

Faculté des sciences

INFLATION DANS L'ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES EN SOINS DE SANTÉ PARTICULIERS.

Auteur:

Andy William DONGMO MIMKEMG

Promoteurs:

Cindy COURTOIS, Alizee LOHEST

Lecteur:

Michel DENUIT

Année académique 2024–2025

MASTER EN SCIENCES ACTUARIELLES

Institut de Statistique, Biostatistique et Actuariat

**INFLATION DANS L'ESTIMATION DES PROVISIONS
TECHNIQUES EN SOINS DE SANTÉ PARTICULIERS.**

Membres du jury :

Prof. Cindy COURTOIS *Promoteur*
Uclouvain

Alizee LOHEST *Maître de Stage*
Ethias

Prof. Michel DENUIT *Lecteur*
Uclouvain

Mémoire présenté en vue de
l'obtention du mastère
en sciences actuarielles

(orientation sciences actuarielles)

par :

Andy William DONGMO MIMKEMG

Louvain-La-Neuve
5 janvier 2025

Mémoire partiellement confidentiel

5 janvier 2025

Remerciement

Mes remerciements s'adressent aux personnes m'ayant aidées et soutenues dans la réalisation de ce mémoire, ainsi que durant mon parcours universitaire.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude envers mes directeurs de mémoire, le Professeur Cindy COURTOIS et Madame Alizee LOHEST, pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser ce mémoire-projet en collaboration avec la compagnie d'assurance Ethias Belgium. Je les remercie sincèrement pour leur encadrement, leurs précieux conseils, ainsi que pour leur disponibilité tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Mes remerciements s'adressent aussi à toute l'équipe Fonction Actuarielle pour leur accueil chaleureux lors de mon stage et leur soutien. Je tiens également à l'endroit de Léonel NZIMO de l'équipe Risk Management de ETHias, qui a toujours fait preuve d'une grande disponibilité pour répondre à mes questions et m'orienter dans mes recherches.

Je tiens également à remercier sincèrement le corps enseignant de la LSBA pour leur apport et leur soutien tout au long de cette aventure intellectuelle. Leurs contributions ont apporté une dimension supplémentaire à mes recherches.

Je tiens à exprimer également toute ma reconnaissance à l'égard de ma famille en particulier mon épouse Christelle pour le soutien moral et émotionnel qui a été un pilier important pour pendant cette période académique intense.

Je remercie enfin tous mes amis de promotion pour les travaux de groupe et le partage d'information.

Résumé

Mots-clés : Inflation, Calibration, Scénario, Smith-Wilson, Solvabilité II, (S)ARIMA Best Estimate, Provision technique, Primes, sinistres, projection, santé.

L'étude de l'inflation dans le cadre des provisions techniques pour les assurances de soins de santé particuliers est essentielle pour anticiper les impacts financiers liés à l'augmentation des coûts médicaux, un enjeu majeur pour la viabilité des assureurs. Le secteur de la santé, en constante évolution sous l'effet de l'inflation et des dynamiques démographiques, exige des assureurs une évaluation précise du Best Estimate (BE) des primes afin de garantir leur solvabilité tout en respectant les exigences de Solvabilité II. Cette réglementation impose des méthodologies intégrant les risques liés aux hausses des coûts médicaux, nécessitant l'utilisation de modèles capables de capturer avec exactitude les fluctuations de l'inflation. L'analyse de cette problématique vise à optimiser les provisions pour les assurances de soins de santé particuliers, en tenant compte d'une inflation médicale volatile et difficilement prévisible.

Pour répondre à cet enjeu, ce mémoire explore diverses méthodes actuarielles de projection et de calibration de l'inflation médicale appliquées au calcul du Best Estimate (BE) des primes. La méthode de Smith-Wilson est utilisée pour extrapoler les courbes de taux et calibrer l'inflation sur le long terme, permettant d'adapter les projections des coûts médicaux aux différentes catégories de soins. Trois scénarios de calibration de l'inflation sont proposés : les scénarios basés sur les hypothèses AH et SII, ainsi qu'un scénario (S)ARIMA, conçu pour capter les variations spécifiques de l'inflation médicale en Belgique selon les maturités de projection. Ces scénarios sont appliqués au portefeuille de soins de santé particuliers d'Ethias afin d'évaluer le BE des primes. Enfin, une analyse de sensibilité approfondie est réalisée pour mieux comprendre les variations observées et quantifier l'impact des différentes variables sur les résultats.

Abstract

Keywords : Inflation, Calibration, Scenario, Smith-Wilson, Solvency II, (S)ARIMA, Best Estimate, Technical Provision, Premiums, Claims, Projection, Healthcare.

The study of inflation within the framework of technical provisions for private health insurance is essential to anticipate the financial impacts related to the increase in medical costs, a major issue for the viability of insurers. The healthcare sector, constantly evolving under the influence of inflation and demographic dynamics, requires insurers to conduct a precise assessment of the Best Estimate (BE) of premiums to ensure their solvency while complying with Solvency II requirements. This regulation imposes methodologies that integrate the risks associated with rising medical costs, necessitating the use of models capable of accurately capturing inflation fluctuations. The analysis of this issue aims to optimize provisions for private health insurance while taking into account volatile and difficult-to-predict medical inflation.

To address this challenge, this thesis explores various actuarial methods for projecting and calibrating medical inflation applied to the calculation of the Best Estimate (BE) of premiums. The Smith-Wilson method is used to extrapolate yield curves and calibrate inflation over the long term, allowing the adaptation of medical cost projections to different categories of care. Three inflation calibration scenarios are proposed : scenarios based on the AH and SII assumptions, as well as a (S)ARIMA scenario designed to capture the specific variations of medical inflation in Belgium according to projection maturities. These scenarios are applied to the private health insurance portfolio of Ethias to assess the BE of premiums. Finally, an in-depth sensitivity analysis is conducted to better understand the observed variations and quantify the impact of different variables on the results.

Table des figures

2.1	Les différentes périodes considérées	13
2.2	Schéma simplifié du processus de calibration du wedge.	19
2.3	Schéma simplifié du process de calibration de l'inflation pour sinistres et pour primes.	20

Liste des tableaux

Table des matières

Table des figures	iv
Liste des tableaux	v
Table des matières	vi
1 CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE DE L'ÉTUDE	3
1.1 CONTEXTE MÉTIER	3
1.1.1 Périmètre des soins de santé particuliers	3
1.1.2 Le mécanisme de l'assurance soins de santé particuliers en Belgique	4
1.1.2.1 Premier pilier : Assurance santé obligatoire	4
1.1.2.2 Deuxième pilier : Assurance Santé Complémentaire	4
1.1.3 Risque liée aux contrats d'assurances soins de santé particulier	5
1.1.3.1 Principaux risques liés l'assurance soins de santé particuliers	5
1.1.3.2 Garanties Complémentaires offertes par Ethias	5
1.2 CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE ET DESCRIPTION DU BEST ESTIMATE	6
1.2.1 Objectif de la réglementation	6
1.2.2 Description du Best Estimate	7
1.2.2.1 Généralités	7
1.2.2.2 Caractéristiques des provisions techniques	7
1.3 L'INFLATION MÉDICALE ET LES ENJEUX DE SA MODÉLISATION POUR LES ASSUREURS	9
1.3.1 Provisions de vieillissement	9
1.3.1.1 Objectif des Provisions pour Vieillessement	10
1.3.1.2 Méthodologie de prise en compte des Provisions pour Vieillessement dans le calcul de l'Indice Médicale en Belgique	10

2	PRINCIPE DE CALIBRATION DE L'INFLATION EN SOINS DE SANTÉ PARTICULIERS	12
2.1	MÉTHODE SMITH WILSON	13
2.1.1	Présentation de la méthode et formulation mathématiques	13
2.1.2	Choix de l'UFMIR	16
2.1.3	Avantages et inconvénients	16
2.2	CALIBRATION DE L'INFLATION MÉDICALE	17
2.2.1	Processus de calibration du wedge sinistres et primes	17
2.2.1.1	Définition	17
2.2.1.2	Principe de Calibration du wedge	18
2.2.2	Principe de Calibration de l'inflation	20
3	APPROCHE ALTERNATIVE DE CALIBRATION DE L'INFLATION	21
3.1	ESTIMATION DES MODELE (S)ARIMA : Méthodologie de Box-Jenkins	22
3.1.1	Méthodologie de Box-Jenkins	22
3.1.1.1	Identification du modèle	24
3.1.1.2	Validation du modèle estimé	28
4	DESCRIPTION DU PRINCIPE D'EVALUATION DU BEST ESTIMATE	30
4.1	ANALYSE ET DETERMINATION DU BEST ESTIMATE	30
4.1.1	Analyse du Best Estimate	31
4.1.2	Détermination du Best Estimate	31
4.1.3	Principes et Méthodes de Valorisation du Best Estimate	32
4.1.3.1	Projection des Primes futures	33
4.1.3.2	Les Flux de Prestations	34
4.1.3.3	Projection des Sinistres futures	35
4.1.3.4	Best Estimate de Frais	37
5	APPLICATION AUX DONNÉES ETHIAS	39
	CONCLUSION	40
	Bibliographie	42
	Bibliographie	42

Introduction générale

Les assurances de soins de santé particuliers jouent un rôle essentiel dans la protection des individus, surtout dans un contexte de hausse continue des coûts des services médicaux. En Belgique, comme dans de nombreux pays, ces assurances sont strictement réglementées pour garantir la stabilité financière des compagnies d'assurance tout en offrant aux assurés des garanties adaptées. Cette régulation est cruciale pour la santé du secteur, où l'inflation médicale et les fluctuations économiques constituent des défis majeurs pour une gestion efficace des portefeuilles d'assurances santé. En effet, l'inflation dans le secteur médical – qui entraîne de l'augmentation des coûts des soins de santé, des avancées technologiques et du vieillissement de la population – a un impact direct et croissant sur les dispositions techniques et les exigences prudentielles. La difficulté principale réside dans la capacité à anticiper ces coûts sur le long terme, notamment pour les produits d'assurance viagers, où les engagements envers les assurés s'étendent sur plusieurs décennies.

La situation se complexifie encore pour les assurances de soins de santé particuliers, un secteur particulièrement régulé, où les assureurs doivent se conformer aux exigences de la directive Solvabilité II (SII). Celle-ci impose aux compagnies d'assurance d'évaluer leurs engagements futurs en calculant des provisions techniques selon le principe de "Best Estimate" (BE) – une estimation prudente et objective – qui intègre des prévisions d'inflation adaptées aux spécificités des soins de santé. Cependant, contrairement aux autres indices économiques plus généraux, l'inflation médicale présente des caractéristiques uniques : elle est souvent plus élevée et moins visible que l'inflation des prix à la consommation. Ainsi, pour garantir la stabilité financière des contrats d'assurance santé, il est essentiel de projeter cette inflation de manière précise et de l'intégrer de façon fiable dans les modèles de projection afin de s'assurer que les provisions couvrent adéquatement les coûts futurs des sinistres.

Face à ces enjeux, la Banque Nationale de Belgique (BNB) a introduit des recommandations spécifiques pour la modélisation de l'inflation médicale, telles qu'énoncées dans sa communication NBB_2021_24 [7], en proposant des scénarios de référence. La problématique centrale de cette étude consiste donc à développer une méthode de projection de l'inflation et à évaluer son impact sur le calcul du Best Estimate des primes d'un portefeuille de soins de santé particuliers en Belgique.

L'objectif est de proposer une méthode de calibrage mieux adaptée aux particularités du marché belge. Pour ce faire, nous avons examiné plusieurs méthodes de projection de l'inflation pour ce type de portefeuille : deux approches standard (vision AH et SII) et une approche alternative, basée sur un modèle (S)ARRIMA, conçue pour intégrer le risque associé à l'inflation médicale propre à la Belgique sur une année donnée.

Ce travail propose ainsi une analyse des meilleures pratiques de modélisation et d'estimation, permettant aux assureurs de mieux anticiper les risques financiers liés à l'inflation médicale. La comparaison des méthodes étudiées offre un guide pour une gestion des risques plus robuste, renforçant la pérennité des produits d'assurance santé dans un contexte économique en constante évolution.

CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE DE L'ÉTUDE

Pour aborder de manière efficace les défis liés à l'impact de l'inflation dans le contexte des soins de santé particuliers, il est crucial de clarifier le concept Soins de Santé Particuliers et de présenter la directive Solvabilité II, en mettant en lumière l'importance et le mécanisme du pilier 1 de cette réglementation.

1.1 CONTEXTE MÉTIER

1.1.1 Périmètre des soins de santé particuliers

L'assurance soins de santé complémentaire en Belgique, établie depuis de nombreuses années, constitue un pilier essentiel du système de santé du pays. Elle offre une couverture étendue qui complète les services publics de santé. Régulée rigoureusement et en constante évolution, cette assurance vise à garantir à tous les citoyens un accès optimal aux soins médicaux, tout en assurant la stabilité financière des compagnies d'assurance. Cette couverture inclut une gamme variée de services, tels que les consultations spécialisées, les frais d'hospitalisation, les soins dentaires et optiques, ainsi que des traitements spécifiques non pris en charge par l'assurance publique.

Pour ajuster équitablement les primes et garantir la viabilité à long terme du système, un indice de référence précis est utilisé. Cet indice prend en compte divers facteurs économiques, les avancées médicales et les changements démographiques, tels que le vieillissement de la population. Les récentes réformes ont façonné ce secteur clé en Belgique, avec pour objectif d'assurer une gestion efficace des coûts tout en préservant la qualité des services. Des solutions fiables sont continuellement proposées pour calibrer l'inflation et ajuster les primes de manière transparente, garantissant ainsi la pérennité et l'efficacité de l'assurance soins de santé complémentaire dans le pays.

Dans cette section suivante, nous explorerons en détail le fonctionnement de l'assurance soins de santé particuliers en Belgique, ainsi que les récentes réformes qui ont façonné ce secteur.

1.1.2 Le mécanisme de l'assurance soins de santé particuliers en Belgique

On retrouve l'assurance soins de santé particuliers dans la majorité des pays européens, notamment en Belgique, où elle repose sur un modèle hybride.

1.1.2.1 Premier pilier : Assurance santé obligatoire

Tous les résidents belges sont tenus de souscrire à une assurance maladie obligatoire gérée par l'État. Plus précisément par l'**INAMI** (Institut National d'Assurance Maladie-Invalidité) en Belgique francophone et le **RIZIV** (Rijksinstituut voor Ziekte- en Invaliditeitsverzekering) en Belgique néerlandophone. Communément appelée «**mutuelle**», cette assurance rembourse une grande partie des frais de soins de santé.

Cette assurance couvre une large gamme de soins de santé, incluant les consultations médicales, les médicaments prescrits, les hospitalisations, et les soins dentaires de base, entre autres. Les coûts sont généralement partiellement remboursés.

1.1.2.2 Deuxième pilier : Assurance Santé Complémentaire

Le pilier 1 est complété par une assurance complémentaire, qui est proposée par les organismes d'assurance privé. Elle offre une couverture élargie, incluant des prestations telles que les soins dentaires avancés, les lunettes, et les médecines alternatives, entre autres.

Le secteur des assurances de soins de santé particuliers est régulé par des organismes tels que la FSMA (Financial Services and Markets Authority) et l'OCM (Organisme de Contrôle Mutualiste). Ces entités supervisent la solvabilité financière des compagnies d'assurance, veillant à ce qu'elles soient en mesure de couvrir les dépenses médicales des assurés tout en maintenant des primes équitables. Par ailleurs, les lois du 20 juillet 2007 et du 4 avril 2014 ont significativement influencé la régulation des contrats d'assurance soins de santé individuels en Belgique. Ces lois stipulent que les contrats non liés à une activité professionnelle sont conclus à vie et que les primes, déterminées au moment de la souscription, peuvent être révisées à l'aide d'une indexation basée sur un indice médical.

En conclusion, l'assurance soins de santé particuliers en Belgique est un élément essentiel du système de santé du pays, offrant aux citoyens une couverture complémentaire indispensable. Ces

récentes lois, visent à établir un cadre réglementaire solide pour le secteur des assurances hospitalisations en Belgique, garantissant la stabilité des contrats, la protection des consommateurs, l'encadrement des primes et la transparence dans les relations entre assureurs et assurés.

1.1.3 Risque liée aux contrats d'assurances soins de santé particulier

Les contrats d'assurance soins de santé particuliers offrent des garanties complémentaires, venant s'ajouter à la couverture de base fournie par la protection sociale obligatoire. L'objectif principal de cette assurance est de couvrir les risques liés aux dépenses médicales qui ne sont pas entièrement prises en charge par la Sécurité sociale.

1.1.3.1 Principaux risques liés l'assurance soins de santé particuliers

L'objectif de l'assureur est de se prémunir contre les risques potentiels liés à la provision des primes, notamment les suivants :

- **L'augmentation des coûts médicaux** : Suite à l'évolution constante de la technologie médicale et l'augmentation des coûts de soins de santé, les organismes d'assurance peuvent être confrontés à des pressions les poussant à augmenter les primes pour couvrir ces dépenses croissantes.
- **Vieillesse de la population assurée** : Le vieillissement de la population assurée pourrait entraîner une augmentation de la demande soins de santé. Cela pourrait donc conduire à une augmentation des dépenses médicales pour les assureurs, ce qui pourrait se traduire par des primes plus élevées pour les assurés.
- **Réglementation et solvabilité** : Les organismes d'assurances sont soumises à une réglementation stricte en matière de solvabilité et doivent être capable de couvrir leurs engagements envers leurs assurés. Des défis réglementaires peuvent ainsi se poser pour garantir que les assureurs maintiennent des réserves nécessaires pour faire face aux risques potentiels.
- **Indexation des primes** : Si les coûts médicaux augmentent plus rapidement que l'inflation générale, alors cela entraînera une hausse notable du coefficient d'indexation des coûts des primes au fil du temps.

1.1.3.2 Garanties Complémentaires offertes par Ethias

Dans ce nouveau contexte, Ethias, l'un des principaux acteurs du marché de l'assurance en Belgique [2], propose une gamme de produits spécifiques, adaptés aux besoins des assurés. Ces

1.2 CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE ET DESCRIPTION DU BEST ESTIMATE 6

produits sont conçus dans le cadre de deux types de garanties : la garantie pour la **chambre particulière** et la garantie pour **chambre Double/Commune**.

La **garantie pour la chambre particulière** propose aux assurés les produits suivants :

- * Hospi Quality + (HQ+);
- * Hospi Next + (HN+).

Ces produits donnent la possibilité de bénéficier d'une chambre individuelle lors de leur hospitalisation, offrant ainsi un confort et une intimité supplémentaires. Cette option est souvent privilégiée par ceux qui recherchent un environnement plus calme et personnalisé pendant leur séjour à l'hôpital.

En revanche, la **garantie pour chambre Double/Commune** propose aux assurés les produits suivants :

- * Hospi Quality (HQ);
- * Hospi Next (HN).

Ces produits permettent aux assurés de choisir une chambre partagée lors de leur hospitalisation. Cette option peut être plus économique et convient à ceux qui ne nécessitent pas de soins intensifs ou qui apprécient la compagnie d'autres patients pendant leur convalescence.

Pour obtenir davantage d'informations sur ces divers produits proposés par Ethias SA, veuillez consulter la page suivante : [lien vers plus d'informations](#)

En proposant ces deux types de garanties, Ethias s'efforce de répondre aux besoins diversifiés des assurés, tout en garantissant une couverture adaptée et transparente dans le cadre de l'assurance soins de santé particuliers en Belgique.

1.2 CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE ET DESCRIPTION DU BEST ESTIMATE

Dans cette section, nous développons le contexte réglementaire pertinent pour notre étude. Nous allons présenter de manière concise la réglementation de Solvabilité II, ainsi que la notion de Best Estimate.

1.2.1 Objectif de la réglementation

La solvabilité d'une compagnie d'assurance reflète sa capacité à remplir ses engagements envers ses clients. Cette notion est essentielle pour la protection des assurés, car une compagnie non

solvable peut entraîner des risques de pertes financières pour les assurés et remettre en question le principe fondamentale de l'assurance.

Pour garantir un niveau adéquat de solvabilité des compagnies d'assurance, les autorités européennes ont instauré une réglementation spécifique. La directive 2009/138/CE du Parlement européen, entrée en vigueur le 1er janvier 2016, constitue la dernière version de la réglementation Solvabilité II. La conformité à cette réglementation est supervisée par l'Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles (EIOPA).

1.2.2 Description du Best Estimate

Dans cette section, avant d'exposer l'objectif de constituer les provisions techniques et les principes de base qui les guident pour clarifier la notion de Meilleure Estimation, il est essentiel de présenter les exigences réglementaires du contexte. Ces exigences doivent être rigoureusement respectées et justifiées auprès des autorités de contrôle en charge de la régulation des engagements à long terme dans le domaine de l'assurance. Pour cela, nous nous appuyons sur la directive du parlement Européen [1], du cours LACTU2270 [4] et du mémoire [10].

1.2.2.1 Généralités

En raison de la vente de ses produits, Ethias doit être en mesure de respecter ses engagements contractuels et, si nécessaire, de disposer d'un capital adéquat pour honorer ses obligations envers ses assurés.

Dans toute activité d'assurance, il est essentiel de pouvoir évaluer les risques afin d'assurer la stabilité financière face à l'incertitude liée aux paiements probables des prestations. Étant donné que les produits d'assurance sont vendus avant que leur coût final ne soit déterminé (ce qu'on appelle l'inversion du cycle de production), les assureurs doivent estimer leurs obligations pour l'ensemble de leurs contrats existants ainsi que pour les futurs clients. Afin d'être en mesure de respecter leurs engagements contractuels.

1.2.2.2 Caractéristiques des provisions techniques

Sous Solvabilité II, les provisions techniques sont évaluées de manière à correspondre au montant actuel que l'entreprise devrait verser si elle transférait immédiatement ses engagements d'assurance et de réassurance à une tierce partie. Contrairement à la directive Solvabilité I, cette approche intègre une évaluation plus cohérente avec les conditions du marché. Les assureurs sont tenus d'utiliser des méthodes actuarielles avancées pour estimer ces provisions, assurant ainsi une

gestion plus précise des risques et une meilleure protection des assurés. Cette évolution réglementaire vise à renforcer la solidité financière du secteur de l'assurance en alignant les réserves sur les meilleures estimations actuelles, tout en anticipant les fluctuations économiques et les incertitudes futures.

Définition des provisions techniques

Sous Solvabilité II, Les provisions techniques représentent le montant que doit constituer une compagnie d'assurance ou de réassurance afin de faire face à ses engagements futurs. Leur valeur est égale à la somme de la meilleure estimation et de la marge de risque.

Au regard des deux démarches de valorisation des provisions techniques qui ont été présentées ci-dessus, spécifiquement pour un portefeuille de soins de santé où il n'y a pas de marchés liquides disponibles pour évaluer les passifs, nous devons nous appuyer sur l'utilisation de l'espérance mathématique. Celle-ci prend en compte la probabilité d'occurrence de chaque flux futur ainsi que l'incertitude entourant ces flux.

Contrairement à la valorisation économique qui nécessite un marché liquide, ce qui n'est pas le cas ici, l'évaluation des provisions techniques pour les soins de santé spécifiques repose sur l'utilisation de modèles actuariels. Ces modèles intègrent les meilleures estimations disponibles ainsi que le coût du capital requis pour soutenir l'activité d'assurance. Cette évaluation implique la décomposition des provisions techniques en deux composantes distinctes.

- Best Estimate (BE) : Encore appelé "meilleure estimation des engagements", c'est l'espérance mathématique qui tient compte de la probabilité d'occurrence de chaque flux futur et de l'incertitude de ceux-ci. Conformément à l'article 77 de la Directive de Solvabilité II [1], «Le Best Estimate correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbes des taux sans risque fourni par l'EIOPA. Le calcul du BE est fondé sur des informations actualisées et crédibles et des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et statistiques adéquates, applicables et pertinentes».
- La Risk Margin (RM) : joue un rôle important dans l'évaluation et la gestion des provisions techniques en assurance. Son calcul vise à assurer que les provisions sont en adéquations avec les engagements futurs de l'entreprise d'assurance ou de réassurance. En effet, elle représente un montant supplémentaire ajouté aux provisions techniques pour compenser les incertitudes et les risques associés aux obligations à long terme. Cette approche conservatrice permet de sécuriser financièrement l'entreprise en anticipant des événements défavorables ou des fluctuations de marché qui pourraient affecter négativement sa capacité à remplir ses obligations

contractuelles. Ainsi, la marge de risque garantit la solvabilité et la stabilité financière de l'entreprise en assurant que les provisions techniques reflètent de manière réaliste les coûts potentiels nécessaires pour respecter ses engagements envers les assurés et les réassurés.

1.3 L'INFLATION MÉDICALE ET LES ENJEUX DE SA MODÉLISATION POUR LES ASSUREURS

L'inflation représente la perte du pouvoir d'achat d'une monnaie, ce qui se traduit concrètement par la hausse globale des prix dans cette monnaie. La prise en compte dans les contrats d'assurance soins de santé a été une étape cruciale pour résoudre un problème complexe auquel étaient confrontés les assureurs. Avant cette évolution (avant la forte inflation des années 1970), les primes restaient statiques pendant toute la durée du contrat, même si les coûts des soins de santé augmentaient avec le temps. Cette situation créait un déséquilibre financier potentiellement préjudiciable tant pour les assureurs que pour les assurés. En effet, les assureurs devaient faire face à des dépenses médicales croissantes sans pouvoir ajuster les primes en conséquence, ce qui mettait en péril leur capacité à honorer les engagements contractuels.

En mars-2016, une réforme majeure [11] a été initiée dans le secteur de l'assurance soins de santé particulier en Belgique. Cette réforme a marqué le retour de l'indice médical, un outil crucial pour les assureurs dans l'ajustement des primes. L'indice médical permet d'évaluer les risques associés à chaque assuré, en prenant en compte des facteurs tels que l'âge, les garanties offertes et désormais, les provisions de vieillissement. Cette réintroduction vise à rectifier les lacunes observées dans le système antérieur en assurant une tarification plus équitable et précise.

1.3.1 Provisions de vieillissement

La proposition de l'arrêté royal du 18 mars 2016 concernant les indices spécifiques pour l'assurance soins de santé en Belgique met en lumière l'importance des provisions pour vieillissement. Ces provisions constituent un aspect crucial de la tarification des primes et de la viabilité financière des compagnies d'assurance. Dans cette section, nous examinerons en détail le rôle des provisions pour vieillissement tel qu'il est exposé dans le projet d'arrêté royal du 18-mars-2016 [11], ainsi que leur impact sur le secteur de l'assurance soins de santé en Belgique.

1.3.1.1 Objectif des Provisions pour Vieillessement

Les provisions de vieillissement dans le contexte de l'indice médical sont conçues pour aider les assureurs à gérer les défis financiers liés au vieillissement de leur base d'assurés. En incluant ces provisions dans le calcul de l'indice, on s'assure que les ajustements des primes tiennent compte des coûts croissants associés à l'âge avancé, tout en maintenant la stabilité financière des produits d'assurance santé. Le facteur fixe de revalorisation (150%) appliqué uniformément à toutes les tranches d'âge vise à équilibrer les coûts et à promouvoir une approche équitable et transparente pour les assurés, garantissant ainsi la pérennité et la fiabilité des assurances santé en Belgique.

1.3.1.2 Méthodologie de prise en compte des Provisions pour Vieillessement dans le calcul de l'Indice Médicale en Belgique

L'arrêté royal propose de réintroduire les provisions pour vieillissement dans le calcul de l'indice médical, en réponse aux lacunes identifiées dans la version précédente de l'arrêté. Cette mesure vise à garantir une tarification plus précise des primes en prenant en compte les coûts réels des soins de santé liés au vieillissement de la population assurée.

L'article 7 de l'arrêté royal, détermine le mode de calcul des indices. Les indices spécifiques pour les contrats privés d'assurance maladie ont été déterminés afin de permettre une revalorisation des provisions pour vieillissement tout en restant simple et compréhensible pour les preneurs d'assurance. Cette méthodologie, basée sur une étude du Centre fédéral d'expertise des soins de santé (KCE) [13], prévoit l'utilisation d'un nouvel indice médical qui intègre les provisions de vieillissement comme paramètre. Plutôt que de recourir à des méthodes complexes et peu transparentes, il a été décidé d'appliquer un facteur fixe de 150% pour toutes les classes d'âge et catégories, chaque année. Ce facteur, découle des études réalisées par W. Vercruyse et al [12] et celle faite par Denuit et al [6], vise à permettre aux assureurs de revaloriser leurs provisions de vieillissement de manière équitable et à introduire une certaine solidarité entre les différentes classes d'âge.

Le calcul des indices spécifiques se déroule en deux phases : d'abord, le calcul des indices de base, puis le calcul des indices spécifiques en appliquant le facteur de 150% aux évolutions annuelles des indices de base, avec une limite de 2 points de pourcentage pour l'évolution annuelle des indices spécifiques par rapport aux indices de base.

En conclusion, les provisions pour vieillissement jouent un rôle essentiel dans le secteur de l'assurance soins de santé en Belgique, en garantissant la stabilité financière des compagnies d'assurance et en assurant une tarification équitable des primes. La réintroduction des provisions pour vieillissement dans le calcul de l'indice médical représente une avancée importante dans la régulation du marché de l'assurance soins de santé, visant à garantir une protection adéquate pour tous

les assurés, quel que soit leur âge. Une interrogation pertinente se pose : comment déterminer avec précision l'indice de référence (indice de base) pour mieux évaluer les paramètres d'indexation des primes ?

PRINCIPE DE CALIBRATION DE L'INFLATION EN SOINS DE SANTÉ PARTICULIERS

Les assureurs proposant des contrats d'assurance maladie individuelle doivent naviguer avec prudence dans le cadre de Solvabilité II, en particulier lorsqu'il s'agit d'estimer à long terme les coûts médicaux. Cette estimation requiert une révision régulière des provisions techniques, tenant compte des paramètres du modèle et de l'évolution des coûts médicaux. Comme la durée des contrats de ce type de produit s'étend sur une longue période, il est essentiel de réaliser des projections précises sur l'évolution à long terme des coûts médicaux. L'objectivité (utilisation des données plus précises et fiables), la stabilité (éviter une variation excessive dans les hypothèses des coûts médicaux d'une année à l'autre) et la prudence (utilisation des hypothèses conservatrices dans la modélisation des coûts médicaux futurs ou création de marges de sécurité face aux imprévus) sont des critères clés dans cette évaluation pour assurer la solidité des polices d'assurance maladie individuelles.

Face à ces défis, dans le but de protéger les assurés et les assureurs, la Banque Nationale de Belgique a publié la communication *NBB_2021_24* [7] «visant à décrire des scénarios de référence» qui sera utilisé «comme limite inférieure pour évaluer la prudence des hypothèses entourant la modélisation de l'inflation médicale et qui servira de base pour recenser et quantifier les déséquilibres structurels dans la tarification des assurances soins de santé».

En se basant sur cette communication *NBB_2021_24* [7], nous avons mis en place des méthodes de calibration de l'inflation médicale, qui seront développées dans les sections suivantes de ce mémoire. Avant cela, il est important d'expliquer la méthode de Smith-Wilson, que nous avons employée pour extrapoler nos courbes.

2.1 MÉTHODE SMITH WILSON

Lors de la construction de la courbe des taux, la partie des maturités à court terme est observable. Pour les maturités à long-terme, il est nécessaire d'extrapoler la courbe. Les assureurs proposant des polices d'assurances sur plusieurs dizaines d'années, ont besoin de ces taux pourtant non observables. La méthode de Smith Wilson est employée pour extrapoler la partie observable afin de déduire la partie non observable. Nous nous appuyons sur l'article de De Kort-Vellekoop (2016) [5], le rapport de Finanstilsynet (2010) [8], tout en conservant les notations établies par l'EIOPA pour présenter cette méthode et la formulation mathématique sous-jacente à cette méthode.

2.1.1 Présentation de la méthode et formulation mathématiques

La méthode de Smith-Wilsson est une méthode qui présente une approche qui offre à la fois la capacité d'interpoler et d'extrapoler les taux. Elle a été introduite en 2001 et est utilisée par l'EIOPA pour construire la courbe de taux sans risque.

Cette méthode, nous permet d'avoir la fonction paramétrique qui nous donne les prix des obligations zéro coupon $P(t)$ en fonction de la maturité t . De cette courbe, nous pouvons avoir la courbe des taux forwards, des taux spots, etc...

La particularité de la méthode de Smith-Wilson est qu'elle ajuste de manière précise les taux disponibles dans les données. Toutefois, son intérêt est de modéliser les taux à long terme, qui ne sont pas directement observables.

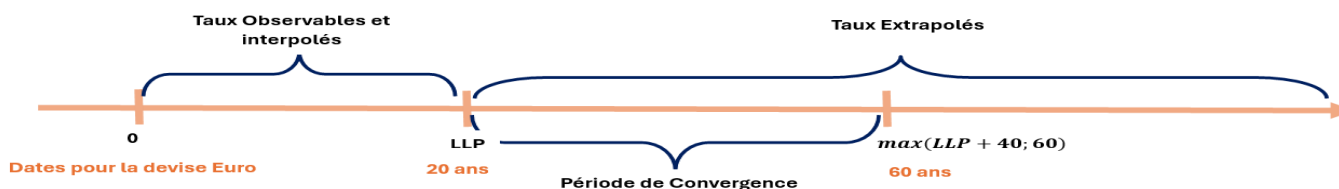


FIGURE 2.1 – Les différentes périodes considérées

Il est possible d'observer les taux sur le marché jusqu'au LLP (Last Liquid point). Pour la devise Euro, ce LLP, c'est-à-dire le moment à partir duquel le marché n'est plus profond, liquide et transparent. Le modèle, tel qu'utilisé par l'EIOPA, prévoit une période de convergence au-delà de laquelle les taux forward convergent vers l'UFR (Ultimate Forward Rate). Cette contrainte permet de régler le paramètre vitesse de convergence, également connu sous le nom paramètre

de réversion à la moyenne noté α . Ce paramètre est choisi en prenant la valeur la plus basse qui permet de produire la courbe de taux atteignant une tolérance de convergence au niveau du point de convergence. La tolérance étant fixée à 1 basic point (0.01%).

Les instruments servant d'input pour la méthode de Smith-Wilson doivent être spécifiés par :

- Leur prix de marché m_i à la date de valeur,
- Les dates de paiements des cash-flow jusqu'à la maturité,
- Le montant des différents cash-flows $c(i, 1), \dots, c(i, L)$ dus pour l'instrument i aux dates t_1, t_2, \dots, t_n . $c(i, j) = 0$ si aucun paiement n'a lieu à la date t_l .

La fonction prix définie par la méthode de Smith Wilson est la somme de deux éléments :

- (1) Le facteur d'actualisation $e^{-UFR \times t}$, il caractérise le comportement asymptotique des taux.
- (2) La combinaison linéaire de n fonctions de Kernel $K_i(t)$ où $i \in [1, n]$, avec n correspondant au nombre d'instruments financiers considérés en entrée du modèle.

Les fonctions de Kernel ou noyau sont définies à partir des paramètres d'entrée du modèle ainsi qu'à partir de deux paramètres :

- L UFR,
- Vitesse de convergence α .

À partir des n instruments financiers, la méthode consiste à établir un système linéaire de n équations qui peut être résolu dans la majorité des cas de manière analytique.

Dans ce qui suit, nous vous expliquerons comment appliquer la méthode de Smith Wilson lorsque nous disposons de n instruments financiers. Pour chacun de ces instruments, nous notons par L le nombre de date de versement des cash-flow relatif à l'un de ces instruments. Si nous utilisons la convention continue pour la capitalisation des taux d'intérêt.

$$\text{Nous avons donc } \forall i \in [1, n], P(t_i) = e^{-r(t_i) \cdot t_i} \quad (2.1)$$

Partant des informations disponibles aux différentes maturités t_1, t_2, \dots, t_n et des n fonctions Kernel, le prix des obligations zéro coupon à la date de valeur s'écrit :

$$P(t) = e^{-UFR \times t} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \cdot K_i(t), \quad t \geq 0. \quad (2.2)$$

tel que :

$$K_i(t) = \sum_{l=1}^L c(i, l) \cdot W(t, t_l), \quad t \geq 0, \quad \forall i \in [1, n]. \quad (2.3)$$

Les fonctions clés de la méthode sont les fonctions de Wilson, définies de la manière suivante :

$$W(t, t_l) = e^{-UFR \times t} \times H(t, t_l). \quad (2.4)$$

où, $H(t, t_l)$ est la fonction de coeur de Wilson définie par :

$$\begin{aligned} H(t, t_l) &= \alpha \min(t, t_l) - \exp(-\alpha \max(t, t_l)) \times \frac{e^{\alpha \times \min(t, t_l)} - e^{-\alpha \times \min(t, t_l)}}{2}, \\ &= \alpha \min(t, t_l) + \frac{\exp(-\alpha + t_l |) - \exp(-\alpha | t - t_l |)}{2}, \\ &= \frac{\alpha(t + t_l) + \exp(-\alpha + t_l |) - \alpha | t - t_l | - \exp(-\alpha | t - t_l |)}{2} \end{aligned}$$

Pour déterminer les taux spots associés aux prix des obligations zéro coupon, il sera nécessaire pour nous de déterminer les coefficients ζ_i . Pour cela, nous partons du principe que la valeur du marché d'un instrument à la date d'évaluation est la valeur actuelle des cashs flows dus à cet instrument, ainsi nous mettons en place le système linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = \sum_{l=1}^L c(1, l) \times P(t_l) = \sum_{l=1}^L c(1, l) \times \left(e^{-UFR \times t_l} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \cdot \sum_{l=1}^L c(i, l) \cdot W(t, t_l) \right) \\ m_2 = \sum_{l=1}^L c(2, l) \times P(t_l) = \sum_{l=1}^L c(2, l) \times \left(e^{-UFR \times t_l} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \cdot \sum_{l=1}^L c(i, l) \cdot W(t, t_l) \right) \\ \vdots \\ m_n = \sum_{l=1}^L c(n, l) \times P(t_l) = \sum_{l=1}^L c(n, l) \times \left(e^{-UFR \times t_l} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \cdot \sum_{l=1}^L c(i, l) \cdot W(t, t_l) \right) \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Ce système linéaire peut être réécrit sous forme matricielle dans le but de faciliter sa résolution comme suit :

$$m = CP = C\mu + (CW^tC) \zeta \quad (2.6)$$

Avec :

- $m = (m_1, m_2, \dots, m_n)^T$, vecteur des prix d'instruments de taux observés.
- $P = (P(t_1), P(t_2), \dots, P(t_n))^T$, vecteur des prix zéro coupon observés sur le marché,
- $\mu = (e^{-UFR \times t_1}, e^{-UFR \times t_2}, \dots, e^{-UFR \times t_n})$ vecteur des facteurs d'actualisation calculés à partir de l'UFR,
- $(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n)$ vecteur des paramètres à déterminer,
- $C = (c(i, l))_{i=1, \dots, n; l=1, \dots, L}$, est la matrice $N \times L$ des cash-flow de paiement,
- $W = (w(t_i, t_l))_{i=1, \dots, n; l=1, \dots, L}$ est la matrice des fonctions Kernel. On peut remarquer que la matrice Kernel est symétrique.

Lorsque la matrice W est inversible, les paramètres du système sont donnés par :

$$\zeta = (CW^tC)^{-1} (m - C\mu) \quad (2.7)$$

Le paramètre de contrôle de la vitesse de convergence ne peut être déterminé par ce système. Celui-ci est généralement fixe sous la contrainte $\alpha \geq 5\%$.

A partir de ces paramètres connus, nous pouvons déterminer les prix zéro coupon interpolés et extrapolés à chaque maturité.

En partant de l'expression du prix d'un zéro coupon donnée par (2.1), où $r(t)$ est le taux spot associé à la maturité t , nous pouvons obtenir les taux spots à différente maturité en utilisant la relation suivante :

$$r(t) = -\frac{1}{t} \ln \left(e^{-UFR \times t} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \cdot K_i(t) \right)$$

2.1.2 Choix de l'UFMIR

L'UFMIR (Ultimate Forward Médical Inflation Rate) ou taux ultime correspond au taux forward après la période de convergence. La valeur retenue par la BNB est justifié dans le document [7].

Il est calculé comme la somme :

- Inflation de base : «l'objectif d'inflation de la Banque Centrale Européenne (2%) sont pris en compte»,
- Croissance des revenus \times élasticité : «L'estimation à long terme de la croissance du PIB par le bureau fédéral du plan (1.5%)» et l'élasticité des revenus est fixée à 1.

$$\text{UFMIR} = \text{Croissance des revenus}(1.5\%) \times \text{élasticité}(1) + \text{inflation de base}(2\%) = 3.5\%. \quad (2.8)$$

2.1.3 Avantages et inconvénients

Dans le rapport [8], FINANSTILSYNET nous explique que l'un des principaux avantages de la méthode de Smith-Wilson est sa transparence et sa facilité d'accès.

En effet, la méthode de Smith Wilson, présente plusieurs avantages en termes d'implémentation et d'adaptabilité des paramètres. Elle permet la construction de la courbe des taux à partir d'obligations zéro coupon ou de taux swaps, même sans utiliser le code VBA, simplement en utilisant une feuille Excel. De plus, elle garantit un ajustement précis des valeurs estimées aux valeurs observables sur le marché.

Contrairement à d'autres méthodes, elle ne nécessite pas de transformer les taux swap en taux zéro coupon ou d'appliquer des techniques de bootstrapping. Un autre avantage significatif, est sa capacité à interpoler les données manquantes et à extrapoler la courbe au-delà du dernier point de liquidité (LLP) de manière cohérente, en utilisant les mêmes principes et fonctions pour éviter toute incohérence entre les données interpolées et extrapolées.

En fin de compte, l'UFR est atteint asymptotiquement et la vitesse de convergence peut être ajustée en fonction du paramètre exogène α . Plus α est important, plus la convergence vers l'UFR

est rapide, ce qui signifie que les données des marchés liquides ont moins d'impacts sur les taux extrapolés. En effet, le fait que le paramètre soit extrême permet une certaine flexibilité dans la construction de la courbe, mais nécessite un jugement d'expert afin d'évaluer ce paramètre pour chaque devise et pour chaque point dans le temps séparément. Il a été ainsi décidé par EIOPA d'utiliser un α commençant à 0.1 et qui est itérativement augmenté jusqu'à convenir à la devise.

Les prévisions de l'inflation médicale à moyen et à long terme peuvent être diverses et sont entourées d'un degré d'incertitude très élevé. Comme sur du long terme cette courbe s'inspire de la courbe des taux sans risque telle que produit par l'EIOPA, l'on recourra à la méthode de Smith Wilson présentée ci-dessus pour extrapoler notre courbe à court terme jusqu'à, un Ultimate Forward Medical Inflation Rate (UFMIR).

2.2 CALIBRATION DE L'INFLATION MÉDICALE

Dans cette section, nous expliquerons le concept de calibration de l'inflation médicale par type de chambre (chambres doubles/communes et chambres individuelles), qui sera appliqué aux coûts des frais médicaux ainsi qu'aux primes demandées aux assurés en raison de l'évolution de ces coûts. Le principe de calibration, tel qu'il est présenté dans la communication *NBB_2021_24* [7] de la Banque Nationale de Belgique, se déroule en deux étapes distinctes :

- Calibration du **Wedge** sinistres et Primes par types de chambres,
- Calibration de l'**inflation médicale** pour les primes et pour les sinistres par types de chambres.

2.2.1 Processus de calibration du wedge sinistres et primes

2.2.1.1 Définition

- **Le wedge prime** : est défini comme étant l'écart moyen entre l'inflation médicale observée sur le marché belge et l'indice Européen des prix à la consommation hors tabac (noté HIPCxT).

L'inflation médicale observée sur le marché belge est donnée par type de chambres (chambre individuelle et chambre double ou commune).

- **Le wedge sinistre** : est défini comme étant l'écart moyen entre l'inflation générale de la sinistralité propre à l'entreprise et l'indice Européen des prix à la consommation hors tabac (noté HIPCxT).

Ici la sinistralité est déterminée sur base des coûts moyens (dépense de l'année/nombre de

sinistres déclaré au cours de l'année) d'assurance maladie propre à la compagnie d'assurance. Il faut noter que cette sinistralité est déterminée par type de chambres.

2.2.1.2 Principe de Calibration du wedge

Wedge sinistres

Sur base de la définition qui a été donnée ci-dessous, pour calibrer ces wedges il est important d'avoir les données suivantes :

- Données relatives à l'HIPCxT Européen : Ces données ont été récupérées sur Eurostat. Les rendements annuels sont calculés sur base de septembre.
- Données relatives aux coûts d'assurance maladie spécifiques à la compagnie d'assurance concernée qui sont basées sur la sinistralité. Celle-ci est calculée en tenant compte des frais d'assurance maladie propre à l'entreprise, tout en intégrant les limites contractuelles d'intervention.

Une fois ces données extraites, nous vérifions s'il n'y a pas de valeurs manquantes, ce qui n'est pas le cas, mais nous pouvons constater que les rendements annuels de l'HIPCxT sont calculés sur base de septembre. De plus, nous devons considérer une période d'observation suffisamment longue pour les données relatives aux coûts d'assurances maladie spécifique à la compagnie, cela est justifié par le point d'attention 1 : **Calibration des wedges-Données historiques** « il convient d'utiliser un historique aussi long que possible » dans le but d'assurer la précision et la robustesse des estimations.

Wedge primes

Sur base de la définition qui a été donnée ci-dessous, pour calibrer ces wedges il est important que nous ayons les données suivantes :

- Données relatives à l'HIPCxT Européen : Ces données ont été récupérées sur Eurostat. Les rendements annuels sont calculés sur base de septembre.
- Données relatives à l'inflation médicale observée sur le marché belge : Cet indice est publié sur Statbel et est disponible à partir de 2015. Avant cette date, la méthodologie utilisée pour la prise en compte des provisions pour vieillissement était différente. Nous allons donc nous appuyer sur les données d'Assuralia pour reconstruire la série historique des wedges belges avant 2015, en tenant compte de chaque type de chambre.

Après avoir extrait les données, nous vérifions leur intégrité pour nous assurer qu'il n'y a pas de valeurs manquantes. Nous remarquons cependant que les données sur l'inflation médicale en

Belgique par type de chambre ne sont disponibles que depuis 2015, ce qui ne nous offre pas une période d'observation suffisamment longue. Pour pallier à ce problème, nous envisageons de nous appuyer sur les données fournies par Assuralia par type de chambres. Les données d'Assuaralia sont des indices de base par type de chambres, tandis que celles de Stabel sont des indices spécifiques par type de chambres. Il est donc important de convertir ces données en indice de base en suivant la relation (2.9), qui découle de la règle 150% qui a été décrite ci-dessus.

$$\text{Rdt indice de base} = \max \left(\frac{\text{rdt indice spécifique}}{150\%}, \text{rdt indice spécifique} - 2\% \right). \quad (2.9)$$

Une fois cette étape terminée, nous calculons les séries de wedges en nous appuyant sur les données du marché ainsi que l'indice médical observé en Belgique. A partir de ces informations et compte tenu de leur nature, nous appliquons une régression linéaire afin de reconstituer les séries historiques de wedges pour les périodes antérieures à 2015, et ce pour chaque type de chambre.

La calibration de ces wedges vise à ajuster les projections d'inflation pour mieux tenir compte des spécificités de la Belgique. Ces wedges servent donc d'indicateurs d'incertitude ou de risque associés à l'inflation médicale propre à la Belgique. Dans cette section nous faisons l'hypothèse que le wedge reste constant sur l'ensemble des années de projection, en prenant cette valeur constante comme la moyenne géométrique des séries de wedges calculées pour chaque type de chambre.

Ces processus de calibration qui viennent d'être écrits sont résumés par la figure 2.2.

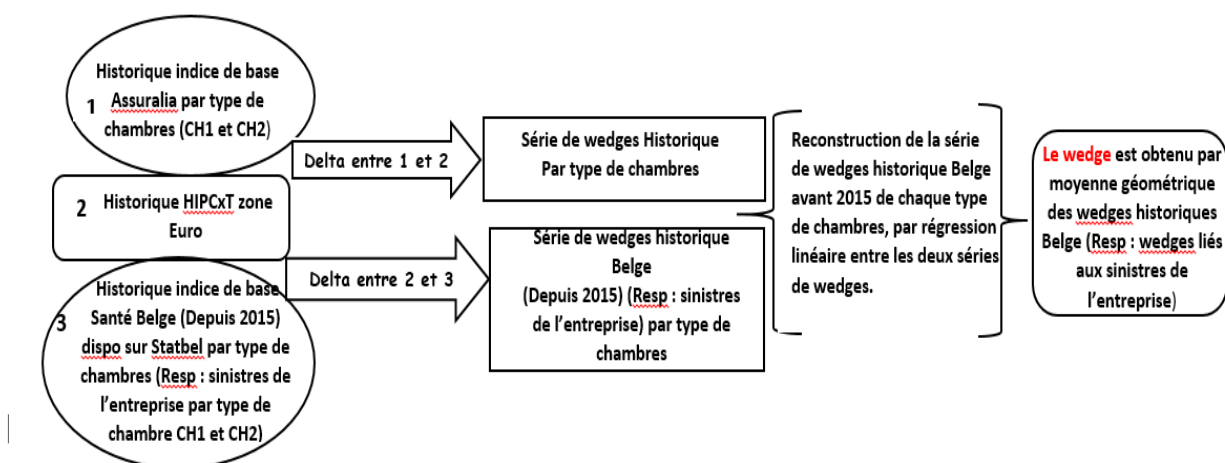


FIGURE 2.2 – Schéma simplifié du processus de calibration du wedge.

2.2.2 Principe de Calibration de l'inflation

Une fois le wedge calibré, nous examinons les données relatives au swap d'inflation liquide sur 20 ans disponibles sur Bloomberg, identifiées sous l'étiquette EUSWI20. Nous intégrons ensuite le wedge obtenu par type de chambre pour obtenir l'indice médical de base pour les primes et les sinistres des chambres individuelles et communes. Étant donné que les taux swap ne sont pas disponibles pour toutes les maturités et que les polices d'assurance soins de santé particuliers sont viagères (sur une durée de 110 ans), il est crucial d'avoir une vision de la forme de la courbe d'inflation sur cette période. Pour ce faire, nous procédons à une interpolation de la courbe des taux spot à court terme sur 20 ans, puis à une extrapolation vers le long terme en utilisant la méthode de Smith Wilson, présentée à la section 2.1. Après l'obtention de la courbe des taux spot, nous déduisons la courbe des taux forward à long terme pour primes et sinistres des différentes catégories de chambres. La courbe des taux forward à long terme pour les sinistres est conservée telle quelle. En revanche, pour la courbe des taux forward à long terme pour primes, nous appliquons la règle unique des 150%, détaillée dans la section 1.3.1.2.

Ce processus de calibration qui vient d'être décrite est résumé par la figure 2.3

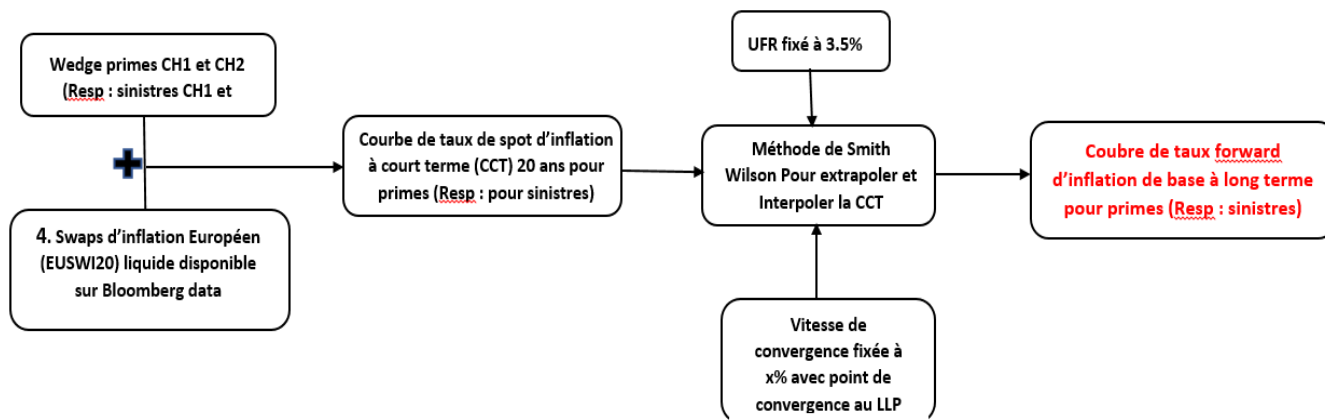


FIGURE 2.3 – Schéma simplifié du process de calibration de l'inflation pour sinistres et pour primes.

APPROCHE ALTERNATIVE DE CALIBRATION DE L'INFLATION

Le chapitre précédent examine en détail le processus de calibration de l'inflation à travers les analyses horizontale et Solvabilité II (SII), lesquelles reposent principalement sur la calibration du wedge par type de chambre. Ce wedge représente un indicateur crucial de l'incertitude ou du risque associé à l'inflation médicale spécifique à la Belgique. Nous avons retenu l'hypothèse d'un wedge constant sur toutes les maturités, en considérant qu'il reflète le risque ou l'incertitude liés à l'inflation médicale observée à différentes périodes.

Cependant, il est essentiel de reconnaître que les risques et l'incertitude associés à l'inflation médicale ne se manifestent pas de manière uniforme d'une année à l'autre, en raison de divers facteurs, tels que les avancées médicales, les changements démographiques (notamment le vieillissement de la population), les régulations gouvernementales et les fluctuations économiques. Le maintien d'un wedge constant pourrait nuire à la capacité des assureurs à gérer efficacement ces risques et à offrir une couverture adéquate aux assurés, étant donné que les coûts et les risques varient considérablement en fonction de l'âge et d'autres caractéristiques démographiques.

Cela est particulièrement pertinent dans le secteur des soins de santé, où les coûts et les risques varient considérablement en fonction de l'âge et d'autres caractéristiques démographiques. Bien que nous ayons pris en compte cette réalité en utilisant une inflation spécifique pour l'indexation des primes, le lissage de la courbe sur une période de 20 ans pourrait également entraîner une sous-estimation des coûts réels des sinistres et des primes à long terme. En conséquence, l'incorporation simultanée de ces deux hypothèses pourrait être interprétée comme une mesure de prudence excessive, visant à réduire le risque de sous-estimation des obligations financières. Cela met en évidence l'importance d'une approche équilibrée et flexible dans la calibration de l'inflation, qui prenne en compte à la fois les données historiques et la dynamique économique actuelle, afin d'obtenir des projections actuarielles plus précises et réalistes.

Pour résoudre ce problème, nous avons choisi de segmenter les wedges annuellement pour

chaque type de chambre, afin de mieux refléter les risques liés à l'inflation médicale qui pourraient se manifester au cours des différentes années.

Étant donné que les wedges peuvent être considérés comme une série temporelle de données indexées par le temps, nous cherchons à développer un modèle actuariel qui offre une méthodologie de prévision robuste. Ce modèle doit être capable de capturer les tendances à long terme, les variations saisonnières, tout en s'ajustant aux données historiques et aux scénarios futurs. Pour ce faire, nous nous appuyons sur les cours de prévision des séries temporelles d'Arthur Charpentier [3], qui nous servent de référence pour construire des modèles (S)ARIMA adaptés à nos besoins spécifiques en matière de prévision des wedges.

Ce chapitre a donc pour objectif de présenter la méthodologie d'estimation des modèles (S)ARIMA et de l'appliquer à notre cas spécifique pour la prévision des wedges.

3.1 ESTIMATION DES MODELE (S)ARIMA : Méthodologie de Box-Jenkins

Le modèle **ARIMA** est un outil statistique puissant utilisé pour effectuer des prévisions sur une série temporelle. En d'autres termes, il vise à comprendre comment chaque observation est liée à celles qui la précèdent, en prenant en compte à la fois les tendances à long terme et les fluctuations à court terme. En 1970, Box et Jenkins publient un ouvrage intitulé "Time Series Analysis, Forecasting and Control" [9], dans lequel ils proposent une démarche à suivre pour la prévision des séries temporelles. Cette démarche repose sur trois étapes principales : l'identification du modèle, son estimation et sa vérification.

Du fait que le modèle **ARIMA** ne prend pas en charge les séries temporelles comportant une composante saisonnière, une extension de ce modèle a été conçue pour traiter les données saisonnières. Cette extension est connue sous le nom de modèle **SARIMA**.

Ces modèles permettent de combiner les modèles autorégressifs (**AR**), le modèle de moyenne mobile (**MA**), le modèle saisonnier (**S**) et le modèle intégré (**I**).

3.1.1 Méthodologie de Box-Jenkins

Les modèles (S)ARIMA permettent de prendre en compte les variations saisonnières dans la série considérée. Ils combinent une composante autorégressive (**AR**), une composante moyenne mobile (**MA**), une composante intégrée (**I**) et une composante saisonnière (**S**).

Composante AR : Autorégressive

L'AR fait référence à la régression linéaire des valeurs actuelles sur les valeurs précédentes de la série temporelle. Cela peut être traduit par une équation mathématique comme suit :

Une serie temporelle $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$, sera dite autorégressive d'ordre p si la valeur de la série temporelle à l'instant t , X_t est donnée par :

$$X_t = \sum_{k=1}^p \phi_k X_{t-k} + \epsilon_t + c, \forall t \in \mathbb{Z},$$

$$\epsilon_t + c = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) X_t,$$

$$\epsilon_t + c = \Phi(B) X_t.$$

Avec : ϕ_k représentant les paramètres (coefficients réel) sachant que $\phi_p \neq 0$, $\{\epsilon_t\}_t$ est un bruit blanc de variance σ^2 , B représentant l'opérateur retard et $\Phi(B)$ représente l'équation caractéristique de B tel que : $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$.

Il faut noter que les bruits blancs sont des processus à distribution normale et avec une moyenne nulle et une variance constante dans le temps.

Composante MA : Moving Average

La MA utilise la moyenne mobile des erreurs précédentes pour modéliser la relation entre les résidus et les observations actuelles de la série temporelle. Cela se traduit mathématiquement comme suit :

Etant donné une série temporelle $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$, elle sera dite à moyenne mobile d'ordre q si sa valeur à l'instant t X_t est donnée par :

$$X_t = \epsilon_t + \sum_{k=1}^q \theta_k \epsilon_{t-k}, \forall t \in \mathbb{Z}$$

Où les θ_i sont des nombres réels à estimer et $\{\epsilon_t\}_t$ est un bruit blanc de variance σ^2 . Cette relation peut également être traduit comme :

$$X_t = \Theta(L)\epsilon_t \quad \text{où} \quad \Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q.$$

Composante I : Intégré

Selon la technique (différenciation, transformation logarithmique, etc.) utilisée pour rendre une série temporelle stationnaire, cette composante représente le nombre de fois que la technique a été appliquée pour rendre la série temporelle stationnaire.

Une série sera dite stationnaire si ses propriétés statistiques ne varient pas dans le temps (moyenne variance et auto-corrélation). Il est important de rendre une série temporelle stationnaire parce qu'il est plus facile d'analyser et de modéliser les données dont la moyenne , la variance et l'autocorrélation sont stables dans le temps.

Composante S : Saisonnalité

Cette composante permet de prendre en compte la saisonnalité observées dans la prévision.

3.1.1.1 Identification du modèle

L'identification du modèle repose sur une démarche assez précise qui consiste à :

- Examiner les données de la série temporelle pour détecter les tendances, les saisonnalités et les comportement anormaux.
- Si la série temporelle présente une tendance ou une saisonnalité, appliquer une technique pour rendre les données stationnaires.
- Identification des ordres : Utiliser les graphiques ACF (fonction d'autocorrélation) et PACF (fonction d'autocorrélation partielle) pour déterminer les ordres p, d, q, P, D et Q du modèle (S)ARIMA.

Estimation de l'ordre d'intégration d

Comme nous l'avons souligné précédemment, afin d'utiliser la composant AR d'un modèle ARIMA, il est nécessaire que la série temporelle soit stationnaire, pour la rendre stationnaire, on utilise dans la littérature généralement deux techniques en fonctions des données que l'on dispose (la différentiation et logarithmique).

Pour rendre une série temporelle $\{X\}_{t \in \mathbb{Z}}$ stationnaire, on peut appliquer la différenciation en utilisant la relation (3.1). Ensuite, il est utile de représenter graphiquement la série différenciée pour observer son comportement au fil du temps. Si cette représentation graphique montre des fluctuations autour d'une ligne horizontale, sans tendance apparente ni saisonnalité, cela suggère que la série est devenue stationnaire. Pour confirmer cette hypothèse, on peut utiliser le test de Dickey-Fuller Augmenté (ADF). L'hypothèse nulle (H_0) de ce test est que la série présente une racine unitaire, ce qui signifie qu'elle n'est pas stationnaire. Si le test rejette l'hypothèse nulle, nous pouvons conclure que la série est stationnaire.

$$\begin{cases} \Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - L) X_t & \text{différences premières} \\ \Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t & \text{différences d'ordre } d, \text{ avec } d \geq 2. \end{cases} \quad (3.1)$$

Estimation des ordres p et q

L'estimation des paramètres p et q repose sur certaines propriétés des fonctions d'autocorrélation (ACF) et d'autocorrélation partielle (PACF), qui seront présentées ci-dessous.

Fonctions d'autocorrélation

Considérons une série temporelle $\{X\}_{t \in \mathbb{Z}}$ suivant un $ARIMA(p, d, q)$. La série temporelle $\{Y\}_{t \in \mathbb{Z}}$ est une serie temporelle stationnaire suivant un $ARIMA(p, q)$.

Pour une série stationnaire $Y_{t \in \mathbb{Z}}$, on définit la fonction d'autocorrélation pour tout t par :

$$h \mapsto \rho_Y(h) = corr(Y_t, Y_{t-h}) = \frac{cov(Y_t, Y_{t-h})}{\sqrt{Var(Y_t)}\sqrt{Var(Y_{t-h})}}$$

Cette fonction est valeur dans $[-1, 1]$ et $\rho_Y(0) = 1$.

Pour un échantillon de N observations Y_1, \dots, Y_N , cette fonction d'autocorrélation peut être estimée par :

$$\hat{\rho}_N(h) = \frac{\hat{\gamma}_N(h)}{\hat{\gamma}_N(0)} \text{ avec } \hat{\gamma}_N(h) = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{N-h} (X_t - \bar{Y}_N)(Y_{t-h} - \bar{Y}_N) \text{ et } \bar{Y}_N = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^N Y_t$$

Partant du fait que la série temporelle $\{Y_{t \in \mathbb{Z}}\}$ suit un $ARIMA(p, q)$, alors Y_t vérifie la relation suivante :

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \epsilon_{t-i} + \epsilon_t, \text{ pour tout } t \in \mathbb{Z} \tag{3.2}$$

Propriétés :

(1) Les fonctions d'autocovariances $\gamma(h)$ satisfont la relation suivante :

$$\gamma(h) = \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma(h-i) \text{ pour } h \geq q+1. \tag{3.3}$$

(2) Les fonctions d'autocorrélations $\rho_Y(h)$ satisfont à la relation suivante :

$$\rho_Y(h) = \sum_{i=1}^p \phi_i \rho_Y(h-i) + \sigma^2 [\theta_h + h_1 \theta_{h+1} + \dots + h_{q-h} \theta_q] \text{ pour } 0 \leq h \leq q, \text{ avec } \sigma^2 = Var(\epsilon_t) \tag{3.4}$$

Preuve

(1) En multipliant la relation (3.2) par Y_{t-h} où $h \geq q + 1$, nous avons :

$$\begin{aligned}
 Y_t Y_{t-h} &= \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} Y_{t-h} + \sum_{i=1}^q \theta_i \epsilon_{t-i} Y_{t-h} + \epsilon_t Y_{t-h}, \quad \text{pour tout } t \in \mathbb{Z} \text{ et } h \geq q + 1 \\
 \mathbb{E}[Y_t Y_{t-h}] &= \sum_{i=1}^p \phi_i \mathbb{E}[Y_{t-i} Y_{t-h}] + \sum_{i=1}^q \theta_i \mathbb{E}[\epsilon_{t-i} Y_{t-h}] + \mathbb{E}[\epsilon_t Y_{t-h}] \quad \text{pour tout } t \in \mathbb{Z} \\
 \mathbb{E}(Y_t Y_{t-h}) &= \sum_{i=1}^p \phi_i \mathbb{E}[Y_{t-i} Y_{t-h}] \quad \text{pour tout } t \in \mathbb{Z} \text{ et } h \geq q + 1 \quad (\text{car } \epsilon_t \perp Y_k \quad \forall k) \\
 \mathbb{E}(Y_t Y_{t-h}) - \mathbb{E}[Y_t] \mathbb{E}[Y_{t-h}] &= \sum_{i=1}^p \phi_i \mathbb{E}[Y_{t-i} Y_{t-h}] - \mathbb{E}[Y_t] \mathbb{E}[Y_{t-h}] \quad \text{pour tout } t \in \mathbb{Z} \text{ et } h \geq q + 1 \\
 \gamma(h) &= \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma(h - i) \quad \text{et } h \geq q + 1
 \end{aligned}$$

(2) En multipliant la relation (3.2) par l'expression explicite de Y_{t-h} où $h \geq 1$ et en passant à l'espérance de par et d'autre de l'égalité, nous avons :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}[Y_t Y_{t-h}] &= \mathbb{E} \left(\left[\sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \epsilon_{t-i} + \epsilon_t \right] \left[\sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-h-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \epsilon_{t-h-i} + \epsilon_{t-h} \right] \right), \\
 &= \mathbb{E} \left(\sum_{j=1}^p \phi_j \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-j} Y_{t-h-i} \right) + \mathbb{E} \left(\sum_{i=0}^{q-h} \theta_i \theta_{h+i} \epsilon_{t-h-i}^2 \right) \quad \text{pour } 0 \leq h \leq q \\
 \mathbb{E}[Y_t Y_{t-h}] - \mathbb{E}[Y_t] \mathbb{E}[Y_{t-h}] &= \mathbb{E} \left(\sum_{j=1}^p \phi_j \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-j} Y_{t-h-i} \right) - \mathbb{E}[Y_t] \mathbb{E}[Y_{t-h}] + \left(\sum_{i=0}^{q-h} \theta_i \theta_{h+i} \right) \sigma^2, \\
 \rho_Y(h) &= \sum_{i=1}^p \phi_i \rho_Y(h - i) + \left(\sum_{i=0}^{q-h} \theta_i \theta_{h+i} \right) \sigma^2, \quad \text{pour } 0 \leq h \leq q
 \end{aligned}$$

Ces deux propriétés nous permettent d'avoir une estimation du paramètre p sur base des fonctions d'auto-corrélation comme suit : p correspond au dernier pic significatif à partir du quel les résidus deviennent tous nulles.

Remarques :

Pour établir une règle concernant le comportement de la fonction d'autocorrélation, il faut examiner deux cas distincts

- (1) Si $p > q$, alors la fonction d'autocorrélation se comporte comme un mélange de fonctions exponentielles/sinusoïdales amorties.
- (2) Si $q \geq p$, les $q - p + 1$ premières valeurs de l'autocorrélogramme ont un comportement propre, et pour $k \geq q - p + 1$, l'autocorrélogramme tend vers 0.

Fonctions d'autocorrélation partielle

Pour une série stationnaire $Y_{t \in \mathbb{Z}}$, on définit la fonction d'autocorrélation partielle pour tout t par :

$$h \mapsto \Psi_Y(h) = \text{corr}(\hat{Y}_t, \hat{Y}_{t-h}),$$

où

$$\begin{cases} \hat{Y}_{t-h} = Y_{t-h} - \mathbb{E}\mathbb{L}(Y_{t-h} | Y_{t-1} \cdots Y_{t-h+1}) \\ \hat{Y}_t = Y_t - \mathbb{E}\mathbb{L}(Y_t | Y_{t-1} \cdots Y_{t-h+1}) \end{cases}$$

$\mathbb{E}\mathbb{L}(Y_{t-h} | Y_{t-1} \cdots Y_{t-h+1}) = a_1(h-1)Y_{t-1} + \cdots + a_{h-1}(h-1)Y_{t-h+1}$ représente l'espérance linéaire de Y_{t-h} sur l'ensemble des valeurs intermédiaires à Y_{t-h} et Y_t qui est : $\{Y_{t-1} \cdots Y_{t-h+1}\}$ et les $a_i(h-1)$ représentent les coefficients à déterminer de manière à réduire l'erreur quadratique entre Y_{t-h} et \hat{Y}_{t-h} .

Propriété :

Pour un processus $AR(P)$ les autocorrélations partielles sont nulles au delà du rang p , $\Psi_Y(h) = 0$ pour $h > p$.

Remarque :

Il est essentiel de choisir le modèle le plus parcimonieux, comme en économétrie, c'est-à-dire celui qui utilise le moins de paramètres tout en offrant les meilleures performances en prévision.

Estimation des paramètres P et Q

Si un autocorrélogramme présente des oscillations, cela indique la présence de saisonnalités dans la série temporelle. Ainsi, l'estimation des paramètres P et Q peut se faire en utilisant les fonctions d'autocorrélation (ACF) et d'autocorrélation partielle (PACF) empiriques, afin que les modèles ARIMA avec paramètres P et Q correspondent aux caractéristiques de la série.

Une fois les paramètres estimés ou le modèle estimé, il est crucial de faire une vérification a posteriori du modèle construit. Cette étape sera abordée dans la sous-section suivante.

3.1.1.2 Validation du modèle estimé

Il s'agit de vérifier que les résidus $\hat{\epsilon}_t$ du modèle estimé, vérifie les propriétés requises ci-dessous pour que l'estimation soit valide :

- (1) Les résidus $\hat{\epsilon}_t$ sont des bruits blancs, c'est à dire qu'ils sont non auto-corrélés ($(\rho_{\hat{\epsilon}_t}(h) = 0)$), suivent une distribution normale centrée et ont une variance constante.

Pour vérifier si les résidus sont non auto-corrélés, nous pouvons observer leurs fonctions d'auto-corrélation. Si aucune valeur de l'autocorrélogramme n'est significativement non nulle, alors nous pouvons conclure que les résidus sont aléatoires. Pour confirmer nos observations, on utilise en pratique des tests statistiques, les plus couramment utilisés sont :

- (1) **Le test de Box-Pierce** : évalue si les autocorrélations des résidus d'un modèle de série temporelle jusqu'à un certain lag m sont statistiquement significatives. Sa statistique est donnée par :

$$Q = N \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2, \text{ avec } N \text{ représentant la taille de l'échantillon}$$

Partant du fait que Q suit la distribution χ^2 avec m degrés de liberté. Ici on compare Q avec la valeur critique de χ^2 pour un niveau de significativité 5%.

Si $Q \geq 5\%$, on rejette l'hypothèse nulle H_0 : les résidus sont indépendants.

Si $Q < 5\%$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle.

- (2) **Le test Ljung-Box** : est un identique au test de Box-Pierce, mais avec une différence observée au niveau de la valeur de sa statistique de test qui peut être également applicable sur des petits échantillons.

$$Q = N(N + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{N - k}$$

En pratique, il est le plus utilisé pour la raison qui a été mentionnée ci-dessus.

Une fois vérifié que les résidus sont non autocorrélés, nous vérifions maintenant que les résidus suivent une distribution normale centrée de variance constante. Pour cela, un test de normalité est appliqué. Il en existe plusieurs, mais les deux principaux utilisés sont :

- (1) **Le test de Shapiro-Wilk** est un test utilisé généralement pour les petits échantillons. Il est également basé sur la statistique de test W qui mesure à quel point les données peuvent s'écarter de la distribution normale attendue.
- (2) **test de Kolmogorov-Smirnov** : est utilisé pour comparer la distribution cumulative empirique d'une grande base de données à la distribution cumulative théorique d'une normale. Les hypothèses sont identiques à celles du test de Shapiro-Wilk.

H_0 : Les données suivent une distribution normale.

H_a : Les données ne suivent pas une distribution normale.

Si la p-valeur est inférieure à 5%, alors on rejette l'hypothèse nulle, et conclut que les données sont normalement distribuées.

la statistique D représente la plus grande différence absolue entre les deux distributions.

Si, après toutes ces étapes, nous avons encore plusieurs modèles valides, nous choisirons celui qui offre les meilleurs critères d'ajustement. Nous retiendrons le modèle qui minimise le mieux les critères d'information AIC et BIC.

Afin de mesurer la capacité du modèle à reproduire les données historiques, nous évaluons plusieurs mesures d'erreur couramment utilisées.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N - k + 1} \sum_{t=k}^N (Y_t - \hat{Y}_t(h))^2} \quad \text{et} \quad MAE(h) = \frac{1}{N - k + 1} \sum_{t=k}^N |Y_t - \hat{Y}_t(h)|.$$

DESCRIPTION DU PRINCIPE D'ÉVALUATION DU BEST ESTIMATE

La meilleure estimation des provisions techniques, également connue sous le nom de "Best Estimate", revêt une importance cruciale dans la gestion des risques et des assurances. Elle offre une estimation réaliste des obligations futures, assurant ainsi la solvabilité de l'assureur. Conformément à la réglementation Solvabilité II, elle garantit la transparence et la comparabilité entre les entreprises, tout en optimisant l'allocation de capital et en fixant des primes adéquates pour une gestion financière efficace. De plus, elle renforce la confiance des investisseurs et des régulateurs en fournissant une estimation fiable des engagements financiers, tout en assurant aux assurés une vision claire de la santé financière de l'entreprise.

Basée sur ces informations, la détermination du Best Estimate repose sur le calcul des flux financiers futurs anticipés, incluant les coûts des sinistres, les primes futures et autres engagements financiers prévus. Ces flux sont ensuite actualisés à l'aide de la courbe de taux sans risque fournie par l'EIOPA, permettant de calculer la valeur actuelle nette de ces flux. Ce processus d'actualisation prend en compte la valeur temporelle de l'argent, reconnaissant que la valeur d'un euro aujourd'hui diffère de celle d'un euro à une date future.

Ce chapitre est structuré autour de plusieurs points clés : tout d'abord, il présente une définition approfondie du concept de "Best Estimate", suivie d'une explication détaillée des principes et des méthodes utilisés pour calculer cette estimation.

4.1 ANALYSE ET DETERMINATION DU BEST ESTIMATE

4.1.1 Analyse du Best Estimate

La réglementation solvabilité II en son article 77 définit le Best Estimate comme étant : « La moyenne pondérée par les probabilités des flux de trésorerie futurs, en tenant compte de la valeur temporelle de l'argent et en utilisant la structure à terme des taux d'intérêt sans risque pertinents ».

Expression mathématique : Le Best Estimate représente le gain ou la perte espéré pour un portefeuille spécifique (X) sur une période déterminée T . Autrement dit, il s'agit de la valeur actuelle nette (VAN) du résultat d'assurance anticipé $Y_t(X)$ pour le portefeuille X

$$\begin{aligned} BE_T(X) &= \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} [Y_{0:T}(X)], \\ &= \sum_{t=0}^T \frac{Y_t(X)}{(1+r_t)^t}, \\ BE_T(X) &= VAN(Y_{0:T}(X)), \end{aligned}$$

où

- r_t représente le taux d'actualisation de la période considérée t ,
- $Y_{0:T}(X)$ représente le vecteur du résultat assureur espéré sur l'horizon de projection T .

4.1.2 Détermination du Best Estimate

Pour expliciter davantage l'expression mathématique du Best Estimate, il est essentiel de considérer le résultat technique de l'assureur. Pour évaluer correctement les provisions techniques, il est nécessaire de déterminer précisément les engagements de la compagnie d'assurance ou de réassurance envers les assurés et les tiers, ainsi que les obligations des assurés et des tiers envers la compagnie d'assurance ou de réassurance. Ces engagements se traduisent par des flux financiers futurs.

Après avoir présenté le principe de calcul, il est essentiel de spécifier les flux financiers futurs anticipés, leur mode de calcul, ainsi que la manière dont ces flux seront agrégés pour reconstituer le résultat de l'assureur. Cette étape est cruciale pour faciliter l'analyse des résultats tout au long de l'étude. Le résultat de l'assureur est donné par la formule suivante :

$$Y_t(X) = \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [\Lambda_t(X)]$$

où $\Lambda_t(X)$ représente le résultat de l'assureur dans un état du monde historique (sous la mesure de probabilité \mathbb{P}) à chaque pas de temps t du portefeuille X .

Il existe trois catégories de flux financiers futurs :

- Les **flux out de prestations** : englobent toutes les prestations liées au règlement des sinistres (y compris les frais d'hospitalisation, les soins ambulatoires, les dépenses pharmaceutiques et les frais de transport en ambulance).
- Les **flux out de frais** comprennent plusieurs types de frais : les frais de commissions ; les frais d'acquisition ; les frais d'administration ; les frais overhead ; les frais de placement ; le frais interne de gestion des sinistres et les frais exceptionnels.
- Les **flux int** : ils comprennent les primes futures.

En utilisant les flux futurs, le résultat de l'assureur peut être détaillé comme suit :

$$\Lambda_t(X) = \text{Prestation}_t(X) + \text{Frais}_t(X) + \text{Commissions}_t(X) - \text{Primes}_t(X)$$

Les provisions Best Estimate peuvent être décomposées en deux parties distinctes, selon la provenance des flux futurs. On distingue ainsi les flux liés aux survenances passées et les flux liés aux survenances futures. Dans cette section, nous nous concentrerons uniquement sur les provisions Best Estimate provenant des flux liés aux survenances futures (BE Primes).

4.1.3 Principes et Méthodes de Valorisation du Best Estimate

Le Best Estimate des primes : Il se rapporte à la période de couverture restante et prend en compte le risque que les primes non acquises ne soient pas suffisantes pour couvrir les prestations futures en cas de sinistres.

Ainsi, les flux futurs de trésorerie relatifs au Best Estimate peuvent être décomposés comme suit :

$$\Lambda_t(X) = \text{Flux Out de prestations}_t(X) + \text{Flux Out de Frais}_t(X) - \text{Flux de primes}_t(X)$$

Ce qui nous permet d'avoir :

$$\begin{aligned} BE_{Primes}(X) &= \sum_{t=0}^T \frac{\Lambda_t(X)}{(1+r_t)^t}, \\ &= \sum_{t=0}^T \frac{\text{Flux Out de prestations}_t(X) + \text{Flux Out de Frais}_t(X) - \text{Flux de primes}_t(X)}{(1+r_t)^t}, \\ BE_{Primes}(X) &= \sum_{t=0}^T \frac{\text{Flux Out de prestations}_t(X) - \text{Flux de primes}_t(X)}{(1+r_t)^t} + \sum_{t=0}^T \frac{\text{Flux Out de Frais}_t(X)}{(1+r_t)^t}, \\ BE_{Primes} &= BE_{PrimesHorsFrais} + BE_{Frais} \end{aligned}$$

Avec :

- **Les flux out des prestations** : dépendent des éléments suivants : la Valeur Actuelle des Flux de Primes (PVFP), les Primes Non Acquisées (PNA) — c'est-à-dire les primes payées à l'avance par les assurés mais non encore acquises par l'assureur en raison du fait que la période de couverture n'est pas encore écoulée — et les ratios de sinistralité, notés $\frac{S}{P}$.
- **Les flux out de frais** qui dépendent également des PVFP, des PNA, des flux out de prestations et des différents taux de frais.

L'explication de l'estimation du Best Estimate (BE) des primes peut être structurée autour de quatre points clés, à savoir :

- Flux de prestations,
- Flux de primes futures,
- Flux de frais,
- Flux PNA

Les deux premiers étant dépendants du troisième, il est crucial de commencer par expliquer le troisième.

4.1.3.1 Projection des Primes futures

Dans l'évaluation du Best Estimate (BE), les projections des primes futures sont établies à partir de modèles actuariels et d'hypothèses spécifiques de projection (telles que les taux de renouvellement, de résiliation et l'inflation). Ces projections prennent en compte les caractéristiques du portefeuille d'assurance, la durée des contrats et les conditions de marché. L'évolution de l'exposition est reflétée dans chaque model point, influencée par les hypothèses de mortalité, de résiliation et d'indexation des primes. Formulée de manière plus précise, pour un model point (p = produit, x = âge, s = sexe), le calcul de la Valeur Actuelle des Flux de Primes (PVFP) peut être exprimé comme suit :

$$PVFP(p, x, s) = \sum_{t=0}^{110} L_{(p,s,x)}(0) \times {}_t p_x \times {}_t p_x^l \times Primes(x+t) \times (1 + index(t))^t \times (1 + r_t)^{-t}$$

Ainsi, les paramètres d'entrée de ces modules sont donc définis comme suit :

- Les indexes d'inflation ($index$) ;
- Les tables de mortalité (${}_t p_x$) ;
- Les taux de lapse (taux de résiliation des contrats par les assurés) ${}_t p_x^l$.

En revenant brièvement sur le cadre réglementaire, la loi de Verwilghen, notamment à l'article 138bis-3, stipule que la durée du contrat d'assurance doit : « Sans préjudice de l'application des

articles 6, 7, 11, 14, 15, 16, 17, 24 et hormis le cas de fraude, les contrats d'assurance maladie visés à l'article 138bis -1, § 1er, 1^o, 3^o et 4^o sont conclus à vie». De plus, l'article 138bis -4 de la loi de Verwilghen traite des modifications contractuelles, § 1er. «Sauf accord réciproque des parties et à la demande exclusive du preneur d'assurance, ainsi que dans les cas visés aux §§2, 3 et 4, l'assureur ne peut apporter de modifications aux bases techniques de la prime ni aux conditions de couverture après que le contrat d'assurance maladie a été conclu».

Conformément à la loi de Verwilghen, notamment son article 138bis-3, les compagnies d'assurance doivent considérer que chaque assuré en soins de santé reste dans leur portefeuille à vie, sauf en cas de résiliation volontaire. Ce droit de résiliation peut être exercé au plus tard trois mois avant la date d'échéance annuelle du contrat. Ainsi, à chaque évaluation, les assureurs ajustent leurs projections de primes en prévoyant leur évolution, tout en tenant compte de l'inflation sur la période de projection, et ce, sur une longue période.

Une fois ces projections de primes réalisées, nous pouvons déterminer la valeur actuelle des primes futures (PVFP) en utilisant les taux sans risque fournis par l'EIOPA.

4.1.3.2 Les Flux de Prestations

Les prestations prises en compte dans le calcul de la meilleure estimation correspondent aux engagements liés au paiement des primes futures. Ce sont les sinistres couverts par ces primes. Étant donné que les primes sont décomposées en deux parties, à savoir les primes déjà reçues et les primes futures, nous allons également décomposer les flux de prestations en deux grandes catégories, à savoir :

- Les prestations liées aux primes non-acquises :

$$\text{Flux de } Prestation_{PNA;i} = \frac{S'}{P'_i} \times \frac{PNA}{1 - \text{Taux de Commissions}}$$

- Les prestations liées aux primes futures :

$$\text{Flux de } Prestation_{PVFP;i} = \frac{S}{P_i} \times PVFP_i$$

Ensuite, les sinistralités sont échelonnées pour obtenir les flux à chaque étape de projection, en utilisant les coefficients de développement. Ainsi, pour l'année de développement j , les flux globaux de prestations sont définis comme suit :

$$\text{Flux de } Prestations_j = \sum_{i \leq j} (\text{Flux de } Prestation_{PNA;i} + \text{Flux de } Prestation_{PVFP;i}) \times dev_{j-i+1}$$

Provisions pour primes non acquises

La projection des provisions pour primes non acquises ne fait l'objet d'aucun traitement particulier, que ce soit pour les flux classiques ou pour les flux additionnels. Cette projection nous permet d'écrire la projection pour prime comme suit :

$$PPNA = \sum_{j=0.5}^{109.5} \sum_{i=0.5}^{109.5} \frac{PNA_t}{1-\tau} \times v^t \times \left(\frac{S}{P}\right)_t \times \gamma_j = \frac{PNA}{1-\tau} \times \frac{S}{P} \times \sum_{i=0.5}^{109.5} v^t \times \gamma_t$$

Où :

- PNA = Primes Totales – Primes Acquises ;
- $\left(\frac{S}{P}\right)_t$ est le ratio de sinistralité pour l'année t , vu que les polices soins de santé sont annuelles, alors $\left(\frac{S}{P}\right)_t = \frac{S}{P}$;
- v^t est le vecteur d'actualisation sur base de la courbe sans risque fournie par l'EIOPA ;
- γ_j est la valeur de cadence de paiement à l'instant j ;
- τ est le taux de commissions. $\frac{1}{1-\tau}$ permet d'inclure un tau de commission dans les primes non acquises.
- j et t sont les instants dans le temps qui vont 0.5 à 109.5 puisqu'on fait l'hypothèse que l'ensemble des sinistres arrivent en milieu d'année.

4.1.3.3 Projection des Sinistres futures

La projection des sinistres futurs est une pratique essentielle dans le secteur de l'assurance, visant à estimer les coûts associés aux sinistres à venir. En ce qui concerne les soins de santé particuliers, cette projection permet aux assureurs d'anticiper les ressources financières nécessaires pour couvrir les réclamations médicales futures des assurés.

Les coûts des sinistres futurs dépendent principalement de trois facteurs clés :

- La proportion d'individus par rapport à l'effectif initial des assurés, tenant compte de l'âge, du sexe et de l'année de projection, permet de suivre l'évolution démographique de la population assurée au fil du temps.
- L'espérance de charge de sinistre annuelle pour l'effectif initial d'assurés représente le coût moyen attendu des sinistres pour l'ensemble des assurés au début de la période de projection.
- Les facteurs correctifs ajustent les prévisions en fonction de l'âge et du sexe des assurés. Ces ajustements sont essentiels pour refléter les différences de risque et de coûts médicaux associés à ces caractéristiques démographiques.

Pour mieux tenir compte de ces facteurs, les compagnies d'assurance construisent des modèles de points qui peuvent être configurés comme suit : âge, sexe, année de projection. Ainsi, pour un

produit donné p , la charge de sinistre de l'année de projection n pour un individu d'âge x et de sexe s , notée $C_{x,s,n}$, est donnée par la formule suivante :

$$C_{p,x,s,n} = \text{Prop}_{p,x,s,n} \times \text{Espérance}_{t_0,p} \times \text{Inflation}_n \times \text{Facteur correctif}_{x,s,p} \quad (4.1)$$

Où :

- $\text{Prop}_{p,x,s,n}$: proportion d'assurés d'âge x et de sexe s à l'année de projection n , par rapport à l'effectif initial d'assurés pour le produit correspondant ;
- $\text{Espérance}_{t_0,p}$: paramètre espérance en $t = 0$.

Ce paramètre joue un rôle fondamental en fournissant une base initiale fiable pour les projections des sinistres futurs. Il garantit que ces projections sont ancrées dans une estimation réaliste des coûts actuels, tout en offrant la flexibilité nécessaire pour ajuster les prévisions en fonction des évolutions futures anticipées. Pour calibrer ce paramètre de manière rigoureuse, il est impératif de déterminer au préalable la distribution statistique de la charge ultime des sinistres, en se basant sur les données historiques disponibles. Cela implique une analyse approfondie des sinistres passés afin de construire une estimation précise des coûts futurs, en tenant compte de divers facteurs comme les tendances historiques, l'inflation des coûts médicaux, et les changements démographiques. Cette approche permet d'assurer que les projections des sinistres futurs sont non seulement réalistes, mais aussi adaptées aux conditions évolutives du marché de l'assurance santé.

- Inflation_n : inflation prévue pour l'année de projection n .

Elle permet de s'assurer que les projections des sinistres futurs sont réalistes et suffisamment robustes pour couvrir les augmentations prévues des coûts des soins de santé, garantissant ainsi une gestion financière saine et durable pour l'assureur.

- $\text{Facteur correctif}_{x,s,p}$: facteur de correction calibré pour l'âge x et le sexe s .

Ce facteur peut être interprété comme un élément permettant d'ajuster la charge de sinistre afin de prendre en compte l'impact des frais médicaux en fonction de l'âge et du sexe. Il est défini par la formule suivante :

$$\text{Facteur correctif}_{x,s,p} = \frac{\text{Prime pure}_{x,s,p}}{\text{Prime pure}_p} \quad (4.2)$$

Une fois que les charges de sinistres sont évaluées par âge, par sexe et par type de produit pour une année de projection donnée, elles sont agrégées pour obtenir la charge totale des sinistres pour cette année de projection. Une fois ces charges obtenues, nous pouvons calculer les ratios de sinistralité correspondants à chaque année de projection, puis déduire le Best Estimate hors frais.

4.1.3.4 Best Estimate de Frais

Le Best Estimate des frais, dans notre formule générale, représente la somme des valeurs actuelles des différents types de frais, calculée de manière à refléter leur coût actuel ajusté pour le temps. Les frais pris en compte incluent :

- **Les Frais de Commissions** : désignent les coûts encourus par les assureurs pour rémunérer les intermédiaires (agents et courtiers) impliqués dans la vente et la distribution des contrats d'assurance. Ils constituent une composante importante des dépenses opérationnelles d'une compagnie d'assurance. Ces frais sont généralement payés au moment où les primes d'assurance sont collectées auprès des assurés. C'est pourquoi, dans le calcul des projections financières, on s'arrête souvent à la première année de primes futures.

$$\text{Commissions}_i = PVFP_i \times \text{Taux de commissions}_i$$

- **Les frais d'acquisitions** : font référence aux coûts engagés par les assureurs pour attirer de nouveaux clients et souscrire de nouvelles polices. Ils ne sont redevables qu'au moment de l'acquisition du contrat, c'est-à-dire lors de la première année, et sont donnés par :

$$\text{Acquisitions Costs}_i = PVFP_i \times \text{Taux d'acquisition}_{i-1} \times \text{Facteur d'évolution BP}_{i-1;i}$$

- **Les frais d'administrations** : ces frais incluent toutes les dépenses nécessaires à la gestion continue des contrats d'assurance santé pour les assurés.

Dans le cadre des soins de santé particuliers, étant donné que les contrats sont administrés tout au long de leur durée, les frais d'administration sont projetés sur une période de 110 ans, correspondant à la durée totale de la police. Cette projection sur 110 ans permet d'estimer de manière exhaustive les coûts administratifs sur toute la durée de vie des contrats, assurant ainsi une planification financière adéquate et une gestion efficace des ressources de l'assureur. Le calcul de ces frais est donné par :

$$\text{Administration Cost} = \sum_{i=j}^{Ultime} (PVFP_i + PNA_i) \times \text{Taux d'administration}_{j-1} \times \text{Facteur d'évolution BP}_{j-1;i}$$

- **Les frais généraux** : correspondent à l'ensemble des coûts indirects indispensables au fonctionnement quotidien de l'entreprise, qui ne peuvent être directement attribués à une activité, un produit ou un service spécifique. Ils s'appliquent aux sinistres provenant des provisions pour primes non acquises (PNA) et des valeurs actuelles des flux de primes futures (PVFP) pour chaque

année de projection, en tenant compte de la fréquence de paiement des sinistres, et se calculent comme suit :

$$\text{Overhead Cost} = \sum_{i=j}^{Ultime} \text{Paiements actualisés}_i \times \text{Taux overhead}_{j-1} \times \text{Facteur d'évolution BP}_{j-1;i}$$

• **Les frais de placement** : Ces frais englobent les coûts liés à la gestion et à l'investissement des fonds de l'entreprise. Ils sont appliqués aux sinistres résultant des provisions pour primes non acquises (PNA) et des valeurs actuelles des flux de primes futures (PVFP) pour chaque année de projection, en tenant compte de la fréquence de paiement des sinistres. Le calcul de ces frais se fait de la manière suivante :

$$\text{Placement Cost} = \sum_{i=j}^{Ultime} \text{Paiements actualisés}_i \times \text{Taux Placement}_{j-1} \times \text{Facteur d'évolution BP}_{j-1;i}$$

• **Les frais de gestion des sinistres** : comprennent les coûts engagés pour administrer et traiter les réclamations des assurés. Ils couvrent l'ensemble des activités nécessaires à la gestion des sinistres.

Une fois tous ces frais agrégés, nous obtenons le Best Estimate des frais. Le Best Estimate des primes est calculé en ajoutant le Best Estimate des frais au Best Estimate des primes hors frais.

Dans cette étude, l'accent est mis sur un paramètre fondamental : l'indice d'inflation. Cet indicateur joue un rôle central dans l'évaluation de l'évolution des coûts futurs, tant pour les primes que pour les sinistres, car il reflète l'augmentation continue des dépenses en soins de santé au fil du temps. Les chapitres précédents ont permis de présenter trois approches distinctes pour calibrer cet indice sur la période de projection du produit.

Dans ce qui suit, nous appliquerons la méthodologie détaillée dans la section 4.1, visant à obtenir la meilleure estimation des primes, au portefeuille spécifique de soins de santé d'Ethias. Les résultats de cette application seront présentés et analysés dans la section ??.

APPLICATION AUX DONNÉES ETHIAS

Partie confidentielle

CONCLUSION

Ce mémoire a porté sur l'étude de l'inflation dans l'estimation des provisions techniques pour les assurances de soins de santé particuliers, un sujet crucial pour les assureurs opérant dans un environnement économique marqué par une inflation médicale instable et des exigences réglementaires strictes. L'objectif principal était de développer et d'évaluer des méthodologies de projection et de calibration de l'inflation médicale pour garantir la fiabilité des estimations du Best Estimate (BE) des primes tout en assurant la conformité aux directives de Solvabilité II.

Dans un premier temps, une analyse approfondie du cadre théorique et réglementaire de l'assurance soins de santé particuliers en Belgique a permis de mettre en lumière les spécificités de ce secteur. Les défis liés à l'inflation médicale ont été identifiés comme des problématiques majeures, notamment dans le contexte de produits à long terme où les engagements financiers des assureurs s'étendent sur plusieurs décennies. Cette analyse a souligné l'importance de projections précises pour préserver la solvabilité des compagnies d'assurance et garantir la protection des assurés.

Dans un second temps, plusieurs méthodologies actuarielles ont été explorées et appliquées à des données réelles provenant du portefeuille d'Ethias. Ces approches incluaient :

- Les modèles (S)ARIMA, qui ont permis de remettre en question l'hypothèse selon laquelle « l'incertitude liée aux soins de santé reste constante sur toute la période de projection ». Ces modèles se sont révélés efficaces pour capter les fluctuations spécifiques de l'inflation médicale au cours d'une année donnée et fournir des projections adaptées au marché belge.
- Une analyse comparative des scénarios (vision AH, SII et (S)ARIMA), qui a démontré que chaque méthode présente des forces spécifiques selon les hypothèses et les horizons de projection.
- La méthode Smith-Wilson, largement utilisée dans le cadre de Solvabilité II, qui exploite les courbes de taux pour extrapoler des projections fiables à long terme, tout en respectant les exigences réglementaires.

Malgré ces avancées, plusieurs limites subsistent. Les projections restent sensibles aux hypothèses initiales, notamment en raison de la disponibilité restreinte et du manque de variabilité maîtrisée des indices de base santé belges disponibles sur la plateforme Statbel. Cette situation

limite la précision des modèles (S)ARIMA, en particulier en ce qui concerne l'hypothèse de normalité des résidus. Par ailleurs, les fluctuations marquées au début des séries de données réduisent l'efficacité des modèles pour des projections à long terme, ce qui pourrait affecter la robustesse des résultats obtenus.

En conclusion, ce mémoire a mis en évidence l'importance de méthodes rigoureuses et adaptées pour calibrer l'inflation médicale dans le cadre des provisions techniques. Les approches étudiées offrent aux assureurs des outils performants pour anticiper les risques financiers, renforcer leur solvabilité et assurer la pérennité de leurs portefeuilles dans un environnement économique incertain. Ce travail constitue une base solide pour de futures recherches et pratiques, contribuant ainsi à une meilleure gestion actuarielle dans un secteur en constante évolution. Notamment, le scénario SII avec un dernier point de liquidité (LLP) de 30 s'est avéré plus pertinent pour répondre aux exigences réglementaires. Ce choix permet de fournir des estimations des coûts futurs plus fiables, tout en assurant une stabilité financière accrue.

Pour aller plus loin et surmonter les limites identifiées, plusieurs recommandations peuvent être formulées :

- Tester des scénarios extrêmes : Intégrer des hypothèses de crises économiques ou de changements réglementaires majeurs pour évaluer la résilience des projections.
- Adapter les modèles : Explorer des modèles hybrides, combinant (S)ARIMA avec des techniques d'apprentissage automatique, pour capter à la fois les relations linéaires et non linéaires.

Bibliographie

- [1] *DIRECTIVE 2009/138/CE DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL du 25 novembre 2009 sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II) (refonte)*.
- [2] Top 15 des compagnies d'assurance en Belgique selon le chiffre d'affaires, 2023.
- [3] Arthur Charpentier. Modèles de prévisions séries temporelles. Technical report, UQAM, ACT6420, Hiver 2011.
- [4] Cindy Courtois. Aspects actuariels des normes de solvabilité et comptable. Technical report, Université Catholique de Louvain, 2023.
- [5] Jan de Kort and MH Vellekoop. Term structure extrapolation and asymptotic forward rates. *Insurance : Mathematics and Economics*, 67 :107–119, 2016.
- [6] Michel Denuit, Jan Dhaene, Hamza Hanbali, Nathalie Lucas, and Julien Trufin. Updating mechanism for lifelong insurance contracts subject to medical inflation. *European Actuarial Journal*, 7 :133–163, 2017.
- [7] Frank Van Steen et Stany Zabinski. Communication nbb_2021_24/ evaluation des provisions techniques des assurances soins de santé individuelles. Technical report, Banque Nationale De BELGIQUE, 21 décembre 2021.
- [8] FINANSTILSYNET. A technical note on the smith-wilson method. Technical report, The Financial Supervisory Authority of Norway, 2010.
- [9] GREGORY C. REINSEL GRETA M. LJUNG GEORGE E. P. BOX, GWILYM M. JENKINS. *TIME SERIES ANALYSIS Forecasting and Control*. y John Wiley Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2016.

-
- [10] Anaïs LANGLOIS. Mesures d'erreur de la meilleure estimation des provisions techniques. Master's thesis, ISFA Lyon, 2020.
- [11] K. PEETERS La Ministre des Affaires sociales et de la Santé Publique Mme M. DE BLOCK Le Roi : PHILIPPE, Le Ministres de l'Economie et des consommateurs. 18 mars 2016. - arrêté royal portant modification de l'arrêté royal du 1er février 2010 déterminant les indices spécifiques visés à l'article 138bis-4, _3, de la loi du 25 juin 1992 sur le contrat d'assurance terrestre. *Moniteur Belge*, 25 Mars 2016.
- [12] Ward Vercruysse, Jan Dhaene, Michel Denuit, Ermano Pitacco, and Katrien Antonio. Premium indexing in lifelong health insurance. *FEB Research Report AFI_1274*, pages 1–15, 2012.
- [13] Federaal Kenniscentrum voor de Gezondheidszorg. Construction d'un index médical pour les contrats privés d'assurance maladie. 2008.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
Faculté des sciences

Place des Sciences, 2 bte L6.06.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/sc