

Faculté des sciences

Invariance de jauge dans le SMEFT

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade académique de
Master [120] en physique des particules, à finalité approfondie

Auteure : Alice LEURQUIN

Promotrice : Céline DEGRANDE

Lecteurs : Fabio MALTONI, Christophe DELAERE

École de physique

Année académique 2022-2023

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu ma promotrice, Céline Degrande, pour son aide dans la création de ce mémoire. Ses conseils et le temps qu'elle m'a accordé ont rendu ce mémoire possible, et travailler ensemble a été très agréable. Je remercie également mes lecteurs, Fabio Maltoni et Christophe Delaere, ainsi qu'Olivier Mattelaer pour ses explications sur Madgraph qui m'ont dépannée à plusieurs occasions.

Un mémoire est une tâche ardue à accomplir, tant dans l'aspect académique que dans l'aspect psychologique. Je souhaiterais donc exprimer ma gratitude envers toutes les personnes qui m'ont vue m'échiner sur ce mémoire, et m'ont aidée à me relever à chaque fois. Je remercie tout d'abord mes frères et soeurs et ma maman. Ensuite, je remercie tous mes amis du cyclotron, les Mafys. Je pense notamment à mes amis Adélaïde, Jumpy, Nathan, Jonathan et Hadrien, et leur support digne d'un 20 naturel. Je suis aussi très heureuse d'avoir eu à mes côtés Romain, Alisée et Thomas, pour pleurer sur nos mémoires tous ensemble. Je remercie également tous mes autres amis du cyclotron, que j'ai appris à connaître ces dernières années. Courage les gars, rien ne vous arrête.

Je souhaite également remercier mon chat, Leïa (plus connue sous sa dénomination extra-professionnelle Bébé d'Amour) qui a été parfaitement inutile mais est très mignonne.

Enfin, il y a une personne avec qui j'aurais aimé discuter de physique, si le temps me l'avait accordé. Oumpah-pah, ces dernières lignes sont pour toi. Peut-être à force de chercher des théories à de toujours plus hautes énergies, tendre la main toujours un plus loin, pourrais-je un jour toucher l'infini où tu résides.

Table des matières

Remerciements	i
Table des figures	iii
1 Introduction	1
2 État de l’art	3
2.1 Le Modèle Standard	3
2.2 Le SMEFT	7
2.2.1 Les théories effectives	7
2.2.2 Un exemple d’EFT : la théorie de Fermi	7
2.2.3 Les opérateurs du SMEFT et la base de Warsaw	8
2.3 Les jauges R_ξ	10
2.4 Notations et conventions	13
3 Calculs formels	14
3.1 Invariance de jauge du SM avec un opérateur additionnel	15
3.1.1 Propagation d’un boson W^+	16
3.1.2 Propagation d’un Goldstone ϕ^+	17
3.2 Ajout d’un second opérateur du SMEFT : $\bar{u}d > he^+\nu$	18
3.2.1 Opérateur de dimension six	18
3.2.2 Notations	19
3.2.3 Amplitudes avec h émis par l’état initial	19
3.2.4 Amplitudes avec h émis par l’état final	24
3.2.5 Amplitudes avec h émis par un propagateur	29
4 Analyse numérique	33
4.1 Implémentation numérique	33
4.2 Analyse des résultats numériques	34
5 Pour aller plus loin : termes d’interférence à l’intérieur de l’amplitude	37
5.1 Le processus $e\bar{\nu} > e\bar{\nu}$	37
5.2 Amplitude associée au diagramme de propagateur ϕ^0	40
5.3 Amplitude associée au diagramme de propagateur Z	41
6 Conclusion	47
7 Annexe	49
7.1 Simulation de processus additionnels	49

Table des figures

2.1	Le potentiel de Higgs [4]	5
-----	---------------------------	---

Chapitre 1

Introduction

La réalisation du Modèle Standard de la physique des particules est sans aucun doute un des plus grands succès de la physique moderne. Comme la plupart des concepts fondamentaux de la physique, celui-ci dépend en réalité, malgré sa complexité apparente, d'un concept très simple : la notion de symétrie. Chaque particule, chaque interaction respecte une certaine condition nommée l'invariance de jauge, une absence de dépendance envers une variable, sur laquelle est construite l'entière du modèle Standard.

Cependant, malgré son succès scientifique, le Modèle Standard échoue à expliquer divers phénomènes, tels que la masse des neutrinos ou encore la Matière Noire, ce qui appelle à tenter de l'étendre. Si nous tentons d'étendre le Modèle Standard à l'aide du formalisme du SMEFT, de nouveaux termes apparaissent dans l'amplitude carrée décrivant notre processus. La question que ce mémoire propose d'aborder est : comment ces nouveaux termes interagissent-ils pour générer l'invariance de jauge ? L'invariance de jauge fait que l'amplitude d'un processus d'interactions entre des particules doit avoir une amplitude au carré, $|M_{tot}|^2$, indépendante du paramètre de jauge ξ_A , et ce pour tout paramètre ξ_A fixant la jauge d'une interaction véhiculée par un boson de jauge A . Cependant, le SMEFT ajoute dans cette amplitude des termes provenant d'opérateurs de plus hautes dimensions :

$$\mathcal{M}_{tot} = \mathcal{M}_{SM} + \frac{\mathcal{M}_{d5}}{\Lambda} + \frac{\mathcal{M}_{d6}}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{d7}}{\Lambda^3} + \frac{\mathcal{M}_{d8}}{\Lambda^4} + \dots \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |\mathcal{M}_{tot}|^2 &= |\mathcal{M}_{SM}|^2 + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d5}^\dagger}{\Lambda} + \frac{|\mathcal{M}_{d5}|^2}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d7}^\dagger}{\Lambda^3} \\ &+ \frac{|\mathcal{M}_{d6}|^2}{\Lambda^4} + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d8}^\dagger}{\Lambda^4} + \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

Le facteur Λ est l'énergie associée à la nouvelle physique à haute énergie. Deux termes de dimension Λ différents ne peuvent interagir, mais cette amplitude contient deux termes de même dimension : les termes en Λ^{-4} , qui pourraient a priori se mélanger pour respecter l'invariance de jauge. Ces deux termes sont-ils invariants de jauge indépendamment l'un de l'autre, ou bien ont-ils une dépendance en ξ annulée l'un par l'autre ? Si dépendance il y a, cela peut impliquer que certains des opérateurs ne sont pas indépendants malgré leur différence dimensionnelle. C'est la question à laquelle nous souhaitons répondre dans le cadre de ce mémoire. Notre étude se concentrera sur les amplitudes de processus au "tree-level", c'est-à-dire les diagrammes de Feynman ne comptant pas de boucles.

Ce mémoire est structuré comme suit. Dans le chapitre 2, nous introduisons les concepts nécessaires à notre analyse. Nous résumons les piliers principaux de la théorie du Modèle Standard, tels que l'invariance de jauge, le mécanisme de Higgs et les jauges R_ξ . Nous expliquons ensuite comment étendre ces concepts dans le SMEFT. Le chapitre 3 est un calcul analytique de deux processus, $u\bar{d} > e^+\nu_e$ et $\bar{u}d > h e^-\nu_e$ en ajoutant des opérateurs du SMEFT, qui nous permettent déjà d'entrevoir la réponse à notre question. Le chapitre 4 est une continuation de l'étude du chapitre 3 à l'aide de simulations numériques sur de nombreux processus. Enfin, dans le chapitre 5, nous utilisons les résultats déduits dans les parties précédentes pour étudier un aspect différent des dépendances potentielles à un paramètre ξ dans l'amplitude, c'est-à-dire les cas de présence de termes de même dimension à l'intérieur de l'amplitude, avant même d'en prendre le carré.

Chapitre 2

État de l'art

2.1 Le Modèle Standard

Le Modèle Standard est une théorie des champs fondée durant le XX^{ème} siècle, et est ce qui se rapproche actuellement le plus d'une théorie scientifique du tout. Elle englobe l'électromagnétisme, les forces faible et forte, et permet la classification de toutes les particules élémentaires connues. Sa formulation actuelle a été finalisée dans les années 1970. Depuis, elle a encore été renforcée par la découverte de particules prédites telles que le boson de Higgs en 2012.

Dans le Modèle Standard, chaque force est représentée par une symétrie. La force électrofaible est représentée par la symétrie du groupe $U(1) \times SU(2)$, et la force forte est caractérisée par $SU(3)$. Une particule pouvant ressentir l'effet d'une force interagit avec ses bosons médiateurs. Par exemple l'électron interagit avec le photon, le médiateur de la force électromagnétique, et les quarks interagissent avec les gluons, médiateurs de la force forte. Le Lagrangien résultant doit être invariant sous les transformations des symétries choisies. Une théorie comportant uniquement des symétries non-brisées prédit une masse nulle pour les bosons de jauge, ainsi que les fermions chiraux. C'est pourquoi le Modèle Standard induit une brisure de symétrie par le mécanisme de Brout-Englert-Higgs, ou mécanisme de Higgs. Ce mécanisme consiste à introduire une particule qui respecte la symétrie, mais dont les états fondamentaux ne la respectent individuellement pas. L'ensemble des états fondamentaux est symétrique, mais la particule ne va en choisir qu'un seul, brisant ainsi la symétrie. Le Modèle Standard ne contient qu'une seule particule de telle sorte, nommée le boson de Higgs. C'est l'interaction avec cette particule, et plus précisément avec ses états fondamentaux, qui va créer artificiellement une masse pour la plupart des particules du Modèle Standard.

Le Modèle Standard est une théorie de jauge, c'est-à-dire une théorie des champs dont le Lagrangien, et donc les dynamiques du système, est inchangé selon des transformations de certaines familles d'opérations. Il y a les symétries externes, telles que les rotations et translations de l'espace-temps, et les symétries internes. Ce sont ces dernières qui vont jouer le rôle de symétries de jauge. Si la symétrie est globale, c'est-à-dire que le Lagrangien est invariant sous une transformation effectuée identiquement en tout point de l'espace-temps, il est relativement aisé de trouver un Lagrangien avec un champ de fermions Ψ qui la respecte. En revanche, une symétrie

de jauge locale est plus contraignante. En effet, le terme cinétique d'une théorie des champs nécessite l'introduction d'une dérivée par rapport à l'espace-temps. Ces termes dérivatifs ne sont plus symétriques lorsque la théorie devient locale. Une théorie de jauge locale nécessite donc quelque chose de plus : un champ de jauge A . Celui-ci va compléter les termes dérivatifs de notre champ d'origine de telle façon à obtenir un Lagrangien symétrique. Toutes les forces ont un ou des champs de jauge. De façon générale, le Lagrangien invariant de jauge pour deux champs Ψ et A peut s'écrire

$$\mathcal{L} = \Psi(i\not{D})\Psi - \frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F_{\mu\nu}^a, \quad (2.1)$$

où le tenseur de champ de force F est obtenu à partir des composantes du champ $A(x)$, ainsi que des constantes de structure f^{abc} du groupe de symétrie de jauge de la représentation suivant laquelle le champ Ψ se transforme. La dérivée covariante D_μ est quant à elle définie avec les générateurs t^a du groupe de symétrie de la jauge. Plus précisément,

$$\begin{cases} F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c, \\ D_\mu = \partial_\mu - igt^a A_\mu^a. \end{cases} \quad (2.2)$$

Le modèle décrit précédemment est incomplet : il prédit des bosons de jauge de masse nulle, parce qu'un terme de masse ne serait pas symétrique. Or, nous savons empiriquement que ce fait est incorrect : certains bosons de jauge (W et Z de l'interaction faible) ont une masse non-nulle. Il faut donc générer ces termes de masse dans le Lagrangien sans faire s'écrouler le reste de la théorie. La solution à cette énigme a été introduite indépendamment par François Englert et Robert Brout [1], par Peter Higgs [2], et par Gerald Guralnik, Carl Richard Hagen et Thomas Kibble [3]. L'idée consiste à ajouter un champ scalaire, dont le potentiel génère un état du vide non nul. Dans le Modèle Standard, ce champ scalaire, appelé le champ de Higgs, est un doublet sous le groupe $SU(2)$ scalaire sous les transformations de Lorentz. Le champ de Higgs va briser trois des quatre générateurs de la symétrie de $U(2) \times U(1)$. Trois des quatre degrés de libertés se mélangent aux bosons W^+ , W^- et Z , leur octroyant ainsi leur masse. Un seul degré de liberté reste et devient une nouvelle particule : le boson de Higgs. Le champ de Higgs est :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Le potentiel du champs de Higgs est, par conditions de renormalisabilité et d'invariance de jauge :

$$V(\phi) = -\mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2. \quad (2.4)$$

Ce champ scalaire développe une valeur moyenne dans le vide non nulle si $\mu > 0$. Par la symétrie de $V(\phi)$, il existe une infinité de ces états dégénérés à énergie minimale, satisfaisant tous $(\phi^\dagger\phi)^2 = v^2/2$, où $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$. L'invariance de jauge nous permet de choisir arbitrairement :

$$\langle\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

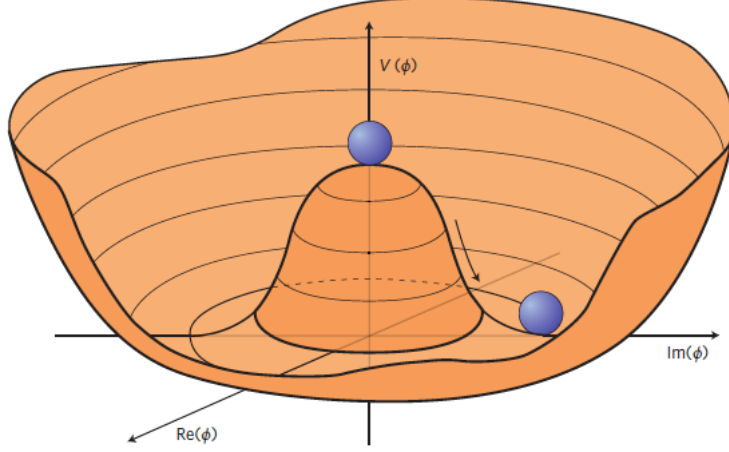


Figure 2.1 – Le potentiel de Higgs [4]

Le champs de Higgs peut donc être ré-exprimé en fonction de son état fondamental

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ v + h + i\phi^0 \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

qui peut enfin être simplifié, en passant en jauge unitaire, comme

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

C'est le terme cinétique de ce champ qui va générer les masses des bosons W et Z :

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \left| \left(\partial_\mu + \frac{i}{2} g \tau^k W_\mu^k + \frac{i}{2} g' B_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \quad (2.8)$$

$$= M_W^2 W^+ W^- + M_Z^2 Z^2, \quad (2.9)$$

avec

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp W_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad M_W = \frac{gv}{2} \quad (2.10)$$

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gW_\mu^3 - g'B_\mu) \quad M_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} \quad (2.11)$$

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gW_\mu^3 + g'B_\mu) \quad m_A = 0. \quad (2.12)$$

L'interaction avec ce champ permet aux particules d'acquérir de la masse. Par invariance de jauge, il est toujours possible de se ramener à une jauge où les bosons de Goldstone ϕ^+ et ϕ^- n'existent pas, et il ne reste plus que la particule h , qui est la seule particule physique du champ : le boson de Higgs. Le champ de Higgs ajoute une dernière pièce au Modèle Standard : l'interaction de Yukawa, décrite par les Lagrangiens suivants, qui va donner sa masse aux fermions [5] :

$$\mathcal{L}_{Yuk,q} = -\lambda \bar{Q}_L^i \phi d_R^j + \lambda_u^{ij} \epsilon^{ab} \bar{Q}_{La}^i \phi_b^\dagger u_R^j + \text{h.c.} \quad (2.13)$$

$$\mathcal{L}_{Yuk,l} = -Y_e \bar{E}_L^i \cdot \phi e_R^j + \text{h.c.} \quad (2.14)$$

Les termes de masse sont obtenus en définissant les matrices suivantes,

$$\lambda_u \lambda_u^\dagger = U_u D_u^2 U_u^\dagger \qquad \lambda_u^\dagger \lambda_u = W_u D_u^2 W_u^\dagger \qquad (2.15)$$

telles que D soit diagonale. Ceci revient à effectuer une transformation unitaire sur les champs fermioniques : $\Psi'_X = U_\Psi \Psi$, avec Ψ le champ u, d, e ou ν , vers la base des états propres de masse. Ceci nous donne les matrices de masse diagonalisées des leptons et des quarks.

$$m_u^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_u^{ii} v \qquad m_d^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_d^{ii} v \qquad (2.16)$$

$$m_e = \frac{Y_e}{\sqrt{2}v} \qquad (2.17)$$

En incorporant tous ces termes, nous obtenons le Lagrangien du Modèle Standard dans son entièreté [5] :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i \bar{\Psi} \not{D} \Psi + \Psi_i y_{ij} \Psi_j \phi + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi) + \text{h.c.} \qquad (2.18)$$

Le Modèle Standard a une condition additionnelle : chaque terme du Lagrangien doit avoir une dimension inférieure ou égale à 4 [5], avec la dimension des bosons et des termes dérivatifs étant 1, et la dimension des fermions étant 1,5. En effet, dans toute théorie quantique des champs, l'action $S = \int d^d x \mathcal{L}$ doit être sans dimension, en prenant $\hbar = 1$. Dans ce système d'unités, l'intégrale $d^d x$ a une dimension de masse $-d$, et par conséquent le Lagrangien doit avoir une dimension égale à d . Dans notre univers, nous avons 4 dimensions, trois spatiales et une temporelle, donc $d = 4$. La dimension des opérateurs présents dans le Lagrangien va être contre-balançée par celle des constantes de couplage pour obtenir ce résultat : si la dimension des opérateurs est égale à 3, celle de la constante sera 1, ect. Les interactions peuvent alors être classifiées en 3 catégories :

- les interactions relevantes, où la constante de couplage g a une dimension strictement positive : $[g] > 0$,
- les interactions marginales, avec $[g] = 0$,
- les interactions irrelevantes, avec $[g] < 0$.

Pour qu'une théorie soit renormalisable, c'est-à-dire qu'il suffit d'un nombre fini de contre-termes pour retirer les divergences ultraviolettes, tous ses termes doivent être soit relevants soit marginaux. En revanche, s'il y a au moins un opérateur irrelevant, une infinité de contre-termes sera nécessaire pour retirer les divergences : la théorie est appelée renormalisable ordre par ordre. Le fait que le Modèle Standard est une théorie de jauge composée exclusivement d'opérateurs de dimension de 4 au plus implique qu'il s'agit d'une théorie renormalisable, valide jusqu'à des échelles d'énergie arbitraires.

Bien que le Modèle Standard soit une théorie autonome et cohérente, cette théorie ne parvient pas à rendre compte de certains phénomènes physiques et ne peut être une théorie du tout. Par exemple, le Modèle Standard ne rend pas compte de l'interaction gravitationnelle, ou bien de l'accélération de l'expansion de l'Univers ou encore la Matière Noire. Un autre exemple de résultat expérimental non prédit par le Modèle Standard est la masse des neutrinos, expérimentalement non nulle contrairement aux prédictions théoriques. Si le Modèle Standard doit devenir une théorie du tout, il doit donc être étendu.

2.2 Le SMEFT

2.2.1 Les théories effectives

Dans beaucoup de situations physiques, le comportement d'un système à une échelle d'énergie donnée est différent de la physique décrivant son comportement à une échelle différente, et il est possible de décrire l'état d'un système à une échelle sans savoir son état dans une autre. Par exemple :

- Il n'y a pas besoin de la chromodynamique quantique pour calculer les transitions électroniques dans les atomes, car ces transitions sont d'ordre $r_{\text{atome}} \simeq 10^{-10}\text{m}$, alors que les effets de la force forte ont lieu à $r_{\text{nucl}} \simeq 10^{-15}\text{m}$.
- La mécanique classique suffit à décrire le mouvement des planètes avec une bonne précision, sans nécessité de la relativité restreinte, bien que la mécanique classique ne soit qu'une approximation à basse vitesse de cette dernière.
- La théorie de Fermi prédit le comportement des neutrons très précisément sans connaissance de la théorie complète du Modèle Standard.

Le principe de séparation des échelles peut être résumé ainsi : la physique ayant lieu à une échelle donnée devrait pouvoir être décrite sans référence à la physique prenant place à d'autres échelles.

Une réalisation possible de ce concept est la notion de *théorie des champs effective*, ou d'EFT. Une EFT est une approximation de la théorie complète, où on ne prend en compte que la partie de la théorie complète qui va avoir une influence à l'échelle que l'on souhaite étudier, en négligeant le reste. La théorie effective et la théorie complète ne sont pas deux théories différentes, mais plutôt deux formulations différentes de la même théorie, valides à des échelles d'énergie différentes.

2.2.2 Un exemple d'EFT : la théorie de Fermi

Le meilleur exemple historique d'une EFT est la théorie de Fermi des interactions faibles. Il s'agit d'un modèle phénoménologique pour expliquer la désintégration Beta du neutron, proposé par Enrico Fermi en 1933 :

$$n \rightarrow p + e^+ + \bar{\nu}_e \quad (2.19)$$

La théorie proposait un Lagrangien de la forme

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\Psi}_e \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \Psi_\nu) (\bar{\Psi}_n \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \Psi_p). \quad (2.20)$$

La dimension de ce Lagrangien est trop haute pour qu'il soit renormalisable : elle contient 4 fermions de dimension 1,5 chacun, pour une dimension totale de 6. Pour compenser, la dimension de G_F , la constante de Fermi, doit être -2. La section efficace de cette théorie est proportionnelle au carré de la constante de Fermi : $\sigma \propto G_F^2$. Cependant, la section efficace possède la dimension d'une surface, or ce résultat est de dimension -4. Il faut donc compenser avec une dimension de masse au carré. Cela a pour conséquence que la section efficace grandit proportionnellement au carré de l'énergie :

$$\sigma \approx G_F^2 E^2. \quad (2.21)$$

Cette section efficace n'est pas bornée, sa valeur explose à hautes énergies. Plus précisément, cette interaction viole l'unitarité : la probabilité de ce processus peut devenir plus grande que 1. En revanche, cette théorie fonctionne très bien à basse énergie.

La théorie de Fermi n'est de toute évidence pas complète. Il est possible d'estimer l'échelle à partir de laquelle cette théorie n'est plus valable :

$$G_F E^2 \lesssim 1 \iff E \lesssim \sqrt{\frac{1}{G_F}} \simeq 300 \text{ GeV}. \quad (2.22)$$

En réalité, la théorie de Fermi est une ébauche de la théorie "complète" des interactions entre les neutrons et les protons, qui est une interaction du Modèle Standard impliquant la transmission d'un boson W . Cette théorie est parfaitement renormalisable, car il ne s'agit plus d'un vertex à quatre fermions, mais de 2 vertex fermion-fermion-boson avec propagation d'un boson W entre les deux.

2.2.3 Les opérateurs du SMEFT et la base de Warsaw

Le Modèle Standard est un excellent candidat pour être une EFT, puisqu'il prédit des résultats corrects à une certaine échelle d'énergie, mais échoue à décrire l'entièreté de la physique, nécessitant une amélioration aux échelles UV et IR. Dans la Théorie Effective du Modèle Standard (SMEFT), il est considéré que de nouveaux états lourds doivent être ajoutés au SM. Ces nouveaux états, à de basses énergies, se comportent comme des opérateurs de dimension supérieure à 4. Le Lagrangien du SMEFT, en toute généralité, peut être écrit comme suit [6] :

$$\mathcal{L}_{SMEFT} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^{N_{d5}} C_i^{(5)} \mathcal{Q}_i^{(5)} + \frac{1}{\Lambda^2} \sum_{i=1}^{N_{d6}} C_i^{(6)} \mathcal{Q}_i^{(6)} + \frac{1}{\Lambda^3} \sum_{i=1}^{N_{d7}} C_i^{(7)} \mathcal{Q}_i^{(7)} + \dots, \quad (2.23)$$

où les $\mathcal{Q}_i^{(d)}$ dénotent les opérateurs de dimension supérieure à 4, et les $C_i^{(d)}$ sont les constantes de couplage de la théorie. Ils sont appelés les *coefficients de Wilson*. Puisque ces opérateurs sont supprimés à un facteur $\frac{1}{\Lambda^{d-4}}$, on se limite souvent aux opérateurs de dimension $d \leq 6$. Il existe une liste complète des opérateurs de dimensions 6 faite par Buchmüller et Wyler [7]. Cependant, cette liste est redondante : plusieurs combinaisons linéaires d'opérateurs disparaissent à cause des équations du mouvement. Une base non-redondante a été trouvée par Grzadkowski, Iskrzyski, Misiak et Rosiek en 2017. La base de ces opérateurs s'appelle la *base de Warsaw* [8] et est présentée dans les tables 2.1 et 2.2.

Pour une génération de fermions, la base de Warsaw contient 59 opérateurs qui conservent le nombre baryonique, et 4 qui violent cette conservation [9]. En addition à la base de Warsaw, il existe un unique opérateur de dimension 5, l'opérateur de Weinberg, qui a la particularité de violer le nombre leptonique [10] :

$$\mathcal{Q}_{\nu\nu} = \varepsilon_{jk} \varepsilon_{mn} \varphi^j \varphi^m (l_{Lp}^k)^T \mathbb{C} l_{Lr}^n = (\tilde{\varphi}^\dagger l'_{Lp})^T \mathbb{C} (\tilde{\varphi}^\dagger l'_{Lr}). \quad (2.24)$$

Si on inclut toutes les interactions qui violent la symétrie CP et les trois saveurs, le SMEFT contient 2499 opérateurs indépendants, et donc 2499 paramètres libres.

X^3		φ^6 and $\varphi^4 D^2$		$\psi^2 \varphi^3$	
Q_G	$f^{ABC} G_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	Q_φ	$(\varphi^\dagger \varphi)^3$	$Q_{e\varphi}$	$(\varphi^\dagger \varphi)(\bar{l}_p e_r \varphi)$
$Q_{\tilde{G}}$	$f^{ABC} \tilde{G}_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	$Q_{\varphi\Box}$	$(\varphi^\dagger \varphi)\Box(\varphi^\dagger \varphi)$	$Q_{u\varphi}$	$(\varphi^\dagger \varphi)(\bar{q}_p u_r \tilde{\varphi})$
Q_W	$\varepsilon^{IJK} W_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$	$Q_{\varphi D}$	$(\varphi^\dagger D^\mu \varphi)^* (\varphi^\dagger D_\mu \varphi)$	$Q_{d\varphi}$	$(\varphi^\dagger \varphi)(\bar{q}_p d_r \varphi)$
$Q_{\tilde{W}}$	$\varepsilon^{IJK} \tilde{W}_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$				
$X^2 \varphi^2$		$\psi^2 X \varphi$		$\psi^2 \varphi^2 D$	
$Q_{\varphi G}$	$\varphi^\dagger \varphi G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eW}	$(\bar{l}_p \sigma^{\mu\nu} e_r) \tau^I \varphi W_{\mu\nu}^I$	$Q_{\varphi l}^{(1)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{l}_p \gamma^\mu l_r)$
$Q_{\varphi \tilde{G}}$	$\varphi^\dagger \varphi \tilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eB}	$(\bar{l}_p \sigma^{\mu\nu} e_r) \varphi B_{\mu\nu}$	$Q_{\varphi l}^{(3)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I \varphi)(\bar{l}_p \tau^I \gamma^\mu l_r)$
$Q_{\varphi W}$	$\varphi^\dagger \varphi W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uG}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} T^A u_r) \tilde{\varphi} G_{\mu\nu}^A$	$Q_{\varphi e}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{e}_p \gamma^\mu e_r)$
$Q_{\varphi \tilde{W}}$	$\varphi^\dagger \varphi \tilde{W}_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uW}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} u_r) \tau^I \tilde{\varphi} W_{\mu\nu}^I$	$Q_{\varphi q}^{(1)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{q}_p \gamma^\mu q_r)$
$Q_{\varphi B}$	$\varphi^\dagger \varphi B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{uB}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} u_r) \tilde{\varphi} B_{\mu\nu}$	$Q_{\varphi q}^{(3)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I \varphi)(\bar{q}_p \tau^I \gamma^\mu q_r)$
$Q_{\varphi \tilde{B}}$	$\varphi^\dagger \varphi \tilde{B}_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{dG}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} T^A d_r) \varphi G_{\mu\nu}^A$	$Q_{\varphi u}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{u}_p \gamma^\mu u_r)$
$Q_{\varphi WB}$	$\varphi^\dagger \tau^I \varphi W_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dW}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} d_r) \tau^I \varphi W_{\mu\nu}^I$	$Q_{\varphi d}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{d}_p \gamma^\mu d_r)$
$Q_{\varphi \tilde{W}B}$	$\varphi^\dagger \tau^I \varphi \tilde{W}_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dB}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} d_r) \varphi B_{\mu\nu}$	$Q_{\varphi ud}$	$i(\tilde{\varphi}^\dagger D_\mu \varphi)(\bar{u}_p \gamma^\mu d_r)$

Table 2.1 – Liste des opérateurs de dimension 6, en omettant les opérateurs à quatre fermions [8]. Les indices L, R ont été retirés.

Les nouveaux opérateurs du SMEFT nécessitent de redéfinir certains termes. Premièrement, le nombre d'opérateurs impliquant le champ de Higgs augmente, ce qui signifie que le mécanisme de Higgs est modifié. Le potentiel de Higgs a une nouvelle forme [11],

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (D_\mu \varphi)^\dagger (D_\mu \varphi) + m^2 (\varphi^\dagger \varphi) - \frac{\lambda}{2} (\varphi^\dagger \varphi)^2 + C^{\varphi\Box} (\varphi^\dagger \varphi)\Box(\varphi^\dagger \varphi) \\ & + C^\varphi (\varphi^\dagger \varphi)^3 + C^{\varphi D} (\varphi^\dagger D_\mu \varphi) (\varphi^\dagger D_\mu \varphi). \end{aligned} \quad (2.25)$$

La minimalisation de ce potentiel modifie la valeur de l'état fondamental v :

$$v = \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} + \frac{3m^3}{\sqrt{2}\lambda^{5/2}} C^\varphi. \quad (2.26)$$

Cela va à son tour modifier les masses des particules du Modèle Standard. De plus, certains des opérateurs du SMEFT vont générer de nouveaux couplages entre le champ de Higgs et les particules du Modèle Standard, ce qui va également modifier les masses de celles-ci. Les nouvelles masses sont

$$m_\nu = -v^2 C^{\nu\nu} \quad m_e = m_e^{SM} - C^{e\varphi} \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \quad (2.27)$$

$$m_u = m_u^{SM} - C^{u\varphi} \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \quad m_d = m_d^{SM} - C^{d\varphi} \frac{v^3}{2\sqrt{2}} \quad (2.28)$$

$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$		$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$		$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	
Q_{ll}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{l}_s \gamma^\mu l_t)$	Q_{ee}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$	Q_{le}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$
$Q_{qq}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu q_t)$	Q_{uu}	$(\bar{u}_p \gamma_\mu u_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$	Q_{lu}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
$Q_{qq}^{(3)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu \tau^I q_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu \tau^I q_t)$	Q_{dd}	$(\bar{d}_p \gamma_\mu d_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	Q_{ld}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$
$Q_{lq}^{(1)}$	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu q_t)$	Q_{eu}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$	Q_{qe}	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$
$Q_{lq}^{(3)}$	$(\bar{l}_p \gamma_\mu \tau^I l_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu \tau^I q_t)$	Q_{ed}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	$Q_{qu}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
		$Q_{ud}^{(1)}$	$(\bar{u}_p \gamma_\mu u_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	$Q_{qu}^{(8)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu T^A q_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu T^A u_t)$
		$Q_{ud}^{(8)}$	$(\bar{u}_p \gamma_\mu T^A u_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu T^A d_t)$	$Q_{qd}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$
				$Q_{qd}^{(8)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu T^A q_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu T^A d_t)$
$(\bar{L}R)(\bar{R}L)$ and $(\bar{L}R)(\bar{L}R)$		B -violating			
Q_{ledq}	$(\bar{l}_p^j e_r)(\bar{d}_s^k q_t^j)$	Q_{duq}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jk} [(d_p^\alpha)^T C u_r^\beta] [(q_s^{\gamma j})^T C l_t^k]$		
$Q_{quqd}^{(1)}$	$(\bar{q}_p^j u_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k d_t)$	Q_{qqu}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jk} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(u_s^\gamma)^T C e_t]$		
$Q_{quqd}^{(8)}$	$(\bar{q}_p^j T^A u_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k T^A d_t)$	Q_{qqq}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jn} \varepsilon_{km} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(q_s^{\gamma m})^T C l_t^n]$		
$Q_{lequ}^{(1)}$	$(\bar{l}_p^j e_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k u_t)$	Q_{duu}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} [(d_p^\alpha)^T C u_r^\beta] [(u_s^\gamma)^T C e_t]$		
$Q_{lequ}^{(3)}$	$(\bar{l}_p^j \sigma_{\mu\nu} e_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k \sigma^{\mu\nu} u_t)$				

Table 2.2 – Liste des opérateurs à quatre fermions de dimension 6.[8]

2.3 Les jauges R_ξ

En général, la règle de Feynman pour un vertex est i fois le terme correspondant dans le Lagrangien. Cette règle est un peu différente dans le cas d'un propagateur : le propagateur est i fois l'inverse de l'opérateur apparaissant dans le Lagrangien. Par exemple, le propagateur du photon est :

$$\mu \text{-----} \nu = \frac{-i g_{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon} \quad (2.29)$$

Prenons l'exemple d'une jauge abélienne, avec un boson de jauge A_μ tel que le Lagrangien soit invariant sous la transformation de jauge

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x). \quad (2.30)$$

Soit l'intégrale fonctionnelle associée au Lagrangien

$$Z = \int \mathcal{D}A e^{i \int \mathcal{L}[A]}, \quad (2.31)$$

avec $\int \mathcal{L}[A] = S[A]$ l'action du Lagrangien. Pour un large ensemble de fonctions, cette action est 1, ce qui fait que l'intégrale fonctionnelle est divergente :

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 \right] \quad (2.32)$$

$$= \frac{1}{2} \int d^4x A_\mu(x) (\partial^2 g^{\mu\nu} - \partial^\mu \partial^\nu) A_\nu(x) \quad (2.33)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\mu(p) (-p^2 g^{\mu\nu} + p^\mu p^\nu) \tilde{A}_\nu(-p). \quad (2.34)$$

Cette expression est nulle pour $\tilde{A}_\mu(p) = p_\mu \alpha(p)$, quelque soit la fonction $\alpha(p)$. La source de ce problème est l'invariance de jauge : il existe une infinité de valeurs de A_μ qui donnent la même information, puisque leur seule différence est une fonction de la forme $\partial\alpha$, comme dans l'équation (2.30). En particulier, les valeurs qui donnent une intégrale divergente sont tous les modes tels que $A_\mu(x) = \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x)$, étant donné qu'ils sont tous équivalents à $A_\mu = 0$. L'intégrale fonctionnelle que nous avons choisie est mal définie : en effet, elle intègre de façon redondante sur toutes les valeurs de A , y compris celles qui donnent une infinité de fois la même information. Ce n'est pas un problème physique, nous devons simplement modifier l'expression de notre intégrale afin d'obtenir un résultat qui fait sens. La procédure pour régler ce problème va consister à introduire un δ qui va fixer une unique jauge dans l'intégrale. Par définition de l'invariance de jauge, ce choix est parfaitement arbitraire, et il y en a une infinité. Un choix de jauge dans un ensemble infini de jauges possibles est codé par un paramètre ξ , c'est pourquoi un tel choix de jauge est appelé une *jauge* R_ξ .¹

Regardons ce processus d'un peu plus près. Premièrement, nous allons étendre notre exemple pour ajouter un mécanisme de Higgs, comme dans le Modèle Standard. Deuxièmement, introduisons une fonction $G(A)$ qui fixe la jauge lorsqu'elle est mise à zéro. Cette fonction est arbitraire, mais il nous sera utile de la formuler de la façon suivante :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi), \quad (2.35)$$

$$G = \frac{1}{\sqrt{\xi}} (\partial_\mu A^\mu - \xi ev\varphi). \quad (2.36)$$

Nous pouvons alors ré-exprimer notre intégrale Z sous la forme

$$Z = C \cdot \int \mathcal{D}A \mathcal{D}h \mathcal{D}\varphi e^{i \int \mathcal{L}[A, h, \varphi]} \delta(G(A, h, \varphi)) \det \left(\frac{\delta G}{\delta \alpha} \right) \quad (2.37)$$

$$= C' \cdot \int \mathcal{D}A \mathcal{D}h \mathcal{D}\varphi e^{i \int \mathcal{L}[A, h, \varphi] - \frac{1}{2} (G)^2} \delta(G(A, h, \varphi)) \det \left(\frac{\delta G}{\delta \alpha} \right). \quad (2.38)$$

1. En réalité, les jauges R_ξ ne couvrent d'ailleurs qu'une partie des types de jauges pouvant être définies pour ce processus : il existe d'autres types de jauges, les *jauges axiales* [12], pouvant être définies sans paramètre ξ . Elles ne seront cependant pas étudiées dans le cadre de ce mémoire.

Cette expression nous donne un nouveau Lagrangien effectif, qui va mener à son tour à de nouveaux vertex de Feynman :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\xi = & -\frac{1}{2}A_\mu \left(-g^{\mu\nu} \partial^2 + \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \partial^\mu \partial^\nu - (ev)^2 g^{\mu\nu} \right) A_\nu + \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \frac{1}{2}m_h^2 h^2 \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{\xi}{2}(ev)^2 \varphi^2. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Le terme croisé dans G^2 entre A et φ va contribuer au propagateur de A , et il produit une masse pour le boson de Goldstone.

$$\mu \text{-----} \nu = -\frac{i}{p^2 + i\varepsilon} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right] \quad (2.40)$$

$$m_\varphi^2 = \xi m_A^2 \quad (2.41)$$

Cette masse est dépendante de ξ , impliquant qu'il ne s'agit pas d'un processus physique. Cette méthode de calcul peut être généralisée à tout type de jauge, et nous donne des expressions dépendantes de ξ pour les propagateurs de tous les bosons de jauge du Modèle Standard, ainsi que des bosons de Goldstone associés pour chacun d'eux. Chaque type de boson a son paramètre associé, et rien n'oblige que ces paramètres soient liés. Ils ont en général des valeurs différentes.

Ces nouveaux propagateurs sont exprimés comme suit :

$$\mu \text{-----} W^\pm \nu = -\frac{i}{p^2 - M_W^2} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi_W) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2 - \xi_W M_W^2} \right] \quad (2.42)$$

$$\mu \text{-----} Z^0 \nu = -\frac{i}{p^2 - M_Z^2} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi_Z) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2 - \xi_Z M_Z^2} \right] \quad (2.43)$$

$$\mu \text{-----} A \nu = -\frac{i}{p^2} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi_A) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right] \quad (2.44)$$

$$\mu, a \text{-----} g \nu, b = -\frac{i}{p^2} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi_A) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right] \quad (2.45)$$

$$\text{-----} G^\pm = \frac{i}{p^2 - \xi_W M_W^2} \quad (2.46)$$

$$\text{-----} G^0 = \frac{i}{p^2 - \xi_Z M_Z^2}. \quad (2.47)$$

Le terme δG va également générer des nouveaux termes dans le Lagrangien :

$$\frac{\delta G}{\delta \alpha} = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \left(-\frac{1}{e} \partial^2 - \xi ev(v + h) \right) \Rightarrow \mathcal{L}_{ghost} = \bar{c} \left[-\partial^2 - \xi m_A^2 \left(1 + \frac{h}{v} \right) \right] c. \quad (2.48)$$

Le nouveau champ c apparaissant dans ce Lagrangien est un champ non-physique. Ce champ et les particules résultant de ses excitations sont appelés des *ghosts de Fadeev-Popov*. Non seulement les propagateurs de ces ghosts dépendent également des paramètres ξ , mais les vertex contenant des ghosts peuvent avoir une dépendance en ξ , contrairement aux vertex ne mettant en jeu que des particules normales. Ce Lagrangien ne crée cependant que des vertex présents dans les diagrammes à boucles, qui ne seront pas étudiés dans le cadre de ce mémoire.

2.4 Notations et conventions

Nous allons adopter les conventions de l'article [11]. Nous allons absorber les cut-offs Λ dans les définitions des opérateurs de Wilson :

$$\frac{C_X^{(5)}}{\Lambda} \rightarrow C_X^{(5)}, \frac{C_X^{(6)}}{\Lambda^2} \rightarrow C_X^{(6)}. \quad (2.49)$$

Le Lagrangien complet du SMEFT, jusqu'à l'ordre Λ^{-2} , est alors

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + C^{\nu\nu} \mathcal{Q}_{\nu\nu}^{(5)} + \sum_X C^X \mathcal{Q}_X^{(6)} + \sum_f C^f \mathcal{Q}_f^{(6)}. \quad (2.50)$$

Avec $\mathcal{Q}_X^{(6)}$ dénotant les opérateurs sans champs de fermions, et $\mathcal{Q}_f^{(6)}$ dénotant les opérateurs contenant entre autres des champs de fermions. Les matrices hermitiennes de la table 2.1 sont définies comme

$$\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi \equiv i\varphi^\dagger (D_\mu - \overleftarrow{D}_\mu^I) \varphi \quad (2.51)$$

$$\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I \varphi \equiv i\varphi^\dagger (\tau^I D_\mu - \overleftarrow{D}_\mu \tau^I) \varphi, \quad (2.52)$$

avec $\varphi^\dagger \overleftarrow{D}_\mu \varphi \equiv (\overleftarrow{D}_\mu \varphi)^\dagger \varphi$. Les tenseurs de forces sont

$$G_{\mu\nu}^A = \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A - g_S f^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C \quad (2.53)$$

$$W_{\mu\nu}^A = \partial_\mu W_\nu^I - \partial_\nu W_\mu^I - g \epsilon^{IJK} f^{ABC} W_\mu^J W_\nu^K \quad (2.54)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.55)$$

et $\tilde{X}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} X^{\rho\sigma}$, avec $X = B, W^I$ ou G^A . De plus, nous allons différencier les champs et coefficients dans la base de jauge, c'est à dire la base "normale", de la base des valeurs propres de masses. Pour ce faire, nous allons noter tous les champs et coefficients de Wilson dans la base de masse avec un symbole *prime*, tandis que les champs et coefficients de Wilson dans la base de jauge sont laissés comme tels. Nous allons également introduire la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM), et la matrice PMNS [5], que nous allons beaucoup voir apparaître dans les calculs que nous allons présenter dans les chapitres 3 et 5.

$$K = U_u^\dagger U_d \quad U = U_e^\dagger U_\nu \quad (2.56)$$

Chapitre 3

Calculs formels

L'invariance de jauge implique que pour tout processus, le carré de l'amplitude ne peut dépendre d'un paramètre de fixation de jauge : $|M|^2 \approx \xi_A$, quelque soit le type de jauge A. Cependant, l'ajout du SMEFT dans la théorie du Modèle Standard va ajouter de nouveaux opérateurs, ce qui peut modifier le comportement de l'amplitude vis-à-vis du paramètre de jauge.

En effet, notre amplitude a maintenant de nouveaux termes, dépendant de différentes puissances de l'énergie de cut-off :

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{tot} &= \mathcal{M}_{SM} + \frac{\mathcal{M}_{d5}}{\Lambda} + \frac{\mathcal{M}_{d6}}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{d7}}{\Lambda^3} + \frac{\mathcal{M}_{d8}}{\Lambda^4} + \dots \quad (3.1) \\ \Rightarrow |\mathcal{M}_{tot}|^2 &= |\mathcal{M}_{SM}|^2 + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d5}^\dagger}{\Lambda} + \frac{|\mathcal{M}_{d5}|^2}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d7}^\dagger}{\Lambda^3} \\ &\quad + \frac{|\mathcal{M}_{d6}|^2}{\Lambda^4} + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d8}^\dagger}{\Lambda^4} + \dots \quad (3.2)\end{aligned}$$

Les termes de dimension différente, et donc de puissance d'énergie de cut-off différente, ne peuvent se mélanger dans l'amplitude au carré. Cependant, notre amplitude carrée contient aussi des termes de même dimension : en nous limitant à l'ordre Λ^{-4} , les termes $\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger$ et $|\mathcal{M}_{d5}|^2$, et les termes $\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d8}^\dagger$ et $|\mathcal{M}_{d6}|^2$ partagent la même dimension. Dans le premier cas, un des deux termes dépend de l'unique opérateur de dimension 5, l'opérateur de Weinberg, dont nous avons parlé dans le chapitre précédent. Celui-ci viole la conservation du nombre leptonique. Ce mémoire ne portera que sur les opérateurs respectant cette conservation, et nous allons donc ignorer cet opérateur.

En revanche, l'amplitude carrée contient également deux termes de dimension Λ^{-4} , qui pourraient par conséquent interagir l'un avec l'autre. Le problème sur lequel nous souhaitons nous pencher est : ces termes sont-ils invariants individuellement, ou bien ont-ils chacun une dépendance individuelle non-nulle, qui serait exactement annulée par un autre terme ?

Pour pouvoir répondre à cette question, il va être utile d'étudier comment l'amplitude \mathcal{M}_{tot} se comporte dans deux processus.

3.1 Invariance de jauge du SM avec un opérateur additionnel

Nous commençons par un processus relativement simple, avec 2 diagrammes de Feynman ; $u\bar{d} \rightarrow e^+\nu$, avec l'indice du bas précisant la saveur : u_1 est un quark up, u_2 un quark charm, ect. Dans le Modèle Standard, il est représenté par les diagrammes de Feynman suivants :

$$\begin{array}{c}
 u_{f_2} \quad \quad \quad e_{f_3}^+ \\
 \swarrow \quad \quad \quad \searrow \\
 \quad \quad W^+ \quad \quad \quad \\
 \nwarrow \quad \quad \quad \swarrow \\
 \bar{d}_{f_1} \quad \quad \quad \nu_{f_4}
 \end{array}
 \xrightarrow{p}
 \quad \quad \quad (3.3)$$

$$\begin{array}{c}
 u_{f_2} \quad \quad \quad e_{f_3}^+ \\
 \swarrow \quad \quad \quad \searrow \\
 \quad \quad \phi^+ \quad \quad \quad \\
 \nwarrow \quad \quad \quad \swarrow \\
 \bar{d}_{f_1} \quad \quad \quad \nu_{f_4}
 \end{array}
 \xrightarrow{p}
 \quad \quad \quad (3.4)$$

Nous modifions ce processus en y ajoutant un opérateur du SMEFT de dimension 6 :

$$\mathcal{Q}_{\varphi q}^{(3)} = (\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I \varphi)(\bar{q}'_p \gamma^\mu q'_r) \quad (3.5)$$

Cet opérateur génère de nouvelles interactions entre les quarks, les bosons de jauge et le boson de Higgs. En particulier, il génère les 2 vertex suivants qui vont influencer notre processus [11]. Ils vont modifier l'amplitude associée à chaque diagramme. En revanche, aucun vertex de $\mathcal{Q}_{\varphi q}^{(3)}$ ne va permettre l'ajout d'un nouveau diagramme.

$$\begin{array}{c}
 u_{f_2} \\
 \swarrow \\
 \quad \quad W^- \quad \mu \\
 \nwarrow \\
 \bar{d}_{f_1}
 \end{array}
 = \frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} (v^2 C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \gamma^\mu P_L \quad (3.6)$$

$$\begin{array}{c}
 u_{f_2} \\
 \swarrow \\
 \quad \quad \phi^- \\
 \nwarrow \\
 \bar{d}_{f_1}
 \end{array}
 = -i\sqrt{2} \not{p}_\phi P_L K_{f_2 g_1}^* C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} \quad (3.7)$$

Enfin, pour plus de généralité, nous allons considérer que nos neutrinos sont massifs, contrairement au Modèle Standard. Pour cela, nous allons considérer que les neutrinos sont des particules de Dirac et leur octroyer un côté droit. Les neutrinos sont donc considérés comme des neutrinos de Dirac et ont une masse non-nulle m_ν . Nous pouvons retourner au Modèle Standard simplement en imposant le cas particulier $m_\nu = 0$.

3.1.1 Propagation d'un boson W^+

Premièrement, la partie de l'amplitude du diagramme propageant un boson W est

$$i\mathcal{M}_W = \frac{-i}{p^2 - M_W^2} \bar{v}(p_d) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} (K_{f_2 f_1}^* + v^2 C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \gamma^\mu P_L \right] u(p_u) \cdot \frac{-i}{p^2 - M_W^2} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi_W) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2 - \xi_W M_W^2} \right] \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} U_{f_3 f_4}^* \gamma^\nu P_L \right] v(p_\nu). \quad (3.8)$$

Nous pouvons simplifier cette expression : le propagateur du boson contient une partie dépendant du paramètre de jauge, et une partie invariante.

$$\mu \text{ } \overset{W}{\text{~~~~~}} \text{ } \nu = \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi_W) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2 - \xi_W M_W^2} \right] \quad (3.9)$$

$$= \frac{-i}{p^2 - M_W^2} \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2} \right) - \frac{i}{p^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2} \quad (3.10)$$

L'amplitude du diagramme W peut alors être séparée en deux sous-amplitudes :

$$\mathcal{M}_W = \mathcal{M}_{W,inv} + \mathcal{M}_{W,\xi} \quad (3.11)$$

$$\mathcal{M}_{W,inv} = \bar{v}(p_d) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} (K_{f_2 f_1}^* + v^2 C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \gamma^\mu P_L \right] u(p_u) \cdot \frac{-i}{p^2 - M_W^2} \cdot \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2} \right) \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} U_{f_3 f_4}^* \gamma^\nu P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.12)$$

$$i\mathcal{M}_{W,\xi} = \bar{v}(p_d) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} (K_{f_2 f_1}^* + v^2 C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \gamma^\mu P_L \right] u(p_u) \cdot \frac{-i}{p^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} U_{f_3 f_4}^* \gamma^\nu P_L \right] v(p_\nu). \quad (3.13)$$

De ces deux parties d'amplitude, une seule nous intéresse : celle qui dépend de ξ_W , que nous avons noté $\mathcal{M}_{W,\xi}$. En utilisant $M_W = \frac{\bar{g}v}{2}$, cette amplitude devient

$$i\mathcal{M}_{W,\xi} = \frac{-i}{p^2 - \xi M_W^2} \left(\frac{-2}{v^2} \right) (K_{f_2 f_1}^* + v^2 C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \bar{v}(p_d) \left[\not{p}_d P_L + P_R \not{p}_u \right] u(p_u) \cdot U_{f_3 f_4}^* \bar{u}(p_e) \left[\not{p}_\nu P_L + P_R \not{p}_e \right] v(p_\nu). \quad (3.14)$$

En appliquant l'équation de Dirac sur les spineurs, $\bar{v}(p_x) \not{p}_x = -m_x v(p_x)$, $\not{p}_x u(p_x) = m_x u(p_x)$ [5], nous obtenons :

$$i\mathcal{M}_{W,\xi} = \frac{-i}{p^2 - \xi M_W^2} \left(\frac{-2}{v^2} \right) (K_{f_2 f_1}^* + v^2 C_{g_1 f_1}^{*\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \bar{v}(p_d) [-m_d P_L + m_u P_R] u(p_u) \cdot U_{f_3 f_4}^* \bar{u}(p_e) [m_\nu P_L - P_R m_e] v(p_\nu). \quad (3.15)$$

3.1.2 Propagation d'un Goldstone ϕ^+

Calculons à présent la seconde partie de l'amplitude dépendant de ξ_W , celle qui propage un boson ϕ^+ :

$$i\mathcal{M}_\phi = \bar{v}(p_d) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_2 f_1}^* (m_d P_L - m_u P_R) + i\sqrt{2} v \not{p} P_L K_{f_2 g_1}^* C_{f_1 g_1}^{\varphi q 3} \right] u(p_u) \cdot \frac{i}{p^2 - \xi M_W^2} \\ \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4}^* (m_\nu P_L - m_e P_R) \right] v(p_\nu) \quad (3.16)$$

$$= \frac{-i}{p^2 - \xi M_W^2} \left(\frac{-2}{v^2} \right) (K_{f_2 f_1}^* + v^2 C_{g_1 f_1}^{\varphi q 3} K_{f_2 g_1}^*) \bar{v}(p_d) [-m_d P_L + m_u P_R] u(p_u) \cdot \\ \cdot U_{f_3 f_4}^* \bar{u}(p_e) [m_\nu P_L - P_R m_e] v(p_\nu) \quad (3.17)$$

$$= -i\mathcal{M}_{W,\xi}. \quad (3.18)$$

Nous pouvons déjà analyser ce résultat. Les deux amplitudes sont en apparence très différentes : l'une est une interaction avec un boson de jauge, et l'autre avec un Goldstone généré par le champ de Higgs. Alors, qu'ont-elles en commun qui leur permet d'être égales ? La réponse tient dans la masse du boson W : seul, le boson W semble complètement détaché dans ce diagramme au champ de Higgs. En réalité, celui-ci interagit de façon cachée : sa masse, contenue dans le propagateur, est une manifestation de son interaction avec le champ de Higgs. Par conséquent, ce propagateur du boson W est également, indirectement, en interaction avec le champ de Higgs. C'est exactement ce qui est observé dans notre calcul : le terme $\frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2}$ va devenir les constantes de l'interaction avec le boson de Higgs du deuxième diagramme.

Nous constatons que les deux amplitudes non-invariantes s'annulent exactement, et l'amplitude totale perd sa dépendance en ξ_W avant de passer au carré. Ce résultat n'est pas trivial, puisque des informations sur la jauge auraient encore pu être stockées dans la phase de \mathcal{M}_{tot} , et n'auraient alors disparu que lorsque nous passons de \mathcal{M} à $|\mathcal{M}|^2$. Pour rappel, nous avons $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{SM} + \mathcal{M}_{d6}$, avec $\mathcal{M}_{d6} \sim \frac{1}{\Lambda^2}$. Nous pouvons alors utiliser un simple argument dimensionnel : si l'amplitude totale est invariante, et qu'elle est séparable en une partie qui dépend de Λ^2 et une non, alors forcément ces 2 parties sont invariantes. Nous en déduisons donc que $\mathcal{M}_{SM} \approx \xi_W$ et $\mathcal{M}_{d6} \approx \xi_W$. Le calcul devient donc trivial, chaque terme de l'amplitude carrée est invariant puisque c'est un produit d'invariants :

$$|\mathcal{M}|_{tot}^2 = |\mathcal{M}_{SM}|^2 + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger}{\Lambda^2} + \frac{|\mathcal{M}_{d6}|^2}{\Lambda^4} \quad (3.19)$$

$$\begin{cases} \mathcal{M}_{SM} \approx \xi_W \\ \mathcal{M}_{d6} \approx \xi_W \end{cases} \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger}{\Lambda^2} \approx \xi_W \\ \frac{|\mathcal{M}_{d6}|^2}{\Lambda^4} \approx \xi_W \end{cases} \quad (3.21)$$

Cependant, ce résultat est grandement dépendant de deux facteurs : tout d'abord, nous n'avons ajouté qu'un seul opérateur dépendant de Λ . Nous allons obligatoirement obtenir une amplitude où il n'y a pas assez d'opérateurs pour qu'ils puissent

interagir. Qui plus est, notre calcul a été grandement facilité par le fait qu'il y a deux diagrammes qui s'annulent exactement : si nous étudions un processus où les diagrammes sont trop complexes pour s'annuler deux à deux, l'amplitude elle-même pourrait devenir plus complexe et nécessiter une interférence pour respecter l'invariance de jauge. C'est ce que nous allons tenter par la suite.

3.2 Ajout d'un second opérateur du SMEFT : $\bar{u}d > he^+\nu$

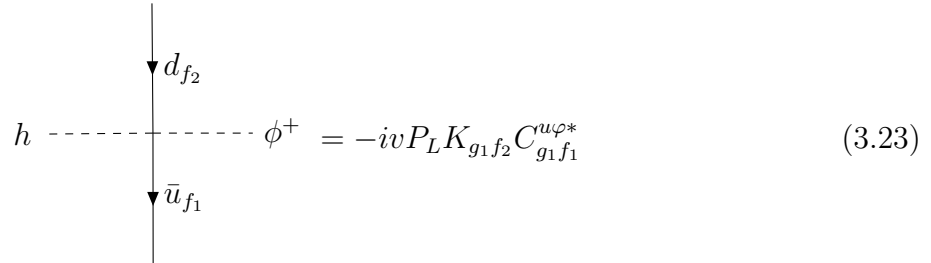
Dans cette section, nous étudions un nouveau processus, $\bar{u}_{f_1}d_{f_2} > he_{f_3}^+\nu_{f_4}$. Nous nous sommes retrouvés précédemment avec un résultat étonnamment simple, mais le cas étudié était simple en lui-même. Il avait exactement deux diagrammes, dont la partie non-invariante s'annulait exactement. Nous allons donc poursuivre avec un exemple un peu plus complexe. Comme précédemment, la saveur de chaque particule n'est pas spécifiée et est laissée libre via une variable f_i .

3.2.1 Opérateur de dimension six

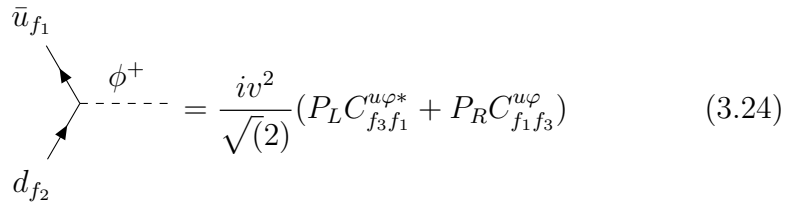
Plutôt que l'opérateur $\mathcal{Q}_{\varphi q}^{(3)}$ utilisé précédemment, nous utilisons un nouvel opérateur du SMEFT :

$$\mathcal{Q}_{u\varphi} = (\varphi^\dagger\varphi)(\bar{q}_p u'_r \tilde{\varphi}), \quad (3.22)$$

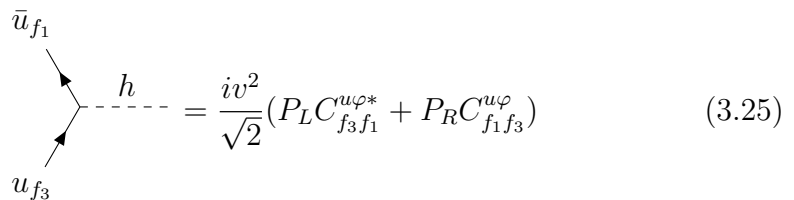
Cet opérateur va non seulement générer de nouveaux vertex, mais il va aussi modifier la masse de u , comme décrit dans l'équation (2.27). Les vertex générés par cet opérateur qui vont contribuer au processus sont les suivants [11] :



$$h \text{ --- } \phi^+ = -ivP_L K_{g_1 f_2} C_{g_1 f_1}^{u\varphi*} \quad (3.23)$$



$$\phi^+ = \frac{iv^2}{\sqrt{2}}(P_L C_{f_3 f_1}^{u\varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u\varphi}) \quad (3.24)$$



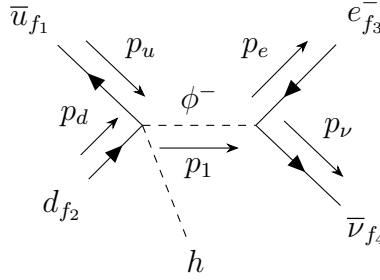
$$h = \frac{iv^2}{\sqrt{2}}(P_L C_{f_3 f_1}^{u\varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u\varphi}) \quad (3.25)$$

3.2.2 Notations

La notation adoptée pour ce calcul est la suivante : l'indice en haut de l'amplitude est la particule propagée, et l'indice en bas est la particule qui émet le boson de Higgs. Nous allons trier les différentes parties de l'amplitude dans différentes sections, suivant la forme des propagateurs présents dedans. Si une amplitude dépend du propagateur $\frac{i}{p^2 - \xi_W M_W^2}$, avec $p = p_u + p_d - p_h$, nous allons la développer dans la section "Amplitudes avec h émis par l'état initial". Si elle dépend du propagateur $\frac{i}{p^2 - \xi_W M_W^2}$, avec $p_5 = p_u + p_d$, nous allons la développer dans la section "Amplitudes avec h émis dans l'état final". Si les deux propagateurs apparaissent dans l'amplitude, nous la développons dans la partie "Amplitudes avec h émis par un propagateur". La raison pour laquelle nous avons choisi de les trier de cette façon deviendra apparente au fil du calcul.

3.2.3 Amplitudes avec h émis par l'état initial

Émission de h par interaction entre \bar{u} et d - \mathcal{M}_{ud}^ϕ



$$i\mathcal{M}_{ud}^\phi = \bar{v}(p_u) \left[-ivP_L K_{g_1 f_2} C_{g_1 f_1}^{u\varphi*} \right] u(p_d) \cdot \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] v(p_\nu) \quad (3.26)$$

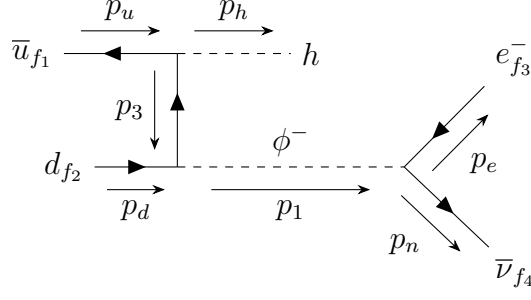
$$= \bar{v}(p_u) \left[-ivP_L K_{g_1 f_2} C_{g_1 f_1}^{u\varphi*} \right] u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.27)$$

Ici, nous introduisons la notation

$$\begin{cases} \mathcal{P}_1 &= \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \\ \mathcal{D} &= \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] v(p_\nu), \end{cases} \quad (3.28)$$

définissant respectivement le propagateur et la partie droite de l'expression de \mathcal{M}_{ud}^ϕ . Ces termes vont réapparaître très souvent par la suite. Ce diagramme n'est pas dans le Modèle Standard, et a la particularité de ne pas avoir de diagramme au propagateur W associé, c'est-à-dire un diagramme identique à l'exception de remplacer le propagateur de ϕ^- par celui de W^- . Nous voyons donc d'emblée que la méthode que nous avons adoptée précédemment d'annuler les diagrammes deux à deux ne va plus marcher. En revanche, son unique dépendance en ξ_W vient du propagateur \mathcal{P}_1 , de quantité de mouvement p_1 . Par conséquent, si un (ou plusieurs) diagrammes peuvent annuler ou simplifier ce diagramme, ils doivent forcément être dépendants du propagateur \mathcal{P}_1 . Calculons les autres amplitudes dépendant de ce propagateur.

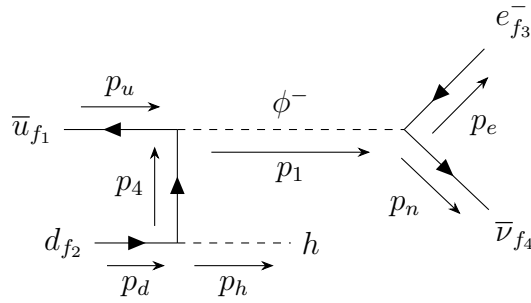
Radiation de h par un quark up et propagation d'un Goldstone - \mathcal{M}_u^ϕ



$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_u^\phi &= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{u f_1} + \frac{i v^2}{\sqrt{2}} (P_L C_{f_3 f_1}^{u \varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u \varphi}) \right] \cdot \frac{i(-\not{p}_3 + m_{u f_3})}{p_3^2 - m_{u f_3}^2} \\
 &\cdot \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_3 f_2} (m_{d f_2} P_R - m_{u f_3} P_L) \right] u(p_d) \cdot \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \\
 &\cdot v(p_\nu) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] \bar{u}(p_e) \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{u f_1} + \frac{i v^2}{\sqrt{2}} (P_L C_{f_3 f_1}^{u \varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u \varphi}) \right] \frac{i(-\not{p}_3 + m_{u f_3})}{p_3^2 - m_{u f_3}^2} \\
 &\cdot \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_3 f_2} (m_{d f_2} P_R - m_{u f_3} P_L) \right] u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.30)
 \end{aligned}$$

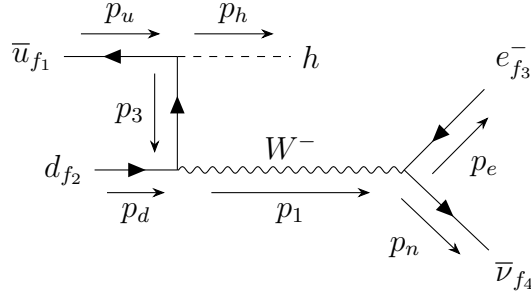
Radiation de h par un quark down et propagation d'un Goldstone - \mathcal{M}_d^ϕ



$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_d^\phi &= \bar{v}(p_u) \sum_{f_4} \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_4} (m_{d f_4} P_R - m_{e f_1} P_L) \right] \cdot \frac{i(\not{p}_4 + m_{d f_4})}{p_3^2 - m_{d f_4}^2} \cdot \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_2 f_4} m_{d f_4} \right] \\
 &\cdot \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot v(p_\nu) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] \bar{u}(p_e) \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \bar{v}(p_u) \frac{m_d}{v} \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (m_{d f_2} P_R - m_{e f_1} P_L) \right] \cdot \frac{i(\not{p}_4 + m_{d f_4})}{p_3^2 - m_{d f_4}^2} \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.32)
 \end{aligned}$$

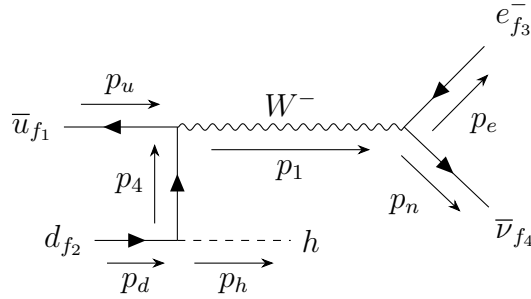
Radiation de h par un quark up et propagation d'un boson W - \mathcal{M}_u^W



$$i\mathcal{M}_u^W = \bar{v}(p_u) \sum_{f_3} \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{uf_1} + \frac{iv^2}{\sqrt{2}} (P_L C_{f_3 f_1}^{u\varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u\varphi}) \right] \frac{i(-\not{p}_3 + m_{uf_3})}{p_3^2 - m_{uf_3}^2} \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_3 f_2} \gamma^\mu P_L \right] \\ \cdot \bar{u}(p_d) \cdot \frac{-i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \frac{p_{1\mu} p_{1\nu}}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_2 f_1} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.33)$$

$$= - \sum_{f_3} \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_1 f_3} + \frac{iv^2}{\sqrt{2}} (P_L C_{f_3 f_1}^{u\varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u\varphi}) \right] \frac{i(-\not{p}_3 + m_{uf_3})}{p_3^2 - m_{uf_3}^2} \\ \cdot \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_3 f_2} \not{p}_1 P_L \right] \bar{u}(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.34)$$

Radiation de h par un quark down et propagation d'un boson W - \mathcal{M}_d^W



$$i\mathcal{M}_d^W = \sum_{f_4} \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1 f_4} \gamma^\mu P_L \right] \frac{i(\not{p}_4 + m_{df_4})}{p_4^2 - m_{df_4}^2} \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_2 f_4} m_{df_2} \right] \frac{-i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p_{1\mu} p_{1\nu}}{M_W^2} \\ \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.35)$$

$$= - \frac{m_{df_2}}{v} \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (\not{p}_4 P_L + \not{p}_u P_L) \right] \frac{\not{p}_4 + m_{df_2}}{p_4^2 - m_{df_2}^2} \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.36)$$

Somme des diagrammes avec h émis dans l'état initial

Notre premier instinct est d'associer deux à deux les diagrammes qui semblent ne différer que par leur propagateur. Procédons pour \mathcal{M}_u^W et \mathcal{M}_u^ϕ . Cette fois-ci, ils ne

s'annulent pas, car le terme du SMEFT est présent uniquement dans le diagramme propageant dans le champ de Higgs.

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_u^W + i\mathcal{M}_u^\phi &= \bar{v}(p_u) \sum_{f_3} \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{u f_1} + \frac{iv^2}{\sqrt{2}} (P_L C_{f_3 f_1}^{u\varphi*} + P_R C_{f_1 f_3}^{u\varphi}) \right] \\
&\cdot \frac{i(-\not{p}_3 + m_{u f_3})}{p_3^2 - m_{u f_3}^2} \cdot \left[\frac{-i}{v} K_{f_3 f_2} (m_{df_2} P_R - m_{u f_3} P_L) \right. \\
&\left. + \frac{i\sqrt{2}}{v} K_{f_3 f_2} (\not{p}_3 + \not{p}_d) P_L \right] u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \tag{3.37}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v^2} m_{u f_1} P_L K_{f_1 f_2} + \sum_{f_3} iv P_L C_{f_3 f_1}^{u\varphi*} K_{f_3 f_2} \right] u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \tag{3.38}
\end{aligned}$$

De même en tentant d'associer \mathcal{M}_d^ϕ et \mathcal{M}_d^W . Cependant, les termes de propagation de fermions disparaissent pour les deux sommes :

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_d^\phi + i\mathcal{M}_d^W &= \bar{v}(p_u) \frac{m_{df_2}}{v} \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (m_{df_2} P_R - m_{u f_1} P_L) + \frac{i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (\not{p}_4 P_L + \not{p}_u P_L) \right] \\
&\frac{\not{p}_4 + m_{df_2}}{p_4^2 - m_{df_2}^2} u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \tag{3.39}
\end{aligned}$$

$$= \bar{v}(p_u) \frac{i\sqrt{2}}{v^2} K_{f_1 f_2} \not{p}_d P_L u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \tag{3.40}$$

$$\Rightarrow i\mathcal{M}_u^\phi + i\mathcal{M}_u^W + i\mathcal{M}_d^\phi + i\mathcal{M}_d^W + i\mathcal{M}_{ud}^\phi \tag{3.41}$$

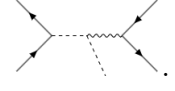
$$\begin{aligned}
&= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v^2} m_{u f_1} P_L K_{f_1 f_2} + \sum_g iv P_L C_{g f_1}^{u\varphi*} K_{g f_2} - \sum_g iv P_L K_{g f_2} C_{g f_1}^{u\varphi*} \right. \\
&\left. + \frac{i\sqrt{2}}{v^2} K_{f_1 f_2} \not{p}_d P_L \right] u(p_d) \cdot \mathcal{P} \cdot \mathcal{D} \tag{3.42}
\end{aligned}$$

$$= \bar{v}(p_u) \frac{-i\sqrt{2}}{v^2} (\not{p}_u + \not{p}_d) P_L K_{f_1 f_2} u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D}. \tag{3.43}$$

En apparence, il semblerait que cette fois, l'amplitude non-carrée ne puisse s'annuler. En effet, nous avons épuisé tous nos diagrammes ayant une dépendance linéaire en \mathcal{P}_1 . En réalité, ce n'est pas le cas : Il reste à considérer les termes où le boson de Higgs est émis par le propageateur, qui dépendent de deux propageateurs à la fois.

Cela ne fait cependant que déplacer notre problème, étant donné que ces diagrammes ont une autre variable dépendant de ξ_W , un second propageateur que nous allons appeler \mathcal{P}_5 . À première vue, ces diagrammes ne peuvent donc pas s'annuler avec les diagrammes ne dépendant que de \mathcal{P}_1 . En réalité, il le peuvent, grâce à un artifice mathématique que nous allons expliquer maintenant.

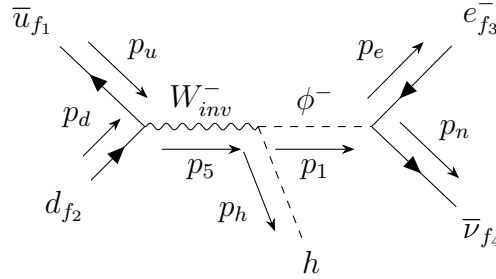
Lorsqu'une des deux particules propagées est un boson W , le propagateur peut se diviser en deux parties : une dépendante de ξ_W et une indépendante de ξ_W . La partie invariante sur ξ_W ne va pas se comporter comme une variable ξ , et le facteur



\mathcal{P}_5 va disparaître, ne laissant plus que \mathcal{P}_1 . Examinons le diagramme . Grâce à l'équation (3.9), nous pouvons extraire une partie dépendante uniquement du propagateur \mathcal{P}_1 . Nous traiterons l'autre partie plus tard dans le calcul.

De même, le diagramme se développe en quatre sous-diagrammes, dont un qui dépend uniquement de \mathcal{P}_1 . C'est leur contribution qui va annuler exactement les amplitudes non-invariantes émettant le boson de Higgs à l'état initial.

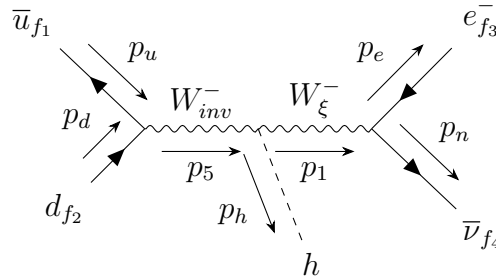
Double propagation : émission de h par les propagateurs de ϕ et W - $\mathcal{M}_{W_{inv}\phi}^{W\phi}$



$$i\mathcal{M}_{W_{inv}\phi}^{W\phi} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1 f_2} \gamma^\mu P_L \right] \frac{-i}{p_5^2 - M_W^2} (g_{\mu\alpha} - \frac{p_{5\mu} p_{5\alpha}}{M_W^2}) \cdot \frac{-i\bar{g}}{2} (p_h - p_1)^\alpha \quad (3.44)$$

$$\cdot \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] v(p_\nu) \quad (3.45)$$

Double propagation : radiation de h par un boson W - $\mathcal{M}_{W_{inv}W\xi}^{WW}$



$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{W_{inv}W_\xi}^{WW} &= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1f_2} \gamma^\mu P_L \right] u(p_d) \frac{-i}{p_5^2 - M_W^2} \left(g_{\mu\alpha} - \frac{p_{5\mu}p_{5\alpha}}{M_W^2} \right) \left[\frac{i\bar{g}^2}{2} v g^{\alpha\beta} \right] \\
&\cdot \frac{-i}{p_1^2 - \xi M_W^2} \cdot \frac{p_{1\beta}p_{1\nu}}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.46)
\end{aligned}$$

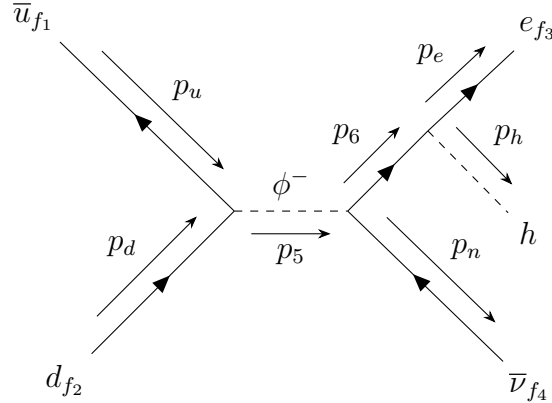
$$\begin{aligned}
&= -\bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1f_2} \gamma^\mu P_L \right] u(p_d) \frac{-i}{p_5^2 - \xi M_W^2} \left(g_{\mu\alpha} - \frac{p_{5\mu}p_{5\alpha}}{M_W^2} \right) \left[i\bar{g}p_1^\alpha \right] \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{W_{inv}W_\xi}^{WW} + i\mathcal{M}_{W_{inv}\phi}^{W\phi} &= -\bar{v}(p_u) \frac{i\sqrt{2}}{v^2} K_{f_1f_2} P_R \not{p}_5 u(p_d) \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \\
\Rightarrow i\mathcal{M}_{W_{inv}W_\xi}^{WW} + i\mathcal{M}_{W_{inv}\phi}^{W\phi} + i\mathcal{M}_u^\phi + i\mathcal{M}_u^W + i\mathcal{M}_d^\phi + i\mathcal{M}_d^W + i\mathcal{M}_{ud}^\phi &= 0. \quad (3.48)
\end{aligned}$$

3.2.4 Amplitudes avec h émis par l'état final

Un raisonnement similaire peut être adopté pour l'émission du boson de Higgs par l'état final. Les deux amplitudes correspondant aux radiations par un électron sont les suivantes :

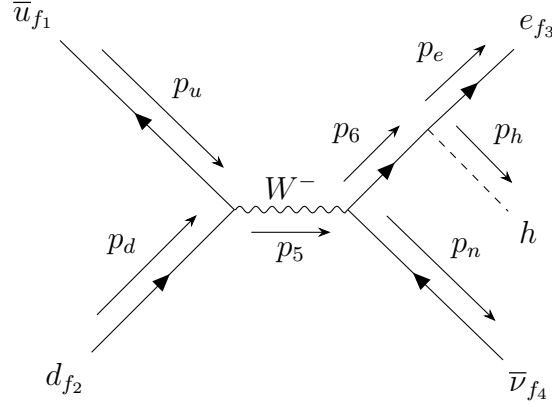
Propagation d'un Goldstone et radiation de h par un électron - \mathcal{M}_e^ϕ



$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_e^\phi &= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-\sqrt{2}i}{v} K_{f_1f_2} (m_{df_2} P_R - m_{uf_1} P_L) \right] u(p_d) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_3f_6} m_{ef_6} \right] \\
&\cdot \frac{i(\not{p}_6 + m_{ef_6})}{p_6^2 - m_{ef_6}^2} \cdot \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_6f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{ef_1} P_L) \right] v(p_\nu) \quad (3.49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \left(\frac{1}{v} m_{ef_3} \right) \cdot \bar{u}(p_e) \frac{(\not{p}_6 + m_{ef_6})}{p_6^2 - m_{ef_6}^2} \cdot \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_6f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{ef_1} P_L) \right] v(p_\nu) \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Propagation d'un W et radiation de h par un électron - \mathcal{M}_e^W



$$i\mathcal{M}_e^W = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-\sqrt{2}i}{v} K_{f_1 f_2} \gamma^\mu \right] u(p_d) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_3 f_6} m_{ef_6} \right] \cdot \frac{i(\not{p}_6 + m_{ef_6})}{p_6^2 - m_{ef_6}^2} \cdot \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} U_{f_6 f_4} \gamma^\nu P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.51)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \left(\frac{1}{v} m_{ef_3} \right) \frac{(\not{p}_6 + m_{ef_6})}{p_6^2 - m_{ef_6}^2} \cdot \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (\not{p}_6 P_L - P_R m_{\nu f_4}) \right] v(p_\nu) \quad (3.52)$$

$$i\mathcal{M}_e^\phi + i\mathcal{M}_e^W = \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{m_{ef_3}}{v} \bar{u}(p_e) \frac{\not{p}_6 + m_{ef_3}}{p_6^2 - m_{ef_6}^2} \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{ef_3} P_L) + \frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (\not{p}_6 P_L - m_{\nu} P_R) \right] v(p_\nu) \quad (3.53)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{m_{ef_3}}{v} \bar{u}(p_e) \frac{\not{p}_6 + m_{ef_3}}{p_6^2 - m_{ef_6}^2} \cdot \frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} \left[\not{p}_6 P_L - m_e P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.54)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{i\sqrt{2} m_{ef_3}}{v^2} \bar{u}(p_e) U_{f_3 f_4} P_L v(p_\nu) \quad (3.55)$$

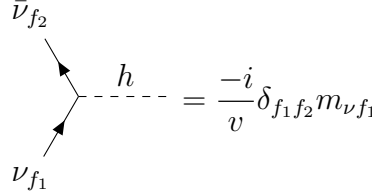
Ici, nous avons défini

$$\begin{cases} \mathcal{G} & \equiv \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (m_{df_2} P_R - m_{uf_1} P_L) \right] u(p_d), \\ \mathcal{P}_5 & \equiv \frac{i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2}, \end{cases} \quad (3.56)$$

comme étant respectivement le côté gauche de nos amplitudes lorsqu'il n'y a pas d'émission de h à l'état initial, et le propagateur dépendant de la quantité de mouvement p_5 . Comme lors de l'émission par l'état initial, les diagrammes appariés ne s'annulent pas mais permettent au propagateur fermionique de disparaître. La même chose va se passer pour la propagation par un neutrino, leur permettant d'interagir.

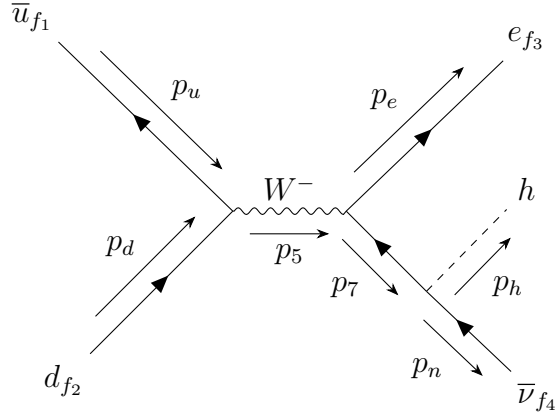
Propagation d'un W et radiation de h par un neutrino - \mathcal{M}_ν^W

Ce diagramme ainsi que celui qui suit n'existent pas dans le Modèle Standard : ils sont une conséquence du fait que nous avons octroyé une masse au neutrino, ajoutant ainsi une interaction avec le boson de Higgs. L'interaction entre le champ de Higgs et le neutrino de Dirac ajoute le vertex suivant :



$$\begin{array}{c} \bar{\nu}_{f_2} \\ \swarrow \\ \text{---} h \text{---} \\ \searrow \\ \nu_{f_1} \end{array} = \frac{-i}{v} \delta_{f_1 f_2} m_{\nu f_1} \quad (3.57)$$

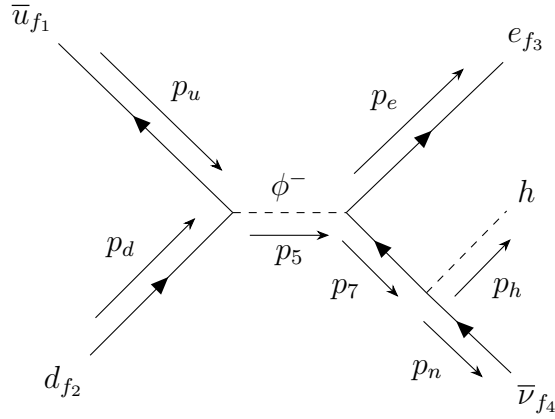
Par conséquent, nous obtenons deux nouveaux diagrammes, correspondant à la radiation d'un boson de Higgs par un neutrino. Les voici :



$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_\nu^W &= \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1 f_2} \gamma^\mu \right] \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} U_{f_3 f_7} \gamma^\nu P_L \right] \\ &\cdot \frac{i(-\not{p}_7 + m_{\nu f_7})}{p_7^2 - m_{\nu f_7}^2} \cdot \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_4 f_7} m_{\nu f_4} \right] v(p_\nu) \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{m_{\nu f_4}}{v} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (\not{p}_7 P_L + m_{e f_3} P_L) \right] \cdot \frac{(-\not{p}_7 + m_{\nu f_7})}{p_7^2 - m_{\nu f_7}^2} v(p_\nu) \quad (3.59)$$

Propagation d'un Goldstone et radiation de h par un neutrino - \mathcal{M}_ν^ϕ



$$i\mathcal{M}_\nu^\phi = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-\sqrt{2}i}{v} K_{f_1 f_2} (m_{d f_2} P_R - m_{u f_1} P_L) \right] \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_7} (m_{\nu f_7} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] \cdot \frac{i(-\not{p}_7 + m_{\nu f_7})}{p_7^2 - m_{\nu f_7}^2} \cdot \left[\frac{-i}{v} \delta_{f_4 f_7} m_{\nu f_4} \right] v(p_\nu) \quad (3.60)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{m_{\nu f_4}}{v} \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right] \cdot \frac{i(-\not{p}_7 + m_{\nu f_7})}{p_7^2 - m_{\nu f_7}^2} v(p_\nu) \quad (3.61)$$

$$i\mathcal{M}_\nu^\phi + i\mathcal{M}_\nu^W = \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \frac{m_{\nu f_4}}{v} \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{e f_3} P_L) \right. \\ \left. \frac{i\sqrt{2}}{v} U_{f_3 f_4} (\not{p}_7 P_L + m_{e f_3} P_L) \right] \cdot \frac{-\not{p}_7 + m_{\nu f_4}}{p_7^2 - m_{\nu f_4}^2} \cdot v(p_\nu) \quad (3.62)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{\sqrt{2}i m_{\nu f_4}}{v^2} U_{f_3 f_4} \bar{u}(p_e) \left[P_R m_{\nu f_4} + P_L \not{p}_7 \right] \frac{-\not{p}_7 + m_{\nu f_4}}{p_7^2 - m_{\nu f_4}^2} v(p_\nu) \quad (3.63)$$

$$= -\mathcal{G} \mathcal{P}_5 \frac{m_{\nu f_4}}{v^2} i\sqrt{2} \bar{u}(p_e) U_{f_3 f_4} P_R v(p_\nu) \quad (3.64)$$

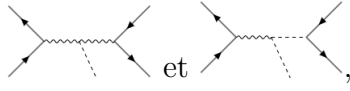
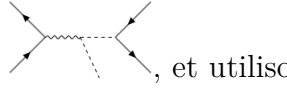
$$i\mathcal{M}_e^\phi + i\mathcal{M}_\nu^\phi + i\mathcal{M}_e^W + i\mathcal{M}_\nu^W \quad (3.65)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-m_\nu}{v^2} i\sqrt{2} U_{f_3 f_4} P_R + \frac{m_{e f_3}}{v^2} i\sqrt{2} U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.66)$$

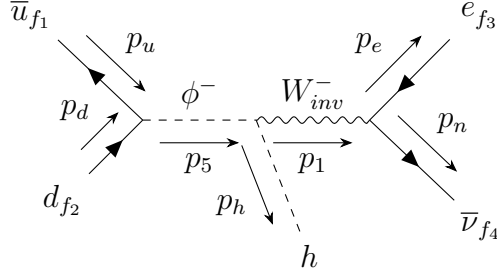
$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \frac{i\sqrt{2}}{v^2} \bar{u}(p_e) U_{f_3 f_4} \left[\not{p}_\nu P_L + \not{p}_e P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.67)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \frac{i\sqrt{2}}{v^2} \bar{u}(p_e) U_{f_3 f_4} \not{p}_1 P_L v(p_\nu) \quad (3.68)$$

Comme précédemment, les diagrammes émettant un boson de Higgs à droite du propagateur ne suffisent pas à eux seuls à annuler cette section de l'amplitude. Nous

prenons cette fois les parties des diagrammes  et , et utilisons l'équation (3.9) pour extraire deux diagrammes dépendant uniquement de \mathcal{P}_5 .

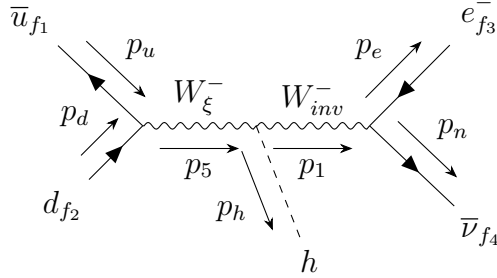
Double propagation d'un Goldstone et d'un boson W - $\mathcal{M}_{\phi W_{inv}}^{\phi W}$



$$i\mathcal{M}_{\phi W_{inv}}^{\phi W} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (m_{d f_2} P_R - m_{u f_1} P_L) \right] u(p_d) \frac{i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \frac{i\bar{g}}{2} (p_5 + p_h)^\beta \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \left(g^{\alpha\beta} - \frac{p_{1\alpha} p_{1\beta}}{M_W^2} \right) \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.69)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{i\bar{g}}{M_W^2} (p_5 + p_h)^\beta \frac{-i}{p_1^2 - M_W^2} (M_W^2 g_{\beta\nu} - \frac{p_{1\beta} p_{1\nu}}{M_W^2}) \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.70)$$

Double propagation : radiation de h par un W - $\mathcal{M}_{W_\xi W_{inv}}^{WW}$



$$i\mathcal{M}_{W_\xi W_{inv}}^{WW} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1 f_2} \gamma^\mu P_L \right] u(p_d) \frac{-i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \frac{p_{5\mu} p_{5\alpha}}{M_W^2} \cdot \frac{i\bar{g}^2}{2} g^{\alpha\beta} \cdot \frac{-i}{p_1^2 - M_W^2} \left(g_{\beta\nu} - \frac{p_{1\beta} p_{1\nu}}{M_W^2} \right) \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.71)$$

$$= -\mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{i\bar{g}}{M_W^2} \frac{-i}{p_1^2 - M_W^2} (p_{5\nu} M_W^2 - (p_1 \cdot p_5) p_\nu) \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.72)$$

Somme des diagrammes à double propagation émettant h par l'état final

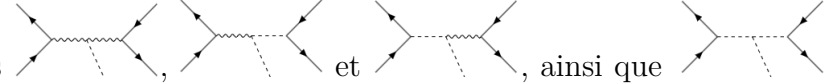

$$i\mathcal{M}_{W_\xi W_{inv}}^{WW} + i\mathcal{M}_{\phi W_{inv}}^{\phi W} = \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{i\bar{g}}{2M_W^2} \cdot \frac{-i}{p_1^2 - M_W^2} (M_W^2 g_{\beta\nu} - p_{1\beta} p_{1\nu}) \bar{u}(p_e) \left[-2p_5 + p_5 + p_h \right]^\beta \cdot \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.73)$$

$$= -\mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \frac{i\sqrt{2}}{v^2} \bar{u}(p_e) U_{f_3 f_4} \not{p}_1 P_L v(p_\nu) \quad (3.74)$$

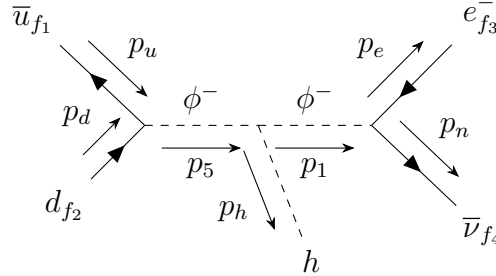
Ce terme annule exactement la somme des autres amplitudes, donnée dans l'équation (3.65).

3.2.5 Amplitudes avec h émis par un propagateur

La dernière étape de ce calcul consiste simplement à rassembler les amplitudes dépendant de \mathcal{P}_1 et de \mathcal{P}_5 , c'est à dire à prendre les parties restantes des amplitudes

des diagrammes , ainsi que . C'est ce que nous allons faire maintenant.

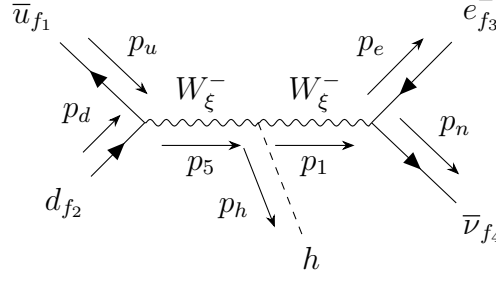
Double propagation : radiation de h par un Goldstone - $\mathcal{M}_{\phi\phi}^{\phi\phi}$



$$i\mathcal{M}_{\phi\phi}^{\phi\phi} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (m_{df_2} P_R - m_{uf_1} P_L) \right] u(p_d) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{(-i\lambda v)}{2} \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\sqrt{1}}{v} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_R - m_{ef_3} P_L) \right] v(p_\nu) \quad (3.75)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \frac{(-i\lambda v)}{2} \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.76)$$

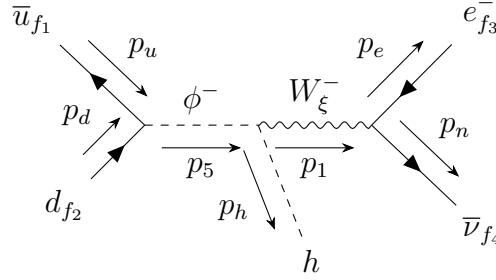
Double propagation : radiation de h par un boson W - $\mathcal{M}_{W_\xi W_\xi}^{WW}$



$$i\mathcal{M}_{W_\xi W_\xi}^{WW} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1 f_2} \gamma^\mu P_L \right] u(p_d) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \frac{p_{5\mu} p_{5\alpha}}{M_W^2} \cdot \frac{i\bar{g}^2}{2} v g^{\alpha\beta} \cdot \frac{-i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p_{1\beta} p_{1\nu}}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.77)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \frac{i\bar{g}}{M_W} \cdot p_5 p_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.78)$$

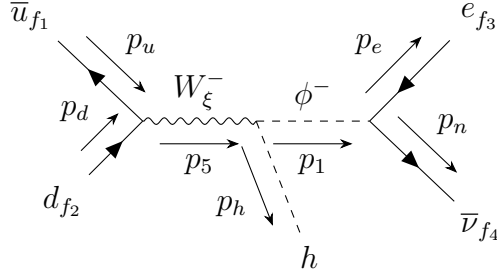
Double propagation : émission de h par interaction entre un Goldstone et un boson W - $\mathcal{M}_{\phi W_\xi}^{\phi W}$



$$i\mathcal{M}_{\phi W_\xi}^{\phi W} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\sqrt{2}}{v} K_{f_1 f_2} (m_{d f_2} P_R - m_{u f_1} P_L) \right] u(p_d) \frac{i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \frac{i\bar{g}}{2} (p_5 + p_h)^\beta \frac{-i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \frac{p_{1\beta} p_{1\nu}}{M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} \gamma^\nu U_{f_3 f_4} P_L \right] v(p_\nu) \quad (3.79)$$

$$= -\mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \frac{i\bar{g}}{2M_W} (p_5 p_1 + p_h p_1) \mathcal{D} \quad (3.80)$$

Double propagation : émission de h par interaction entre un boson W et un Goldstone $-\mathcal{M}_{W_\xi\phi}^{W\phi}$



$$i\mathcal{M}_{W_\xi\phi}^{W\phi} = \bar{v}(p_u) \left[\frac{-i\bar{g}}{\sqrt{2}} K_{f_1 f_2} \gamma^\mu P_L \right] u(p_d) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_W M_W^2} \frac{p_{5\mu} p_{5\alpha}}{M_W^2} \cdot \frac{i\bar{g}}{2} [p_1 - p_h]^\alpha \cdot \frac{i}{p_1^2 - \xi_W M_W^2} \cdot \bar{u}(p_e) \left[\frac{i\bar{g}}{\sqrt{2}} U_{f_3 f_4} (m_{\nu f_4} P_L - m_{e f_3} P_R) \right] v(p_\nu) \quad (3.81)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \frac{p_{5\alpha}}{M_W} \frac{i\bar{g}}{2} [p_h - p_1]^\alpha \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{D} \quad (3.82)$$

Somme des diagrammes avec h émis par un propagateur

$$i\mathcal{M}_{W_\xi W_\xi}^{WW} + i\mathcal{M}_{\phi W_\xi}^{\phi W} = \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \frac{i\bar{g}}{M_W} \left[p_5 \cdot p_1 - \frac{p_5 p_1 + p_h p_1}{2} \right] \cdot \mathcal{D} \quad (3.83)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \frac{i}{v} p_1^2 \cdot \mathcal{D} \quad (3.84)$$

$$i\mathcal{M}_{\phi\phi}^{\phi\phi} + i\mathcal{M}_{W_\xi\phi}^{W\phi} = \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \left[\frac{-i\lambda v}{2} + \frac{p_{5\alpha}}{2M_W} i\bar{g} (p_h - p_1)^\alpha \right] \mathcal{D} \quad (3.85)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \left[\frac{-im_h^2}{v} + \frac{i}{v} (p_h + p_1)(p_h - p_1) \right] \mathcal{D} \quad (3.86)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \frac{i}{v} \left[-p_h^2 + p_h^2 - p_1^2 \right] \mathcal{D} \quad (3.87)$$

$$= \mathcal{G} \cdot \mathcal{P}_5 \cdot \mathcal{P}_1 \cdot \frac{-ip_1^2}{v} \mathcal{D} \quad (3.88)$$

$$\Rightarrow i\mathcal{M}_{W_\xi W_\xi}^{WW} + i\mathcal{M}_{\phi W_\xi}^{\phi W} + i\mathcal{M}_{\phi\phi}^{\phi\phi} + i\mathcal{M}_{W_\xi\phi}^{W\phi} = 0 \quad (3.89)$$

À nouveau, il ne reste de l'amplitude que les parties invariantes : la dépendance en ξ_W disparaît avant de calculer $|\mathcal{M}_{tot}|^2$. Par conséquent, chacun des termes de \mathcal{M}_{tot}

est invariant, et les termes d'interférences le sont donc aussi :

$$|\mathcal{M}|_{tot}^2 = |\mathcal{M}_{SM}|^2 + \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger}{\Lambda^2} + \frac{|\mathcal{M}_{d6}|^2}{\Lambda^4} \quad (3.90)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{M}_{SM} \approx \xi_W \\ \mathcal{M}_{d6} \approx \xi_W \end{array} \right. \quad (3.91)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\mathcal{M}_{SM} * \mathcal{M}_{d6}^\dagger}{\Lambda^2} \approx \xi_W \\ \frac{|\mathcal{M}_{d6}|^2}{\Lambda^4} \approx \xi_W \end{array} \right. \quad (3.92)$$

Nous avons supposé qu'il s'agissait une coïncidence lors du premier processus, $u\bar{d} > e^+\nu$, mais la complexité de celui-ci rend le résultat suspect. Est-ce le cas à chaque fois ? Pour le savoir, nous allons maintenant tester une multitude de processus, avec beaucoup plus d'opérateurs du SMEFT par processus.

Chapitre 4

Analyse numérique

Nous avons jusqu'à présent observé un résultat récurrent, qui est le fait que les composantes de l'amplitude deviennent invariantes avant que l'on passe au carré, ce qui mène naturellement à un résultat spécifique, qui est que les termes d'interférence de l'amplitude carrée sont invariants individuellement. Dans cette section, nous allons étudier si c'est le cas partout, en employant une méthode différente : nous allons utiliser le logiciel de calcul MadGraph.

MadGraph5_amC@NLO [13], plus communément appelé Madgraph, est un programme capable de simuler les processus d'interactions entre les particules. Il peut calculer les amplitudes et les sections efficaces d'interactions, au "tree-level" et au "next-to-leading-order". Madgraph est doté d'une grande flexibilité, les paramètres des différentes particules (masses, matrice CKM, ect), pouvant être modifiés pour arriver à la théorie souhaitée, voire importer de nouveaux modèles pour simuler des interactions allant au-delà du modèle standard.

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons utiliser le modèle SMEFTatNLO [14]. Il s'agit d'une implémentation grâce à FeynRules, permettant le calcul jusqu'à une boucle des opérateurs du SMEFT de dimension six, dans la base de Warsaw et après une normalisation canonique. Dans ce modèle, les paramètres de la théorie électrofaible G_F , M_Z et M_W sont employés afin que les propagateurs ne dépendent pas des coefficients d'opérateurs. La matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) est approximée à l'unité, et toutes les masses fermioniques et couplages de Yukawa sont négligés, à l'exception du quark top. Une fois passé à Madgraph5_amC@NLO, le modèle SMEFTatNLO permet les calculs jusqu'à l'ordre $\frac{1}{\Lambda^2}$ dans l'amplitude.

4.1 Implémentation numérique

Dans cette section, nous expliquons brièvement comment nous obtenons les résultats présentés. La première étape consiste à générer les amplitudes du processus demandé, dans le modèle Madgraph SMEFTatNLO-NLO, d'abord dans la jauge unitaire puis dans la jauge Feynman. Ce modèle ne permet pas d'afficher l'amplitude non-carrée, c'est pourquoi une partie du calcul se passe en dehors de Madgraph.

Lorsque nous étudions un processus avec des interactions QCD, le modèle néglige les interactions QED en raison de leur contribution minimale, perdant ainsi

des informations précieuses. Par exemple, une interaction dans une certaine jauge qui avait 300 diagrammes associés sans la QCD, peut se retrouver avec seulement 50 diagrammes lorsque nous ajoutons les interactions QCD. Pour cette raison, nos processus sont calculés sans la contribution de la QCD, en imposant la condition $QCD=0$ lors de la génération de l'événement dans Madgraph. De plus, les jauges que nous comparons dans Madgraph sont celles associées à l'interaction électrofaible, c'est-à-dire ξ_W et ξ_Z , mais Madgraph ne permet pas la modification du paramètre de jauge ξ_G associé à la QCD. La QCD n'apportera donc aucun changement d'une jauge à l'autre.

Enfin, la largeur des bosons brise numériquement l'invariance de jauge dans Madgraph, c'est pourquoi nous remédions à ce problème en fixant toutes les largeurs à 0.

4.2 Analyse des résultats numériques

Nous présentons ici les amplitudes de différents processus. Chacun des processus testés présente bien entendu au moins un diagramme avec propagation d'un boson W , Z ou A . Contrairement aux calculs précédents où nous n'avions pris qu'un seul opérateur du SMEFT par processus, cette fois tous les opérateurs de dimension six du SMEFT sont présents. Les paramètres des coefficients de Wilson de chacun des opérateurs ont été fixés à des valeurs aléatoires, pour des ordres de grandeur allant de 10^{-2} à 1000. Les tables de résultats sont organisées comme telles :

- La première colonne "Hélicité" donne l'hélicité des particules de chaque processus.
- La deuxième colonne "Jauge unitaire" présente l'amplitude obtenue lorsque le paramètre de jauge est fixé à $\xi = \infty$ pour toutes les jauges.
- La troisième colonne "Jauge unitaire" présente l'amplitude obtenue lorsque le paramètre de jauge est fixé à $\xi = 1$ pour toutes les jauges.
- Enfin, la plupart des hélicités fournissent des amplitudes exactement nulles pour les deux jauges, et ont donc été omises des tableaux.

Beaucoup de processus différents ont été testés, mais nous n'en présentons ici que trois en exemple pour illustrer nos résultats. D'autres processus peuvent être trouvés en annexe.

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Héli-cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
– – – +	$(4.93209059670870987 + i6.03931057304935625) \cdot 10^{-7}$	$(4.93209059670870881 + i6.03931057304933930) \cdot 10^{-7}$
– – + –	$(3.23500166287175693 + i1.17437050602800967) \cdot 10^{-7}$	$(3.23500166287174581 + i1.17437050602802105) \cdot 10^{-7}$
+ + – +	$(1.61129702359727261 + i2.01950156360224705) \cdot 10^{-7}$	$(1.61129702359727500 + i2.01950156360224731) \cdot 10^{-7}$
+ + + –	$(-1.41350431703716594 + i2.42713806854651026) \cdot 10^{-7}$	$(-1.41350431703716488 + i2.42713806854650920) \cdot 10^{-7}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^{-4}		
	$1.0900853752226934 \cdot 10^{-13}$	$1.0900853752226903 \cdot 10^{-13}$

Table 4.1 – Les amplitudes du processus $\tau^+\tau^- > \mu^+\mu^-hh$

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Héli-cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
00 + – – +	$(-2.57801127976726454 - i, -1.07209562133685989) \cdot 10^{-6}$	$(-2.57801127976690159 - i1.07209562133692215) \cdot 10^{-6}$
00 – + – +	$(1.91964247192252507 - i1.18868718963671093) \cdot 10^{-5}$	$(1.91964247192252474 - i1.18868718963671331) \cdot 10^{-6}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^4		
	$5.1759597666142133 \cdot 10^{-10}$	$5.1759597666141998 \cdot 10^{-10}$

Table 4.2 – Les amplitudes du processus $hh > e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_e$

Valeur des amplitudes par hélicité		
Héli-cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
– + + – + –	$(-2.92207052953189926 + i8.92714973804966053) \cdot 10^{-8}$	$(-2.92207052953189860 + i8.92714973804973730) \cdot 10^{-8}$
– + + – – +	$(1.24529484630268453 + i2.83683499329492425) \cdot 10^{-7}$	$(1.24529484630267791 + i2.83683499329492478) \cdot 10^{-7}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^4		
	$8.7339308497181906 \cdot 10^{-15}$	$8.7339308497181906 \cdot 10^{-15}$

Table 4.3 – Les amplitudes du processus $u\bar{d} > \tau^+\tau^-e^+\nu_e$

Nous observons que quelque soit le processus, le jauge et l'hélicité, l'amplitude non-carrée est toujours la même. Les différences infimes, apparaissant à des ordres

tels que 10^{-13} , ne sont que l'imprécision numérique de Madgraph et non une véritable différence physique. Étant donné que la valeur des coefficients de Wilson de tous les opérateurs a été générée de façon arbitraire, cela signifie que quel que soit l'opérateur, la dépendance en ξ_W disparaît déjà dans \mathcal{M} , avant même d'en prendre le carré. Cela rend chacun de ses termes de dimension supérieure à 4 invariants. La question que nous avons posée est donc résolue pour autant que nous faisons confiance à notre nombre fini de simulations : chaque terme dans la somme de l'équation (1.2) est invariant puisque c'est un produit de termes invariants.

Chapitre 5

Pour aller plus loin : termes d'interférence à l'intérieur de l'amplitude

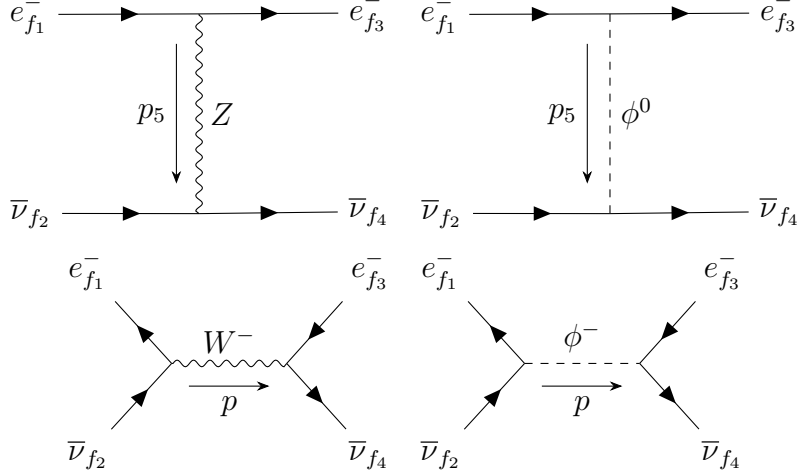
Au vu des résultats tant de nos calculs précédents que nos simulations numériques, nous pouvons déjà arriver à une conclusion : l'invariance au paramètre ξ a lieu dans l'amplitude non-carrée, et chacun des termes séparés de l'amplitude sont invariants, causant ainsi chacun des termes d'interférence de l'amplitude à être invariants également. Dans cette section, nous allons aller un peu plus loin. Nous allons utiliser ce résultat pour étudier une autre question, lié à la précédente : que se passe-t-il si nous mélangeons les opérateurs de dimensions 8 et 6 dans l'amplitude elle-même, en insérant deux vertex de dimension 6 ? Dans ce chapitre, nous allons tenter d'étudier ce problème au travers du cas particulier du processus $e\bar{\nu} > e\bar{\nu}$.

5.1 Le processus $e\bar{\nu} > e\bar{\nu}$

Soit un processus dont les diagrammes ont tous exactement deux vertex. Nous allons choisir un opérateur de dimension 6 exprès pour qu'il apparaisse dans les deux vertex du diagramme. En revanche, l'opérateur de dimension 8 n'apparaît qu'une seule fois. L'amplitude va donc avoir un terme de dimension $\frac{1}{\Lambda^4}$ venant du vertex de dimension huit, et un terme de dimension $\frac{1}{\Lambda^4}$ venant des deux vertex de dimension six. Explicitement, l'amplitude de ce processus est

$$\mathcal{M}_{tot} = M_{SM*SM} + \frac{\mathcal{M}_{d6*SM}}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{SM*d6}}{\Lambda^2} + \frac{\mathcal{M}_{SM*d8}}{\Lambda^4} + \frac{\mathcal{M}_{d6*d6}}{\Lambda^4} + \frac{\mathcal{M}_{d6*d8}}{\Lambda^6}. \quad (5.1)$$

Cette amplitude possède deux termes d'ordre Λ^{-2} , et deux d'ordre Λ^{-4} , qui pourraient se mélanger pour respecter l'invariance de jauge. Le processus étudié dans ce chapitre sera le processus $e_{f_1}\bar{\nu}_{f_2} > e_{f_3}\bar{\nu}_{f_4}$. Comme dans le chapitre 3, la saveur est laissée libre via les paramètres f_i . Ce processus est doté des diagrammes de Feynman suivants :



Cette fois, deux types de paramètres R_ξ apparaissent dans les diagrammes, associés respectivement aux bosons de jauge W et Z . Les diagrammes associés à ξ_W ne vont pas nous intéresser dans le cadre de ce calcul, car ils ne sont pas affectés par l'opérateur \mathcal{Q}^{d8} . Ainsi, le "secteur" de l'amplitude lié à ξ_W ne peut avoir de partage entre les deux termes d'ordre Λ^{-4} puisque l'un d'entre eux est trivialement nul. Nous allons donc nous concentrer sur la dépendance au second paramètre de jauge, ξ_Z .

Comme opérateur de dimension huit, nous utilisons

$$\mathcal{Q}^{d8} = (\varphi^\dagger \varphi) (\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi) (\bar{e}'_r \gamma^\mu e'_p). \quad (5.2)$$

Ce terme va contribuer à un seul vertex, celui croisant les 2 électrons. Nous pouvons développer les termes de cet opérateur séparément :

$$\begin{aligned} (\varphi^\dagger \varphi) &= (\phi^-, \frac{1}{\sqrt{2}}[v + H - i\phi^0]) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}[v + H + i\phi^0] \right) \\ &= \phi^- \phi^+ + \frac{1}{\sqrt{2}}[\phi^+ v + \phi^+ H - i\phi^+ \phi^0 + v\phi^- + H\phi^- + i\phi^0 \phi^-] \\ &+ \frac{1}{2}[v^2 + H^2 + 2vH + \phi^{02}] \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} (\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi) &= i(\phi^-, \frac{1}{\sqrt{2}}[v + H - i\phi^0]) \left[\partial_\mu + \frac{i\bar{g}'}{2} B_\mu + i\bar{g} W_\mu^I \frac{\tau^I}{2} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}}[v + H + i\phi^0] \right) \\ &- i \left[\left[\partial_\mu + \frac{i\bar{g}'}{2} B_\mu + i\bar{g} W_\mu^I \frac{\tau^I}{2} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}}[v + H - i\phi^0] \right) \right]^\dagger \left(\frac{1}{\sqrt{2}}[v + H + i\phi^0] \right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} &= i\phi^- \partial_\mu \phi^+ - i\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{2}{\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}} A_\mu \bar{g} \bar{g}' \phi^+ \phi^- + \frac{\bar{g}^2 - \bar{g}'^2}{\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}} - \\ &Z_\mu \phi^+ \phi^- \bar{g} W^+ \phi^- v - \bar{g} W^+ \phi^- H \bar{g} W^- \phi^+ v - \bar{g} W^- \phi^+ H + i\bar{g} W^- \phi^+ \phi^0 \\ &+ \partial_\mu H \phi^0 - \partial_\mu \phi^0 v - \partial_\mu \phi^0 H + \frac{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}{2} Z_\mu H^2 \frac{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}{2} Z_\mu v H \\ &+ \frac{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}{2} Z_\mu \phi^{02} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$(\bar{e}' \gamma^\mu e') = \bar{e}'_R \gamma_\mu e'_R = \bar{e}' \gamma^\mu P_R e' \quad (5.6)$$

Les termes du Lagrangien contribuant à notre processus sont donc :

$$\mathcal{L}_{d8} \supset -\frac{v^3}{2} \bar{e} \partial_\mu \phi^0 \gamma^\mu P_R e + \frac{v^4}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} Z_\mu \bar{e} \gamma^\mu e \quad (5.7)$$

$$= \frac{iv^3}{2} \bar{e} p_\phi^0 \phi^0 \gamma^\mu P_R e + \frac{v^4}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} Z_\mu \bar{e} \gamma^\mu e. \quad (5.8)$$

Les vertex sont par conséquent

$$= \frac{-v^3}{4} \not{p} P_R C^{d8},$$

$$= \frac{iv^4}{4} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} C^{d8}.$$

Comme opérateur de dimension six, nous souhaitons un opérateur qui va apparaître dans les deux vertex, celui croisant deux électrons et celui croisant deux neutrinos. Un opérateur répondant à ces critères est l'opérateur de dimension six suivant :

$$\mathcal{Q}_{\phi l}^{(1)} = (\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi) (\bar{l}'_p \gamma^\mu l'_p), \quad (5.9)$$

dont les vertex apparaissant dans le processus $e\bar{\nu} > e\bar{\nu}$ sont les suivants [11].

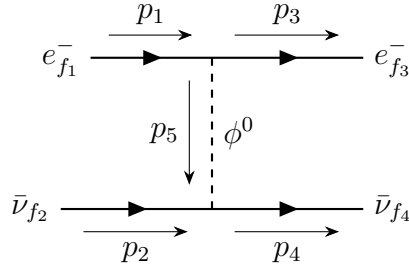
$$= -v \not{p}_Z P_L C_{f_3 f_1}^{\phi l 1}$$

$$= \frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} C_{f_3 f_1}^{\phi l 1} \gamma^\mu P_L$$

$$\begin{aligned}
& \begin{array}{c} \nu_{f_2} \\ \searrow \\ \text{---} \phi^0 \\ \nearrow \\ \nu_{f_4} \end{array} = -v \left[U_{g_2 f_2} U_{g_1 f_4}^* C_{g_1 g_2}^{\varphi l 1} \not{p}_\phi P_L - U_{g_1 f_4} U_{g_2 f_2}^* C_{g_2 g_1}^{\varphi l 1} \not{p}_\phi P_R \right] \\
& \begin{array}{c} \nu_{f_2} \\ \searrow \\ \text{---} Z_\mu \\ \nearrow \\ \nu_{f_4} \end{array} = \frac{i v^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \left[U_{g_2 f_2} U_{g_1 f_4}^* C_{g_1 g_2}^{\varphi l 1} \gamma^\mu P_L - U_{g_1 f_4} U_{g_2 f_2}^* C_{g_2 g_1}^{\varphi l 1} \gamma^\mu P_R \right]
\end{aligned}$$

Cet opérateur a bien des vertex interagissant tant avec les électrons qu'avec les neutrinos, respectant ainsi la propriété demandée. Calculons leurs amplitudes respectives.

5.2 Amplitude associée au diagramme de propagateur ϕ^0



$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_\phi = & \bar{u}(p_3) \left[\frac{1}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{e f_1} \gamma^5 + v \not{p}_5 P_L C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} + \frac{v^3}{2} \not{p}_5 P_R C_{f_3 f_1}^8 \right] u(p_1) \\
& \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-\frac{2}{v} \delta_{f_2 f_4} m_{\nu f_4} \gamma^5 - v^2 \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L \right. \right. \\
& \left. \left. - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.10}
\end{aligned}$$

Nous allons séparer cette amplitude en plusieurs sous-parties dépendant d'opérateurs de différentes dimensions, comme dans l'équation (5.1), et ensuite faire de

même avec \mathcal{M}_Z .

$$i\mathcal{M}_\phi = i\mathcal{M}_{SM*SM,\phi} + i\mathcal{M}_{SM*d6,\phi} + i\mathcal{M}_{Sd6*SM,\phi} + i\mathcal{M}_{d6*d6,\phi} \\ + i\mathcal{M}_{d8*SM,\phi} + i\mathcal{M}_{D8*d6,\phi} \quad (5.11)$$

$$i\mathcal{M}_{SM*SM,\phi} = \bar{u}(p_3) \left[\frac{1}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{e f_1} \gamma^5 \right] u(p_1) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-\frac{2}{v} \delta_{f_2 f_4} m_{\nu f_4} \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.12)$$

$$i\mathcal{M}_{SM*d6,\phi} = \bar{u}(p_3) \left[\frac{1}{v} \delta_{f_1 f_3} m_{e f_1} \gamma^5 \right] u(p_1) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-v^2 \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \quad (5.13)$$

$$i\mathcal{M}_{Sd6*SM,\phi} = \bar{u}(p_3) \left[+v \not{p}_5 P_L C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \right] u(p_1) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-\frac{2}{v} \delta_{f_2 f_4} m_{\nu f_4} \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.14)$$

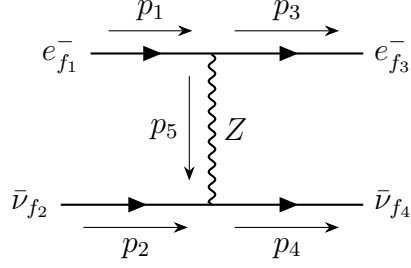
$$i\mathcal{M}_{d6*d6,\phi} = \bar{u}(p_3) \left[+v \not{p}_5 P_L C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \right] u(p_1) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-v^2 \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \quad (5.15)$$

$$i\mathcal{M}_{d8*SM,\phi} = \bar{u}(p_3) \left[\frac{v^3}{2} \not{p}_5 P_R C_{f_3 f_1}^8 \right] u(p_1) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-\frac{2}{v} \delta_{f_2 f_4} m_{\nu f_4} \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.16)$$

$$i\mathcal{M}_{d8*d6,\phi} = \bar{u}(p_3) \left[\frac{v^3}{2} \not{p}_5 P_R C_{f_3 f_1}^8 \right] u(p_1) \cdot \frac{i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \bar{u}(p_4) \left[-v^2 \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \quad (5.17)$$

5.3 Amplitude associée au diagramme de propagateur Z

Dans cette section, nous calculons $\mathcal{M}_{Z,\xi}$, c'est-à-dire la partie de l'amplitude du diagramme de Feynman propageant un boson Z qui n'est pas invariante selon le paramètre ξ . Nous allons ensuite séparer $\mathcal{M}_{Z,\xi}$ en plusieurs sous-amplitudes, suivant quel opérateur du SMEFT agit dans la sous-amplitude : $\mathcal{M}_{SM*SM,Z\xi}$, $\mathcal{M}_{SM*d6,Z\xi}$, $\mathcal{M}_{d6*SM,Z\xi}$, $\mathcal{M}_{d6*d6,Z\xi}$, $\mathcal{M}_{d8*SM,Z\xi}$ et $\mathcal{M}_{D8*d6,Z\xi}$.



$$\mathcal{M}_Z = \mathcal{M}_{Z,inv} + \mathcal{M}_{Z,\xi} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{Z,\xi} = & \bar{u}(p_3) \left[\frac{-i}{2\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}} \delta_{f_1 f_3} \left((\bar{g}^2 + \bar{g}'^2) \gamma^\mu P_L + 2\bar{g}'^2 \gamma^\mu P_R \right) \right. \\
& + \frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} P_L C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \gamma^\mu P_L + \frac{iv^4}{4} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \gamma^\mu C_{f_3 f_1}^8 P_R \left. \right] u(p_1) \\
& \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2} \delta_{f_2 f_4} \gamma^\nu \gamma^5 \right. \\
& + \frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_R \right) \left. \right] u(p_2)
\end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow i\mathcal{M}_{Z,\xi} = & i\mathcal{M}_{SM*SM,Z\xi} + i\mathcal{M}_{SM*d6,Z\xi} + i\mathcal{M}_{d6*SM,Z\xi} + i\mathcal{M}_{d6*d6,Z\xi} \\
& + i\mathcal{M}_{d8*SM,Z\xi} + i\mathcal{M}_{d8*d6,Z\xi}
\end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{Z,inv} = & i\mathcal{M}_{SM*SM,Zinv} + i\mathcal{M}_{SM*d6,Z\xi} + i\mathcal{M}_{d6*SM,Zinv} + i\mathcal{M}_{d6*d6,Zinv} \\
& + i\mathcal{M}_{d8*SM,Zinv} + i\mathcal{M}_{d8*d6,Zinv}
\end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{SM^*SM,Z\xi} &= \bar{u}(p_3) \left[\frac{-i}{2\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}} \delta_{f_1 f_3} \left((\bar{g}^2 + \bar{g}'^2) \gamma^\mu P_L + 2\bar{g}'^2 \gamma^\mu P_R \right) \right] u(p_1) \\
&\cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2} \delta_{f_2 f_4} \gamma^\nu \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{-i}{2M_Z \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}} \delta_{f_1 f_3} \left((\bar{g}^2 + \bar{g}'^2) \not{p}_5 P_L + 2\bar{g}'^2 \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_1) \\
&\cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[-\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2M_Z} \delta_{f_2 f_4} \not{p}_5 \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{-i}{v(\bar{g}^2 + \bar{g}'^2)} \delta_{f_1 f_3} \left[(\bar{g}'^2 - \bar{g}^2) (P_R \not{p}_1 - \not{p}_3 P_L) + 2\bar{g}'^2 (P_L \not{p}_1 - \not{p}_3 P_R) \right] \right] u(p_1) \\
&\cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{i}{v} \delta_{f_2 f_4} (\not{p}_4 \gamma^5 + \gamma^5 \not{p}_2) \right] u(p_2) \quad (5.24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{-im_e}{v(\bar{g}^2 + \bar{g}'^2)} \delta_{f_1 f_3} \left[(\bar{g}^2 + \bar{g}'^2) P_L - (\bar{g}^2 + \bar{g}'^2) P_R \right] \right] u(p_1) \\
&\cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \bar{u}(p_4) \left[\frac{2i}{v} \delta_{f_2 f_4} m_\nu \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{m_e}{v} \delta_{f_1 f_3} \gamma^5 \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \bar{u}(p_4) \left[\frac{-2}{v} \delta_{f_2 f_4} m_\nu \gamma^5 \right] u(p_2) \quad (5.26)
\end{aligned}$$

$$= -i\mathcal{M}_{SM^*SM,\phi} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{SM*d6,Z\xi} &= \bar{u}(p_3) \left[\frac{-i}{2\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}} \delta_{f_1 f_3} \left((\bar{g}^2 + \bar{g}'^2) \gamma^\mu P_L + 2\bar{g}'^2 \gamma^\mu P_R \right) \right] u(p_1) \\
&\cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_L \right. \right. \\
&\left. \left. - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.28}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{im_e}{v(\bar{g}^2 + \bar{g}'^2)} \delta_{f_1 f_3} \gamma^\mu \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\nu}{M_Z} \\
&\cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.29}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{im_e}{v(\bar{g}^2 + \bar{g}'^2)} \delta_{f_1 f_3} \gamma^\mu \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{iv^2}{2M_Z} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{im_e}{v(\bar{g}^2 + \bar{g}'^2)} \delta_{f_1 f_3} \gamma^\mu \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\cdot \bar{u}(p_4) \left[-iv \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.31}
\end{aligned}$$

$$= -i\mathcal{M}_{SM*d6,\phi} \tag{5.32}$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{d6*SM,Z\xi} &= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \gamma^\mu P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2} \delta_{f_2 f_4} \gamma^\nu \gamma^5 \right] u(p_2) \tag{5.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^2}{2M_Z} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2} \delta_{f_2 f_4} \not{P}_5 \gamma^5 \right] u(p_2) \tag{5.34}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[iv C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{2i}{v} \delta_{f_2 f_4} m_\nu \gamma^5 \right] u(p_2) \tag{5.35}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[v C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{-2}{v} \delta_{f_2 f_4} m_\nu \gamma^5 \right] u(p_2) \tag{5.36}
\end{aligned}$$

$$= -i\mathcal{M}_{d6*SM,\phi} \tag{5.37}$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{d6*d6,Z\xi} &= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} \gamma^\mu P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} (U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_R) \right] u(p_2) \tag{5.38}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[iv \not{p}_5 C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[iv \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.39}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[v \not{p}_5 C_{f_3 f_1}^{\varphi l 1} P_L \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[-v \left(U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R \right) \right] u(p_2) \tag{5.40}
\end{aligned}$$

$$= -i\mathcal{M}_{d6*d6,\phi} \tag{5.41}$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{d8*d6,Z\xi} &= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^4}{4} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \gamma^\mu C_{f_3 f_1}^8 P_R \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \bar{u}(p_4) \left[\frac{iv^2}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} (U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \gamma^\nu P_R) \right] u(p_2)
\end{aligned} \tag{5.42}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^3}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \not{p}_5 C_{f_3 f_1}^8 P_R \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \bar{u}(p_4) \left[iv (U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R) \right] u(p_2)
\end{aligned} \tag{5.43}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{v^3}{2} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \not{p}_5 C_{f_3 f_1}^8 P_R \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \bar{u}(p_4) \left[v (U_{g_4 f_2} U_{g_3 f_4}^* C_{g_3 g_4}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_L - U_{g_3 f_4} U_{g_4 f_2}^* C_{g_4 g_3}^{\varphi l 1} \not{p}_5 P_R) \right] u(p_2)
\end{aligned} \tag{5.44}$$

$$= -i\mathcal{M}_{d8*d6,\phi} \tag{5.45}$$

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{d8*SM,Z\xi} &= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^4}{4} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \gamma^\mu C_{f_3 f_1}^8 P_R \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2} \delta_{f_2 f_4} \gamma^\nu \gamma^5 \right] u(p_2)
\end{aligned} \tag{5.46}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{u}(p_3) \left[\frac{iv^4}{4} \sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2} \gamma^\mu C_{f_3 f_1}^8 P_R \right] u(p_1) \cdot \frac{-i}{p_5^2 - \xi_Z M_Z^2} \cdot \frac{p_5^\mu p_5^\nu}{M_Z^2} \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_4) \left[\frac{i\sqrt{\bar{g}^2 + \bar{g}'^2}}{2} \delta_{f_2 f_4} \gamma^\nu \gamma^5 \right] u(p_2)
\end{aligned} \tag{5.47}$$

$$= -i\mathcal{M}_{d8*SM,\phi} \tag{5.48}$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}_{tot} = \mathcal{M}_{Zinv} \tag{5.49}$$

$$\begin{aligned}
&= i\mathcal{M}_{SM*SM,Zinv} + i\mathcal{M}_{SM*d6,Zinv} + i\mathcal{M}_{d6*SM,Zinv} + i\mathcal{M}_{d6*d6,Zinv} \\
&\quad + i\mathcal{M}_{d8*SM,Zinv} + i\mathcal{M}_{d8*d6,Zinv}
\end{aligned} \tag{5.50}$$

Nous constatons que chacune des parties non-invariantes de l'amplitude s'annule exactement entre un diagramme et l'autre. Les termes résultants sont invariants séparément plutôt que d'interagir l'un après l'autre : les termes d'opérateurs 6 et 8 de dimension totale Λ^{-4} restent isolés. De plus, les deux termes de dimension Λ^{-2} n'interagissent pas non plus, malgré qu'ils dépendent du même opérateur.

En d'autres mots,

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{M}_{SM*SM} \approx \xi_Z \\ \mathcal{M}_{SM*d6} \approx \xi_Z \\ \mathcal{M}_{d6*SM} \approx \xi_Z \\ \mathcal{M}_{d6*d6} \approx \xi_Z \\ \mathcal{M}_{d8*SM} \approx \xi_Z \\ \mathcal{M}_{d8*d6} \approx \xi_Z. \end{array} \right. \tag{5.51}$$

Chapitre 6

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons étudié le comportement de l'invariance de jauge lorsque nous ajoutons au Modèle Standard des opérateurs de dimensions six et huit du SMEFT. Plus précisément, nous avons examiné la question de savoir s'il est possible pour deux termes de l'amplitude carrée de même dimension en Λ de se mélanger pour induire l'invariance de jauge.

Pour ce faire, nous avons étudié deux processus : $u\bar{d} > e^+\nu$, et $\bar{u}d > he^+\nu$. Dans chacun de nos calculs, nous avons ajouté un opérateur du SMEFT et octroyé aux neutrinos une masse, en les définissant comme des particules de Dirac. Les deux processus nous ont permis d'observer le même phénomène : l'amplitude perd sa dépendance en ξ avant d'être mise au carré, forçant chacun des termes à être invariants puisqu'ils sont un produit d'invariants. Nous avons ensuite généralisé ces calculs à divers processus, et en incluant tous les opérateurs du SMEFT, en fixant des valeurs aléatoires pour leurs coefficients de Wilson. Nous avons observé que l'amplitude non-carrée avait toujours la même valeur pour la jauge unitaire et la jauge de Feynman, quelque soit le processus, ou les opérateurs du SMEFT agissant dessus. Cela nous a mené à la conclusion que la dépendance au paramètre ξ dans l'amplitude est perdue avant même de calculer l'amplitude carrée. Ce fait à son tour implique que chaque terme de l'amplitude carrée est invariant puisque c'est un produit d'invariants.

Cette conclusion a ouvert la porte à une autre question : est-il possible d'observer une interférence entre les opérateurs de dimension six et huit dans l'amplitude elle-même, en insérant deux vertex de dimension six ? Nous avons tenté de répondre à cette question dans le cas d'un processus, $e\bar{\nu} > e\bar{\nu}$. Nous avons constaté que dans ce cas particulier, même à l'intérieur de l'amplitude, les termes de même dimension n'interfèrent pas, et respectent par eux-mêmes l'invariance de jauge. Il semblerait que pour une fois, la physique choisit le chemin le plus simple pour respecter l'invariance de jauge, plutôt que d'exploiter la complexité qui accompagne la possibilité d'une dépendance au paramètre ξ dans les termes d'interférences. Le fait que chacun des termes est indépendant individuellement peut avoir des conséquences positives lors du calcul de ceux-ci : par exemple, cela pourrait potentiellement permettre des méthodes de calcul où l'on calcule chacun des termes d'interférence séparément, à une jauge différente.

Ce travail laisse la place à beaucoup d'extensions : Par exemple, dans tous les cas étudiés lors de ce mémoire, les processus ne sont développés qu'au premier ordre. Nous n'avons pas étudié la possibilité que des termes d'interférence non-invariants soient générés au niveau des boucles. En particulier, les vertex impliquant des ghosts de Fadeev-Popov, qui n'apparaissent que dans les diagrammes à boucles, peuvent contenir une dépendance en ξ en plus de la dépendance usuelle au paramètre ξ dans les propagateurs. Cela serait un sujet à explorer dans un travail futur. De même, il serait intéressant d'étudier les termes d'interférence dans d'autres types de choix de jauge que les jauge R_ξ , telles que les jauge axiales. Enfin, la question que nous avons posée durant le dernier chapitre, à savoir si deux termes de même dimensions peuvent se mélanger à l'intérieur de l'amplitude, n'a été analysée que dans un cas particulier, et mériterait également sa propre étude.

Chapitre 7

Annexe

7.1 Simulation de processus additionels

Dans cette section, nous donnons les autres processus ayant été testés dans le cadre du chapitre 4. Dans le chapitre 4, nous avons présenté les processus :

- $\tau^+\tau^- > \mu^+\mu^-hh$
- $u\bar{d} > \tau^+\tau^-e^+\nu_e$
- $hh > e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_e$

Ici, nous allons lister les suivants :

- $e^+\nu_e > \mu^+\nu_\mu hh$
- $\tau^-\bar{\nu}_\tau > e^-h\bar{\nu}_e$
- $\mu^-\nu_\mu > \mu^-\nu_\mu e^+e^-$
- $e^+\nu_e > \tau^+\nu_\tau b\bar{b}$
- $hh > u\bar{u}d\bar{d}$

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Héli-cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
+ - + - 0	$7.73039169469619467 \cdot 10^{-7}$ $+ i1.93826625522126345 \cdot 10^{-6}$	$7.73039169469623596 \cdot 10^{-7}$ $+ i1.93826625522126811 \cdot 10^{-6}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^{-4}		
	$5.4430820420796734 \cdot 10^{-13}$	$5.4430820420797037 \cdot 10^{-13}$

Table 7.1 – Les amplitudes non-nulles du processus $e^+\nu_e > \mu^+\nu_\mu hh$

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Héli-cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
- + +0-	$(1.31148154006352523$ $-i3.56391842160695194) \cdot 10^{-4}$	1.31148154006352496 $-i3.56391842160695194) \cdot 10^{-4}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^{-4}		
	$3.6053745864491958) \cdot 10^{-8}$	$3.6053745864491958 \cdot 10^{-8}$

Table 7.2 – $\tau^-\bar{\nu}_\tau > e^-h\bar{\nu}_e$

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Héli- cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
+ - + - +-	$(-1.89425133336989692$ $-i2.05857570115046812) \cdot 10^{-8}$	$(-1.89425133336989659$ $-i2.05857570115046680) \cdot 10^{-8}$
+ - + - -+	$2.07904884544691185 \cdot 10^{-8}$ $-i9.12262569260546010 \cdot 10^{-9}$	$2.07904884544691284 \cdot 10^{-8}$ $-i9.12262569260546672 \cdot 10^{-9}$
- - - - +-	$-1.00581098871996150 \cdot 10^{-6}$ $-i1.65635649922711065 \cdot 10^{-7}$	$-1.00581098871996172 \cdot 10^{-6}$ $-i1.65635649922710165 \cdot 10^{-7}$
- - - - -+	$3.77958481114665589 \cdot 10^{-8}$ $-i2.55440102801850426 \cdot 10^{-7}$	$3.77958481114670420 \cdot 10^{-8}$ $-i2.55440102801849208 \cdot 10^{-7}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^{-4}		
	$2.7676678618046679 \cdot 10^{-13}$	$2.7676678618046674 \cdot 10^{-13}$

Table 7.3 – Les amplitudes non-nulles du processus $\mu^- \nu_\mu > \mu^- \nu e^+ e^-$

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Héli- cité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
+ - + - -+	$(1.65260176512480862$ $+i2.24478275727126369) \cdot 10^{-6}$	$(1.64478920041524574$ $+i2.24738241302625200) \cdot 10^{-6}$
+ - + - +-	$-5.02369698711007351 \cdot 10^{-8}$ $-i6.31963693739246028 \cdot 10^{-9}$	$-5.02417345690015312 \cdot 10^{-8}$ $-i6.41494002740965342 \cdot 10^{-9}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^{-4}		
	$5.8295294342916461 \cdot 10^{-12}$	$5.818968455647784610 \cdot 10^{-12}$

Table 7.4 – Les amplitudes du processus $e^+ \nu_e > \tau^+ \nu_\tau b \bar{b}$

Valeur des amplitudes par hélicité, en GeV^{-2}		
Hélicité	Jauge unitaire	Jauge Feynman
00 - +-	$-1.78973789147268982 \cdot 10^{-6}$ $-i9.42145359593112536 \cdot 10^{-7}$	$-1.78973789147269003 \cdot 10^{-6}$ $-9.42145359593110842 \cdot 10^{-7}$
00 - ++-	$(-3.85899378020191467$ $-i4.10779781583591595) \cdot 10^{-7}$	$(-3.85899378020190408$ $-i4.10779781583591436) \cdot 10^{-7}$
00 + --+	$(1.25024434245367765$ $-i1.16276451949800968) \cdot 10^{-6}$	$(1.25024434245367638$ $-i1.16276451949801244) \cdot 10^{-6}$
00 + -+-	$(-2.42735526194140201$ $+i2.16205098367385011) \cdot 10^{-7}$	$(-2.42735526194140519$ $+i2.16205098367385831) \cdot 10^{-7}$
Valeur de l'amplitude carrée, en GeV^{-4}		
	$1.0742010230803208 \cdot 10^{-8}$	$1.0742010230803329 \cdot 10^{-8}$

Table 7.5 – Les amplitudes du processus $hh > u\bar{u}d\bar{d}$

Bibliographie

- [1] F. ENGLERT et R. BROUT. “Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons”. In : *Phys. Rev. Lett.* 13 (9 1964), p. 321-323. DOI : 10.1103/PhysRevLett.13.321. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.321>.
- [2] HIGGS et Peter W. “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons”. In : *Phys. Rev. Lett.* 13 (16 1964), p. 508-509. DOI : 10.1103/PhysRevLett.13.508. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.508>.
- [3] G. S. GURALNIK, C. R. HAGEN et T. W. B. KIBBLE. “Global Conservation Laws and Massless Particles”. In : *Phys. Rev. Lett.* 13 (20 1964), p. 585-587. DOI : 10.1103/PhysRevLett.13.585. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.585>.
- [4] John ELLIS, Mary K. GAILLARD et Dimitri V. NANOPOULOS. “An Updated Historical Profile of the Higgs Boson”. In : t. 26. Oct. 2016, p. 255-274. DOI : 10.1142/9789814733519_0014. arXiv : 1504.07217[hep-ex,physics:hep-ph,physics:hep-th]. URL : <http://arxiv.org/abs/1504.07217> (visité le 12/06/2023).
- [5] Michael E. PESKIN et Daniel V. SCHROEDER. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Massachusetts : CRC Press, 1995.
- [6] Juan ROJO. “The Standard Model Effective Theory : towards a pedagogical primer”. In : *Phys. Rev. Lett.* 169B (1 2020). URL : <https://juanrojocom.files.wordpress.com/2020/02/smeft-drstp-2.pdf>.
- [7] W. BUCHMÜLLER et D. WYLER. “Effective lagrangian analysis of new interactions and flavour conservation”. In : *Nuclear Physics B* 268.3 (12 mai 1986), p. 621-653. ISSN : 0550-3213. DOI : 10.1016/0550-3213(86)90262-2. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321386902622>.
- [8] B. GRZADKOWSKI et al. “Dimension-Six Terms in the Standard Model Lagrangian”. In : *Journal of High Energy Physics* 2010.10 (oct. 2010), p. 85. ISSN : 1029-8479. DOI : 10.1007/JHEP10(2010)085. arXiv : 1008.4884[hep-ph]. URL : <http://arxiv.org/abs/1008.4884>.
- [9] A. DEDES et al. “SmeftFR – Feynman rules generator for the Standard Model Effective Field Theory”. In : *Computer Physics Communications* 247 (fév. 2020), p. 106931. ISSN : 00104655. DOI : 10.1016/j.cpc.2019.106931. arXiv : 1904.03204[hep-ph]. URL : <http://arxiv.org/abs/1904.03204>.

- [10] Steven WEINBERG. “Baryon- and Lepton-Nonconserving Processes”. In : *Physical Review Letters* 43.21 (19 nov. 1979). Publisher : American Physical Society, p. 1566-1570. DOI : 10.1103/PhysRevLett.43.1566. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.43.1566>.
- [11] A. DEDES et al. “Feynman Rules for the Standard Model Effective Field Theory in R_{ξ} -gauges”. In : *Journal of High Energy Physics* 2017.6 (juin 2017), p. 143. ISSN : 1029-8479. DOI : 10.1007/JHEP06(2017)143. arXiv : 1704.03888[hep-ph]. URL : <http://arxiv.org/abs/1704.03888>.
- [12] P. V. LANDSHOFF. “The Propagator in Axial Gauge”. In : *Phys. Lett. B* 169 (1986), p. 69-72. DOI : 10.1016/0370-2693(86)90687-8.
- [13] J. ALWALL et al. “The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations”. In : *Journal of High Energy Physics* 2014.7 (juill. 2014), p. 79. ISSN : 1029-8479. DOI : 10.1007/JHEP07(2014)079. arXiv : 1405.0301[hep-ph]. URL : <http://arxiv.org/abs/1405.0301>.
- [14] Céline DEGRANDE et al. “Automated one-loop computations in the SMEFT”. In : *Physical Review D* 103.9 (24 mai 2021), p. 096024. ISSN : 2470-0010, 2470-0029. DOI : 10.1103/PhysRevD.103.096024. arXiv : 2008.11743[hep-ex,physics:hep-ph]. URL : <http://arxiv.org/abs/2008.11743>.

UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN

Faculté des sciences

Place des sciences, 2 bte L6.06.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/sc

