  peuvent être définis comme suit :

$$r_t = \mu_{S_t} + \epsilon_t \quad (5)$$

Où  $S_t = 1..k$  et  $\epsilon_t$  suit une distribution normale avec une moyenne de zéro et une variance  $\sigma_{S_t}^2$  dépendante du régime en vigueur. Dans le cas où il n'y a qu'un régime, l'équation (5) se transforme en une régression linéaire classique. Dans le cas où il y a deux régimes distincts, l'équation (5) peut se réécrire en deux parties distinctes

$$r_t = \mu_1 + \epsilon_t \text{ pour l'état 1} \quad (6)$$

$$r_t = \mu_2 + \epsilon_t \text{ pour l'état 2} \quad (7)$$

Où

$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma_1^2) \text{ pour l'état 1} \quad (8)$$

$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma_2^2) \text{ pour l'état 2} \quad (9)$$

Dans la suite de son texte, Perlin (2009) nous apprend que dans un markov regime switching model, la transition entre deux régimes est gouvernée par un processus stochastique, c'est-à-dire que le changement d'un régime à l'autre est régi par une matrice de transition  $P$  :

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \quad (10)$$

où  $p_{ik}$  est la probabilité de changer en  $t + 1$  du régime  $i$  au régime  $k$ .

Après estimation des paramètres, le modèle nous renvoie également une série de probabilités  $Pr(S_t = j|\psi_{t-1})$  qui nous informent sur le régime en vigueur à l'instant  $t$ . Concernant l'estimation des paramètres du modèle, nous invitons le lecteur à consulter l'article de Perlin.

Estimer l'ensemble des paramètres pour tous les indices de manière simultanée n'est pas possible vu leur nombre. Nous avons donc choisi d'utiliser notre indice de référence comme proxy. Ensuite nous utilisons les probabilités de se trouver dans un régime ou l'autre  $Pr(S_t = j|\psi_{t-1})$  comme variable binaire pour séparer l'horizon en deux. Notre espace temporel étudié  $T$  est donc séparé en plusieurs parties, certains instants appartiennent au régime 1,  $t \in S_1$  et d'autres appartiennent au régime 2,  $t \in S_2$ .

Il nous est dès lors possible d'estimer un vecteur de rendement moyen  $\mu_{S_t}$  ainsi qu'une matrice de variance-covariance  $\Sigma_{S_t}$  pour chaque régime :

$$\mu_{S_t} = \frac{1}{n_{S_t}} \sum_{i=1}^{n_{S_t}} x_i \quad \text{t.q. } i \in S_t \quad (11)$$

$$\Sigma_{S_t} = Cov(x_i, x_j) \quad \text{t.q. } (i, j) \in S_t \quad (12)$$

Grâce à  $\mu_{S_t}$  et  $\Sigma_{S_t}$  nous sommes maintenant en mesure de calculer l'ensemble de la frontière efficiente pour chaque régime. Ceci nous donne un ensemble de poids optimaux pour chaque régime :  $poids_{t,S=1}$  pour le régime 1 et  $poids_{t,S=2}$  pour le régime 2. Il nous reste à calculer les probabilités d'être dans chaque régime en  $t + 1$  :

$$Pr(S_{t+1} = 1|\psi_t) = Pr(S_t = 1|\psi_{t-1})p_{11} + Pr(S_t = 2|\psi_{t-1})p_{21} \quad (13)$$

$$Pr(S_{t+1} = 2|\psi_t) = Pr(S_t = 2|\psi_{t-1})p_{22} + Pr(S_t = 1|\psi_{t-1})p_{12} \quad (14)$$

Maintenant que nous avons les probabilités d'être dans un régime ou l'autre en  $t + 1$ , nous sommes en mesure de calculer l'ensemble des poids optimaux conditionnels au régime en vigueur :

$$Poids_t = Pr(S_{t+1} = 1|\psi_t)poids_{t,S=1} + Pr(S_{t+1} = 2|\psi_t)poids_{t,S=2} \quad (15)$$

### 4.3.2 Application aux hedge funds

Dans son étude de 2012, Seidl compare la performance d'une stratégie de régime switching avec l'approche Markowitz classique. Une caractéristique de la méthode régime switching qui en ressort est que celle ci comprend une allocation fortement instable à travers le temps. Ceci pourrait être un problème étant donné que le marché des hedge funds est supposé moins liquide que d'autres classes d'actifs.

## 4.4 Méthode "exponentially weighted moving average covariance"

L'objectif de cette méthode est de prendre en compte le caractère dynamique de la matrice variance-covariance. La théorie moderne du portefeuille prend pour hypothèse que la matrice de variance-covariance est stable à travers l'échantillon utilisé. Ce n'est pas le cas de cette méthode. Cette méthode permet d'adapter le portefeuille au plus vite après un changement dans les variances respectives ou corrélations entre les actifs.

L'idée derrière le EWMA est d'accorder plus d'importance aux nouvelles informations qu'aux anciennes. Ceci est réalisé en appliquant un multiplicateur aux données. Plus les données sont éloignées, plus le multiplicateur est faible. Le multiplicateur diminue de manière exponentielle. Selon RiskMetrics (1996), cette méthode a deux avantages par rapport à la méthode classique. Le premier est qu'un choc dans les rendements impacte plus rapidement l'estimation de la variance. Le second est que si aucun choc ne suit le premier, la variance va progressivement diminuer. Au contraire la méthode classique diminuera brutalement lorsque le choc ne se situera plus dans l'échantillon étudié.

Cette méthode fut initialement développée par RiskMetrics et rendue publique en 1996 (Hull, 2012).

#### 4.4.1 Approche théorique

Dans un premier temps, nous développerons le cas univarié pour ensuite développer le cas multivarié. La variance d'un actif est définie de manière récursive comme suit :

$$\sigma_t^2 = \lambda\sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda)(r_{t-1} - \bar{r})^2 \quad (16)$$

Où :

- $\sigma_t^2$  est l'estimation de la variance d'un actif en  $t$  ;
- $\lambda$  est la paramètre d'amointrissement (decay factor), ici égal à 0,97 ;
- $r_{t-1}$  est le rendement de l'actif en  $t - 1$  ;
- $\bar{r}$  est la moyenne arithmétique des rendements conditionnelle à l'information disponible en  $t - 1$ .

Comme nous utilisons des rendements mensuels, nous ne pouvons faire l'hypothèse que les rendements moyens soient nuls. Nous devons donc estimer ceux-ci à l'aide de l'information disponible en  $t$ .

Dans leur article de 2010, Harris et Mazibas utilisent une valeur de 0,94 pour le facteur d'amointrissement. Selon nos lectures, ceci est la valeur recommandée pour des valeurs journalières. Pour des données mensuelles, RiskMetrics (1996) préconise un facteur de 0,97.

Il est possible de calculer la variance de chaque actif grâce à cette méthode. Afin de pouvoir passer au modèle multivarié, il nous reste à calculer la covariance entre chaque actif. Celle-ci est définie de la manière suivante dans le modèle EWMA :

$$\sigma_{12,t}^2 = \lambda\sigma_{12,t-1}^2 + (1 - \lambda)(r_{1,t-1} - \bar{r}_1)(r_{2,t-1} - \bar{r}_2) \quad (17)$$

Il est possible de combiner les deux grâce à la notation matricielle.

$$\Sigma_n^2 = \lambda \Sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda)(R_{n-1} - \bar{R})(R_{n-1} - \bar{R})^T \quad (18)$$

Où :

- $\Sigma_n^2$  est la matrice de variance-covariance des actifs en  $n$  ;
- $\lambda$  est le paramètre d'amointrissement (decay factor), ici égal à 0,97 ;
- $\bar{R}$  est un vecteur comprenant les rendements moyens des actifs en  $n - 1$
- $R_{n-1}$  est un vecteur comprenant les rendements des actifs en  $n - 1$ .

Une fois la matrice de covariance calculée, les poids optimaux sont calculés de manière classique si ce n'est que la méthode utilise la nouvelle estimation de la matrice de variance-covariance.

#### 4.4.2 Application aux hedge funds

Dans leur article de 2010, Harris et Mazibas arrivent à la conclusion que la méthode EWMA permet d'augmenter le rapport rendement risque comparé à d'autres méthodes et ce, avec un turnover nettement inférieur aux autres méthodes étudiées. A la lumière de ces éléments et vu sa simplicité, cette méthode nous semble optimale.

## 5 Performance des portefeuilles de hedge funds

Comme énoncé dans notre introduction, le but final de ce mémoire est d'analyser la performance de différents portefeuilles composés de hedge funds. Nous allons dans cette section vous expliquer sur quoi nous allons nous baser pour faire cette analyse de performance.

### 5.1 Sharpe ratio

Lorsque l'on parle d'analyse de performance, le premier ratio d'analyse qui nous vient à l'esprit est le sharpe ratio. Le sharpe ratio est défini comme le rendement supplémentaire par unité d'écart-type comme l'illustre cette formule :

$$S = \frac{R_P - r_F}{\sigma} \quad (19)$$

Où :

- $R_P$  est l'espérance des rendements du portefeuille ;
- $r_F$  est le taux de placement sans risque ;
- $\sigma$  l'écart-type du portefeuille.

Comme vous pouvez le constater, ce ratio ne tient compte que de la moyenne et de la variance d'un échantillon. Le niveau de risque est seulement mesuré par l'écart-type. Or, comme expliqué plus tôt, et comme montré dans l'analyse descriptive dans la suite de ce mémoire, les rendements de hedge funds ne sont pas normaux. Comme l'explique Kat (2003), utiliser ce ratio sous-estimerait donc le risque du portefeuille car il ne tient pas compte de la skewness et de la kurtosis.

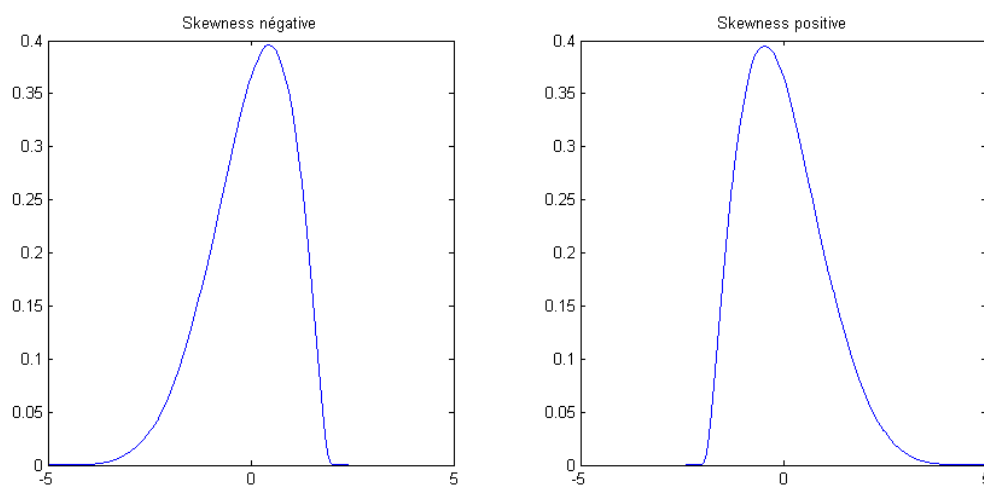
### 5.2 Skewness et kurtosis

Comme nos rendements ne sont pas normaux, nous présentons ici les concepts de skewness et de kurtosis et l'interprétation de ces derniers.

### Skewness

La skewness est le coefficient d'asymétrie d'une distribution. Si la distribution analysée est normale (symétrique), ce coefficient égale 0. Comme illustré dans le tableau 1 de notre analyse descriptive (point 8), nos rendements montrent dans la plupart des cas des skewnesses négatives, c'est-à-dire que la distribution des rendements « penche » vers les gauche. Ci-après vous trouvez une figure représentant deux distributions illustrant le concept de skewness. Ces deux distributions ont une moyenne de 0, une variance de 1 ainsi qu'une kurtosis de 3. Celle de gauche a une skewness de -0,75 et penche donc vers la gauche, tandis que celle de droite a une skewness de 0,75 et penche donc vers le droite.

FIGURE 1: Illustration Skewness



### Kurtosis

La kurtosis est le coefficient d'aplatissement d'une distribution. Comme l'illustre le tableau 1, nos rendements ont une kurtosis relativement élevée (positive). Cela veut dire que ces investissements ont ce qu'on appelle des « fat tails ». En d'autres mots, une distribution ayant une Kurtosis positive a plus de chance qu'une loi normale d'offrir des rendements (positifs ou négatifs) extrêmes.

Ces deux éléments ne sont pas appréciés des investisseurs. Il est donc essentiel de tenir

compte de ces deux caractéristiques dans notre analyse. Il est en effet primordial de ne pas sous-estimer ce qu'on appelle le « tail risk » défini par Yamai et Yoshihara (2001) comme : " *A risk measure is free of tail risk if it takes into account information about the tail of the underlying distribution. The use of a risk measure free of tail risk avoids extreme loss in the tail of the underlying distribution* ".

### 5.3 Sharpe ratio modifié

Comme les rendements de nos actifs possèdent une skewness négative et une kurtosis relativement élevée (voir "Analyse descriptive des données" au point 8 dans la suite du mémoire), il est essentiel de tenir compte de ces caractéristiques. Nous avons donc décidé d'utiliser comme indicateur de performance, le sharpe ratio modifié, comme l'ont fait Gregoriou et Gueyie (2003) et comme développé dans l'article de Favre et Signer (2002).

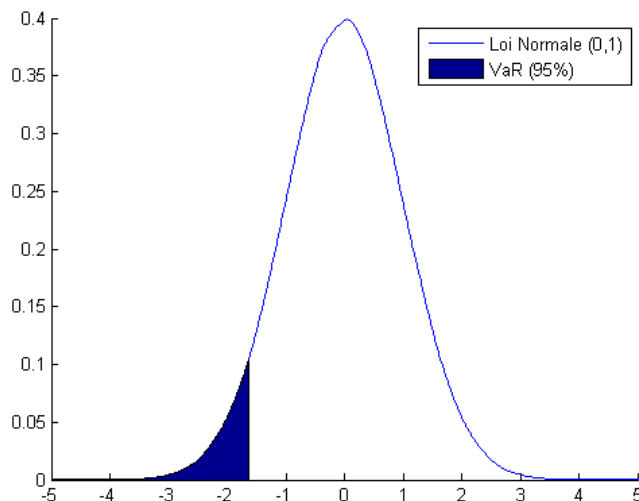
Le sharpe ratio modifié se différencie du sharpe ratio basique. En effet, ce ratio n'utilise plus l'écart-type comme mesure de risque mais la Value at Risk (VaR) modifiée. Linsmeier et Pearson définissent la VaR dans leur article *Value at risk* (2000) de la manière suivante : « *VaR is a single, summary statistical measure of possible portfolio losses. VaR is a measure of losses resulting from « normal » market movements . . . It is simply a way to describe the magnitude of likely losses in a portfolio* ». En d'autres termes, la VaR représente le montant maximum des pertes qu'un investissement ne devrait pas dépasser avec une probabilité et un horizon temporel donné. La figure 2 ci-après illustre la notion de VaR dans le cas particulier d'une distribution normale.

Comme nous le voyons sur ce graphique la VaR (95%) de cet investissement est d'environ 1,65€. Cela veut donc dire que l'investissement a 5% de chance de perdre au maximum 1,65€ dans le prochain jour.

Comme le décrivent Favre et Signer (2002), si les rendements sont normalement distribués, la VaR est calculée comme suit :

$$VaR = W(\mu\Delta t - n\sigma\sqrt{\Delta t}) \quad (20)$$

FIGURE 2: Illustration normale VaR



Où :

- $W$  est la valeur actuelle de l'investissement ;
- $\mu$  est la moyenne historique des rendements de l'investissement ;
- $\Delta t$  est l'espace temporel ;
- $n$  est le nombre d'écart-types en fonction du niveau de confiance ;
- $\sigma$  est l'écart-type.

Comme vous pouvez le constater, cette « normale » VaR ne tient compte que de l'écart-type et de la moyenne des rendements. Les moments plus élevés de la distribution n'ont pas d'importance. Or, comme nous l'avons expliqué, il est essentiel pour nous de tenir compte de la skewness et de la kurtosis dans notre analyse. Nous n'allons donc pas utiliser la « normale » VaR mais la VaR modifiée en utilisant l'extension de Cornish-Fisher présentée dans l'article de Favre et Signer (2002).

Cette extension est définie comme suit :

$$z_{CF} = z_c + \frac{1}{6}(z_c^2 - 1)S + \frac{1}{24}(z_c^3 - 3z_c)K - \frac{1}{36}(2z_c^3 - 5z_c)S^2 \quad (21)$$

Où :

- $z_C$  est la valeur critique pour la probabilité  $(1 - \alpha)$  avec une distribution normale (-1.64 avec un niveau de confiance de 95%) ;
- $S$  est la skewness ;
- $K$  est la kurtosis.

La skewness et la kurtosis se définissant comme :

$$S = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{R_t - \bar{R}}{\sigma} \right)^3 \quad (22)$$

$$S = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{R_t - \bar{R}}{\sigma} \right)^4 - 3 \quad (23)$$

La VaR modifiée est donc :

$$VaR_{modified} = W(u - z_{CF}\sigma) \quad (24)$$

Le sharpe ratio modifié se définit finalement comme suit :

$$S_{modified} = \frac{R_P - r_F}{MVaR} \quad (25)$$

En utilisant ce sharpe Ratio modifié, nous allons donc essayer de tenir compte de toutes les caractéristiques des hedge funds.

### 5.3.1 Problème lors de l'application de l'extension de Cornish-Fisher à nos portefeuilles

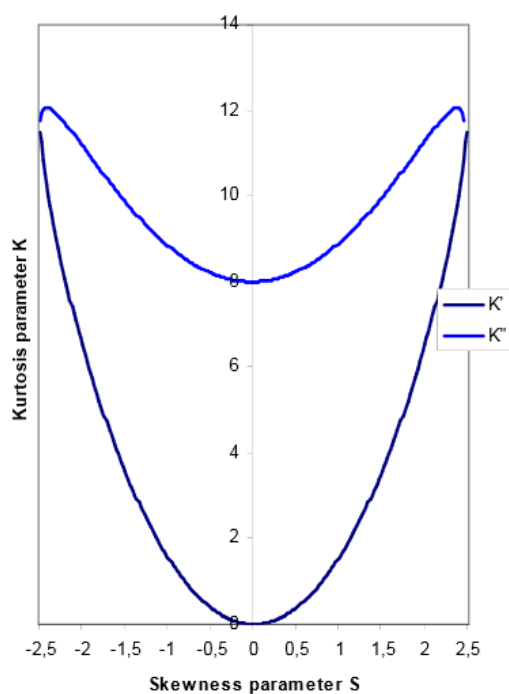
Dans l'analyse out-of-sample (voir le point 10 dans la suite de ce mémoire), nous analysons la performance de chaque portefeuille créé. Nous avons donc appliqué l'extension de Cornish-Fisher à nos portefeuilles. Malheureusement, après implémentation, les résultats nous semblaient assez contre intuitifs. En effet, la plupart des résultats de VaR modifiée sont positifs

ou faiblement négatifs.

Après quelques recherches supplémentaires au sujet de l'extension de Cornish-Fisher, nous nous sommes rendu compte que la majorité de nos portefeuilles ne respectaient pas la condition nécessaire et suffisante de l'utilisation de cette extension.

Comme le démontre Maillard en 2012, il existe un certain domaine dans lequel la skewness et la kurtosis doivent se trouver. Or ce n'est pas le cas pour nos portefeuilles (les résultats sont présentés dans l'analyse Out-of-sample). La figure 3 ci-après illustre ce domaine de validité.

FIGURE 3: Domaine de validité Cornish-Fisher



La condition nécessaire et suffisante pour pouvoir utiliser la transformation de Cornish-Fisher comme développée dans l'article de Amédée-Manesme, Barthélémy et Keenan (2015) se pré-

sente comme suit :

$$\frac{S^2}{9} - 4 \left( \frac{K}{8} - \frac{S^2}{6} \right) \left( 1 - \frac{K}{8} - \frac{5S^2}{36} \right) \leq 0 \quad (26)$$

Où :

- $S$  est la skewness ;
- $K$  est la kurtosis.

## 5.4 Romad

Vu le non respect de cette condition par nos portefeuilles, nous avons décidé d'utiliser une autre mesure de risque, le maximum drawdown.

Notre nouvelle mesure d'analyse est le rendement ajusté par le maximum drawdown de chaque stratégie (Return Over Maximum Drawdown) :

$$Romad = \frac{R_P - r_F}{MaximumDrawdown} \quad (27)$$

## 5.5 Turnover

Dans cette étude, nous avons choisi d'appliquer la même définition du turnover que Petitjean et Delcourt (2011). Ceux-ci définissent le turnover comme la différence absolue dans les allocations entre deux périodes :

$$Turnover_t = \frac{\sum_{i=1}^N |w_{i,t} - w_{i,t-1}|}{2} \quad (28)$$

Cette mesure nous renseigne sur le changement apporté dans le portefeuille entre deux périodes. Il nous renseigne sur le pourcentage du portefeuille qui a été modifié entre deux périodes.

Étant donné le caractère peu liquide de cette classe d'actif, un portefeuille avec un turnover plus faible sera préféré à un portefeuille avec un turnover élevé.

## 6 Base de données

Afin d'appliquer notre étude théorique, nous avons décidé d'utiliser des données provenant de Credit Suisse Hedge Index (voir CD fourni avec le mémoire). Cette base de données nous fournit des rendements mensuels pour 10 stratégies différentes : convertible arbitrage, short bias, emerging markets, equity market neutral, event-driven, fixed income arbitrage, global macro, long/ short equity, managed future ainsi que multi-strategy. Ces stratégies ont été définies dans la première partie de ce mémoire.

Le choix de la base de données a été motivé par le désir de coller le plus possible à la réalité des hedge funds. Nous avons donc choisi une fréquence mensuelle de rendements. Deuxièmement, Credit Suisse Hedge Index est transparente dans son processus de sélection, elle présente de manière détaillée les différentes stratégies en question, et enfin elle fournit la composition de l'indice de référence.

Nous sommes cependant conscients de ses limites. Trois biais peuvent être présents dans cette base de données.

Le premier est le biais de sélection. Le gérant d'un hedge fund est libre de partager ses résultats avec le gérant de la base de données. On peut légitimement penser que les fonds qui ont fait de bonnes performances auront plus tendance à faire part de leurs résultats que ceux qui ont eu de mauvaises performances.

Le deuxième est le biais de survivance. Les fonds qui ont disparu ne sont généralement pas repris dans les statistiques de la base données étant donné qu'ils n'y figurent plus.

Enfin, le troisième est le fait que certains fonds sont maintenant fermés à de nouveaux investisseurs. Ils ne représentent dès lors plus une opportunité d'investissement pour ceux-ci.

Nos résultats sont donc à prendre avec une certaine prudence. Un investisseur potentiel devra probablement revoir à la baisse les résultats espérés.

## 7 Implémentation de notre code

Pour réaliser notre étude, nous avons choisi d'utiliser le logiciel MATLAB (MathWorks, 2015). L'entièreté de notre analyse est réalisée grâce à ce logiciel. L'utilisation de ce logiciel nous a permis d'implémenter facilement les méthodes étudiées grâce à des Toolboxes internes et externes à MATLAB. Vous trouverez en annexe notre code dans son entièreté. Tous les graphiques et illustrations utilisés dans les analyses sont également issus de MATLAB et/ou du programme R Studio en utilisant le package `performanceAnalytics` (Carl et Peterson, 2014).

### 7.1 Implémentation des méthodes

L'implémentation de la méthode classique de Markowitz est aisée avec MATLAB grâce à sa Financial Toolbox. L'objet `Portoflio` permet d'implémenter facilement des optimisations mean-variance. La méthode `estimateFrontier` permet d'estimer facilement les poids optimaux à allouer à nos différents actifs. Pour calculer les poids optimaux nous faisons appel à la fonction `classical`.

Pour calculer la matrice de covariance comme le définit la méthode shrinkage, nous avons utilisé la fonction `Covcor` mise à disposition par Ledoit et Wolf sur leur site internet. Pour calculer les poids optimaux nous appelons la fonction `shrinkage_str`.

En ce qui concerne l'implémentation de la méthode de regime switching, nous avons utilisé le package MATLAB `MS_Regress` fourni par Perlin. Ce package nous permet d'estimer facilement un modèle de Hidden Markov regime switching sur notre indice. Grâce aux paramètres estimés par ce package, nous pouvons séparer notre horizon étudié pour ensuite calculer les poids optimaux. Afin de calculer les poids optimaux nous appelons la fonction `switching_str`.

Pour les méthodes EWMA et resampling, nous n'avons pas eu recours à des packages externes. Ces deux méthodes sont implémentées dans les fonctions `ewma_str` et `resampling_str`.

## 7.2 Contraintes utilisées

Afin de ne pas influencer les méthodes nous n'avons pas utilisé de contraintes de diversification. Les méthodes sont libres d'être diversifiées ou non. Cependant les méthodes ne peuvent utiliser la vente à découvert et doivent à tout moment être totalement investies (la somme des poids doit être égale à 1). Ceci est implémenté dans le code grâce à l'utilisation de `setDefaultConstraints`.

## 7.3 Structure du code

Le code est organisé autour du fichier `main`. A partir de ce fichier, nous importons les données et réalisons l'analyse in-sample ainsi que l'out-of-sample. Une fois ces analyses terminées nous calculons les statistiques relatives à chaque méthode et niveau de risque dans la troisième partie du code.

## 8 Analyse descriptive des données

TABLE 1: Statistiques de base

	Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	Jarque Bera	Maximum Drawdown
Convertible Arbitrage	0,6%	1,9%	-2,7	20,0	1	33%
Short bias	-0,4%	4,7%	0,7	4,7	1	76%
Emerging markets	0,7%	4,0%	-0,9	9,1	1	45%
Equity market neutral	0,4%	2,8%	-12,2	177,3	1	45%
Event-driven	0,7%	1,8%	-2,2	13,9	1	19%
Fixed income arbitrage	0,5%	1,5%	-4,7	38,2	1	29%
Global macro	1,0%	2,6%	0,1	7,7	1	27%
Long/short equity	0,8%	2,7%	0,0	6,7	1	22%
Managed futures	0,5%	3,4%	0,0	2,9	0	18%
Multi-strategy	0,7%	1,5%	-1,7	9,5	1	25%

Afin de mieux appréhender les indices présents dans notre univers d'investissements, nous commencerons cette partie pratique par une analyse descriptive. Ici nous aimerions présenter les caractéristiques principales de chaque stratégie ainsi que leur dynamique commune. Cette analyse descriptive nous donne aussi l'opportunité de démontrer la non-normalité des rendements ainsi que la nécessité de tenir compte du caractère dynamique de la corrélation.

Pour cette analyse, nous avons récolté des données sur une période allant du 6 avril 1994 au 6 février 2015. Ceci nous donne une suite de 250 rendements mensuels pour chaque stratégie ainsi que pour l'indice de référence.

De multiples crises jalonnent la période étudiée, la plus importante étant la crise financière de 2008.

Les différentes stratégies composant notre univers ont des profils de risque hétérogènes. Des stratégies comme short bias, emerging markets ou managed futures ont des volatilités élevées avec un écart-type mensuel de plus de 3,4%. Au contraire, des stratégies comme convertible arbitrage, event-driven, fixed income arbitrage et multi-strategy ont des volatilités plus faibles avec un écart-type mensuel inférieur à 1,9%.

Du point de vue de la skewness, certaines stratégies comme short bias, global macro et mana-

ged futures ont des coefficients légèrement positifs. Les autres ont des skewnesses négatives, jusqu'à extrêmement négatives pour l'equity market neutral.

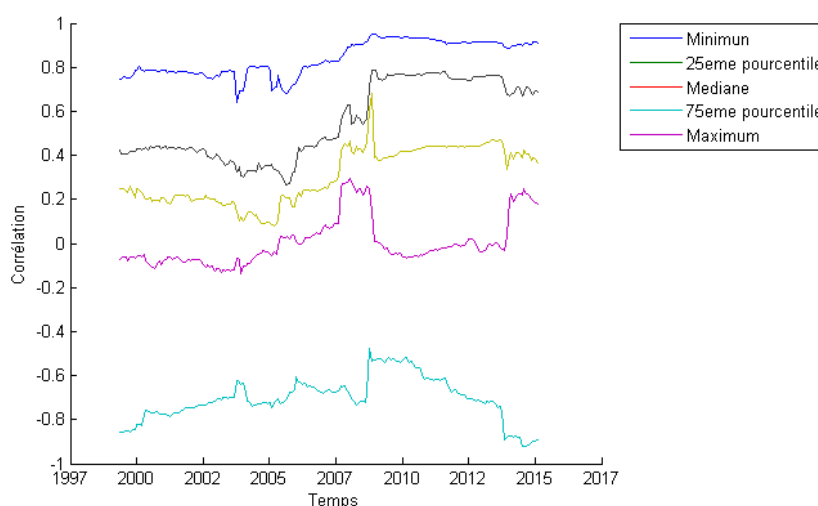
En ce qui concerne la kurtosis, les seules stratégies à bénéficier d'un coefficient inférieur à 3 sont les stratégies short-bias et managed futures. Les stratégies convertible arbitrage, fixed income arbitrage et equity market neutral ont des coefficients d'aplatissement nettement supérieurs à 3.

Toutes les stratégies, à l'exception de managed futures, rejettent l'hypothèse de normalité en utilisant un test de Jarque-Bera avec un intervalle de confiance de 95%.

Les stratégies étudiées sont également hétérogènes en terme de drawdown. Les stratégies short bias, emerging markets et equity market neutral ont des drawdowns supérieurs à 45%, tandis que les stratégies managed futures, event-driven et long-short equity ont des drawdowns inférieurs à 25%.

Afin de pouvoir attester du caractère dynamique de la corrélation, nous avons réalisé une analyse mouvante de la corrélation entre les actifs (voir figure 4) comme l'ont fait Bruder, Darolles, Koudiraty et Roncalli (2011).

FIGURE 4: Quartiles des corrélations



Chaque ligne représente un quartile de la distribution des corrélations entre actifs. Les corrélations entre actifs apparaissent généralement biaisées vers le haut, la médiane des corrélations oscillant entre 20% et 40%. Ces chiffres nous apportent plus d'informations quant au potentiel de diversification dans un fonds de hedge funds. Cependant, nous attirons l'attention du lecteur sur l'instabilité de ces courbes et sur la nécessité de tenir compte du caractère dynamique de la corrélation. Nous tacherons d'en tenir compte grâce aux méthodes EWMA et régime switching.

## 9 Analyse in-sample

Dans le but de mieux comprendre les différences entre les méthodes présentées dans la partie théorique, nous allons maintenant analyser en profondeur l'allocation réalisée ainsi que les caractéristiques de chaque méthode. Pour ce faire, nous avons déterminé une période in-sample de 5 ans, s'étirant du 6 avril 1994 au 6 avril 1999. Nous disposons donc de 60 rendements par stratégie. Cette période a été choisie de manière arbitraire afin d'avoir le plus de données possible pour la méthode de régime switching.

Notre but ici n'est pas d'analyser la performance de chaque stratégie mais de comparer l'allocation stratégique de chaque méthode avec celle réalisée par la théorie de Markowitz. Certaines hypothèses ont été formulées dans la présentation des méthodes, nous essaierons de les vérifier.

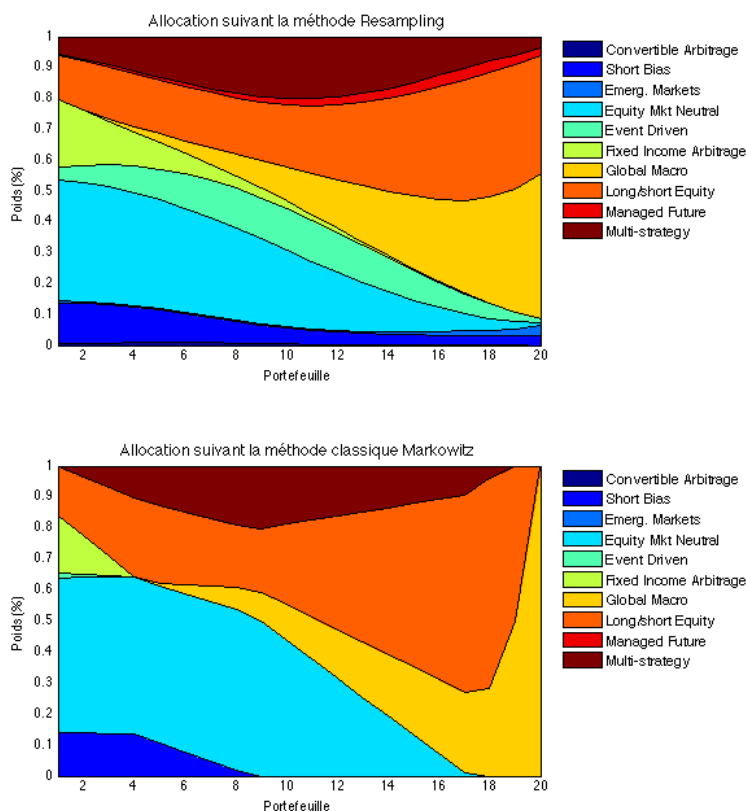
Chaque méthode analyse la composition de 20 portefeuilles situés sur la frontière efficiente, le premier étant le portefeuille de variance minimum, le dernier étant le portefeuille offrant le meilleur rendement attendu. Pour chaque méthode nous comparons la composition de ces portefeuilles avec la composition des portefeuilles issus de la méthode classique.

### 9.1 Méthode resampling

L'objectif avoué d'une méthode de resampling est de diminuer le risque d'estimation particulièrement important lorsque les données pour estimer les paramètres sont peu nombreuses. Pour cette analyse in-sample nous avons choisi de réaliser 1000 tirages différents. Les résultats sont visibles dans la figure 5 ci-après. Cette figure illustre l'allocation réalisée pour chaque portefeuille sur la frontière efficiente, le portefeuille 1 étant le portefeuille avec la variance minimum et le portefeuille 20 celui avec le rendement attendu maximum. Le cadre du dessus représente l'allocation selon la méthode resampling tandis que le cadre du dessous représente l'allocation selon la méthode de Markowitz.

Comme prédit dans l'analyse théorique, l'allocation issue de la méthode de resampling est plus fluide et diversifiée que l'allocation issue de la méthode de Markowitz (voir figure 5).

FIGURE 5: Comparaison d'allocation



Certaines stratégies qui n'entrent pas dans les portefeuilles réalisés par Markowitz font leur apparition dans le portefeuille réalisé par la méthode de resampling. Citons par exemple les stratégies event-driven et managed futures. Le portefeuille de rendement maximal contient nettement plus d'actifs dans la méthode de resampling que dans la méthode de Markowitz, qui n'en contient qu'un seul.

En plus de faire entrer certaines stratégies dans les compositions de portefeuilles, la méthode de resampling mène à une plus forte diversification aussi bien pour les portefeuilles à faible risque attendu que pour les portefeuilles à rendement attendu élevé.

Troisièmement, la méthode de resampling fluidifie les différences entre portefeuilles de rapport

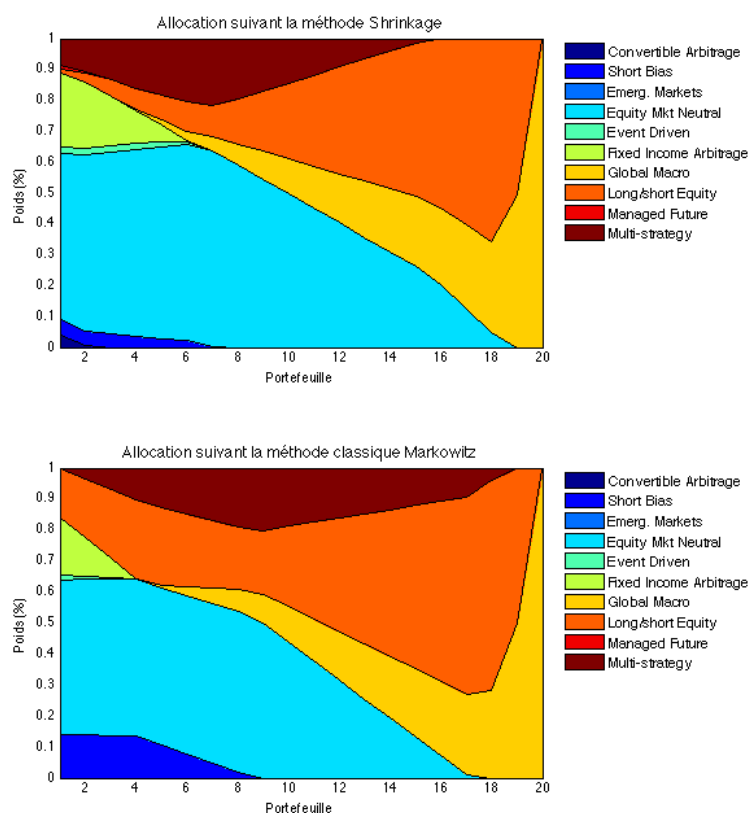
rendement/risque différents. Un changement de profil de risque ne mène pas un changement radical dans le portefeuille.

La méthode de resampling semble donc mener à des portefeuilles plus diversifiés et à une allocation plus fluide entre les différents portefeuilles composant la frontière efficiente.

## 9.2 Méthode shrinkage

A l'instar de la méthode de resampling, la méthode de shrinkage tente également de réduire le risque d'estimation cette fois-ci en utilisant une combinaison linéaire entre un estimateur structuré et la matrice de covariance de l'échantillon.

FIGURE 6: Comparaison d'allocation

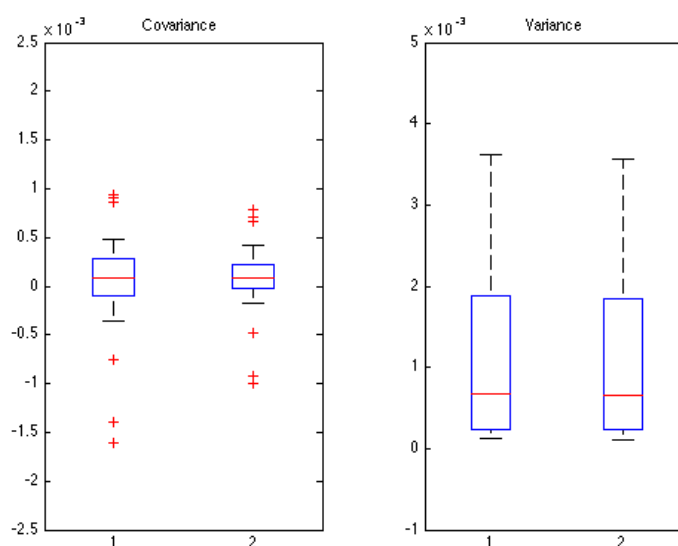


L'allocation issue de la méthode de shrinkage est dévoilée ci-dessus. Le premier cadre montre l'allocation issue de cette méthode tandis que le cadre du bas montre l'allocation issue de la méthode de Markowitz (voir figure 6). Au contraire de la méthode de resampling, l'allocation optimale selon la méthode de shrinkage résulte en une allocation relativement semblable à l'allocation résultante de la méthode de Markowitz. La tendance générale entre les méthodes shrinkage et Markowitz est semblable. L'univers d'investissement entre les deux méthodes est semblable (à l'exception d'un faible investissement dans la stratégie convertible arbitrage dans l'univers de la méthode de shrinkage).

La matrice de covariance utilisée dans cette allocation est issue d'une combinaison linéaire entre un estimateur structuré et la matrice de covariance de l'échantillon. Le paramètre de rétrécissement a été estimé par la fonction de notre code à 28%.

Il nous reste à vérifier l'objectif poursuivi par la méthode de shrinkage : réduire les valeurs extrêmes de la matrice variance-covariance de l'échantillon. Pour ce faire nous avons comparé les variances et covariances issues des deux matrices (échantillon et shrinkage) grâce à des boîtes à moustaches (voir figure 7). L'axe des abscisses représente la méthode utilisée, 1 étant la méthode Markowitz et 2 la méthode shrinkage.

FIGURE 7: Comparaison variance et covariance



Le résultat est en ligne avec ce qui est attendu de la méthode. Les covariances les plus irrégulières ont été réduites vers la médiane. Les 25ème et 75ème quartiles ont également été rapprochés de la médiane. La méthode de shrinkage n'a cependant pas eu d'effet significatif sur les variances des différentes stratégies.

Malgré ces réductions dans les covariances les plus extrêmes, l'allocation résultante n'en est pas fortement impactée. Une analyse out-of-sample nous permettra de mieux attester du bénéfice de cette méthode.

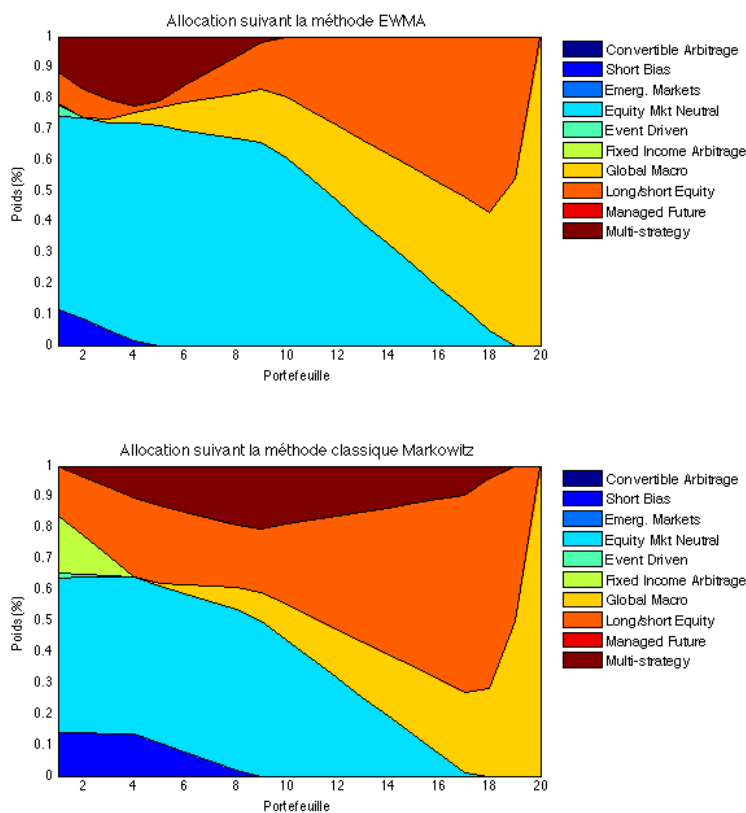
### 9.3 Méthode EWMA

La méthode EWMA propose une manière dynamique pour estimer la matrice de variance-covariance. En effet, celle-ci donne plus de poids aux informations récentes qu'aux informations anciennes dans le calcul de la matrice de variance-covariance.

L'allocation issue de la méthode de EWMA (voir figure 8 ci-après) semble fort concentrée dans la stratégie equity market neutral pour les portefeuilles à risque faible avec un poids aux alentours de 60% pour le portefeuille minimum-variance.

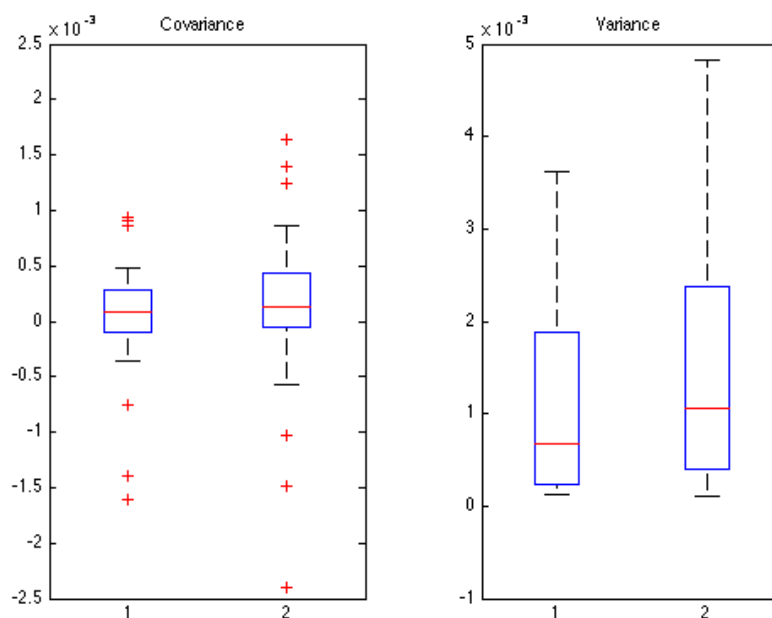
Contrairement à la méthode de resampling, la méthode EWMA mène à une diminution de la diversification.

FIGURE 8: Comparaison d'allocation



Comparons maintenant le niveau des variances et covariances issus de la méthode EWMA avec ceux issus de la méthode de Markowitz à l'aide de boîtes à moustaches (voir figure 9). L'axe des abscisses représente la méthode utilisée, la méthode de Markowitz étant représentée par le numéro 1 et la méthode EWMA par le numéro 2.

FIGURE 9: Comparaison variance et covariance

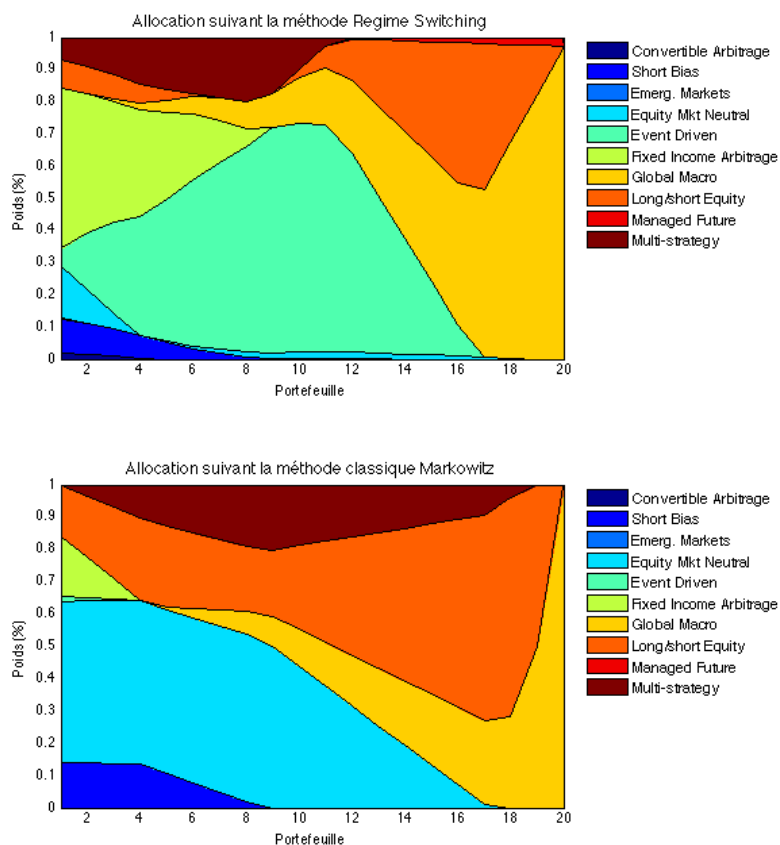


Contrairement à la méthode de shrinkage, les covariances entre stratégies ont augmenté avec cette méthode. Les valeurs extrêmes ainsi que les quartiles sont maintenant plus écartés de leur médiane. En termes de variances, celles-ci sont également plus élevées qu'avec la méthode classique de Markowitz.

## 9.4 Méthode régime switching

La méthode régime switching part du constat que la matrice de variance-covariance est incorrectement estimée par la matrice de covariance de l'échantillon. Pour cette méthode, les variances, covariances et rendements des stratégies sont différents en fonction du régime en vigueur. Il importe donc d'estimer ces paramètres séparément afin de pouvoir calculer les poids optimaux dans chaque régime. Enfin, une espérance des poids est réalisée en tenant compte des probabilités d'être dans chaque régime à la période suivante.

FIGURE 10: Comparaison d'allocation

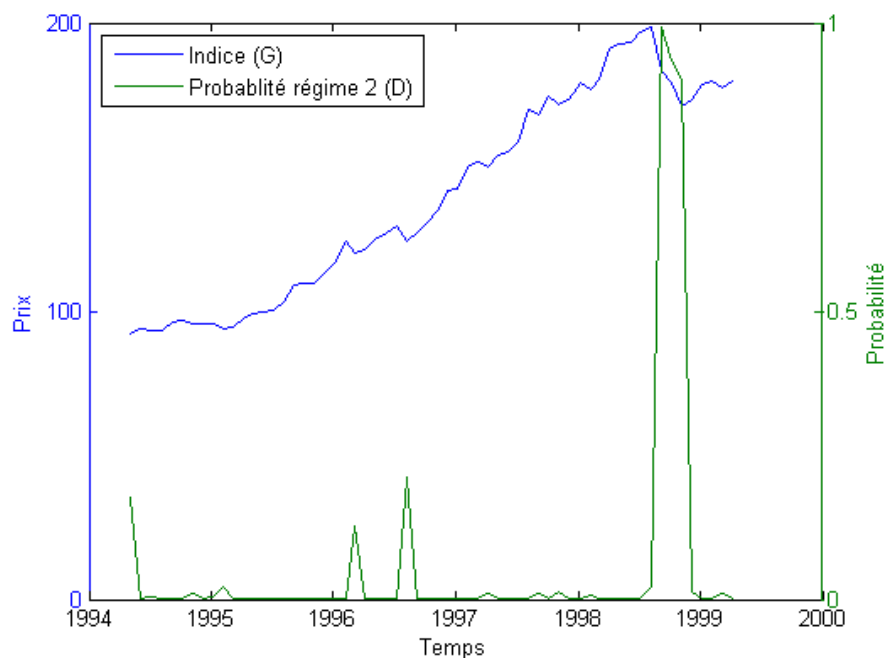


L'allocation réalisée par cette méthode (voir figure 10) est radicalement différente de l'allocation réalisée par la méthode de Markowitz. La stratégie event-driven fait son apparition dans les portefeuilles à faible risque et devient une part importante du portefeuille (plus ou moins 70%) pour les portefeuilles intermédiaires. La stratégie global macro reste la stratégie préférée pour le portefeuille à rendement attendu élevé. La stratégie fixed-income arbitrage prend une place importante dans les portefeuilles à risque attendu faible si on la compare à la stratégie equity market neutral qui passe maintenant au second plan.

La procédure du régime switching a séparé en deux la période étudiée (voir figure 11). A chaque instant étudié, la probabilité d'être dans un régime la plus grande définit si le rende-

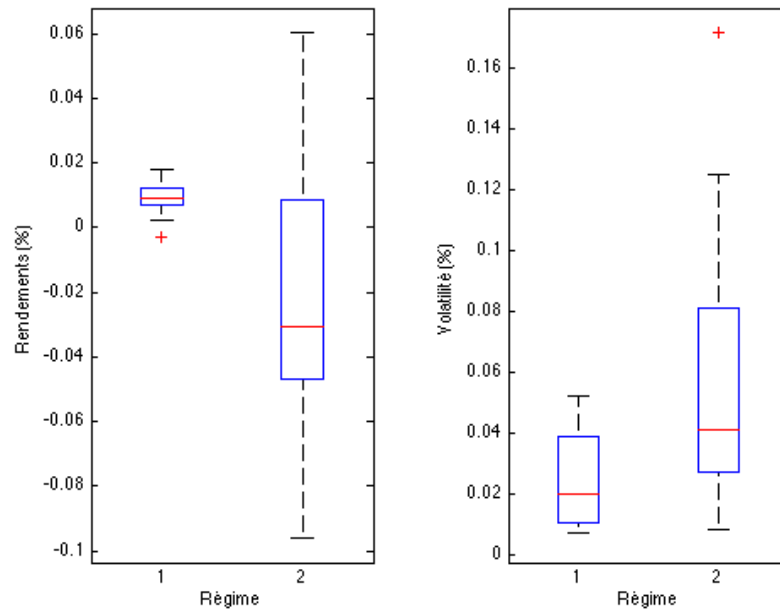
ment de l'instant étudié appartient au régime 1 ou 2.

FIGURE 11: Probabilité d'être dans un régime



La durée du régime 2 est de 3 périodes. Ceci amène quelques doutes quant à la validité de la matrice de covariance estimée pour ce régime vu le faible nombre de données. Les rendements associés au régime 2 sont en moyenne négatifs (-2,3% de moyenne). Au contraire, les rendements sont en moyenne positifs pour les rendements appartenant au régime 1 (0,8% en moyenne). Les volatilités sont également plus élevées dans le régime 2 (6,1% en moyenne) si on les compare au régime 1 (2,5% en moyenne). Nous renvoyons le lecteur à la figure 12 ci-après pour plus de détails.

FIGURE 12: Comparaison variance et covariance



Suite à l'analyse in-sample que nous avons réalisée, notre code détermine la probabilité que la période suivante appartienne au régime 1 à 97% et à 3% pour le régime 2.

## 10 Analyse out-of-sample

Le but de cette dernière partie est d'analyser la performance des différents portefeuilles que nous avons construits sur une période allant du 6 avril 1999 au 6 février 2015. Comme Petitjean et Delcourt (2011) l'ont réalisé dans leur étude, nous allons focaliser notre analyse sur trois portefeuilles situés sur la frontière efficiente. Le premier cherche à minimiser le risque. Le dernier cherche à maximiser le rendement attendu. Le deuxième cherche à se situer entre les deux à un niveau de rendement attendu intermédiaire. Nous avons calculé ces trois portefeuilles pour toutes nos méthodes (classical, shrinkage, resampling, EWMA et régime switching). Afin de comparer les performances, nous avons également étudié la performance d'une méthode allouant un poids identique à chaque stratégie (equally weighted) ainsi que la performance de l'indice global fourni par Credit Suisse Hedge Index.

Les portefeuilles analysés sont re-balancés chaque mois et sont calculés à l'aide de l'information disponible à cet instant.

Dans la suite de notre analyse, nous analyserons les portefeuilles en fonction de leur niveau de risque.

Pour chaque niveau de risque (minimum variance, risque intermédiaire et maximum return), nous analyserons le rendement moyen mensuel, l'écart-type, la kurtosis, la skewness, le sharpe ratio, la VaR modifiée, le maximum drawdown (MDD dans la suite de ce mémoire) et le return over maximum drawdown (romad dans la suite de ce mémoire). Nous comparerons ces portefeuilles entre eux et les confronterons également à l'index. Nous illustrons également l'allocation de nos portefeuilles au cours du temps.

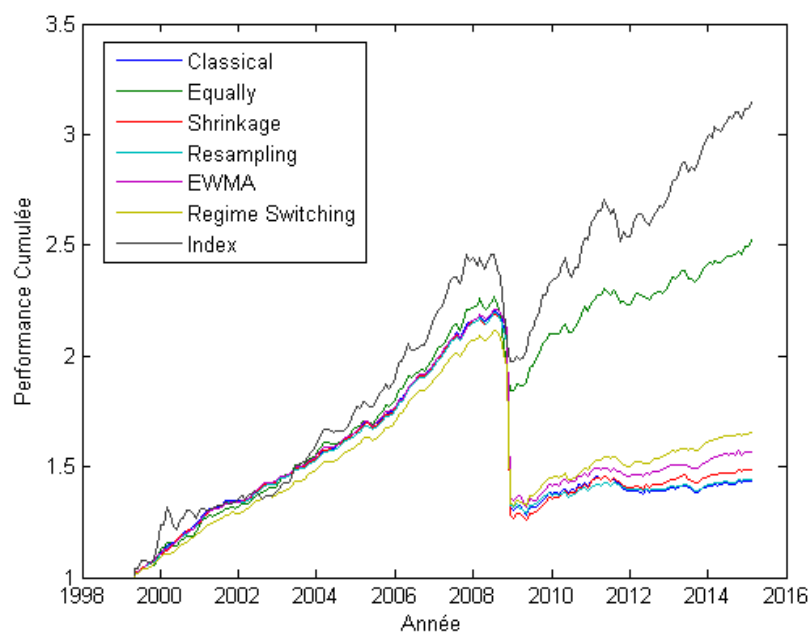
## 10.1 Analyse de la performance des portefeuilles minimum variance

TABLE 2: Statistiques de base portefeuille minimum variance

Risk level 1	Rendement	Ecart-type	Kurt	Skew	Sharpe	MVaR	MDD	Romad
Classical	0,24%	2,84%	161	-12,2	0,085	2,7%	44,6%	0,0054
Shrinkage	0,27%	2,93%	165	-12,4	0,090	3,1%	45,2%	0,0059
Resampling	0,24%	2,74%	160	-12,1	0,088	2,6%	44,5%	0,0054
EWMA	0,29%	2,75%	163	-12,3	0,104	2,8%	42,9%	0,0066
Switching	0,30%	2,44%	153	-11,7	0,123	1,8%	40,2%	0,0075
Equally	0,50%	1,22%	12	-1,9	0,408	-1,8%	20,3%	0,0244
Index	0,62%	1,75%	8	-0,2	0,353	-2,2%	21,3%	0,0290

Le constat est frappant. La gestion active a détruit de la valeur pour les investisseurs présents dans cette classe de risque. Comme vous pouvez le constater dans le tableau 2, c'est l'index qui sur-performe tous les autres portefeuilles en termes de rendement. Sur la figure 13, nous pouvons voir en graphique le rendement cumulé de chaque portefeuille. Il est aisé de voir que l'index offre le plus haut rendement.

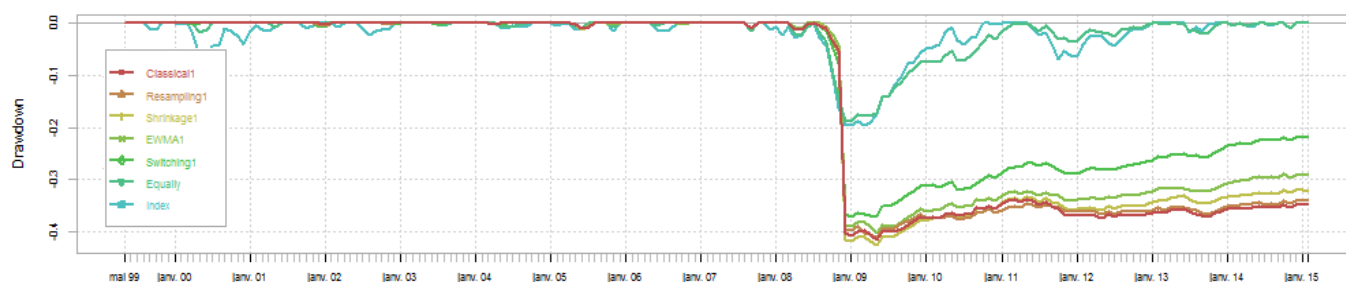
FIGURE 13: Performance cumulée des portefeuilles minimum variance



Vous pouvez également voir dans la table 2 qu'en termes de ratio des portefeuilles issus de la gestion active, c'est la méthode classique de Markowitz qui offre le ratio le plus faible. L'implémentation des méthodes présentées dans la première partie de ce mémoire a donc été bénéfique dans la création de nos portefeuilles.

Nous pouvons également voir sur le graphique de la figure 14 l'impact négatif de la crise sur les performances de ces portefeuilles. Notons que l'impact a été plus important sur les portefeuilles issus d'une gestion active que sur ceux issus d'une gestion passive (equally et index). Nous pouvons aussi remarquer que les gestions passives ont pu récupérer leur performance initiale après leur drawdown. Par contre, les gestions actives n'en sont pas encore sorties.

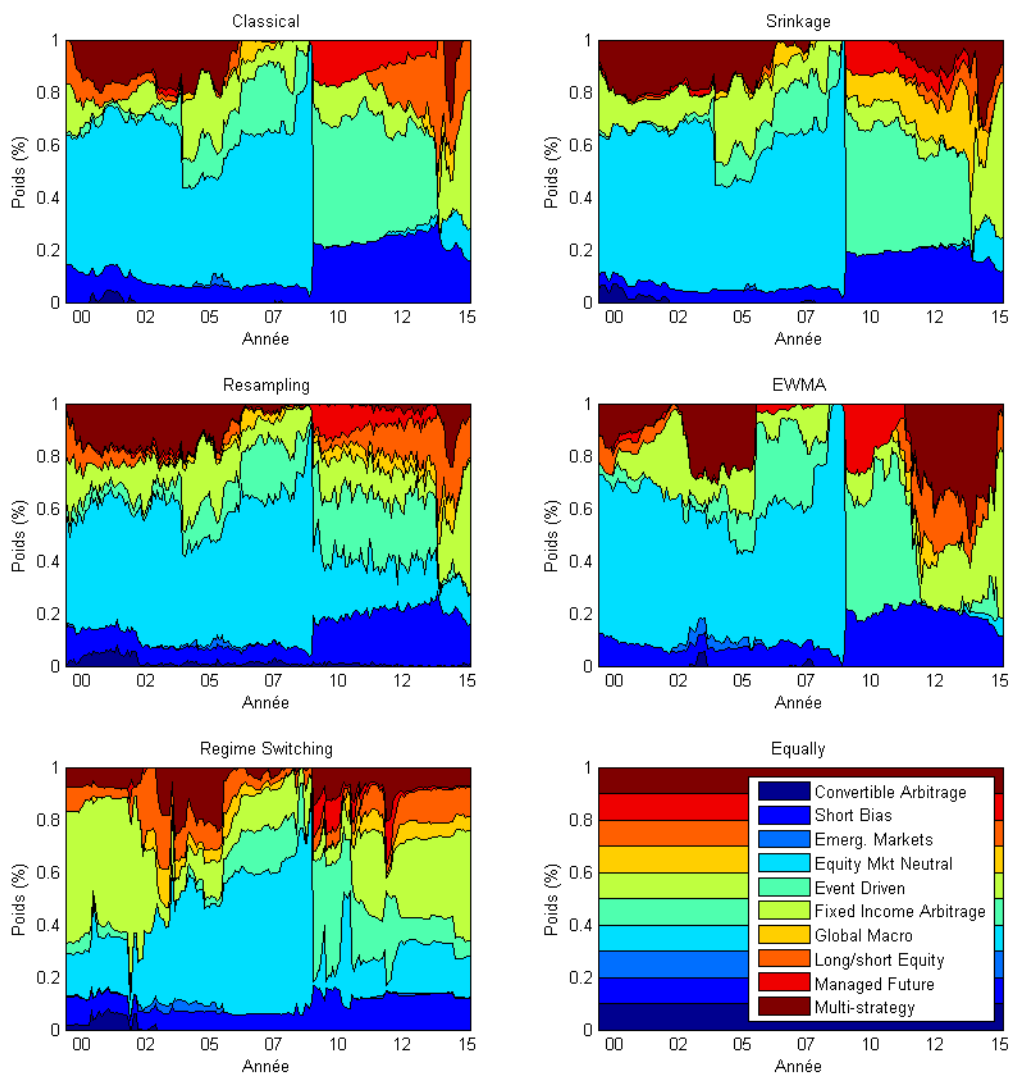
FIGURE 14: Drawdown portefeuille minimum variance



En ce qui concerne les kurtosis, nous remarquons que tous les portefeuilles, excepté l'index et l'équipondéré, en possèdent de très élevées.

Sur la figure 15 ci-après, vous pouvez voir l'allocation de nos portefeuilles minimum variance au fil des mois.

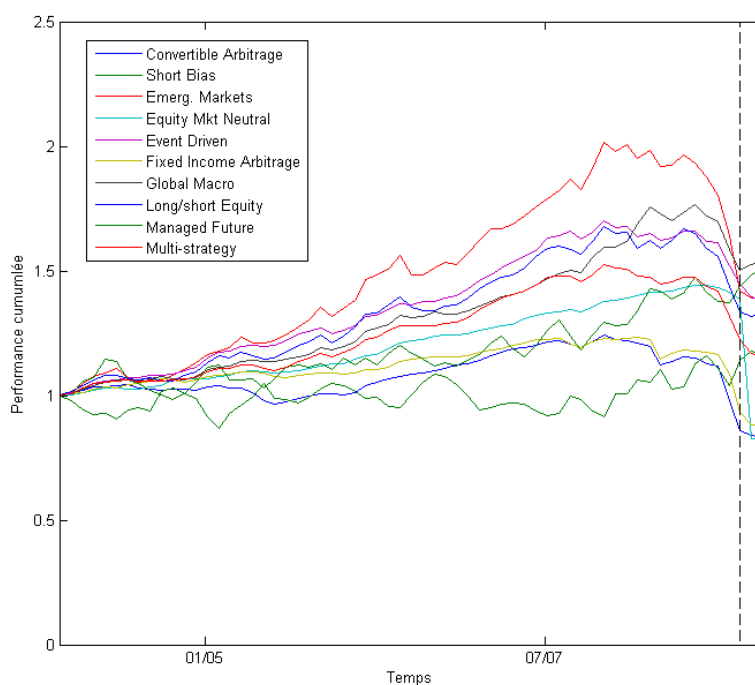
FIGURE 15: Allocation temporelle



Comme vous pouvez le constater sur la figure 15, le hedge fund equity market neutral a une grande importance dans l'allocation de nos portefeuilles. Pour comprendre la raison derrièrre la concentration des méthodes dans une stratégie, il est intéressant de se replonger dans la suite d'événements qui ont conduit à cette allocation. Le but de ce premier type de portefeuille

est de minimiser le risque, nous pensons donc que tous ces portefeuilles ont investi dans cette stratégie suite à son caractère stable et peu volatile avant la crise de 2008. En effet, comme l'illustre le graphique 16 ci-après, cette stratégie semble moins volatile que les autres avant 2008. Toutes les stratégies autres que l'equity market neutral ont été affectées plus rapidement par la crise. Cette stabilité et ce retard face à la crise ont poussé nos méthodes à surpondérer l'allocation faite à cette stratégie. Mais en 2008, cette stratégie a été l'une des plus affectée par la crise. C'est suite à ce surinvestissement dans cette stratégie, qui a été fortement affectée par la crise, que la kurtosis de nos portefeuilles est si élevée. C'est également cette raison qui crée des statistiques semblables pour nos portefeuilles issus de la gestion active.

FIGURE 16: Performance des stratégies pré-crise



En ce qui concerne le normal sharpe ratio, c'est le portefeuille équipondéré qui surperforme tous les autres portefeuilles, dont l'index.

En ce qui concerne la VaR modifiée, comme expliqué plus tôt dans ce mémoire, il nous semble que celle-ci soit biaisée. Après vérification de la condition d'utilisation de Cornish-Fisher, nous ne pouvons pas l'utiliser. Le maximum drawdown nous semble dès lors une mesure de risque plus appropriée. La mesure de performance qui nous intéresse le plus est donc le romad exprimant le rendement par unité de maximum drawdown. Comme vous pouvez le constater, c'est la gestion passive qui l'emporte encore une fois. La gestion passive semble donc plus efficace lorsque l'objectif est de minimiser le risque.

Pour conclure sur le portefeuille minimum variance le plus performant issu de la gestion active, nous allons ici tenir compte du turnover comme expliqué plus tôt dans ce mémoire. Vous pouvez remarquer dans le tableau 3 ci-dessous que les méthodes resampling et régime

TABLE 3: Turnover et nouvel indicateur

Risk level 1	Romad	Turnover	Nouvel indicateur
Classical	0,0054	4%	0,126
Shrinkage	0,0059	4%	0,145
Resampling	0,0054	7%	0,078
EWMA	0,0066	5%	0,130
Switching	0,0075	6%	0,130

switching créent le plus grand turnover. Ceci est en lien avec le graphique d'allocation au cours du temps (voir figure 15). Vous pouvez en effet voir sur ce graphique de grandes variations dans les poids au cours du temps. Pour déterminer lequel de ces portefeuilles issus de la gestion active est le plus performant, il nous a semblé judicieux de créer un nouveau ratio tenant compte du turnover dans l'indicateur de performance. Nous appelons cet indicateur "nouvel indicateur". Il est défini comme suit :

$$\text{Nouvel indicateur} = \frac{\text{Romad}}{\text{Turnover}}$$

Le portefeuille actif le plus performant est donc le portefeuille qui suit une méthode shrinkage. La méthode de régime switching et de EWMA sont côte-à-côte avec un ratio de 0,130. Comme vous pouvez voir dans la table 3 ci-dessus, la méthode resampling possède un ratio relativement faible par rapport aux autres. Ceci est dû au fait que cette méthode crée un

turnover très élevé comparé aux autres et possède un romad relativement faible.

## 10.2 Analyse de la performance des portefeuilles risque intermédiaire

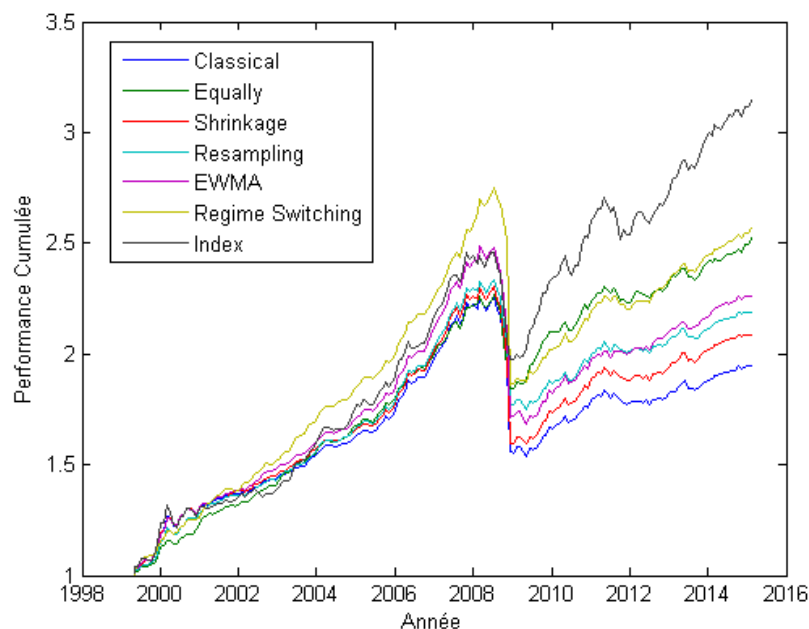
TABLE 4: Statistiques de base portefeuilles risque intermédiaire

Risk level 2	Rendement	Ecart-type	Kurt	Skew	Sharpe	MVaR	MDD	Romad
Classical	0,37%	1,96%	66	-6,2	0,189	-2,4%	35,6%	0,0104
Shrinkage	0,41%	1,93%	66	-6,2	0,211	-2,3%	34,2%	0,0119
Resampling	0,43%	1,54%	44	-4,5	0,277	-2,2%	27,6%	0,0154
EWMA	0,45%	1,88%	56	-5,6	0,239	-2,5%	36,5%	0,0123
Switching	0,53%	2,18%	121	-9,8	0,240	0,0%	34,9%	0,0151
Equally	0,50%	1,22%	12	-1,9	0,408	-1,8%	20,3%	0,0244
Index	0,62%	1,75%	8	-0,2	0,353	-2,2%	21,3%	0,0290

Comme l'illustre la table 4 ci-dessus, le portefeuille régime switching et l'index offrent les plus hauts rendements moyens mensuels. Nous remarquons également que les méthodes implémentées permettent d'augmenter le rendement par rapport à une méthode classique de Markowitz. En effet, cette méthode classique offre le romad le plus faible. Nous pouvons donc conclure que l'implémentation des différentes méthodes rajoutent de la valeur à nos portefeuilles.

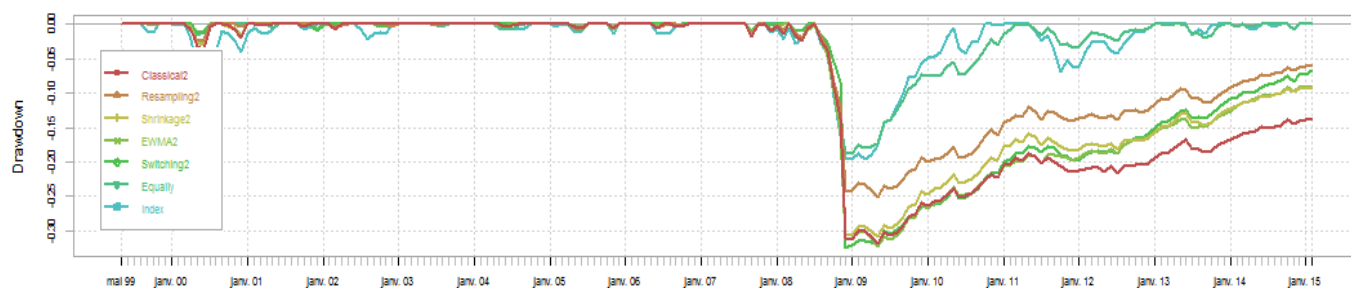
Nous constatons également sur le graphique 17 ci-après que le portefeuille suivant la stratégie régime switching surperforme en termes de rendements les autres portefeuilles avant la crise. Même si le portefeuille régime switching offre un bon rendement mensuel, celui-ci ne possède pas un romad plus élevé que les portefeuilles issus d'une gestion passive étant donné que son MDD est relativement élevé. En conclusion, la gestion passive performe donc mieux que nos gestions actives et offre un romad plus élevé.

FIGURE 17: Performance cumulée des portefeuilles risque intermédiaire



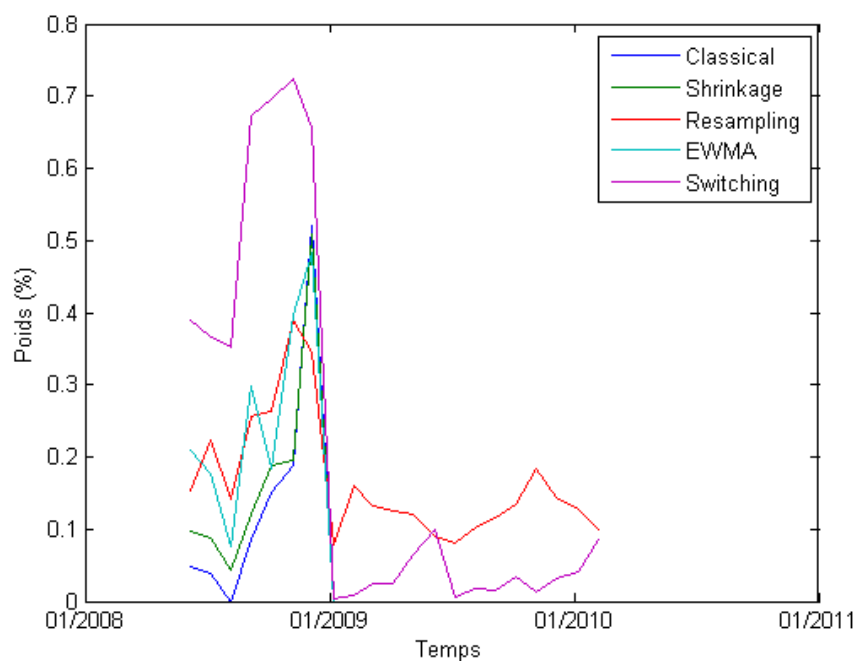
En ce qui concerne le drawdown, nous remarquons encore l'impact flagrant de la crise sur nos portefeuilles. Comme pour les portefeuilles minimum variance, l'index et le portefeuille équi pondéré sont les seuls à avoir su sortir de leur drawdown. Nous visualisons également que les drawdowns ont été moins importants que pour les portefeuilles minimum variance (voir figure 18).

FIGURE 18: Drawdown des portefeuilles risque intermédiaire



Par rapport aux portefeuilles minimum variance, nous constatons que la kurtosis de nos portefeuilles issus de la gestion active est beaucoup moins élevée excepté pour le portefeuille régime switching. Ceci s'explique par l'allocation faite par les gestions actives dans la stratégie equity market neutral. Le graphique 19 ci-après illustre cette allocation au cours du temps durant la période pré-après crise.

FIGURE 19: Evolution des poids alloués à la stratégie equity market neutral pré-après crise

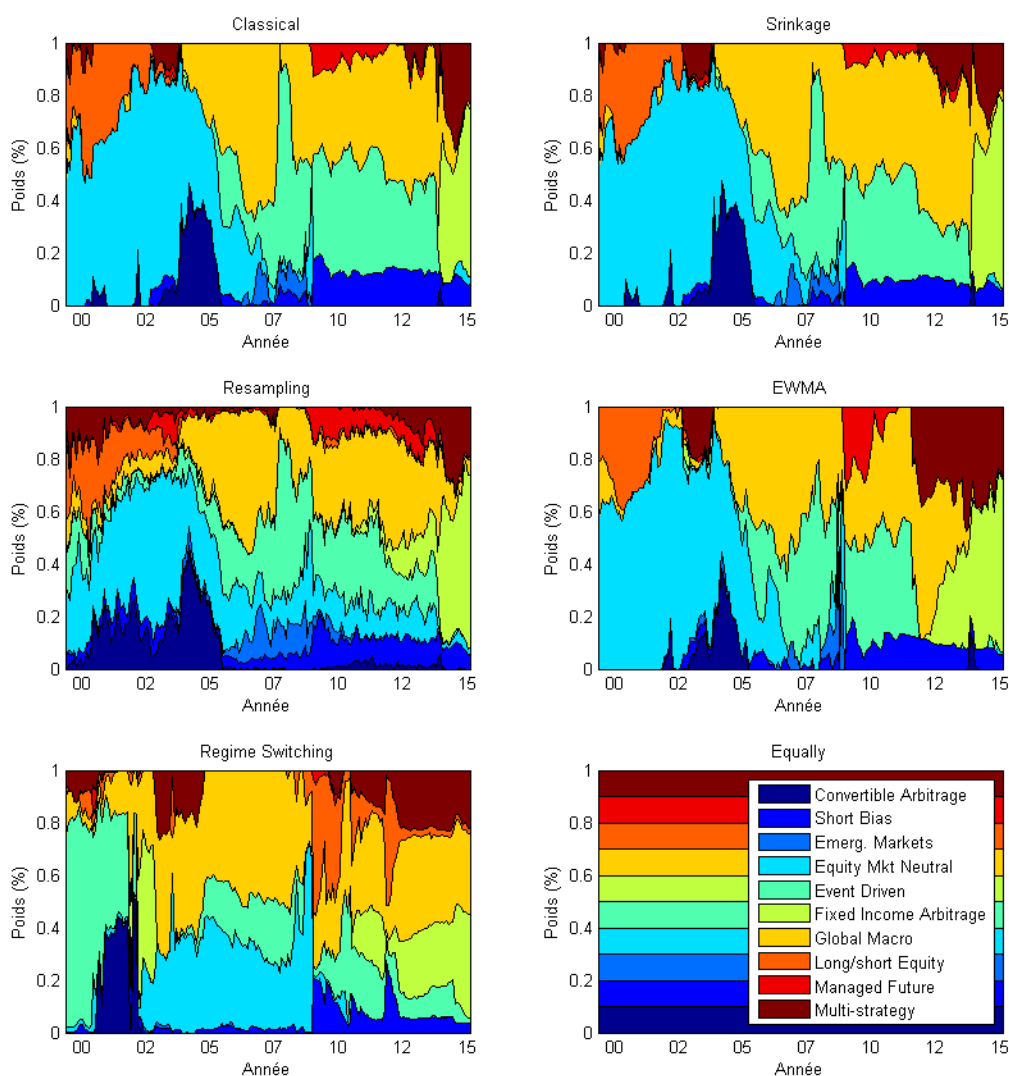


Vous pouvez remarquer que toutes les méthodes investissent moins dans la stratégie equity market neutral que la méthode régime switching. Ceci explique le fait que la kurtosis de ce portefeuille soit beaucoup plus élevée que celle des autres portefeuilles vu que l'equity market neutral a été fortement affecté par la crise comme précisé dans le point 10.1.

Sur le graphique général reprenant l'allocation faite par nos portefeuilles (figure 20 ci-après), vous pouvez également constater que l'allocation dans la stratégie equity market neutral est plus faible que dans les portefeuilles minimum variance. Ceci explique pourquoi le MDD de nos portefeuilles risque intermédiaire a baissé par rapport aux portefeuilles minimum va-

riance. Sur ce graphique, nous remarquons également que la diversification de nos portefeuilles semble plus importante que celle de nos portefeuilles minimum variance.

FIGURE 20: Allocation temporelle



Le rendement de nos stratégies risque intermédiaire a augmenté comparé aux stratégies minimum variance. Nous constatons également que l'écart-type a diminué. Ces constats sont

eux aussi liés au changement d'allocation fait dans la stratégie equity market neutral.

Comme pour l'analyse des portefeuilles minimum variance, nous ne pouvons malheureusement pas utiliser la VaR modifiée car nos rendements ne respectent pas la condition nécessaire et suffisante de l'utilisation de l'extension de Cornish-Fisher.

Pour déterminer lequel des portefeuilles issus de la gestion active est le plus performant, vous trouvez ci-dessous un tableau (voir table 5) reprenant le romad (rendement par unité de maximum drawdown), le turnover et finalement notre "nouvel indicateur" (comme expliqué dans le point 10.1).

TABLE 5: Turnover et nouvel indicateur

Risk level 2	Romad	Turnover	Nouvel indicateur
Classical	0,0104	7%	0,152
Shrinkage	0,0119	6%	0,188
Resampling	0,0154	10%	0,150
EWMA	0,0123	8%	0,159
Switching	0,0151	8%	0,179

Nous voyons que les romads ont augmenté par rapport aux portefeuilles minimum variance. Nous faisons le même constat pour le turnover. Celui-ci a, en effet, augmenté. La figure 20 de la page précédente l'illustre clairement. Les variations de poids alloués aux différentes stratégies sont beaucoup plus récurrentes et importantes si on les compare aux allocations faites dans nos portefeuilles minimum variance. Le portefeuille de la gestion active ayant le plus grand nouvel indicateur est le portefeuille shrinkage et ce, grâce à son turnover relativement faible comparé aux autres. Le plus éloigné est le portefeuille suivant une méthode de resampling. Celui-ci possède en effet le plus haut turnover provoquant un nouvel indicateur relativement faible.

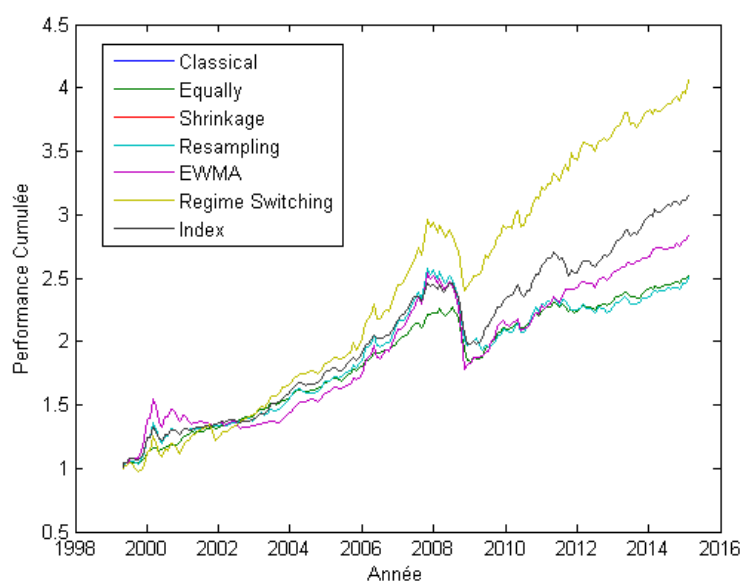
### 10.3 Analyse de la performance des portefeuilles maximum rendement

TABLE 6: Statistiques de base portefeuilles maximum rendement

Risk level 3	Rendement	Ecart-type	Kurt	Skew	Sharpe	MVaR	MDD	Romad
Classical	0,58%	2,59%	12	-0,2	0,226	-3,3%	33,4%	0,0175
Shrinkage	0,58%	2,59%	12	-0,2	0,226	-3,3%	33,4%	0,0175
Resampling	0,51%	2,15%	8	0,2	0,236	-2,7%	28,0%	0,0181
EWMA	0,58%	2,59%	12	-0,2	0,226	-3,3%	33,4%	0,0175
Switching	0,77%	2,30%	6	0,0	0,334	-2,8%	20,2%	0,0379
Equally	0,50%	1,22%	12	-1,9	0,408	-1,8%	20,3%	0,0244
Index	0,62%	1,75%	8	-0,2	0,353	-2,2%	21,3%	0,0290

Comme vous pouvez le constater dans la table 6 et le graphique 21, le portefeuille maximum rendement suivant une stratégie de régime switching surperforme tous les autres portefeuilles. De plus, ce portefeuille surperforme tous les autres en termes de romad. De toutes les analyses out-of-sample que nous avons réalisées, c'est la seule fois qu'un de nos portefeuilles issus de la gestion active « bat » la gestion passive.

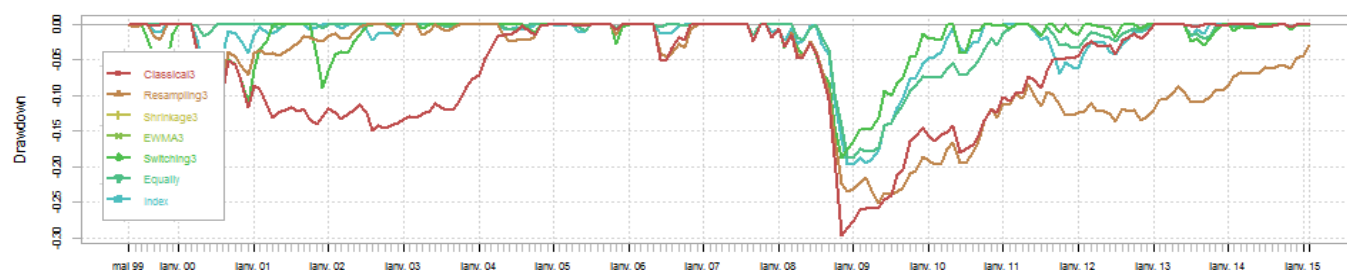
FIGURE 21: Performance cumulée des portefeuilles maximum rendement



En termes de romad de nos portefeuilles issus de la gestion active, nous constatons que l'implémentation des méthodes autres que la méthode classique a été bénéfique. En effet, vous pouvez voir dans la table 6 de la page précédente que les méthode régime switching et resampling offrent un romad plus grand.

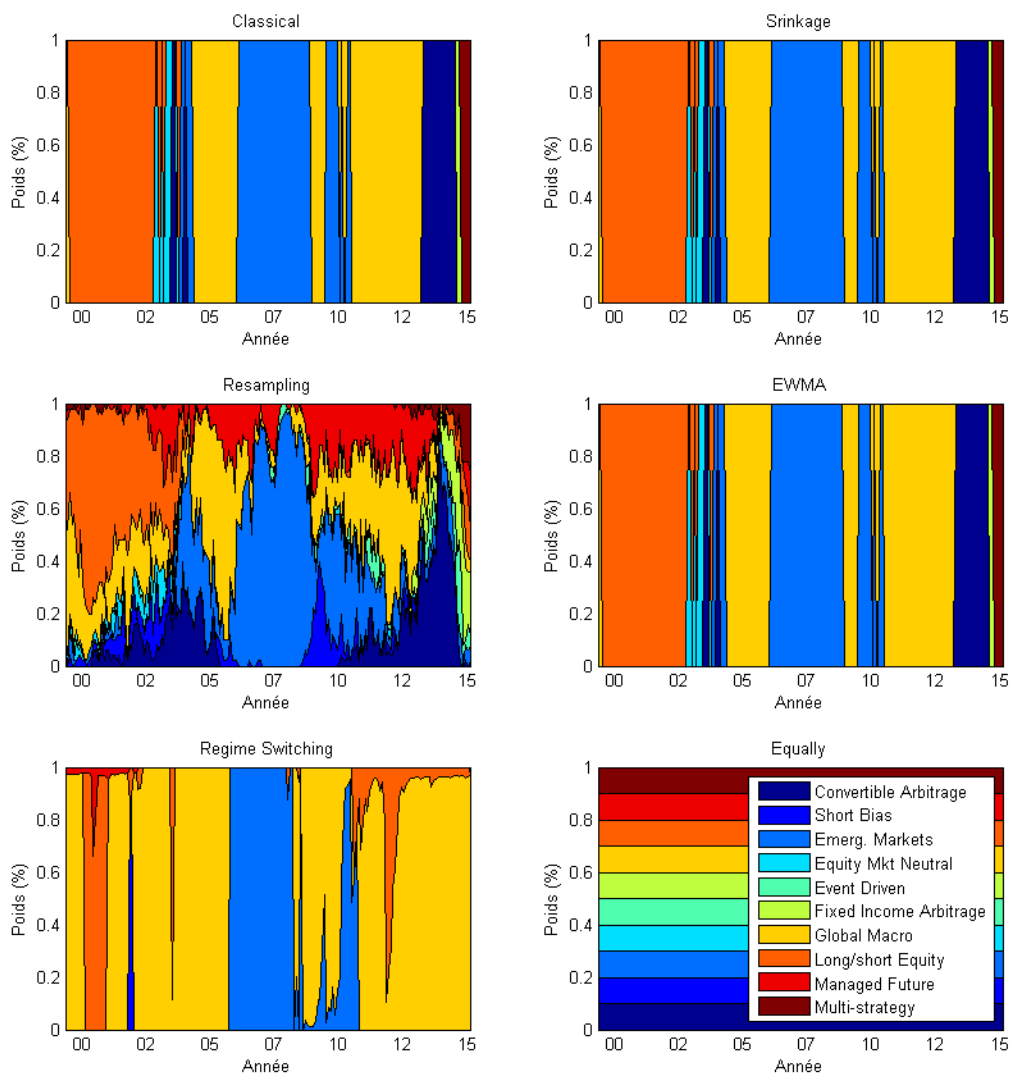
En termes de drawdown, vous pouvez voir sur le graphique 22 que tous les portefeuilles issus de la gestion active, excepté le portefeuille de resampling, ont su cette fois-ci sortir de leur drawdown.

FIGURE 22: Drawdown des portefeuilles maximum rendement



Nous remarquons, par ailleurs, que toutes les statistiques de base des méthodes classical, shrinkage et EWMA sont les mêmes. Vous pouvez voir sur le graphique 23 ci-après que les allocations sont également identiques. Ceci nous semble normal. En effet, la matrice variance-covariance n'étant plus un facteur d'influence pour ces méthodes étant donné que l'objectif est de maximiser le rendement, le seul input nécessaire est l'estimation du rendement qui est réalisée de la même manière par ces 3 méthodes. Il est donc tout à fait logique que les portefeuilles présentent des allocations semblables et par conséquent des caractéristiques identiques.

FIGURE 23: Allocation temporelle



Dans le graphique 23, représentant l'allocation de nos portefeuilles maximum rendement, nous remarquons qu'à l'exception du portefeuille suivant une méthode resampling, les autres portefeuilles sont extrêmement concentrés sur certains actifs. Les portefeuilles créés ne semblent pas très diversifiés.

Pour terminer l'analyse out-of-sample des portefeuilles maximum rendement issus de la gestion active, jetons un coup d'œil au turnover et au « nouvel indicateur ». Ces données sont résumées dans la table 7 ci-dessous. Comme vous pouvez le voir, les turnovers ont augmenté

TABLE 7: Turnover et nouvel indicateur

Risk level 3	Romad	Turnover	Nouvel indicateur
Classical	0,0175	13%	0,138
Shrinkage	0,0175	13%	0,138
Resampling	0,0181	17%	0,105
EWMA	0,0175	13%	0,138
Switching	0,0379	9%	0,400

par rapport aux portefeuilles risque intermédiaire. Les variations dans l'allocation de nos actifs n'ont pas été aussi fréquentes mais les changements ont été radicaux (voir figure 23 de la page précédente). En ce qui concerne le nouvel indicateur, c'est le portefeuille régime switching qui dépasse clairement les autres portefeuilles de la gestion active grâce à son romad et son turnover relativement bas comparé aux autres portefeuilles.

Pour conclure si le portefeuille suivant la stratégie de régime switching est réellement plus performant que l'index, nous avons réalisé un test de régression et avons vérifié si ce portefeuille créait un alpha (de Jensen) significatif. Après réalisation de ce test, nous obtenons une p-valeur de 0.18, avec un  $\alpha$  mensuel de 0.1%. Notre niveau de confiance étant de 95%, nous ne pouvons donc pas conclure que l' $\alpha$  de Jensen est significativement différent de 0.

## 10.4 Conclusions analyse out-of-sample

Dans cette conclusion, nous allons revenir sur les objectifs, points positifs et/ou négatifs des méthodes implémentées et vérifier si ceux-ci ont bien été atteints. Nous allons également ré-exposer les constats principaux que nous avons faits dans nos analyses out-of-sample.

### 10.4.1 Analyse des théories implémentées

Dans la partie théorique, nous avons présenté les différentes méthodes que nous avons implémentées dans nos créations de portefeuilles. Nous avons également exposé les points positifs et négatifs de ces théories. Nous allons dans cette section, vérifier si ces points positifs et/ou négatifs sont valides.

En ce qui concerne la méthode resampling, l'objectif principal de cette théorie est d'augmenter, d'améliorer la diversification du portefeuille. Comme vous pouvez le constater sur les différents graphiques d'allocation temporelle de nos portefeuilles suivant une méthode resampling, l'objectif semble bien être atteint. En effet, lorsque l'on compare les allocations faites suivant une méthode classique, on remarque que la diversification est plus importante pour les portefeuilles resampling. Malheureusement, même si la diversification est un point très important dans la gestion de portefeuille, le turnover en est affecté. Comme vous pouvez le constater dans les différents tableaux reprenant le turnover de nos portefeuilles, ce sont les portefeuilles resampling qui possèdent le turnover le plus élevé.

Le point positif théorique de la méthode shrinkage est de diminuer le turnover par rapport à une méthode resampling et Markowitz. Dans les portefeuilles minimum variance et risque intermédiaire, la méthode shrinkage diminue effectivement le turnover comparé à la méthode classique et la méthode resampling. Par contre, ce n'est pas le cas dans le portefeuille maximum rendement. Ceci nous semble logique vu que le seul input de cette stratégie maximum rendement est l'estimation du rendement (voir point 10.3 pour plus de détails).

Passons maintenant à la méthode EWMA. Cette méthode devrait en théorie augmenter le ratio rendement/risque tout en offrant un turnover relativement faible. Théoriquement, EWMA semblait offrir les meilleurs résultats comparativement aux autres méthodes. Mal-

heureusement, cela n'a pas été le cas en pratique. En ce qui concerne le sharpe ratio des portefeuilles issus d'une méthode EWMA, nous pouvons voir dans les tableaux représentant les statistiques de base de nos portefeuilles, que celui-ci ne "bat" pas dans tous les cas toutes les autres méthodes. En ce qui concerne le turnover des portefeuilles issus d'une méthode EWMA, celui-ci semble « moyen » comparativement aux autres portefeuilles.

Pour finir cette section, abordons maintenant la méthode régime switching. Même si cette méthode tient compte du caractère dynamique de la matrice variance-covariance, celle-ci semblerait provoquer une certaine instabilité par rapport à une théorie classique d'allocation. En regardant nos graphiques d'allocations temporelles présentés dans les analyses out-of-sample, nous ne pouvons malheureusement pas conclure sur le caractère instable de cette méthode.

#### 10.4.2 Constats principaux de l'analyse out-of-sample

Le premier constat principal que nous avons pu faire est que la gestion passive semble dans la plupart des cas surperformer en termes de romad tous les autres portefeuilles issus d'une gestion active. Même si dans un des cas, le portefeuille maximum rendement issu d'une méthode régime switching « bat » l'index et le portefeuille équilibré, celui-ci ne nous semble pas assez diversifié et est donc intrinsèquement risqué à nos yeux.

En ce qui concerne la gestion active, nous avons remarqué que l'implémentation d'autres méthodes que la méthode classique de Markowitz a été bénéfique. En effet, les portefeuilles issus de la gestion active qui suivent les méthodes shrinkage, resampling, EWMA et régime switching offrent dans la plupart des cas un rendement plus élevé et un romad plus grand. Lorsque nous tenons compte dans du turnover dans notre analyse, nous avons constaté que les portefeuilles issus de la méthode classique de Markowitz offraient un "nouvel indicateur" plus faible que les autres méthodes excepté les portefeuilles issus de la méthode resampling. Nous avons également remarqué que les portefeuilles issus de la méthode resampling sont caractérisés dans tous les cas par le plus grand des turnovers. Cependant, nous pensons que le turnover dépend du nombre de resamplings effectués. Augmenter le nombre de resamplings pourrait donc diminuer le turnover de ces portefeuilles.

Afin de tester statistiquement le constat que nos portefeuilles issus de la gestion active ne permettent pas d'offrir un rendement ajusté pour le risque supérieur à la gestion passive, nous avons réalisé des tests de régression linéaire pour tous nos portefeuilles avec l'index. Les résultats de ces tests se trouvent dans la table 8 ci-après.

TABLE 8: Test de régression linéaire avec l'index

		Minimum Variance	Intermédiaire	Maximum Rendement
Classical	alpha	-0,2%	-0,2%	-0,1%
	p-valeur	0,26	0,10	0,33
Resampling	alpha	-0,2%	-0,1%	-0,1%
	p-valeur	0,23	0,28	0,09
Shrinkage	alpha	-0,2%	-0,1%	-0,1%
	p-valeur	0,32	0,18	0,33
EWMA	alpha	-0,2%	-0,1%	-0,1%
	p-valeur	0,38	0,36	0,33
Régime switching	alpha	-0,2%	0,0%	0,1%
	p-valeur	0,30	0,92	0,18

Comme vous pouvez le constater dans la table ci-dessus, aucune de nos méthodes de gestion active n'a pu offrir un alpha significativement différent de 0 comparé à l'index.

En conclusion, l'index nous semble le meilleur des portefeuilles étant donné que celui-ci offre de manière générale un romad plus élevé que tous les autres portefeuilles analysés.

## 10.5 Investir dans les hedge funds

Dans cette section, nous aimerions apporter plus d'informations concernant deux sujets. Premièrement, nous aimerions proposer une solution d'investissement concrète dans les hedge funds qui soit la plus optimale possible. Deuxièmement, nous voudrions démontrer la valeur ajoutée de cette classe d'actifs dans un portefeuille simple, composé d'actions et d'obligations.

Dans la partie précédente nous avons remarqué que construire un portefeuille passif de hedge funds est la meilleure manière d'investir dans cette classe d'actifs. Un fonds répliquant la performance d'un indice de référence de hedge funds nous semble dès lors la meilleure opportunité d'investissement dans cette classe d'actifs.

Et concrètement, après quelques recherches, notre choix s'est tourné vers un fonds répliquant notre indice de référence. Il s'agit du Credit Suisse Liquid Alternative Beta Index Trust (Bloomberg : WCDCO1M :US).

Il nous reste maintenant à démontrer qu'investir dans les hedge funds est bénéfique pour un investisseur exposé aux marchés des actions et obligations. Pour ce faire, nous avons calculé la frontière efficiente pour un univers d'investissement composé du S&P 500 et du Barclays US Aggregate. Nous comparons ensuite cette première frontière efficiente avec une seconde représentant un univers d'investissement composé du même univers que la précédente en y ajoutant notre indice de référence. Comme vous pouvez le remarquer sur le graphique 24 ci-après, il est possible d'obtenir un rendement supérieur à un niveau de risque donné et inversement.

Le graphique 25 quant à lui représente la composition de différents portefeuilles composés de hedge funds, d'obligations et d'actions allant du moins risqué au plus risqué. Comme vous pouvez le constater, les hedge funds font partie de la plupart des portefeuilles. Lorsque l'investisseur désire augmenter son rendement et par conséquent augmenter son risque, les hedge funds prennent une place importante dans la composition du portefeuille.

En conclusion, ajouter cette classe d'actifs dans un portefeuille constitué d'actions et d'obligations est bénéfique pour tout type d'investisseur excepté pour l'investisseur qui ne se préoccupe que de maximiser son rendement et pour qui le portefeuille sera donc intégralement composé d'actions.

FIGURE 24: Comparaison frontière efficiente

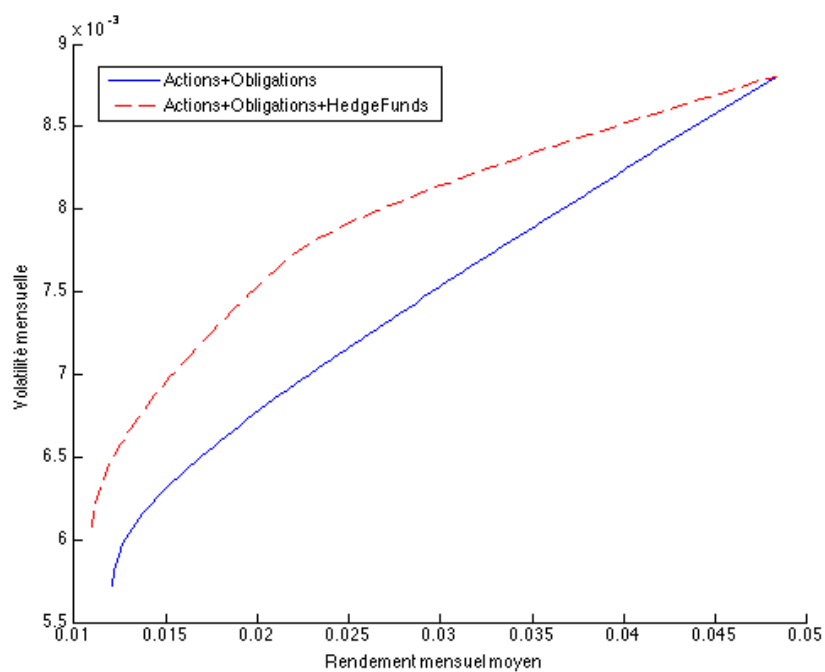
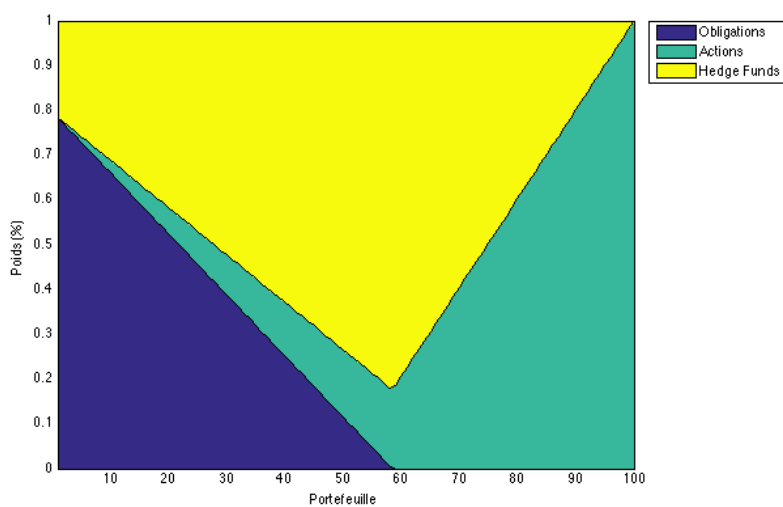


FIGURE 25: Composition portefeuilles



## 11 Conclusions

Cette étude nous a permis de faire différents constats importants en matière de hedge funds.

Premièrement, en matière de hedge funds, la théorie moderne du portefeuille n'est pas optimale. En effet, nous avons pu constater que les méthodes de shrinkage, de resampling, de EWMA et de régime switching sont mieux adaptées aux hedge funds et permettent d'obtenir de meilleurs rendements ajustés pour le risque.

Deuxièmement, la stratégie optimale d'investissement pour tous les niveaux de risque consiste à investir dans le marché en général, représenté par notre indice de référence. En d'autres termes, en matière de hedge funds, la gestion passive surperforme la gestion active.

Ce résultat n'est pas surprenant. En 1991, William Sharpe établissait déjà une conclusion similaire : *“Properly measured, the average actively managed dollar must underperform the average passively managed dollar, net of costs. Empirical analyses that appear to refute this principle are guilty of improper measurement.”*

Nous avons également démontré la valeur ajoutée apportée par les hedge funds dans un portefeuille composé d'actions et obligations, condition nécessaire à un investissement dans cette classe d'actifs.

Cependant, nos résultats sont à prendre avec une certaine prudence.

Tout d'abord, nos actifs ne représentent pas de réelles opportunités d'investissements étant donné que ceux-ci sont des indices. Réaliser une étude utilisant des rendements de hedge funds ouverts au public permettrait d'estimer l'impact de cette simplification sur les résultats.

Deuxièmement, nous n'avons pas fixé de contraintes de diversification pour nos portefeuilles. Ceci provoque des écarts importants par rapport aux allocations faites par l'indice. Selon nous, l'ajout d'une telle contrainte ne changerait pas la tendance générale mais «limiterait» l'étendue des dégâts. Réaliser une étude en imposant un pourcentage de déviation maximum par rapport à l'indice de référence pourrait attester de l'influence de cette hypothèse sur les performances.

Ensuite, nous n'avons pas tenu compte de manière ex-ante des skewnesses et kurtosis des stratégies dans l'étude des poids optimaux. Cela a déjà été fait par Hitaj, Martellini et Zambruno (2012). Cependant, ceux-ci comparent leurs résultats à l'allocation issue de la méthode de Markowitz et non à une gestion passive. Inclure la méthode proposée par cette étude dans nos créations de portefeuilles pourrait améliorer nos résultats.

Finalement, il serait sans doute intéressant de combiner une méthode visant à réduire le risque d'estimation dans la matrice de covariance avec une méthode visant à tenir compte du caractère dynamique de la corrélation. Nous pensons particulièrement à la combinaison de la méthode de régime switching avec celle de shrinkage.

En conclusion, nous pouvons dire qu'il est possible de créer des portefeuilles de hedge funds diversifiés qui surperforment la gestion classique développée par Markowitz. Par ailleurs, nous avons également démontré que la gestion passive offrait de meilleures performances que la gestion active.

La stratégie optimale d'investissement dans les hedge funds consisterait donc, d'après notre analyse, à investir dans un fonds répliquant la performance du marché des hedge funds.

## Bibliographie

- Agarwal, V., Naik, Narayan Y. (2000). Introduction to Hedge Funds. *Financial times*.
- Amédée-Manesme, C., Barthélémy, F., Keenan, D. (2015). Cornish-fisher expansion for commercial real estate value at risk. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 50(4), 439-464.
- Bricheux, B. *Les Hedge funds pour tous*. Mirabaud 6181.
- Bruder, B., Darolles, S., Koudiraty, A. K., Roncalli, T. (2011). *Portfolio allocation of hedge funds*. Rochester : Social Science Research Network.
- Campbell, R., Koedijk, K., Kofman, P. (2002). Increased correlation in bear markets. *Financial Analysts Journal*, 58(1), 87-94.
- Carl, P., Peterson, B.G. (2014). *PerformanceAnalytics Charts and Tables Overview*.
- Cogneau, P., Zakamouline, V. (2010). *Bootstrap Method for Finance : Review and Analysis*.
- Connor, G., Lasarte, T. (2004). An introduction to Hedge Fund strategies. *International asset management*.
- Connor, G., Woo, M. (2003). An introduction to Hedge Funds. *International asset management*.
- Copeland, R. (2014, Mar 21). The new hedge-fund-like retail funds ; mutual funds that aim to copy hedge-fund strategies are proliferating. *Wall Street Journal*,  
En ligne : <http://on.wsj.com/1w2VQIx> (consulté le 12/05/2015).
- Credit Suisse (2013, septembre). Index Rules. *Credit Suisse Hedge Fund Indices*.
- Crockett, A. (2007, avril). Evolution et régulation des hedge funds. *Revue de la stabilité financière*, 19-30.
- Dispas, C., Boudghene, Y. (2011). *Gestion de portefeuille : Guide pratique*. Bruxelles : Larcier.

- Favre, L., Signer A. (2002, Juin). The difficulties of measuring the benefits of hedge funds. *The Journal of Alternative Investment*.
- Frankfurter, G. M., ET, A. L. (1971). Portfolio selection - the effects of uncertain means, variances, and covariance. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(5), 1251.
- Gregoriou, Greg N., Gueyie, J-P. (2003). Risk-Adjusted Performance of Funds of Hedge Funds Using a Modified Sharpe Ratio. *The Journal of Wealth Management*, 6(3), 77-83.
- Harris, R., Mazibas, M. (2010, septembre). Dynamic hedge fund portfolio construction. *International review of financial analysis*.
- Hitaj, A., Martellini, L., Zambruno, G. (2012). Optimal hedge fund allocation with improved estimates for coskewness and cokurtosis parameters. *The Journal of Alternative Investments*, 14(3), 6-16,4.
- Hull, J. C. (2012). *Options, futures and other derivatives*. Pearson ; 8th edition.
- Iania, L. (2014). Notes de cours. Louvain School of Management.
- J.P. Morgan, Reuters (1996). RiskMetrics – Technical Document.
- Kane, L. (2002). What's a hedge fund, anyway? *Medical Economics*, 79(16), 59-64.
- Kat, H. M., Brooks, C. (2001). *The statistical properties of hedge fund index returns and their implications for investors*. Rochester : Social Science Research Network.
- Kat, HM. (2003). 10 things that investors should know about Hedge Funds. *The journal of Wealth Management*, 5(4), 72-81.
- Ledoit, O., Wolf, M. (2004). Honey, I shrunk the sample covariance matrix. *Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110-119.
- Lhabitant, F. (2008). *Hedge funds – Origine, stratégies, performances*. Paris : Dunod.
- Linsmeier, T. J., Pearson, N. D. (2000). Value at risk. *Financial Analysts Journal*, 56(2), 47-67.

- Maillard, D. (2012). *A User's guide to the Cornish fisher expansion*. Rochester : Social Science Research Network.
- Markowitz, H. (1952, mars). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- MathWorks (2015). *Matlab primer*. MATLAB R2015a.
- Maxey, D. (2013, septembre). Investing in funds ETFs : A monthly analysis — what is a hedge fund, anyway? — we explain the basics as a longtime ban on advertising ends. *Wall Street Journal*.
- Michaud, R. O. (1989). *The markowitz optimization enigma : Is 'optimized' optimal?* Rochester : Social Science Research Network.
- Morvan, J. (2014). *Marchés et instruments financiers*. Paris : Dunod.
- Perlin, M. (2009). *MS Regress - A Package for Markov Regime Switching Models in MATLAB*. Available in <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15789>.
- Petitjean, M., Delcourt, F. (2011). To what extent is resampling useful in portfolio management? *Applied Economics Letters*, 18, 239-244.
- Ravix, G. (2007). *Typologie des Hedge Funds*. Mémoire de recherche de fin d'études. HEC Paris.
- Scherer, B. (2002, novembre). Portfolio resampling : review and critique. *Financial Analysts Journal*, 58(6), 98-109.
- Seidl, I. (2012). Markowitz versus regime switching : an empirical approach. *The review of finance and banking*, 4(1), 033-043.
- Wolf, M. (2004). *Resampling vs. shrinkage for benchmarked managers*. Rochester : Social Science Research Network.
- Yamai, Y., Yoshida T. (2002, avril). Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk (2) : Expected Utility Maximization and Tail Risk. *Monetary and economic studies*, 95-116.



## Annexe

### MAIN.M

---

```
%% Cleaning
clc;
clear;
clearvars;
close all;
addpath('m_Files');

%% Import the data
import_data;

%% Transform datas
% Transform excel dates to matlab dates
Dates = x2mdate(Dates);

% Transform value into returns
Returns = tick2ret(HFS1);
Indexes_ret = tick2ret(Indexes);

% Delete the first date as no returns is available for that date
Dates(1)=[];

%% Parameters
nAssets = size>Returns,2); % Number of assets
nObs = size>Returns,1);
inSample = 12*5;
ranks = 20; % Number of portoflio in the out-of-sample analysis
compRanks = 3; % Number of portoflio in the comparison period
startValue = 100; % Start value of the portfolio
HF_index = 1;
Switching_index = 1;
lambda = 0.97;
equal_weight = repmat(1/nAssets,nAssets,compRanks);

%% Variables
```

```

% Weights
resampling_w_os = zeros(nAssets, compRanks, nObs-inSample-1);
shrinkage_w_os = resampling_w_os;
ewma_w_os = resampling_w_os;
classical_w_os = resampling_w_os;
switching_w_os = resampling_w_os;
equally_w_os = repmat(1/nAssets, nAssets, compRanks, nObs-inSample-1);

% Returns
resampling_r_os = zeros(nObs-inSample-1, compRanks);
shrinkage_r_os = resampling_r_os;
ewma_r_os = resampling_r_os;
classical_r_os = resampling_r_os;
switching_r_os = resampling_r_os;
equally_r_os = resampling_r_os;

% Cumulated returns
resampling_c_os = ones(nObs-inSample, compRanks);
shrinkage_c_os = resampling_c_os;
ewma_c_os = resampling_c_os;
classical_c_os = resampling_c_os;
switching_c_os = resampling_c_os;
equally_c_os = resampling_c_os;

%% In-Sample Dates
disp(['The period under study goes from: ', datestr(Dates(1)), ' to ', ...
      datestr(Dates(end))]);
disp(['The in-sample period goes from ', datestr(Dates(1)), ' to ', ...
      datestr(Dates(inSample))]);

%% Data statistics
statistics(1,:) = mean>Returns);
statistics(2,:) = std>Returns);
statistics(3,:) = skewness>Returns);
statistics(4,:) = kurtosis>Returns);

for i = 1:size>Returns,2)
    statistics(5,i) = jbstest>Returns(:,i),0.05);
end

```

```

statistics(6,:) = maxdrawdown(HFS1);

plot_correl;

%% In-Sample Analysis
covariance_ewma = cov>Returns(1:inSample,:));
for i=2:inSample
    ewma_ret = Returns(i-1,:)-mean>Returns(1:i-1,:));
    covariance_ewma = covariance_ewma*lambda+(1-lambda)*(ewma_ret'*ewma_ret);
end

returns_inSample = Returns(1:inSample,:);
returns_index = Indexes_ret(1:inSample,Switching_index);
dates_inSample = Dates(1:inSample,1);

[resampling_w_is(:,:),resampling_cov_is] = resampling_str(returns_inSample,ranks,1000);
[shrinkage_w_is(:,:),shrinkage_cov_is, shrinkage_param_is] =...
    shrinkage_str(returns_inSample,ranks);
[classical_w_is(:,:),classical_cov_is] = classical(returns_inSample,ranks);
ewma_w_is(:,:) = ewma_str(returns_inSample,ranks,covariance_ewma);
[switching_w_is(:,:), switching_cov_is, switching_mean_is] =...
    switching_str(returns_inSample,returns_index,ranks);

% Correlation display
corr_display;

% Efficient frontier display
plotEfficientFrontier;

% Display allocation
plot_weights(resampling_w_is,'Allocation suivant la mthode Resampling',...
    name_strat,classical_w_is);
plot_weights(shrinkage_w_is,'Allocation suivant la mthode Shrinkage',...
    name_strat,classical_w_is);
plot_weights(ewma_w_is,'Allocation suivant la mthode EWMA',...
    name_strat,classical_w_is);
plot_weights(switching_w_is,'Allocation suivant la mthode Regime Switching',...
    name_strat,classical_w_is);

%% Out-of-Sample Analysis

```

```

for i=inSample+1:size>Returns,1)
    j = i-inSample;
    disp(['iteration: ',num2str(j)]);
    ewma_ret = Returns(i-1,:)-mean>Returns(1:i-1,:));
    covariance_ewma = covariance_ewma*lambda+(1-lambda)*(ewma_ret'*ewma_ret);

    timeSpan = i-inSample:i-1;
    % i-inSample...i-1 -> todays return are not yet known
    returns_str = Returns(timeSpan,:);

    % Weights calculations
    index_str = Indexes_ret(timeSpan,Switching_index);

    resampling_w_os(:, :, j)=resampling_str(returns_str, compRanks, 50);
    shrinkage_w_os(:, :, j)=shrinkage_str(returns_str, compRanks);
    classical_w_os(:, :, j)=classical(returns_str, compRanks);
    ewma_w_os(:, :, j)=ewma_str(returns_str, compRanks, covariance_ewma);
    switching_w_os(:, :, j)=switching_str>Returns(1:i-1,:), ...
        Indexes_ret(1:i-1,Switching_index), compRanks);

    % Returns calculations
    % Todays weight times todays weights
    resampling_r_os(j, :)=Returns(i, :)*resampling_w_os(:, :, j);
    shrinkage_r_os(j, :)=Returns(i, :)*shrinkage_w_os(:, :, j);
    classical_r_os(j, :)=Returns(i, :)*classical_w_os(:, :, j);
    ewma_r_os(j, :)=Returns(i, :)*ewma_w_os(:, :, j);
    switching_r_os(j, :)=Returns(i, :)*switching_w_os(:, :, j);
    equally_r_os(j, :) = Returns(i, :)*equal_weight;

    % Cumulated returns
    resampling_c_os(j+1, :)=resampling_c_os(j, :).* (1+resampling_r_os(j, :));
    shrinkage_c_os(j+1, :)=shrinkage_c_os(j, :).* (1+shrinkage_r_os(j, :));
    classical_c_os(j+1, :)=classical_c_os(j, :).* (1+classical_r_os(j, :));
    ewma_c_os(j+1, :)=ewma_c_os(j, :).* (1+ewma_r_os(j, :));
    switching_c_os(j+1, :)=switching_c_os(j, :).* (1+switching_r_os(j, :));
    equally_c_os(j+1, :)=equally_c_os(j, :).* (1+equally_r_os(j, :));

end

```

```

%% Out-of-sample statistics
index_ret_os = repmat(Indexes_ret(inSample:end,1),1,3);
% Returns
resampling_stat = mean(resampling_r_os);
shrinkage_stat = mean(shrinkage_r_os);
classical_stat = mean(classical_r_os);
ewma_stat = mean(ewma_r_os);
switching_stat = mean(switching_r_os);
equally_stat = mean(equally_r_os);
index_stat = mean(index_ret_os);

% Volatility
resampling_stat = [resampling_stat; std(resampling_r_os)];
shrinkage_stat = [shrinkage_stat; std(shrinkage_r_os)];
classical_stat = [classical_stat; std(classical_r_os)];
ewma_stat = [ewma_stat; std(ewma_r_os)];
switching_stat = [switching_stat; std(switching_r_os)];
equally_stat = [equally_stat; std(equally_r_os)];
index_stat = [index_stat; std(index_ret_os)];

% Kurtosis
resampling_stat = [resampling_stat; kurtosis(resampling_r_os)];
shrinkage_stat = [shrinkage_stat; kurtosis(shrinkage_r_os)];
classical_stat = [classical_stat; kurtosis(classical_r_os)];
ewma_stat = [ewma_stat; kurtosis(ewma_r_os)];
switching_stat = [switching_stat; kurtosis(switching_r_os)];
equally_stat = [equally_stat; kurtosis(equally_r_os)];
index_stat = [index_stat; kurtosis(index_ret_os)];

% Skewness
resampling_stat = [resampling_stat; skewness(resampling_r_os)];
shrinkage_stat = [shrinkage_stat; skewness(shrinkage_r_os)];
classical_stat = [classical_stat; skewness(classical_r_os)];
ewma_stat = [ewma_stat; skewness(ewma_r_os)];
switching_stat = [switching_stat; skewness(switching_r_os)];
equally_stat = [equally_stat; skewness(equally_r_os)];
index_stat = [index_stat; skewness(index_ret_os)];

% Sharpe
resampling_stat = [resampling_stat; resampling_stat(1,:)./resampling_stat(2,:)];

```

```

shrinkage_stat = [shrinkage_stat; shrinkage_stat(1,:) ./ shrinkage_stat(2,:)];
classical_stat = [classical_stat; classical_stat(1,:) ./ classical_stat(2,:)];
ewma_stat = [ewma_stat; ewma_stat(1,:) ./ ewma_stat(2,:)];
switching_stat = [switching_stat; switching_stat(1,:) ./ switching_stat(2,:)];
equally_stat = [equally_stat; equally_stat(1,:) ./ equally_stat(2,:)];
index_stat = [index_stat; index_stat(1,:) ./ index_stat(2,:)];

% Modified VaR
mvar_resampling = zeros(1,3);
dd_resampling = zeros(1,3);
for i = 1:3
    mvar_resampling(1,i) = mvar(resampling_stat(1,i), ...
        resampling_stat(4,i), resampling_stat(3,i), resampling_stat(2,i), 0.05);
    dd_resampling(1,i) = MAXDRAWDOWN(resampling_r_os(:,i));

end
resampling_stat = [resampling_stat; mvar_resampling];
resampling_stat = [resampling_stat; dd_resampling];
resampling_stat = [resampling_stat; resampling_stat(1,:) ./ abs(dd_resampling)];

mvar_shrinkage = zeros(1,3);
dd_shrinkage = zeros(1,3);
for i = 1:3
    mvar_shrinkage(1,i) = mvar(shrinkage_stat(1,i), ...
        shrinkage_stat(4,i), shrinkage_stat(3,i), shrinkage_stat(2,i), 0.05);
    dd_shrinkage(1,i) = MAXDRAWDOWN(shrinkage_r_os(:,i));

end
shrinkage_stat = [shrinkage_stat; mvar_shrinkage];
shrinkage_stat = [shrinkage_stat; dd_shrinkage];
shrinkage_stat = [shrinkage_stat; shrinkage_stat(1,:) ./ abs(dd_shrinkage)];

mvar_classical = zeros(1,3);
dd_classical = zeros(1,3);
for i = 1:3
    mvar_classical(1,i) = mvar(classical_stat(1,i), classical_stat(4,i), ...
        classical_stat(3,i), classical_stat(2,i), 0.05);
    dd_classical(1,i) = MAXDRAWDOWN(classical_r_os(:,i));

end
classical_stat = [classical_stat; mvar_classical];

```

```

classical_stat = [classical_stat; dd_classical];
classical_stat = [classical_stat; classical_stat(1,:)./abs(dd_classical)];

mvar_equally = zeros(1,3);
dd_equally = zeros(1,3);
for i = 1:3
    mvar_equally(1,i) = mvar(equally_stat(1,i),equally_stat(4,i),...
        equally_stat(3,i),equally_stat(2,i),0.05);
    dd_equally(1,i) = MAXDRAWDOWN(equally_r_os(:,i));
end
equally_stat = [equally_stat; mvar_equally];
equally_stat = [equally_stat; dd_equally];
equally_stat = [equally_stat; equally_stat(1,:)./abs(dd_equally)];

mvar_index = zeros(1,3);
dd_index = zeros(1,3);
for i = 1:3
    mvar_index(1,i) = mvar(index_stat(1,i),index_stat(4,i),index_stat(3,i),...
        index_stat(2,i),0.05);
    dd_index(1,i) = MAXDRAWDOWN(Indexes_ret(inSample:end));
end
index_stat = [index_stat; mvar_index];
index_stat = [index_stat; dd_index];
index_stat = [index_stat; index_stat(1,:)./abs(dd_index)];

mvar_ewma = zeros(1,3);
dd_ewma = zeros(1,3);
for i = 1:3
    mvar_ewma(1,i) = mvar(ewma_stat(1,i),ewma_stat(4,i),ewma_stat(3,i),...
        ewma_stat(2,i),0.05);
    dd_ewma(1,i) = MAXDRAWDOWN(ewma_r_os(:,i));
end
ewma_stat = [ewma_stat; mvar_ewma];
ewma_stat = [ewma_stat; dd_ewma];
ewma_stat = [ewma_stat; ewma_stat(1,:)./abs(dd_ewma)];

mvar_switching = zeros(1,3);
dd_switching = zeros(1,3);
for i = 1:3

```

```

    mvar_switching(1,i) = mvar(switching_stat(1,i),switching_stat(4,i),...
        switching_stat(3,i),switching_stat(2,i),0.05);
    dd_switching(1,i) = MAXDRAWDOWN(switching_r_os(:,i));
end
switching_stat = [switching_stat; mvar_switching];
switching_stat = [switching_stat; dd_switching];
switching_stat = [switching_stat; switching_stat(1,:)./abs(dd_switching)];

% Turnover
turnover = zeros(5,3);
for i = 2:length(classical_w_os)
    turnover(1,:) = turnover(1,:) + sum(abs(resampling_w_os(:, :, i) ...
        -resampling_w_os(:, :, i-1)),1)/2;
    turnover(2,:) = turnover(2,:) + sum(abs(shrinkage_w_os(:, :, i) ...
        -shrinkage_w_os(:, :, i-1)),1)/2;
    turnover(3,:) = turnover(3,:) + sum(abs(classical_w_os(:, :, i) ...
        -classical_w_os(:, :, i-1)),1)/2;
    turnover(4,:) = turnover(4,:) + sum(abs(ewma_w_os(:, :, i) ...
        -ewma_w_os(:, :, i-1)),1)/2;
    turnover(5,:) = turnover(5,:) + sum(abs(switching_w_os(:, :, i) ...
        -switching_w_os(:, :, i-1)),1)/2;
end

turnover = turnover/190;

mvar_ratio = zeros(5,3);
mvar_ratio(1,:) = resampling_stat(end, :)./turnover(1,:);
mvar_ratio(2,:) = shrinkage_stat(end, :)./turnover(2,:);
mvar_ratio(3,:) = classical_stat(end, :)./turnover(3,:);
mvar_ratio(4,:) = ewma_stat(end, :)./turnover(4,:);
mvar_ratio(5,:) = switching_stat(end, :)./turnover(5,:);

excel_date = datestr(Dates(inSample+1:end,1), 'yyyy-mm-dd');
excel_result = [classical_r_os, resampling_r_os, shrinkage_r_os, ewma_r_os, ...
    switching_r_os];

%% Out-of-sample stats

index_c_os = Indexes(inSample+1:end,1)/Indexes(inSample,1);

```

```

level1 = zeros(7,length(classical_stat(:,1)'));
level1(1,:) = classical_stat(:,1)';
level1(2,:) = equally_stat(:,1)';
level1(3,:) = shrinkage_stat(:,1)';
level1(4,:) = resampling_stat(:,1)';
level1(5,:) = ewma_stat(:,1)';
level1(6,:) = switching_stat(:,1)';
level1(7,:) = index_stat(:,1)';

```

```

level2 = zeros(7,length(classical_stat(:,1)'));
level2(1,:) = classical_stat(:,2)';
level2(2,:) = equally_stat(:,2)';
level2(3,:) = shrinkage_stat(:,2)';
level2(4,:) = resampling_stat(:,2)';
level2(5,:) = ewma_stat(:,2)';
level2(6,:) = switching_stat(:,2)';
level2(7,:) = index_stat(:,2)';

```

```

level3 = zeros(7,length(classical_stat(:,1)'));
level3(1,:) = classical_stat(:,3)';
level3(2,:) = equally_stat(:,3)';
level3(3,:) = shrinkage_stat(:,3)';
level3(4,:) = resampling_stat(:,3)';
level3(5,:) = ewma_stat(:,3)';
level3(6,:) = switching_stat(:,3)';
level3(7,:) = index_stat(:,3)';

```

```

%% Jenssen alpha

```

```

x = index_ret_os(2:end,1)-rfr(:,1);
for i = 1:3
    y = resampling_r_os(:,i)-rfr(:,1);
    lm = fitlm(x,y);
    alphas(1,i) = lm.Coefficients{1,1};
    alphas(2,i) = lm.Coefficients{1,4};

    y = shrinkage_r_os(:,i)-rfr(:,1);
    lm = fitlm(x,y);
    alphas(3,i) = lm.Coefficients{1,1};
    alphas(4,i) = lm.Coefficients{1,4};

```

```

y = ewma_r_os(:,i)-rfr(:,1);
lm = fitlm(x,y);
alphas(5,i) = lm.Coefficients{1,1};
alphas(6,i) = lm.Coefficients{1,4};

y = switching_r_os(:,i)-rfr(:,1);
lm = fitlm(x,y);
alphas(7,i) = lm.Coefficients{1,1};
alphas(8,i) = lm.Coefficients{1,4};

y = classical_r_os(:,i)-rfr(:,1);
lm = fitlm(x,y);
alphas(9,i) = lm.Coefficients{1,1};
alphas(10,i) = lm.Coefficients{1,4};

```

**end**

## CLASSICAL.M

---

```

function [weights, covariance] = classical(returns,nport)
    covariance = cov(returns);
    p = Portfolio;
    p = setAssetMoments(p,mean(returns(:, :)), covariance);
    p = setDefaultConstraints(p);
    weights = estimateFrontier(p,nport);

```

**end**

## SHRINKAGE\_STR.M

---

```

function [weights, covariance, shrinkage] = shrinkage_str(returns,nport)
    p = Portfolio;
    p = setAssetMoments(p,mean(returns), covCor(returns));
    p = setDefaultConstraints(p);
    weights = estimateFrontier(p,nport);
    [covariance, shrinkage] = covCor(returns);

```

**end**

SWITCHING\_STR.M

---

```

function [weights, covariance, mean_return] = switching_str(returns,index_returns,nport)
    p = Portfolio;

    dependent_var = index_returns;
    independent_var = ones(length(dependent_var),1);
    S = [1 1];
    k = 2;
    advOpt.diagCovMat=1;
    advOpt.printIter=0;
    advOpt.printOut=0;
    advOpt.doPlots=0;
    advOpt.optimizer='fminsearch';
    advOpt.useMex=1;
    RS_Out = MS_Regress_Fit(dependent_var,independent_var,k,S,advOpt);
    dummy = RS_Out.smoothProb(:,1)>RS_Out.smoothProb(:,2);

    % Smoothed probabilities
    smoo = RS_Out.smoothProb(end, :);

    % Transition matrix
    trans_matrix = RS_Out.Coeff.p;

    % Probabilities
    regime1prob = smoo(1,1)*trans_matrix(1,1)+smoo(1,2)*trans_matrix(1,2);
    regime2prob = smoo(1,2)*trans_matrix(2,2)+smoo(1,1)*trans_matrix(2,1);

    % Regime 1 calculation
    returns_regime1 = returns(dummy,:);
    mean_regime1 = mean(returns_regime1);
    covariance_regime1 = cov(returns_regime1);

    % Regime 2 calculation
    returns_regime2 = returns(not(dummy),:);
    mean_regime2 = mean(returns_regime2);
    covariance_regime2 = cov(returns_regime2);

    % Optimal portfolio regime 1

```

```

p = setAssetMoments(p,mean_regime1,covariance_regime1);
p = setDefaultConstraints(p);
weights_regime1 = estimateFrontier(p,nport);

% Optimal portfolio regime 2
p = setAssetMoments(p,mean_regime2,covariance_regime2);
weights_regime2 = estimateFrontier(p,nport);

covariance(:, :, 1) = covariance_regime1;
covariance(:, :, 2) = covariance_regime2;
covariance(:, :, 3) = covariance_regime1*regime1prob+covariance_regime2*regime2prob;
mean_return(:, :, 1) = mean_regime1;
mean_return(:, :, 2) = mean_regime2;

weights = weights_regime1*regime1prob + weights_regime2*regime2prob;
end

```

## EWMA\_STR.M

---

```

function weights = ewma_str(returns,nport,covariance)
    p = Portfolio;
    p = setAssetMoments(p,mean(returns),covariance);
    p = setDefaultConstraints(p);
    weights = estimateFrontier(p,nport);
end

```

## RESAMPLIN\_STR.M

---

```

function [weights, covariance] = resampling_str(returns,nport,nresa)
    tmp = zeros(size(returns,2),nport,nresa);
    height = size(returns,1);
    mreturns = mean(returns);

    p = Portfolio;
    p = setAssetMoments(p,mreturns,cov(returns));
    p = setDefaultConstraints(p);

```

```

covariance = zeros(size(returns,2),size(returns,2),nresa);
risk = zeros(nport,2,nresa);
for i=1:nresa
    select = ceil(height*rand(height,1));
    resample = returns(select,:);
    covariance(:, :, i) = cov(resample);
    mreturns = mean(resample);
    p = setAssetMoments(p,mreturns,covariance(:, :, i));
    tmp(:, :, i) = estimateFrontier(p,nport);
    %risk(:, :, i) = [estimatePortRisk(p,tmp(:, :, i)), estimatePortReturn(p,tmp(:, :, i))];
end

covariance2 = cov(returns);
mret = mean(returns);
p = setAssetMoments(p,mret,covariance2);
weight = estimateFrontier(p,nport);
plotFrontier(p);
hold on
for i = 1:size(tmp,3)
    scatter(estimatePortRisk(p,tmp(:, :, i)), estimatePortReturn(p,tmp(:, :, i)), 'b')
end
%
weights = mean(tmp,3);
covariance = mean(covariance,3);

scatter(estimatePortRisk(p,weights), estimatePortReturn(p,weights), 'r')
end

```