

Design d'un rotor à aimants permanents pour des moteurs BLDC hautes performances

Mémoire présenté par
Pierre LEBOUTTE , Alexis VAN DER REST

en vue de l'obtention du grade de Master
Ingénieur civil mécanicien

Promoteurs
Bruno DEHEZ

Lecteurs
Baudouin DE LANNOY, François BAUDART , Benoît RAUCENT

Année académique 2016-2017

*La science progresse en indiquant
l'immensité de l'ignoré.*

LOUIS PAUWELS

Remerciements

Ce travail est le résultat d'engagements personnels conduits sur deux quadrimestres et l'aboutissement de cinq années d'études passionnantes. Nous souhaitons remercier plusieurs personnes qui ont largement contribué à ce projet et sans qui la réalisation n'aurait pas été possible :

Nous tenons tout d'abord à remercier notre promoteur, le professeur Bruno Dehez, pour nous avoir fait découvrir plus en détail les rouages de la conception mécanique, pour son aide et son implication dans l'élaboration de ce travail ;

Nous souhaitons également remercier Baudouin de Lannoy pour sa disponibilité permanente, pour son temps et son aide précieuse tout au long des recherches. Merci pour ses nombreuses pistes d'orientation et ses estimables conseils ;

Merci à François Baudart et Benoît Raucent d'avoir accepté d'être lecteurs de ce travail et pour leur attention portée au sujet ;

Merci beaucoup à Fabienne Debuigne de la cellule juridique et de la propriété intellectuelle pour ses conseils sur l'utilisation d'outils de recherche en ligne. Merci pour son enthousiasme débordant ;

Un grand merci à Benjamin Beckers et au professeur Laurent Delannay pour leur aide et leurs précieux conseils concernant la réalisation du modèle vibratoire ;

Merci à Guillaume Beckers pour son aide sur l'utilisation du logiciel Comsol ;

Merci au professeur Thierry Daras pour le prêt de son matériel électronique ;

Enfin, nous aimerions remercier tout particulièrement nos parents pour leur soutien dans nos choix, tant académiques que personnels, et pour leur inlassable patience.

Bonne lecture !

Résumé

Ce document étudie la conception d'un rotor à aimants permanents pour des moteurs DC sans balais à hautes performances. Ce type de moteurs est utilisé dans de nombreux domaines tels que l'aéronautique ou la médecine. Le besoin grandissant pour des moteurs toujours plus petits et rapides invite les ingénieurs à relever de nombreux défis de conception.

Les vitesses extrêmes que peuvent atteindre les rotors de cette catégorie de moteurs engendrent des niveaux de contraintes exceptionnels et il est fréquent que les matériaux qui les composent soient confinés aux limites de leur résistance mécanique. Le choix du design, la sélection des matériaux et la qualité du dimensionnement ont une répercussion directe sur les performances maximales que pourront atteindre ces rotors.

Dans ce contexte, ce travail cherche à proposer une approche pour la création d'un tel rotor, en partant du commencement : la réalisation d'un état de l'art. Des méthodes de recherche et leur efficacité sont décrites, ainsi que des stratégies pour la synthèse des résultats.

La première étape de conception fournit trois solutions d'avant-projet. La première se sert de flasques pour maintenir les aimants en place, tandis que les deux autres utilisent une chemise pour assurer cette fonction. Ces deux dernières se différencient par l'utilisation ou non d'anneaux d'équilibrage.

Deux de ces solutions sont étudiées plus en détail sur plusieurs aspects. Dans un premier temps, leurs performances magnétiques sont comparées. Ensuite, des modèles analytiques de contraintes mécaniques sont formulés, et confrontés à des simulations numériques par éléments finis.

Par ailleurs, un modèle analytique pour l'analyse modale du rotor est établi. Deux approches sont proposées, et sont comparées à des résultats obtenus numériquement. Ce modèle permet d'obtenir avec un certain degré de précision la première fréquence propre du rotor.

La question du phénomène de fatigue est également abordée. Une piste est proposée pour une étude ultérieure de ce sujet.

Abstract

This paper studies the design of a permanent magnet rotor for high performance brushless DC motors. This type of motor is used in many fields such as aeronautics or medicine. The growing need for ever smaller and faster motors requests engineers to meet many design challenges.

The extreme speeds that can be reached by this kind of rotors generates exceptional stress levels, and the materials composing them are often confined to the limits of their mechanical strength. The design choices, the material selection and the quality of the dimensioning have a direct impact on the maximum performance that the rotor will be able to achieve.

In this context, this work seeks to propose an approach for the creation of such a rotor, starting from the very beginning : the realization of a state of the art on the topic. Research methods and their effectiveness are described, as well as strategies for synthesizing the results.

The first design stage provides three pre-project solutions. The first one uses flanges to hold the magnets in place, whereas the other two use a sleeve to fulfill this function. The latter two are differentiated by the use or not of balancing rings.

Two of these solutions are studied in more detail on several aspects. Firstly, their magnetic performances are compared. Then, analytical models of mechanical stresses are derived, and confronted with numerical simulations by finite elements.

In addition, an analytical model for modal rotor analysis is established. Two approaches are formulated, and are both compared to numerically obtained results. This model is capable of predicting the first eigen mode of the rotor with a known precision.

The issue of mechanical fatigue is also raised. A lead is proposed for a potential subsequent study.

Table des matières

Introduction	1
1 Recherche d'antériorité	3
1.1 Enjeux et objectifs	3
1.2 Méthodologie	4
1.2.1 Évolution de la stratégie de recherche	4
1.2.2 Qualité de la recherche	6
1.2.3 Fonctionnalités des outils de recherche	7
1.2.4 Contacts Industriels	10
1.2.5 Méthode d'analyse d'un brevet	10
1.2.6 Classification des brevets analysés	10
1.3 Résultats	12
1.4 Analyse critique du travail effectué	13
1.5 Tableau récapitulatif des brevets	15
2 Design	17
2.1 Cahier de charges	17
2.2 Analyse fonctionnelle	18
2.3 Graphe morphologique	19
2.3.1 Solutions pour la transmission du couple	20
2.3.2 Solutions pour l'assurance de la bonne tenue mécanique	20
2.3.3 Solutions pour l'équilibrage	21
2.3.4 Solutions pour l'indication de la position angulaire	21
2.3.5 Aimants	22
2.4 Avant-projets préliminaires	22
2.4.1 Première solution	23
2.4.2 Deuxième solution	24
2.4.3 Troisième solution	25
2.5 Évaluation des avant-projets et choix des avant-projets définitifs	25
2.6 Étude des performances magnétiques	27
2.6.1 Enjeux de l'analyse	27
2.6.2 Description des modèles	27
2.6.3 Résultats et analyses	28
2.7 Conclusion	31
3 Modélisation analytique	32
3.1 Contraintes dans le rotor	32
3.1.1 Modélisation de la chemise	32
3.1.2 Modélisation des flasques	40

3.1.3	Modélisation des aimants maintenus par des flasques	46
3.2	Analyse modale & Vitesses critiques	50
3.2.1	Enjeux de l'analyse	50
3.2.2	Établissement d'une approche analytique	50
3.2.3	Mise en place d'une base de référence	51
3.2.4	Hypothèses de modélisation	51
3.2.5	Détermination des raideurs équivalentes	52
3.2.6	Modélisation par un système à deux degrés de libertés	54
3.2.7	Modélisation par une poutre composite en flexion	57
3.2.8	Validation des modèles	60
3.2.9	Comparaison des résultats à un modèle réaliste	65
3.3	Phénomène de fatigue	66
	Conclusions des modélisations analytiques	67
	Conclusions	69
	Bibliographie	72
4	Annexes	73
A	Cahier de charges	74
B	Graphe Morphologique	75
C	Développement de l'analyse Modale	81
C.1	Détermination de l'expression de la déformée de l'arbre	81
C.2	Résultats	84
D	Tableau récapitulatif des brevets	89

Introduction

L'apparition des premiers moteurs sans balais à courant continu (Brushless DC electric motor ou BLDC motor) date de la seconde moitié du XX^e siècle, soit bien après l'arrivée des premiers moteurs électriques, avec balais. Depuis, la demande pour ce type de moteurs n'a cessé de croître. Ce marché émergent a permis l'apparition d'un embranchement notable, celui des moteurs BLDC à hautes performances. Celui-ci présente un intérêt particulier pour l'industrie médicale, automobile, militaire, aéronautique, aérospatiale et bien d'autres encore.

Il a alors fallu concevoir des moteurs toujours plus performants, plus silencieux, plus petits, plus fiables, plus efficaces et à coûts réduits. Les concepteurs et ingénieurs doivent pour cela faire preuve d'une inventivité débordante, et manier un large éventail de disciplines telles que l'électronique, l'électromagnétisme, la mécanique des solides, des fluides, la science des matériaux, etc.

En juin 2013, le professeur Bruno Dehez et François Baudart publièrent un brevet dont l'invention est une conception innovante du bobinage de moteurs électriques [1]. Dans les bobinages classiques, les fils de cuivre sont enroulés autour d'encoches du stator, ou bien sont tressés pour former un cylindre de cuivre. Dans cette invention, le bobinage est imprimé sur une bande PCB flexible (Flex-PCB) et celle-ci est enroulée sur elle-même. Cette méthode permet de dessiner un tracé optimal du circuit électrique, pour une potentielle augmentation de densité de puissance dans le bobinage de 30% par rapport à un bobinage classique.

Cette invention a donné lieu à la création d'une spin-off au sein de l'UCL. L'objectif de cette entreprise naissante est de concevoir et produire des moteurs BLDC à hautes performances utilisant cette technologie Flex-PCB. Pour parvenir à cet objectif, de nombreux aspects doivent être étudiés ; certains ont fait l'objet de divers mémoires. Ce document s'intéresse à la conception du rotor de ces moteurs BLDC.

Le rotor constitue un challenge important de la conception du moteur. À vitesses de rotation élevées, les effets centrifuges deviennent très importants et par conséquent, les contraintes internes également. De plus, le rotor doit pouvoir transmettre le couple électromagnétique, lequel peut être remarquablement élevé lors d'accélération ou décélération brusques. Les transferts de chaleur doivent également être pris en compte car à plein régime, la température au sein de ces moteurs à hautes-performances peut aisément excéder les 100 °C. Ces contraintes mécaniques et thermiques doivent être résolues en impactant aussi peu que possible la production de champ magnétique des aimants permanents.

Une attention particulière doit être portée sur ces aimants, car ils représentent l'élément du rotor le plus vulnérable mécaniquement. Ils sont constitués de matériaux relativement fragiles, avec une très faible résistance en traction et en torsion. Ils ne peuvent être frettés sur le rotor. Placés en surface du rotor, ils sont les plus exposés aux effets centrifuges. Par ailleurs, il est possible d'optimiser le fonctionnement du moteur en ne plaçant pas qu'un seul aimant (soit une seule paire de pôles magnétiques), mais bien plusieurs aimants (plusieurs paires de pôles). Cela

permet une génération de couple électromagnétique plus progressive et soutenue, mais ajoute également un défi supplémentaire à la conception du rotor.

Un autre thème important à étudier lors de la conception d'un rotor est celui des modes propres de résonance. Ces moteurs hauts de gamme sont des appareils de précision dont le fonctionnement doit pouvoir s'effectuer avec le moins de vibrations possible. Plus important encore, faire fonctionner le moteur à ses fréquences de résonance signifie s'exposer à des risques de défaillances catastrophiques. Il convient donc d'étudier les modes de résonance du rotor, afin de connaître les vitesses critiques de rotation à éviter.

Il existe peu de littérature traitant spécifiquement de la conception mécanique de moteurs BLDC à hautes performances. Il existe cependant suffisamment d'ouvrages de mécanique des solides et des structures que pour pouvoir étudier le sujet en détail.

Ce travail débute par un état de l'art des rotors pour moteurs BLDC. Il s'agit d'une étude d'antériorité dont l'ambition est non seulement d'avoir une idée plus précise des solutions ayant déjà été développées par le passé, en vue de la future démarche de conception, mais également de se prémunir d'un éventuel conflit avec un brevet existant. Ce chapitre décrit la méthodologie empruntée pour cette recherche, ainsi que les résultats obtenus.

La deuxième partie du projet exploite amplement les résultats de l'étude d'antériorité pour amorcer le travail de conception et de création d'avants-projets. Ce chapitre décrit les choix techniques opérés et leur pertinence. Parmi toutes les solutions envisagée, trois avant-projets finaux sont retenus, et deux d'entre eux sont sélectionnés pour la tâche de dimensionnement. Une évaluation de ces deux avant-projets sur le plan magnétique est également réalisée.

Enfin, le dernier volet de ce travail concerne le dimensionnement mécanique des solutions retenues. Il propose une expression des contraintes dans divers éléments du rotor par une approche analytique, dont les modèles sont systématiquement validés numériquement par des programmes de simulations par éléments finis. Ce chapitre propose également une analyse modale du rotor, permettant d'obtenir une expression analytique des vitesses critiques à éviter. Il évoque également le sujet d'une analyse en fatigue du rotor.

Finalement, le travail est conclu par une appréciation des résultats obtenus et une suggestion des pistes d'améliorations et des perspectives d'études ultérieures.

1

Recherche d'antériorité

Une large quantité d'informations peut être perçue lors de la recherche et la lecture de brevets. La recherche d'antériorité constitue une bonne approche pour assimiler un nouveau sujet et représente donc une étape importante voire essentielle dans une démarche de conception.

1.1 Enjeux et objectifs

Le développement de rotors pour moteurs sans balais n'est pas quelque chose de nouveau. Ce type de moteur est disponible sur le marché depuis plusieurs décennies. Avant de réinventer la roue, il est intéressant de consulter les différentes techniques déjà mises en oeuvre dans ce domaine pour se constituer une base solide pour la phase de conception qui sera développée au chapitre 2. Un des intérêts principaux de la recherche d'antériorité est donc de trouver un maximum d'inspiration dans les techniques décrites dans les brevets.

Une autre utilité de la recherche d'antériorité est de s'assurer, autant que possible, que le design final ne soit pas entièrement ou partiellement protégé par un brevet. C'est effectivement via ces documents que les autres constructeurs peuvent tenter de se prémunir d'une potentielle concurrence. Comme il sera expliqué par la suite, il n'a pas été possible d'affirmer sans réserve que nos choix de conception ne fussent couverts par l'un ou l'autre brevet, étant donné le nombre considérable de brevets à parcourir. Néanmoins, nos méthodes de recherche ont été régulièrement réévaluées afin de garantir une recherche aussi efficace que ciblée.

Au travers de cette recherche d'antériorité nous avons également pu entamer certaines étapes de conception, telles que l'analyse fonctionnelle. En effet, afin de classer les brevets de manière efficace, il a fallu identifier un ensemble de fonctions techniques ; nous pouvions ensuite répertorier les solutions envisagées par chaque brevet pour chacune de ces fonctions. La recherche d'antériorité n'est donc pas uniquement un préalable à la démarche de conception, mais constitue davantage un cheminement parallèle à celle-ci.

La présente section passe donc en revue le travail effectué selon ces objectifs principaux. Nous présenterons d'abord l'évolution de notre méthode de recherche, ainsi que les outils de recherche utilisés. Nous présenterons également notre méthode de classification des résultats

et discuterons enfin des résultats finaux. Nous effectuerons finalement une analyse critique du travail de recherche réalisé et proposerons des pistes d'amélioration en guise de conclusion.

1.2 Méthodologie

1.2.1 Évolution de la stratégie de recherche

Le point de départ de notre recherche étant assez vaste et flou, nous avons décidé d'entamer la phase d'exploration de brevets au moyens de mots clés pertinents dans le domaine à explorer. Trois outils de recherche ont été utilisés concurremment pour cette étape : **Google Patents**¹, **Espacenet**², et **PatentInspiration**³. Ci-dessous, une liste non-exhaustive des quelques mots clés principaux utilisés :

- Brushless
- Slotless
- DC
- Rotor
- Motor
- Magnet

Les résultats de ces recherches étaient naturellement trop nombreux (plus de 50 000 brevets), et leur pertinence avec l'objectif principal de recherche assez discutable. Il était donc nécessaire de réduire de manière significative l'étendue de la recherche.

Une première méthode pour restreindre le champ de recherche est d'utiliser les codes de classification des brevets. On distingue deux classification différentes : les codes CPC et les codes IPC, respectivement Cooperative Patent Classification et International Patent Classification, qui permettent chacun de classer le contenu des brevets de manière uniforme. Diverses organisations telles que l'Office Européen des Brevets (OEB) se chargent de régulièrement mettre à jour les classifications. Un code CPC ou IPC comporte plusieurs termes, qui permettent de situer une catégorie de brevet dans un arbre de classification. Ces arbres de classification peuvent être aisément trouvés sur internet, tant pour la classification IPC⁴ que CPC⁵. Pour cibler notre recherche, nous avons restreint les résultats aux brevets comportant obligatoirement le code CPC suivant : **H02K 1/278**. L'arborescence de ce code est représentée ci-dessous.

-
1. <http://www.google.com/patents>
 2. <http://worldwide.espacenet.com>
 3. <https://app.patentinspiration.com/>
 4. www.wipo.int/classifications/ipc
 5. <https://worldwide.espacenet.com/classification>

H – Electricity

- ├─ H02 – Generation ; conversion or distribution of electric power
- ├─ H02K – Dynamo-electric machines
- ├─ H02K 1/00 – Details of the magnetic circuit
 - └─ H02K 1/06 – Characterised by the shape ; form or construction
 - └─ H02K 1/22 – Rotating parts of the magnetic circuit
 - └─ H02K 1/27 – Rotor cores with permanent magnets
 - └─ H02K 1/2706 – Inner rotor
 - └─ H02K 1/272 – Where the magnetisation axis of the magnets is radial or tangential
 - └─ H02K 1/274 – Consisting of a plurality of circumferentially positioned magnets
 - └─ H02K 1/2753 – Consisting of magnets or groups of magnets arranged with alternating polarity
 - └─ H02K 1/278 – Surface mounted magnets ; Inset magnets

En regroupant les résultats par famille⁶, le nombre de brevets est réduit à 1300. Pour cibler davantage la recherche, il est possible d'exclure des brevets hors propos en rejetant certains codes CPC et IPC. Grâce à un outil de *PatentInspiration* affichant les codes les plus récurrents dans les résultats de la recherche, nous avons pu déterminer une liste de codes à rejeter. Les codes ayant été exclus sont les suivants :

• Codes CPC

- H02K 1/2786 – Outer rotor
Dans notre moteur, la bande en PCB est enroulée autour du rotor ; la configuration est donc celle d'un "inner rotor"
- H02K 29/03 – With a magnetic circuit specially adapted for avoiding torque ripples or self-starting problems
Notre moteur ne nécessite pas ce type de circuit
- H02K 7/1838 Generators mounted in a nacelle or similar structure of a horizontal axis wind turbine
Ce n'est pas un générateur

• Codes IPC

- H02K 41/03 Synchronous motors ; Motors moving step by step ; Reluctance motors
Bien que de conception assez semblable, il ne faut pas confondre les moteurs synchrones et les moteurs BLDC
- H02K 21/16 Having annular armature cores with salient poles
Il n'est plus nécessaire d'avoir une armature de stator dans ce design avec bande PCB enroulée
- H02K 9/06 With fans or impellers driven by the machine shaft
Il n'y a pas de ventilateur dans le moteur étudié

6. Lorsqu'il existe plusieurs demandes ou publications pour une seule invention (dans d'autres pays) revendiquant la ou les mêmes priorités, on parle d'une « famille de brevets ». [2]

- H02K 21/46 Motors having additional short-circuited winding for starting as an asynchronous motor
Le moteur démarre sans bobinage additionnel
- H02K 1/14 Stator cores with salient poles
Absent dans le design avec bande PCB enroulée
- H02K 1/16 Stator cores with slots for windings
Idem
- H02K 1/32 With channels or ducts for flow of cooling medium
Le moteur étudié n'inclut pas de circuit de refroidissement
- H02K 3/04 Windings characterised by the conductor shape, form or construction, e.g. with bar conductors
Ne s'applique pas au design avec bande PCB enroulée
- H02K 3/28 Layout of windings or of connections between windings
Le sujet qui nous intéresse n'est pas la disposition du bobinage

Cette restriction de recherche a permis de réduire le nombre de brevets à 918. Nous avons alors entamé une démarche de lecture, d'analyse et de classification des brevets sélectionnés afin de pouvoir établir une base solide pour la suite du projet. Nous avons parcouru les brevets des plus récents aux plus anciens.

1.2.2 Qualité de la recherche

Plusieurs problèmes se posèrent. La lecture, analyse et classification des brevets nécessitaient un temps trop important que pour passer en revue ces centaines de documents. Il fallut restreindre à nouveau le champ de recherche. Nous avons alors effectué l'analyse et la synthèse de brevets déposés par les grands acteurs de ce domaine, tels que Siemens, Bosch, etc, ainsi que ceux des concurrents directs, tels que Faulhaber, Maxon, etc.

Il a résulté de notre recherche qu'il était difficile de s'assurer que tous les brevets pouvant menacer notre design aient été passés en revue. Cette composante de la recherche d'antériorité n'a donc pas pleinement joué un rôle dans notre choix de design du rotor. L'essentiel s'est donc porté sur les potentiels concurrents étant les plus susceptibles de faire valoir leur droit d'interdire l'exploitation de leur invention. Pour la caractère *état de l'art* de notre recherche, de nombreux designs innovants ou récurrents ont pu être mis en avant. Nous en discutons plus en détail à la section 1.3.

Il est intéressant d'observer que certains brevets devant théoriquement se trouver dans la liste des résultats de la recherche n'y figurent pas. C'est par exemple le cas d'un brevet de **Maxon** intitulé *Small electric motor* [3]. On y décrit plusieurs configurations de rotor, telles qu'illustrées à la Figure 1.1. Ce brevet n'inclut pas le code CPC utilisé dans notre recherche : **H02K 1/278** – *Surface mounted magnets; Inset magnets*. En parcourant le brevet, il devient pourtant assez évident que ce code mériterait de s'y trouver. L'unique code utilisé pour la classification de ce brevet de **Maxon** est **H02K 1/28** – *Means for mounting or fastening rotating magnetic parts on to, or to, the rotor structures*. Face à cet exemple, la méthode de recherche de brevets devient d'autant plus discutable. Cela révèle une fois de plus la difficulté d'obtenir une liste exhaustive de brevets conséquents, et de pouvoir s'assurer la liberté d'exploitation.

Certains organismes spécialisés dans la propriété intellectuelle proposent des services très complets de recherche de liberté d'exploitation. C'est entre autres le cas de **Picarré**⁷, qui fournit

7. <https://www.picarre.be/>

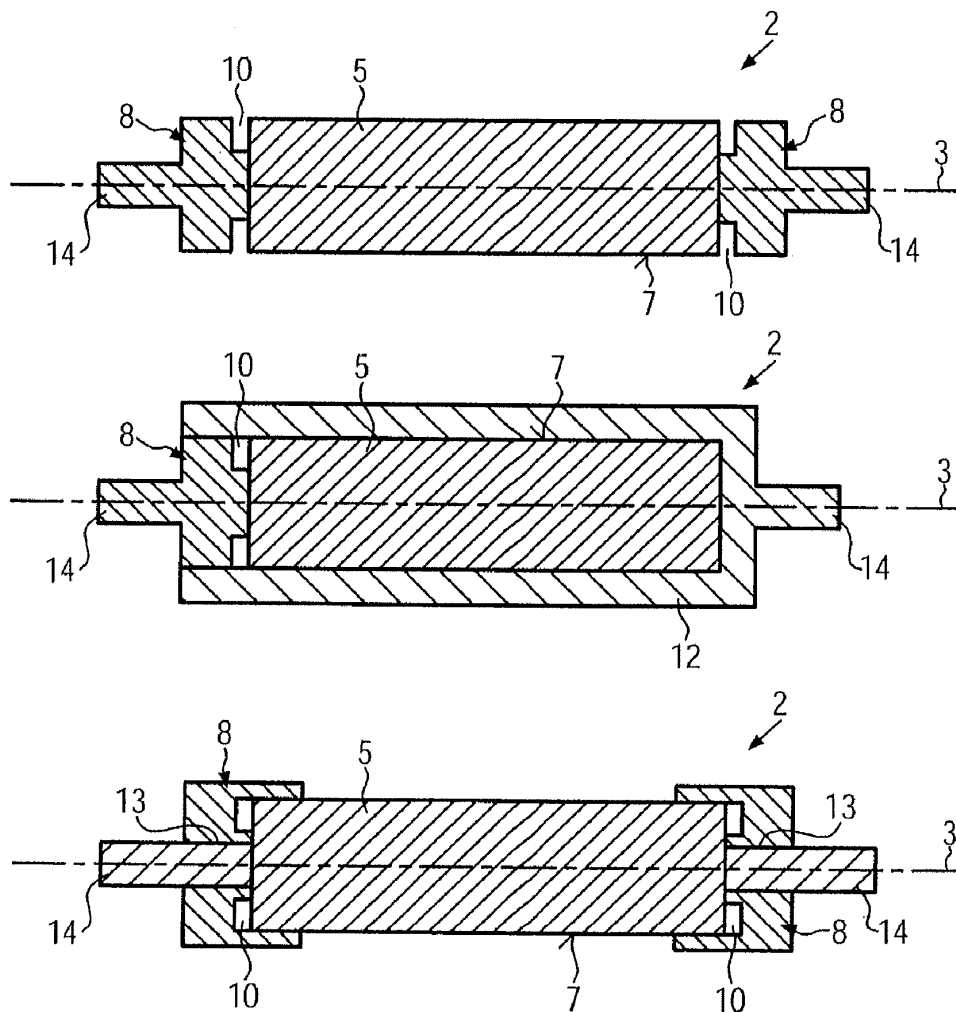


FIGURE 1.1 – Extrait des illustrations du brevet Maxon US20110304234

un accompagnement dans la recherche d'antériorité. Il a été envisagé de faire appel à leurs services, mais cette piste n'a pas été exploitée davantage.

1.2.3 Fonctionnalités des outils de recherche

Les plates-formes de recherche et de consultation de brevets principaux ayant été visitées sont Google Patents et PatentInspiration pour la recherche et Espacenet pour la consultation.

PatentInspiration mets à disposition des outils d'analyse de résultats pouvant être particulièrement intéressants dans le cas d'une recherche vaste comme le cas présent. Une partie de ces outils peuvent être utilisés gratuitement, tandis qu'une autre partie requiert la détention d'un compte payant. Nous avons pris contact avec Fabienne Debuigne⁸, conseillère UCL en propriété intellectuelle et en gestion de brevets. L'accès au compte utilisateur dont elle dispose nous a permis d'obtenir des résultats d'analyse intéressants pour restructurer la recherche d'une part, et exploiter des données statistiques d'autre part. L'essentiel de ces résultats est présenté ci-dessous.

8. fabienne.debuigne@uclouvain.be

Text (nouns)

Cet outil recense de manière très visuelle les mots les plus récurrents apparaissant dans les brevets de la recherche (Figure 1.2). Cela permet d'ajuster la recherche avec des termes plus précis ou d'exclure des termes n'ayant pas à s'y trouver. La taille de la police augmente avec la fréquence d'apparition des mots.

adhesive * arcuate * armature * band * bars * cavity * circumference * compressor
conductor * contour * cross-section * curvature * density * energy * expansion * extension * exterior * fiber
flange * flux * glass * holder * hub * impeller * inductance * iron * leakage * loss * ones * passage
path * phase * pitch * plane * pole * powder * radius * relationship * response * ribs * rim
rotor * spacer * **stator** * steel * strength * teeth * therebetween * torque
yoke

FIGURE 1.2 – Noms récurrents dans la recherche

Trademarks

La lecture de cette analyse dévoile les marques et marques déposées apparaissant de manière récurrente dans les brevets de la recherche (Figure 1.3). On y découvre entre autres qu'**Inconel**TM est une marque déposée référant à un alliage en acier inoxydable résistant à la corrosion. Cet alliage, contenant principalement du nickel, du chrome et du fer, est fréquemment utilisé pour former la chemise métallique entourant le rotor et maintenant les aimants en place [4]. La taille de la police augmente avec la fréquence d'apparition des marques.

Abschnitte * Deva Metal * Hostaphan * Incoloy 925 * **Inconel** * **Inconel 718** * Inconel 725
INCONEL.TM. 718 * **KEVLAR** * KYNAR * METALGLAS2605TCA * Mylar HS * NEOMAX-30H * Polygon Tube
Recoma * Reluktanz-Abschnitt * Ringeinrichtung * Silhouette * Spiralok * **Vectra** * Vespel

FIGURE 1.3 – Marques et marques déposées

CPC code

L'outil qui suit a su trouver une utilité particulière dans le cadre de notre recherche. Il permet d'afficher les codes CPC les plus répandus parmi la liste des brevets de la recherche. Cette analyse est représentée à la Figure 1.4.

Company

PatentInspiration regroupe également les principales sociétés ayant publié les brevets de la recherche, en excluant les inventeurs. Cela permet de découvrir un aperçu des potentiels concurrents. Cet ensemble est synthétisé à la Figure 1.5. La taille de la police augmente avec le nombre de brevets publiés.

Siemens est le déposant le plus actif avec plus de 70 brevets détenus dans cette recherche. Nombre d'entre eux concernent principalement des moteurs de plus grandes dimensions. **Hitachi**

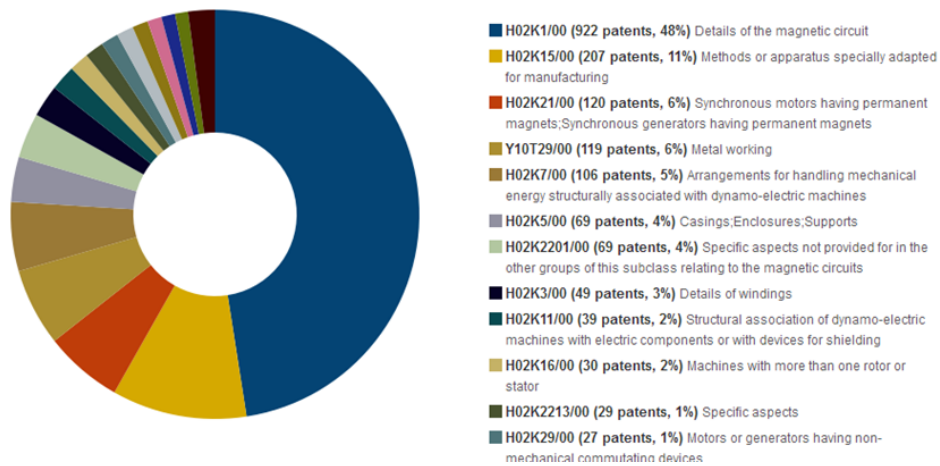


FIGURE 1.4 – Codes CPC récurrents

est second avec 44 brevets détenus. Gen Electric et Bosch possèdent à peu près 35 brevets chacun. On retrouve également certains concurrents forts tels que Nidec avec 12 brevets. D'autres grands concurrents tels que Maxon ou Faulhaber n'apparaissent même pas dans les résultats de la recherche.

ABB AB * AISIN AW CO * AISIN SEIKI * ALSTOM TRANSPORT SA * ARCELIK AS * ASMO CO LTD
BOSCH GMBH ROBERT * BRASIL COMPRESSORES SA
 BSH BOSCH SIEMENS HAUSGERAETE * CONTINENTAL AUTOMOTIVE GMBH
 CONVERTEAM TECHNOLOGY LTD * DELPHI TECH INC * DENSO CORP
 DEUTSCHE EDELSTAHLWERKE AG * EMERSON ELECTRIC CO * ESW GMBH
FANUC LTD * FRANKLIN ELECTRIC CO INC * GARRETT CORP
 GE ENERGY POWER CONVERSION TECHNOLOGY LTD * **GEN ELECTRIC**
HITACHI LTD * HITACHI METALS LTD * HONDA MOTOR CO LTD * INVENTIO AG
 JOHNSON ELECTRIC SA * JTEKT CORP * LG ELECTRONICS INC * LG INNOTEK CO LTD
 MANNESMANN VDO AG * **MATSUSHITA ELECTRIC IND CO LTD**
 MINEBEA CO LTD * **MITSUBISHI ELECTRIC CORP**
 NIDEC CORP * NISSAN MOTOR * PANASONIC CORP
 SAMSUNG ELECTRONICS CO LTD * SANYO ELECTRIC CO * SCINTILLA AG
 SEIKO EPSON CORP * SEW EURODRIVE GMBH & CO * SHINETSU CHEMICAL CO
SIEMENS AG * STANDARD ELEKTRIK LORENZ AG * **TOSHIBA KK**
 TOYOTA MOTOR CO LTD * VALEO SYSTEMES ESSUYAGE * WILO GMBH
YASKAWA DENKI SEISAKUSHO KK
 ZAHNRADFABRIK FRIEDRICHSHAFEN

FIGURE 1.5 – Principales sociétés ayant publié des brevets de la recherche

1.2.4 Contacts Industriels

En parallèle à la recherche, nous avons pris l'initiative de contacter des entreprises actives dans le milieu des rotors et de la fabrication d'assemblages aimantés. Dans un premier temps, nous avons abordé ces dernières en nous présentant comme des clients à la recherche de devis pour la fabrication d'assemblages aimantés. Les réponses étant trop vagues ou non concluantes, nous avons décidé d'utiliser une nouvelle approche vis à vis de ces contacts industriels. Nous avons tenté de joindre à nouveau les entreprises en posant clairement la problématique de notre travail de recherche afin d'obtenir des informations plus précises. Cependant, au vu du nombre presque nul de réponses obtenues, cette piste n'a pas été explorée davantage.

1.2.5 Méthode d'analyse d'un brevet

L'analyse des brevets signifiait d'une part leur lecture et leur compréhension aussi adéquate que possible, et d'autre part leur intégration dans un tableau de classification (Annexe ??) permettant de décrire leur contenu et révéler l'étendue de leur influence.

Il est vite apparu que certains brevets sont très évasifs quant à leur valeur ajoutée. Bon nombre d'entre eux semblent fort identiques à première vue et la légitimité du brevet est sujet à controverse. Le vocabulaire utilisé est parfois ambigu ou éluif, rendant intentionnellement difficile le travail de déchiffrement du brevet.

L'analyse des images et dessins des brevets est généralement d'une grande utilité pour se faire une première idée du contenu. Lorsque ces dessins n'illustrent pas directement la nature du brevet, ils restent néanmoins intéressants à considérer car ils proposent parfois un design de rotor atypique qui mérite d'être répertorié.

1.2.6 Classification des brevets analysés

Au fur et à mesure de la lecture de brevets, nous avons pu identifier des caractéristiques récurrentes dans le design des rotors. Cela nous a permis d'établir un classement de leur propriétés en catégories bien spécifiques. La difficulté a été d'avoir une classification suffisamment précise en essayant toutefois de conserver un nombre de catégories relativement limité, tout en laissant la possibilité d'intégrer les designs particulièrement uniques et novateurs auxquels nous pouvions être confrontés.

Dans cette optique, et, afin de préparer la future démarche de conception, nous avons décidé de déterminer pour chaque brevet de quelle manière ils assureraient différentes fonctions. Ainsi, nous pouvions déjà entamer la recherche de solutions pour ces différentes fonctions que le rotor doit assurer.

Nombre de paires de pôles

La caractéristique principale et facilement identifiable pour chaque brevet est le nombre de paires de pôles que le design proposé peut intégrer (Figure 1.6). Nous distinguons donc les paires de pôles uniques et les paires de pôles multiples, en assumant qu'à partir de 2 paires de pôles, une configuration peut facilement être adaptée à un nombre de paires plus élevé.

Forme du noyau rotorique

La forme du *rotor core* est une caractéristique qui joue un rôle important dans le design final. Il a un certain impact sur l'usinage et sur l'assemblage du rotor. Nous différencions les *rotor*

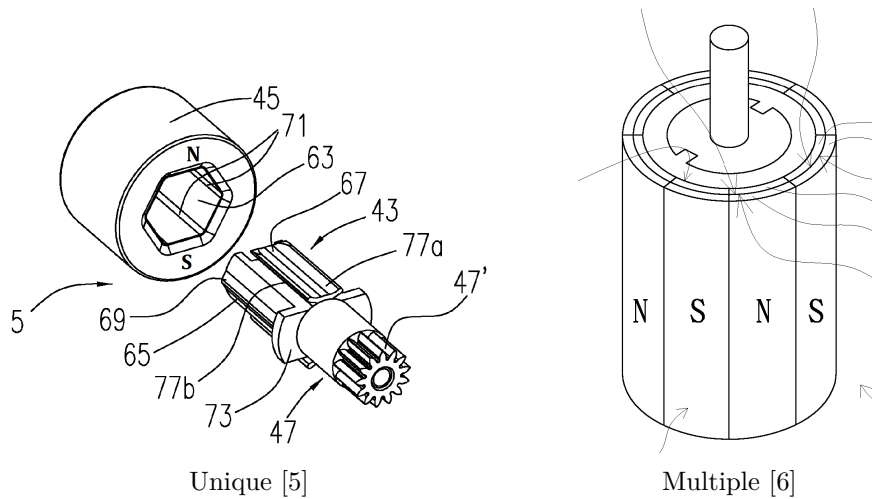


FIGURE 1.6 – Nombre de paires de pôles

cores cylindriques de ceux de forme polygonale (Figure 1.7).

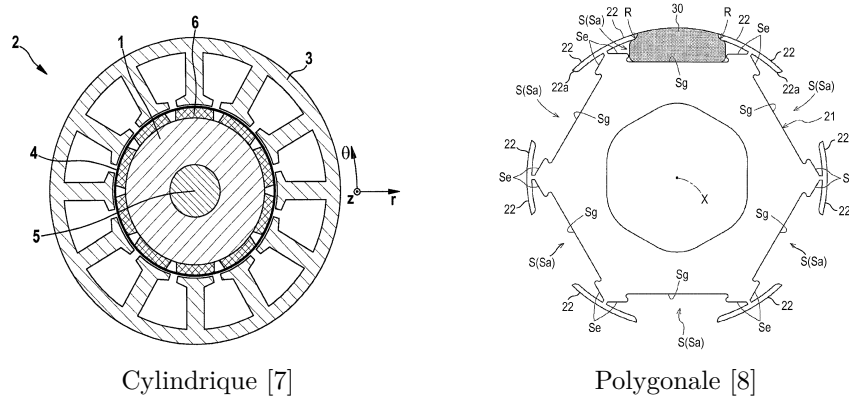


FIGURE 1.7 – Forme du noyau rotorique

Assurance de la tenue mécanique

La méthode utilisée pour maintenir les aimants en place lorsque le rotor tourne à haute vitesse est un aspect déterminant de sa conception. Différentes techniques sont proposées et se déclinent très souvent en de nombreuses variantes. Des combinaisons de plusieurs techniques sont possibles. Nous avons retenu la classification suivante :

- **Chemise** : Enveloppe constituée d'un matériau magnétiquement perméable (généralement en acier), qui entoure le rotor [9]
- **Protrusion** : Position avancée du cœur du rotor recouvrant partiellement ou totalement les aimants
- **Rainures** : Entailles longues du cœur du rotor, généralement en forme de T, dans lesquelles viennent se loger les aimants de surface
- **Flasques** : Pièces métalliques rondes placées de part et d'autre du rotor afin d'empêcher le déplacement radial des aimants
- **Filler** : L'assurance de la tenue mécanique est effectuée grâce à un polymère de type epoxy

- **Colle** : Une fine couche de colle, généralement placée entre les aimants et le cœur du rotor, maintient les aimants en place
- **Éléments mécaniques** : Terme générique utilisé pour toute méthode ne rentrant pas dans les catégories précédentes et assurant le maintien des aimants grâce à une ou plusieurs pièces mécaniques

Des exemples illustrant chacune de ces techniques sont représentés à la Figure 1.8.

Positionnement des aimants et transmission du couple

Cette classification concerne la technique mise en place pour s'assurer que les aimants soient correctement positionnés sur le rotor et pour transmettre le couple magnétique à l'arbre, ces deux fonctions se résolvant généralement de pair. Des combinaisons de plusieurs techniques sont possibles. Nous avons retenu la classification suivante :

- **Serrage sur arbre** : La mise en pression des aimants sur l'arbre permet d'assurer la transmission du couple
- **Filler** : Un polymère de type epoxy recouvre les aimants ou est placé entre les aimants et le noyau rotorique et transmet le couple à l'arbre
- **Colle** : Une fine couche de colle est placée entre les aimants et le cœur du rotor
- **Protrusion** : Une position avancée du noyau rotorique, généralement d'une même pièce, sert d'appui aux aimants pour transmettre le couple
- **Rainures** : Des entailles formées sur le rotor dans lesquelles viennent se loger les aimants transmettent le couple à l'arbre
- **Chemise** : Comparable à un serrage sur arbre, c'est la mise en pression de la chemise qui assure une transmission du couple entre les aimants et le cœur
- **Éléments mécaniques** : Terme générique utilisé pour les méthodes ne rentrant pas dans les catégories précédentes et assurant la transmission du couple grâce à une ou plusieurs pièces mécaniques (ex : clavette)

Un commentaire sous forme de texte ou image complète également chaque brevet classifié pour synthétiser son contenu.

1.3 Résultats

Un aperçu du tableau final des brevets est repris à la fin de ce chapitre. Ce tableau contient le numéro du brevet, le titre, la date de publication (à ne pas confondre avec la date de dépôt, ni avec la date de priorité), le statut (état de la procédure de publication), un court résumé, le déposant, ainsi que les informations relatives à sa classification. La pertinence du brevet dans le cadre de notre recherche d'antériorité est également spécifiée (+, 0 ou -). Le résumé concerne uniquement le rotor tel que décrit dans le brevet, même lorsque ce n'est pas le sujet principal du brevet. Dans la version numérique du tableau, des hyperliens permettent également au lecteur d'atteindre directement le brevet mentionné, ainsi qu'une ou plusieurs images illustrant son contenu.

La plupart des brevets proposent un design de rotor à plusieurs paires de pôles. Les designs à plusieurs paires de pôles peuvent généralement être adaptés à un modèle avec une seule paire de pôles, mais l'inverse est rarement compatible. Jusqu'à une certaine limite, au plus le nombre de paires de pôles augmente, au plus le rendement électromagnétique est élevé.

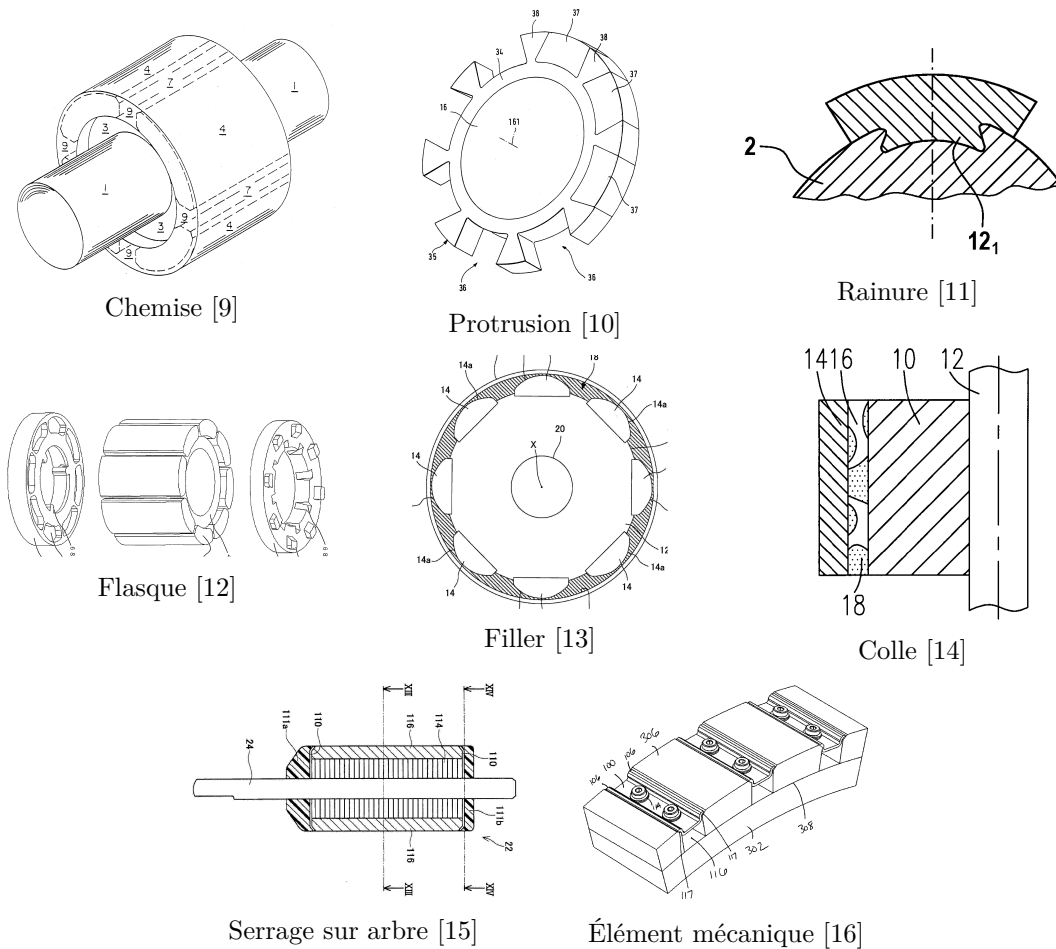


FIGURE 1.8 – Illustration de la classification retenue pour la tenue mécanique, le positionnement des aimants et la transmission du couple

De nombreux brevets possèdent un design de noyau rotorique cylindrique. Comme précisé précédemment, cette forme est plus avantageuse par rapport à un noyau de forme polygonale en terme de difficulté d’usinage. Notons que les rotors cylindriques sur lesquels des rainures ou des méplats sont usinés sont toujours considérés comme cylindriques.

Des plus fréquentes au moins fréquentes, les techniques principalement utilisées pour l’assurance de la tenue mécanique sont : la chemise, les rainures, les protrusions, la colle et les flasques. L’utilisation de filler ou d’éléments mécaniques est moins courante. Cependant, l’intuition nous permet de penser que les rainures et les protrusions sont plutôt adaptées à des rotors de tailles d’une certaine importance.

Pour ce qui est du positionnement des aimants et de la transmission du couple, l’utilisation de rainures ou d’éléments mécaniques sont les plus courants. La chemise est également mentionnée de manière récurrente et semble à première vue être la méthode la plus adaptée à notre situation.

1.4 Analyse critique du travail effectué

La démarche de rédaction d’un état de l’art est une étape importante dans le travail d’un ingénieur travaillant dans le domaine de la conception. Elle permet d’avoir un bonne vue d’ensemble des innovations ayant déjà été apportées dans ce domaine, et de réunir les idées et

techniques protégées par des brevets. Cette démarche était relativement nouvelle pour nous et nous avons tâché de l'entreprendre selon une logique que nous avons régulièrement réévaluée et réadaptée.

Au cours de ces nombreuses modifications de la stratégie de recherche, nous avons été forcés d'admettre qu'il ne serait pas envisageable d'effectuer une recherche d'antériorité complète pour la conception du rotor. Peu à peu, l'objectif de liberté d'exploitation, s'assurer qu'une des techniques de fabrication envisagée n'entre pas en conflit avec un brevet existant, a dû être reconsidéré au profit d'un recensement des designs les plus récurrents et les plus intéressants.

Pour pouvoir s'assurer de la liberté d'exploitation, il serait intéressant de faire appel à un organisme spécialisé dans la propriété intellectuelle, tel que **Picarré**. Avec un peu de recul, nous aurions probablement exploité directement les nombreux outils d'analyses proposés par **PatentInspiration**. De plus, l'in vraisemblance d'obtenir une liste exhaustive des brevets pouvant représenter une menace pour notre design nous amènerait à nous concentrer principalement sur les brevets émis par des sociétés concurrentes et susceptibles de faire valoir leur droit d'interdire l'exploitation de leur invention. Néanmoins, l'ensemble des méthodes de recherche auxquelles nous avons recourues nous ont permis d'établir une base solide à la démarche de conception du rotor, qui sera l'objet du chapitre suivant.

1.5 Tableau récapitulatif des brevets

Référence Brevet	Titre du brevet	Date	État	Résumé concret	Auteur	Pertinence
US2016315514A1	Rotor of an electric machine	2016	A1	Rotor "Multipôle" Annulaire (Rangée de 4 aimants cylindriques "plats" placé les uns derrière les autres sur l'arbre) Utilisation d'une bande de tape enroulée autour des aimants pour assurer la bonne tenue mécanique. Cette bande est solidarisée au moyen d'un film adhésif	Siemens	+
EP3057203	Rotor of a permanently excited synchronous machine and method for producing the same	2016	A1	Aimants encapsulés dans des rainures dans le rotor . Une "capsule" est placée sur le dessus de ce dernier afin de garantir la bonne tenue mécanique ainsi que la transmission du couple	Siemens	+
US2016218574A	Rotor segment and rotor of an electric machine	2016	A1	Application pour rotors de grandes puissances . Les aimants permanents sont encapsulés à l'aide de polyuréthane	Siemens	-
US2016172915A1	Permanently magnetically excited electric machine	2016	A1	Rotor multipoles dont les aimants sont collés sur le rotor core. Les aimants sont décalés d'un angle constant sur la longueur du rotor.	Siemens	+
US2016072346	Rotor for an electric machine	2016	A1	Aimants quadripoles de géométries différentes . Les aimants sont collés sur la périphérie du rotor core. Les aimants ont une taille identique dans toutes les configurations présentées	Siemens	+
EP2991195	Permanently excited dynamoelectric machine	2016	A1	Rotor multipole dot le rotor core a une forme étoilée (6 branches) Des aimants permanents en demi-lune sont collés sur la périphérie (Applicaton possible : Éolien)	Siemens	+
EP2991196	Permanent magnet for a rotor of an electric machine	2016	A2	Lié au Brevet EP2991195 (Concerne l'aimant permanent)	Siemens	+

TABLE 1.1 – Extrait du tableau de brevets

Référence Brevet	Nombre de pôles		Forme du noyau		Assurance de la tenue mécanique							Positionnement des aimants & transmission du couple						
	<i>Une paire</i>	<i>Deux ou plus</i>	<i>Cylindrique</i>	<i>Polygonal</i>	<i>Chemise</i>	<i>Éléments mécaniques</i>	<i>Protrusions</i>	<i>Rainures</i>	<i>Flasques</i>	<i>Filler</i>	<i>Colle</i>	<i>Serrage sur Arbre</i>	<i>Filler</i>	<i>Colle</i>	<i>Protrusion</i>	<i>Rainures</i>	<i>Éléments mécaniques</i>	<i>Chemise</i>
US2016315514	x																	
EP3057203	x		x		x		x										x	
US2016218574A																		
US2016172915A1	x		x							x				x				
US2016072346	x			x						x				x				
EP2991195	x			x						x						x		
EP2991196	x			x						x						x		

2

Design

Le travail de recherche d'antériorité nous a permis d'entamer sereinement l'étape suivante de conception. Nous avons pour cela appliqué dans un premier temps la démarche enseignée au cours LMECA2801 – *Machine Design* et déjà mise en pratique au cours LMECA2840 – *Project in Mechanical Design II*, en l'adaptant à notre étude.

2.1 Cahier de charges

La première étape d'une démarche de conception commence par l'élaboration d'un cahier de charge. Celui-ci est disponible à l'Annexe A.

Les fonctions principales établies pour le cahier de charges fonctionnel du rotor sont relativement simples. La première est naturellement de transmettre un couple. Ensuite, afin de pouvoir contrôler le moteur, il est demandé que le rotor puisse fournir une information sur sa position angulaire. Cela peut se faire via différents types de capteurs : codeur rotatif incrémental, capteur à effet Hall, résolveur ou synchro, ... [4]

À cela viennent s'ajouter quelques fonctions de contraintes. La première concerne la température. Dans les moteurs à hautes vitesses, il n'y a, généralement, pas de système de refroidissement, et la température peut devenir très élevée. Il est donc nécessaire que le rotor reste fonctionnel jusqu'à des températures de 150°C , valeur qui prend déjà en compte une certaine marge.

La deuxième fonction de contrainte concerne l'équilibrage du rotor. La présence d'un balourd trop important peut être la cause de vibrations très indésirables ; il convient d'équilibrer le rotor en conséquence. Le norme d'équilibrage G2.5 représente un niveau d'équilibrage approprié pour cette gamme de moteurs.

Certaines contraintes liées à la production doivent également être prises en compte. La modularité doit être favorisée dans la conception du rotor pour favoriser les coûts d'une part, et raccourcir les délais de production d'autre part. Pour illustrer cela, on peut noter par exemple le choix de **Maxon** d'utiliser des aimants de même dimensions pour différentes configurations de moteurs [17]. Suivant le modèle de moteur **EC-4pole** sélectionné, 4, 8 ou 12 aimants sont placés autour du rotor (Figure 2.1).



FIGURE 2.1 – Coupe d'un long moteur Maxon EC-4pole

Il est également demandé de se focaliser sur une conception à 2 paires de pôles. Comme expliqué au Chapitre 1, on estime généralement pouvoir facilement adapter le design d'un rotor à plusieurs paires de pôles vers un rotor à une seule paire de pôles, mais le raisonnement inverse est rarement valable. De plus, le rotor doit pouvoir atteindre des vitesses de rotation de 30000 *RPM*, les moteurs *multipôles* du marché n'atteignant que rarement des valeurs plus élevées.

Les applications potentielles de cette gamme de moteurs sont très nombreuses. Le rotor doit dès lors pouvoir intégrer un outillage spécifique à l'usage visé (ex : fraise de dentiste). Il faut également veiller à la durabilité du rotor, au gré du milieu dans lequel fonctionnera le moteur. Dans le cas d'applications médicales, cela signifie également de permettre la stérilisation du rotor (immersion dans un liquide désinfectant et chauffe à des températures supérieures à 130°C).

2.2 Analyse fonctionnelle

Pour passer de la rédaction d'un cahier de charge fonctionnel à l'exécution, il faut redéfinir les fonctions techniques du rotor. Comme cela a été mentionné à la section 1.1, la recherche d'antériorité a déjà permis d'en identifier les fonctions principales.

La fonction première reste naturellement de transmettre un couple dans l'arbre au travers des aimants. Cette fonction est également reprise dans le tableau de l'Annexe 1.1. Lorsque le rotor tourne à haute vitesse, il est impératif d'avoir une solution qui vainque l'effet centrifuge aux aimants. La deuxième fonction à considérer est donc d'assurer la tenue mécanique des aimants. La troisième fonction principale est celle concernant l'équilibrage.

Pour que le moteur fonctionne correctement, il faut que le rotor émette un champ magnétique dont la qualité se mesure par sa densité de flux et la répartition des lignes de champ. La quatrième fonction technique est donc d'émettre un champ magnétique maximal. Pour émettre ce champ magnétique maximal, il faut trouver un équilibre avec les trois fonctions premières citées précédemment. Une solution peut effectivement s'avérer remarquablement efficace pour assurer la tenue mécanique des aimants, mais nuire à la qualité du champ magnétique généré.

Enfin, la dernière fonction technique du rotor concerne l'indication de sa position angulaire. De manière générale, cette fonction est moins susceptible de nuire à l'une des quatre fonctions décrites ci-dessus.

Cette analyse fonctionnelle est illustrée dans un diagramme fonctionnel à la Figure 2.2. Ce schéma illustre bien la dépendance entre les fonctions techniques, et l'influence directe qu'elles peuvent avoir sur la qualité du champ magnétique. La fonction d'indication de la position angulaire n'est, quant à elle, pas liée de manière aussi étroite avec les autres fonctions.

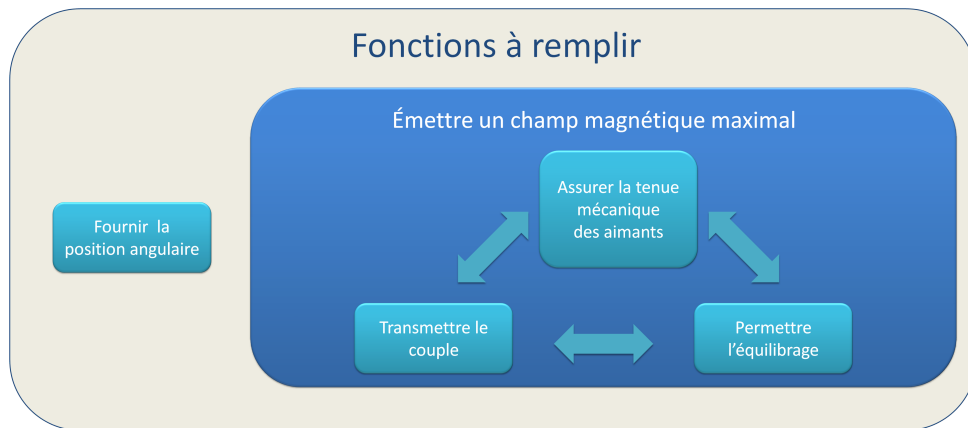


FIGURE 2.2 – Diagramme fonctionnel du rotor

2.3 Graphe morphologique

Une fois les fonctions techniques du rotor identifiées, nous pouvons mettre à profit les résultats de la recherche d'antériorité. Cette recherche nous a permis d'identifier de nombreuses solutions différentes pour remplir chacune des fonctions décrites à la section 2.2. Afin de nous constituer une base de travail pour pouvoir aboutir à un design, nous avons rassemblé les différentes solutions pouvant être utilisées dans le cadre d'un rotor de moteur électrique. Cette étape était effectuée conjointement à la recherche d'antériorité, et a également été complétée par la suite.

Notre méthode diffère de la démarche traditionnelle entreprise pour ce genre de tableau. En effet, lors de la composition de ce type de tableau, les différentes solutions des fonctions doivent être représentées par un dessin simple, mettant en évidence le principe fondamental de la solution. Dans notre cas, nous avons choisi de représenter les différentes solutions sur base d'un schéma identique (Figure 2.3). De cette manière, nous pouvons représenter de manière simple, efficace et uniforme les différents principes de base pour remplir une même et unique fonction.

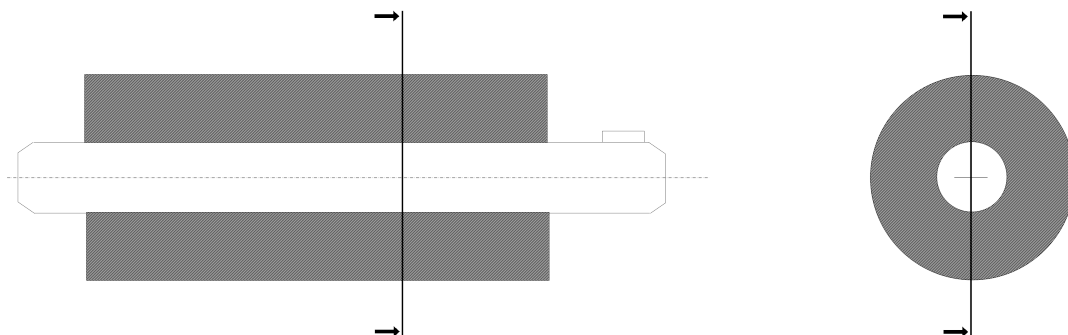


FIGURE 2.3 – Schéma de base du tableau morphologique

Présentons maintenant les solutions des différentes fonctions. L'intuition peut dans certains cas suggérer que l'une ou l'autre solution ne soit pas adaptée à notre rotor. Toutefois, le rôle de

la composition d'un tableau morphologique n'est pas de déjà trier les solutions, mais au contraire de réunir un maximum d'idées pour la suite. Le tableau complet est disponible à l'Annexe B.

2.3.1 Solutions pour la transmission du couple

En ayant anticipé la démarche de conception dans notre recherche d'antériorité, nous avons passé en revue des techniques très diverses pour assurer une seule et même fonction. Comme précisé précédemment, l'étendue des résultats de notre recherche ne se limitant pas aux micro-moteurs, nous avons pu rencontrer des solutions non adéquate pour notre cas de figure. En effet, les contraintes mécaniques et thermiques variant d'une application à un autre, certaines solutions peuvent paraître astucieuses dans le cas de moteurs de grande dimensions mais inconcevables dans les moteurs qui nous intéressent ici.

C'est par exemple le cas d'aimants solidarisés à l'arbre au moyen de vis, de clips ou de réglottes (Figure 2.4). Ces éléments mécaniques sont conçus pour reprendre uniquement des efforts axiaux, afin de solidariser deux pièces. Or, dans le cas de rotor de moteurs de petites dimensions présentant une plage de vitesse de fonctionnement élevée, l'ensemble du rotor est susceptible d'être soumis à des accélérations brusques et de grande amplitude, engendrant ainsi des efforts tranchants dans les vis, pouvant mener à leur rupture. De plus, ces éléments réduisent fortement le volume d'aimants pouvant être placés sur le rotor, ce qui va à l'encontre de la fonction d'émission du champ magnétique maximal.

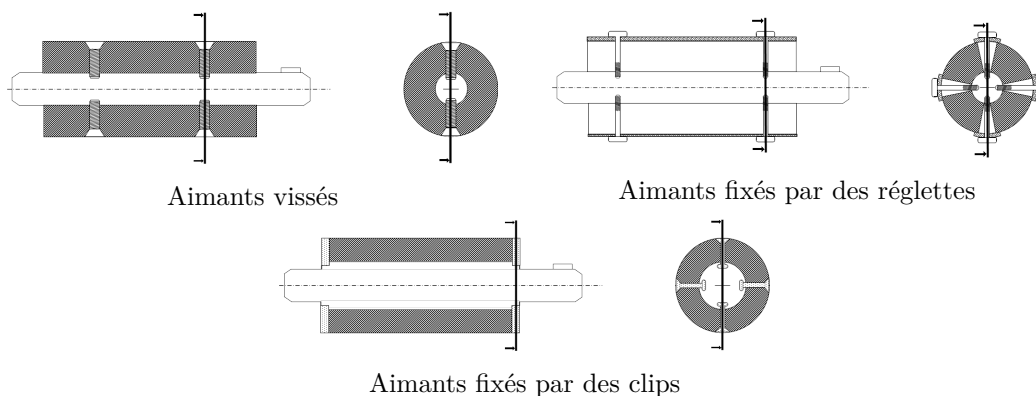


FIGURE 2.4 – Solutions moins appropriées pour des micro-moteurs

2.3.2 Solutions pour l'assurance de la bonne tenue mécanique

Parmi toutes les solutions proposées, il est fort probable que celle plaçant les aimants dans un filler (magnétisable ou non) et celle plaçant les aimants dans des capsules ne seront pas exploitées dans notre cas. En effet, le fait de placer les aimants dans un matériau amagnétique (capsules) ou possédant un champ rémanent moindre que celui des aimants est incohérent avec l'objectif de produire le champ magnétique maximal. Il est également probable qu'un filler tel que l'époxy ne puisse maintenir les aimants en place à des vitesses très élevées.¹ De plus, ces solutions sont difficiles à mettre en oeuvre dans le cadre de moteurs de dimensions réduite.

1. Module de Young de la résine époxy : 5 GPa [18]

2.3.3 Solutions pour l'équilibrage

La problématique de l'équilibrage n'était que très rarement évoquée dans les brevets consultés, mais nous avons néanmoins retenu 3 solutions possibles pour cette fonction. La première est de retirer les balourds en procédant à un enlèvement de matière sur la chemise ou directement sur les aimants. Une autre possibilité est d'utiliser des anneaux d'équilibrage. Enfin, la dernière technique proposée est d'imposer un tolérancement très précis lors de la fabrication des pièces pour répondre à la norme d'équilibrage. La première solution est d'un certain niveau de complexité, car effectuer un enlèvement de matière sur un ensemble magnétique requiert un appareillage et un savoir-faire assez spécifique.

2.3.4 Solutions pour l'indication de la position angulaire

Les recherches ont indiqué que la solution la plus compacte et la plus précise pour connaître la position angulaire absolue du rotor réside dans des puces à effet Hall telles que celles produites par la société *ams*. En utilisant leur puce à effet Hall avec interface incluse, et en plaçant un aimant à l'extrémité du rotor, la position peut être lue avec une résolution allant de 8 à 14 bits [19]. Le schéma de fonctionnement de ce capteur est illustré à la Figure 2.5.

Plusieurs possibilités sont envisageables pour attacher ce petit aimant à l'extrémité de l'arbre du rotor. Une des solutions consiste à le coller à l'arbre. Une autre est de l'insérer dans un alésage usiné dans l'arbre. D'un point de vue technique, cette solution relève toutefois d'une certaine complexité. Enfin, afin de favoriser la modularité, il est également envisagé d'utiliser un manchon dans lequel est placé l'aimant, et de serrer ce manchon sur l'arbre.

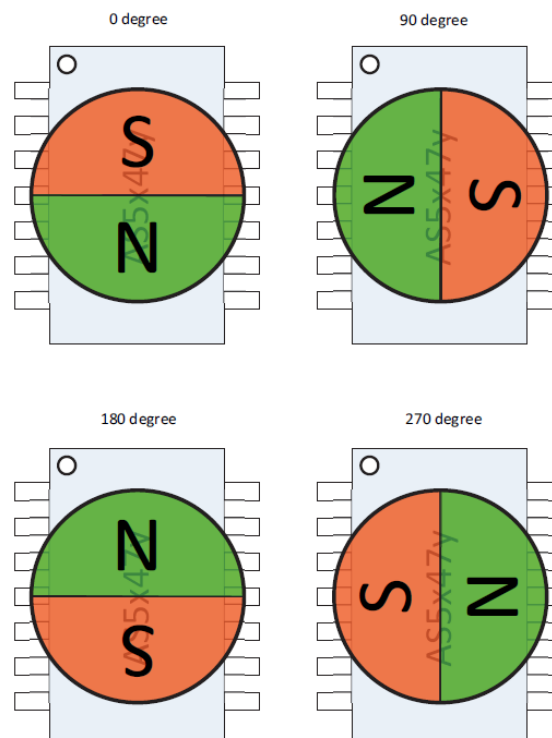


FIGURE 2.5 – Illustration du fonctionnement d'un capteur angulaire ams

2.3.5 Aimants

En matière de génération du champ magnétique, les possibilités dans le domaine des moteurs BLDC ne sont pas infinies. Généralement, les aimants permanents utilisés sont en Sm-Co ou en Nd-Fe-B. Ils sont donc composés de métaux de terres rares [4].

Les aimants Sm-Co peuvent être utilisés à des températures relativement élevées (entre 250 °C et 350 °), et sont donc particulièrement intéressants pour une utilisation dans des moteurs à hautes performances. Cependant, la disponibilité limitée du samarium entraîne des prix très élevés pour ces aimants.

Les aimants Nd-Fe-B résistent à des températures moins élevées (entre 80 °C et 220 °C). Cependant, leur très haute énergie volumique, ainsi que leurs champ rémanent et champ coercitif très élevés en font aussi de très bons candidats pour cette catégorie de moteurs. Ils ont également une meilleure usinabilité que les aimants Sm-Co.

À cause de leur concentration élevée en neodyme et en fer, les aimants Nd-Fe-B sont très vulnérables à la corrosion et doivent donc subir un traitement de protection [20]. La vulnérabilité à la corrosion est encore plus importante pour certaines utilisations telles que les applications médicales, qui impliquent la stérilisation régulière du moteur.

L'enrobage que doit subir les aimants doit respecter les contraintes suivantes :

- Il doit être fin afin de limiter la largeur de l'entrefer
- Il doit être uniformément appliqué et couvrir la totalité de l'aimant
- Il doit permettre l'application éventuelle de colle

Il existe deux principaux processus d'enrobage d'aimants en néodyme. Le premier est la projection de vapeurs d'ions aluminium, qui produit un enrobage d'une épaisseur de $10 \pm 3 \mu m$. L'autre processus est la cataphorèse. Cette technique produit un enrobage d'une épaisseur de $23 \pm 5 \mu m$. Ces deux techniques garantissent la résistance de l'aimant à une semaine de test d'exposition à l'humidité accéléré.

Il est raisonnable de suggérer que l'utilisation d'une chemise recouvrant l'entièreté du rotor puisse permettre d'ignorer le traitement de protection et réduire le coût des aimants. Cette suggestion doit naturellement être étudiée et expérimentée avant de pouvoir être validée.

2.4 Avant-projets préliminaires

Trois solutions ont été imaginées sur base du tableau morphologique. Nous allons dans cette section les décrire et discuter de leur évaluation.

Chacune de ces solutions possède deux paires de pôles (quatre aimants). Les aimants sont disposés autour de l'arbre sur des "méplats" formés par un manchon en polymère serré sur l'arbre. Cette solution efficace pour la transmission du couple est utilisée pour les trois designs préliminaires. Plusieurs techniques sont possibles pour monter ce manchon sur l'arbre, comme l'explique Larsonneur dans [21].

Une première est le frettage du manchon sur l'arbre. Cette technique est intéressante pour sa mise en œuvre relativement simple et parce que l'expression des contraintes résultantes peut facilement être obtenue analytiquement. La seule limite à cette technique est celle imposée par les propriétés mécaniques et thermiques du matériau. Il faut en effet chauffer le manchon jusqu'à une certaine température, selon le degré de frettage, qui peut dans certains cas être très élevée.

Le frettage par ajustement positif fonctionne selon un principe identique, mais on sélectionne le matériau de frette judicieusement, de façon à ce que le déplacement radial de l'arbre augmente plus rapidement avec la rotation Ω que le déplacement radial du manchon. Si r_a est le rayon de l'intersection entre l'arbre et le manchon, et u_1 et u_2 leur déplacement, cela se traduit par

$$\frac{\partial [u_1(r_a) - u_2(r_a)]}{\partial \Omega} > 0 \quad \forall \Omega > 0$$

Une autre possibilité est de coller le manchon à l'arbre. Ce procédé est également relativement simple, mais présente des inconvénients majeurs. Tout d'abord, les propriétés physiques et chimiques de la colle sont susceptibles de changer à haute température. La production de vapeur de colle est possible et très indésirable, dans des applications médicales particulièrement. De plus, la colle est essentiellement efficace pour des contraintes de cisaillement. Or, à hautes vitesses, d'importants efforts radiaux apparaissent également.

Enfin, une dernière possibilité pour fixer le manchon à l'arbre est de tailler des cannelures dans l'arbre ainsi que dans le manchon. La transmission du couple vers l'arbre est alors assuré, mais certains inconvénients doivent toutefois être relevés. Tout d'abord, ces cannelures représentent des coûts d'usinage plus élevés. Ensuite, la géométrie complexe favorise la présence de concentrations de contraintes pouvant initier des fissures. Il est également plus difficile d'établir un modèle analytique des contraintes avec une telle géométrie.

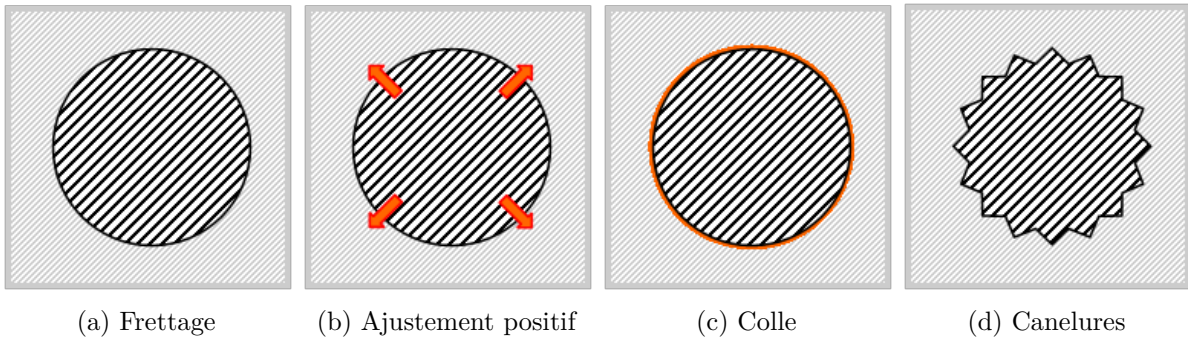


FIGURE 2.6 – Techniques de fixation du manchon à l'arbre

Pour chacune des trois solutions, une fine couche de colle pourrait, ou non, être appliquée entre les aimants et le manchon, pour assurer leur bonne tenue mécanique. Le dimensionnement mécanique de chaque solution doit permettre d'évaluer si cela est nécessaire ou superflu.

2.4.1 Première solution

La particularité de cette première solution est l'utilisation de flasques pour la retenue mécanique des aimants. Ces flasques ont pour but de saisir les aimants de part et d'autre de leur longueur et empêcher leur déplacement radial, mais également axial. Ces flasques sont montés sur l'arbre par frettage. Le schéma de cette première solution est illustré à la Figure 2.7.

Parmi les nombreux avantages de cette solution, on peut noter un certain niveau de modularité. Un même lot de flasques peut être utilisé pour des rotors de même diamètre mais de longueurs d'aimants différentes. On peut toutefois prédire que cette solution ne sera pas adaptée à des rotors de grande longueur, car la rotation à haute vitesse entraînera des contraintes trop élevées au centre de l'aimant, provoquant sa fracture.

Les flasques possèdent une double utilité car ils servent également d'anneaux d'équilibrage. L'enlèvement de matière se fait sur la partie pleine du flasque. Le dimensionnement mécanique doit permettre de sélectionner un matériau suffisamment ductile pour un enlèvement de matière aisé, assez dense, et pouvant supporter les efforts importants dus à la rotation à haute vitesse du rotor.

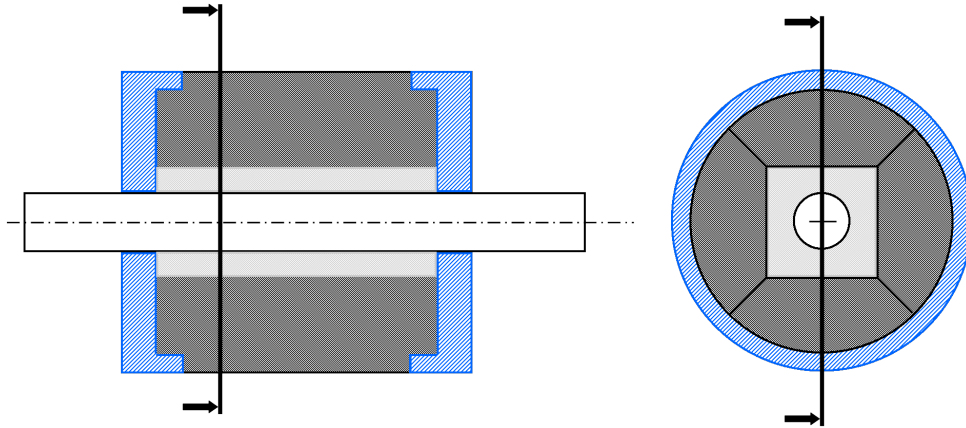


FIGURE 2.7 – Illustration de la première solution

2.4.2 Deuxième solution

Pour cette deuxième solution, le retenue mécanique des aimants se fait grâce à l'utilisation d'une chemise recouvrant le rotor (Figure 2.8). Celle-ci est placée par frettage. Des bagues sont placées de part et d'autre des aimants. Elles empêchent le déplacement axial des aimants d'une part et servent également d'anneaux d'équilibrage. Les bagues et la chemise peuvent éventuellement être soudées entre elles, de manière à consolider l'assemblage, mais avant tout pour étanchéifier le rotor. Cela pourrait entre autres permettre d'éviter de devoir appliquer un traitement de protection aux aimants, comme expliquée à la section 2.3.5.

L'utilisation d'une chemise est régulièrement suggérée dans les brevets consultés, ainsi que dans la littérature. Elle présente de grands avantages mécaniques, un dimensionnement aisé, et une difficulté d'assemblage modérée. Cette solution présente toutefois l'inconvénient d'augmenter l'épaisseur de l'entrefer. L'influence de cette augmentation d'épaisseur sera quantifiée au chapitre 3.

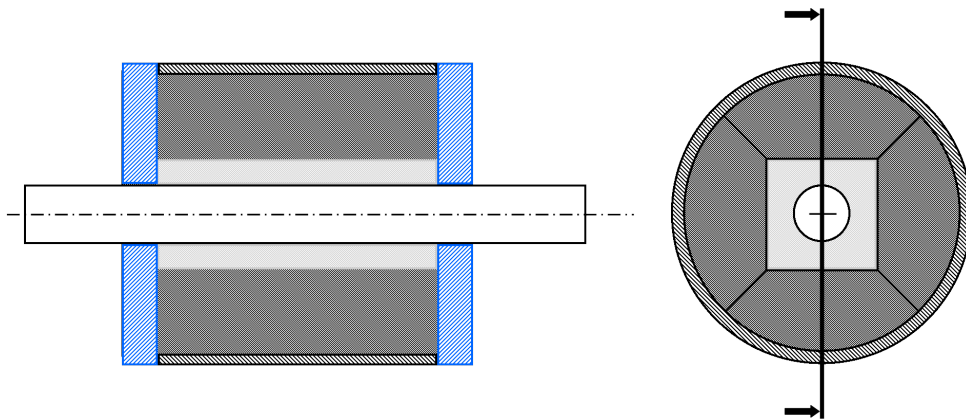


FIGURE 2.8 – Illustration de la deuxième solution

2.4.3 Troisième solution

La troisième solution est très semblable à la solution précédente, à la différence près que les bagues d'équilibrage sont retirées. Soit l'équilibrage se fait directement sur la chemise, soit la fabrication des pièces se fait avec un tolérancement très précis. En pratiquant l'équilibrage sur la chemise, l'enlèvement de matière se fait également sur les aimants, la chemise étant particulièrement fine. Cela demande un certain savoir-faire, mais également du matériel très spécifique. La baisse de coût liée à la suppression des anneaux d'équilibrage peut donc être largement contrebalancée par les coûts élevés d'équilibrage ou de tolérancement précis.

Cette solution présente néanmoins l'avantage d'avoir une inertie des plus réduites. Si cela peut justifier son coût, cela signifierait un dynamisme et réactivité du moteur accru, pour des dimensions et poids limités.

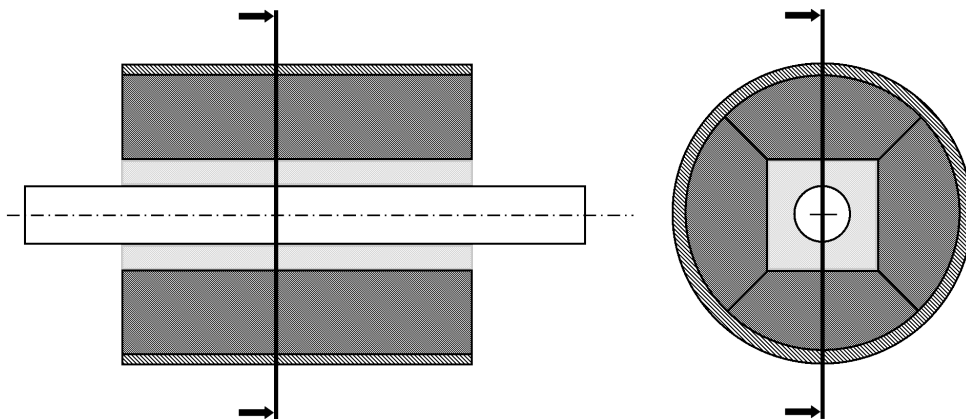


FIGURE 2.9 – Illustration de la troisième solution

2.5 Évaluation des avant-projets et choix des avant-projets définitifs

Afin de sélectionner notre design final, nous devons évaluer les différentes solutions afin de déterminer celle(s) que nous allons adopter pour notre design final. Nous avons donc regroupé dans un tableau les trois avant-projets et nous les avons confrontés sur base d'une série de critères, selon une notation relative. Cette approche présente naturellement un caractère très subjectif, mais permet néanmoins de déjà songer aux éventuelles limitations de chaque solution.

- **La complexité de fabrication** : Ce critère représente la difficulté de fabrication des différentes pièces du rotor. Un arbre standard n'est de ce point de vue pas d'une grande complexité à fabriquer, mais des flasques sur mesures par exemple, le sont.
- **L'assemblage** : Nous entendons par là la facilité à combiner avec précision les différentes pièces du rotor. Ce critère relève résolument de l'intuition, dès lors seules les cotations + et \pm sont utilisées.
- **L'équilibrage** : Dans ce critère, nous faisons la distinction entre l'équilibrage sur les bagues/flasques ou sur la chemise. Ce dernier étant plus complexe étant donné qu'il consiste à effectuer un enlèvement de matière sur la partie soumise au champ magnétique le plus intense. L'enlèvement de matière sur les flasques/bagues est ainsi considéré comme plus aisé.

- **Nombre de pièces** : Au plus le nombre de pièce est élevé, au plus le temps et les opérations nécessaires au montage sont considérés comme important. Un nombre de pièce plus faible est ainsi considéré comme avantageux.
- **Inertie** : Afin d'avoir une réactivité plus élevée, nous considérons qu'un rotor ayant une inertie plus faible est plus performant. En effet, à volume de matériau magnétique équivalent, l'ajout de flasque/bagues à une influence sur l'inertie du rotor. Les accélérations et décélérations seront dès lors plus marquées.
- **Résistance aux vitesses élevées** : Ce critère est indispensable pour les moteurs qui sont étudiés ici, étant donné qu'il est attendu de nos moteurs de fonctionner dans des plages de vitesse très élevées. Les solutions présentant une chemise sont favorisées pour ce critère, comme expliqué à la section 2.4.1.
- **Modularité** : Ce critère révèle la capacité d'un design à s'adapter à une autre configuration. Par exemple, dans les rotors incluant une chemise, nous pouvons fabriquer un rotor plus long en plaçant deux jeux d'aimants côtes à côtes.

Ces critères maintenant clarifiés, nous pouvons à présent confronter les solutions entre elles. Les résultats de cette comparaison sont présentés dans le tableau 2.1.

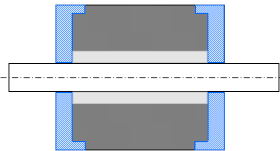
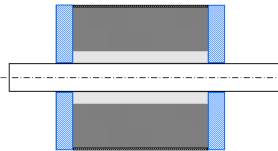

			
Complexité de Fabrication	—	±	+
Assemblage	+	±	±
Équilibrage	+	+	—
Nombre de pièces	±	—	+
Inertie	—	±	+
Résistance aux vitesses élevées	±	+	±
Adaptabilité à un autre design	—	+	±
TOTAL	—	++	+++

TABLE 2.1 – Évaluation des avant-projets

Il ressort donc de cette analyse que le rotor présentant une chemise est le plus adapté selon

notre démarche d'évaluation. Cependant, notre démarche de design se basant sur une étude qualitative des différents critères, nous ne souhaitons pas arrêter ici la démarche d'évaluation. De plus, nous pouvons remarquer que les design des avant-projets avec chemise sont relativement similaires et que si nous effectuons une modélisation pour le modèle avec la chemise et les flasques, il sera assez aisément adaptable à celui du rotor avec la chemise seule.

Nous concevons notre démarche s'écarter ici d'une démarche "classique" de conception telle que nous l'avons traitée dans notre cursus avec les cours LMECA2801 – *Machine Design* et LMECA2840 – *Project in Mechanical Design II*. Cependant, étant donné que nous souhaitons étudier les performances de chaque design de manière plus rigoureuse et quantitative, nous avons décidé de conserver les designs 1 et 2 dans la démarche de modélisation en vue du dimensionnement.

Les solutions pour la fixation de l'aimant du capteur à effet Hall n'ont pas été intégrées dans cette évaluation. En effet, les trois solutions proposées pour cet aimant peuvent chacune être facilement ajoutées aux différents designs d'avant-projet et nécessitent plutôt une étude distincte.

2.6 Étude des performances magnétiques

2.6.1 Enjeux de l'analyse

Si le dimensionnement mécanique a une place importante dans le design d'un moteur à hautes performances, la modélisation (électro-)magnétique constitue néanmoins le point de départ de la démarche de conception. L'étape de dimensionnement mécanique n'a effectivement que très peu de sens si magnétiquement, le modèle ne tient pas la route. La section qui suit a pour but d'évaluer numériquement sur le plan magnétique la qualité des designs finaux sélectionnés à la section 2.5.

Le développement d'un modèle numérique a été préféré pour cette partie-ci à une approche analytique. Le but n'était pas d'avoir une connaissance ultime des phénomènes magnétiques présents dans un moteur BLDC, mais plutôt d'obtenir une représentation adéquate des performances et limites des deux designs finaux choisis.

Nous allons donc étudier le champ magnétique produit par chacun de ces deux rotors, et ce grâce au logiciel de simulation numérique Comsol.

2.6.2 Description des modèles

Nous devons établir une base identique pour les deux modèles. Le modèle inclut l'arbre du rotor, le manchon situé entre l'arbre et les aimants, ainsi que la culasse ferromagnétique du moteur. Ceci constitue donc la base commune des deux modèles. L'unique différence se situe au niveau des aimants. Le modèle à flasques présentera un épaulement de chaque côté des aimants, tandis que pour le modèle à chemise, le diamètre extérieur des aimants sera légèrement réduit. L'objectif est donc de comparer le champ produit par deux rotors de conception différente mais de dimensions identiques. Les flasques et la chemise ne sont pas matériellement modélisés, car leur influence sur le champ produit est pratiquement nulle. Cela vaut également pour le bobinage, l'enveloppe externe du moteur, ou tout autre élément non intégré au modèle.

Les dimensions des épaulements et de la chemise sont inévitablement liées au dimensionnement mécanique. Pour cette étude, les dimensions ont été choisies sur base de valeurs trouvées dans

la littérature d'une part [4], ainsi qu'avec des mesures effectuées sur des moteurs concurrents. Le diamètre extérieur des rotors est de $15 [mm]$, et la longueur des aimants est de $30 [mm]$. Les dimensions sélectionnées sont reprises dans le tableau 2.2. Un aperçu des deux modèles étudiés est illustré à la Figure 2.10

Caractéristiques des modèles magnétiques			
	Modèle flasques	Modèle chemise	Unités
Longueur de l'arbre	59	59	$[mm]$
Diamètre de l'arbre	4	4	$[mm]$
Largeur d'un côté du manchon	5.5	5.5	$[mm]$
Longueur des aimants	27 \rightarrow 30	30	$[mm]$
Diamètre extérieur des aimants	15	14.4	$[mm]$
Longueur de la culasse	30	30	$[mm]$
Diamètre intérieur de la culasse	9.5	9.5	$[mm]$
Diamètre extérieur de la culasse	12.5	12.5	$[mm]$

TABLE 2.2 – Caractéristiques des modèles magnétiques Comsol

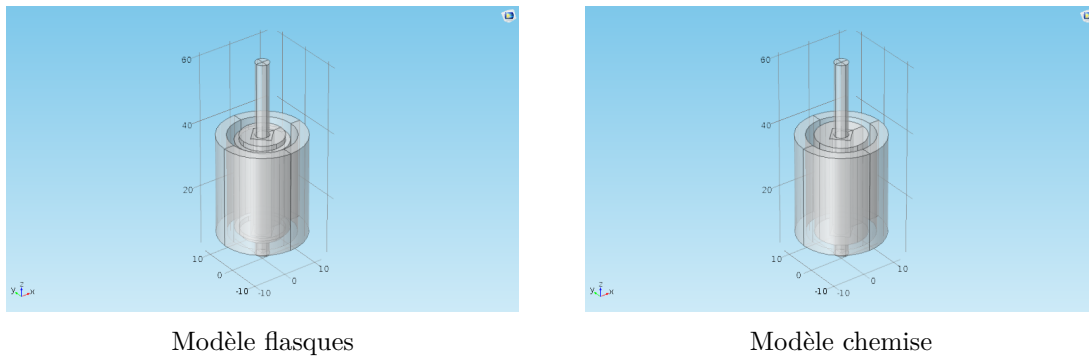


FIGURE 2.10 – Aperçu des modèles Comsol

Pour que le modèle numérique puisse fonctionner, il faut également y inclure le volume d'air qui entoure le rotor. On le modélise par un cylindre dont la hauteur vaut le double de celle de l'arbre, et dont le diamètre vaut cinq fois celui du moteur.

Il faut naturellement aussi définir les matériaux utilisés pour les différents composants de chaque modèle. L'arbre, le manchon et la culasse ferromagnétique sont en acier 420, de perméabilité relative $\mu_r = 950$ et les aimants en NdFeB.

L'étude portant sur l'influence générale de la géométrie sur le champ magnétique généré, il n'est pas nécessaire de modéliser un cas à plusieurs paires de pôles ; une seule paire de pôles suffit. En consultant le catalogue d'aimants NdFeB proposés par Bomatec [22], nous choisissons, parmi les aimants pouvant résister à des températures de $150^\circ C$, la catégorie avec le champ rémanent le plus élevé. Cela correspond aux aimants BMN-46SH/ST. Nous trouvons alors également pour ces aimants la valeur de leur champ coercitif nominal : $1056 [kA/m]$, et utilisons cette valeur pour le champ de magnétisation initial de l'aimant dans Comsol.

2.6.3 Résultats et analyses

Une rapide vérification visuelle du flux magnétique permet de s'assurer de la conformité du modèle (Figure 2.11). Afin de quantifier les différences entre le modèle à flasques et le modèle

avec chemise, nous dessinons une surface cylindrique de mesure. Celle-ci est centrée sur l'arbre et située dans l'entrefer, à mi-distance entre la surface extérieure du rotor et la surface intérieure de la culasse ferromagnétique. Elle est de longueur égale à celle de l'aimant. Cette surface est illustrée à la Figure 2.12. Les aimants sont magnétisés dans la direction de l'axe x , qui correspond à l'angle $\theta = 0$ sur le cylindre de mesure.

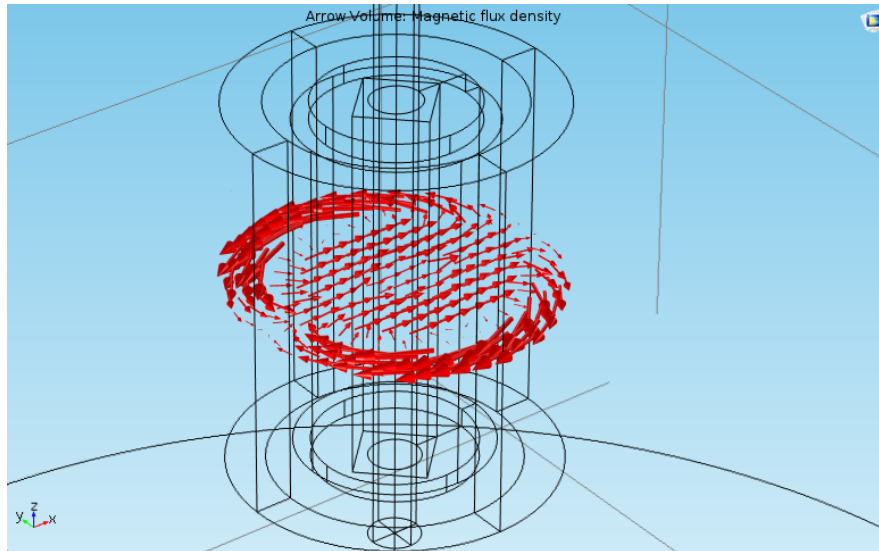


FIGURE 2.11 – Illustration de la densité de flux magnétique

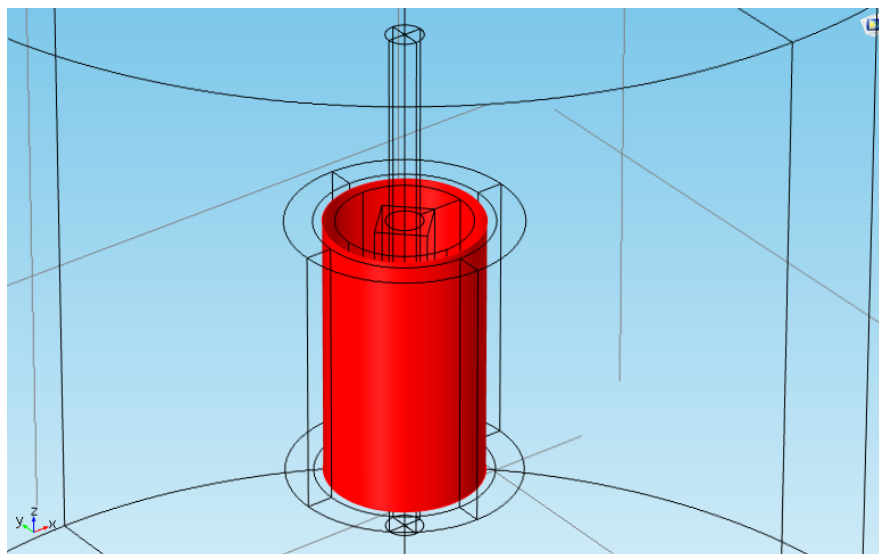


FIGURE 2.12 – Illustration de la surface de mesure

Le rôle de cette surface est de pouvoir obtenir les valeurs de champ magnétique dans l'entrefer et de pouvoir comparer quantitativement les deux configurations. Nous effectuons donc une mesure du champ magnétique normal à la surface de mesure. Les résultats de cette analyse sont illustrés à la Figure 2.13. On y observe que la norme du champ magnétique atteint des valeurs légèrement supérieures à 0.8 tesla pour le modèle avec flasques et légèrement inférieures à 0.8 tesla pour le modèle avec chemise.

Cela correspond aux attentes, puisque la surface extérieure de l'aimant est plus proche, de $0.3 [mm]$, du cylindre de contrôle pour le cas des flasques par rapport au cas avec chemise.

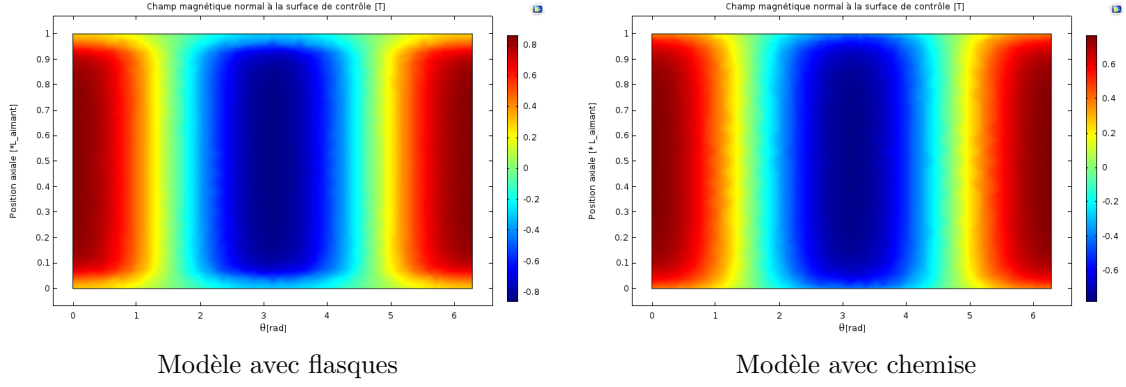


FIGURE 2.13 – Champ magnétique normal à la surface de contrôle

Le champ magnétique produit est donc plus fort dans le cas des flasques, lorsque mesuré à mi-longueur de l'aimant. C'est important car c'est également l'endroit où le tracé du bobinage est le plus aligné avec l'axe du rotor, et donc également l'endroit où la force de Lorentz peut être la plus forte. De ce point de vue là, et dans cette configuration, le modèle avec flasques l'emporte donc sur le modèle avec chemise.

On observe toutefois à la Figure 2.13 que les lignes de contour du champ magnétique diffèrent pour les deux modèles aux extrémités de l'aimant, c'est à dire en $L = 0$ et $L = L_{aimant}$. Cela est assez prévisible, puisque la géométrie y est sensiblement différente, le modèle à flasques présentant des épaulements. Il est dès lors intéressant d'étudier le flux du champ magnétique sortant, à nouveau au milieu de l'entrefer.

Le flux magnétique Φ est défini comme le flux de champ magnétique \vec{B} à travers une surface orientée $d\vec{S}$, c'est à dire

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.1)$$

Naturellement, puisqu'il n'existe pas de monopôle magnétique, on a également

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.2)$$

Dès lors, si on intègre sur la surface cylindrique de la Figure 2.12, bien qu'il ne s'agisse pas d'une surface fermée, le flux magnétique sera proche de zéro et ne reflètera de toute façon pas la qualité d'une solution par rapport à l'autre. Il convient de définir une nouvelle surface, qui mesurera le flux sortant. On sélectionne la moitié de la surface cylindrique de départ, c'est à dire la surface sur le secteur $\theta = [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. L'illustration à la Figure 2.11 permet de nous convaincre de la cohérence de ce choix.

L'intégration sur cette surface retourne les valeurs indiquées dans le tableau 2.3. Il en résulte que le flux sortant de la surface est supérieur pour le modèle avec flasques que pour le modèle avec chemise. Cela est vrai pour cette configuration particulière. En raccourcissant la longueur de l'aimant et gardant tous les autres paramètres constants (dimensions des épaulements, largeur de la chemise, ...), le modèle avec chemise devrait, en-deçà d'une longueur donnée, produire le flux magnétique le plus élevé. Cela a été vérifié par éléments finis, pour des longueurs d'aimants variant de $30 [mm]$ à $8 [mm]$. Le résultat est illustré à la Figure 2.14. Il faut cependant atteindre une longueur très petite, pour un rapport rayon / longueur assez élevé, afin de voir les deux courbes se croiser. L'intersection a lieu pour une longueur d'aimant $L_{aimant} = 9.53 [mm]$, avec un flux magnétique évalué à $1.03 \cdot 10^{-4} [Wb]$.

Flux magnétique au travers du demi cylindre

Modèle flasques	Modèle chemise	Unités
$4.007 \cdot 10^{-4}$	$3.7246 \cdot 10^{-4}$	[Wb]

TABLE 2.3 – Résultats d’intégration sur le demi cylindre

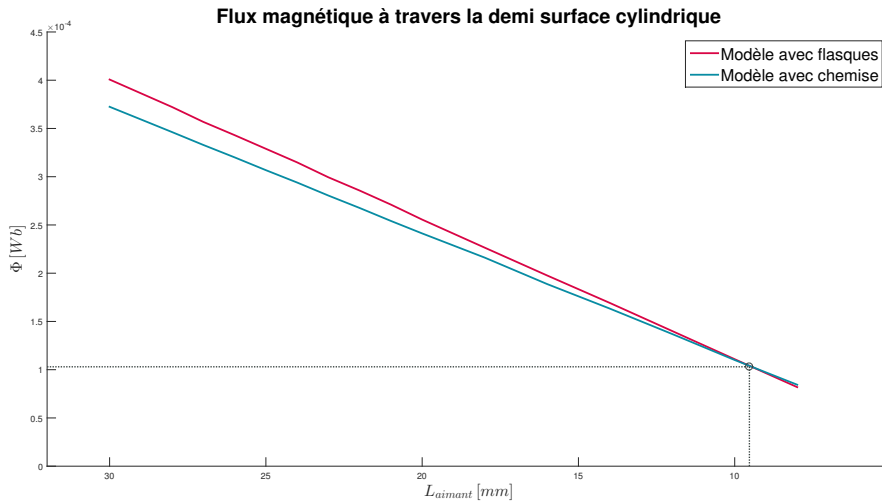


FIGURE 2.14 – Variation du flux magnétique pour différentes longueurs d’aimants, et pour autres paramètres constants

On en conclut finalement que d’un point de vue magnétique, pour une gamme importante de configurations, le modèle avec flasques semble plus performant que le modèle avec chemise. Ce dernier est fort pénalisé par l’augmentation de la largeur moyenne de l’entrefer sur toute sa longueur. Il faut néanmoins garder à l’esprit que cela vaut pour une configuration assez générale, et qu’une étude analytique devrait pouvoir nous indiquer comment optimiser une configuration donnée pour ces deux modèles.

De plus, la conclusion selon laquelle l’augmentation de la longueur de l’aimant joue en faveur du modèle avec flasques risque très probablement d’entrer en conflit avec les conclusions que l’on pourra obtenir avec le dimensionnement mécanique. Il est probable, en revanche, que le modèle avec chemise soit mécaniquement très efficace pour des rotors de grande longueur. Il est donc possible que, suivant les dimensions voulues du moteur, une solution soit favorisée par rapport à l’autre.

2.7 Conclusion

À travers ce chapitre, des propositions de solutions ont été établies suivant une démarche spécifique de conception. Trois solutions d’avant-projet ont été retenues, parmi lesquelles deux seront étudiées plus en détail dans ce document. L’une est désignée comme modèle *avec flasques* et l’autre comme modèle *avec chemise*. Ceux deux solutions ont été comparées d’un point de vue magnétique. Dans un bon nombre de configurations, la solution avec flasques s’est avérée magnétiquement plus intéressante que la solution avec chemise.

3

Modélisation analytique

L'objectif de cette section est de faire une comparaison plus rigoureuse des deux solutions retenues à travers des modélisations des contraintes mécaniques au sein du rotor. Ce chapitre proposera également une formulation analytique des fréquences de résonance. Enfin, il traitera du phénomène de fatigue pouvant survenir dans certaines situations.

L'intérêt de l'approche analytique qui va suivre est de se préparer à une future démarche d'optimisation.

3.1 Contraintes dans le rotor

3.1.1 Modélisation de la chemise

Afin d'effectuer le dimensionnement de la chemise, nous modélisons le rotor entier. Pour ce faire, nous allons utiliser un modèle simplifié tel que présenté à la Figure 3.1. Cette modélisation est inspirée de celle que nous avons pu rencontrer dans la littérature traitant du sujet [23, 24].

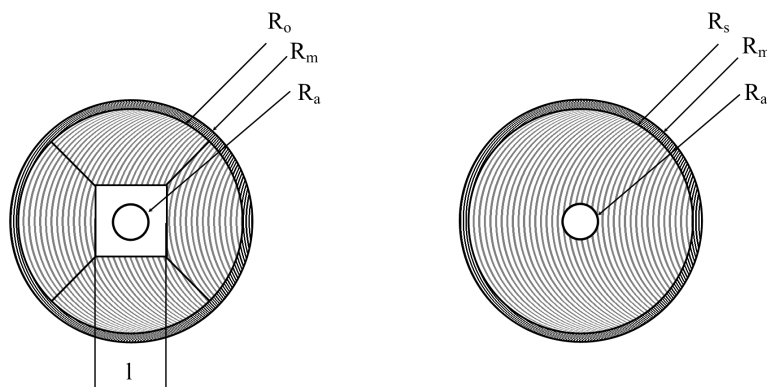


FIGURE 3.1 – Modèle utilisé pour le calcul des contraintes dans la chemise

Nous allons donc, via cette simplification poser quelques hypothèses :

- Nous considérons que les aimants forment un cylindre d'une seule pièce, et ne considérons donc pas une juxtaposition de plusieurs aimants.

- Nous négligeons le manchon en polymère placé au centre de l'ensemble
- Nous considérons le système en régime stationnaire, négligeant ainsi les accélérations que peut endurer le système
- Nous considérons un rotor de longueur infinie
- Le problème est axisymétrique
- Nous négligeons la composante axiale des contraintes. Nous assimilons ainsi le problème à un cas de déformation planaire.

Développement du modèle

Le développement qui suit s'inspire largement de celui proposé dans l'article de Pfister [23]. Nous prenons ici en compte la contribution de l'arbre. Nous avons pour la conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \sigma &= \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \right) \hat{\mathbf{e}}_r \\ &+ \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{\theta r} - \sigma_{r\theta}}{r} \right) \hat{\mathbf{e}}_\theta \\ &= -\mathbf{F}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Dans notre cas, nous estimons que la force appliquée au système ne comporte qu'une composante radiale. L'équation 3.1 se simplifie donc :

$$\begin{aligned}(\nabla \cdot \sigma) \cdot \hat{\mathbf{e}}_r &= \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \right) \hat{\mathbf{e}}_r \\ &= -F_r \hat{\mathbf{e}}_r \\ &= -\rho \omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r\end{aligned}\tag{3.2}$$

En considérant un rotor de longueur infinie et en posant le problème de manière axisymétrique, nous avons :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} \end{bmatrix}\tag{3.3}$$

Les matériaux sont supposés isotropes, nous avons donc la loi inverse de Hooke pour ce type de matériau qui s'exprime comme suit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{r\theta} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ 2\varepsilon_{r\theta} \end{bmatrix}\tag{3.4}$$

Nous pouvons introduire ces termes dans l'équation 3.2 et nous obtenons :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dr} \left[\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right) \right] + 0 + \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - \nu \frac{du}{dr} + \frac{u}{r}}{r} \right] &= -\rho \omega^2 r \\ \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} &= -\frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r\end{aligned}\tag{3.5}$$

La solution de cette équation différentielle est donnée par :

$$u(r) = -\frac{1-\nu^2}{E} \frac{\rho\omega^2 r^3}{8} + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (3.6)$$

Et par l'équation 3.3 nous pouvons expliciter les déformations radiales et tangentielles :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{du}{dr} = -\frac{3(1-\nu^2)}{E} \frac{\rho\omega^2 r^2}{8} + C_1 - \frac{C_2}{r^2} \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r} = -\frac{1-\nu^2}{E} \frac{\rho\omega^2 r^2}{8} + C_1 + \frac{C_2}{r^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nous en déduisons les contraintes radiales et tangentielles :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{-(3+\nu)\rho\omega^2 r}{8} + C_1 \frac{E}{1-\nu} + C_2 \frac{E}{r^2(1+\nu)} \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{-(1+3\nu)\rho\omega^2 r}{8} + C_1 \frac{E}{1-\nu} - C_2 \frac{E}{r^2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Nous devons maintenant poser les conditions aux limites afin de déterminer la valeur des constantes C_1 et C_2 pour chaque composant ainsi que le rayon de l'interface aimant-chemise après déformation. Nous poserons les indices suivants pour se référer à leurs rayons :

- R_a le rayon de l'arbre
- R_m le rayon à la surface des aimants
- $R_{s,o}$ et $R_{s,i}$ les rayons externe et interne de la chemise
- Nous dénommerons également le rayon de l'interface aimant chemise après déformation $R_{s,c}$

Les conditions aux limites correspondantes sont donc :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr,a}(r=0) &= \sigma_{\theta\theta}(r=0) = 0 \\ \sigma_{rr,a}(r=R_a) &= \sigma_{rr,m}(r=R_a) \\ \sigma_{rr,m}(r=R_m) &= \sigma_{rr,s}(r=R_{s,c}) \\ \sigma_{rr,s}(r=R_{s,o}) &= 0 \\ u_a(r=R_a) &= u_m(r=R_a) \\ R_m + u_m(r=R_m) &= u_s(r=R_{s,i}) + R_{s,i} = R_{s,c} \end{aligned} \quad (3.9)$$

En cas de frettage de la chemise sur l'aimant (Figure 3.2), une pression de contact apparaît à l'interface [4]. On définit l'interférence δ de cet ajustement serré comme la différence entre le rayon externe de la pièce frettée et le rayon interne de la frette, soit dans notre cas $\delta = R_m - R_{s,i}$. L'expression des efforts radiaux et tangentiels à l'interface de contact, en $R_{s,c}$, sont les suivants :

$$\sigma_{r,m} = \sigma_{r,s} = -\frac{\delta}{\frac{R_{s,i}}{E_s} \left(\frac{R_{s,e}^2 + R_{s,c}^2}{R_{s,e}^2 - R_{s,c}^2} + \nu_s \right) + \frac{R_m}{E_m} (1 - \nu_m)} = -p \quad (3.10)$$

$$\sigma_{\theta,m} = -p \frac{R_{s,c}^2 + R_a^2}{R_{s,c}^2 - R_a^2} \quad (3.11)$$

$$\sigma_{\theta,s} = p \frac{R_{s,e}^2 + R_{s,c}^2}{R_{s,e}^2 - R_{s,c}^2} \quad (3.12)$$

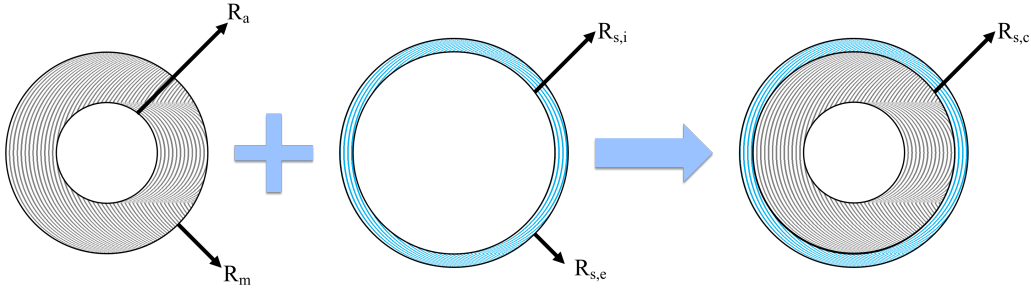


FIGURE 3.2 – Frettage de la chemise sur l'aimant

Naturellement, si l'interférence δ vaut 0, on a également $p = 0$.

L'obtention des valeurs des coefficients $C_{1,i}$ et $C_{2,i}$ pour chaque composant est un calcul fastidieux, dont la tâche a été léguée à un solveur `Matlab`.

Validation du modèle

Pour vérifier la fidélité du modèle, une analyse est effectuée sur un rotor dont les caractéristiques sont reprise dans le tableau 3.1.

Les résultats du modèle analytique sont confrontés aux résultats d'une simulation sur `Comsol`. Les Figures 3.3, 3.4 et 3.5 illustrent l'évolution des contraintes radiales, tangentielles et de von Mises en fonction de la position radiale. La valeur des contraintes de von Mises est obtenue via l'équation des contraintes de von Mises simplifiée pour contraintes planaires principales :

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta} \quad (3.13)$$

Les lignes verticales indiquent les séparations entre l'arbre, l'aimant et la chemise. On observe que les résultats numériques et analytiques coïncident relativement bien. Seules les valeurs des contraintes de von Mises, obtenues via l'équation simplifiée de contraintes planaires principales, diffèrent de manière plus notable que les valeurs obtenues par éléments finis.

Adaptation à plusieurs paires de pôles

Le fait de considérer un aimant en une seule pièce produit des résultats potentiellement très différents de ce qu'on obtiendrait dans un rotor constitué de plusieurs aimants juxtaposés. Nous allons tenter de proposer des pistes d'améliorations du modèle pour le cas à plusieurs paires de pôles.

Description	Valeur
Vitesse de rotation	30000 [RPM]
Longueur de l'aimant	30 [mm]
R_a	2 [mm]
R_m	7.2 [mm]
$R_{s,i}$	7.2 [mm]
$R_{s,e}$	7.5 [mm]
Arbre	Acier 1.4031 $E = 215$ [GPa] $\nu = 0.28$ [-] $\rho = 7700$ [kg/m ³]
Aimant	NdFeB $E = 150$ [GPa] $\nu = 0.24$ [-] $\rho = 7400$ [kg/m ³]
Chemise	Acier 1.4310 $E = 200$ [GPa] $\nu = 0.28$ [-] $\rho = 7900$ [kg/m ³]

TABLE 3.1 – Caractéristiques du modèle avec chemise

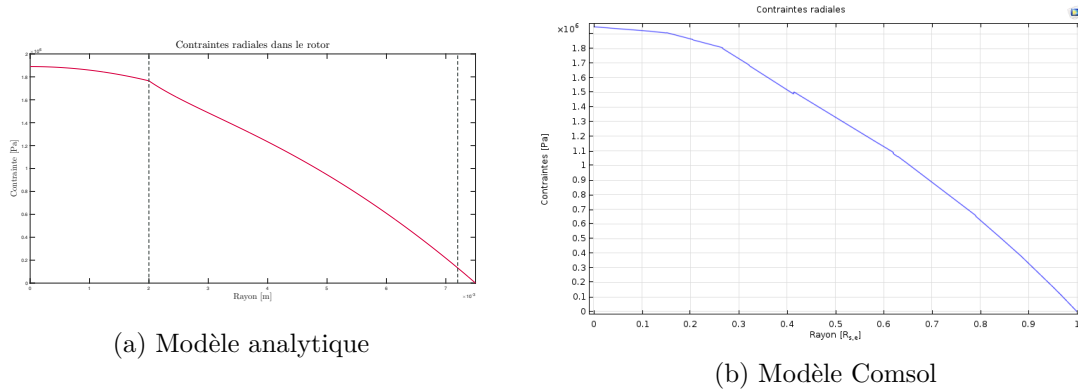


FIGURE 3.3 – Comparaison des contraintes radiales dans le rotor avec chemise

Dans la solution à plusieurs aimants, il est raisonnable de présumer qu'une partie des contraintes tangentielles dans les aimants disparaisse au profit d'une augmentation des contraintes radiales. Effectivement, à haute vitesse, par effet centrifuge, les aimants vont légèrement s'éloigner du centre et s'écarter les uns des autres. Le contact entre les aimants disparaissant, la contrainte tangentielle pour les rayons entre celui de l'arbre et celui de la chemise sera nulle aux angles $\theta_i = i \frac{2\pi}{p}$, p étant le nombre d'aimants. Voyons comment intégrer cette condition au modèle développé à la section 3.1.1.

Nous repartons de l'équation d'équilibre 3.1. La matrice des déformations s'écrit comme suit :

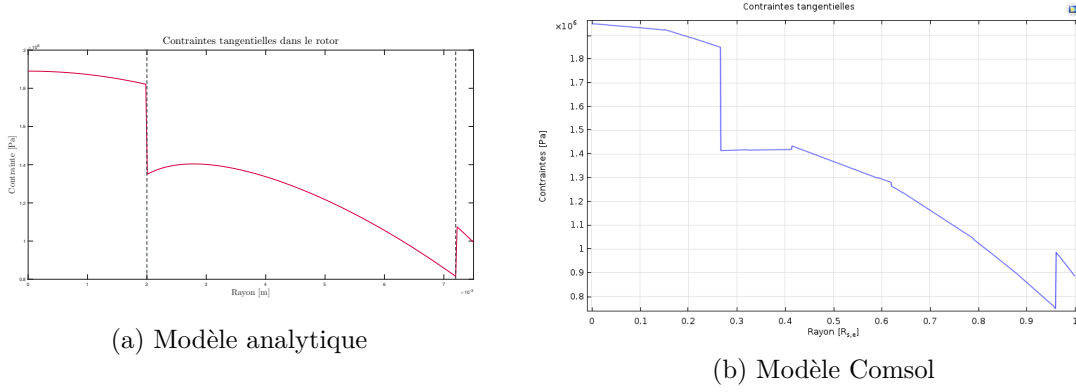


FIGURE 3.4 – Comparaison des contraintes tangentielles dans le rotor avec chemise

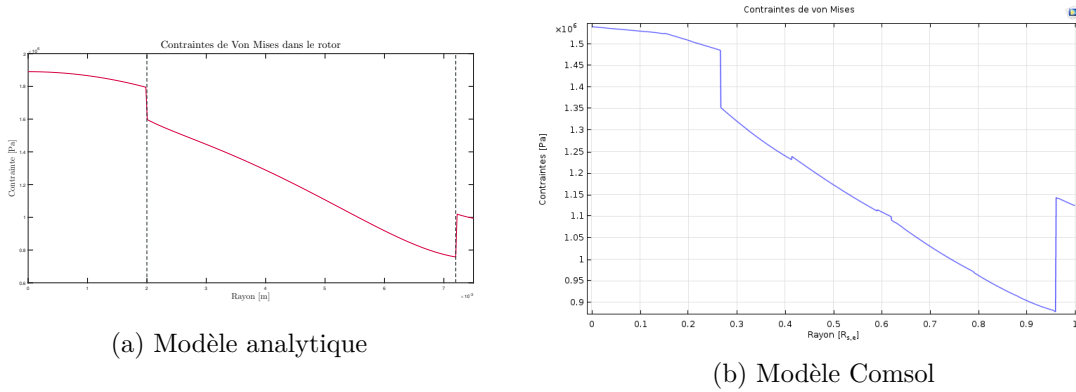


FIGURE 3.5 – Comparaison des contraintes de von Mises dans le rotor avec chemise

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) & \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Et se simplifie via notre hypothèse de déformations planaires par :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) & \frac{u_r}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

La loi de Hooke inverse est donnée dans l'équation 3.4. En substituant les relations 3.4 et 3.15 dans l'équation 3.1, on obtient l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$r^2 \frac{\partial^2 u(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1 - \nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 u(r, \theta)}{\partial \theta^2} + r \cdot \frac{\partial u(r, \theta)}{\partial r} - u(r, \theta) = -\frac{1 - \nu^2}{E} \rho \omega^2 r^3 \quad (3.16)$$

Cette équation différentielle ne possède malheureusement pas de solution analytique, et doit donc être résolue numériquement. Cette piste pourrait être le sujet d'une étude ultérieure, mais nous éloigne de notre objectif principal d'obtenir un développement entièrement analytique des contraintes dans la chemise.

Une autre approche possible pour obtenir l'expression de ces contraintes dans le cas avec plusieurs aimants est d'utiliser un modèle simplifié sur base de formules fournies par Roark [25].

Nous avons utilisé le modèle suivant, donnant une expression analytique approchée pour les contraintes dans un cylindre avec parois fines (Figure 3.6). La seule condition pour utiliser ce modèle porte sur le rapport $\frac{R_o}{R_o - R_i}$ qui doit être inférieur à 10.

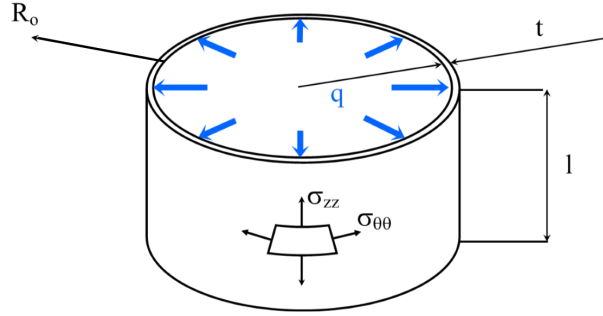


FIGURE 3.6 – Modèle avec paroi fine (ROARK's) ($R_o/(R_o - R_i) < 10$)

L'utilisation de ce modèle nous permet d'utiliser les expressions des contraintes présentes dans les tables du livre :

$$\sigma_{zz} = 0 \quad (3.17)$$

$$\sigma_{rr} = 0 \quad (3.18)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{qR_i}{t} \quad (3.19)$$

$$\Delta R_i = \frac{qR_i^2}{E \cdot t} \quad (3.20)$$

$$\Delta l = \frac{-qR_i \nu l}{E \cdot t} \quad (3.21)$$

Les deux dernières expressions traduisent le changement de volume subit par le cylindre soumis à la charge q

Dans le but de dimensionner les flasques, nous devons donc calculer la contrainte maximale équivalente de von Mises de la chemise sous contrainte, en coordonnées cylindriques telles que représentée sur la Figure 3.6 :

$$\sigma_{eq,VM,max} = \sqrt{\frac{(\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2}{2} + 3(\sigma_{\theta z}^2 + \sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{rz}^2)} \quad (3.22)$$

Dans notre cas, puisque la seule composante des contraintes qui intervient est la contrainte tangentielle, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \sigma_{eq,VM,max} &= \sigma_{\theta\theta} \\ &= \frac{qR_{Magnet} - t}{t} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Afin d'évaluer la charge répartie exercée sur la chemise, nous posons quelques hypothèses supplémentaires :

- Nous considérons que la section de révolution de la flasque est carrée, afin de simplifier les calculs. Nous nous assurons de cette manière de ne pas avoir une flasque de type chemise,

(rapport $\frac{l}{R_o - R_i} \gg 1$) ou tout simplement trop fine que pour reprendre assez d'efforts sur l'aimant

- Nous négligeons l'enlèvement de matière nécessaire pour l'épaulement par la bague dans la masse des aimants.

$$m_{Magnet} = \frac{\rho_{Magnet} \pi R_{Magnet}^2 - l_{core}^2}{4}$$

- Le charge due à la rotation des aimants est répartie équitablement sur les deux flasques. Chaque flasque supporte donc la moitié de la charge totale engendrée par la rotation des aimants.

Le calcul de la charge répartie q s'effectue comme suit

$$\begin{aligned} q &= \frac{m \omega^2 R}{A_{Inner}} \\ &= \frac{M_{Magnet}}{2} \frac{\omega^2 R_i}{2\pi R_i L_{Magnet}} \\ &= \frac{M_{Magnet} \omega^2}{4\pi L_{Magnet}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Afin de rester dans le domaine de déformations élastiques, nous devons comparer la valeur de la contrainte maximale de von Mises à la limite élastique du matériau. Nous n'oublierons toutefois pas d'introduire un coefficient de sécurité dans le calcul. La valeur retenue pour le coefficient de sécurité est 1.5 et a été choisi d'après la section sur les coefficients de sécurités du livre Fundamentals of Machine Components Design [26]. En effet, notre rotor évolue dans un environnement raisonnablement constant et le mode de chargement est connu. En intégrant l'expression de la charge ainsi que le coefficient de sécurité :

$$\frac{\sigma_y}{K_s} = \frac{q \cdot (R_{Magnet} - t)}{t} \quad (3.25)$$

Le graphe illustré à la Figure 3.7 montre les résultats obtenus pour l'épaisseur en faisant varier la vitesse de 1000[rpm] à 60000[rpm] et ce, pour trois valeurs pour le rayon du rotor :

Nous en déduisons donc les valeurs reprises dans le tableau 3.2 :

ω	30000[rpm]	60000[rpm]
$D = 12.6[mm]$	0.0297	0.1172
$D = 15.75[mm]$	0.0609	0.2382
$D = 18.9[mm]$	0.1078	0.4168

TABLE 3.2 – Valeurs pour l'épaisseur de la chemise

Nous pouvons remarquer que dans le cas où la vitesse de rotation vaut 30000[rpm], les valeurs d'épaisseur de chemise sont très faible, de l'ordre de l'épaisseur d'une feuille d'aluminium alimentaire¹ pour le diamètre le plus faible, ce qui est de toute évidence trop faible. En effet, l'épaisseur de la chemise pour cette gamme de rotors se situe généralement entre 0.3 et 0.6 [mm] [4].

1. Épaisseur d'une feuille d'aluminium : $\pm 0.02[mm]$ (https://fr.wikipedia.org/wiki/Feuille_d%27aluminium)

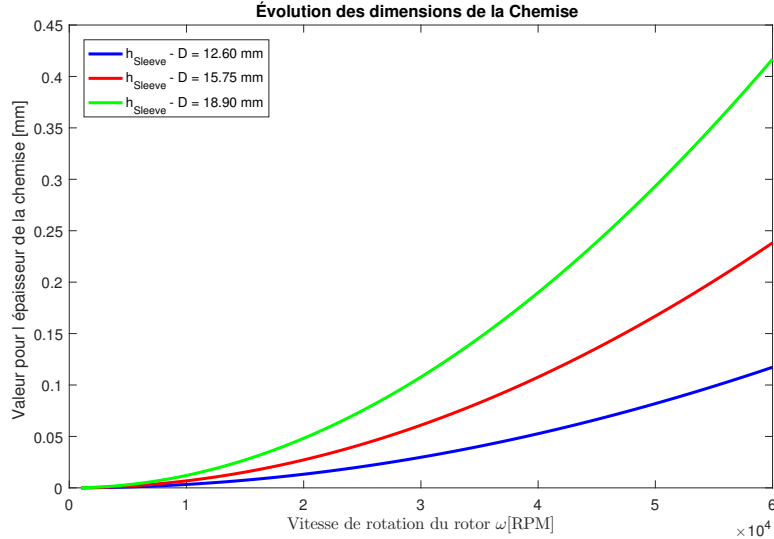


FIGURE 3.7 – Résultats du dimensionnement de la chemise

De plus, si les valeurs obtenues par ce dimensionnement sont effectivement exactes, la mise en place d'un élément mécanique d'une épaisseur aussi faible rendrait la procédure d'assemblage très complexe et plus coûteuse.

3.1.2 Modélisation des flasques

Penchons-nous à présent sur la modélisation des contraintes dans les flasques. Pour ce faire, nous allons utiliser un modèle également tiré du livre de Roark (Figure 3.8) [25], exprimant les contraintes dans une coque de révolution avec paroi épaisse. À nouveau, l'unique condition porte sur le rapport $\frac{R_o}{R_o - R_i}$, qui doit cette fois être supérieur à 10.

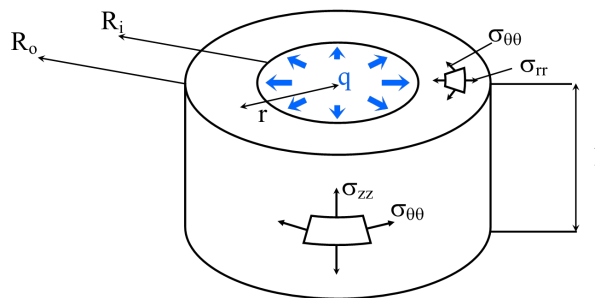


FIGURE 3.8 – Modèle avec paroi épaisse (ROARK's) ($\frac{R_o}{R_o - R_i} > 10$)

En assimilant les flasques à des anneaux, nous effectuons des simplifications majeures :

- Nous négligeons la partie "pleine" de la flasque. Nous sur-dimensionnons ainsi la flasque.
- En supposant la force appliquée par les aimants uniformément répartie sur la partie interne de la flasque, nous négligeons les contraintes entraînées par la déformation des aimants sur la flasque.
- Nous considérons les flasques comme des cylindres avec parois épaisses et nous estimons que le rapport obtenu entre le rayon extérieur et l'épaisseur sera supérieur à la dizaine.

Il est à noter que le modèle considéré ci dessus est semblable à celui présenté dans le dimensionnement de la chemise. La seule différence réside dans le fait que dans le cas des parois

épaisses, nous ne pouvons plus négliger la composante radiale à l'intérieur de la paroi. Nous avons donc, pour la géométrie considérée :

$$\sigma_{zz} = 0 \quad (3.26)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = qb^2 \frac{R_o^2 + r^2}{r^2(R_o^2 - R_i^2)} \quad \sigma_{\theta\theta,max} = q \frac{R_o^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \quad \text{Pour } r = R_i \quad (3.27)$$

$$\sigma_{rr} = -qb^2 \frac{R_o^2 - r^2}{r^2(R_o^2 - R_i^2)} \quad \sigma_{rr,max} = -q \quad \text{Pour } r = R_i \quad (3.28)$$

$$\text{Contrainte de Cisaillement Maximale : } \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{2} = q \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} \quad \text{Pour } r = R_i \quad (3.29)$$

$$(3.30)$$

La configuration géométrique sous contrainte est donné par :

$$\Delta a = \frac{q}{E} \frac{2ab^2}{R_o^2 - R_i^2} \quad \Delta b = \frac{qb}{E} \left[\frac{R_o^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \nu \right] \quad \Delta l = \frac{-q\nu l}{E} \frac{2R_i^2}{R_o^2 - R_i^2}$$

Dans le but de dimensionner les flasques, nous devons donc calculer la contrainte maximale équivalente de von Mises de la flasque de la même manière que pour la chemise. Si nous intégrons les relations 3.26 dans l'expression de la contrainte équivalente (Équation 3.22), nous obtenons :

$$\sigma_{eq,VM,max} = \frac{q^2}{(a^2 - b^2)^2} \sqrt{4a^4 + 3b^4} \quad (3.31)$$

De manière similaire au cas de la chemise, nous calculons la chargé répartie qui s'applique sur la surface intérieure de la flasque :

$$\begin{aligned} q &= \frac{m\omega^2 R}{A_{Inner}} \\ &= \frac{M_{Magnet}}{2} \frac{\omega^2 b}{2\pi bl} \\ &= \frac{M_{Magnet}\omega^2}{4\pi} \frac{1}{R_o - R_i} \\ &= \frac{Q}{R_o - R_i} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Cette fois encore, pour rester dans le domaine élastique, nous devons comparer la valeur de la contrainte maximale de von Mises à la limite élastique du matériau, sans oublier le coefficient de sécurité :

$$\frac{\sigma_y}{K_s} = \sqrt{\frac{Q^2}{(R_o^2 - R_i^2)^2 (R_o - R_i)^2 (4R_o^4 + 3R_i^4)}} \quad (3.33)$$

Nous devons donc déterminer la valeur du rayon intérieur pour satisfaire cette équation. Au vu de la complexité de l'équation à résoudre de manière purement analytique et afin d'éviter toute erreur, nous avons fait appel à la fonction `solve` de `Matlab` pour de trouver les 6 racines

de l'équation. Afin de trouver la valeur qui nous intéresse, nous n'avons sélectionné que la racine purement réelle et dont le rayon est inférieur à celui de la flasque.

À cela, nous ajoutons une condition supplémentaire, afin d'assurer la bonne tenue des aimants. En effet, le rayon intérieur de la flasque va diminuer au fur et à mesure que la charge répartie augmente. Cependant, si cette valeur devient trop faible, la section d'aimant sur laquelle la bague va s'appuyer va devenir trop faible et mener à une rupture prématurée de l'aimant. Pour ce faire, nous allons fixer un seuil minimum pour le rayon intérieur et si ce dernier est franchi, nous recalculerons l'épaisseur (l) de la flasque avec ce paramètre fixé.

Appliquons ce modèle à un cas d'exemple, avec les paramètres suivants

Flasque

- Matériau : Acier Inoxydable EN1.4301
- Limite élastique σ_y : 400 [MPa]
- Rayon R_o extérieur : 7.5 [mm]

Aimants

- Matériau : NdFeB
- Masse volumique ρ_{Magnet} : 7400 [kg/m³]
- Longueur totale L_{Magnet} : 30 [mm] item[.] Largeur l du méplat : 5.5 [mm]

Nous avons exécuté ce modèle analytique pour des valeurs de vitesse angulaire allant de 1000[rpm] à 60000[rpm] et ce pour deux diamètres différents : 12.60[mm] et 15.75[mm]. Nous pouvons ainsi voir les résultats du dimensionnement de la bague pour les différentes plages de vitesses (Figure 3.9). Nous avons également indiqué les valeurs pour lesquelles la section de l'épaulement n'est plus carrée.

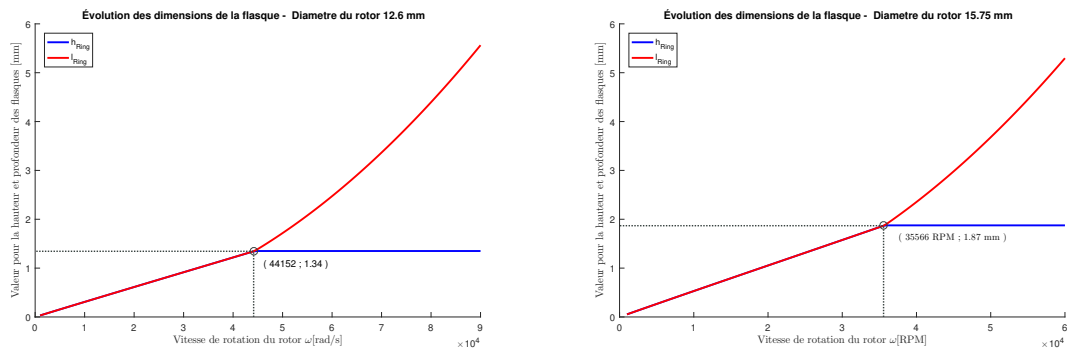


FIGURE 3.9 – Valeurs pour la hauteur du flasque (en bleu) et pour la largeur (en rouge)

Nous voyons que pour ce type de métal et pour une vitesse de rotation de 30000[rpm], nous devons utiliser une section de révolution carrée de 1,13[mm] (resp. 1.62[mm]) de côté afin d'assurer le maintien des aimants pour un diamètre de rotor de 12.60[mm] (resp. 15.75[mm]).

Validation numérique

Nous avons, afin de vérifier la pertinence des résultats calculés par le modèle, créé un modèle Comsol et nous avons défini une surface de contrôle afin d'obtenir l'allure de la contrainte équivalente de Von Mises. Les paramètres que nous avons fait varier dans cette étude sont le diamètre total des aimants et la vitesse de rotation. Le modèle et la surface de contrôle utilisée est visible à la Figure 3.10. Le modèle utilisé comporte donc 4 aimants maintenus ensemble par des anneaux de dimension correspondantes aux valeurs calculées précédemment.

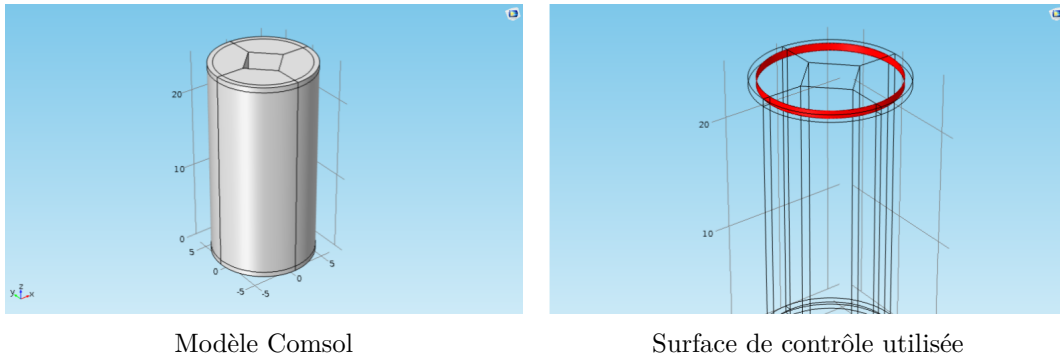


FIGURE 3.10 – Illustration du modèle utilisé

Nous devons préciser que la surface de contrôle a légèrement été décalée de l'interface aimant-flasque car la présence des contraintes tangentielles différentes à la séparation des aimants perturbe l'affichage de la contrainte équivalente dans le flasque. Afin d'obtenir des résultats plus lisses, nous avons décalé cette surface de $\frac{h}{20}$ vers l'extérieur du rotor.

Nous devons vérifier si la contrainte sur la surface intérieure des flasques correspond à la valeur de la limite élastique diminuée du coefficient de sécurité défini plus haut. Les figures 3.11, 3.12 et 3.13 reprennent les résultats fournis par l'analyse en éléments finis². Les figures de gauche (resp. droite) correspondent au cas où l'ensemble tourne à 60000 [RPM] (resp. 30000 [RPM]).

Nous pouvons remarquer que chaque surface peut être divisée en quatre tronçons correspondant aux 4 aimants séparés, appuyant de manière non uniforme sur la surface intérieure de la flasque. Quant aux résultats fournis, nous pouvons voir que malheureusement, les résultats fournis avec les modèles éléments finis ne correspondent pas à ce que nous avons estimé via le modèle analytique.

Tout d'abord au niveau des ordres de grandeur, les contraintes équivalentes de Von Mises déterminées par éléments finis se situant deux à trois ordres de grandeur en dessous de la valeur que nous avons fixé pour la contrainte maximale.

Les raisons qui expliquent ces erreurs peuvent être multiples. Nous avons toutefois vérifié la véracité de l'hypothèse du rapport $R_o/R_o - R_i$, qui se révèle supérieure à 10 dans tous les cas étudiés ci dessus. L'erreur peut provenir des estimations que nous avons effectuées quant à la géométrie de l'ensemble, ou dans les paramètres entrant en ligne de compte dans la modélisation. En effet, en travaillant avec des équations de degré 6, une petite erreur peut vite se propager et devenir démesurée. Il n'est pas à exclure que la modélisation en Comsol génère des divergences avec les valeurs réelles de ces contraintes.

Nous sommes cependant convaincus de la pertinence de notre démarche analytique. Nous pensons en effet que nos hypothèses ne sont pas démesurées, étant donné que nous avons tâché à identifier tous les paramètres entrant en compte dans le dimensionnement ainsi que leur impact.

Malgré cette divergence avec les résultats en éléments finis, nous ne rejetons toutefois pas les résultats fournis. En effet, si les résultats fournis par Comsol se révélaient être véridiques, nous devrions réduire considérablement les dimensions des flasques, ce qui entraînerait des complications sur un autre plan. En effet, les dimensions des pièces mécaniques que nous considérons ici sont de l'ordre de quelques millimètres et sont déjà sujettes à une précision élevées. Si nous devons maintenant considérer des flasques dont les dimensions la partie reposant sur le

2. La valeur $z = 1$ sur le graphe correspond à la coordonnée $z = l$ sur la surface intérieure de la flasque.

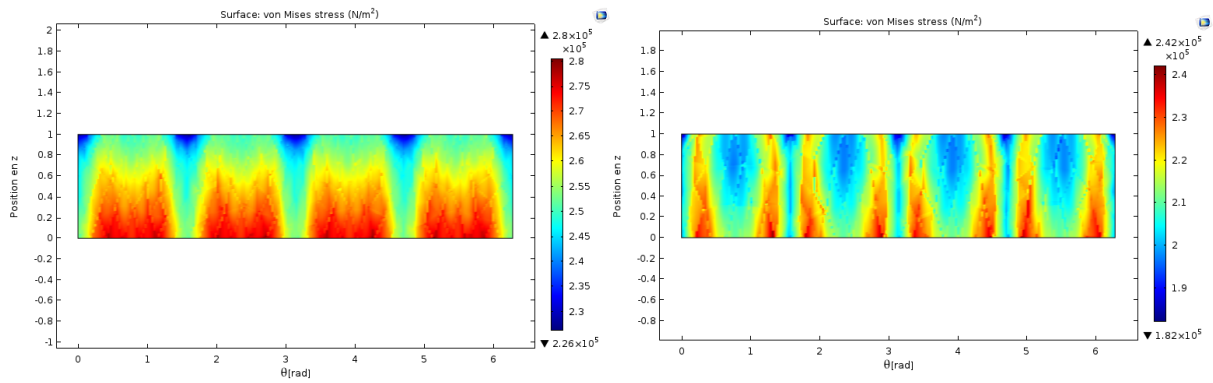


FIGURE 3.11 – Diamètre du rotor : 12.6 [mm]

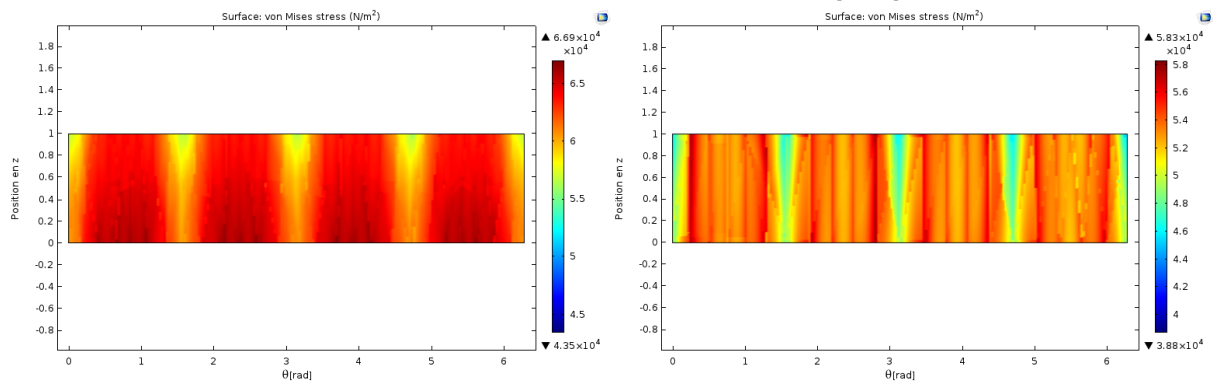


FIGURE 3.12 – Diamètre du rotor : 15.75 [mm]

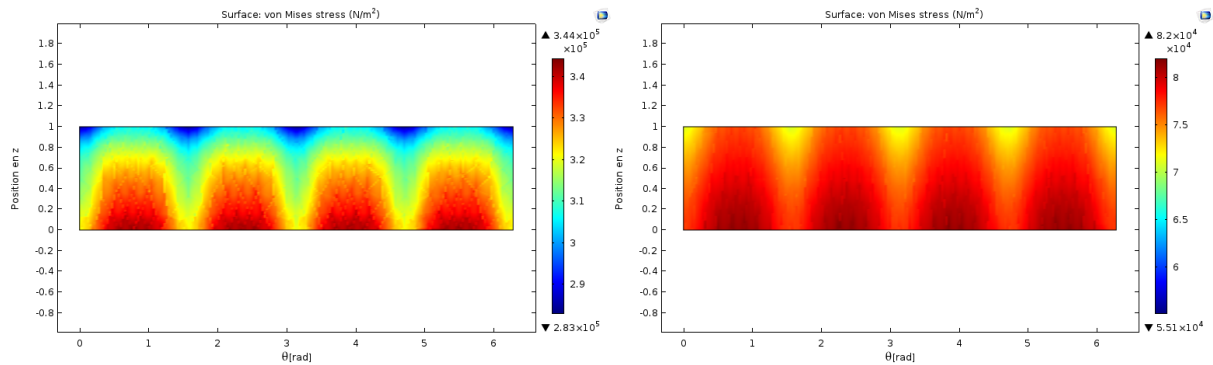


FIGURE 3.13 – Diamètre du rotor : 18.90 [mm]

rotor sont de l'ordre de quelques centaines de microns, le tolérancement et les manipulations pourraient en être fortement impactés.

Étude des concentrations de contraintes

En utilisant des aimants présentant un épaulement tel que nous l'avons décrit plus haut, nous induisons un facteur de concentration de contraintes. Nous allons donc étudier l'influence de la géométrie sur ce paramètre. Pour ce faire, nous avons de nouveau utilisé un modèle inspiré du livre de Roark[25] (Figure 3.14)

Ce modèle présente également une simplification majeure :

- Nous modélisons les aimants en les assimilant à un seul aimant cylindrique creux possédant un épaulement. En procédant de la sorte, nous négligeons les concentrations de contraintes pouvant avoir lieu dans les extrémités des aimants. C'est cependant le meilleur moyen

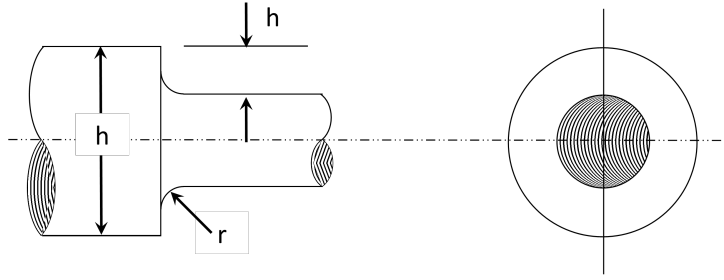


FIGURE 3.14 – Modèle utilisé pour les concentrations de contraintes

que nous avons trouvé pour déterminer analytiquement l'influence de la géométrie de l'épaulement sur les concentrations de contraintes. Une autre alternative aurait été de procéder par essai-erreurs sur un modèle numérique afin de déterminer la géométrie minimisant ce facteur de concentration de contraintes.

La contrainte maximale rencontrée par le matériau est donnée par la loi suivante :

$$\sigma_{Max} = K_t \frac{32M}{\pi(D-2h)^3} \quad (3.34)$$

Avec : $K_t = C_1 + C_2 \frac{2h}{D} + C_3 \frac{2h^2}{D} + C_4 \frac{2h^3}{D}$

Les formules pour les Constantes C_i dépendent du rapport h/r et ne sont fiables que pour des intervalles allant de 0.25 à 20 :

$0.25 \leq \frac{h}{r} \leq 2$	$2 \leq \frac{h}{r} \leq 20$
$C_1 = 1.2250.831\sqrt{\frac{h}{r}} - 0.010\frac{h}{r}$	$C_1 = 0.927 + 1.149\sqrt{\frac{h}{r}} - 0.086\frac{h}{r}$
$C_2 = -3.970 + 0.958\sqrt{\frac{h}{r}} - 0.257 * \frac{h}{r}$	$C_2 = 0.015 - 3.281\sqrt{\frac{h}{r}} + 0.837\frac{h}{r}$
$C_3 = 7.374 - 4.384\sqrt{\frac{h}{r}} + 0.862 * \frac{h}{r}$	$C_3 = 0.847 + 1.716\sqrt{\frac{h}{r}} - 0.506\frac{h}{r}$
$C_4 = -3.809 + 3.046\sqrt{\frac{h}{r}} - 0.595 * \frac{h}{r}$	$C_4 = -0.790 + 0.417\sqrt{\frac{h}{r}} - 0.246\frac{h}{r}$

TABLE 3.3 – Formules pour les facteurs de concentrations de contraintes

Nous avons donc étudié l'influence du rayon à la base de l'épaulement, comme représenté par le rayon r sur la Figure 3.14. Nous avons donc étudié les rapports de la contrainte maximale rapportée à celle d'une barre du même diamètre en flexion en fonction du rayon appliqué à la base de l'épaulement. Sur les Figures 3.15, nous pouvons voir la variation du rapport des contraintes axiales (à gauche) et du Facteur de concentration de contraintes (à droite)

Les limites du modèle sont visibles sur la partie gauche des graphes, nous avons annulé les termes ne se trouvant pas dans les intervalles définis par le livre 3.3. Comme attendu, nous voyons la contrainte exploser dans les valeurs de rayon plus faibles et nous observons une asymptote horizontale sur la partie droite du graphe.

Afin de limiter au plus les concentrations de contraintes à la base de l'épaulement , il faut ainsi augmenter le rayon de ce dernier. Il ne faut cependant pas l'augmenter démesurément car l'on veut garder un maximum de volume de matériau magnétique. L'idéal serait donc de trouver un compromis entre le rapport des contraintes et le rayon de la base de l'épaulement.

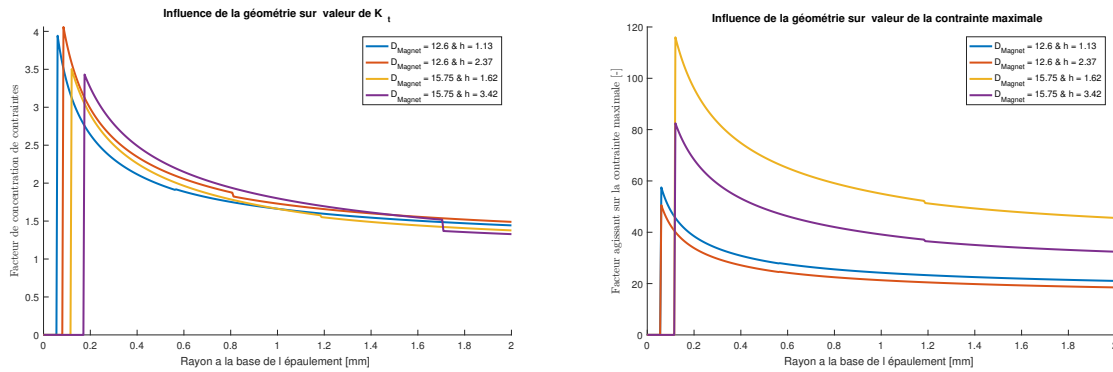


FIGURE 3.15 – Variation du rapport des contraintes axiales et du facteur de concentration de contraintes

Nous avons déterminé dans cette section que nos calculs mènent à un surdimensionnement. Dès lors, nous pouvons utiliser ce surdimensionnement à bon escient en venant créer un chanfrein entre les faces en contact avec l'épaulement.

3.1.3 Modélisation des aimants maintenus par des flasques

Pour le design de rotor à flasques, nous devons analyser le comportement des aimants, en particulier les paramètres de longueur d'aimants et de vitesse de rotation pouvant provoquer leur rupture. Le modèle étudié correspond donc à celui illustré à la Figure 2.7.

Développement du modèle

Il est vraisemblable qu'à haute vitesse de rotation, chaque aimant étant retenu à ses extrémités par les flasques, d'importantes contraintes soient observées en leur centre, sur la face extérieure du rotor. Un aimant peut dans ce cas être considéré comme une poutre maintenue à ses extrémités et subissant un effet centrifuge, représentée par une charge répartie sur sa longueur. Le modèle que nous considérons ici se base sur la théorie des poutres et nécessite de considérer quelques hypothèses simplificatrices :

- Nous négligeons les épaulements aux extrémités. Bien entendu, il en résulte nous ignorons une géométrie présentant des concentrations de contraintes.
- La modélisation considérée dans cette section est à une seule dimension, nous négligeons dès lors les efforts de cisaillement qui pourraient avoir lieu dans l'aimant lors de la rotation de l'ensemble
- L'aimant est modélisé comme étant placé sur deux appuis simples à ses extrémités
- Les uniques efforts appliqués sur l'aimant sont ceux de l'effet centrifuge
- Ces efforts sont répartis sur la fibre neutre (centre de gravité)

Calculons donc les contraintes dans un aimant sur des appuis subissant la force d'une charge répartie. Le schéma de cette configuration est illustré à la Figure 3.16. La charge répartie vaut $q = \rho_m \omega^2 R_G S_m$, avec ρ_m la masse volumique de l'aimant, ω la vitesse angulaire du rotor, R_G la distance entre l'axe du rotor et le centre de gravité de l'aimant, et S_m l'aire de la section de l'aimant.

Le calcul des efforts internes nous fournit l'expression du moment fléchissant dans l'aimant.

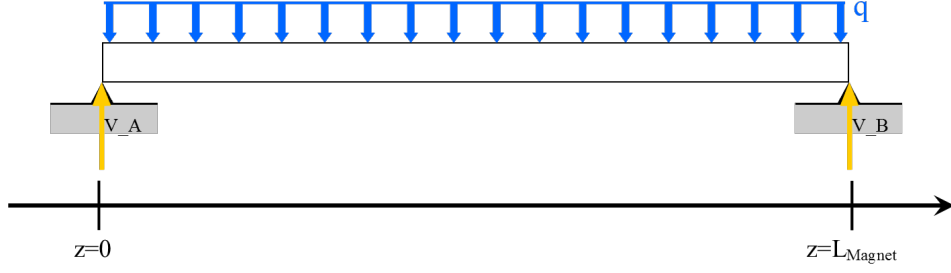


FIGURE 3.16 – Schéma du modèle poutre d'un aimant entre flasques

On en déduit également la position du moment maximal et sa valeur.

$$M(z) = \frac{qL_{magnet}z}{2} - \frac{qz^2}{2} \quad (3.35)$$

$$\frac{dM}{dz} = \frac{qL_{magnet}}{2} - qz = 0 \quad (3.36)$$

$$M_{max} = M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{qL_{magnet}^2}{8} \quad (3.37)$$

Sans surprise, on trouve que le moment maximal se situe au milieu de l'aimant. Pour évaluer les contraintes dans l'aimant, dans le cadre de la théorie des poutres, il est nécessaire de calculer son moment quadratique. La section présentant une géométrie un peu particulière, il est nécessaire de la décomposer en formes simples (Figure 3.17).

Le modèle simplifié de l'aimant peut être caractérisé par deux paramètres. Le premier est le rayon du rotor R et le second est la largeur du méplat l . Pour obtenir l'expression du moment quadratique selon ces deux paramètres, on décompose la section de l'aimant en un trapèze et un arc de cercle. L'expression de leur moment quadratique selon l'axe x est connu. Pour le trapèze, l'expression du moment quadratique en son centre de gravité selon l'axe x vaut :

$$I_x^A = \frac{a^3}{36} \cdot \frac{(c+l)^2 + 2cl}{c+l} \quad (3.38)$$

L'expression du moment quadratique de l'arc de cercle d'angle de $\frac{\pi}{2}$ en son centre de gravité selon l'axe x vaut :

$$I_x^B = \frac{R^4}{8} \cdot \frac{\pi}{2} - \left(\frac{c^3}{12}\right)^2 \cdot \frac{2}{R^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)} \quad (3.39)$$

Le théorème de transport de Huygens permet d'obtenir l'expression finale de la section complète :

$$I_{\Delta'} = I_{\Delta} + S \cdot d^2 \quad (3.40)$$

La fibre neutre correspondant au centre de gravité, on a l'expression du moment quadratique selon l'axe x qui vaut :

$$I_x = \frac{a^3}{36} \cdot \frac{c^2 + l^2 + 4cl}{c+l} + \frac{\pi}{16} R^4 - \frac{R^4}{9\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)} + \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \left(\frac{c^3}{6R^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)} - \frac{l}{2} - \overline{PG}\right)^2 + a \cdot \frac{l+c}{2} \cdot \left(\frac{a}{3} \cdot \frac{l+2c}{l+c} - \overline{PG}\right)^2 \quad (3.41)$$

Avec

$$c = \sqrt{2}R \quad (3.42)$$

$$a = \frac{c-l}{2} \quad (3.43)$$

$$\overline{PG} = \frac{R^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \left(\frac{c^3}{R^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)} - 3l\right) + 2a^2(l+2c)}{6R^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) + 6a \cdot (l+c)} \quad (3.44)$$

Les contraintes de traction maximales se trouveront sur la surface extérieure de l'aimant. La distance à la fibre neutre vaut alors

$$Y_m = R - \overline{CG} = R - \overline{PG} - \frac{l}{2} \quad (3.45)$$

L'expression finale de la contrainte de traction sur la surface extérieure de l'aimant est

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot Y_m}{I_x} \quad (3.46)$$

Avec

$$M_{max} = \frac{\rho_m \cdot \omega^2 \cdot \overline{CG} \cdot S_m \cdot L_{magnet}^2}{8} = \frac{\rho_m \omega^2 \left(\overline{PG} + \frac{l}{2}\right) (\pi R^2 - l^2) L_{magnet}^2}{32} \quad (3.47)$$

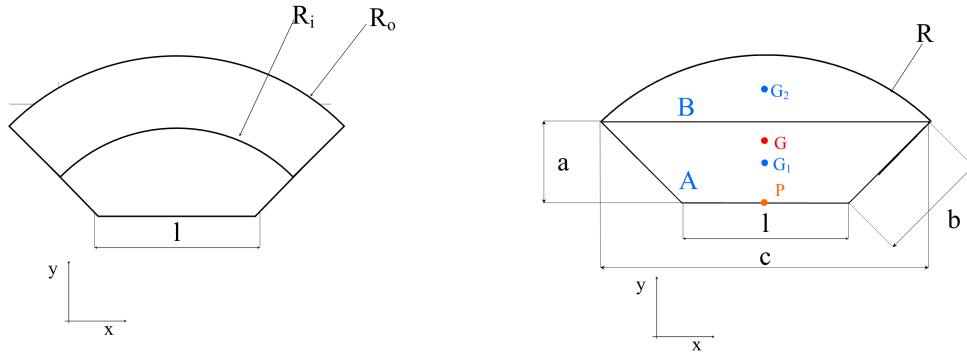


FIGURE 3.17 – Section de l'aimant

La fracture de l'aimant surviendra lorsque la contrainte de traction sur la surface extérieure de l'aimant dépassera la résistance maximale en traction du matériau [27]. Appliquons ce modèle à un cas d'exemple, avec les paramètres suivants :

Rotor

- Rayon R du rotor : $7.5 [mm]$
- Largeur l du méplat : $5.5 [mm]$
- Vitesse de rotation Ω : $30000 [RPM]$

Aimants

- Matériau : NdFeB
- Masse volumique ρ_m : $7400 [kg/m^3]$
- Résistance maximale en traction S_t : $75 [MPa]$

Le modèle décrit ci-dessus nous permet de calculer la longueur de l'aimant à laquelle la résistance maximale en traction sera atteinte. Le calcul nous fournit une longueur $L_{magnet_{max}} =$

31,1 [mm]. En faisant varier la vitesse de rotation maximale du moteur de 10000 à 50000 [RPM] et pour des rotors de rayons 6.5, 7.5 et 8.5 [mm], nous obtenons les valeurs de longueur d'aimant maximales illustrées à la Figure 3.18.

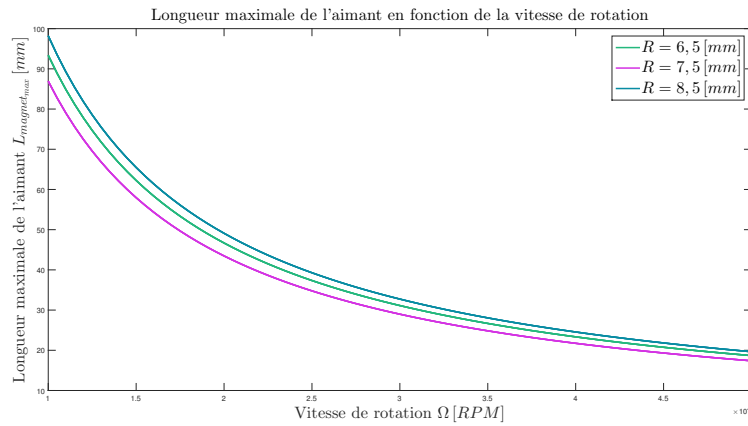


FIGURE 3.18 – Calcul de la longueur maximale de l'aimant

Validation numérique

Afin de vérifier numériquement la qualité du modèle, nous effectuons une simulation par éléments finis avec Comsol. Les paramètres de l'étude sont les suivants :

- Matériau : NdFeB
- Rayon : R du rotor : 7.5 [mm]
- Largeur l du méplat : 5.5 [mm]
- Longueur L_{magnet} de l'aimant : 31,1 [mm]
- Vitesse de rotation Ω : 30000 [RPM]

L'aimant est encastré sur sa fibre neutre d'un côté, et est sur appui simple de l'autre côté, sur sa fibre neutre également. La simulation doit permettre de montrer les contraintes axiales, ainsi que celles de von Mises. Pour valider le modèle, il faut donc que l'expression des contraintes soient les plus proches possible de la résistance maximale en traction du NdFeB. Les résultats sont présentés aux Figures 3.19a et Figures 3.19b. On observe que la longueur maximale possible de l'aimant diminue rapidement avec la vitesse de rotation du rotor. La solution avec flasques n'est donc possible qu'avec des rotors tournant à vitesse modérée ou pour des rotors de petite longueur. Toutefois, au plus la longueur du rotor est petite, au moins il est raisonnable de négliger les épaulements, tant sur le plan mécanique que sur le plan magnétique.

L'hypothèse selon laquelle la fracture de l'aimant surviendra lorsque la contrainte axiale sur sa surface externe atteint la résistance maximale en traction n'est pas tout à fait exacte. L'idéal est d'effectuer une distribution de Weibull de la résistance à la fracture transversale de l'aimant. De cette répartition, une contrainte maximale peut être déterminée pour obtenir la probabilité de fracture requise [28].

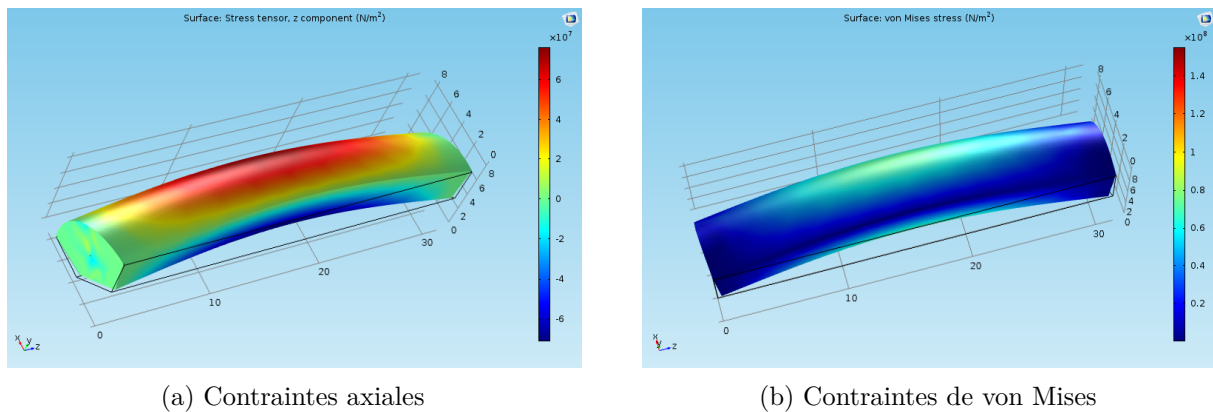


FIGURE 3.19 – Validation du modèle poutre avec Comsol

3.2 Analyse modale & Vitesses critiques

3.2.1 Enjeux de l'analyse

Pour des moteurs tournant à très hautes vitesses, il est extrêmement important d'étudier les vitesses critiques du rotor. On appelle *gamme souscritique* la gamme de vitesses comprise entre 0 et la première vitesse critique. Au-delà de celle-ci, on parle de *gamme supercritique*. De nombreux moteurs fonctionnent continûment en gamme supercritique, et doivent donc traverser la première vitesse critique lors de leur mise en route et leur extinction. On comprend donc l'importance de connaître ces vitesses critiques, afin de ne pas s'éterniser dans un domaine instable. A. Muszynska a défini la notion de stabilité technique pour machines tournantes selon ces termes [29] :

A rotating machine is stable if its rotor performs a pure rotational motion around an appropriate axis at a required rotational speed and this motion is not accompanied by other modes of vibrations of the rotor, its elements or other stationary parts of the machine, or, if such vibrations take place, their amplitudes do not exceed admitted, acceptable values. The stable rotating machine is immune to external perturbing forces, i.e., any random perturbation cannot drastically change its behavior. Such a perturbation causes only a transient decaying process leading to a previous regime of performance, or to a new one, which is included in the acceptable limits.

En dehors de ces conditions de stabilité, de fortes vibrations peuvent apparaître, voire des cas de défaillances catastrophiques.

3.2.2 Établissement d'une approche analytique

Dans nos nombreuses recherches sur le sujet, nous nous sommes rendus compte que la plupart des analyses modales effectuées dans le cas de rotors de moteur BLDC se basaient le plus souvent sur des modèles en éléments finis, pour la plupart réalisés avec le programme ANSYS. [30, 31]

En effet, nous nous sommes penchés sur un article universitaire[30] traitant le sujet d'un rotor à haute vitesse destiné à une application similaire à la nôtre, et ce dernier ne propose une étude modale uniquement dans le cas de l'arbre nu, assimilé à une tige en acier. Pour le calcul des fréquences propres du rotor complet, les auteurs se sont appuyés d'une part sur des modélisations en éléments finis et d'autre part sur des analyses expérimentales.

Or, ce que nous recherchons ici, c'est une approche entièrement analytique afin de déterminer les deux premiers modes de résonance du rotor complet. Dans les sections suivantes, nous allons

présenter la démarche suivie afin d'aboutir à nos deux modèles.

3.2.3 Mise en place d'une base de référence

Afin de valider ou d'infirmer les résultats fournis par un modèle, nous devons d'abord établir une référence. Ne disposant pas de résultats expérimentaux de qualité suffisante, nous avons décidé d'utiliser les résultats fournis par le logiciel Comsol comme référence. Nous devons cependant déterminer si la précision des résultats fournis reflètent la réalité de manière précise.

Pour ce faire, nous avons utilisé les résultats expérimentaux fournis dans l'article[30] pour un arbre nu encastré des deux cotés dont les caractéristiques sont indiquées dans le tableau 3.4

Materiau	Acier Inoxydable AISI 303	
Module de Young	193	[Gpa]
Coefficient de Poisson	0.3	[-]
Densité	8000	[kg/m ³]
Longueur de l'arbre	106	[mm]
Diamètre de l'arbre	7.9	[mm]

TABLE 3.4 – Caractéristiques de l'arbre modélisé

Nous avons donc modélisé un arbre identique en Comsol et nous avons comparé les résultats avec ceux de l'article³ (Tableau 3.5)

Mode	Finite Elements [Hz]	Analytical [Hz]	Measured [Hz]	Comsol [Hz]	Erreur [%]
1st	3047	3046	2944	2987,7	1,48
2nd	8226	8542	8256	7972,5	3,43
Rotationnal	14727	/	/	14262	/
3rd	15683	16752	15168	15017	1,00

TABLE 3.5 – Comparaison des résultats obtenus par Solidworks avec ceux présentés dans l'article[30]

Nous avons défini l'erreur comme suit :

$$Erreur = \frac{f_{Experimental} - f_{Comsol}}{f_{Experimental}}$$

Nous pouvons remarquer que l'erreur de modélisation reste dans l'ordre des 3%, ce qui nous semble raisonnable. Il est important de préciser ici que, étant donné que nous ne disposons pas d'une base de donnée expérimentale fiable afin de vérifier l'exactitude de ces valeurs, nous supposons que l'erreur de modélisation reste dans cet ordre de grandeur.

3.2.4 Hypothèses de modélisation

Avant de développer les modèles, nous devons présenter les hypothèses qui ont mené à ces expressions. En effet, afin de pouvoir implémenter le calcul des fréquences propres de manière analytique, nous avons émis quelques simplifications :

3. Les colonnes "Finite Elements", "Analytical" ainsi que "Measured" sont tirés tels quels de l'article.

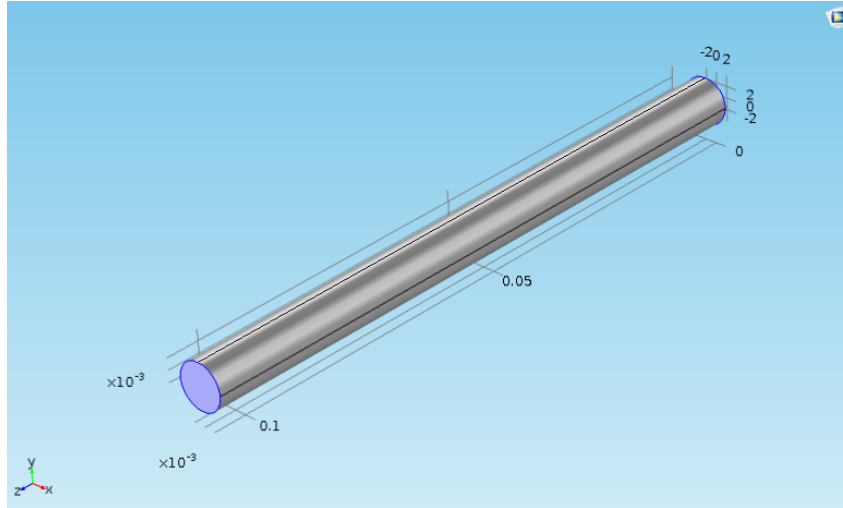


FIGURE 3.20 – Modèle Comsol - Arbre Encastré aux deux extrémités

- Nous négligeons la présence de flasques aux extrémités des aimants : En effet, de par leur épaisseur faible par rapport à la longueur totale des aimants, nous avons choisi de ne pas les modéliser afin de simplifier les calculs
- Nous négligeons la raideur des roulements : Nous effectuons l'analyse sur un arbre reposant sur des appuis simples, ne possédant donc pas de raideur en torsion et possédant une raideur verticale infinie : ($k_{bearing} = \infty$) (Figure 3.21)

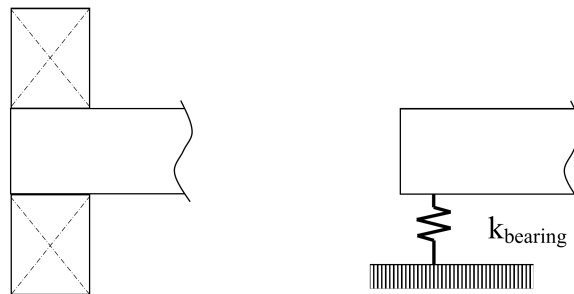


FIGURE 3.21 – Hypothèses des roulements

3.2.5 Détermination des raideurs équivalentes

Avant de présenter les modèles développés, nous avons besoin d'exprimer la raideur équivalente des différentes parties du rotor. Nous avons donc, pour un élément dx de notre rotor, assimilé à une poutre et selon la théorie d'Euler-Bernoulli

Le moment résultant de la contrainte par rapport au centre de la section est donné par [32] :

$$M = \int_S [(z\hat{e}_z + y\hat{e}_y) \times (\sigma_{xx}\hat{e}_x - \sigma_{xz}\hat{e}_z)] dS \quad (3.48)$$

Dans notre cas, nous ne considérons que le cas en deux dimensions car nous supposons que les deux premiers modes de vibration de l'axe dans le plan xy sont identiques aux modes de vibrations dans le plan yz . Le moment selon l'axe de l'arbre est donné par :

$$M_{xx} = \int_S z\sigma_{xx}dS \quad (3.49)$$

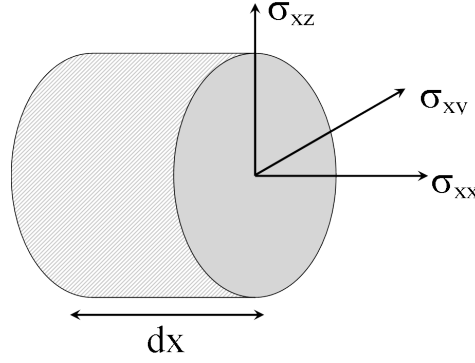


FIGURE 3.22 – Contraintes sur la section de l'élément dx

Nous calculons l'expression de la composante σ_{xx} du tenseur de contrainte au moyen de la loi de Hooke :

$$\sigma_{xx} = C_{11}\varepsilon_{xx} \quad (3.50)$$

Avec

$$C_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{ Le terme de la Loi de Hooke}$$

ν Le coefficient de Poisson du matériau

Nous pouvons noter ici que dans le cas de la théorie des poutres, cette dernière est assimilée à un ressort linéaire, et le terme C_{11} est égal au module de Young. Nous pouvons également exprimer ε_{xx} :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T) \quad (3.51)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u(x)}{\partial x} \quad (3.52)$$

$$= u_{0,x} - z \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \quad (3.53)$$

Nous réintégrons ce terme dans l'expression du Moment selon l'axe x :

$$M_{xx} = \int_S C_{11}z \left(u_{0,x} - z \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \right) dS \quad (3.54)$$

Afin d'étendre ce calcul à notre rotor, nous assumons une continuité du champ de déformation entre le matériau magnétique et le matériau de l'arbre. Nous pouvons donc exprimer cette intégrale pour le tronçon central :

$$M_{xx} = \sum_{i=1}^2 \int_0^{2\pi} \int_{D_{i-1}/2}^{D_i/2} C_{11,i} r \sin(\theta) \left(u_{0,x,i} - r \sin(\theta) \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \right) r d\theta dr \quad (3.55)$$

Avec

$$D_0 = 0$$

$$D_1 = D_{Shaft}$$

$$D_2 = D_{Magnet}$$

Et les coefficients de Hooke $C_{11,Shaft}$ et $C_{11,Magnet}$ correspondant à chaque matériau

L'intégration de cette expression donne moment de flexion selon l'axe de l'arbre :

Pour l'arbre nu

$$\begin{aligned} M_{xx,Shaft} &= -C_{11,Shaft} \frac{\pi D_{Shaft}^4}{64} \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \\ &= -C_{11,Shaft} I_{Shaft} \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Pour la partie centrale du rotor

$$\begin{aligned} M_{xx,Rotor} &= - \left(C_{11,Shaft} \frac{\pi D_{Shaft}^4}{64} + C_{11,Magnet} \frac{\pi (D_{Magnet}^4 - D_{Shaft}^4)}{64} \right) \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \\ &= - (C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}) \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Dans le cas d'une poutre de longueur L , et de section constante simplement appuyée, la raideur équivalente se calcule :

Pour l'arbre nu

$$k_{Shaft} = \frac{48 \cdot C_{11,Shaft} \cdot I_{Shaft}}{L^3} \quad (3.58)$$

Pour la partie centrale du rotor

$$k_{Rotor} = \frac{48 \cdot (C_{11,Shaft} \cdot I_{Shaft} + C_{11,Magnet} \cdot I_{Rotor})}{L^3} \quad (3.59)$$

3.2.6 Modélisation par un système à deux degrés de libertés

Le modèle considéré ici provient du livre "Mechanical Design of Electric Motors"[4] et suggère d'assimiler la totalité du rotor à un système masse-ressort à deux degrés de libertés. Nous allons décomposer le rotor en trois parties distinctes, représentées sur la Figure ci-dessous.

Comme nous pouvons le voir sur ce schéma, l'ensemble est donc décomposé en trois parties distinctes :

1. La partie gauche de l'arbre qui sera logée dans un roulement et sur laquelle sera fixé le capteur à effet Hall
2. Le coeur du rotor composé des aimants, des éventuelles flasques, ainsi que la pièce en polymère
3. La partie droite du rotor qui sera également logée dans un roulement

Nous avons choisi de ne pas modéliser la partie du rotor sur laquelle sera fixée l'outil ou l'accouplement. En effet, nous estimons que sa contribution dans le cadre de notre rotor peut être négligée.

Le rotor est donc assimilé à un système possédant deux degrés de libertés, modélisé par deux masses m_1 et m_2 séparées par deux ressorts, et est représenté à la Figure 3.24.

Avec

$$m_1 = m_3 = \rho_{Shaft} A_{Shaft} \frac{L_{Shaft} - L_{Magnet}}{2} ; m_2 = (\rho_{Magnet} A_{Magnet} + \rho_{Shaft} A_{Shaft}) L_{Magnet}$$

4. Le schéma est inspiré du livre de Wei Tong [4], adapté à notre modélisation

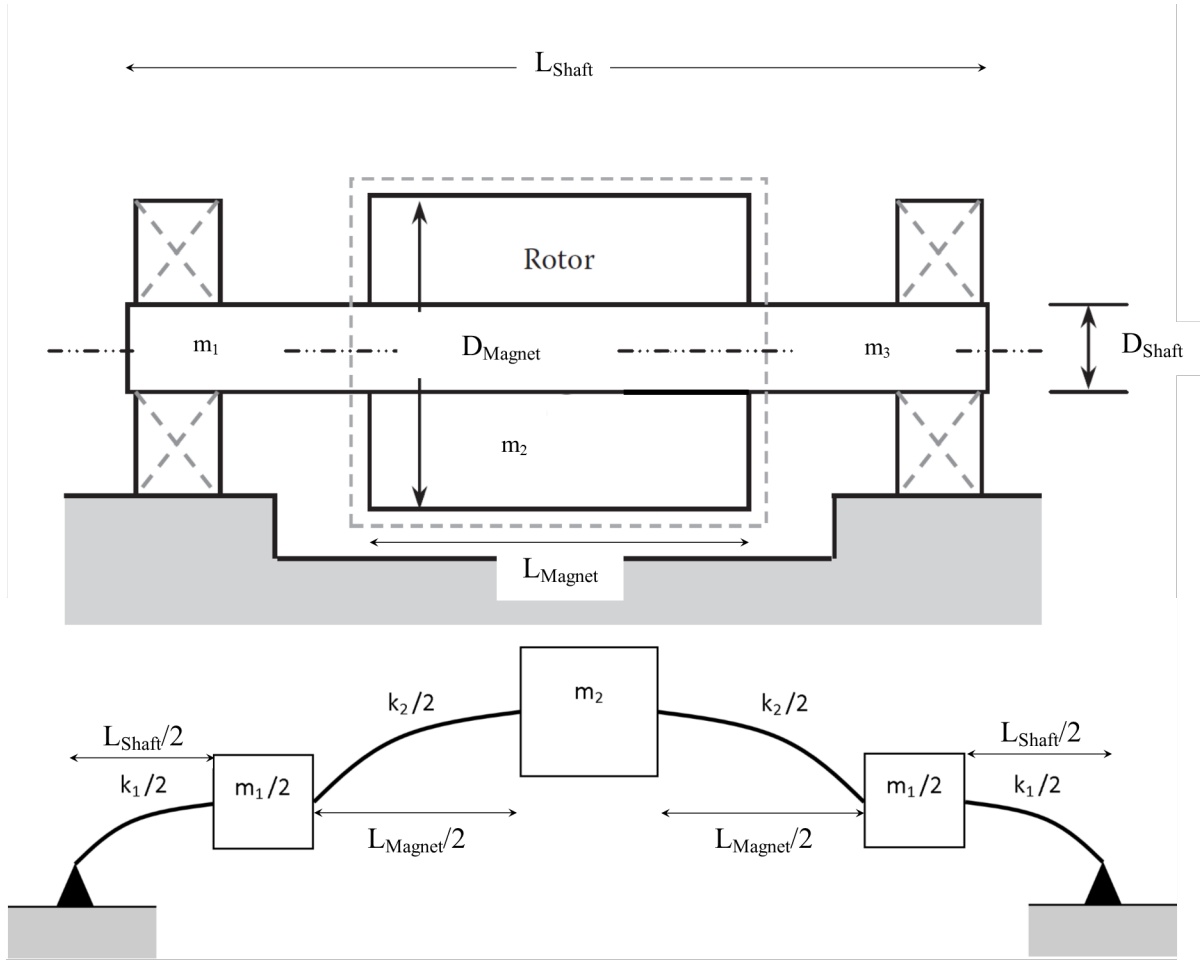


FIGURE 3.23 – Modèle utilisé pour l'analyse fréquentielle⁴

Et, par les equations 3.58 et 3.59

$$k_1 = \frac{48C_{11,Shaft}I_{Shaft}}{(L_{Shaft} - L_{Magnet})^3} ; k_2 = \frac{48(C_{11,Shaft}I_{Shaft} + C_{11,Magnet}I_{Rotor})}{L_{Magnet}^3}$$

Il y a donc deux équations du mouvement, une pour chaque degré de liberté du système :

$$m_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \quad (3.60)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0 \quad (3.61)$$

Les solutions des équations du mouvement peuvent se réécrire sous la forme suivante :

$$x_1(t) = X_1 \sin(\omega t - \phi) \quad (3.62)$$

$$x_2(t) = X_2 \sin(\omega t - \phi) \quad (3.63)$$

Avec X_1 et X_2 les constantes d'amplitude maximales de $x_1(t)$ et $x_2(t)$, et ϕ l'angle de déphasage. Les équations du mouvement deviennent donc :

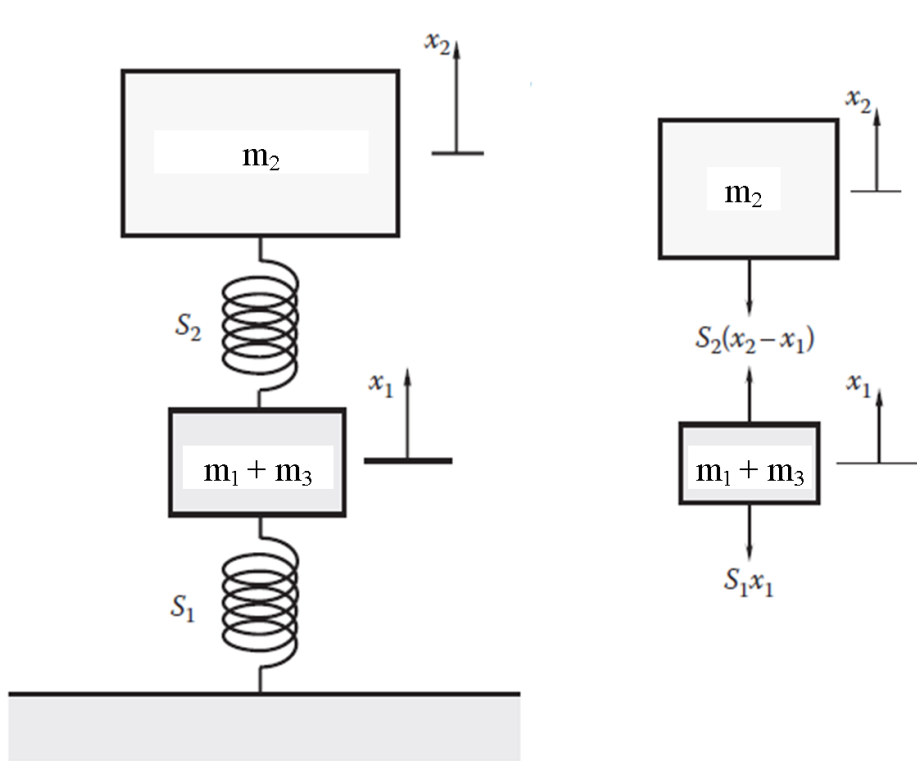


FIGURE 3.24 – Représentation du système à deux degrés de libertés

$$\left[-m_1\omega^2 + (k_1 + k_2) \right] X_1 - k_2 X_2 = 0 \quad (3.64)$$

$$-k_2 X_1 + \left[-m_2\omega^2 + k_2 \right] X_2 = 0 \quad (3.65)$$

Que nous pouvons réécrire sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) - m_1\omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - m_2\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.66)$$

Qui correspond au système suivant [33] :

$$\left[\mathbb{K} - \omega^2 \mathbb{M} \right] X = 0 \quad (3.67)$$

Avec \mathbb{K} la matrice de raideur et \mathbb{M} la matrice de masse du système

Afin de trouver les fréquences de résonance de ce système, nous devons trouver les valeurs propres de la matrice de raideur en annulant le déterminant de cette dernière ⁵ :

$$\omega^4 + \left(-\frac{k_2}{m_2} - \frac{k_1 + k_2}{m_1} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0 \quad (3.68)$$

La solution de ce polynôme est dès lors égale à :

5. Il est à noter ici que ce déterminant diffère de celui donné par le livre. En effet, en utilisant le déterminant fourni par le livre, nous aboutissons à des valeurs complexes pour les fréquences propres. Nous avons donc développé à nouveau le calcul de ce dernier et avons remarqué une erreur dans le livre.

$$\omega^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (3.69)$$

Avec

$$B = -\frac{k_2}{m_2} - \frac{k_1 + k_2}{m_1} \quad (3.70)$$

Et

$$C = \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \quad (3.71)$$

$$(3.72)$$

Les fréquences naturelles sont donc égales à

$$\omega_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (3.73)$$

$$\omega_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (3.74)$$

3.2.7 Modélisation par une poutre composite en flexion

Notre seconde approche se base également sur la dynamique des systèmes élastiques. Elle se base sur un raisonnement similaire au précédent modèle, étant donné que le précédent modèle se base sur la formulation avec la matrice de raideur (Voir Équation 3.67), le modèle considéré ici se base sur l'autre formulation :

$$[\mathbb{I} - \lambda \mathbb{A} \mathbb{M}] X = 0 \quad (3.75)$$

Avec

- \mathbb{A} la matrice des coefficients d'influences du système
- \mathbb{M} la matrice de masse du système
- $\lambda = \frac{1}{\omega^2}$

Nous devons donc déterminer la matrice des coefficients d'influences, afin de pouvoir trouver les racines du polynôme caractéristique. La définition de cette matrice est la suivante [33] : La composante \mathbb{A}_{ij} exprime le déplacement de la coordonnée généralisée i lorsque l'on applique un chargement stationnaire à l'emplacement de la coordonnée j

Pour pouvoir déterminer cette matrice, nous avons modélisé la déformée de l'arbre de manière similaire à une poutre en deux dimensions, comme l'on peut le voir à la Figure 3.25.

Avec :

$$F_1 = F_3 = 9.81m_1 \quad ; \quad F_1 = 9.81m_2$$

$$m_1 = \frac{(L_{Shaft} - L_{Magnet})(\rho_{Shaft} A_{Shaft})}{2} \quad ; \quad m_2 = (L_{Magnet})(\rho_{Shaft} A_{Shaft} + \rho_{Magnet} A_{Magnet})$$

Nous avons donc divisé la poutre en 4 parties, chacune définie par une longueur ainsi qu'une raideur équivalente (Figure 3.26). Afin de déterminer les expressions de la déformée de chacun

6. Le schéma est inspiré du livre de Wei Tong [4], adapté à notre modélisation

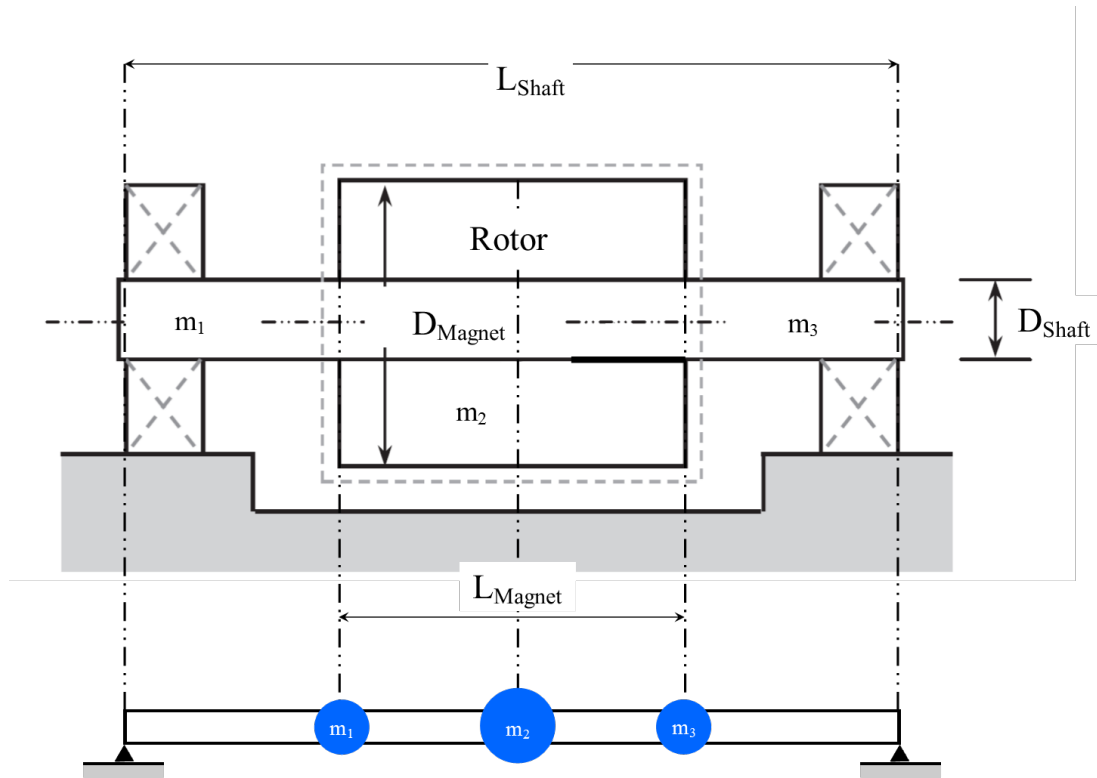


FIGURE 3.25 – Assimilation de l'arbre à une poutre composite horizontale⁶

des tronçons, nous devons dans un premier temps exprimer le moment résultant en fonction de la position x sur l'arbre.

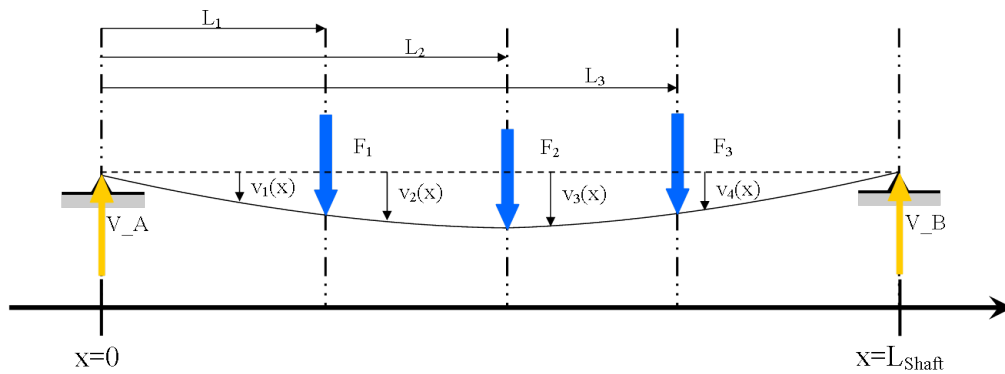


FIGURE 3.26 – Modélisation de la déformée de l'arbre

Nous pouvons également introduire les résultats fournis par les équations 3.56 et 3.57 afin d'établir les équations différentielles à résoudre, présentées dans le tableau 3.6.

Nous connaissons les valeurs de A_1 , A_2 , B_2 , A_3 , B_3 , A_4 et B_4 ⁷; il ne reste plus qu'à poser les conditions aux frontières afin de déterminer les coefficients restants. Ces conditions sont présentées dans le tableau 3.7.

L'allure de la déformée ainsi calculée est présentée à la Figure 3.27.

7. Nous n'avons pas détaillé les expressions complètes des différents facteurs pour des raisons de lisibilité. Pour le lecteur s'intéressant au développement complet menant à l'expression finale de la déformée, la section C.1 reprend toutes les équations résolues ainsi que les expressions des différents facteurs.

$x \in [0, L_1]$	$x \in [L_1, L_2]$	$x \in [L_2, L_3]$	$x \in [L_3, L_4]$
$M_1(x) = -C_{11,1}I_1 \frac{\partial^2 v_1(x)}{\partial x^2}$	$M_2(x) = -C_{11,2}I_2 \frac{\partial^2 v_2(x)}{\partial x^2}$	$M_3(x) = -C_{11,3}I_3 \frac{\partial^2 v_3(x)}{\partial x^2}$	$M_4(x) = -C_{11,4}I_4 \frac{\partial^2 v_4(x)}{\partial x^2}$
$v_1(x) = A_1 \frac{x^3}{6} + C_1 x + D_1$	$v_2(x) = A_2 \frac{x^3}{6} + B_2 \frac{x^2}{2} + C_2 x + D_2$	$v_3(x) = A_3 \frac{x^3}{6} + B_3 \frac{x^2}{2} + C_3 x + D_3$	$v_4(x) = A_4 \frac{x^3}{6} + B_4 \frac{x^2}{2} + C_4 x + D_4$

TABLE 3.6 – Équations à résoudre pour la déformée de l'arbre

$x = 0$	$x = L_1$	$x = L_2$	$x = L_3$	$x = L_{shaft}$
$v_1(x) = 0$	$v_1(L_1) = v_2(L_1)$ $v_1'(L_1) = v_2'(L_1)$	$v_2(L_2) = v_3(L_2)$ $v_2'(L_2) = v_3'(L_2)$	$v_3(L_3) = v_4(L_3)$ $v_3'(L_3) = v_4'(L_3)$	$v_4(L_{shaft}) = 0$

TABLE 3.7 – Conditions aux frontières pour le calcul de la déformée

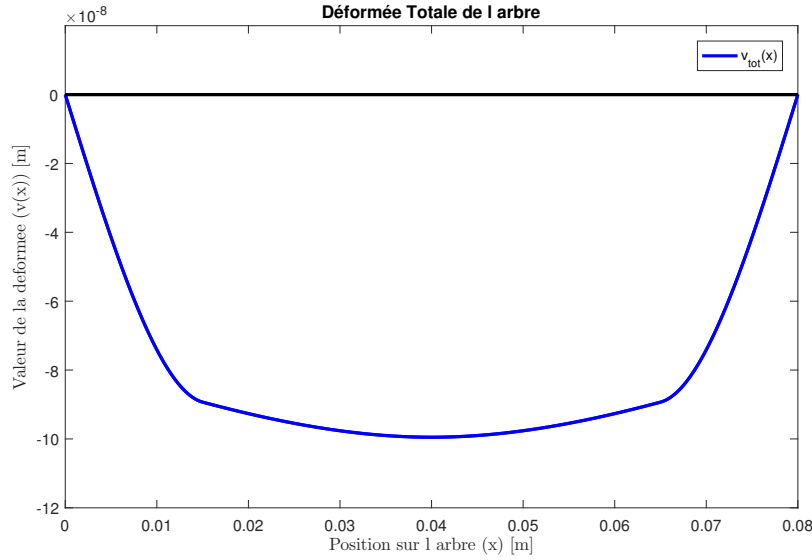


FIGURE 3.27 – Déformée de l'arbre complet

Nous pouvons dès lors calculer la matrice symétrique des coefficients d'influence :

$$\mathbb{A}_{ij} = \frac{v_{F_j}(x_i)}{F_j} \quad \forall i, j = 1, 2, 3 \quad (3.76)$$

Avec $v_{F_j}(x)$ l'expression de la déformée quand l'on applique uniquement la force F_j sur l'arbre en $x = L_j$

La matrice de masse s'obtient directement :

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Nous injectons donc les matrices \mathbb{A} et \mathbb{M} dans l'équation 3.75 et nous calculons les du valeurs

propres du système en annulant le déterminant de la matrice de gauche :

$$|\mathbb{I} - \lambda \mathbb{A} \mathbb{M}| = 0 \quad (3.78)$$

De cette manière, nous obtenons les valeurs propres λ_1 , λ_2 et λ_3 dont nous pouvons déduire les fréquences propres :

$$\omega_i = \sqrt{\frac{1}{\lambda_i}} \quad (3.79)$$

3.2.8 Validation des modèles

Nous avons effectué toutes les simulations⁸ sur base des deux mêmes matériaux, de l'acier Inoxydable EN 1.4031 (X39 CR13) pour l'arbre et du NdFeB fritté pour les aimants, dont les caractéristiques qui nous intéressent dans ce cas ci sont indiquées dans le tableau 3.8.

Propriétés des matériaux		
Matériaux	EN 1.4031	NdFeB
Grandeurs Physique	Valeur	Valeur
Module de Young		
E	215	155
$[GPa]$		
Densité		
ρ	7700	7400
$[kg/m^3]$		
Coefficient de Poisson		
ν	0.28	0.24
$[-]$		

TABLE 3.8 – Propriétés des matériaux utilisés

Dans l'optique de tester la pertinence de chacun des deux modèles, nous avons procédé à une série de simulations analytiques et numériques sur une même configuration afin de voir si les résultats fournis étaient cohérents. Le modèle utilisé pour chaque simulation est celui repris sur les Figures 3.25 et 3.24. La configuration ainsi que les paramètres que nous avons fait varier sont indiqués dans le tableau 3.9.

Configuration du rotor			
Dénomination	Abréviation	Valeur	Unités
Longueur de l'arbre	L_{Shaft}	80	$[mm]$
Diamètre de l'arbre	D_{Shaft}	4	$[mm]$
Longueur de l'aimant	L_{Magnet}	30 → 70	$[mm]$
Diamètre de l'aimant	D_{Magnet}	12.6, 18.9	$[mm]$

TABLE 3.9 – Configurations du rotor étudiées

Pour ce faire, et au vu de la grande quantités de modes retournés par l'analyse modale numérique, nous devons dans un premier temps chercher les modes correspondant au cas analytique.

8. Analytiques et numériques

Pour ce faire, nous avons décidé de représenter les modes propres pour chaque configuration, et ce en affichant la valeur des vecteurs propres du mode aux différents points considérés. Nous pouvons observer à la Figure 3.28 l'allure des modes pour différentes configurations.

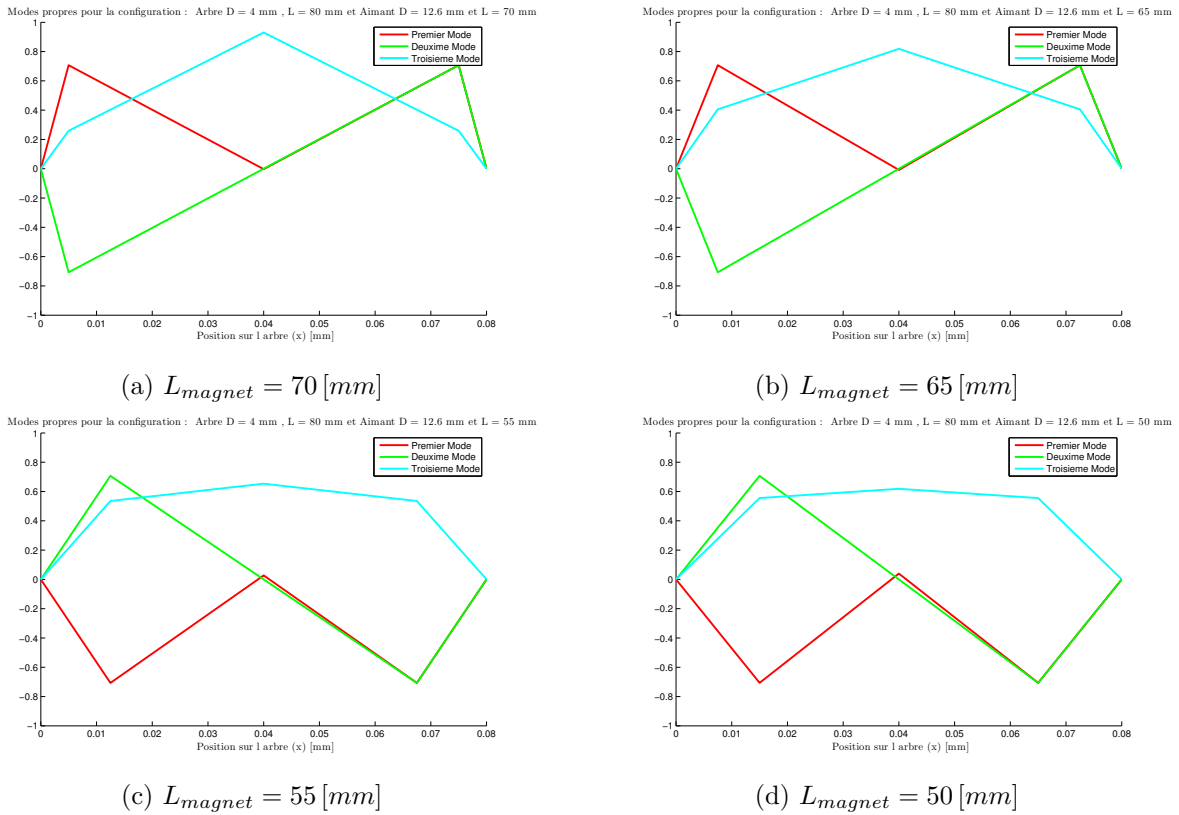


FIGURE 3.28 – Allure des modes propres pour plusieurs configuration

Les illustrations aux Figures 3.29, 3.30 et 3.31 montrent l'allure des différents modes retournés par notre modèle (à droite) et leur équivalent numérique (à gauche).

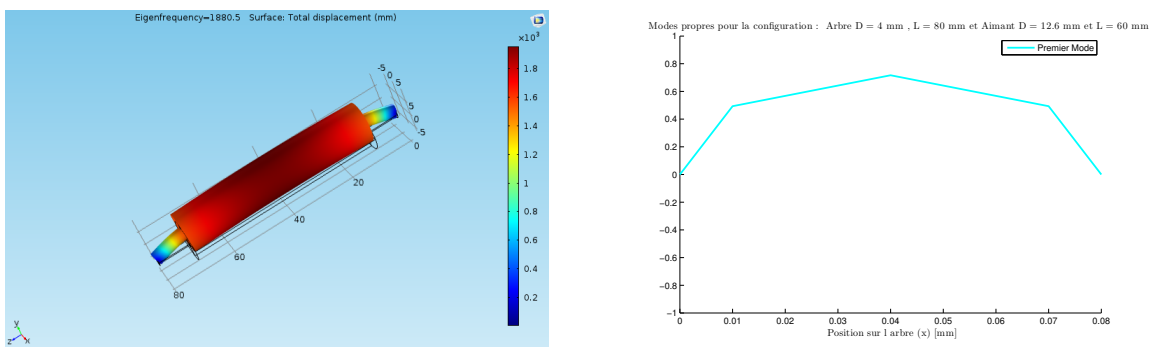


FIGURE 3.29 – Premier mode propre

Il est intéressant d'effectuer une comparaison de chaque modèle. Quelques uns des résultats de simulations ont été repris dans le tableau 3.10. La totalité des résultats des simulations peuvent être retrouvés à la section C.2.

À la première lecture de ce tableau, nous pouvons voir que le modèle ne prédit pas de manière raisonnable les deuxièmes et troisièmes modes de notre rotor⁹. Cela peut s'expliquer par le fait

9. Nous avons décidé de n'inclure les résultats que pour une seule valeur du diamètre dans ce tableau afin de

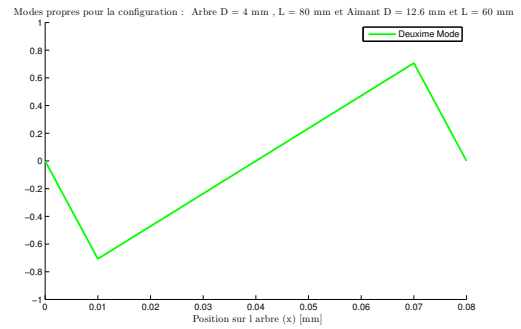
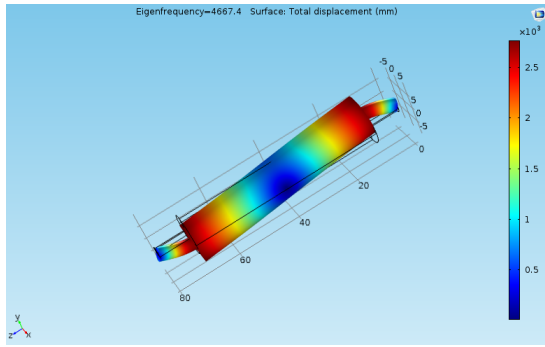


FIGURE 3.30 – Deuxième mode propre

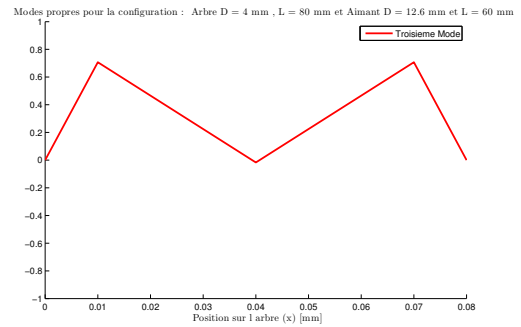
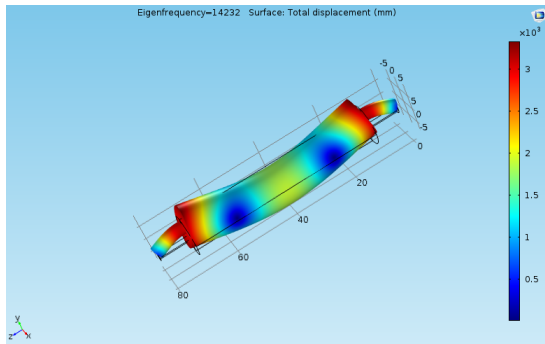


FIGURE 3.31 – Troisième mode propre

que dans le calcul de la déformée, nous nous basons sur une déformée statique dont la forme est caractéristique du premier mode de résonance.

De plus, notre modèle étant très simplifié afin de pouvoir calculer ce mode de manière analytique, nous négligeons beaucoup de paramètres entrant en compte dans la résonance.

Un modèle plus précis aurait été celui illustré à la Figure 3.32 (Les parties hachurées aux extrémités représentent des poutres sans masse possédant les propriétés de l'arbre nu¹⁰ et les parties hachurées au centre représentent des poutres sans masses possédant les propriétés de l'ensemble arbre-aimant¹¹).

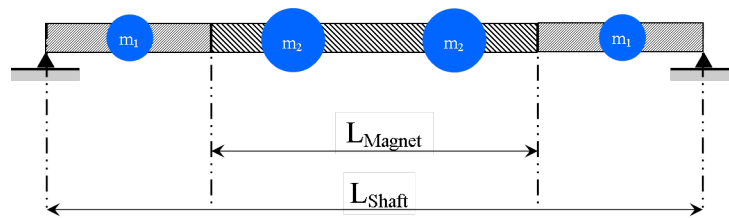


FIGURE 3.32 – Modèle plus précis envisageable

En modélisant de cette manière, cela permettrait d'étudier quelques aspects supplémentaires qui ont été négligés dans le modèle décrit ci-dessus :

- En représentant la partie centrale par deux masses séparées, nous n'ignorons plus l'inertie vibratoire engendrée par celle-ci. Cette partie étant en effet plus longue, plus lourde et

s'en rendre compte. Le tableau complet des résultats de simulations se trouvent dans l'annexe C.2

10. Telles que calculées par l'équation 3.56

11. Telles que calculées par l'équation 3.57

Comparaison des résultats analytiques et Numériques					
	Wei Tong	Déflexion	Comsol	Erreur Wei Tong	Erreur Déflexion
L = 75 [mm]					
D = 25,2					
1	484,7	4969,1	2620,0	81,5	89,7
2		279090,0	4930,0		5561,1
3	147389,2	323570,0	15750,0	835,8	1954,4
D = 18,9					
1	641,3	4016,7	3090,0	79,2	30,0
2		274936,0	6530,0		4110,4
3	83545,35951	296813,0	14360,0	481,8	1966,9
D = 15,75					
1	760,9	3414,6	3180,0	76,1	7,4
2		268780,0	7550,0		3460,0
3	58685,2	286020,0	14220,0	312,7	1911,4
D=12,60					
1	923,8	2764,6	3017,0	69,4	8,4
2		253648,0	8575,0		2858,0
3	38698,5	270391,0	14970,0	158,5	1706,2
L = 70 [mm]					
D = 25,2	501,5	3300,3	1962,0	74,4	68,2
D = 18,9	663,8	3366,5	2430,0	72,7	38,5
D = 15,75	788,6	3144,5	2643,0	70,2	19,0
D=12,60	961,1	2715,9	2700,0	64,4	0,6
L = 65 [mm]					
D = 25,2	520,1	2123,0	1426,0	63,5	48,9
D = 18,9	688,6	2507,6	1825,0	62,3	37,4
D = 15,75	818,7	2603,4	2067,0	60,4	26,0
D=12,60	1000,8	2498,3	2278,0	56,1	9,7
L = 60 [mm]					
D = 25,2	540,9	1488,5	1077,0	49,8	38,2
D = 18,9	716,0	1868,5	1406,0		32,9
D = 15,75	851,7	2068,7	1630,0	47,7	26,9
D=12,60	1043,3	2178,4	1880,0	44,5	15,9

TABLE 3.10 – Comparaison des résultats analytiques et numériques

plus rigide que les extrémités, elle sera moins susceptible aux vibrations dans les premiers modes. (Figure 3.33)¹²

- En représentant les extrémités par des masses placées entre deux poutres, nous ne négligeons plus l'influence de la masse sur les modes propres des extrémités de l'arbre. (Figure 3.34)¹³

Pour ce qui est du calcul du premier mode, et comme le montre les graphes de la Figure 3.35, les modèle analytique fournissent une approximation relativement correcte dans le cadre de notre rotor.

Nous voyons que le modèle analytique implémentant la déformée (en vert) donne une

12. Deuxième mode de vibration pour la configuration : $L_{Shaft} = 80mm$ $D_{Shaft} = 4mm$ $L_{Magnet} = 40mm$ $D_{Magnet} = 12.6mm$

13. Troisième mode de vibration pour la configuration : $L_{Shaft} = 80mm$ $D_{Shaft} = 4mm$ $L_{Magnet} = 20mm$ $D_{Magnet} = 12.6mm$

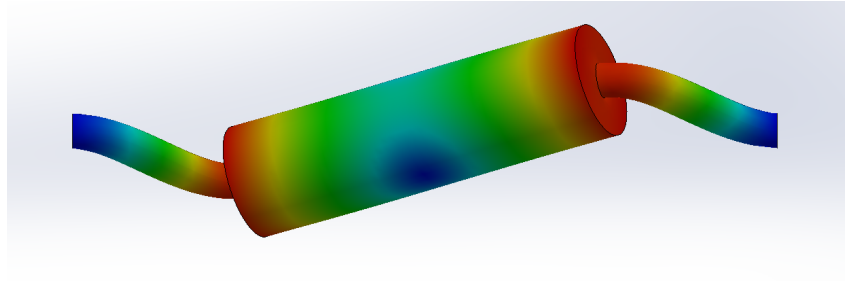


FIGURE 3.33 – Deuxième mode de vibration

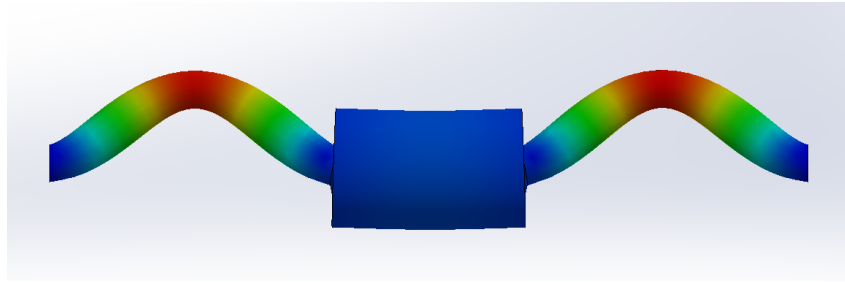


FIGURE 3.34 – Troisième mode de vibration

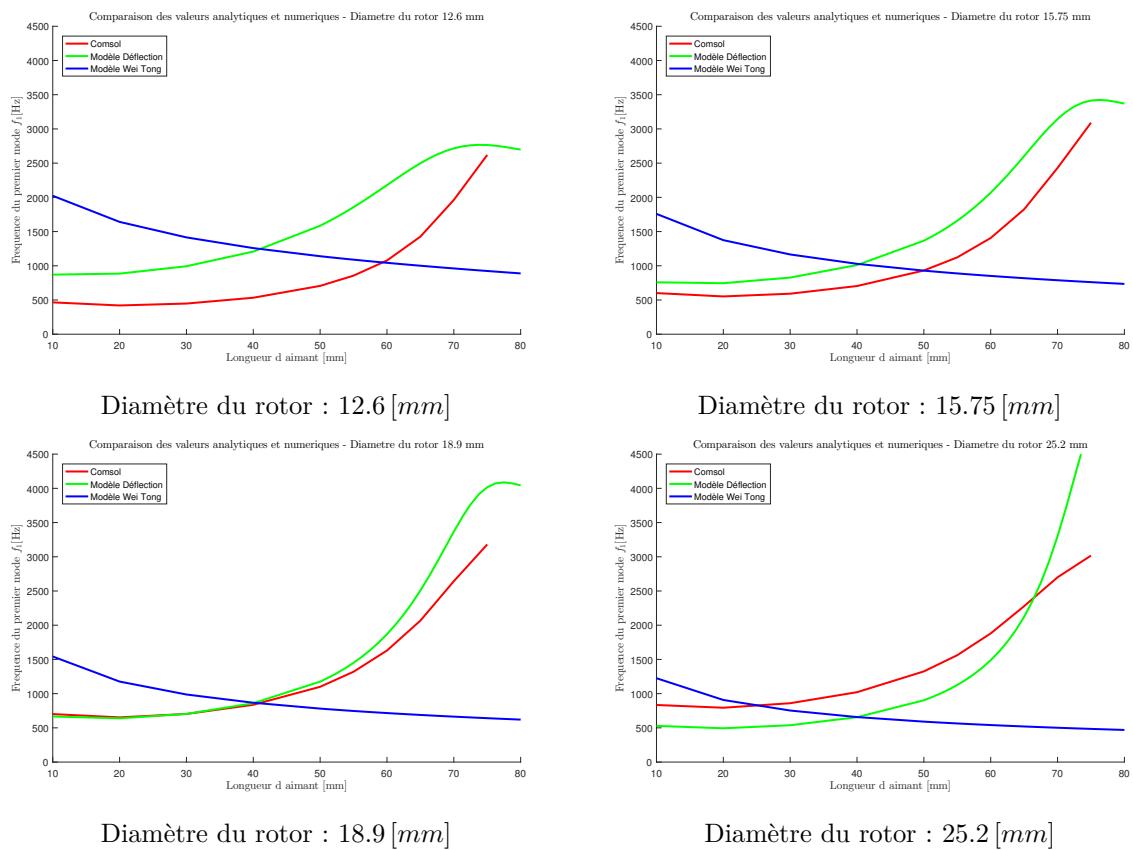


FIGURE 3.35 – Fréquence du premier mode pour différentes configurations avec les différents modèles

approximation avec une erreur raisonnable pour la première fréquence propre et que l'allure de la courbe du modèle reflète assez bien la réalité. L'erreur moyenne observée pour ce modèle est de 23.44% s'échelonnant de 0.6% à 87.7%. On ne remarque des valeurs supérieures à 35% d'erreur

que pour des rotors de rapport D_{Shaft}/D_{Magnet} et L_{Shaft}/L_{Magnet} inférieur à 0.16 et supérieur à 0.8125 respectivement.

Quant au modèle tiré du Wei Tong, on peut remarquer que sa courbe affiche une tendance inverse quant à l'allure des fréquences calculées numériquement. L'erreur moyenne observée pour ce modèle est de 63.80% s'échelonnant de 14.0% à 163.5%. Ce modèle n'est pas aussi précis que le premier mais demeure intéressant car il sous-estime la fréquence du premier mode propre. Une utilisation d'un tel modèle dans une phase de dimensionnement analytique pourrait ainsi servir de "sécurité" quant à l'estimation du premier mode.

3.2.9 Comparaison des résultats à un modèle réaliste

Le modèle présenté dans cette section se base sur une configuration simplifiée, étant donné que nous avons négligé l'influence de certains paramètres, tel que la présence de flasque. Un point intéressant de cette simplification est que nous pouvons appliquer les modèles, du moins en théorie, aussi bien pour le modèle avec chemise que celui avec des flasques. Nous allons donc étudier la pertinence de notre modèle dans le cas où ne considérons plus un modèle en élément fini simplifié mais bien un modèle plus proche de la réalité. Le modèle utilisé Comsol est visible à la Figure 3.36 avec son équivalent en Comsol.

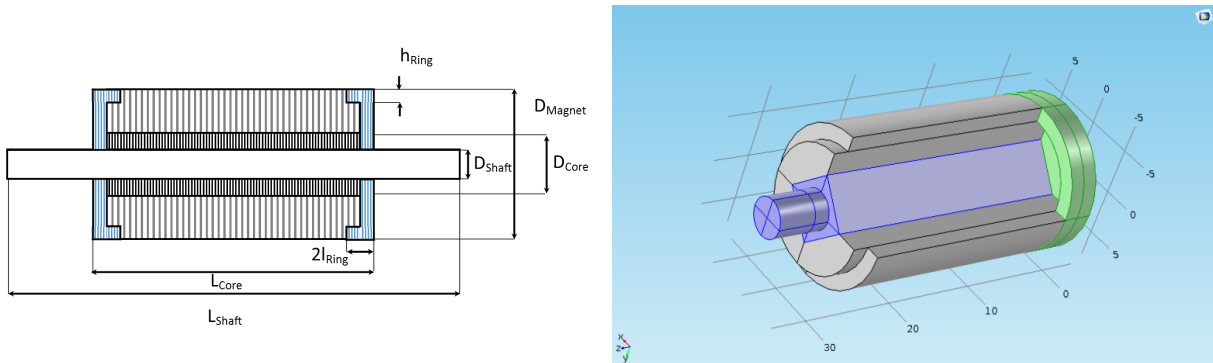


FIGURE 3.36 – Représentation des paramètres utilisés et le modèle Comsol

De nouveau, nous avons implémenté des appuis simples de part et d'autre du rotor, et nous n'avons pas pris en compte la portion de l'arbre nécessaire pour l'accouplement de l'outil. Les résultats des simulations sont repris dans le tableau 3.11.

Nous pouvons voir dans les résultats que l'erreur du modèle de la déformée reste en dessous de la barre des 50% pour la plupart des valeurs. Nous assumons donc que le modèle prédit de manière efficace la première fréquence de résonance d'un rotor avec une erreur d'approximation estimée à 50% .

De nouveau, le modèle de Wei Tong effectue une estimation de la première vitesse critique. Cela reste intéressant malgré l'erreur retournée, car il est préférable de sous-estimer la fréquence, dans une certaine mesure bien sur.

	Modèle			Erreur	
	f_1 Wei Tong	f_1 Deflection	f_1 Comsol	Wei Tong	Déflexion height
	$L_{core} = 30mm$				
$D = 12, 60[mm]$	1388,7	3531,6	5712,0	75,7	38,2
$D = 15, 75[mm]$	1115,3	2466,5	4710,0	76,3	47,6
$D = 18, 90[mm]$	1058,1	2005,7	3989,0	73,5	49,7
	$L_{core} = 25mm$				
$D = 12, 60[mm]$	1260,4	2389,4	4740,0	73,4	49,6
$D = 15, 75[mm]$	1322,2	2924,3	3888,0	66,0	24,8
$D = 18, 90[mm]$	1622,5	4126,5	3228,0	49,7	27,8
	$L_{core} = 20mm$				
$D = 12, 60[mm]$	1937,6	4928,1	4027,0	51,9	22,4
$D = 15, 75[mm]$	1617,5	3577,6	3213,0	49,7	11,3
$D = 18, 90[mm]$	1554,5	2947,7	2690,0	42,2	9,6

TABLE 3.11 – Résultats des simulations

3.3 Phénomène de fatigue

Lorsque l'on réalise une étude mécanique d'un outil pourvu d'un arbre rotatif, il est raisonnable de se soucier de l'utilité d'une analyse en fatigue de celui-ci. Pour notre étude, nous avons tenté de réunir l'ensemble des phénomènes pouvant être à l'origine d'une charge alternée au sein du rotor.

La simple présence d'un balourd n'est pas génératrice de fatigue, car celui-ci étant fixe par rapport au rotor, il tourne naturellement avec l'ensemble. La sollicitation de l'arbre ne varie donc pas, surtout à vitesse de rotation élevée, l'action de la gravité pouvant être négligée par rapport à l'effet centrifuge. Nous illustrons cela à la Figure 3.37 [29].

Le rotor illustré possède un balourd qui, combiné avec l'effet centrifuge, provoque la déflexion de l'arbre, visible en (a). Cette déflexion tourne autour de l'axe de rotation, comme illustré en (b) avec une vue selon le plan x-y. Ce phénomène est appelé *whirling*. Pour un rotor tournant à vitesse Ω , la vitesse angulaire ω du tournoiement est identique. La zone en traction, bleutée, reste donc toujours en traction et celle en compression est maintenue en compression. Ce phénomène est assimilable à celui de la lune qui présente toujours la même face à la terre.

De la même manière, les déflexions dues aux modes propres du rotor ne provoquent pas de charges alternées.

Un scénario pouvant être à l'origine d'un phénomène de fatigue important est celui dans lequel le rotor subirait une alternance soutenue d'accélération et de décélération, ou des variations fréquentes du sens de rotation. Cette situation pourrait faire l'objet d'une étude ultérieure.

Dans le cas où l'axe du rotor se trouvait décentré par rapport au stator, une sollicitation cyclique pourrait apparaître. Les aimants permanents seraient alors effectivement attirés vers le décentrage, générant ainsi une force de direction fixe par rapport au stator et causant la fatigue du rotor.

Il serait utile d'étudier en détail les brevets se préoccupant du centrage du rotor dans le stator. En parcourant la classification CPC telle que décrite à la section 1.2.1, on y découvre que le code **H02K15/16** décrit cette fonction. Son arborescence est la suivante :

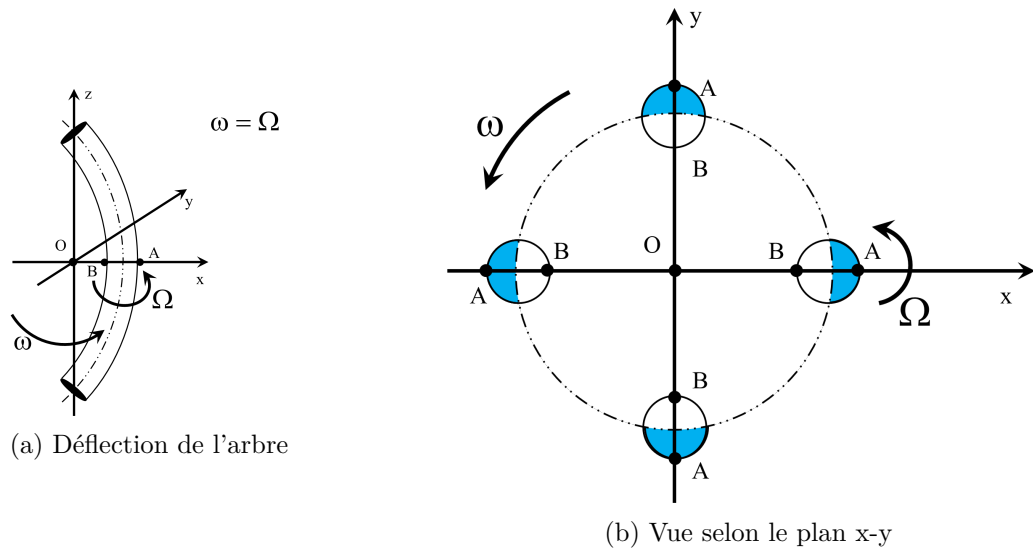


FIGURE 3.37 – Phénomène de *whirling*. Illustration de Genta [29]

H – Electricity

├─ H02 – Generation ; conversion or distribution of electric power

├─ H02K – Dynamo-electric machines

├─ H02K 1/00 – Details of the magnetic circuit

└─ H02K 15/00 – Methods or apparatus specially adapted for manufacturing ;
assembling ; maintaining or repairing of dynamo-electric machines

└─ H02K 15/16 – Centering rotors within the stator ; Balancing rotors

Une recherche groupée par famille avec ce code CPC révèle plus de 850 brevets sur le sujet. En restreignant la recherche à ceux incluant le terme *centering* dans leur titre, abstract ou revendications, ce nombre est réduit à 157.

Conclusions des modélisations analytiques

L'objectif de ce chapitre était de développer des modèles analytiques de divers aspects du rotor. Ces modèles doivent permettre une optimisation efficace de différents paramètres du rotor pour une configuration choisie. D'autre part, ce chapitre avait la volonté de pouvoir se prononcer sur la solution à préférer parmi les avant-projets finaux, suivant les applications.

Dans un premier temps, l'étude s'est portée sur les contraintes mécaniques au sein du rotor pour la solution avec chemise. Le modèle utilisé était largement inspiré de celui développé par Pfister [23]. Il a été confronté à une étude numérique par éléments finis, révélant des résultats assez concordants pour un aimant d'une seule pièce, mais devant être adapté pour être appliqué à un rotor à plusieurs aimants. Pour les dimensions de moteurs et les gammes de vitesses qui nous intéressent, l'épaisseur de chemise varie généralement entre 0.1 et 0.6 [mm].

Ensuite, la solution avec flasques a été considérée. Une première partie s'est intéressée au dimensionnement des flasques, tandis que la deuxième section s'est davantage penché sur les contraintes dans les aimants, en s'appuyant sur la théorie des poutres. L'étude des flasques a

révélé que les dimensions requises pour les épaulements sont relativement petites, ce qui est magnétiquement séduisant. L'examen des contraintes dans les aimants a permis de conclure que le rotor doit conserver des dimensions modérées.

Le deuxième volet de ce chapitre s'est intéressé à l'analyse modale du rotor et la recherche de ses vitesses critiques. Deux approches ont été utilisées, et ont ensuite été validées numériquement. Ce modèle analytique permet d'estimer avec un certain degré de précision la fréquence du premier mode vibratoire. Des suggestions d'améliorations ont également été avancées.

Enfin, une précision sur le phénomène de fatigue dans le rotor a été proposée et la pertinence de ce type d'analyse dans le cadre de notre étude a été clarifiée. Cette section fournit une explication sur le décentrage du rotor pouvant être à l'origine d'une sollicitation cyclique, et suggère une piste d'étude du sujet.

Conclusions

Ce travail avait pour objectif d'étudier, concevoir et caractériser un rotor pour moteur BLDC à hautes performances.

Le premier intérêt de cette étude résidait dans le rassemblement d'informations sur le sujet au travers d'une recherche d'antériorité. Le but de cette recherche était double : se parer pour la procédure de conception qui suivrait, mais également éviter d'entrer en conflit avec un quelconque brevet. Ce deuxième objectif s'est avéré un peu optimiste. Tant le nombre élevé de brevets à parcourir que l'invraisemblance d'en obtenir une liste exhaustive ont conduit à réévaluer les objectifs, pour se concentrer entièrement sur la construction d'un inventaire des solutions possibles.

La méthode de recherche a été régulièrement repensée. Il en ressort qu'il n'existe pas de démarche strictement infaillible pour l'exploration de brevets, mais qu'il est néanmoins possible d'exploiter un grand nombre d'outils qu'une multitude de sites internet mettent à disposition, en particulier le site **PatentInspiration**. D'autres solutions sont possibles, telles que le recourt à des organismes spécialisés dans la propriété intellectuelle, pouvant disposer de logiciels de recherche très performants.

Le fruit de cette recherche est incarné sous forme d'un tableau révélant les informations principales des brevets étudiés et proposant une classification du design selon une série de critères. La réalisation de ce tableau constituait déjà une partie du processus de conception, car elle permettait d'identifier les fonctions techniques qu'allait devoir remplir le rotor, et de rassembler une large quantité de solutions à ces fonctions.

C'est sur cette base solide qu'a pu être entreprise la deuxième étape de ce travail, celle de la conception du rotor à proprement dite. La rédaction du cahier de charge, la réalisation de l'analyse fonctionnelle et la composition d'un graphe morphologique ont permis de produire trois solutions d'avant-projets préliminaires. La première est dotée de flasques placés de part et d'autre des aimants. La deuxième est munie d'une chemise et d'anneaux d'équilibrage, tandis que la dernière est pourvue de la chemise seule. Ces solutions ont été évaluées selon une série de critères ; certaines appréciations laissaient parfois une grande place à l'intuition. Bien que les résultats de la comparaison n'allaient pas dans ce sens, ce sont les deux premières solutions qui ont été retenues pour une étude en profondeur.

La première attention fût portée sur les performances magnétiques de ces deux solutions. L'objectif était de savoir selon quels paramètres un modèle pouvait être préférable à l'autre. Cette analyse a été réalisée numériquement, en comparant le champ magnétique produit par deux rotors de dimensions égales. Certains paramètres mécaniques tels que l'épaisseur de la chemise n'étant pas connus, ils ont été choisis d'après des informations trouvées dans la littérature ou empruntés de moteurs concurrents. Les éléments examinés furent intensité du champ magnétique au milieu de l'entrefer et la valeur du flux magnétique au milieu de l'entrefer sur une moitié de moteur. Les résultats étaient nettement plus favorables à la solution à flasques qu'à celle à

chemise. Hormis pour des rotors de faible rapport longueur/rayon, l'augmentation de la largeur de l'entrefer pénalisait fortement le modèle avec chemise. Toutefois, l'analyse mécanique effectuée au troisième chapitre a pu démontrer que pour de longs rotors, la solution à flasques perd de l'intérêt au profit de la solution avec chemise.

L'analyse mécanique constitue un objectif important de ce travail. L'intérêt de cette étude était d'obtenir une formulation analytique des contraintes pouvant apparaître dans divers pièces du rotor. Elle débute par un calcul des contraintes présentes dans le rotor pour la solution avec chemise. L'approche choisie dans un premier temps fût inspirée de celle de Pfister [23], mais n'est valable que pour un rotor avec un aimant d'une seule pièce. Une adaptation de ce modèle ayant été proposée est d'imposer des contraintes tangentielles nulles aux interfaces entre les aimants. Malheureusement, aucune solution analytique n'a pu être soutirée de l'équation différentielle obtenue. Un modèle simplifié a alors été considéré en se basant sur une expression des contraintes dans un cylindre fin formulée par Roark [25]. Un modèle similaire a été exprimé pour obtenir les contraintes dans les flasques. Une comparaison avec des modèles numériques ont cependant établi que ce modèle surévaluait ces niveaux de contraintes.

Une expression des contraintes dans les aimants retenus par des flasques a été trouvée grâce à la théorie des poutres. Les résultats obtenus par raisonnement analytique concordent avec les solutions trouvées numériquement. Elles ont permis de conclure que les flasques constituent une solution très attirante pour des rotors de longueur petite à moyenne.

Le travail avait également pour objectif de trouver une expression analytique des premiers modes propres du rotor. Deux approches ont été proposées. L'une fournit des valeurs pour le premier mode de résonance du rotor qui coïncident convenablement avec les résultats calculés par éléments finis. L'autre retourne des fréquences dont l'erreur par rapport aux résultats numériques est trop importante que pour considérer le modèle fidèle à la réalité. Toutefois, il sous-estime la fréquence du premier mode propre, ce qui permet d'assurer qu'aucun phénomène de résonance ne puisse survenir en fonctionnant en-deçà de cette valeur.

Enfin, une discussion concernant le phénomène de fatigue a été apportée. Elle suggère que le décentrage du rotor par rapport au stator pourrait être à l'origine de sollicitations cycliques et propose une approche pour explorer le sujet.

Bibliographie

- [1] Bruno Dehez and François Baudart. Winding for a rotating electrical machine and method for designing such a winding, 2013. European Patent EP13173946.
- [2] Espacenet. Famille de brevets. https://worldwide.espacenet.com/help?locale=fr_EP&method=handleHelpTopic&topic=patentfamily, June 01 2017.
- [3] D. Ramon, H. Fritschy, J.O. Schulze, H.G. Jansing, R. Pittini, M.H. Lam, and A. Boletis. Small electric motor, December 15 2011. US Patent App. 13/156,829.
- [4] Wei Tong. *Mechanical Design of Electric Motors*. CRC Press, 2014.
- [5] Schneider Helmut. Drive unit for actuator drive including an electric motor and actuator drive, 2013. U.S. Patent 20130104682.
- [6] Sheng-Lian Lin and Yu-Ying Lin. Motor, 2015. U.S. Patent 20150054368.
- [7] Evans Steven Andrew. Rotor for an electric motor, 2013. Chinese Patent 103166351.
- [8] Naoki Kamiya and Takanori Koga. Electric motor, 2015. European Patent 2843805.
- [9] Dohogne L. Ranney. Dynamoelectric machine rotor assembly with improved magnet retention structure, 1990. U.S. Patent 4973872.
- [10] K. Dobler and M. Huebel. Ensemble de refoulement pour carburant, August 19 1999. WO Patent App. PCT/DE1999/000,343.
- [11] D. Maier, J. Schmid, B. Reinsch, S.A. Evans, J. Geissler, A. Huber, M. Peters, H. Sponar, and J. Weidlich. Oberflächen- magnete und vergrabene magnete für einen rotor oder stator einer elektrischen maschine, der eine haltegeometrie aufweist, December 24 2014. DE Patent App. DE201,310,211,858.
- [12] H. Aso, K. Sakanobe, M. Yamamoto, H. Ishii, J. OYA, et al. Pump, refrigeration cycle device, and method for producing pump, August 8 2013. WO Patent App. PCT/JP2012/000,596.
- [13] Kouji Kobayashi and Takeshi Tamaki. Rotor of electric motor having structure for attaching magnet securely to outer circumferential surface of rotor core and manufacturing method thereof, 2013. Chinese Patent 103259355.
- [14] T. Grüner and E. Mattes. Rotoranordnung und verfahren und vorrichtung zur herstellung einer rotoranordnung, June 8 2006. DE Patent App. DE200,410,058,414.
- [15] Yoshihiko Honda, Yoichi Kawakita, and Hanai Kazumichi. Brushless motor, 2013. Chinese Patent 103219813.
- [16] A.I. NEHRING, S.A. Jones, and F.B. Jones. Magnet retention on rotors, November 7 2013. CA Patent App. CA 2,872,523.
- [17] maxon motor. Ec-4pole. <http://www.maxonmotor.com.au/maxon/view/news/MEDIARELEASE-Brushless-DC%20motor-EC-4pole-32-HD-with-planetary-gearhead>, May 28 2017.
- [18] Pr. J. Lecomte-Beckers. Physique des matériaux : Partie polymères. <http://www.metaux.ulg.ac.be/Fichierpourtelech/polym/ch%208.pdf>, May 31 2017.

- [19] ams. As5047d high speed position sensor. <http://ams.com/eng/Products/Magnetic-Position-Sensors/Angle-Position-On-Axis>, May 28 2017.
- [20] J. Ormerod. Powder metallurgy of rare earth permanent magnets. *The International Journal of Powder Metallurgy*, 25(3) :197–205, 1989. American Powder Metallurgy Institute.
- [21] René Larsonneur. *Design and Control of Active Magnetic Bearing Systems for High Speed Rotation*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, 1990.
- [22] Bomatec. Ndfeb magnets. <http://www.bomatec.ch/en/magnet-technology/ndfeb-magnets.html>, June 02 2017.
- [23] Pierre-Daniel Pfister and Yves Perriard. A 200 000 rpm, 2 kw slotless permanent magnet motor. In *International Conference on Electrical Machines and Systems*, pages 3054–3059, Wuhan, China, Oct 2008. IEEE. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL).
- [24] Yves Perriard Guillaume Burnand, Douglas Martin Araujo. Very-high-speed permanent magnet motors :mechanical rotor stresses analytical model. IEEE, May 2017. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL).
- [25] Warren C Young. *ROARK'S - Formulas for Stress & Strain - 6th Edition*. McGRAW – HILL INTERNATIONAL EDITIONS, 1989.
- [26] Kurt M. Marshek Robert C. Juvinal. *Fundamentals of MACHINE COMPONENTS DESIGN, Fourth Edition*. Wiley International - John Wiley & Sons, 2006.
- [27] Guillaume Burnand, Douglas , Martins Araujo, and Yves Perriard. Very-high-speed permanent magnet motors : Mechanical rotor stresses analytical model. Technical report, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Neuchâtel, Switzerland, 2017.
- [28] R. H. Staunton, S. C. Nelson, P. J. Otaduy, J. M. McKeever, J. M. Bailey, S. Das, and R. L. Smith. Pm motor parametric design analyses for a hybrid electric vehicle traction drive application — final report. Technical report, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, September 2004.
- [29] Giancarlo Genta. *Dynamics of Rotating Systems*. Mechanical Engineering Series. Springer Science, 2005.
- [30] Senior Member IEEE Jason D. Ede, Z. Q. Zhu and David Howe. Rotor resonances of high-speed permanent-magnet brushless machines. *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS*, 38, No 6 :1542–1548, 2002.
- [31] Chellapilla Kameswara Rao. Finite element analysis of free flexural vibrations of a rotor-bearing system with permanent magnetic bearings. *International Journal of Mechanical Engineering and Automation*, 3, No 6 :221–230, 2016.
- [32] Issam Doghri. *Mechanics of Deformable Solids - Linear, nonlinear, analytical and computational aspects*. Université Catholique de Louvain.
- [33] Laurent Delannay. *Dynamics of elastic systems - Parts II and IV*. Louvain School of Engineering, 2014.

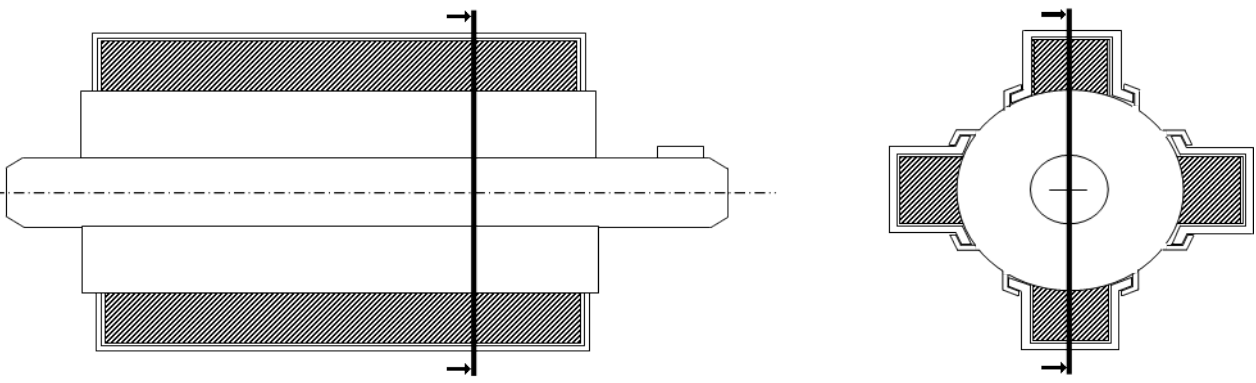
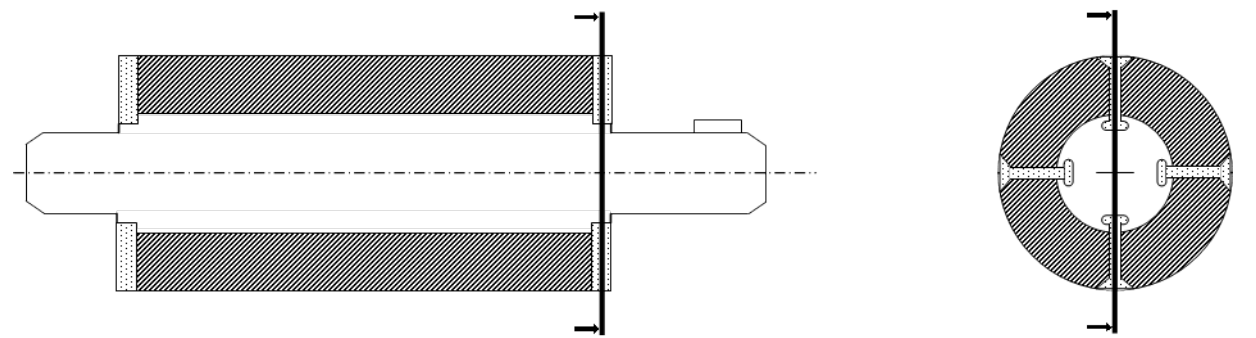
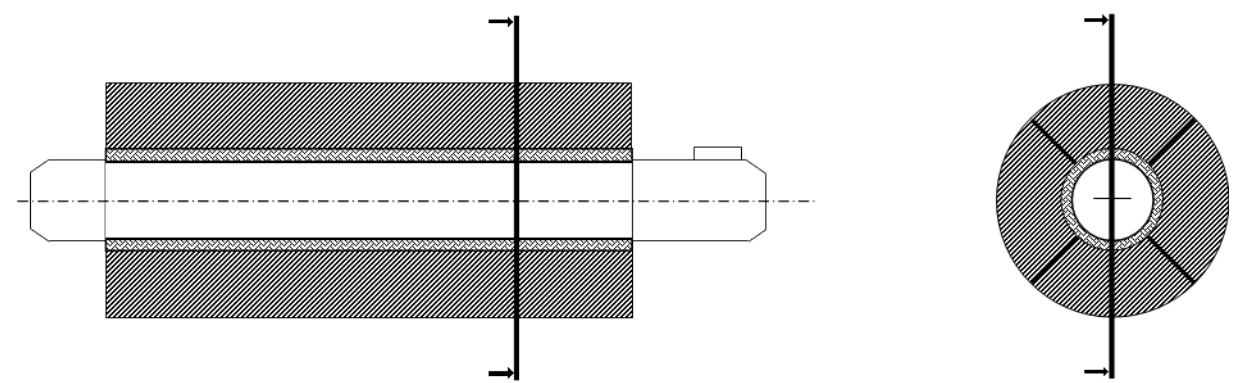
4

Annexes

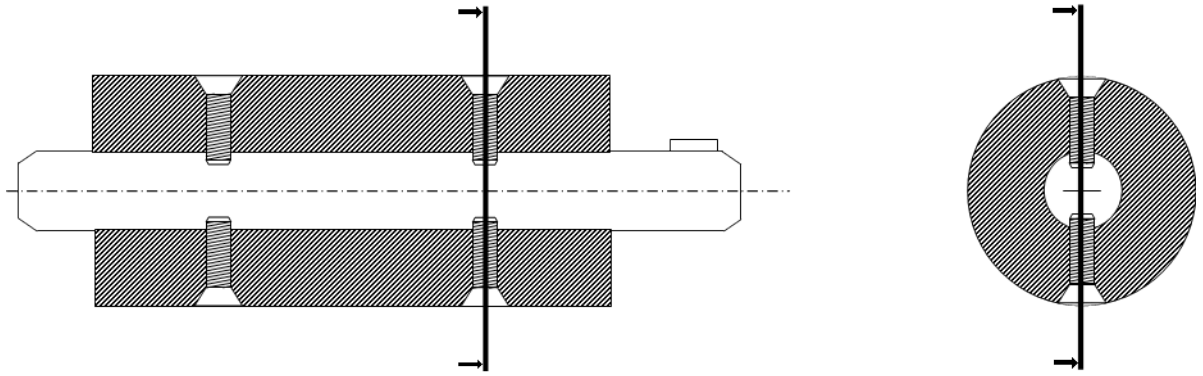
A Cahier de charges

Alexis van der Rest Pierre Leboutte	Cahier de charges Rotor MECA2990	Date : 24/02/2017 Version : 2
Contexte : Conception d'un rotor pour moteur BLDC		
Date	Fonctions principales : · F1 : Transmettre un couple · F2 : Fournir une information sur la position angulaire	
24/02/2017		
24/02/2017	Exigences fonctionnelles : critères et niveaux : · EF2.1 : Le rotor doit intégrer un aimant à son extrémité (ex : AMS)	
24/02/2017	Contraintes : · C1 : Thermique · C2 : Équilibrage · C3 : Production · C4 : Pôles · C5 : Rotation · C6 : Fixation · C7 : Durabilité	
24/02/2017	Exigences des contraintes : critères et niveaux : · EC1.1 : Le rotor doit rester entièrement fonctionnel à des températures jusqu'à 150°C · EC2.1 : Le rotor doit atteindre un niveau d'équilibrage G2.5 · EC3.1 : La production d'un lot doit pouvoir se faire dans des délais raisonnables et favoriser la modularité · EC4.1 : Le rotor comprendra 2 paires de pôles magnétiques · EC5.1 : Le rotor doit supporter des vitesses de rotation pouvant atteindre 50000 rpm · EC6.1 : Le rotor doit intégrer la fixation à l'outillage spécifique suivant les normes établies · EC6.2 : L'arbre du rotor doit s'intégrer dans les paliers · EC7.1 : Le rotor doit pouvoir résister aux chocs · EC7.2 : (Le rotor doit résister à la stérilisation)	

B Graphe Morphologique

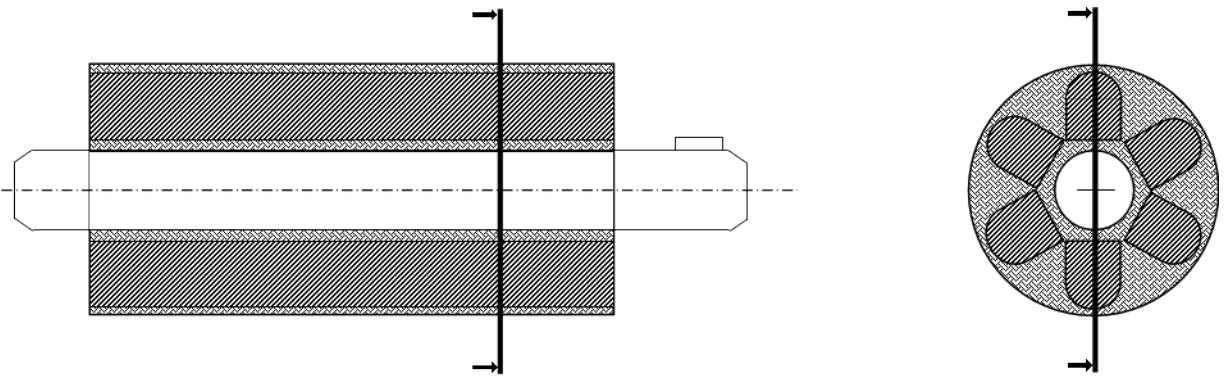
Graphe Morphologique	
Fonction 1 - Transmission Du couple	
<p>· Aimants encapsulés ·</p> 	
<p>· Utilisation de "clips" pour le maintien des aimants ·</p> 	
<p>· Utilisation de colle ·</p> 	
<p>· Utilisation de vis pour le maintien des aimants ·</p>	

Grphe Morphologique

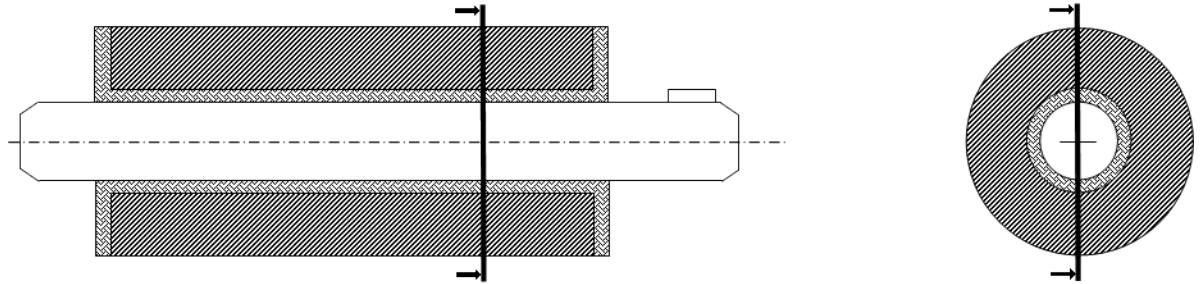


Fonction 1 - Transmission Du couple

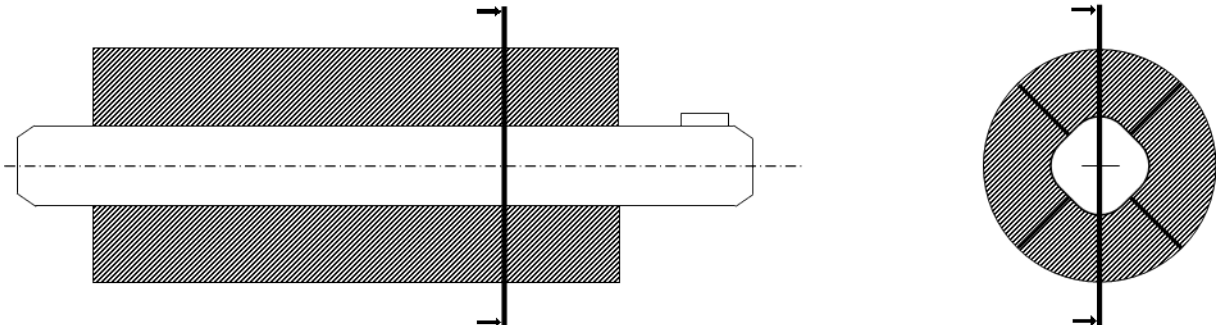
· Aimants Placés dans un Filler (Magnétisable ou non) ·



· Moulage d'un manchon en plastique autour des aimants ·

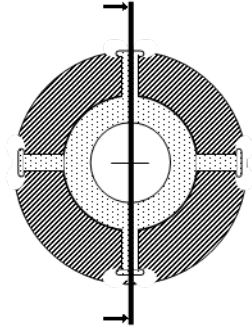
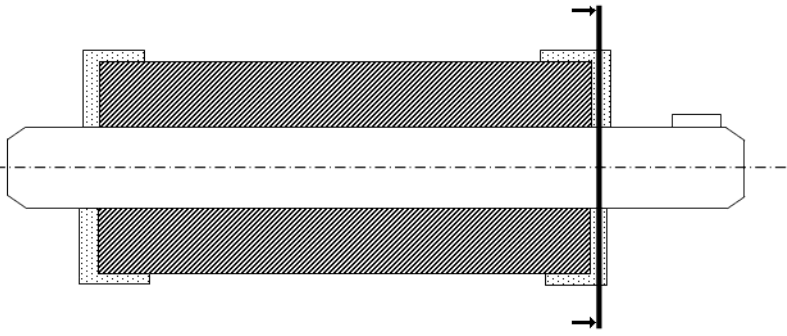


· Méplats usinés sur l'arbre et aimants de forme adaptée ·



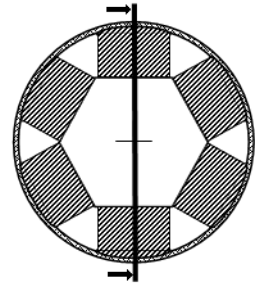
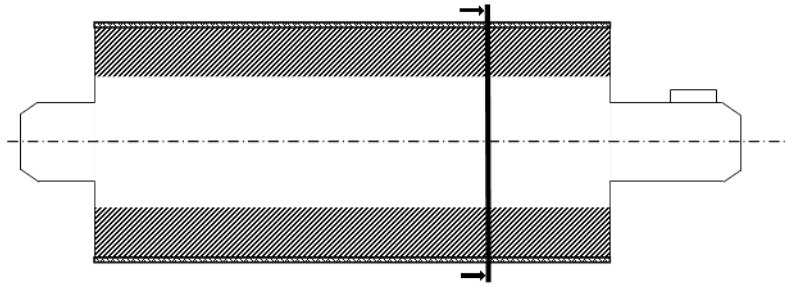
· Utilisation de pinces de retenues aux extrémités des aimants ·

Grphe Morphologique

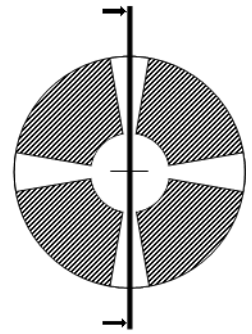
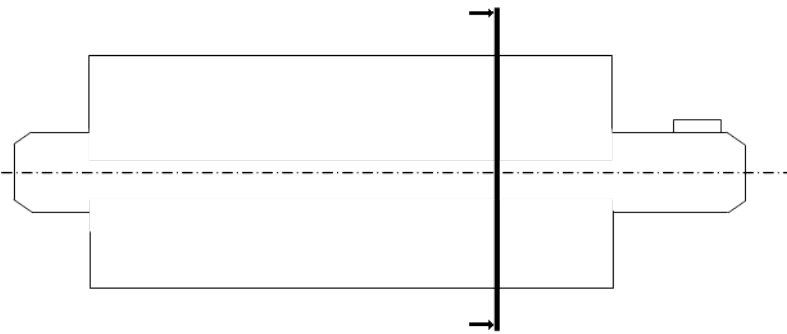


Fonction 1 - Transmission Du couple

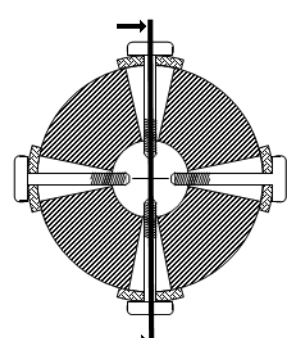
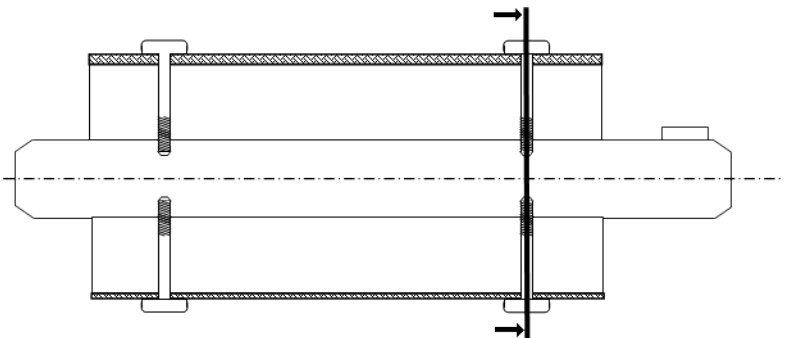
- Combinaison d'un arbre usiné en forme de polygone et d'une chemise ·



- Rainures usinées dans l'arbre ·



- Utilisation de rélettes en métal solidarisée à l'arbre au moyen de vis ·

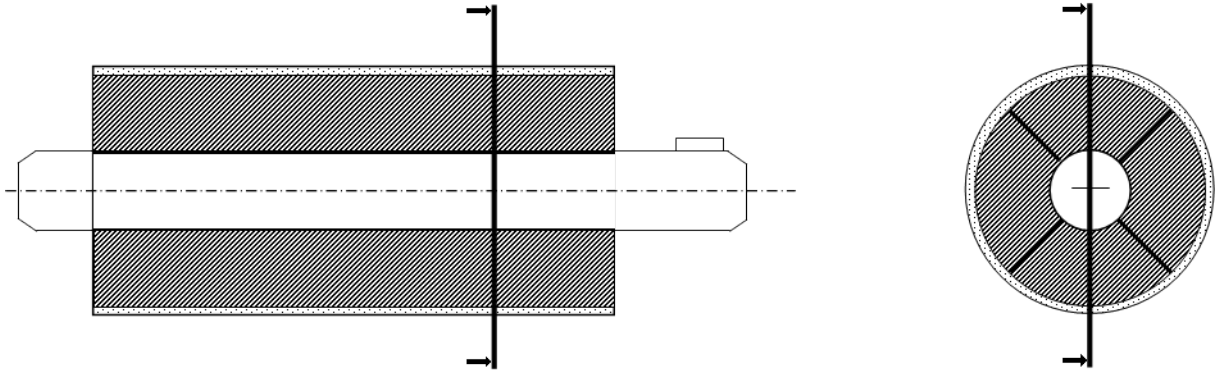


Grphe Morphologique

Fonction 2 - Assurance de la bonne tenue mcanique

Les solutions morphologiques proposées pour la première fonction sont pour la quasi totalité également applicables pour le maintien des aimants. Nous ajoutons la solution suivante :

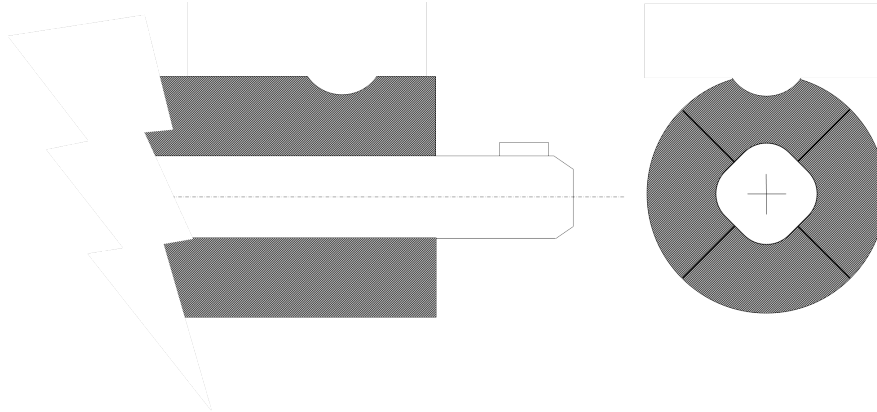
· Utilisation d'une chemise ·



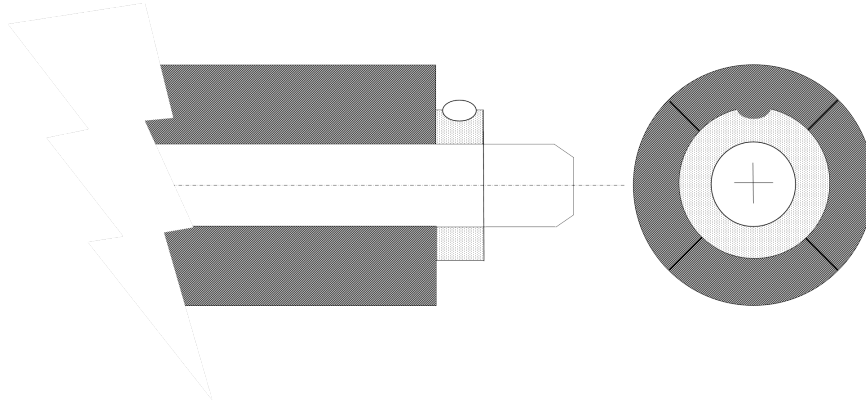
Grappe Morphologique

Équilibrage du rotor

· Enlèvement de matière sur l'aimant ou la chemise ·



· Utilisation de bagues d'équilibrage ·

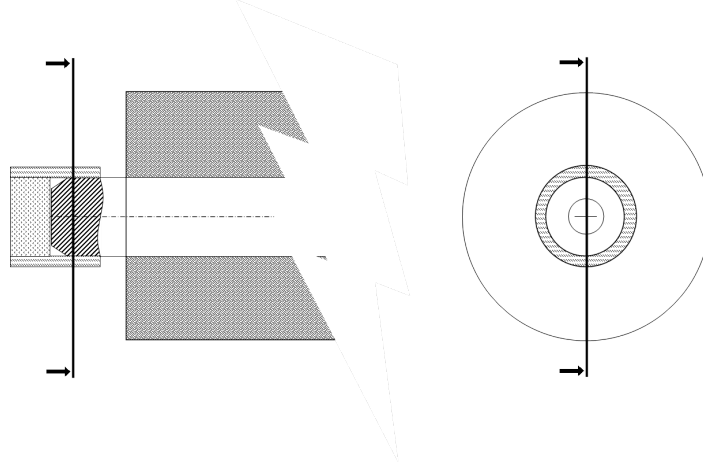


· Tolérancement très précis ·

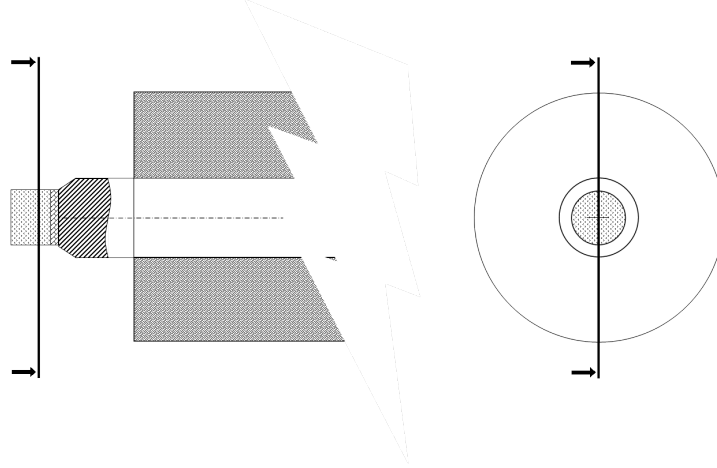
Graphe Morphologique

Maintien de l'aimant du capteur à effet Hall

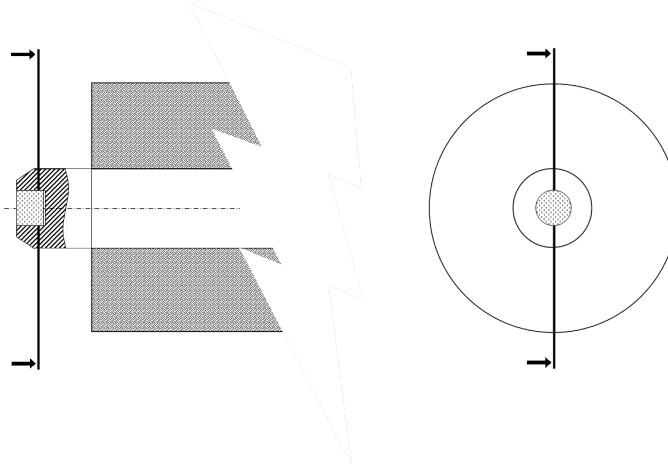
· Utilisation d'un manchon dans lequel est placé l'aimant ·



· Utilisation de colle pour placer l'aimant ·



· Usinage d'un alésage afin d'y placer l'aimant ·



C Développement de l'analyse Modale

C.1 Détermination de l'expression de la déformée de l'arbre

Dans cette section, nous développons les expressions qui ont mené au modèle de la déformée. Les tableaux ci-dessous reprennent donc les équations du moment de flexion, l'expression de la déformée et de ses dérivées pour chaque tronçon de l'arbre.

$x \in [0, L_1]$	$x \in [L_1, L_2]$
$M_1(x) = -V_A x$ $= -C_{11,Shaft} I_{Shaft} \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2}$ \Downarrow $v_1''(x) = \frac{V_A}{C_{11,Shaft} I_{Shaft}} x$ $= A_1 x$	$M_2(x) = -((V_A - F_1)x + F_1 L_1)$ $= -(C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}) \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2}$ \Downarrow $v_2''(x) = \frac{V_A - F_1}{C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}} x$ $+ \frac{F_1 L_1}{C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}}$ $= A_2 x + B_2$
$v_1(x) = A_1 \frac{x^3}{6} + C_1 x + D_1$	$v_2(x) = A_2 \frac{x^3}{6} + B_2 \frac{x^2}{2} + C_2 x + D_2$

TABLE 4.4 – Expression de v_1 et de v_2 et de leurs paramètres

$x \in [L_2, L_3]$	$x \in [L_3, L_{Shaft}]$
$M_3(x) = -((F_3 - V_B)x + (V_B L_S - F_3 L_3))$ $= -(C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}) \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2}$ \Downarrow $v_3''(x) = \frac{F_3 - V_B}{C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}} x$ $+ \frac{V_B L_S - F_3 L_3}{C_{11,Shaft} I_{Shaft} + C_{11,Magnet} I_{Rotor}}$ $= A_3 x + B_3$	$M_4(x) = -V_B (L_{Shaft} - x)$ $= -C_{11,Shaft} I_{Shaft} \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2}$ \Downarrow $v_4''(x) = \frac{-V_B}{C_{11,Shaft} I_{Shaft}} x$ $+ \frac{V_B L_{Shaft}}{C_{11,Shaft} I_{Shaft}}$ $= A_4 x + B_4$
$v_3(x) = A_3 \frac{x^3}{6} + B_3 \frac{x^2}{2} + C_3 x + D_3$	$v_4(x) = A_4 \frac{x^3}{6} + B_4 \frac{x^2}{2} + C_4 x + D_4$

TABLE 4.5 – Expression de v_3 et de v_4 et de leurs paramètres

Les coefficients A_i et B_i étant connus, il nous reste à dériver les expressions des autres paramètres entrant en jeu.

Nous effectuons un bilan des forces verticales et des moments des différentes forces par rapport au point A ($x = 0$), et nous posons les conditions aux limites. Nous assumons que la déformée est nulle aux extrémités (appuis simples) et qu'elle est continue et dérivable aux jonctions des différentes tronçons :

$$\begin{aligned}\sum F_V &= 0 \\ \sum M_A &= 0\end{aligned}$$

$$V_A = \frac{F_1(L_{Shaft}-L_1)+F_2(L_{Shaft}-L_2)+F_3(L_{Shaft}-L_3)}{L_{Shaft}} \quad V_B = \frac{(F_1L_1)+(F_2L_2)+(F_3L_3)}{L_{Shaft}}$$

$v_i = v_{i+1}$ et $v'_i = v'_{i+1}$				
$x = 0$	$x = L_1$	$x = L_2$	$x = L_3$	$x = L_{shaft}$
$v_1(x) = 0$	$v_1(L_1) = v_2(L_1)$ $v'_1(L_1) = v'_2(L_1)$	$v_2(L_2) = v_3(L_2)$ $v'_2(L_2) = v'_3(L_2)$	$v_3(L_3) = v_4(L_3)$ $v'_3(L_3) = v'_4(L_3)$	$v_4(L_{shaft}) = 0$

Le tableau suivant reprend les expressions complètes des différents coefficients calculés

$$\begin{aligned}
k_1 &= C_{11,s} * I_{Shaft} \\
k_{eq} &= C_{11,s} * I_{Shaft} + C_{11m} * I_{Magnet} \\
A_1 &= \frac{V_A}{k_1} \\
B_1 &= 0 \\
A_2 &= \frac{(V_A - F_1)}{k_{eq}} \\
B_2 &= \frac{F_1 L_1}{k_{eq}} \\
A_3 &= \frac{F_3 - V_B}{k_{eq}} \\
B_3 &= \frac{V_B L_{Shaft} - F_3 L_3}{k_{eq}} \\
A_4 &= -\frac{V_B}{k_1} \\
B_4 &= \frac{V_B L_{Shaft}}{k_1} \\
K_1 &= (A_2 - A_1) \frac{L_1^2}{2} + (B_2 - B_1) L_1 \\
K_2 &= (A_3 - A_2) \frac{L_2^2}{2} + (B_3 - B_2) L_2 \\
K_3 &= (A_4 - A_3) \frac{L_3^2}{2} + (B_4 - B_3) L_3 \\
D_1 &= 0 \\
D_2 &= (A_1 - A_2) \frac{L_1^3}{6} - \frac{B_2 L_1^2}{2} + K_1 L_1 \\
D_3 &= (A_2 - A_3) \frac{L_2^3}{6} + (B_2 - B_3) \frac{L_2^2}{2} + K_2 L_2 + D_2 \\
D_4 &= (A_3 - A_4) \frac{L_3^3}{6} + (B_3 - B_4) \frac{L_3^2}{2} + K_3 L_3 + D_3 \\
C_4 &= -\frac{1}{6 L_{Shaft}} (A_4 L_{Shaft}^3 + 3 B_4 L_{Shaft}^2 + 6 D_4) \\
C_3 &= K_3 + C_4 \\
C_2 &= K_2 + C_3 \\
C_1 &= K_1 + C_2
\end{aligned}$$

Les allures des différentes déformées ainsi que leur comparaison par rapport à la déformée de l'arbre complet peuvent être aperçues sur les figures suivantes¹ :

1. L'échelle sur la première et la troisième déformée est plus grande afin de mieux visualiser l'allure de la flèche

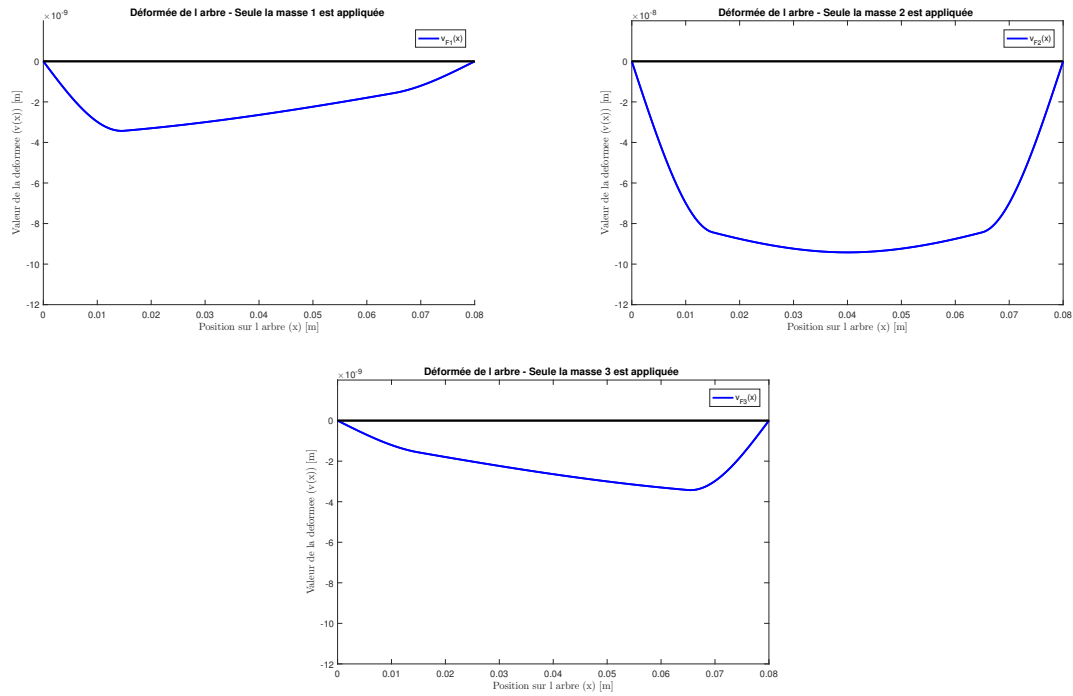


TABLE 4.6 – Allure des différentes déformées quand seule une seule des masses ponctuelles est appliquée

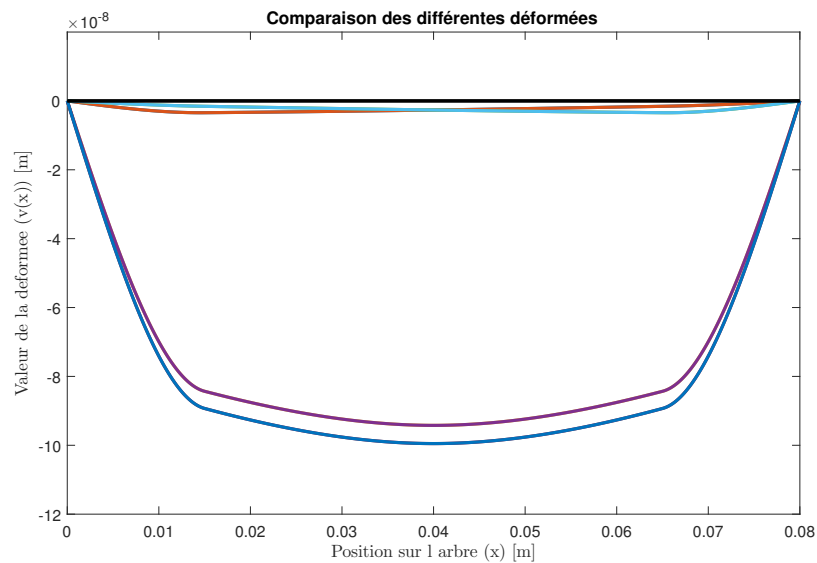


FIGURE 4.1 – Comparaison des différentes déformées par rapport à la déformée de l'arbre complet

C.2 Résultats

Les mesures effectuées pour la validation du modèle sont les suivantes. Nous avons effectué plus de simulation dans le cas où la longueur de l'aimant se situe entre 70 et 50 mm étant donné que ce sera la configuration la plus vraisemblable pour un rotor tel que le notre.

Comparaison des résultats analytiques et Numériques					
	Valeurs des Modèles			Erreur	
	Wei Tong	Déflexion	Comsol	Wei Tong	Déflexion
L = 75 [mm]					
D = 25,2					
1	484,7	4969,1	2620,0	81,5	89,7
2		279090,0	4930,0		5561,1
3	147389,2	323570,0	15750,0	835,8	1954,4
D = 18,9					
1	641,3	4016,7	3090,0	79,2	30,0
2		274936,0	6530,0		4110,4
3	83545,35951	296813,0	14360,0	481,8	1966,9
D = 15,75					
1	760,9	3414,6	3180,0	76,1	7,4
2		268780,0	7550,0		3460,0
3	58685,2	286020,0	14220,0	312,7	1911,4
D=12,60					
1	923,8	2764,6	3017,0	69,4	8,4
2		253648,0	8575,0		2858,0
3	38698,5	270391,0	14970,0	158,5	1706,2
L = 70 [mm]					
D = 25,2					
1	501,5	3300,3	1962,0	74,4	68,2
2		75040,0	3814,0		1867,5
3	115629,9	140210,0	17086,0	576,8	720,6
D = 18,9					
1	663,8	3366,5	2430,0	72,7	38,5
2		74508,5	5090,0		1363,8
3	65509,79417	102536,9	14880,0	340,3	589,1
D = 15,75					
1	788,6	3144,5	2643,0	70,2	19,0
2		73697,0	6003,0		1127,7
3	45961,1	907380,0	14025,0	227,7	6369,7
D=12,60					
1	961,1	2715,9	2700,0	64,4	0,6
2		71578,3	7050,0		915,3
3	30192,8	82258,7	13840,0	118,2	494,4
L = 65 [mm]					
D = 25,2					
1	520,0971669	2123,0	1426,0	63,5	48,9
2		35962,0	2919,0		1132,0
3	105578,7	112460,0	18923,0	457,9	494,3
D = 18,9					
1	688,6	2507,6	1825,0	62,3	37,4
2		35803,4	3925,0		812,2
3	59802,0	71167,5	16060,0	272,4	343,1

	Valeurs des Modèles			Erreur	
	Wei Tong	Déflexion	Comsol	Wei Tong	Déflexion
D = 15,75					
1	818,7	2603,4	2067,0	60,4	26,0
2		35559,0	4657,0		663,6
3	41921,7	56836,0	14620,0	186,7	288,8
D=12,60					
1	1000,8	2498,3	2278,0	56,1	9,7
2		34905,2	5650,0	100,0	517,8
3	27457,7	46757,2	13560,0	102,5	244,8
L = 60 [mm]					
D = 25,2					
1	540,9	1488,5	1077,0	49,8	38,2
2		21928,0	2348,0	100,0	833,9
3	103190,2	105930,0	21293,0	384,6	397,5
D = 18,9					
1	716,0	1868,5	1406,0		32,9
2		21861,1	3186,0	100,0	586,2
3	58453,6	63144,2	17900,0	226,6	252,8
D = 15,75					
1	851,7	2068,7	1630,0	47,7	26,9
2		21757,0	3809,0		471,2
3	40958,1	47365,0	16026,0	155,6	195,6
D=12,60					
1	1043,3	2178,4	1880,0	44,5	15,9
2		21475,5	4666,0	100,0	360,3
3	26770,4	35658,3	14231,0	88,1	150,6
L = 55 [mm]					
D = 25,2					
1	564,2	1126,6	856,0	34,1	31,6
2		15316,0	2004,0		664,3
3	105290,1	106640,0	24232,0	334,5	340,1
D = 18,9					
1	746,7	1450,5	1123,0	33,5	29,2
2		15281,3	2723,0		461,2
3	59667,2	62010,4	20369,0	192,9	204,4
D = 15,75					
1	888,2074669	1658,9	1320,0	32,7	25,7
2		15228,0	3270,0		365,7
3	41806,47384	45070,0	18060,0	131,5	149,6
D=12,60					
1	1089,290605	1856,7	1562,0	30,3	18,9
2		15081,8	4020,0		275,2
3	27292,3	32007,1	17600,0	55,1	81,9
L = 50 [mm]					
D = 25,2					
1	590,8	902,9	706,0	16,3	27,9

	Valeurs des Modèles			Erreur	
	Wei Tong	Déflexion	Comsol	Wei Tong	Déflexion
2		11703,0	1785,0		555,6
3	111062,7	111830,0	27720,0	300,7	303,4
D = 18,9					
1	781,3	1175,6	931,0	16,1	26,3
2		11682,6	2440,0		378,8
3	62986,7	64326,2	23380,0	169,4	175,1
D = 15,75					
1	929,0	1366,4	1100,0	15,5	24,2
2		11651,0	2932,0		297,4
3	44149,2	46035,0	20653,0	113,8	122,9
D=12,60					
1	1139,6	1584,6	1325,0	14,0	19,6
2		11566,3	3620,0		219,5
3	28814,7	31606,3	17600,0	63,7	79,6
L = 40 [mm]					
D = 25,2					
1	657,5	655,6	533,0	23,4	23,0
2		8231,0	1602,0		413,8
3	135050,7	135380,0	25301,0	433,8	435,1
D = 18,9					
1	866,9	859,4	704,0	23,1	22,1
2		8222,5	2210,0		272,1
3	76812,2	77399,4	24780,0	210,0	212,3
D = 15,75					
1	1028,5	1010,4	837,0	22,9	20,7
2		8209,3	2662,0		208,4
3	53962,3	54799,8	23675,0	127,9	131,5
D=12,60					
1	1258,3	1207,5	1021,0	23,2	18,3
2		8173,0	3275,0		149,6
3	35312,7	36590,4	21260,0	66,1	72,1
L = 30 [mm]					
D = 25,2					
1	753,0	538,1	448,0	68,1	20,1
2		7025,1	1640,0		328,4
3	187498,1	187694,4	17590,0	965,9	967,1
D = 18,9					
1	987,4	703,7	592,0	66,8	18,9
2		7020,8	2295,0		205,9
3	107242,3	107592,5	17560,0	510,7	512,7
D = 15,75					
1	1165,5	538,1	703,0	65,8	23,5
2		7025,1	2764,0		154,2
3	75720,8	187694,4	17525,0	332,1	971,0
D=12,60					

	Valeurs des Modèles			Erreur	
	Wei Tong	Déflexion	Comsol	Wei Tong	Déflexion
1	1414,7	993,2	860,0	64,5	15,5
2		6995,3	3365,0		107,9
3	49943,0	50732,1	17290,0	188,9	193,4
L = 20 [mm]					
D = 25,2					
1	907,3	493,6	420,0	116,0	17,5
2		7318,8	1897,0		285,8
3	319618,5	319768,5	12823,0	2392,5	2393,7
D = 18,9					
1	1176,4	639,2	552,0	113,1	15,8
2		7316,3	2708,0		170,2
3	184880,7	185151,0	12883,0	1335,1	1337,2
D = 15,75					
1	1374,5	745,3	653,0	110,5	14,1
2		7312,3	3244,0		125,4
3	131882,6	132279,3	12977,0	916,3	919,3
D=12,60					
1	1641,2	865,1	794,0	106,7	9,0
2		8301,1	3847,0		115,8
3	88428,1	138147,0	13061,0	577,0	957,7
L = 10 [mm]					
D = 25,2					
1	1225,1	529,1	465,0	163,5	13,8
2		10755,1	2516,0		327,5
3	876621,9	876774,2	9792,0	8852,4	8854,0
D = 18,9					
1	1542,7	665,9	601,0	156,7	10,8
2		10753,0	3581,0		200,3
3	522097,8	522381,0	9943,0	5150,9	5153,8
D = 15,75					
1	1758,1	758,3	701,0	150,8	8,2
2		10751,0	4139,0		159,7
3	381822,2	382247,6	10096,0	3681,9	3686,1
D=12,60					
1	2022,6	870,7	834,0	142,5	4,4
2		10744,0	4595,0		133,8
3	265713,3	266423,0	10339,0	2470,0	2476,9

D Tableau récapitulatif des brevets

Parmi les annexes téléchargeables se trouve le fichier "Leboutte_Pierre_72351000_van_der_Rest_Alexis_75171100_2016_17_AnnexeD.zip". Ce fichier zip contient un Tableau excel nommé "Tableau_Brevets.xlsx". Ce tableau est le résultat de notre recherche d'antériorité et comporte une série de liens hypertextes pour permettre au lecteur d'accéder aisément aux brevets concernés et à des illustrations représentatives du contenu (cfr Figures 4.2 et 4.3).

Référence Brevet	Titre du brevet	Date de publication	Etat de Publication	Résumé concret	Auteur
EP3098944	ROTOR ASSEMBLY AND MOTOR INCLUDING THE SAME	2016	A1	Rotor multipole (n>4) Composé de plusieurs rotors placés côtes à côtes et présentant un léger décalage les uns par rapport aux autres. Les aimants sont fixés au moyen d'adhésif et la tenue mécanique est renforcée par l'ajout d'une chemise	KIM YONG CHU (LG INNOTECH LTD)
WO20161774	ROTOR USE IN THE ELECTRIC MOTOR OF A HERMETIC COMPRESSOR	2016	A1	Rotor multipole pour compresseur. La tenue mécanique ainsi que le positionnement des aimants est assuré par une cage de rétention. Celle-ci est constituée d'un emboîtement de deux anneaux aux extrémités ainsi que des séparateurs	CETINTURK TUGBA (ARCELIK AS)
US2016322873				Rotor Multipole dont les aimants sont disposés dans des rainures. Le rotor est subdivisé en parties sont décalées angulairement l'une par rapport à l'autre pour réduire l'influence de cet angle	MITSUBISHI ELECTRIC CORP
US2016315514				aimants cylindriques "plats" placés les uns derrière les autres sur une bande de tape enroulée autour des aimants pour assurer la tenue mécanique et à l'extérieur d'un film adhésif	Siemens
US9479018	Electrical machine having locked position			Les tranches étant boulonnées entre elles, elles assurent la tenue mécanique des aimants au rotor.	GOTTFRIED BLACKMORE TOMAS ENRIQUE
WO2016162137	ROTOR ARRANGEMENT FOR AN ELECTRIC MOTOR			Arbre est de forme cylindrique présentant des rainures dans un assemblage électrique et à l'extérieur (maintien des aimants).	VOLKSWAGEN AG
WO2016162595	A PERMANENT MAGNET MACHINE	2016	A1	Rotor multipoles (n>>>4) sans chemise	THE SWITCH DRIVE SYSTEMS OY
US2016294253	Motor	2016	A1	Rotor creux pour actionneur avec vis à bille	NIDEC CORP
EP3076520	Rotor for an electric machine and production method	2016	A1	Rotor creux avec aimants placés dans des inserts et apposition d'une chemise	Siemens
US2016268857	Low Inertia Direct Drive Drawworks	2016	A1	Rotor creux de grande dimension pour assurer la descente d'un câble dans l'océan	CANRIG Drilling Tech
WO2016139342	ROTOR FOR AN ELECTRIC MOTOR, ASSOCIATED MOTOR SHAFT, AND METHOD FOR PRODUCING SAID MOTOR SHAFT AND ROTOR	2016	A1	Rotor Multipole. Rotor core avec des cannelures afin de transmettre le couple à l'arbre (canneluré également). Le rotor core est fabriqué en matériau composite fibreux combiné à un filer magnétique	ARBURG GMBH

FIGURE 4.2 – Lien Hypertexte vers le brevet concerné

Nombre de poles		Forme de l'arbre		Assurance de la tenue mécanique							Positionnement des aimants & transmission du couple							Commentaires	
Monopole	Multipole	Cylindrique	Polygonale	Chemise	Éléments mécaniques	Protrusion	Rainures	Flasques	Filler	Colle	Serrage sur Arbre	Filler	Colle	Protrusion	Rainures	Éléments mécaniques	Chemise		
	x	x		x															Multipoles décalés Cage de rétention Rotor avec protrusion afin d'assurer le maintien des aimants Enroulement de tape autour des aimants Multipole "annulaire" Rotor construit en tranches Rotor avec "cannelures"
	x						x												Rotor fait en élément composite avec filler

FIGURE 4.3 – Lien hypertexte vers l'image représentative

