

Analyse numérique de la stabilité des voies ferrées

Mémoire présenté par
Raül ACOSTA SUÑÉ

en vue de l'obtention du grade de Master
Ingénieur civil mécanicien

Promoteur(s)
Nicolas DOCQUIER, Paul FISETTE

Lecteur(s)
Olivier LANTSOGHT, Vincent LEGAT

Année académique 2016-2017

Table des matières

1	Introduction	4
1.1	Contexte	4
1.2	Objectifs	5
1.3	Structure du rapport	5
2	Infrastructure ferroviaire	6
2.1	Description de l'infrastructure ferroviaire	6
2.2	Charges supportées par la voie	10
2.3	Opérations de maintenance	11
3	Modèle numérique	13
3.1	Méthode des éléments discrets	13
3.2	Modélisation de l'échantillon	17
4	Résistance latérale de la voie	28
4.1	Modèle expérimental	28
4.2	Simulation de la résistance latérale	30
5	Tassement vertical	47
5.1	Modèles expérimentaux	47
5.2	Simulation du tassement vertical	50
6	Conclusions et perspective	58
A	Tassement vertical	62

Table des figures

1.1	Expérience du tassement verticale en laboratoire de l'UCL	5
2.1	Vue de face de la superstructure [20]	6
2.2	Parties du rail	7
2.3	Profils du ballast. Réf. [1]	9
2.4	Opération de bourrage : a) plongée et vibration b) serrage et vibration [24] . . .	12
3.1	Étapes de la méthode des éléments discrets pour une boucle de temps	13
3.2	Graphique de la loi de non pénétration de Signorini-Coulomb	15
3.3	Graphique de la loi de contact régularisée	15
3.4	Graphique de la loi de frottement de Coulomb	16
3.5	Modélisation des grains 2D simplifiés pour la simulation	18
3.6	Échantillon des grains de ballast simplifiés en 2D	19
3.7	Première étape : Dépôt des grains	22
3.8	Deuxième étape : Vibration latérale appliquée (Δx)	22
3.9	Troisième étape : application des forces verticales (F_y) et vibrations latérales (Δx)	23
3.10	Forme des profils à définir : profil 1 (bleu), profil 2 (vert) et profil 3 (rouge) . . .	23
3.11	Profil 1 (profil renforcé) modélisé pour les simulations	24
3.12	Profil 2 (profil renforcé) modélisé pour les simulations	25
3.13	Profil 3 (profil renforcé) modélisé pour les simulations	25
3.14	Traverse en bois avec une partie saillante	26
3.15	Forme des profils à définir pour le tassement vertical	27
3.16	Modèle de simulation dans la boîte	27
3.17	Modèle de simulation avec un profil de ballast défini	27
4.1	Essai de résistance latérale du ballast [13]	29
4.2	Résistance latérale du ballast [13]	30
4.3	Courbe force horizontale vs. déplacement pour comparer l'effet du compactage. Profil 2 du ballast	32
4.4	Courbes force horizontale vs. déplacement de la traverse pour les trois profils de ballast	33
4.5	Courbes force horizontale vs. déplacement de la traverse pour les trois profils de ballast lorsqu'il y a aussi une force verticale constante de 20 kN	33
4.6	Décomposition des réactions du ballast pour chaque profil. Application d'une force constante de 1000 N sur la traverse.	34
4.7	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton du profil 1 pour chaque échantillon.	35
4.8	Forces normales entre les corps au temps 2.5 s (5 mm du déplacement de la traverse)	37
4.9	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton du profil 2 pour chaque échantillon.	38
4.10	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton du profil 3 pour chaque échantillon.	39

4.11	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton pour 3 types de vitesses (2, 4 et 8 mm/s) pour un même échantillon	40
4.12	Vitesse des cailloux de ballast pendant la simulation de la traverse avec une vitesse imposée de 2 mm/s sur le profil 1 de ballast	41
4.13	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en bois du profil 1 pour chaque échantillon.	42
4.14	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en bois du profil 2 pour chaque échantillon.	43
4.15	Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en bois du profil 3 pour chaque échantillon.	44
4.16	Comparaison des 3 profils selon la longueur de saillant. Vitesse imposée	45
4.17	Simulation d'une traverse en bois avec un saillant de 50 mm après 10 secondes. Les composantes normales de la force de contact (Newtons) entre les grains sont représentées en couleur rouge.	45
5.1	Essai de tassement vertical du ballast	48
5.2	Déplacement de la traverse vs. nombre de cycles	48
5.3	Tassement vertical de la traverse vs. nombre de cycles du deuxième modèle expérimental [20]	50
5.4	Force oscillatoire appliquée sur la traverse pendant le tassement vertical	51
5.5	Simulation du tassement vertical pour un modèle profilé sans sous-couche. Les vitesses des cailloux et la force sur la traverse sont représentées.	53
5.6	Simulation du tassement vertical pour un modèle profilé avec sous-couche. Les vitesses des cailloux et la force sur la traverse (bleue) sont représentées.	54
5.7	Comparaison du tassement pour les deux modèles	55
5.8	Suite du tassement pour une fréquence de 15 Hz	56
5.9	Système masse-ressort	56
5.10	Comparaison du tassement pour les 3 valeurs de raideur	57
A.1	Modèle avec la sous-couche modélisée par éléments finis	62

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte

Actuellement, les réseaux ferroviaires doivent améliorer son efficacité à cause des contraintes environnementales et socio-économiques. De plus, l'infrastructure ferroviaire européenne est ancienne et, pourtant, la maintenance et la réparation augmentent chaque année.

Les mécanismes qui régissent la stabilité du ballast des voies ferrées sont très complexes et difficiles à maîtriser. Il y a un manque de compréhension des interactions et de l'impact des différents composants de la voie ferrée sur sa stabilité et sur la dégradation. Par exemple, les semelles élastiques situées sous traverses ont en principe des effets positifs, mais leur fonctionnement n'est pas bien compris et il n'y a pas une démonstration claire. En outre, leur présence semble avoir des répercussions directes sur les répartitions des efforts au sein du ballast. Pour cette raison, le développement des nouveaux outils d'ingénierie, comme par exemple la modélisation granulaire, peut aider à mieux comprendre globalement ces phénomènes physiques.

Ils y a deux raisons pour lesquelles l'étude de ces éléments est difficile. La première est due à un raison technologique : les industriels sont éloignés les uns des autres et l'interaction véhicule-voie est complexe et pas toujours suffisamment pris en compte dans la réflexion actuelle. La deuxième est une raison scientifique : actuellement aucun modèle dynamique n'est capable de capturer et comprendre les phénomènes comme la dégradation du ballast, rupture de traverses ou le serpentage de voie. Pour cette raison, dans le cadre du projet WholeTrack, l'UCL cherche à développer un modèle numérique global qui inclut le véhicule complet et la voie ferrée (rails, traverses, supports et ballast) et sa validation expérimentale.

1.2 Objectifs

L'objectif de ce TFE consiste à développer, dans le cadre du projet industriel WholeTrack, un modèle numérique basé sur la méthode des éléments discrets. Avec ce modèle, des simulations par ordinateur sont réalisées pour comprendre le comportement du ballast et de la sous-couche élastique, située sous le ballast. Elles sont effectuées grâce au programme LMGC90, qui est développé à l'Université de Montpellier (France), une plateforme ouverte dédiée à la modélisation des contacts, en 2 ou 3 dimensions, avec un comportement mécanique complexe. Dans ce travail nous nous sommes limités aux modèles 2D.

Les deux modèles à développer dans ce projet sont des modèles en 2D de la section de la voie et la couche de ballast. Dans le premier modèle on étudie la résistance latérale d'une demi-section symétrique en appliquant des forces latérales et verticales sur la traverse. Dans le deuxième modèle on étudie le tassement vertical de la section complète d'une voie et la couche de ballast, en ajoutant une sous-couche élastique pour étudier son comportement.

Les résultats obtenus par simulation numérique sont ensuite comparés avec des résultats des études expérimentales déjà réalisés dans la littérature (figure 1.1). De cette manière, on cherche à comprendre le fonctionnement du ballast et le rôle des composants élastiques pour contribuer à l'objectif final du projet WholeTrack.



FIGURE 1.1 – Expérience du tassement verticale en laboratoire de l'UCL

1.3 Structure du rapport

Le rapport est structuré de la manière suivante :

- Chapitre 2 : il introduit une synthèse de l'information trouvée dans la littérature concernant l'infrastructure ferroviaire et ses éléments principaux.
- Chapitre 3 : le modèle numérique est présenté. Ce chapitre est divisé en deux parties. La première partie concerne la présentation de la méthode des éléments discrets et des concepts théoriques considérés dans les simulations. Dans la deuxième partie, nous abordons le procédé pour la création des modèles des simulations.
- Chapitre 4 : nous analysons la résistance latérale de la couche de ballast. D'une part, un modèle expérimental de la résistance latérale de la littérature est présenté. D'autre part, toutes les simulations réalisées pour l'analyse de la résistance latérale dans ce TFE sont exposées, ainsi que les résultats et la discussion de ceux-ci.
- Chapitre 5 : ce chapitre parle de l'étude du tassement vertical de la couche de ballast, en ajoutant une sous-couche élastique. La structure de ce chapitre est similaire à celle du chapitre 4 : la première partie consiste en l'explication des expériences déjà faites antérieurement dans la littérature et la deuxième partie aborde la simulation réalisée dans ce projet. Les résultats obtenus sont analysés et comparés.
- Chapitre 6 : les conclusions et la perspective sont exposées dans ce dernier chapitre.

Chapitre 2

Infrastructure ferroviaire

Selon la définition du Bulletin Officiel de l'État d'Espagne [5], le terme infrastructure ferroviaire comprend la totalité des éléments liés aux voies principales, aux voies de service et aux embranchements de déviation pour des particuliers. Ses éléments sont le terrain, les gares, les terminaux de marchandises, les ouvrages de génie civil, les passages à niveau, les installations liées à la gestion et le contrôle du trafic et de la sécurité, les télécommunications, l'alimentation électrique, à la signalisation, l'éclairage et le transport de l'énergie électrique et de ses annexes. En revanche elle ne comprend pas les voies situées à l'intérieur des ateliers de réparation de matériel roulant, ainsi que les dépôts et les garages.

Une synthèse de la information trouvée dans la littérature procédant des sources belges, français et espagnoles est exposée aux sections suivantes [1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 22, 23, 24, 25, 26].

2.1 Description de l'infrastructure ferroviaire

L'infrastructure ferroviaire est constituée de deux parties principales : l'infrastructure de voie et la superstructure de voie. D'un côté, l'infrastructure de voie est constituée des éléments du génie civil, du terrassement et des ouvrages d'art, sur lesquels la superstructure de la voie repose. D'autre côté, la superstructure est constituée par la voie ferrée proprement dite. Elle est en contact direct avec les roues du train et elle a pour fonction de transmettre les efforts de celui-ci à la plateforme ou au terrain. Elle contient le rail, la traverse ainsi que les éléments fixant aux rails, le ballast, la sous-couche et les éléments nécessaires pour assurer la circulation des trains, tels que les signaux (voir figure 2.1).

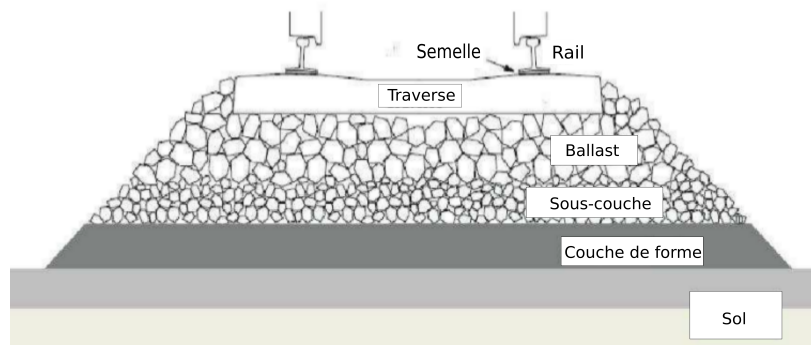


FIGURE 2.1 – Vue de face de la superstructure [20]

Il existe deux type de lignes ferroviaire, à savoir les lignes conventionnelles et les lignes à grandes vitesses. Ces dernières sont destinées à être utilisées par les trains à grande vitesse qui sont définis par l'Union Internationale de Chemin de fer (UIC) [18] comme :

- Des lignes spécialement construites pour des vitesses supérieures à 250 km/h.
- Des lignes standards adaptées pour des vitesses à environ 200 km/h.
- Des lignes de grande vitesse où la vitesse doit être particulièrement adaptée selon les conditions particulières de relief, de contraintes topographiques ou de l'environnement urbain dans lequel elles se trouvent.

Les lignes ferroviaires conventionnelles sont celles qui, étant intégrées dans le réseau ferroviaire d'intérêt général, c'est-à-dire celles qui sont concédées par l'État, ne réunissent pas les caractéristiques propres aux lignes ferroviaires à grande vitesse. La vitesse de circulation des trains est généralement de 160 km/h (SNCF).

2.1.1 Le rail

Les rails ont pour fonction de guider et de supporter dans la direction verticale les roues des trains. Ils font parti des éléments qui permettent de supporter les charges roulantes. Le matériau des rails est l'acier laminé avec une masse linéaire de 60 kg/m [20]. En Belgique, l'écartement normal des rails est de 1435 mm[12], mesuré entre les faces internes des bourelets des rails.

Trois parties sont à distinguer dans le rail (voir figure 2.2) : la partie supérieure s'appelle "champignon" et est utilisée comme un élément de roulement ; le "patin" est la base du rail et il sert à la fixation sur les traverses, et l'âme est la partie mince qui unit la tête et le patin.

Les rails, qui ont une longueur de 36 ou 72 m, sont soudés les uns aux autres au niveau de leurs extrémités formant une seule barre soudée. Cela forme des Longs Rails Soudés (L.R.S.). À continuation, les Longs Rails Soudés sont soudés par aluminothermie en voie et fixés sur les traverses. Les joints de dilatation, par contre, on les supprime de plus en plus et on soude tous les rails ensemble.

En cas d'augmentation de la température, la dilatation est empêché. Il y a donc des contraintes de compression et risque de flambage. Ce flambage peut pousser latéralement la traverse, c'est la raison pour laquelle la résistance latérale du ballast est un aspect important à considérer.

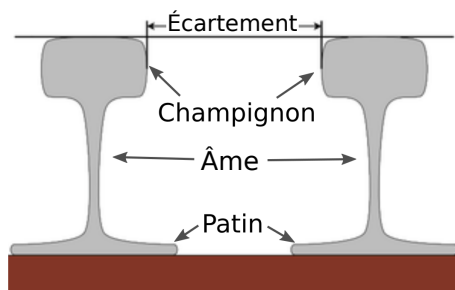


FIGURE 2.2 – Parties du rail

2.1.2 Les attaches rail-traverse

Les attaches rail-traverse assurent au même temps la fixation du rail sur la traverse et une élasticité verticale et horizontale[23], de cette manière les attaches peuvent régler l'effort.

Entre le rail et la traverse une semelle élastomère synthétique vulcanisée est placée pour assurer de façon permanente le contact avec le rail. La semelle sous-rail est utilisée lorsque le rail est attaché au béton. D'une part, elle réduit les impacts des charges du train et, d'autre part, elle amortit les vibrations dues aux charges dynamiques.

En conclusion, l'ensemble des éléments assurant la fixation du rail aux traverses doit donc, en dehors de la fixation du rail, assurer un serrage suffisant pour conserver un effort de serrage (lorsque le rail s'affaisse sous la charge des trains) lors des passage de trains tout en laissant la possibilité au rail de se déplacer verticalement afin de laisser la semelle élastique jouer son rôle.

2.1.3 La traverse

Les traverses ont un premier rôle qui est la transmission des charges statiques et dynamiques du rail au ballast et un second rôle qui consiste à maintenir la position des rails, l'écartement et l'inclinaison (inclinaison de 1/20 en France).

Autrefois, le matériel le plus utilisé pour la fabrication des traverses était le bois, cependant les traverses en bois ont été remplacés par des traverses en béton [10]. Ce changement de matériau se justifie par une plus grande durée de vie des traverse, une diminution du bruit et des vibrations générés par le trafic ainsi qu'une augmentation du confort des voyageurs.

On peut distinguer deux types de traverses en béton[4] :

- *Monobloc* : ces traverses sont constituées d'une seule pièce en béton. Elles se caractérisent par une bonne stabilité, un bon maintien de la largeur de la voie, une maintenance minimale et une durée de vie de 50 ans.
- *Bi-bloc* : ces traverses sont constituées de deux parties en béton connectées par une barre métallique. Elles ont une bonne résistance aux efforts transversales, un coût 25% inférieur aux traverses monobloc et une durée de vie de 30-40 ans du fait de la corrosion de la jonction métallique. Par contre, elles assurent moins bien le maintien, elles ont des problèmes de corrosion et une mauvaise isolation électrique.

2.1.4 Le ballast

Le ballast est un lit de cailloux granulaires provenant du concassage de roches dures sur lequel reposent les traverses. Les cailloux sont de taille normalisée (entre 25 et 60 mm) [14, 26, 23] et des critères de qualité sont définis par la norme européenne "NF EN 13450" (2003)[2], laquelle établit des propriétés comme la résistance mécanique, la résistance à l'abrasion, la capacité à assurer le drainage, l'insensibilité à l'eau, la forme des grains, etc. Le ballast est un élément clé pour la stabilité de la voie à travers ses fonctions principales, à savoir :

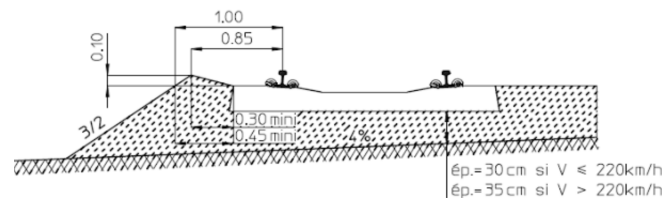
- L'ancrage transversal et longitudinal des traverses.
- La transmission des charges depuis les traverses à la plate-forme.
- Le drainage des eaux pluviales.
- L'amortissement des vibrations mécaniques et acoustiques grâce au frottement entre les grains.
- La contribution à la protection au gel de la plate-forme.

En Belgique, il existe trois profils de ballast utilisés suivant les conditions de circulation des trains [1].

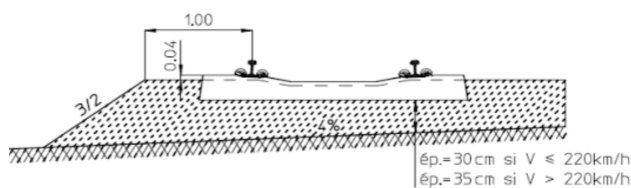
1. Le premier profil 1 (figure 2.3 a) est renforcé par une protubérance de 0.10 m. Il est utilisé lorsque les trains circulent pour :
 - à une vitesse $v < 200$ km/h et $V \geq 40$ km/h
 - à une vitesse $v \geq 200$ km/h lors de la présence d'élément particulier sur la voie (aiguillage, appareil de dilatation ...).
 Pour ce profil on utilise le ballast de bonne qualité : porphyse ou grès.
2. Le profil 2 (figure 2.3 b) est celui utilisé sur ligne à grande vitesse (LGV). Il est utilisé lorsque la vitesse des trains est supérieure à 200 km/h. Il est similaire au premier profil à l'exception que la protubérance de 10 cm n'est pas présente afin de limiter le risque d'entraînement. L'abaissement de la surface supérieure a pour objectif de limiter le risque d'envol des cailloux à cause de la grande vitesse. Grâce à la qualité de la structure, la résistance latérale est assurée.
3. Le profil 3 (figure 2.3 c) est utilisé pour les voies accessoires. Ce sont les voies qui servent de garages, de zones de manoeuvre, etc. où la vitesse des trains est très faible.

Ces profils ont une importance sur la résistance latérale de la couche de ballast. Le degré d'effort latérale qu'elle doit supporter définit donc le type de profil à utiliser. Le profil 1 est le profil à utiliser pour des conditions latérales plus exigeantes, car il présente une résistance latérale supérieure. Par contre, le profil 3 est celui qui est mis pour des conditions moins exigeantes.

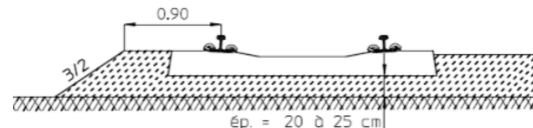
Les figures suivantes fournies par le bureau d'étude de la voie d'Infrabel montrent les trois profils de ballast ci-dessus mentionnés.



(a) Profil 1



(b) Profil 2



(c) Profil 3

FIGURE 2.3 – Profils du ballast. Réf. [1]

Les voies à grande vitesse exigent un ballast de bonne qualité comme celui en porphyre ou en grès. Le porphyre est un matériau qui présente une bonne résistance aux chocs, à l'usure, à l'écrasement, au polissage, au gel et aux agressions chimiques. Le grès [16] se caractérise principalement par une bonne résistance au polissage et une bonne résistance mécanique.

2.1.5 La sous-couche

La sous-couche est interposée entre le lit de ballast et la plateforme et elle peut être d'une ou plusieurs couches. Elle est composée de matériaux granulaires (sables ou graves propres) et elle peut être constituée de gravier 20-40 mm, en béton bitumineux ou d'un géotextile. Son rôle est de protéger la plate-forme contre le poinçonnement par le ballast, le gel, l'érosion ainsi que d'améliorer le drainage et de participer à la répartition des charges vers la plateforme. Elle protège aussi le ballast de la remontée de fines de de boue.

Lorsque la sous-couche est composées de plusieurs strates de matériaux, ces couches sont (habituellement) au nombre de 3 :

- La couche située juste en-dessous du ballast : elle permet d'améliorer la portance du sol en contribuant à la répartition des charges transmises et elle participe à la protection de la plateforme contre l'érosion et le gel.
- La couche de fondation, d'une épaisseur supérieure à 15 cm [23]. Elle permet la circulation des engins de chantier lors de la maintenance sans risque d'endommagement de la plate-forme. Normalement, la couche de fondation n'est pas nécessaire pour des sols de bonne qualité ou composés de substrats rocheux.
- La couche anti-contaminante, constituée de sable propre. Son rôle est d'éviter les remontées d'éléments fins vers les couches d'assises supérieures et son placement n'est pas obligatoire. La couche anti-contaminante qui repose sur couche peut être doublée par un tapis géotextile ou d'une géomembrane.

2.1.6 La plateforme

La plate-forme est la partie supérieure de l'ouvrage en terre supportant les couches d'assise. Ses caractéristiques plus importantes sont sa capacité de portance ainsi qu'une bonne élasticité. La qualité de la plate-forme dépend de deux aspects : la nature géotechnique du sol et les conditions hydrogéologiques et hydrologiques locales.

Il y a quatre types de qualité de sols [25] :

- QS0 : sols "impropres" à la réalisation d'une plate-forme correcte. On est obligé de substituer le matériau sur une certaine épaisseur pour atteindre la qualité 1.
- QS1 : sols "médiocres", mais acceptables à condition qu'ils aient un bon drainage.
- QS2 : sols "moyens".
- QS3 : sols "bons". Ces types de sols contribuent à l'optimisation des propriétés de la plateforme.

Si la qualité du sol n'est pas satisfaisante, on va remplacer une certaine épaisseur de sol par un autre matériau afin d'atteindre une qualité suffisante.

2.2 Charges supportées par la voie

Les charges supportées par la voie proviennent de l'interaction entre le train et les voies. Des efforts importants peuvent apparaître suivant les trois directions de l'espace : verticales, longitudinales et transversales.

- Efforts verticaux : ils sont décomposés en efforts statiques et dynamiques. Les efforts statiques proviennent de la masse du train, alors que les efforts dynamiques sont dus à l'interaction entre le véhicule et la voie. L'Union Internationale des Chemins de Fer (U.I.C.) a établi un classement des charges admissibles par essieu en fonction des charges

de circulation :

- Catégorie A : 16 t par essieu
- Catégorie B : 18 t par essieu
- Catégorie C : 20 t par essieu
- Catégorie D : 22,5 t par essieu
- Catégorie E : 25 t par essieu

Ces catégories sont, par ailleurs, décomposées en trois sous-groupes (indexés 2, 3 et 4) selon le rapport entre le poids total du véhicule (calculé pour un wagon) et la distance entre ses deux extrémités :

- Sous-groupe 1 : 5,0 t/m
 - Sous-groupe 2 : 6,4 t/m
 - Sous-groupe 3 : 7,2 t/m
 - Sous-groupe 4 : 8,0 t/m
- Efforts latéraux : ils sont causés par l'effet centrifuge, en courbe, et par des forces d'origine thermique, provenant du blocage de la dilatation du rail soudé. Ils sont moins importants que les efforts verticaux, néanmoins il convient néanmoins signaler que le ballast est moins rigide dans la direction latérale. La force latérale appliquée produit une déflexion latérale et une torsion au rail. La déflexion latérale est limitée par la friction entre le rail et la traverse, par la résistance réalisée par le système attache rail-traverse et par le ballast en contact avec le rail. Les essais réalisés sur le terrain indiquent que les roues de chargement d'une locomotive peuvent exercer une force latérale de 2 tonnes sur une voie rectiligne, spécialement à grande vitesse [22].
 - Efforts longitudinaux : ils sont principalement dus aux accélérations et freinages. Les variations de température, en particulier pour les long rails soudés, produisent aussi des contraintes dues à la dilatation thermique. En général, les efforts longitudinaux sont peu importants par rapport aux efforts verticaux et latéraux. La valeur exacte dépend de plusieurs facteurs, cependant les approximations suivantes peuvent être utilisées [22] :
 - Lors de dilatation thermique : en hiver des contraintes de traction ($10,75 \text{ kg/mm}^2$) dues à la contraction. En été des contraintes de compression ($9,5 \text{ kg/mm}^2$) apparaissent en été car la dilatation est empêchée.
 - Lors d'une accélération : 30 à 40% de l'effort de traction de locomotive.
 - Lors d'un freinage : 15 à 20% du poids et de la capacité de charge du train.

2.3 Opérations de maintenance

Une bonne maintenance des voies est nécessaire afin d'assurer un fonctionnement sûr des trains aux vitesses maximales autorisées et de fournir aux passagers un niveau de confort suffisant pendant le trajet. La maintenance suite à la dégradation de la voie provoquée par :

- Le passage de train fortement chargé à grande vitesse provoque la diminution du compactage sous traverse ce qui change la géométrie. Suite à cela, l'alignement et le nivellement de la voie sont altérés et la sécurité de la voie est menacée.
- Les vibrations causées par les trains à grande vitesse provoquent une forte usure et de ses composants.
- La pluie, le soleil et le sable usent à leur tour la voie et ses composants.

Pour obtenir une stabilité durable de la voie ferrée, il est nécessaire de placer une quantité suffisante de ballast. Par contre il ne faut pas exagérer la quantité de ballast pour ne pas augmenter le coût de la voie.

Il y a plusieurs types d'opérations de maintenance. L'un des plus utilisés est le principe du bourrage. Il est la méthode la plus effective pour restaurer la géométrie de la voie. Il est très utile lorsque il est nécessaire de soulever des corps lourds. Le processus se compose des étapes suivantes :

1. Soulèvement de la traverse au niveau désiré.
2. Plongée des bourroirs, normalement en forme de "T", qui vibrent dans le ballast. La traverse se trouve entre les deux bourroirs (voir 2.4 a)).
3. Les bourroirs pressent le ballast pour remplir le vide sous la traverse (Voir 2.4 b)).
4. Remontée des bourroirs et répétition des étapes pour la traverse suivante.

Si cette opération permet de restaurer la géométrie de la voie, il est constaté que l'insertion des bourroir dans le ballast et la forte force de compression peuvent provoquer une rupture des particules [15].

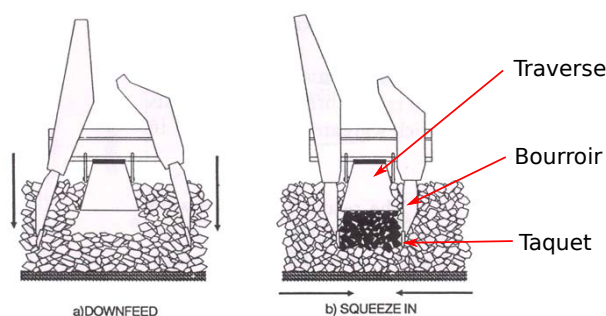


FIGURE 2.4 – Opération de bourrage : a) plongée et vibration b) serrage et vibration [24]

Plusieurs paramètres caractérisent cette opération de bourrage [3]. En premier lieu, la fréquence de vibration des bourroirs varie entre 35 et 45 Hz et l'amplitude du mouvement de vibration qui est compris entre 5 et 10 mm. En second lieu, les valeurs de la force de serrage varient entre 16 et 19 kN, et dépendront de la qualité du ballast. En troisième lieu, le temps de serrage doit être suffisant pour permettre le remplissage du vide sous la traverse dû au filtrage des éléments fins pendant la vibration et au soulèvement de la traverse. En dernier lieu, la pénétration dans le ballast est réalisé avec une force qui dépend directement du poids des bourroirs avec une vitesse allant jusqu'à 2 m/s. La profondeur de plongée, mesuré entre la face inférieure de la traverse et le dessus du taquet, est comprise entre 15 et 20 mm. Ces paramètres sont récapitulés dans le tableau 2.1.

Paramètres	Valeurs
Fréquence de vibration	35-45 Hz
Force de serrage	16-19 kN
Amplitude de vibration	5-10 mm
Temps de serrage	0.8-1 s
Distance de plongée	15-20 mm
Vitesse de plongée	1-2 m/s

TABLE 2.1 – Caractéristiques du bourrage [3]

Chapitre 3

Modèle numérique

3.1 Méthode des éléments discrets

Dans ce chapitre, on introduit la théorie de la méthode des éléments discrets et on montre ses concepts qui sont spécialement considérés pour la modélisation des simulations.

3.1.1 Introduction

La Méthode des Éléments Discrets (DEM) est une approche qui considère la nature granulaire du matériau. Elle consiste à l'intégration des équations du mouvement pour résoudre les calculs des contacts entre particules. Pour la détermination d'un contact, au moyen d'un procédé itératif, chaque contact est résolu indépendamment, tandis que tous les autres contacts sont considérés comme fixes. Le calcul continue pour le contact suivant. Il n'y a pas de solution unique, car la solution dépend de la manière dont le contact est parcouru. Les étapes de calcul dans une boucle de temps sont simplifiées dans la figure 3.1.

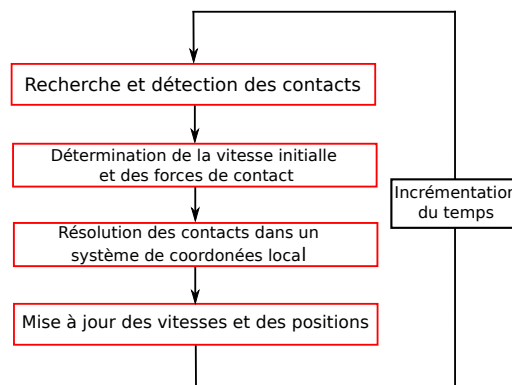


FIGURE 3.1 – Étapes de la méthode des éléments discrets pour une boucle de temps

Il y a deux approches de modélisation principales [25] :

- La Dynamique du Contact. Cet algorithme considère un temps de collision court, c'est la raison pour laquelle les contacts sont subis à des variations brusques de vitesse et de force. À cause de ces changements brusques, cette approche n'est pas régulière. L'algorithme se caractérise aussi pour considérer des particules rigides sans pénétration. De plus, tous les contacts ont des composants normaux (régis par la condition de Signorini) et des composants tangentiels (loi de Coulomb).
- La Dynamique Moléculaire trouve des approximations régulières des contacts entre les corps. Les particules sont considérées comme rigides, mais elles permettent aussi une

petite interpénétration. Cette interpénétration est régie par des lois de contact. En ce qui concerne le glissement entre corps, il est régit par la loi de Mohr-Coulomb, mais celle-ci n'est pas considérée par l'étude dans ce travail.

3.1.2 Équation du mouvement

Le comportement des matériaux granulaires est déterminé par les interactions des contacts entre grains. Dans la formulation des DEM (Discrete Element Method), les équations du corps rigide standard régissent le mouvement de rotation et de translation des particules. Pour chaque particule, lorsqu'il y a des contacts sans chocs, l'équation dynamique est la suivante [7] :

$$M(v^+ - v^-) = \int_{t^-}^{t^+} f(q, v, s) ds + i \quad (3.1)$$

Cette équation peut être écrite en forme différentielle (3.2 et 3.4) :

$$Mdv = f(q, v, t) + di \quad (3.2)$$

$$di = R_n dt + \sum_{i=1} p_i \delta t_i \quad (3.3)$$

Où :

- q représente la position des particules.
- v est la vitesse.
- t est le temps.
- di représente les efforts des contacts et des chocs.
- $R_n dt$ résultante des forces de contact.
- $\sum_{i=1} p_i \delta t_i$ est la résultante des efforts extérieurs.

Comme on peut observer, la résolution des ces équations est indépendante des formes des particules.

Ensuite, ces équations sont complétées par les lois de contact et du choc.

3.1.3 Lois d'interaction

Pour la modélisation du ballast, il est d'abord nécessaire de définir des lois régissant les contacts intergranulaires. Dans le cadre de ce TFE la loi utilisée est la loi de Signorini-Coulomb.

Les *conditions de Signorini en interstice* considèrent qu'il n'y a pas de forces d'attraction ni de cohésion entre les particules, c'est-à-dire, qu'il n'y a pas des forces à distance. Les contraintes, au niveau de la vitesse, de Signorini sont les suivantes :

$$Si \ g \leq 0; \ R_n \geq 0; \ V_n R_n = 0 \quad (3.4)$$

Où :

- g est le gap ou interpénétration entre deux particules
- R_n est la réaction normale
- V_n est la vitesse normale relative

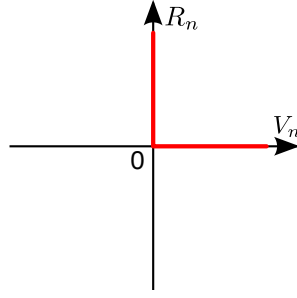


FIGURE 3.2 – Graphique de la loi de non pénétration de Signorini-Coulomb

Cette loi (figure 3.2) indique que, soit la force normale, soit la vitesse normale relative entre deux particules est nulle s'il n'y a pas de gap entre eux.

Cependant, les contacts définis dans les modèles de simulation ne sont pas tous sans pénétration. Pour le cas de la sous-couche élastique, se situant sous la couche de ballast pendant la simulation du tassement vertical, on a besoin d'une loi qui considère une réaction à l'interpénétration (figure 3.3). La condition d'unilatéralité précédente est régularisée par le modèle de flexibilité linéaire suivant :

$$Sig \leq 0; R_n = -k_n g; R_n = 0 \quad (3.5)$$

Où k_n est la raideur.

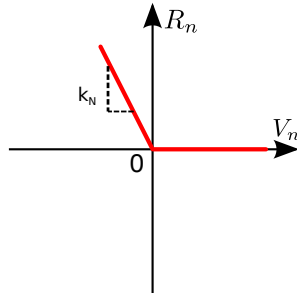


FIGURE 3.3 – Graphique de la loi de contact régularisée

Cette deuxième loi décrit une réaction normale proportionnelle à l'interpénétration. Cette loi est utile lorsqu'il est intéressant de considérer l'élasticité des contacts, par exemple pour un corps qui est élastique.

3.1.4 Conditions de contact par frottement

Il est nécessaire d'ajouter une loi de frottement pour compléter la définition des lois de contact entre les corps. La loi de frottement utilisée dans la simulation pour tous les contacts est la loi de Coulomb (3.6), représentée ci-dessous :

$$\begin{aligned} \| dR_t \| &\leq \mu dR_n \\ \text{si } V_t &\neq 0 \\ dR_t &= -\mu \frac{dR_n}{\| dR_n \|} \end{aligned} \quad (3.6)$$

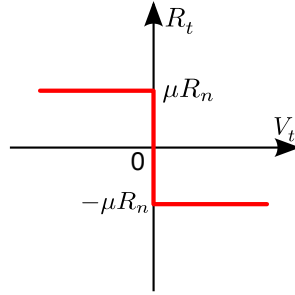


FIGURE 3.4 – Graphique de la loi de frottement de Coulomb

Où R_t est la réaction tangentielle sur le contact.

Dans cette loi le glissement s'oppose à la réaction tangentielle. Lorsque la force tangentielle ne dépasse pas la valeur μN , il n'y a pas de glissement dans le contact entre les deux corps.

3.1.5 Logiciel LMGC90

Le logiciel utilisé pour l'étude de la stabilité de la voie ferrée est LMGC90 [8]. Il est développé au laboratoire LMGC de l'Université de Montpellier, en France.

Ce logiciel nous permet de modéliser des corps rigides ou déformables pour les simulations en 2 dimensions au moyen de la méthode des éléments discrets. Dans ce cas-là, tous les corps modélisés sont considérés comme rigides.

Les corps peuvent avoir des différentes formes : disques, polygones, sphères, etc. Les formes utilisées dans le cadre de ce projet sont des grains de ballast avec des formes fournies par vidéo-granulométrie, des murs pour les parois, une traverse rectangulaire et des morceaux de sous-couche.

De plus, pour modéliser les contacts, il y a plusieurs lois disponibles. On n'en utilise deux :

- D'une part, la loi *IQS_CLB*. Cette loi de choc inélastique équivaut à la loi de Signorini-Coulomb. Elle permet une vitesse relative lorsque les contacts s'approchent pour faire disparaître les interpénétrations. Tous les contacts sont définis par *IQS_CLB* sauf le contact sous-couche/base.
- D'autre part, on utilise l'*ELASTIC_REPELL_CLB*. La loi de frottement utilisée est la loi de Coulomb, définie dans la section 3.1.4. Quant à la loi de contact, elle s'est basée sur un modèle de flexibilité linéaire : la réaction normale du contact est proportionnelle à l'interpénétration. Le contact défini par *ELASTIC_REPELL_CLB* est le contact sous-couche/base, de cette manière le comportement élastique de la sous-couche est considéré.

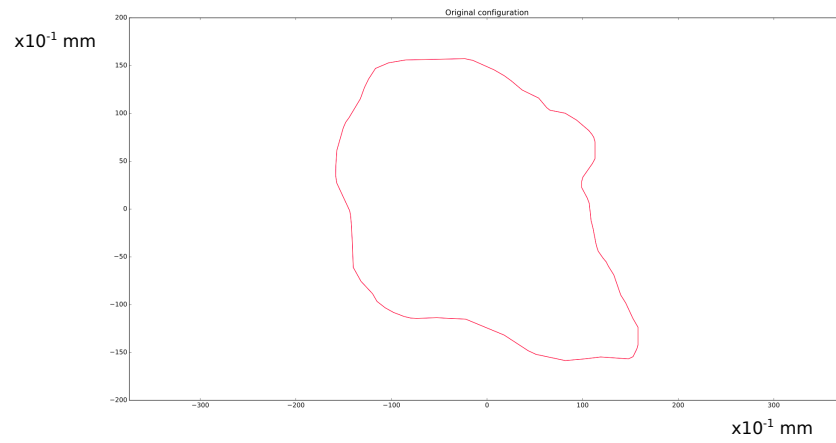
3.2 Modélisation de l'échantillon

Pour démarrer la simulation, il est d'abord nécessaire d'établir les stratégies pour préparer l'échantillon. La géométrie des grains, la définition des matériaux et des lois de contact entre chaque corps sont les premières étapes pour, ensuite, réaliser le compactage et obtenir les modèles finaux à simuler. Il est important de signaler que toutes les simulations sont réalisées en 2D, c'est-à-dire, tous les corps sont des prismes avec une longueur d'un mètre.

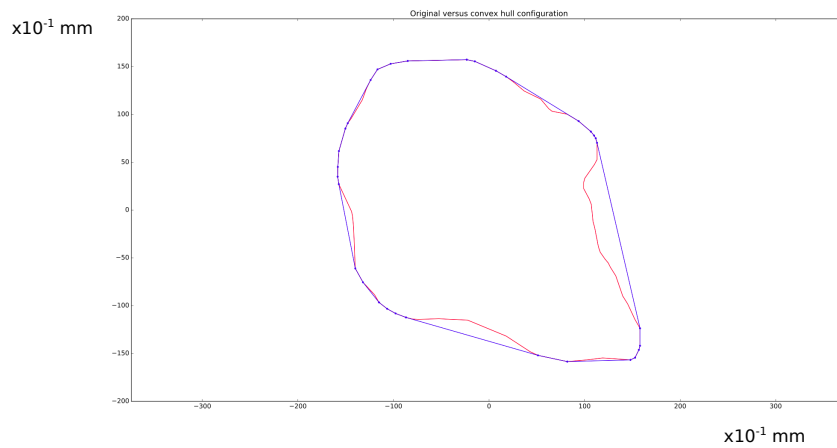
3.2.1 Les grains

La géométrie des grains utilisés pour les simulations est modélisée à partir de l'information fournie par le producteur de ballast, l'entreprise Sagex qui est associé au projet WholeTrack. L'obtention des formes des cailloux digitalisés en 2D est réalisée par vidéo-granulométrie et ils sont considérés comme des corps avec une forme polygonale. À partir des modèles obtenus, 81 modèles différents de cailloux sont passés à 2D. Ces modèles sont simplifiés pour obtenir un contour de 15 sommets par caillou (figures 3.5 et 3.6).

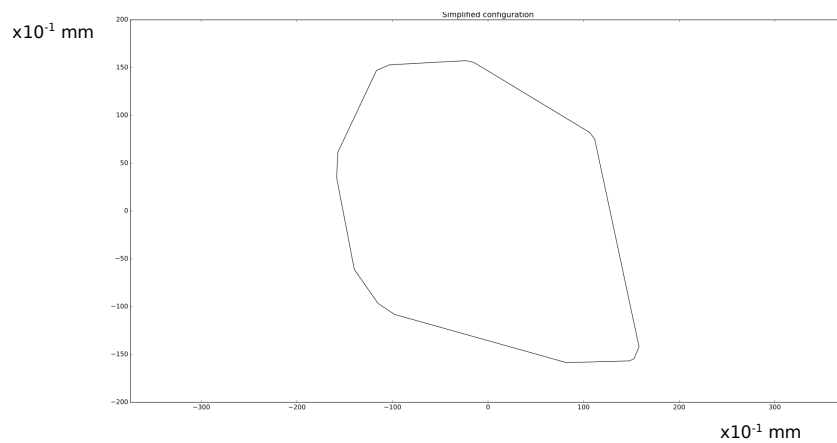
De plus, la méthode de détection de contact de LMGC90 nécessite d'avoir des formes convexes. On considère donc l'enveloppe convexe de la forme fournie par le vidéo-granulomètre. De cette manière, le volume de calcul pour les simulations se réduit avec des formes des cailloux simplifiées mais assez fidèles à la réalité.



(a) Contour réel



(b) Contour réel vs contour convexe simplifié



(c) Contour convexe simplifié

FIGURE 3.5 – Modélisation des grains 2D simplifiés pour la simulation

Comme on expliquera dans le chapitre suivant, les grains sont supposés totalement rigides pour, de cette manière, avoir un temps de calcul inférieur par rapport aux cailloux considérés déformables. C'est assez réaliste vu la rigidité du ballast.

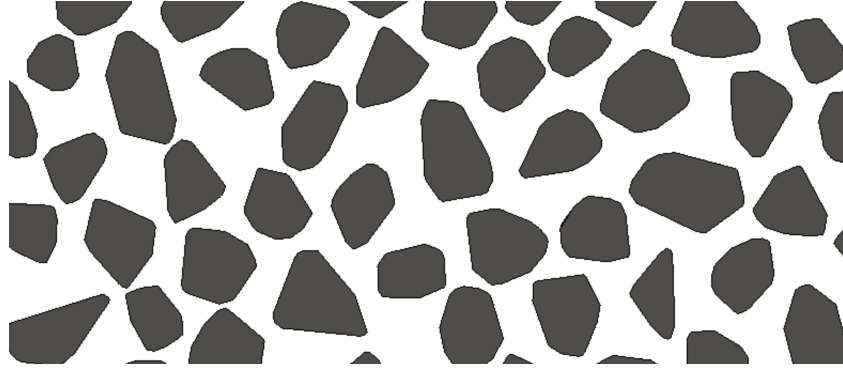


FIGURE 3.6 – Échantillon des grains de ballast simplifiés en 2D

3.2.2 Création des matériaux

Pour chaque corps qui fait partie de la simulation, un matériau lui est assigné et ses propriétés sont introduites dans le logiciel LMGC90.

Les éléments qui sont nécessaires pour la simulation du premier modèle, celui où la résistance latérale du ballast est étudiée, sont : une traverse, une couche de ballast, la base et des murs qui tiennent le ballast et un mur qui fait d'axe de symétrie. Par la suite deux types de traverses sont analysées à l'aide des simulations : une traverse en béton et une traverse en bois. Tous les éléments de ce modèle sont considérés rigides, c'est-à-dire, comme s'ils avaient un module de Young qui tend vers l'infini.

Les propriétés des matériaux assignés à chaque corps sont montrés dans la table 3.1.

Élément	Matériau	Masse volumique [kg/m ³]	Type
Cailloux	Ballast	2800	Rigide
Traverse 1	Béton	2500	Rigide
Traverse 2	Bois	1070	Rigide
Base et mur	Béton	2500	Rigide

TABLE 3.1 – Propriétés des matériaux utilisés pour les simulations de la résistance latérale

Les éléments qui sont nécessaires pour la simulation du deuxième modèle, celui où le tassement vertical est analysé, sont aussi une traverse, une couche de ballast, une base et des murs, ainsi qu'une sous-couche. Contrairement au modèle précédant, il y a des simulations avec un élément élastique : la sous-couche.

Les matériaux de chaque élément sont repris dans la table 3.2.

Élément	Matériau	Masse volumique [kg/m ³]	Type
Cailloux	Ballast	2800	Rigide
Traverse	Béton	2500	Rigide
Base et murs	Béton	2500	Rigide
Sous-couche	Béton	2500	Élastique

TABLE 3.2 – Propriétés des matériaux utilisés pour les simulations du tassement vertical

La sous-couche, mise sous la traverse dans les expériences réalisées dans le laboratoire de l’UCL et utilisée dans plusieurs cas sous les voies ferrées réelles, est faite de caoutchouc. Il s’agit d’un matériel élastique adéquat pour réduire les émissions acoustiques et les vibrations mécaniques. Pour les simulations réalisées à travers le programme LMGC90, on a pris le caoutchouc naturel. Les propriétés du caoutchouc introduites dans le logiciel sont les suivantes [6] :

- Matériau isotrope
- Masse volumique de 930 kg/m²
- Module de Young de 2 MPa
- Coefficient de Poisson de 0.5

3.2.3 Définition des contacts entre les corps

Dans les deux modèles de simulation on a plusieurs contacts entre les différents types de corps. Chaque contact entre les corps qui interagissent est défini par une loi de contact caractérisée par un coefficient de frottement.

Dans le premier modèle, des contacts peuvent exister entre les éléments suivants : entre grains, grains-traverse, grains-murs et grains-base. La valeur des coefficients de frottement pour tous les contacts est la même, 0.5, sauf le contact grains-base qui est 1.0. La première valeur choisie est la même que la valeur expérimentale obtenue par Combe sous la direction de K. Sab et G.Forêt au LCPC en collaboration avec le LMGC [9]. La particularité de cette expérience est le fait d’avoir utilisé une couche de prismes pentagonaux, lesquels sont une bonne approximation pour le modèle 2D à étudier. Pour le cas grains-base, la valeur choisie est 1.0 pour modéliser une plus grande adhérence entre les grains et le sol rugueux alors que celui-ci est représenté par une géométrie plane.

En ce qui concerne la loi qui régit tous les contacts, on a choisi la loi IQS (Inelastic Quasi Shock) Signorini-Coulomb, énoncée dans la section 3.1.4.

Les paramètres pour chaque contact sont récapitulés dans la table 3.3.

Contact	Loi de contact	Coefficient de frottement
Grains-Grains	IQS_CLB	0.5
Grains-Traverse	IQS_CLB	0.5
Grains-Murs	IQS_CLB	0.5
Grains-Base	IQS_CLB	1.0

TABLE 3.3 – Contacts entre les corps du modèle de l’étude de la résistance latérale

Dans le deuxième modèle des contacts peuvent exister : entre grains, entre grains-traverse, entre grains-murs, entre grains-base, ainsi que grains - sous-couche et sous-couche - base dans le cas où la sous-couche est ajoutée. Le coefficient de frottement pour tous les contacts est 0.7 (valeur qui se trouve dans l’intervalle 0.577 et 0.839 obtenue par Melis [17]). Dans ce cas, une valeur supérieure au modèle 1 est introduite pour doter le ballast d’une plus stabilité. Également, on étudie la totalité de la section de la couche de la voie puisque on est intéressé par une plus grande stabilité latérale.

Quant à la loi de chaque contact du tassement vertical, dans le scénario où il n’y a pas de sous-couche, tous les contacts sont régis par la loi de Signorini-Coulomb du choc quasi inélastique. Cependant, dans le cas où la sous-couche est ajoutée, le contact entre les corps qui représentent

la sous-couche et la base inférieure est régi par une loi déformable, *ELASTIC_REPELL_CLB* (expliqué dans la section (3.1.4)). Ce modèle diffère du précédent car la loi de frottement utilisée est la loi de Coulomb, mais caractérisé par l'ajout d'un comportement élastique unilatéral en compression dans la direction normale [19]. De cette manière l'élasticité de la sous-couche est modélisé au niveau du contact. Dans ce cas le coefficient de frottement entre la sous-couche et la base n'a pas de sens car la première n'a qu'un degré de liberté, celui du sens vertical. Les lois de contact du modèle de l'analyse du tassement vertical avec et sans sous-couche sont résumés aux tables 3.4 et 3.4.

Contact	Loi de contact	Coefficient de frottement
Grains-Grains	IQS_CLB	0.7
Grains-Traverse	IQS_CLB	0.7
Grains-Murs	IQS_CLB	0.7
Grains-Base	IQS_CLB	0.7

TABLE 3.4 – Contacts entre les corps du modèle de l'étude du tassement vertical sans la sous-couche

Contact	Loi de contact	Coeff. de frottement	Raideur
Grains-Grains	IQS_CLB	0.7	-
Grains-Traverse	IQS_CLB	0.7	-
Grains-Murs	IQS_CLB	0.7	-
Grains-Sous-couche	IQS_CLB	0.7	-
Sous-couche - base	ELASTIC_REPELL_CLB	-	2.000.000 N/m ¹

TABLE 3.5 – Contacts entre les corps du modèle de l'étude du tassement vertical avec la sous-couche

3.2.4 Dépôt et compactage

Une étape indispensable préalable à la simulation est le dépôt et le compactage des grains sous la traverse pour créer un échantillon qui représente la section d'une voie ferrée. Le processus de dépôt et de compactage est réalisé pour les deux types de simulations, la seule distinction est la différence des dimensions de la couche de ballast. On peut distinguer trois étapes :

1. La première étape consiste à créer un dépôt de grains non compactés. Ce dépôt est limité par des murs qui délimitent les dimensions finales de la couche de ballast.
2. Deuxièmement, les cailloux tombent par effet de la gravité, mais le reste des corps restent fixes. Pendant la tombée, le coefficient de frottement mis entre les cailloux est 0, de cette manière ils ont un comportement plus fluide. Ce comportement se ressemble aux cailloux quand ils vibrent à cause des bourroirs pendant les opérations de maintenance. De cette manière, un meilleur compactage est assuré.

Au même temps que les cailloux tombent, une vibration latérale est appliqué sur les murs latéraux (voir figure 3.7) avec une fréquence de vibration de 40 Hz, la même valeur utilisé dans les opérations de bourrage (section 2.3), et une amplitude d'1 mm. La valeur de l'amplitude imposée est du même ordre qu'à l'opération de maintenance mentionné dans

1. Cette valeur se réfère à la raideur d'un morceau de 20x20 mm de la sous-couche.

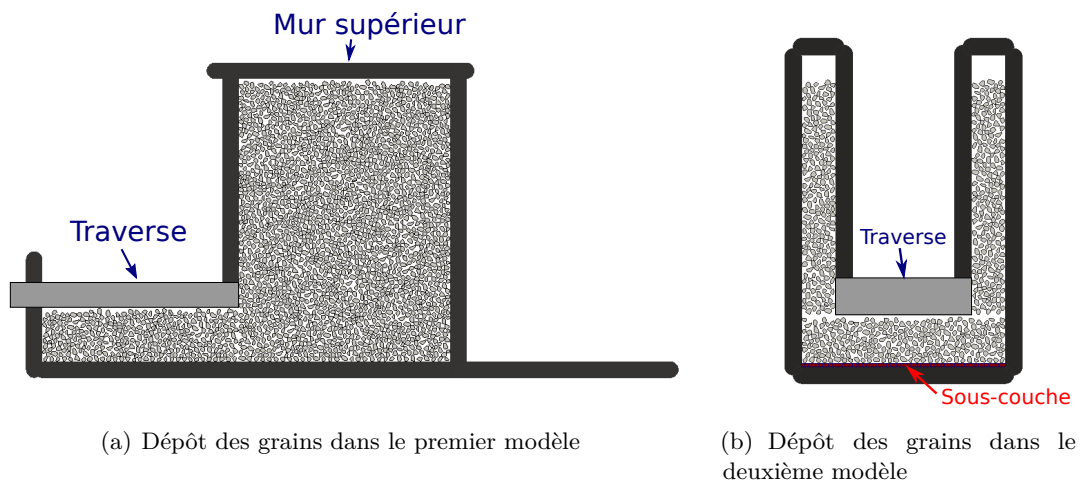


FIGURE 3.7 – Première étape : Dépôt des grains

la section 2.3, mais avec une valeur inférieure pour une meilleure convergence des résultats de la simulation en 2D.

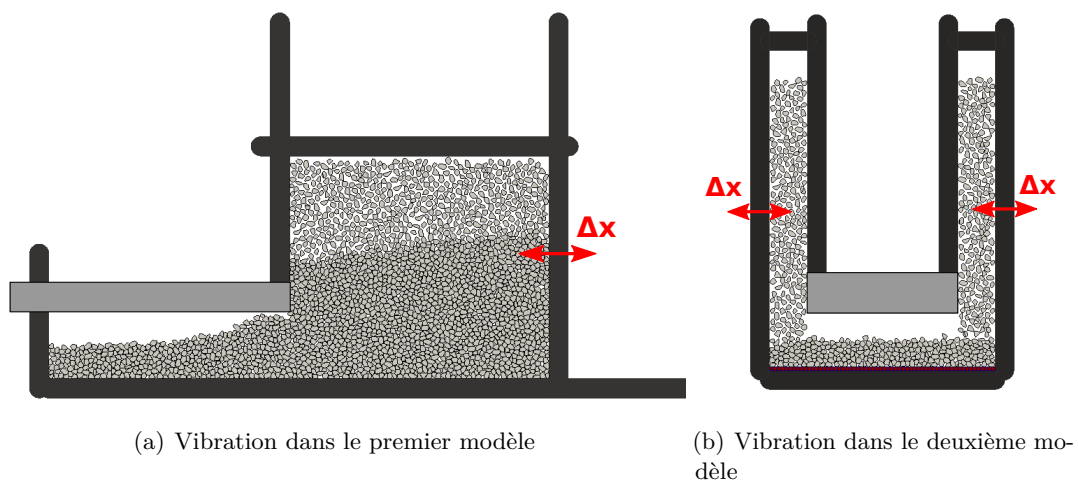


FIGURE 3.8 – Deuxième étape : Vibration latérale appliquée (Δx)

3. Troisièmement, lorsque les cailloux sont tombés, les murs horizontaux, situés au-dessus des cailloux, sont soumis à une force verticale vers le bas en plus de la gravité pour comprimer l'échantillon (voir figure 3.7). Cette force a une valeur de 10 kN. Par conséquent, la force appliquée sur les cailloux de ballast est de 10 kN + la valeur du poids des murs qui tombent par gravité (3924 N pour le premier modèle et 490.5 N pour le deuxième modèle).

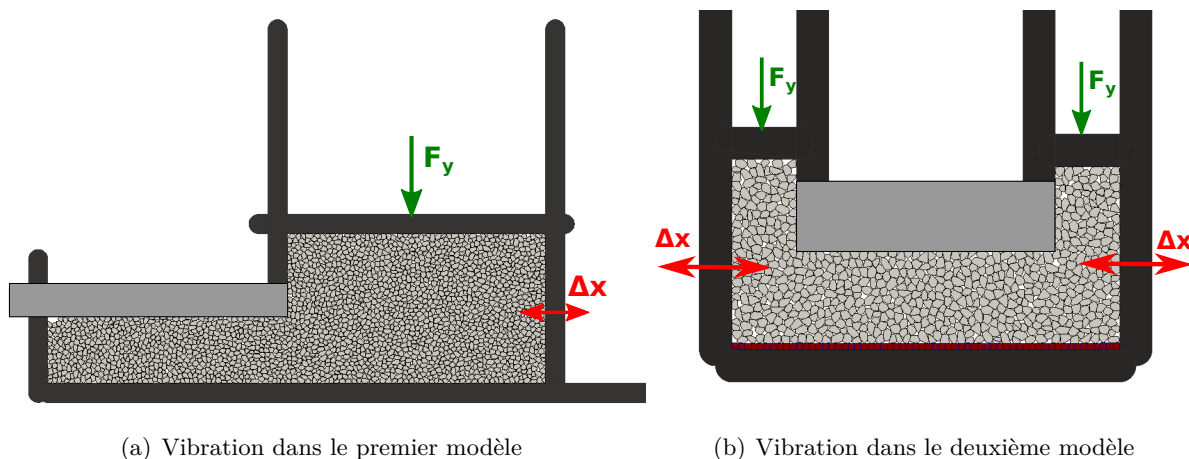


FIGURE 3.9 – Troisième étape : application des forces verticales (F_y) et vibrations latérales (Δx)

3.2.5 Définition des modèles

Après le compactage de la couche de ballast, les profils sont définis pour chaque modèle. Pour cette partie de la préparation de l'échantillon, les forces et vibrations sont arrêtés et les murs qui ne font pas partie de la simulation sont supprimés, ainsi que les cailloux excédants.

Résistance latérale

Le modèle de la résistance latérale consiste en une moitié de la section frontale de la voie. Afin de comparer différentes formes de la couche de ballast, trois profils différents sont modélisés. Ces profils correspondent à une approximation des cas montrés dans la figure 2.3 de la section 2.1.4. Il y a seulement une caractéristique qui distingue les profils 1 et 2 et les profils 2 et 3, de cette manière on cherche à comprendre l'effet de changer un seul facteur. Entre le profil 1 et le 2, ils ont les mêmes dimensions, sauf que le profil 1 a une bosse à la surface supérieure du ballast. Entre les profils 2 et 3, la seule caractéristique qui les distingue c'est la largeur de la couche de ballast.

Pour tous les profils il y a deux cas différents, chacun avec une traverse en béton et en bois. Aussi, pour chaque profil du modèle de la traverse en béton, trois dépôts différents sont réalisés afin de pouvoir répéter plusieurs fois les simulations.

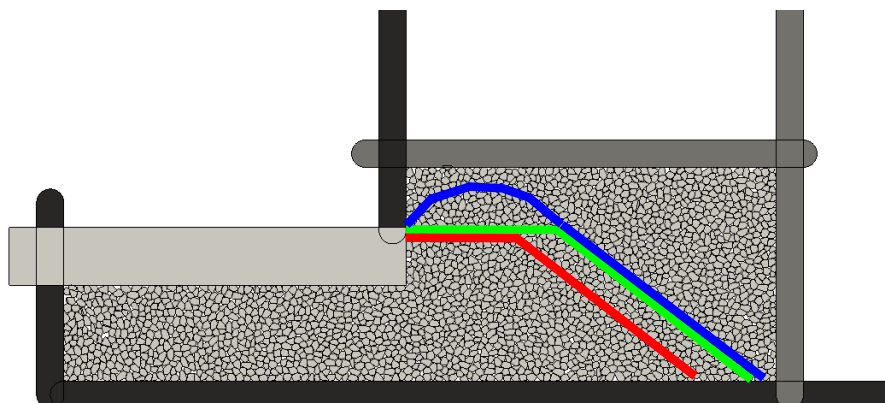
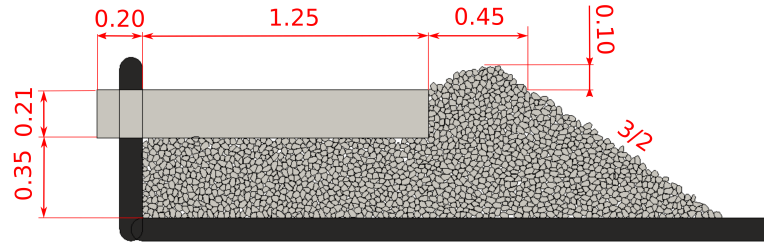


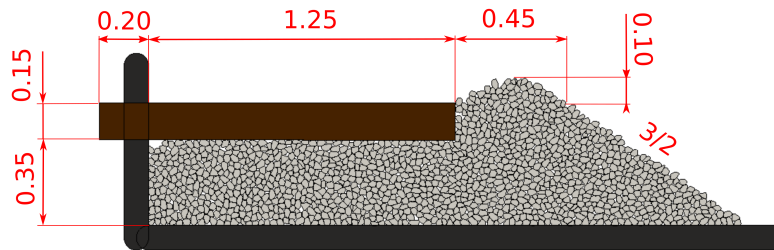
FIGURE 3.10 – Forme des profils à définir : profil 1 (bleu), profil 2 (vert) et profil 3 (rouge)

Les traits qui distinguent chaque profil sont mentionnées à-dessous :

1. Profil 1 : il est caractérisé par une petite protubérance (ou bosse) de ballast qui dépasse de 10 cm de la surface supérieure de la traverse. La largeur horizontale de la surface supérieure depuis l'extrémité de la traverse est de 0.45 m (figure 3.11).



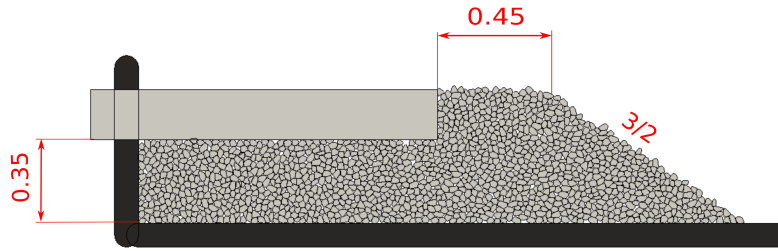
(a) Profil 1 avec la traverse en béton



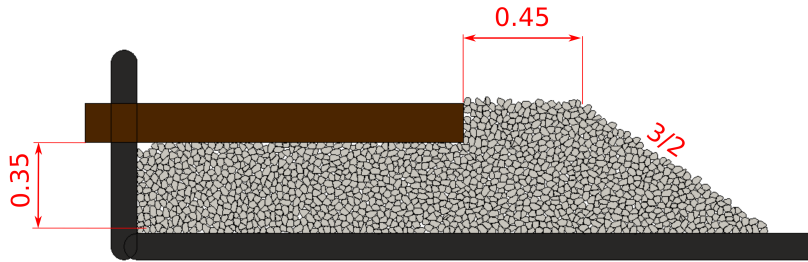
(b) Profil 1 avec la traverse en bois

FIGURE 3.11 – Profil 1 (profil renforcé) modélisé pour les simulations

2. Profil 2 : il n'y a pas de protubérance et la surface supérieure est plane et avec la même largeur que dans le profil 1, 0.45 m. Le pente de la couche de ballast est la même que dans le profil 1 (figure 3.12).



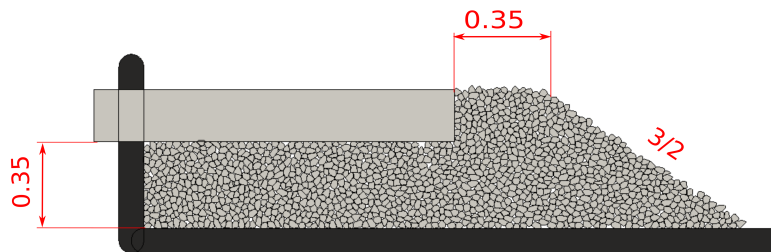
(a) Profil 2 avec la traverse en béton



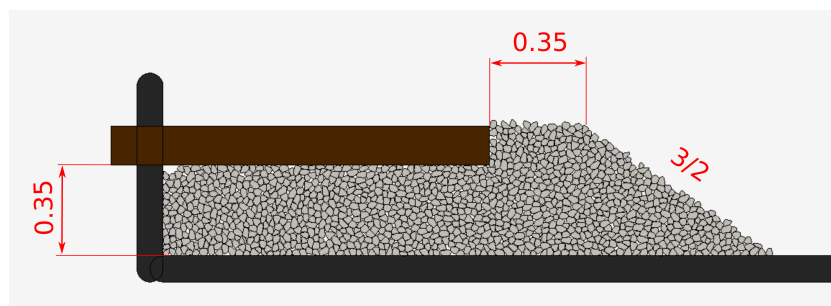
(b) Profil 2 avec la traverse en bois

FIGURE 3.12 – Profil 2 (profil renforcé) modélisé pour les simulations

3. Profil 3 : ce profil présente un épaulement latéral de largeur inférieure à celle des autres profils. La largeur de la face supérieure est de 0.35 m depuis l'extrémité de la traverse. La pente du profil de la couche est toutefois la même que dans les autres cas (figure 3.13).



(a) Profil 3 avec la traverse en béton



(b) Profil 3 avec la traverse en bois

FIGURE 3.13 – Profil 3 (profil renforcé) modélisé pour les simulations

On peut observer que, dans tous les cas la traverse dépasse de 20 cm sur a gauche pour compenser

l'espace vide à gauche du au mouvement latéral de la traverse pendant les simulations de la résistance latérale.

Pour analyser l'effet du compactage, un nouveau modèle sans la procédé du compactage est aussi défini. Dans ce cas, le coefficient de frottement pendant la tombée des cailloux est de 0.1, est seulement le poids du mur supérieure est appliqué comme force extérieure, il n'y a pas de force extra verticale ni de vibration latérale.

Une variant de la traverse en bois est aussi ajouté aux simulations. Il s'agit d'une traverse en bois avec une partie saillante qui traverse le bois et s'introduit dans le ballast. Elle est actuellement utilisé par Infrabel, la société responsable de la gestion de l'infrastructure ferroviaire belge, pour certains cas où les voies sont régis à des conditions plus dures en ce qui concerne la résistance latérale. Le saillant utilisé pour la simulation a une largeur de 10 mm et trois types de longueurs l sont simulées : 50, 100 et 150 mm introduits dans le ballast (figure 3.14).

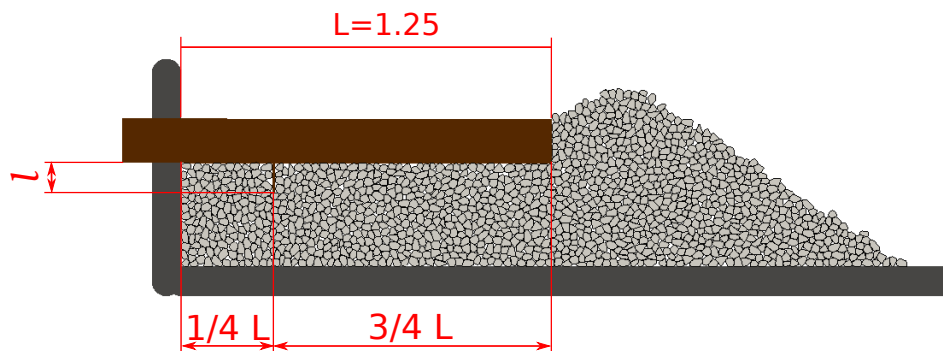


FIGURE 3.14 – Traverse en bois avec une partie saillante

Tassement vertical

Quant au tassement vertical, une section de la voie est modélisé avec deux cas : un cas avec la sous-couche élastique et un cas sans la sous-couche, c'est-à-dire, un cas où le ballast repose directement sur la base rigide en béton. Pour comparer avec des expériences déjà faites, deux profils différents sont étudiés (figure 3.15) : le premier, un profil avec des dimensions similaires au profil de l'expérience au laboratoire de l'UCL (figure 3.16) et, le deuxième, une couche de ballast dans une boîte (figure 3.17), comme dans l'expérience dans la thèse de Lim, Wee Loon [15] ou dans l'expérience dans la thèse de Juan-Carlos Quezada[20]. Pour ce modèle, seulement est considéré la traverse en béton.

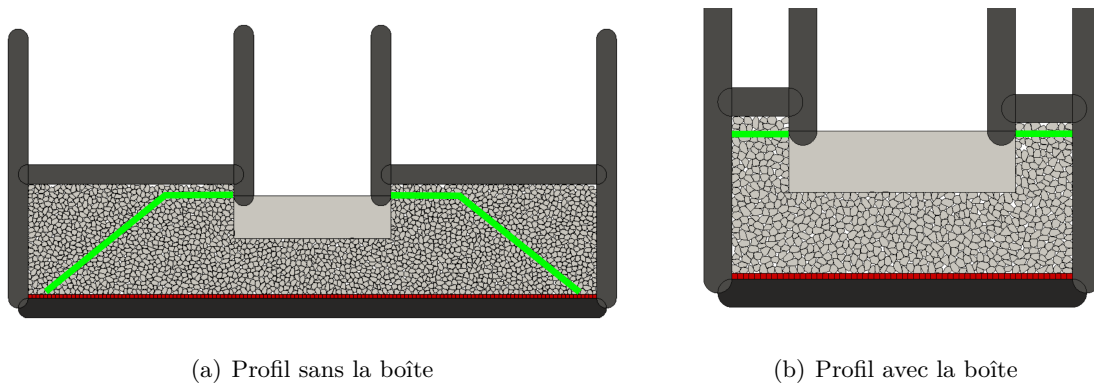


FIGURE 3.15 – Forme des profils à définir pour le tassement vertical

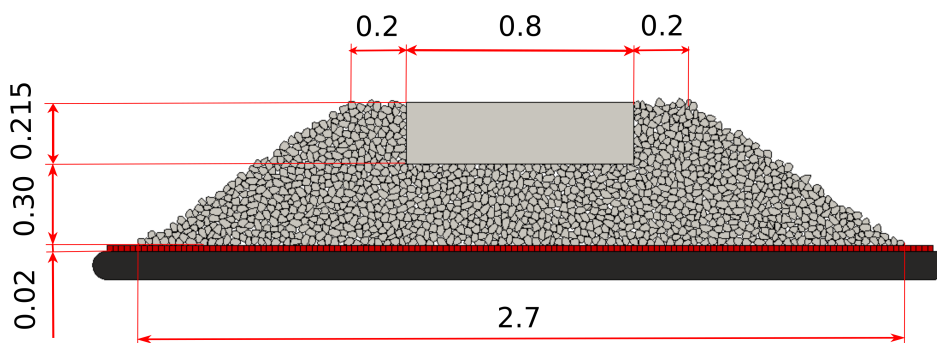


FIGURE 3.16 – Modèle de simulation dans la boîte

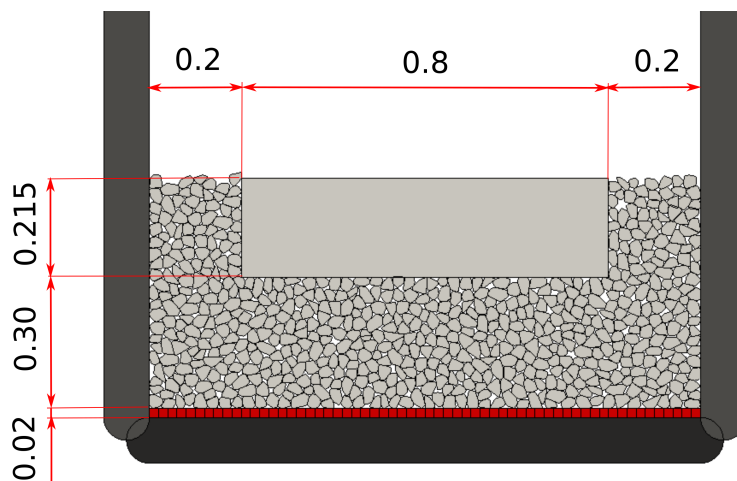


FIGURE 3.17 – Modèle de simulation avec un profil de ballast défini

Pour chaque modèle, un cas sans sous-couche est aussi modélisé pour comparer les résultats. Il conserve les mêmes dimensions de la couche de ballast et de la traverse que dans les cas avec la sous-couche.

Chapitre 4

Résistance latérale de la voie

Selon M.A. P Rud'Homme [21], à la deuxième moitié du XX^{ème} siècle, la résistance latérale devient un aspect important à analyser à cause de la nécessité de faire circuler des trains de marchandises plus lourds et des trains commerciaux circulant à de grandes vitesses. Pour la stabilité de la structure qui maintient les voies, il est primordiale d'étudier les efforts verticaux ainsi que les transversaux.

4.1 Modèle expérimental

Dans le cadre d'un projet de recherche international, des tests de résistance du ballast en trois dimensions sont réalisés en utilisant une voie ferrée dans le laboratoire Roads and Railways Research Laboratory de TU Delft (Delft University of Technology). Les tests réalisés dans cette étude sont latéraux, longitudinaux, verticaux et mixtes.

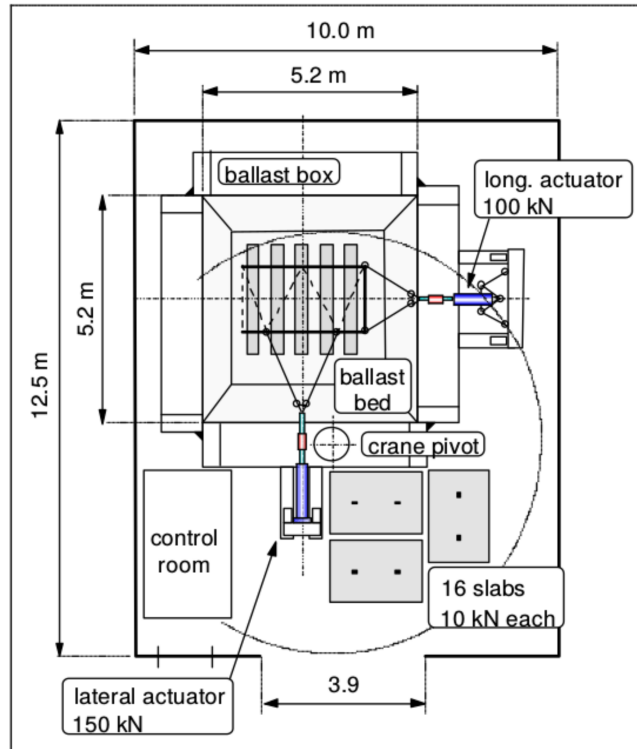
La section transversale (figure 4.1) est composé de :

- 2 morceaux de rail, section UIC54.
- 5 traverses en béton NS90.
- Un lit de ballast avec des pierres concassées 30/63, avec une épaisseur sous la traverse de 30 cm.
- Une sous-couche de ballast James Walker type FC600 / FC101.
- Des dalles en béton (Stelcon) 2 m x 2 m x 10 cm, total 120 m².
- Une base de sable.

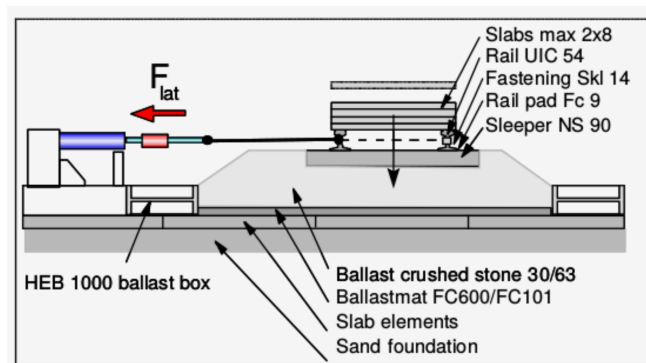
La force latérale de 150 kN est appliquée par l'actionneur hydraulique au moyen de deux tiges diagonales. Pour que la charge soit plus uniforme, deux poutres sont soudées entre les rails. De la même manière, une force (100 kN) est appliquée dans la direction longitudinale. Dans ce cas, l'actionneur est installé dans le but de suivre le mouvement transversale sans rotation pendant les tests mixtes.

Les actionneurs sont programmés sous contrôle du déplacement pour compléter la mesure avec une vitesse constante de 10 mm/min. Pendant les tests mixtes l'actionneur longitudinal, qui doit maintenir un niveau de charge longitudinal constant, fonctionne sous contrôle de charge.

La charge verticale variable est placée sur la voie ferrée par un poids mort de blocs en béton avec des dimensions de 2 m x 1,5 m x 10 cm et un poids de 9,95 kN chacune.



(a) Vue de dessus de l'essai de la résistance latérale du ballast



(b) Section transversale de l'essai pendant les essais latéraux avec charge descendante

FIGURE 4.1 – Essai de résistance latérale du ballast [13]

4.1.1 Résultats expérimentaux

Les résultats de l'expérimentation sans des charges verticales et longitudinales sont représentés dans la figure 4.2. Dans les courbes force-déplacement, au début les déplacements sont petits par rapport aux incréments des forces latérales. Ensuite il y a un point d'inflexion et, finalement, une ligne presque asymptotique, où le déplacement augmente pratiquement à l'infini pour une même force.

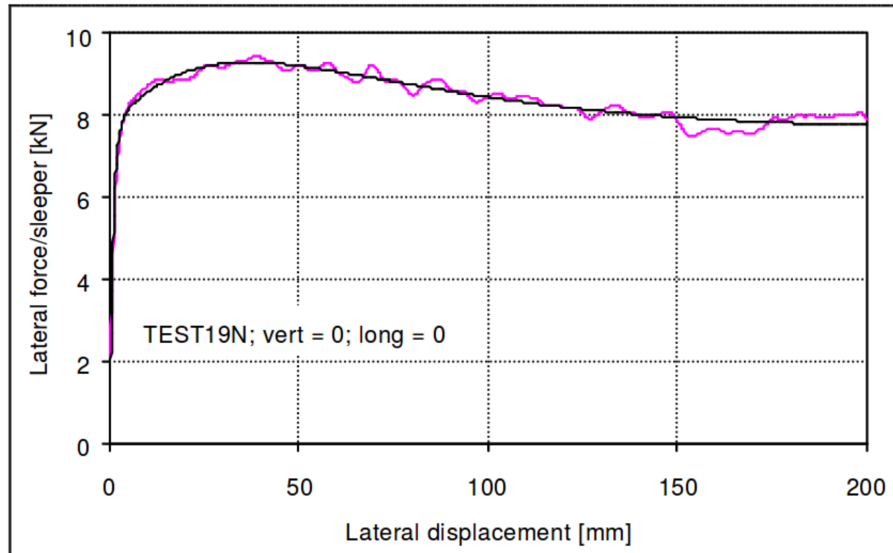


FIGURE 4.2 – Résistance latérale du ballast [13]

4.2 Simulation de la résistance latérale

Pour étudier la résistance latérale de la voie au moyen des simulations, différents cas de charges sont considérés afin de comprendre le comportement de la couche de ballast face à des forces horizontales et aussi verticales. Ils sont regroupés selon le type de traverse simulée.

Simulation avec une traverse en béton

1. Comparaison d'un modèle compacté avec un modèle non compacté. Pour cette étude, deux cas sont comparés : un modèle dans lequel le compactage expliqué dans la section 3.2.4 est réalisé et un autre modèle sans la procédure du compactage. Une force horizontale incrémentale est appliquée sur la traverse en béton qui repose sur une couche de ballast avec le profil 2 (défini dans la section 3.2.5). Les résultats obtenus sont comparés afin de mettre en évidence l'influence du compactage du ballast sur la résistance latérale de la voie.
2. Comparaison du déplacement de la traverse pour les trois profils de ballast lorsqu'une force horizontale qui incrémente est appliquée sur la traverse. La simulation s'arrête quand la traverse s'est déplacée de plus de 20 mm. Pour les trois profils, la force augmente en même temps. À chaque pas de temps dans la simulation, on enregistre, pour chaque profil, le déplacement de la traverse au cours du temps ainsi que les réactions entre la traverse et es grains du ballast.
3. Il s'agit de la même simulation que la précédente mais avec une force verticale supplémentaire de 20 kN sur la traverse. L'objectif est ici le même que celui de la précédente simulation, cependant il permet de vérifier l'influence de la présence de la charge du à un train.
4. À nouveau les trois profils sont comparés, mais cette fois une force horizontale constante est appliquée. Dans ces simulations on analyse la répartition de la réaction du ballast sur la traverse : sur la surface inférieure, sur la surface latérale ou au coin de la traverse.

5. Le problème des simulations précédentes durant lesquelles une force latérale est appliquée est qu'il n'est pas possible d'isoler la force à partir de laquelle la traverse ne s'arrêtera plus. En plus, le fait d'exercer une force génère aussi des accélérations qui transmettent une énergie cinétique à la traverse, énergie qui doit être absorbée par le ballast pour contrecarrer le mouvement de la traverse. C'est la raison pour laquelle on réalise, pour chaque profil, des simulations où la vitesse de déplacement de la traverse est imposée. Les valeurs de vitesses considérées sont :

(a) $v_x = 2 \text{ mm/s}$

(b) $v_x = 4 \text{ mm/s}$

(c) $v_x = 8 \text{ mm/s}$

Pour chacune, on trouve les réactions des grains du ballast sur la traverse. Pour le cas avec la vitesse de 2 mm/s, ces forces sont divisées pour obtenir le pourcentage des forces horizontales appliquées sur la surface en dessous et sur la surface latérale de la traverse. Afin d'avoir une valeur plus fiable, l'étude est réalisée pour trois échantillons différents.

Simulation avec une traverse en bois

1. De la même manière qu'on a réalisé les simulations avec une traverse en béton, nous allons appliquer une vitesse constante de 2 mm/s sur la traverse en bois. De cette manière, on peut observer les forces du ballast sur la traverse pour des déplacements constants. Les résultats obtenus avec une traverse en bois sont comparés aux résultats de la traverse en béton.
2. Pour les cas où il y a une partie saillante qui traverse verticalement la traverse en bois, une vitesse constante de 2 mm/s est également imposée sur la traverse. L'analyse est réalisée pour les trois profils de ballast mentionnés précédemment et pour les trois longueurs de la partie saillante (50, 100 et 150 mm).

4.2.1 Discussion des résultats des simulations

Comparaison du compactage

L'influence du compactage sur la résistance latérale de la voie, pour un profil constant de ballast (le second profil, figure 3.12), est illustré à la figure 4.3. La différence de compacité entre le modèle ayant subi l'opération de compactage et le modèle non-compacté est de 3,2%. La compacité est calculée en la surface qui contient les cailloux avant de supprimer les murs et les cailloux excédants. Nous définissons alors la compacité comme la division de la surface du ballast divisée par la surface totale, ce qui donne : 87.7% pour le cas compacté et 84.5% pour le cas non compacté.

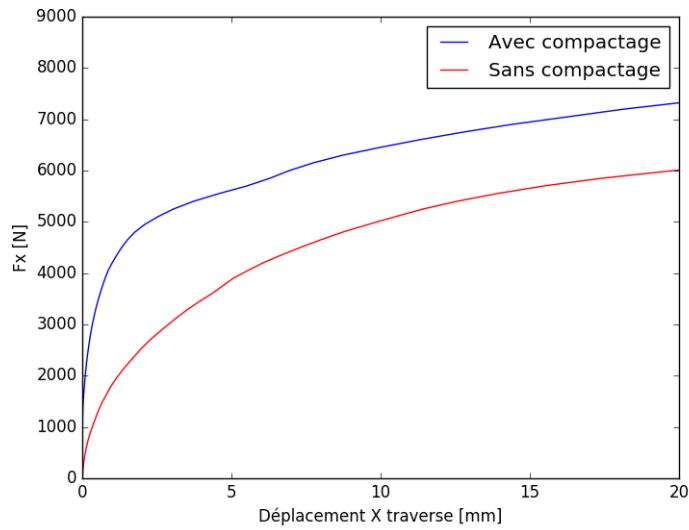


FIGURE 4.3 – Courbe force horizontale vs. déplacement pour comparer l’effet du compactage. Profil 2 du ballast

Lorsque la force augmente, on peut voir une différence importante de déplacement de la traverse. Par exemple, avec une force de 3000 N, le déplacement du cas non compacté est, approximativement, de 3 mm, tandis que pour le cas compacté le déplacement est inférieur à 1 mm. De plus, lorsque une force de 6500 N est appliquée, le déplacement pour l’échantillon compacté atteint les 10 mm, tandis que pour l’échantillon non compacté le déplacement est de plus de 20 mm (hors des figures). On peut donc voir que le compactage a une influence non négligeable sur la résistance latérale.

Comparaison des trois profils de ballast. Traverse en béton

La première simulation réalisée pour comparer les trois profils de ballast consiste à appliquer, de la même manière que pour l’étude du compactage, une force extérieure horizontale qui augmente progressivement. La seule force verticale appliquée sur le ballast est le poids de la traverse. Ci-dessous la courbe qui représente la force appliqué sur la traverse vs le déplacement de la traverse est montrée pour chaque type de profil de ballast.

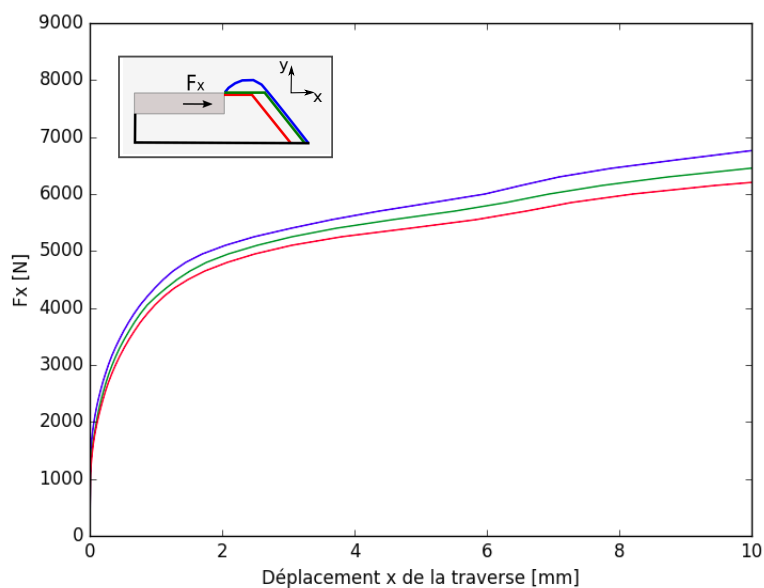


FIGURE 4.4 – Courbes force horizontale vs. déplacement de la traverse pour les trois profils de ballast

On peut regarder dans la figure 4.4 que la courbe située au-dessus des autres correspond au profil renforcé (profil 1), cela veut dire que pour déplacer la même distance la traverse, on a besoin d'une force supérieure qu'aux autres types de profils. Les résultats se correspondent, donc, aux objectifs des profils mentionnés dans la section 2.1.4, où le profil 1 doit résister à des conditions plus sévères, tandis que le profil 3 doit résister à des vitesses et sollicitations inférieures.

La simulation ci-dessus mentionné est réalisé une autre fois avec l'ajout d'une force verticale constante, afin de simuler l'effet des charges verticaux constantes.

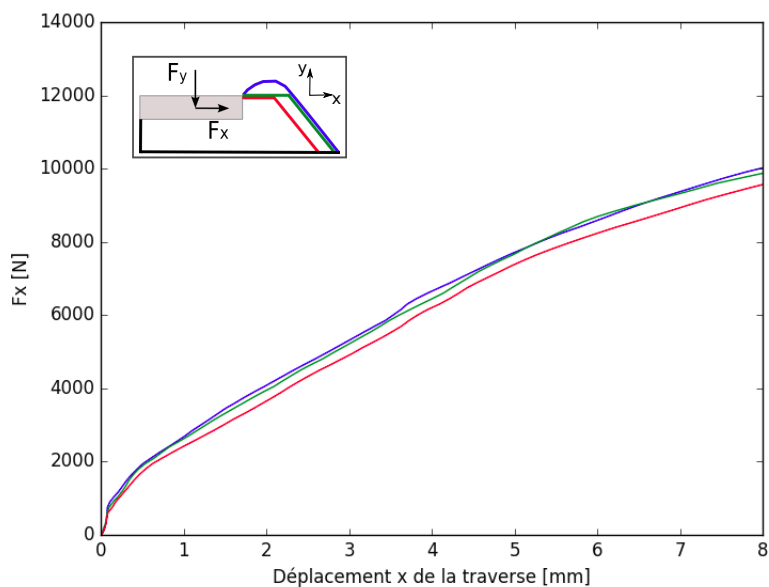


FIGURE 4.5 – Courbes force horizontale vs. déplacement de la traverse pour les trois profils de ballast lorsqu'il y a aussi une force verticale constante de 20 kN

Contrairement au cas antérieur dans lequel une seule force horizontale est exercée, les courbes des chaque profil sont plus proches les unes des autres. En plus, la différence entre les profils 1 et 2 est pratiquement imperceptible. L'explication à ces résultats c'est qu'une force verticale cause un incrément de la force normale de la traverse sur le ballast. Comme la force normale est directement proportionnelle à la force de friction ($F = \mu N$), celle-ci augmente. De cette manière, le frottement dû à la force vertical prend plus importance face aux forces normales au latéral de la traverse.

Une autre variant des forces appliquées sur la traverse est la simulation avec une force constante, dans ce cas une force de 1000 N (figure 4.6). Ici, la force résistant horizontale exercée par la couche de ballast est décomposée selon la surface d'application de la traverse : la surface inférieure, la surface latérale où le coin de la traverse. La simulation est réalisé pendant 10 secondes.

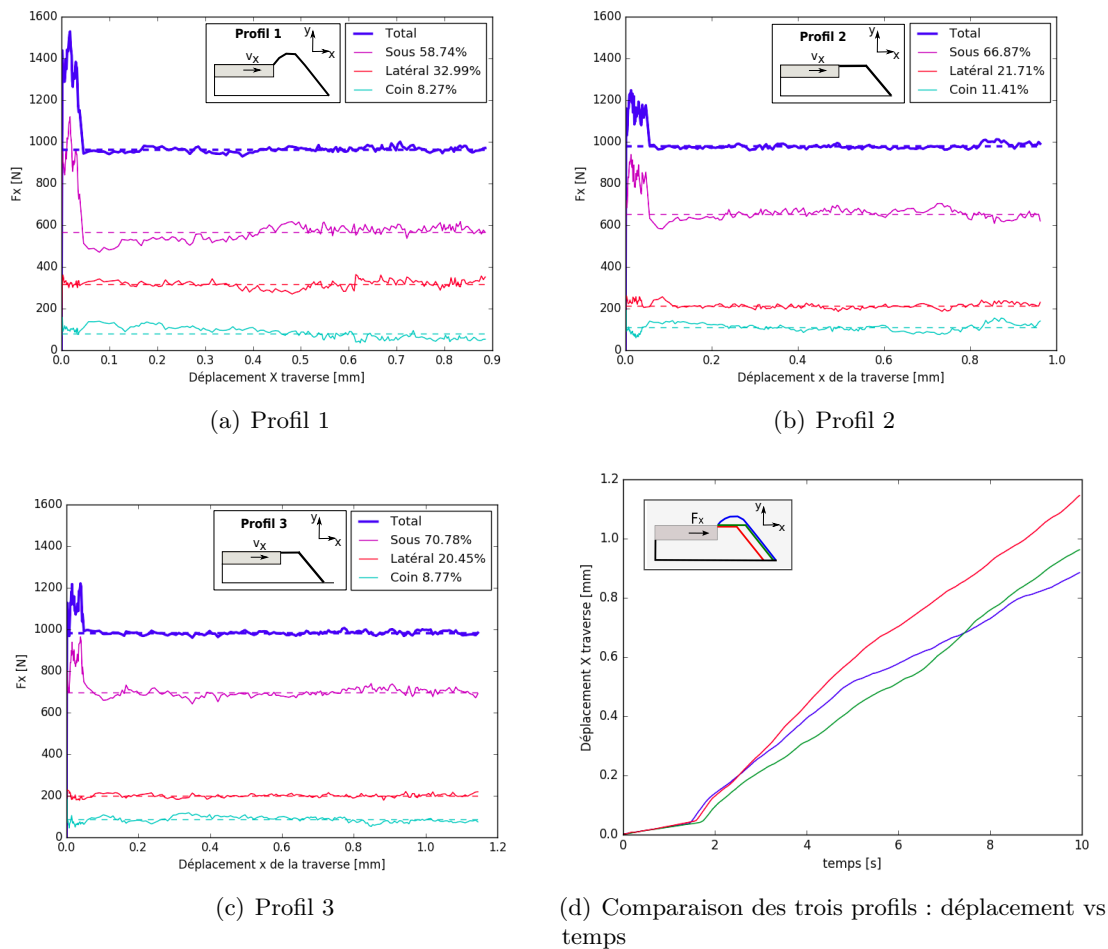


FIGURE 4.6 – Décomposition des réactions du ballast pour chaque profil. Application d'une force constante de 1000 N sur la traverse.

Au début de la simulation il y a une zone de transition jusqu'à 0.1 secondes. Si la zone de transition est ignorée, on obtient une partie stationnaire des forces, où, à partir d'une moyenne des valeurs de la zone transitoire (lignes discontinues des graphiques) et, ainsi, le pourcentage à chaque surface. Pour les trois profils, la plus part des forces sont appliquées sur la surface inférieure, pourtant, il s'agit des forces de frottement.

Les forces normales au latéral de la traverse ont un poids inférieur sur le total, mais l'importance est différent selon le profil. Pour le premier profil, la surface latérale a un pourcentage près de 33%, alors que pour le deuxième et le troisième est de 21.71% et 20.45%.

Dans la graphique (d) on peut observer que, à la fin de la simulation, le modèle avec le profil 3 s'est déplacé plus, tandis que avec le profil 1 le déplacement est inférieure.

Les déplacements et les pourcentages sont cohérents donc avec la fonction du renforcement du profil 1, dans lequel la résistance latérale est supérieure grâce aux forces latérales, qui ont plus d'importance ici qu'aux autres profils.

Pour les raisons déjà expliquées dans la section précédente, une vitesse constante est appliquée sur la traverse. Trois échantillons différents sont simulés pour chaque profil de ballast.

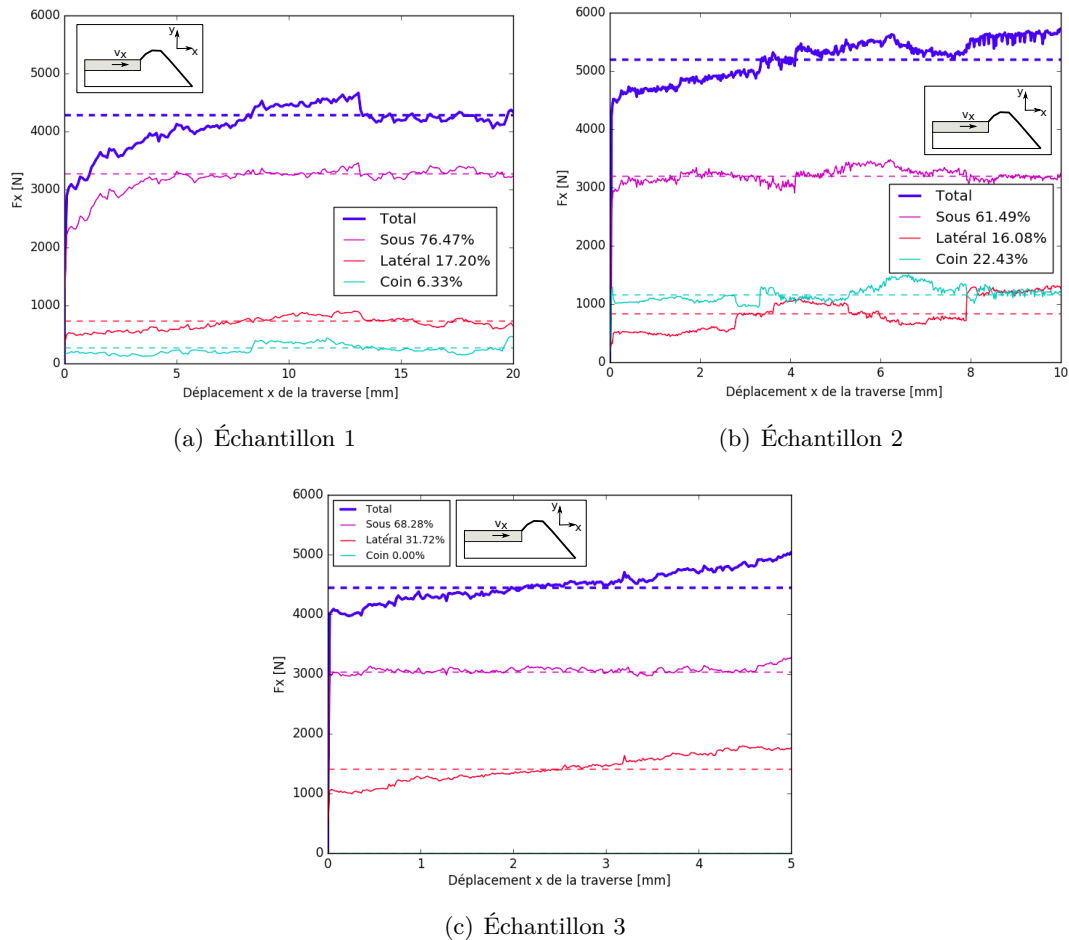


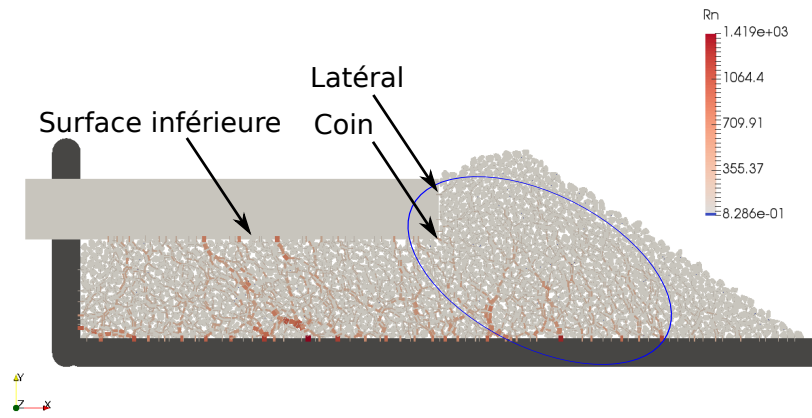
FIGURE 4.7 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton du profil 1 pour chaque échantillon.

Dans les deux premiers échantillons on trouve un caillou situé au coin de la traverse. Comme il est une simulation 2D, ce caillou agit comme un prisme, pourtant il est en contact avec tout le coin. C'est la raison pour laquelle s'il y a de contact avec le coin, celui a un effet important sur la résistance de la voie. Par contre, dans le troisième échantillon il n'y a pas de contact et c'est la surface latérale qui a un pourcentage supérieur que dans les deux premiers, pendant que la surface inférieure a un pourcentage pareil que aux autres échantillons. Les pourcentages moyens sont montrés dans la table 4.1.

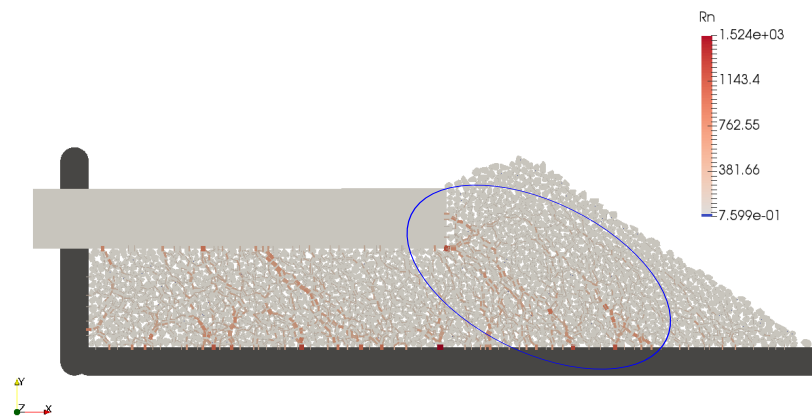
Lieu de contact	Pourcentage moyen
Surface inférieure	68.75%
Surface latérale	21.66%
Coin	9.59%

TABLE 4.1 – Pourcentage moyen des forces pour chaque partie de la traverse en contact avec le ballast. Profil 1

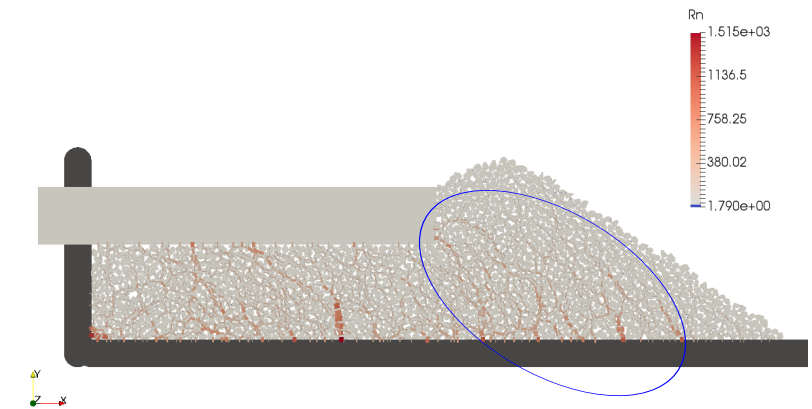
Si on regarde les images de la simulation du profil 1 pour les trois échantillons dans la figure 4.8, la plus partie des forces est située au-dessous de la traverse. D'autre côté, on peut voir la concentration des forces latérales et au coin, dans la figure bleue. Dans les deux premiers échantillons, dans lesquels le coin de la traverse est en contact avec de cailloux, on peut voir des forces importants qui arrivent jusqu'à coin. Par contre, dans le troisième échantillon, ces forces sont exercés par le latéral.



(a) Échantillon 1



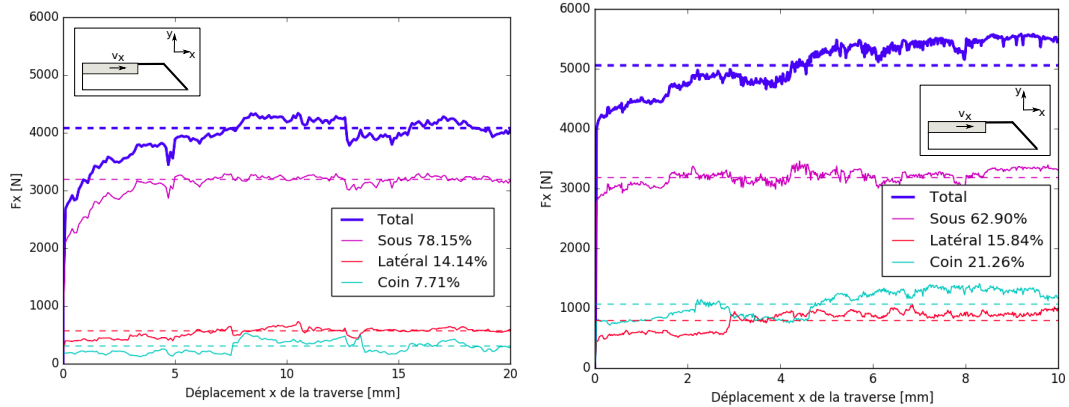
(b) Échantillon 2



(c) Échantillon 3

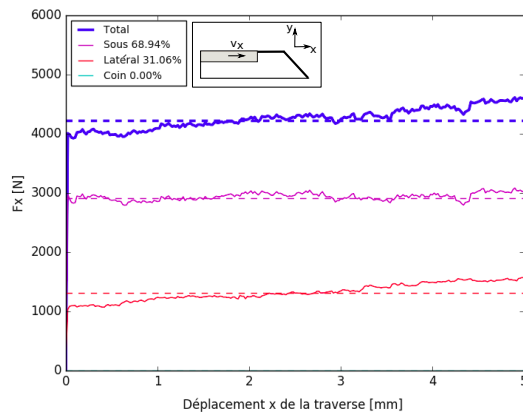
FIGURE 4.8 – Forces normales entre les corps au temps 2.5 s (5 mm du déplacement de la traverse)

En ce qui concerne le deuxième profil de la couche de ballast, une vitesse constante de 2 mm/s est aussi appliquée sur la traverse. Les résultats des forces exercés par le ballast sur la traverse sont montrés dans les graphiques de la figure 4.7.



(a) Échantillon 1

(b) Échantillon 2



(c) Échantillon 3

FIGURE 4.9 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton du profil 2 pour chaque échantillon.

Lieu de contact	Pourcentage moyen
Surface inférieure	70.00%
Surface latérale	20.35%
Coin	9.65%

TABLE 4.2 – Pourcentage moyen des forces pour chaque partie de la traverse en contact avec le ballast. Profil 2

Dans ce situation-là, la distribution des forces est similaire au premier profil, sauf que les forces latérales sont inférieures (regarder tables 4.1 et 4.2). Cela peut être expliqué puisque le profil 2 n'a pas de de renforcement latéral par rapport au profil 1.

Pour le troisième profil, la même étude est réalisée pour le profil 3 et ses résultats sont montrés dans les graphiques de la figure 4.10.

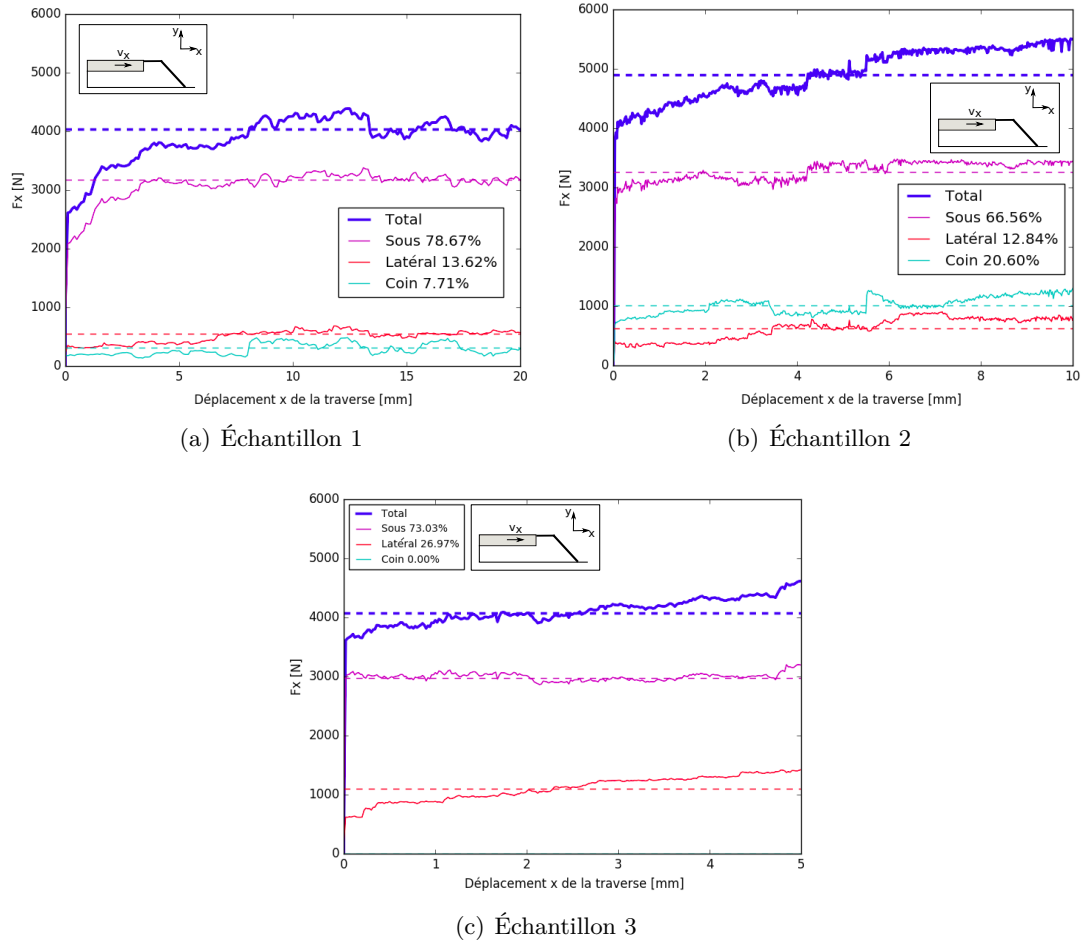


FIGURE 4.10 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton du profil 3 pour chaque échantillon.

Les résultats du profil 3 montrent aussi que la surface latérale a un poids inférieur sur les forces horizontales totales exercées par le ballast (table 4.3). Ces résultats concordent aussi avec la théorie, où le profil 3 sert pour les voies avec des sollicitations latérales inférieures.

Lieu de contact	Pourcentage moyen
Surface inférieure	72.75%
Surface latérale	17.81%
Coin	9.44%

TABLE 4.3 – Pourcentage moyen des forces pour chaque partie de la traverse en contact avec le ballast. Profil 3

Pour l'échantillon 1, des simulations avec des autres valeurs de vitesse sont réalisées pour comparer l'effet qu'elles produisent. Dans la figure 4.11 les résultats des trois vitesses pour chaque profil sont représentés.

Ces résultats que la courbe du profil renforcé avec la bosse (profil 1) est toujours au-dessus des autres courbes, tandis que le profil 3 est généralement au-dessous des courbes 2 et 3. C'est-à-dire, que pour un même déplacement, la traverse a besoin de dépasser une force supérieure.

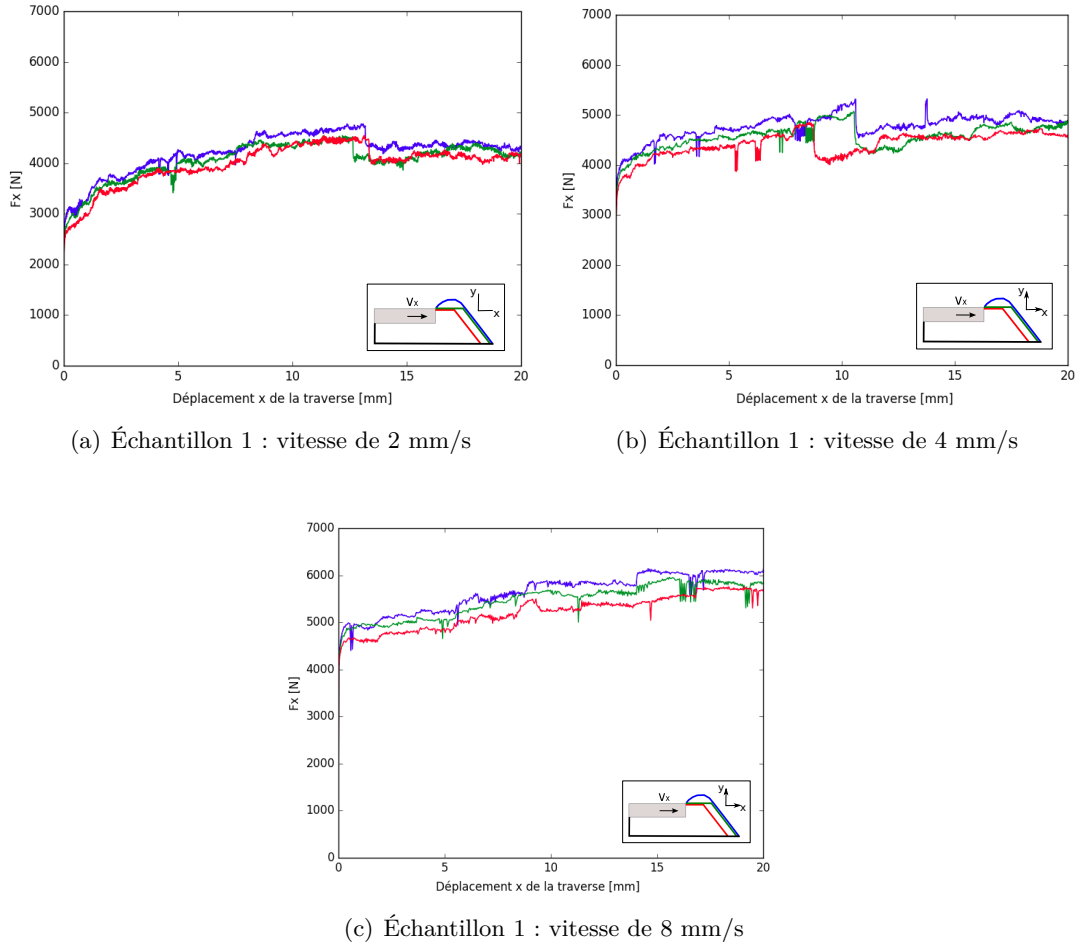
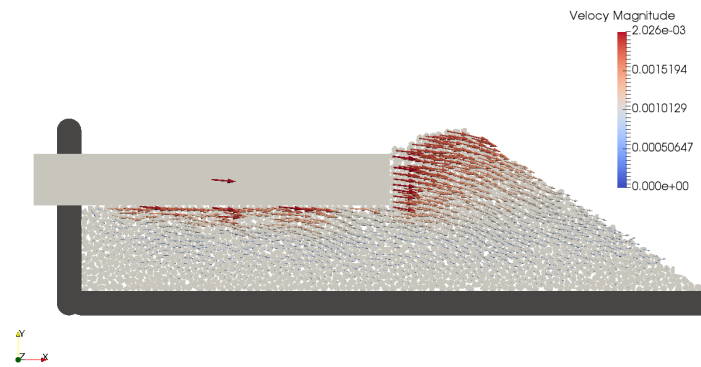


FIGURE 4.11 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en béton pour 3 types de vitesses (2, 4 et 8 mm/s) pour un même échantillon

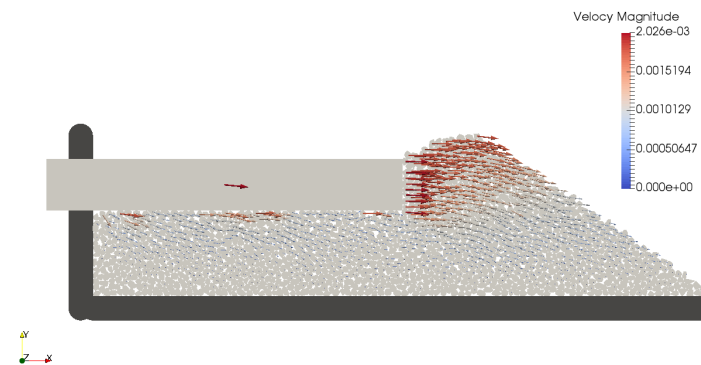
Quant aux vitesses, au fur et à mesure que la vitesse est plus grande, les forces nécessaires pour se déplacer sont aussi supérieures. Si on considère l'ensemble des cailloux comme un fluide d'une grande viscosité, la force résistant du fluide augmente tandis que la vitesse du corps dans le fluide augmente. C'est la raison pour laquelle à une vitesse supérieure, la force que la traverse doit exercer pour se déplacer est aussi plus grande.

Finalement, pour la simulation avec la traverse en béton, on peut observer un comportement de cisaille dans le ballast. Tandis que les cailloux supérieurs ont un mouvement vers la droite, les cailloux inférieurs ont tendance à rester statiques. On peut voir ce comportement dans la figure 4.11.

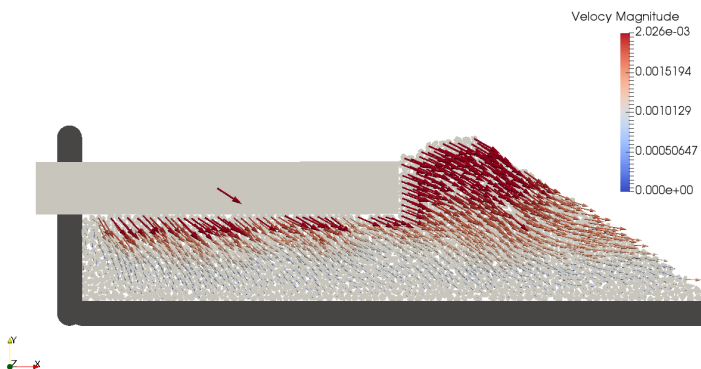
Aux 14 mm environ, c'est-à-dire, à partir des 7 secondes dans la graphique 4.12 (a) la force diminue brusquement. Cela peut être expliqué parce que la traverse tourne un peu en raison d'un petit espace créé par le mouvement des grains. Cet effet donne lieu à un composant vertical de la vitesse et une arrête momentanée du mouvement.



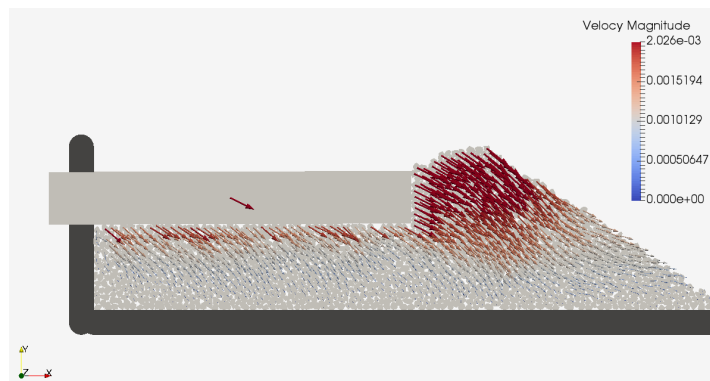
(a) Simulation aux 2,5 secondes (5 mm déplacée)



(b) Simulation aux 5 secondes (10 mm déplacée)



(c) Simulation aux 7,5 secondes (15 mm déplacée)



(d) Simulation aux 10 secondes (20 mm déplacée)

FIGURE 4.12 – Vitesse des cailloux de ballast pendant la simulation de la traverse avec une vitesse imposée de 2 mm/s sur le profil 1 de ballast

Simulation avec une traverse en bois

De la même manière qu'on a réalisé pour la traverse en béton, une vitesse de 2 mm/s est imposée pour les trois profils de ballast. Chaque profil est analysé pour 3 échantillons différents.

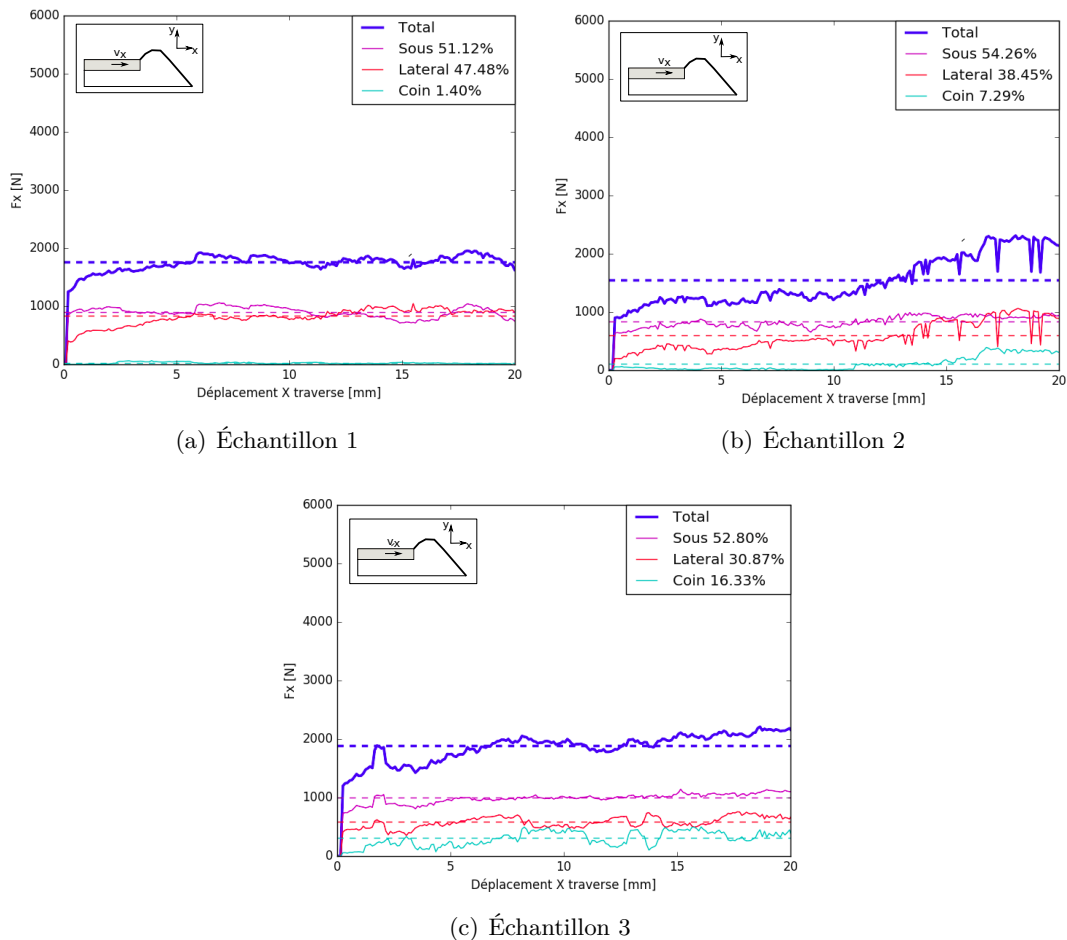


FIGURE 4.13 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en bois du profil 1 pour chaque échantillon.

Lieu de contact	Pourcentage moyen
Surface inférieure	52.73%
Surface latérale	38.93%
Coin	8.34%

TABLE 4.4 – Pourcentage moyen des forces pour chaque partie de la traverse en contact avec le ballast. Profil 1

Dans les premiers résultats, ceux qui correspondent au profil 1 et qui sont montrées dans la figure 4.4, on peut constater que les forces totales nécessaires pour déplacer la traverse sont clairement inférieures que pour la traverse en béton. Dans ce situation-là, la force nécessaire n'arrive pas à 2000 N, alors que, comme on peut voir dans la figure 4.7, pour la traverse en béton on avait besoin d'une force supérieure à 4000 N. L'explication de cette différence vient du fait que la traverse en bois a une masse volumique et un volume inférieurs que le béton. À cause de cela, la force normale sur la traverse est inférieure et, pour tant, la force de friction est aussi

inférieure. Également, la force de friction correspond à la force sous la traverse, c'est la raison pour laquelle le pourcentage de cette force sur le total (table 4.4) est inférieur à celui du cas du béton.

Si on observe la distribution des forces, on peut noter que la somme des forces latérales et les forces au coin (environ 46%) est presque constante pour les trois échantillons. Cela peut être dû au fait que, quand la force est inférieure au coin, cette force est compensée par le latéral.

Le résultats pour les profils 2 et 3 sont montrés dans les figures 4.14 et 4.15, respectivement.

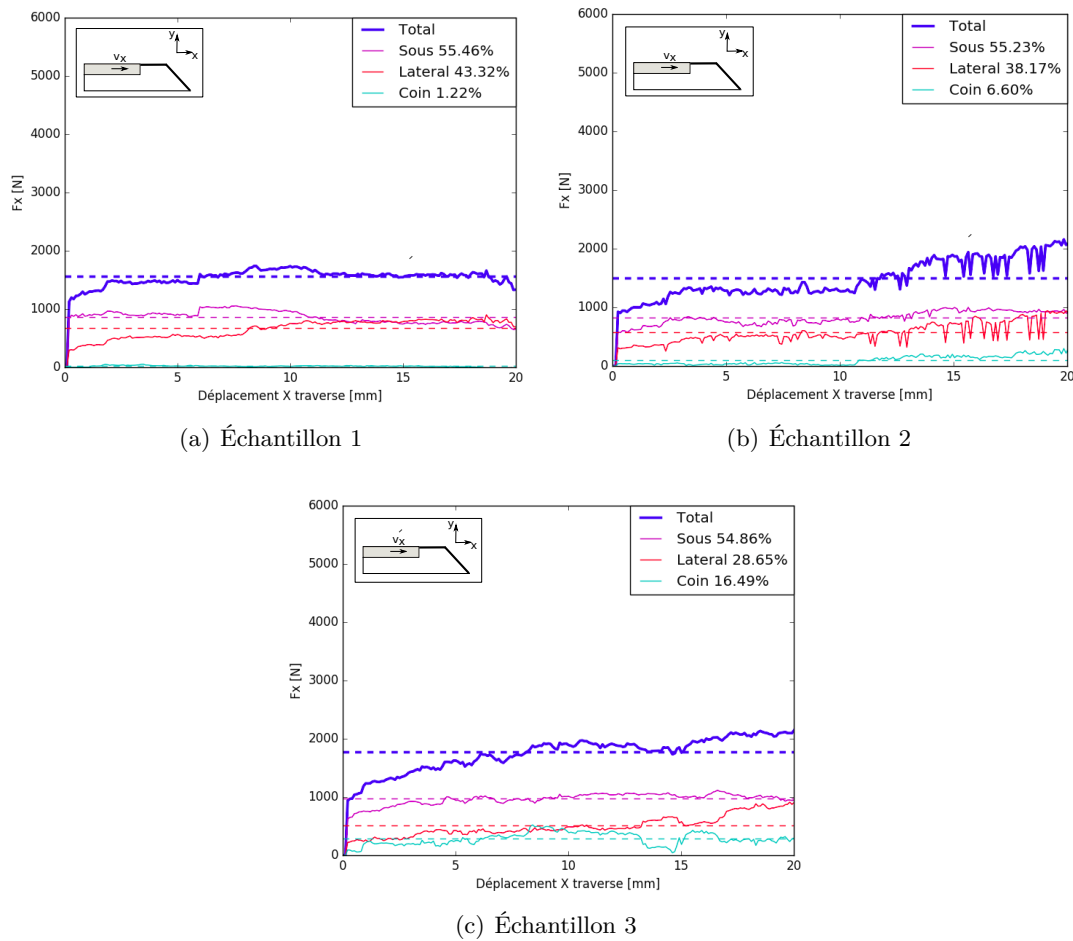


FIGURE 4.14 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en bois du profil 2 pour chaque échantillon.

Lieu de contact	Pourcentage moyen
Surface inférieure	55.18%
Surface latérale	36.726%
Coin	8.10%

TABLE 4.5 – Pourcentage moyen des forces pour chaque partie de la traverse en contact avec le ballast. Profil 2

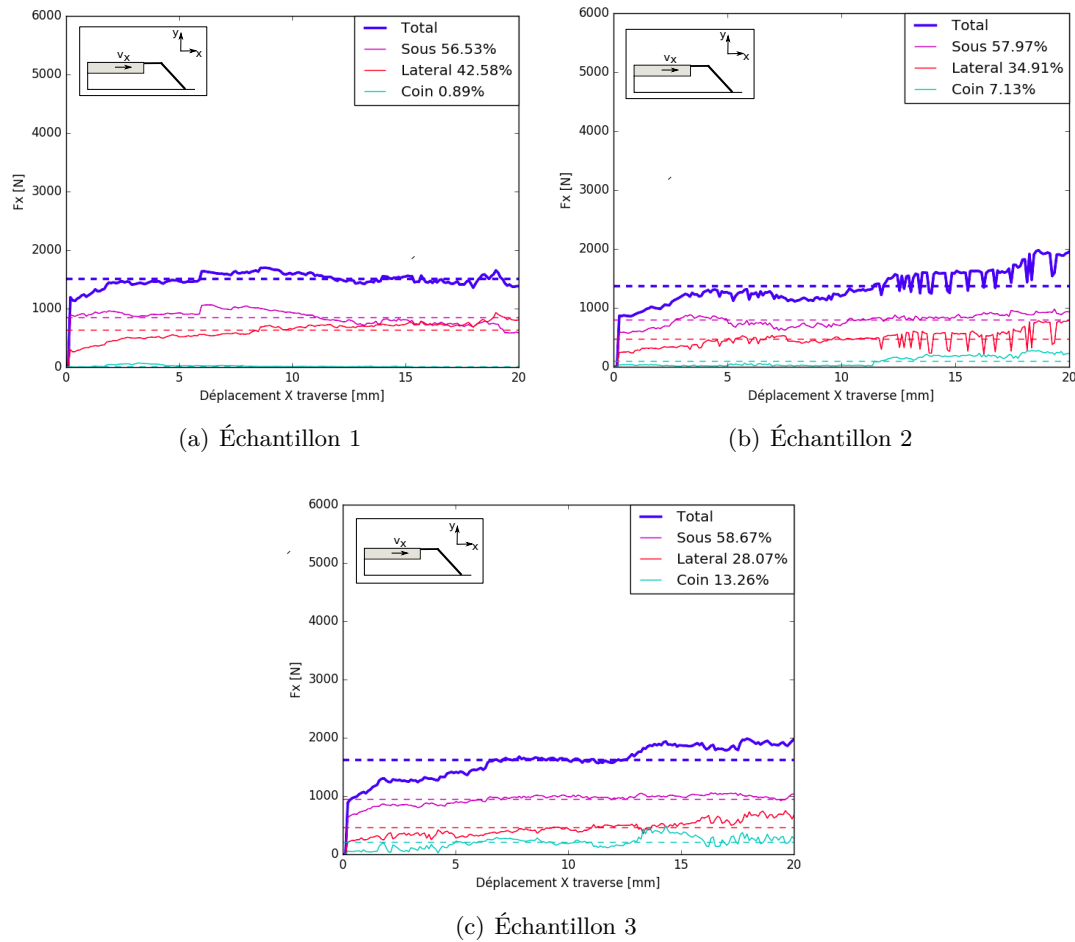


FIGURE 4.15 – Courbes forces horizontales vs. déplacement de la traverse en bois du profil 3 pour chaque échantillon.

Lieu de contact	Pourcentage moyen
Surface inférieure	57.72%
Surface latérale	35.19%
Coin	7.09%

TABLE 4.6 – Pourcentage moyen des forces pour chaque partie de la traverse en contact avec le ballast. Profil 3

Premièrement, de la même manière qu'on peut observer pour le cas du béton, les forces à la surface latérale sont supérieures pour le profil 1 et inférieures pour le profil 3. Deuxièmement, les forces totales sont supérieures pour le profil 1 (figure 4.13), après pour le profil 2 (figure 4.14) et après sur le profil 3 (figure 4.15). Ces deux aspects corroborent l'effet du renforcement du profil sur la résistance latérale.

Pour certaines situations des traverses en bois, une partie saillante est attachée à la traverse et s'introduit une certaine profondeur dans le ballast : 50, 100 et 150 mm. Pour chaque longueur et pour chaque profil les résultats sont représentés dans la figure 4.16.

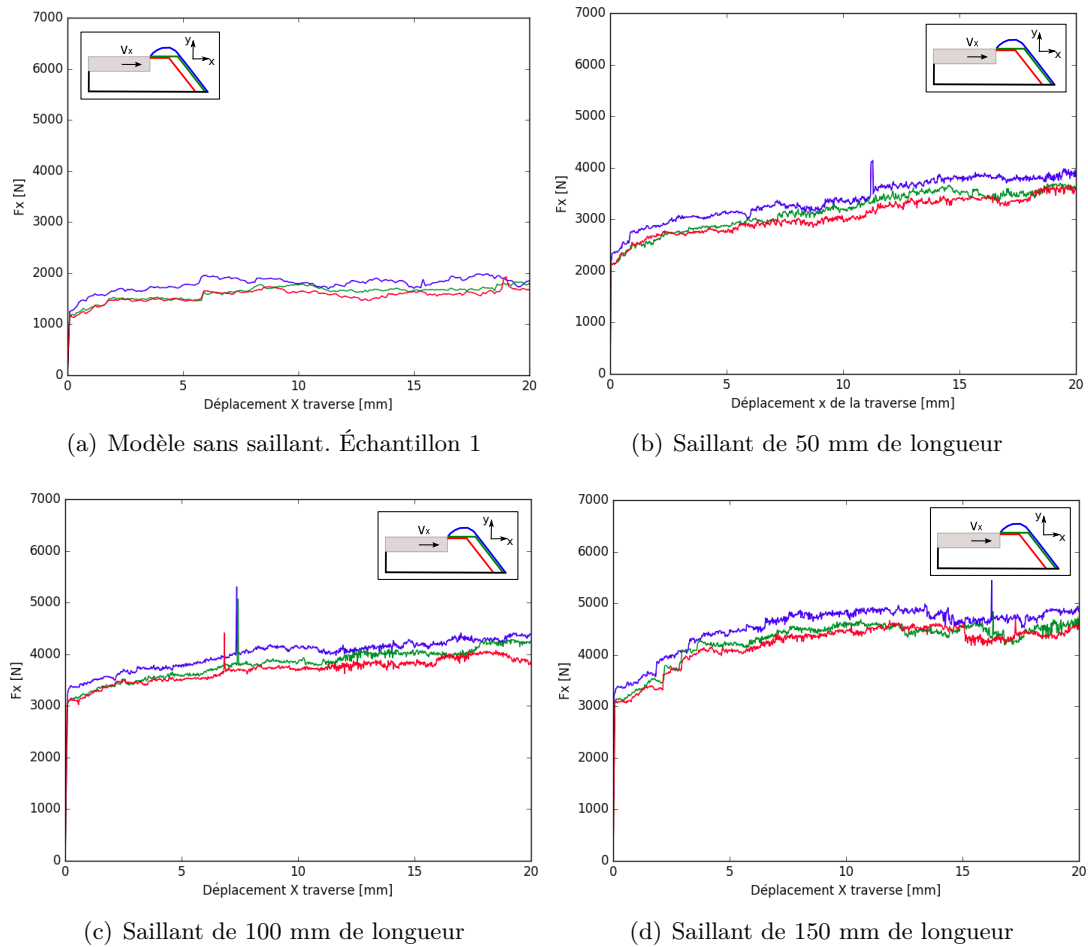


FIGURE 4.16 – Comparaison des 3 profils selon la longueur de saillant. Vitesse imposée

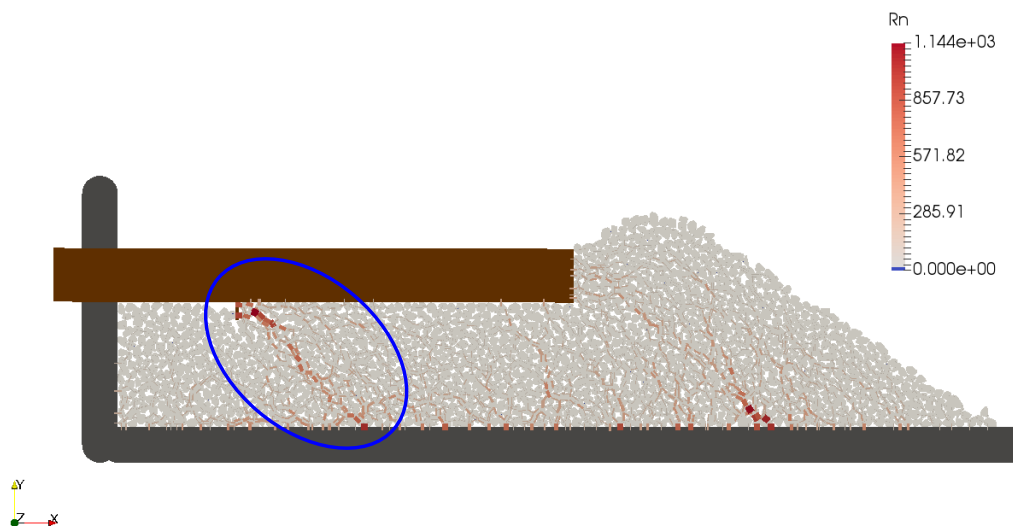


FIGURE 4.17 – Simulation d'une traverse en bois avec un saillant de 50 mm après 10 secondes. Les composantes normales de la force de contact (Newtons) entre les grains sont représentées en couleur rouge.

L'effet du saillant sur la résistance latérale peut être clairement constaté par les graphiques de la figure 4.16, sur lesquels on remarque que plus la longueur est grande, plus les forces nécessaires

pour déplacer la traverse deviennent supérieures. Par exemple, pour un déplacement de la traverse avec un profil 1 du ballast, il est nécessaire d'utiliser une force inférieure à 2000 N pour le cas sans saillant, une force supérieure à 3000 N pour 50 mm de longueur du saillant, une force de 4000 N pour 100 mm de longueur et une force près de 5000 N pour 150 mm. Il faut dire qu'il s'agit d'un saillant d'1 m de profondeur, car l'étude est réalisée en 2D.

Dans la figure 4.17 on peut observer dans le cercle bleu les forces de réaction du ballast au saillant. Elles sont très prononcées par rapport aux autres réactions du ballast, ce qui indique l'importance du saillant dans la simulation.

En ce qui concerne les trois profils de la figure 4.16, on peut à nouveau constater que la courbe bleue, du profil 1, est toujours au-dessus des autres, alors que la rouge, profil 3, est presque toujours au-dessous. On peut donc dire, selon les résultats obtenus, que le profil 1 est le plus résistant et que le profil 3 est le moins résistant latéralement.

Pour finir l'étude de la résistance latérale, on peut voir aussi que les forces réalisées par la traverse pour se déplacer à une vitesse constante sont toujours inférieures à celles réalisées par une traverse en béton. Étant donné que la traverse en bois a une masse volumique et un volume inférieurs, le poids est donc inférieur au poids de la traverse en béton. De cette manière, comme la force normale est inférieure, le frottement réalisé par le ballast l'est aussi. On peut donc dire que le modèle avec la traverse en béton a une meilleure résistance latérale.

Comparaison de la simulation avec les expériences

En plus, si on compare avec l'expérience de la section 4.1.1 réalisée par Roads and Railways de TU Delft, on peut observer un comportement semblable aux simulations. Lorsqu'on applique une force latérale, on retrouve toujours une zone de transition suivie d'une zone asymptotique. Cependant, ce n'est pas le cas lorsqu'une force incrémentale est imposée car la force augmente toujours.

En revanche, les valeurs des forces ne sont pas semblables dans l'expérience et dans les simulations car les dimensions de la couche de ballast et de la traverse, ainsi que les conditions d'application des forces, sont différentes. Dans l'expérience une vitesse de 10 mm/min est imposée, pourtant, selon l'analyse des résultats réalisée dans ce chapitre, les forces devraient être inférieures à celles simulées pour 2, 4 et 8 mm/s.

Chapitre 5

Tassement vertical

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le comportement du ballast granulaire et la sous-couche élastique sous chargement verticale cyclique par l'approche des éléments discrets, ainsi que l'influence de quelques facteurs. De cette manière on cherche une meilleure compréhension du tassement vertical.

Avant de commencer l'analyse, il est important de différencier deux concepts essentiels : le tassement, qui est la différence entre la position de la traverse en fin de cycle et en début de cycle ; et la déflexion, qui est la différence entre la position la plus haute et la plus basse pendant un cycle de chargement.

De plus, des exemples d'expérimentations du tassement vertical en laboratoire sont montrés et contrastent avec des simulations réalisées dans le cadre du TFE.

5.1 Modèles expérimentaux

5.1.1 Modèle expérimental 1

Dans la littérature, il existe plusieurs expériences du tassement vertical du ballast. Deux exemples sont montrés : un modèle à échelle réelle de LCPC-Nantes au sein de la thèse de Wee Loon et un essai réalisé au Centre d'Essais et d'Expertises de la SNCF.

Dans la thèse de Lim, Wee Loon [15] un modèle à échelle réelle d'une portion de la voie est étudié pour simuler le ballast durant son fonctionnement. L'ensemble des cailloux de ballast est introduit dans une boîte de 700 mm de longueur, 300 mm de largeur et 450 mm de hauteur. L'épaisseur du ballast inséré dans la boîte est de 300 mm.

Une section d'acier creux rectangulaire avec des dimensions de $250 \times 300 \times 150$ mm représentant une section de traverse est ensuite placée sur le ballast. Un ballast supplémentaire est versé sur les deux côtés de la traverse vers le haut de la boîte pour représenter le contour du ballast. La base de la boîte est faite en bois et une feuille de caoutchouc de 10 mm d'épaisseur est placée entre le ballast et le bois afin de reproduire une raideur typique pour la sous-couche. Dans le but d'éviter un mouvement horizontal ou un basculement de la traverse, un piston en acier lui est attaché. Pour guider la traverse pendant le chargement, une plaque de guidage est attachée sur la charpente (voir figure 5.1).

Les conditions de la charge sinusoïdale appliquée sont : une amplitude minimale de 3 kN et maximale de 40 kN, une fréquence de 3 Hz et une durée d'1 million de cycles.

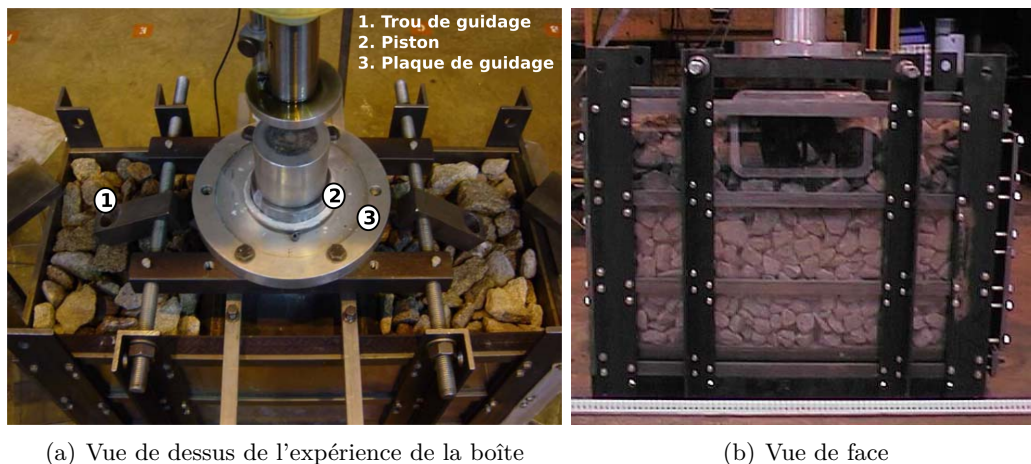


FIGURE 5.1 – Essai de tassement vertical du ballast

Dans la figure 5.2 les résultats du tassement vertical sont représentés en fonction du nombre de cycles de chargement.

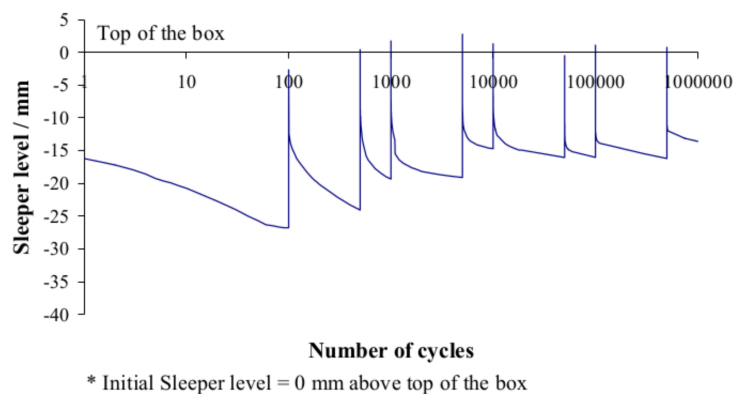


FIGURE 5.2 – Déplacement de la traverse vs. nombre de cycles

Cette étude permet de vérifier l'augmentation de la rigidité du système et la réduction des incréments de tassement après chaque cycle de bourrage.

5.1.2 Modèle expérimental 2

Ce deuxième modèle expérimental, réalisé au Centre d'Essais et d'Expertises de la SNCF au sein de la thèse de Juan-Carlos Quezada[20], consiste à un chargement vertical sur une voie appuyée sur deux traverses monobloc en béton. Sous la couche de ballast, un tapis est utilisé pour simuler l'effet de la sous-couche. Voici les caractéristiques des essais (table 5.1) :

- 2 morceaux de rail de longueur 500 mm d'acier M24, de type UIC60 et poids total de 167 kg.
- Traverses monobloc type M450 2,42 m x 0,29 m x 0,26 m, poids de 280 kg chacune.
- Ballast placé dans une boîte de 4,11 m x 1,5 m.
- Tapis de 20 mm sous la couche de ballast.

- Deuxième couche de ballast de 200 mm de hauteur autour des traverses.

Pour la réalisation des expériences, les charges verticales appliquées sur la voie sont de minimum 48.5 kN et de maximum 68.1 kN, avec une moyenne de 59.7 kN. Ces forces sont celles mesurées sur un bloc pendant le passage d'un train. Les fréquences choisies dans la thèse de Juan-Carlos Quezada sont de 3.3, 4.5, 5.4 et 6 Hz. Ces valeurs correspondent respectivement aux vitesses de 220, 300, 360 et 400 km/h. En ce qui concerne la sous-couche, deux valeurs de rigidité différentes sont étudiées : 12 et 500 MPa. Tous les paramètres de chaque essai sont montrés dans la table 5.1.

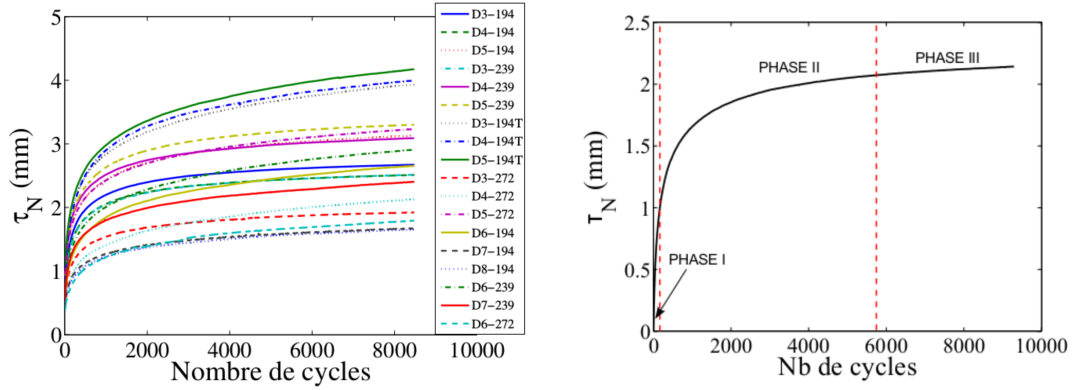
Essai	Charge verticale (kN)	Fréquence (Hz)	Raideur (MPa)
D3-194	194	3.3	500
D4-194	194	4.5	500
D5-194	194	5.4	500
D3-239	239	3.3	500
D4-239	239	4.5	500
D5-239	239	5.4	500
D3-194T	194	3.3	12
D4-194T	194	4.5	12
D5-194T	194	5.4	12
D3-272	272	3.3	500
D4-272	272	4.5	500
D5-272	272	5.4	500
D6-194	194	6	500
D7-194	194	7	500
D8-194	194	8	500
D6-239	239	6	500
D7-239	239	7	500
D6-194	272	6	500

TABLE 5.1 – Résumé des essais réalisés au Centre d'Essais et d'Expertises de la SNCF

Dans les résultats obtenus dans l'expérimentation de la thèse de Juan-Carlos Quezada (figure 5.3), on peut voir qu'il y a trois étapes distinctes :

1. 100 premiers cycles : phase linéaire et rapide.
2. Jusqu'aux 6000 cycles : phase non linéaire de type logarithmique.
3. À partir de 6000 cycles : évolution asymptotique linéaire.

De plus, avec ces essais, une variabilité de l'ordre de 30% est obtenue pour le tassement.



(a) Courbes du tassement pour chaque essai

(b) 3 phases du tassement dans la courbe

FIGURE 5.3 – Tassement vertical de la traverse vs. nombre de cycles du deuxième modèle expérimental [20]

5.2 Simulation du tassement vertical

Le deuxième modèle de simulation analyse le tassement vertical. Il faut dire que cette étude est limitée puisque les simulations doivent prendre beaucoup de temps et de mémoire pour être comparées avec des expériences en laboratoire.

En ce qui concerne la force appliquée sur la traverse, elle est identique pour toutes les simulations de ce modèle et correspond à la force appliquée en laboratoire de l'UCL. Cette force sinusoïdal oscille entre 3 kN et 32 kN en direction du bas, avec une fréquence de 10 Hz. L'équation de la force 5.1 introduite dans la simulation et sa représentation graphique sont les suivantes :

$$F = -A(1 - \cos(2\pi ft)) - F_{min} \quad (5.1)$$

Où :

- $A = (F_{max} - F_{min})/2$
- $F_{max} = 32$ kN
- $F_{min} = 3$ kN
- f est la fréquence en Hz
- t est le temps en secondes

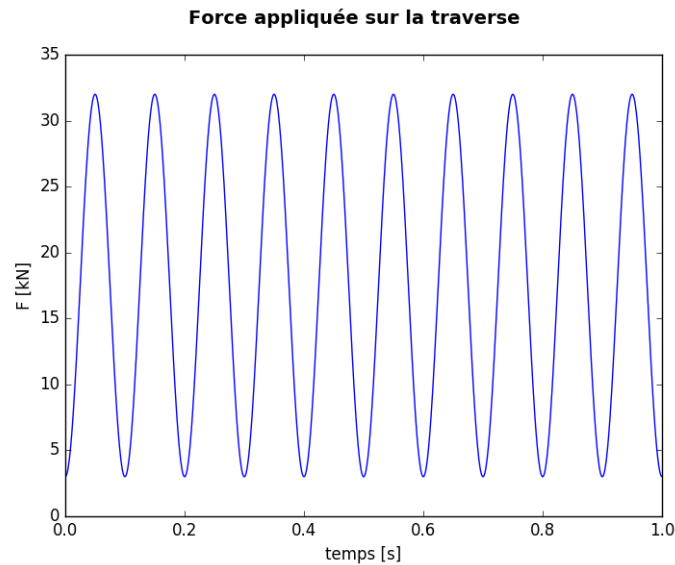


FIGURE 5.4 – Force oscillatoire appliquée sur la traverse pendant le tassement vertical

La force débute par une valeur de 3 kN, de cette manière, l'initialisation de la force est moins abrupte.

Les caractéristiques des simulations réalisées selon le profil de ballast sont mentionnées au-dessous.

Simulation du ballast profilé

1. Simulation de 10 secondes avec la force appliquée à la traverse mentionnée ci-dessus pour les cas avec et sans sous-couche.
2. Pour voir si un frottement supérieur du ballast avec la base a un effet ou non sur le tassement, le coefficient de frottement est changé pour une simulation avec et sans sous-couche. Ensuite, les résultats sont comparés avec la simulation mentionnée dans le point antérieur.

Simulation du ballast dans une boîte

1. Simulation de 360 secondes pour les cas avec et sans sous-couche à une fréquence de vibration de la force de 10 Hz. Cette fréquence a la même valeur que celle utilisée au laboratoire. Le but est d'analyser la sous-couche et de la comparer avec un cas où il n'y en a pas, c'est-à-dire, où le ballast repose directement sur une base en béton.
2. Ensuite, on continue la simulation antérieure de 360 secondes, mais changeant la fréquence de 10 à 15 Hz. L'objectif est de comparer le comportement du ballast avec une fréquence supérieure.
3. Comparaison de trois modèles similaires avec sous-couche mais avec des raideurs différentes de 200, 2000 et 20000 kN/m. Le but de cette étude est de comparer comment la raideur affecte le mouvement vertical de la traverse. On veut aussi vérifier si, avec une raideur supérieure, le comportement de la sous-couche est plus proche du cas sans sous-couche.
4. De plus, dans le cas du ballast profilé, une étude avec des coefficients de frottement supérieur (avec une valeur de 0.9) du ballast avec la base inférieure est réalisée pour comparer les résultats où le coefficient de frottement est de 0.7.

5.2.1 Discussion des résultats de la simulation

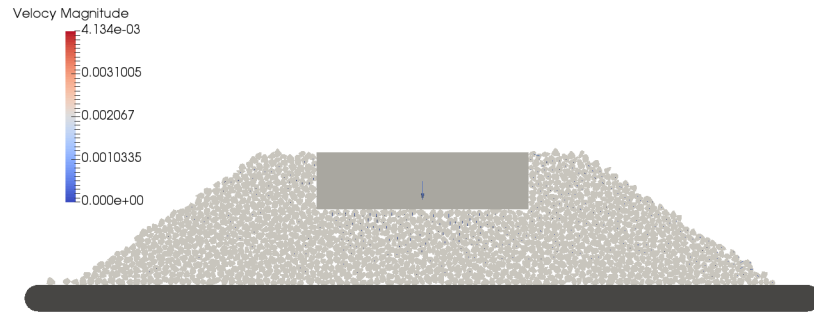
Résultats pour le ballast profilé

Pendant la simulation, le comportement des cailloux est analysé et montré dans les figures 5.6 et 5.5. Ici sont présentées les images de la simulation durant une période d'application de la force oscillatoire.

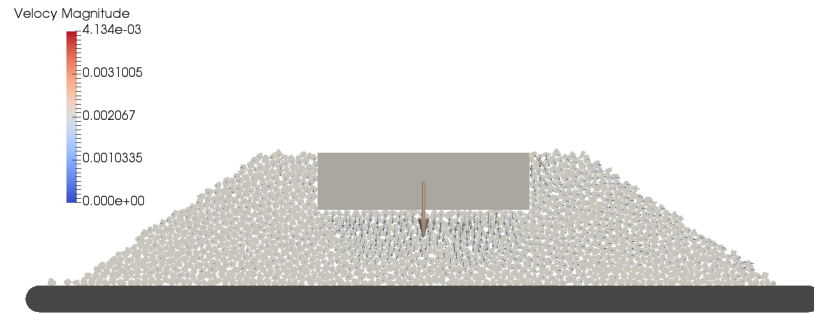
Au départ, sans la sous-couche, (figure 5.5), la force imposée sur la traverse est de 3000 N (a), la force minimale. Dans cette situation, la vitesse des cailloux est pratiquement nulle. À mesure que la valeur de la force augmente (b), la vitesse des cailloux en direction du bas augmente aussi. Cette vitesse est maximale lorsque la force l'est aussi (c). Finalement, dans la quatrième image de la simulation (d), lorsque la force diminue, la vitesse des cailloux diminue aussi. On peut donc dire que la force est corrélée à la vitesse.

Dans le modèle avec la sous-couche (figure 5.6), la première étape où la force sur la traverse est minimale (a), les vitesses le sont aussi. Lorsque la force augmente (b), les vitesses prennent la valeur maximale vers le bas. Ensuite elles diminuent jusqu'à une valeur avoisinant 0 lorsque la force prend sa valeur maximale (c). Quand la force commence à diminuer (d), les cailloux prennent de la vitesse vers le haut. Cependant, dans la situation (b) où la force augmente, les vitesses sont inférieures. Dans ce cas, on observe que les vitesses vers le bas deviennent maximales lorsque la force appliquée sur la traverse augmente, et les vitesses prennent des valeurs vers le haut lorsque la force diminue.

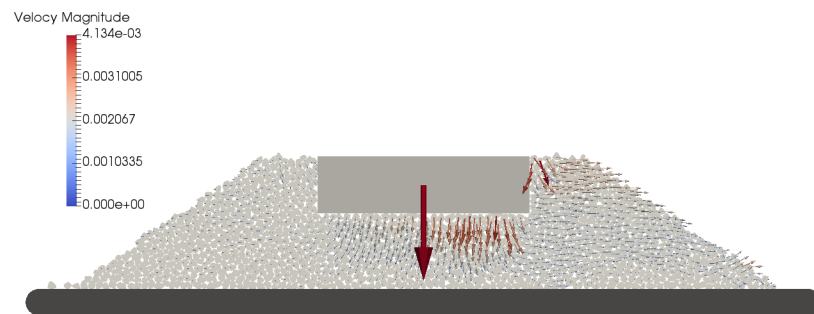
Cette simulation est réalisée pendant 10 secondes. Mais, après simulation, on remarque que cette durée est insuffisante pour analyser le comportement. Une simulation plus longue est donc réalisée. Cependant, étant donné que chaque simulation a besoin de beaucoup de mémoire et de temps réel d'ordinateur, la simulation de plus longue durée est réalisé seulement pour le modèle avec la boîte.



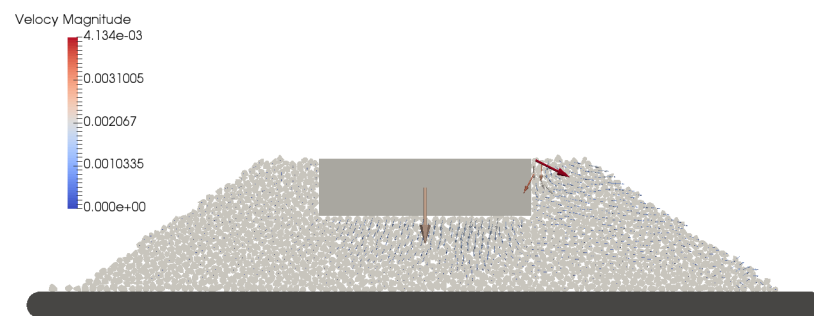
(a) Force minimale (3000 N)



(b) Force en train d'incrémenter

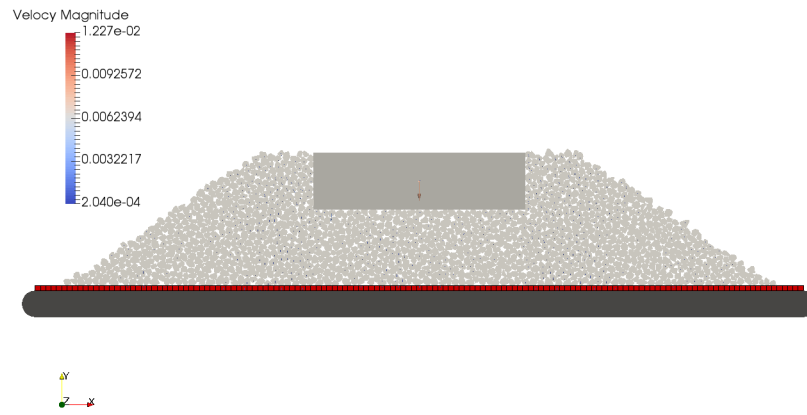


(c) Force maximale (32000 N)

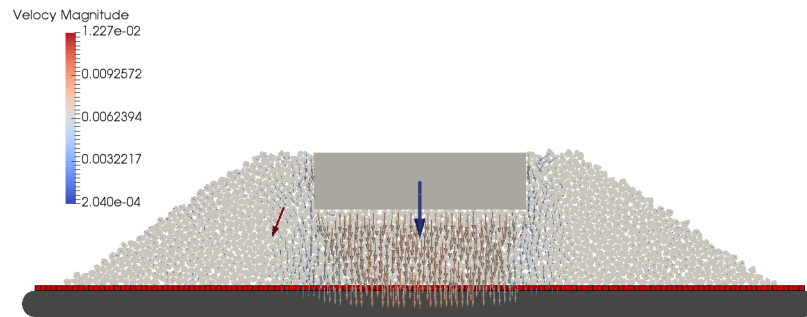


(d) Force en train de diminuer

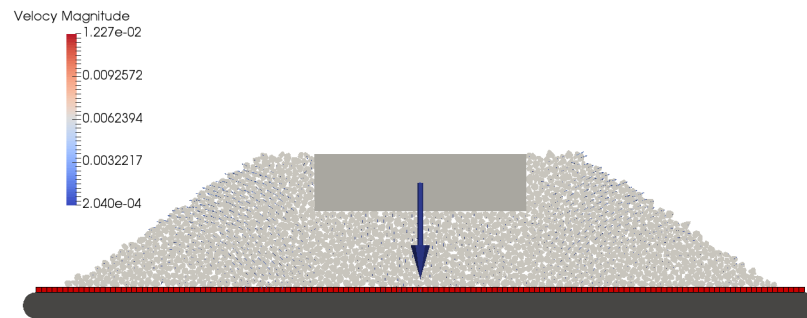
FIGURE 5.5 – Simulation du tassement vertical pour un modèle profilé sans sous-couche. Les vitesses des cailloux et la force sur la traverse sont représentées.



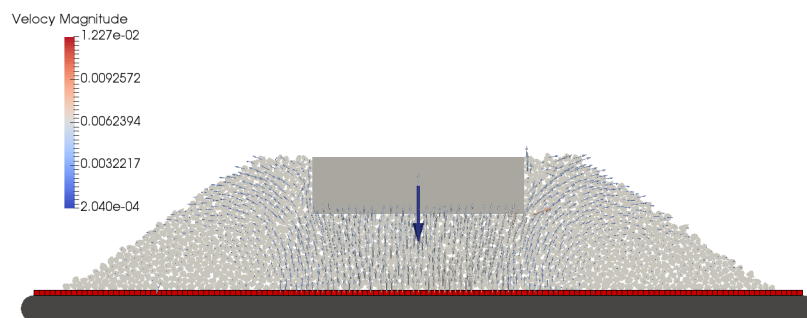
(a) Force minimale (3000 N)



(b) Force en train d'incrémenter



(c) Force maximale (32000 N)



(d) Force en train de diminuer

FIGURE 5.6 – Simulation du tassement vertical pour un modèle profilé avec sous-couche. Les vitesses des cailloux et la force sur la traverse (bleue) sont représentées.

Résultats pour le ballast dans la boîte

Le modèle situé dans la boîte est simulé pendant 360 secondes. Pour comparer les pentes du tassement vertical avec et sans la sous-couche, les premières secondes de la simulation sans la sous-couche sont mises de côté car il y a une zone transitoire où la traverse descend tout à coup de quelques millimètres jusqu'à devenir stable. Dans ce cas, on peut considérer que les cailloux finissent l'étape de compactage. De plus, la pente des courbes du déplacement dans la partie stationnaire est un facteur intéressant à comparer. Finalement, les graphiques de déplacement en fonction du temps sont représentés pour les situations avec et sans sous-couche dans la figure 5.7. Ces déplacements positifs sont des déplacements vers le bas.

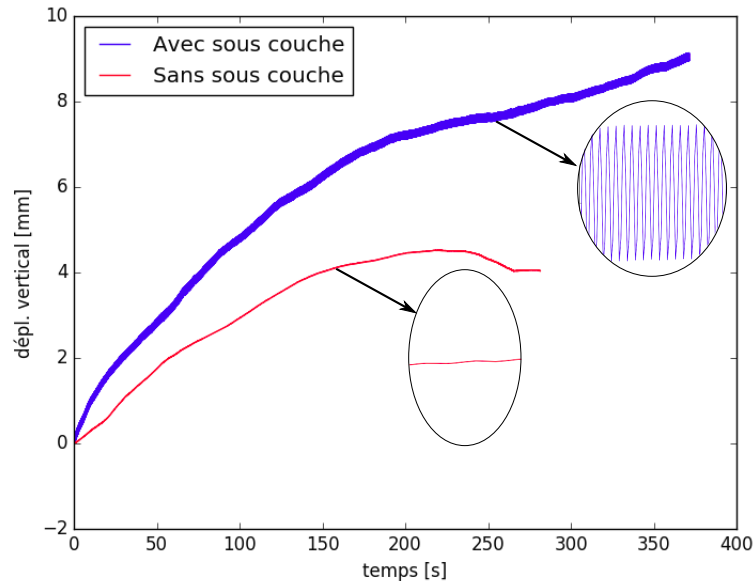


FIGURE 5.7 – Comparaison du tassement pour les deux modèles

On peut observer un comportement plus oscillatoire pour la situation avec la sous-couche puisque celle-ci a un comportement élastique. C'est la raison pour laquelle les cailloux subissent un mouvement plus oscillatoire contrairement à la situation sans sous-couche. À l'arrêt de la simulation, la courbe bleue semble continuer à augmenter, pendant que, pour la courbe rouge, le déplacement semble s'être arrêté.

Quant à la courbe du cas sans sous-couche, on peut observer une remontée de presque un millimètre durant une partie de la simulation. En observant la simulation, cette remontée est due aux cailloux d'un des côtés latéraux de la traverse qui montent du fait de la pression de la traverse sur la couche. Par contre, les cailloux de l'autre côté latéral ne montent pas. Cette décompensation provoque une légère rotation de la traverse.

À partir de la 330^{ième} seconde du modèle avec sous-couche, et de la 260^{ième} seconde du modèle sans sous-couche, la simulation continue avec une fréquence de force oscillatoire de 15 Hz. Par contre, étant donné que la simulation n'est pas suffisamment longue, on ne peut pas constater de différences significatives entre la simulation à 10 Hz et celle à 15 Hz. Les résultats de ces simulations se situent dans la figure 5.8.

Si on considère l'ensemble comme un système masse-ressort, comme celui montré dans la figure 5.9, on peut calculer la fréquence propre du système traverse-cailloux considéré à partir de la formule 5.2. La masse totale m est la somme de la masse de la traverse et des cailloux situés sous la traverse. La raideur k est la somme des raideurs de tous les petits blocs de sous-couche

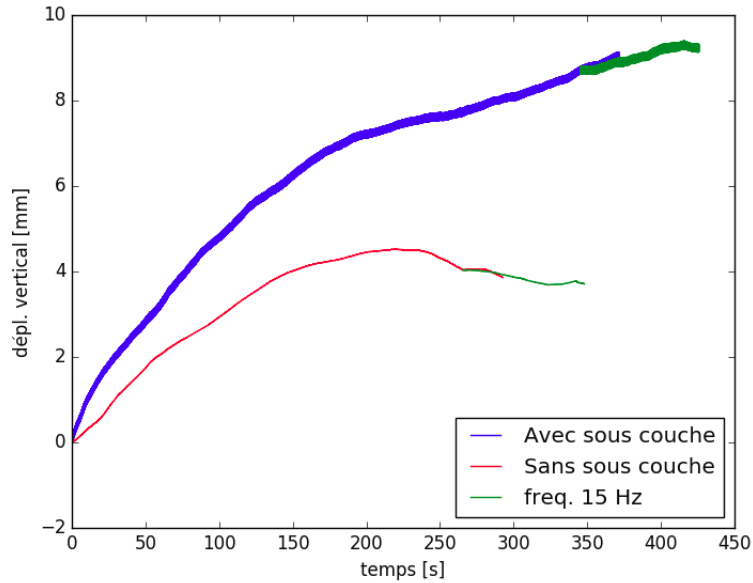


FIGURE 5.8 – Suite du tassement pour une fréquence de 15 Hz

sous la traverse, lesquels sont en parallèle les uns aux autres. De cette manière, une fréquence de 45,31 Hz est obtenue, correspondant à une valeur supérieure à celle de la fréquence de la force appliquée sur la traverse.

On peut donc conclure que l'ensemble est exposé à une fréquence inférieure à la fréquence propre du système. Il y a un déphasage entre la force et le système et cette force n'active pas le mode de résonance.

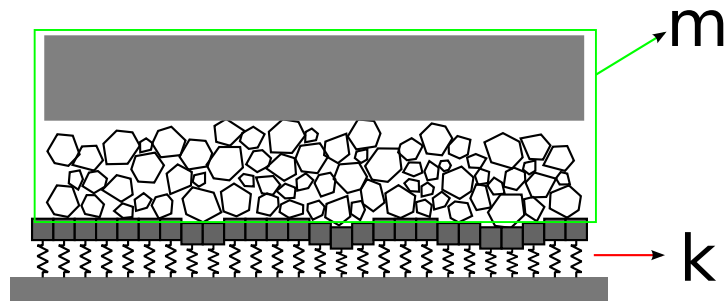


FIGURE 5.9 – Système masse-ressort

$$f = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{5.2}$$

$$f = 2\pi\sqrt{\frac{80000000}{986.94}} = 45,31Hz$$

Pour voir l'effet des différentes valeurs de la raideur d'un carré (20 mm x 20 mm) de la sous-couche, trois valeurs de raideur sont simulées avec la même force que dans les simulations antérieures. Dans la figure 5.10 on peut observer les trois cas. On peut voir que, dans le cas où la raideur est supérieure, la sous-couche a un comportement plus proche du rigide, la traverse n'a presque pas d'oscillations. Par contre, à mesure que la valeur de la raideur diminue, la traverse est exposée à plus d'oscillations dû au comportement plus élastique de la sous-couche.

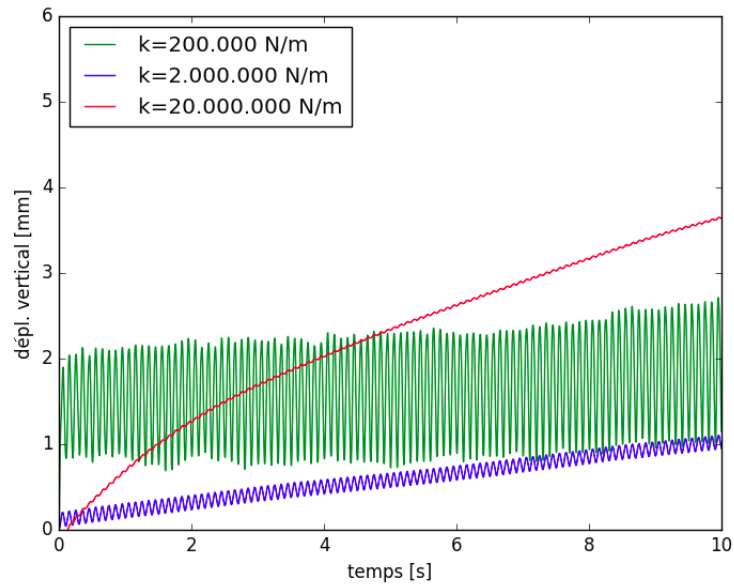


FIGURE 5.10 – Comparaison du tassement pour les 3 valeurs de raideur

Comparaison avec des expériences

Par rapport aux expériences, les vitesses, forces et raideurs sont différentes des valeurs introduites dans les simulations. Cependant, la forme de la première partie de la courbe de la simulation avec sous-couche est similaire à la courbe obtenue dans les premiers cycles de l'expérience de la thèse de Lim, Wee Loon [15], où elle a une forme similaire à la linéarité. Cette première partie correspond aussi à la première phase linéaire de l'expérience réalisée au sein de la thèse de Juan-Carlos Quezada [20].

Enfin, tout comme dans l'expérience de Quezada, la courbe de la simulation présente un point d'inflexion, là où la courbe abandonne la phase linéaire. Par contre, il faudrait prolonger la simulation pour voir si les phases suivantes correspondent à celles mentionnées par cet auteur.

Chapitre 6

Conclusions et perspective

Conclusions générales

La couche de ballast, située sous la voie ferrée, a une fonction essentielle concernant la stabilité de la superstructure ferroviaire. D'une part, le ballast subit un tassement important dû aux charges roulantes des trains. D'autre part, principalement à cause du flambage produit par l'empêchement de la dilatation des rails, nous retrouvons des forces latérales considérables.

L'étude de ce travail se focalise sur l'analyse de la résistance latérale et du tassement vertical de la voie. Pour cette analyse, nous réalisons des simulations en 2D avec le logiciel LMG90, développé à l'Université de Montpellier. Il est basé sur la méthode des éléments discrets (DEM), qui est très utilisée dans le calcul des éléments granulaires qui se trouve être le ballast dans ce cas-ci.

Cependant, le modèle développé pendant les simulations présente quelques limitations. En premier lieu, il s'agit d'un modèle en 2D, c'est-à-dire que tous les corps sont considérés comme des prismes. Pourtant, cela modifie l'écoulement des corps et distribue les forces pour toute la profondeur. En second lieu, dans les simulations, on ne prend pas en compte la résistance des deux autres faces latérales de la traverse, ni celle du front ni celle de derrière.

En ce qui concerne la résistance latérale, plusieurs simulations ont été réalisées. Avec cette méthode numérique, nous sommes maintenant capables de mettre en évidence l'effet du matériau de la traverse (bois ou béton), l'effet de la forme du lit de ballast (trois profils sont comparés), l'effet d'une partie saillante sous la traverse en bois et l'effet du compactage du ballast. Premièrement, concernant la comparaison des matériaux de la traverse, nous obtenons que la couche de ballast est plus résistante latéralement si on utilise une traverse en béton. Deuxièmement, lorsque nous avons une couche de ballast avec une forme plus renforcée, la résistance est aussi plus forte. Troisièmement, en ajoutant une partie saillante, la stabilité de la voie ferrée devient meilleure. Cela correspond aux objectifs théoriques, où la partie saillante est utilisée lorsque le renforcement de la résistance est nécessaire. Quatrièmement, nous pouvons constater que le compactage du ballast est essentiel pour la résistance latérale de la voie.

Quant au tassement vertical, les simulations nous permettent de comparer l'effet d'un cas avec une sous-couche élastique, située entre le ballast et le sol, et un cas sans sous-couche. Nous obtenons des résultats qui se rapprochent d'autres expériences déjà réalisées. Par exemple, nous observons comme comportement, un déplacement de la traverse différent pour les deux cas. De plus, la forme de la courbe du déplacement de celle-ci dans le cas avec sous-couche est similaire aux expériences mentionnées dans ce travail.

On peut donc dire que l'étude en 2D est une simplification qui a des limitations, mais ses résultats sont cohérents si nous les comparons avec des expériences déjà réalisées en laboratoire.

Perspective

Les résultats obtenus par la Méthode des Éléments Discrets montrent qu'il s'agit d'une méthode utile pour l'analyse de la stabilité de la voie ferrée. À la suite de cette étude, il y a quelques aspects qui peuvent aider à l'améliorer.

En premier lieu, concernant le modèle de la résistance latérale, il est intéressant de réaliser chaque simulation pour plusieurs échantillons. De cette manière, nous allons trouver des valeurs moyennes plus fiables.

En deuxième lieu, pour le tassement vertical, une simulation plus longue du tassement est conseillée afin d'analyser la suite de la simulation déjà réalisée. De cette manière nous pourrions vérifier si il y a des changements au niveau de la pente de la courbe du déplacement. Une autre étude intéressante à réaliser pour le tassement vertical serait le développement de la sous-couche par éléments finis. Sa modélisation, montrée dans l'annexe A, a pu être commencée dans le cadre de ce TFE, et son développement doit être davantage exploité. Pour cela, il serait utile de trouver des valeurs adéquates à introduire dans le programme pour que la sous-couche ait le comportement désiré.

De plus, pour les deux études considérées, il est intéressant aussi de réaliser les simulations pour des modèles en 3D. Par conséquent on peut le comparer avec le modèle en 2D et, ainsi, nous pouvons arriver à mieux comprendre le comportement des deux modèles.

Bibliographie

- [1] *Circulaire 7 I-I 2010*. Traverses en béton M41 et M42.
- [2] AFNOR. *NF EN 13450 Août 2003 - Granulats pour ballasts de voies ferrées*, Août 2003.
- [3] Emilien Azéma. *Étude numérique de milieux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire et application au procédé de bourrage du ballast*. PhD thesis, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2007. Sciences de l'ingénieur [physics]. Français. <tel-00184757>.
- [4] Carlos Badillo Bercebal. Tema 2. sección transversal ferroviaria. Technical report, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, 2010.
- [5] Boletín Oficial del Estado. *REAL DECRETO 2387/2004, de 30 de diciembre, por el que se aprueba el Reglamento del Sector Ferroviario*, num. 315 edition, Décembre 2004.
- [6] Cambridge University Engineering Department. *Materials Data Book*, 2003 edition edition, 2003.
- [7] Nicolas Docquier. Coupling modelling of multibody systems and granular media. In *MECA2802 – Mécanique des systèmes articulés*. Université Catholique de Louvain, 2017.
- [8] Frédéric Dubois and Rémy Mozul. Lmgc90. In *CSMA2013, 11e colloque national en calcul des structures*, May 13 – May 17, Giens, France 2013.
- [9] C. Cholet G. Saussine P.E. Gautier F. Dubois C. Bohatier G. Combe et K. Sab. *Application of discrete element methods to the modelling of ballasted trac*. In World Congress on Railway Research (WCRR), 2003.
- [10] Néstor Grañón Cuervo. Tendencias en el diseño de líneas de alta velocidad. Master's thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Novembre 2011.
- [11] Nathalie Guerin. *Approche expérimentale et numérique du comportement du ballast des voies ferrées*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1996. Matériaux. Français. <tel-00529384>.
- [12] Infrabel. L'infrastructure ferroviaire. <https://www.infrabel.be/fr/propos/notre-reseau-ferroviaire/linfrastructure-ferroviaire>, Mai 2017. Accédé le 10 Mai 2017.
- [13] ir. J. van 't Zand and ing. J. Moraal. Ballast resistance under three dimensional loading. Technical report, Delft University of Technology, Avril 1997.
- [14] Alias J. *La voie ferrée. Techniques de construction et d'entretien*. Eyrolles, 1984.
- [15] Wee Loon Lim. *Mechanics of railway ballast behaviour*. PhD thesis, University of Nottingham, 2004.
- [16] Benoît Marechal. *Caractérisation et interprétation de la variabilité chimique et minéralogique des grès réservoirs. Implications pour la modélisation numérique de la diagenèse minérale des grès du Ravenscar Group (Yorkshire, Royaume-Uni)*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne et Université Jean Monnet, 2000.
- [17] M. Melis Maynar. *Apuntes de Introducción a la Dinámica Vertical de la Vía y a las Señales Digitales en Ferrocarriles : con 151 Programas en Matlab, Simulink, Visual C++, Visual Basic y Excel*. Ingeniería De Ferrocarriles, Metros Y Túneles, S.l., 2008.

- [18] Journal officiel de l'Union européenne. *Directive 2004/50/CE du Parlement Européen et du Conseil*. Parlement Européen et du Conseil, Avril 2004.
- [19] Paul Taforel Frédéric Dubois Stéphane Pagano. Evaluation of numerical uncertainties on the modeling of dry masonry structures submitted to out-of-plane loading, using the nscd method in comparison with experimental test. Technical report, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Vienne, Austria, Septembre 2012.
- [20] Juan-Carlos Quezada. *Mécanismes de tassement du ballast et sa variabilité*. PhD thesis, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, Octobre 2012. Français. <tel-01067945>.
- [21] M.A. P Rud'Homme. Résistance de la voie aux efforts transversaux exercés par le matériel roulant. *Revue générale de chemin de fer*, 1970.
- [22] M.M. Agarwal Satish Chandra. *Railway Engineering*. Oxford University Press, India, 2007.
- [23] Gilles Saussine. *Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : application au ballast*. PhD thesis, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, Octobre 2004. <tel-00077519>.
- [24] E.T. et J.M. Waters Selig. *Track Geotechnology and Substructure Management*. Thomas Telford Services Ltd, London, 1994.
- [25] Ali Al Shaer. *Permanent settlement analysis of ballasted railway tracks - Dynamical approach*. PhD thesis, Ecole des Ponts ParisTech, 2005. Engineering Sciences [physics]. English. <pastel-00001592>.
- [26] Bodin V. *Comportement du ballast des voies ferrées soumises à un chargement vertical et latéral*. PhD thesis, Escuela Nacional de Protección Civil, 2001.

Annexe A

Tassement vertical

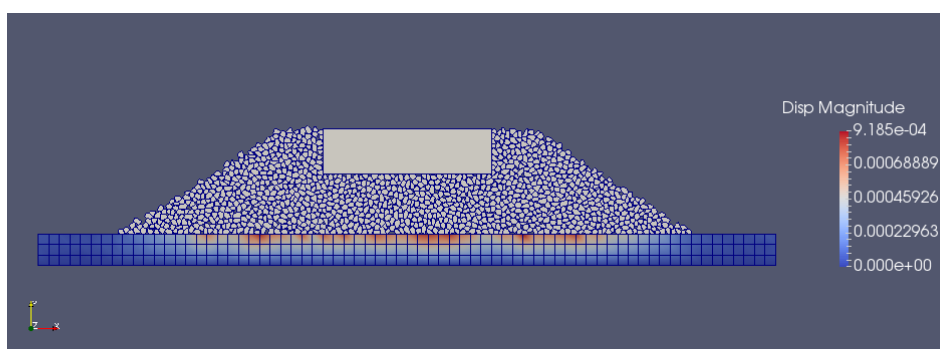


FIGURE A.1 – Modèle avec la sous-couche modélisée par éléments finis

Dans la figure A.1 on peut voir le modèle de simulation du tassement vertical avec une sous-couche modélisée par éléments finis. Le dépôt et le compactage sont réalisés de la même manière que pour le modèle du tassement vertical décrit dans le mémoire.

Par contre, la sous-couche est ici modélisée par un matériau élastique défini par le maillage. Tous les contacts, sauf le contact sous-couche/ballast, sont définis de la même manière que dans le mémoire.

La loi de contact entre la sous-couche et les grains de ballast utilisée dans le logiciel LMGC90 est *GAP_SGR_CLB*. Il s'agit de la loi de Coulomb avec la condition Signorini qui considère l'interpénétration. Cette condition de Signorini est une condition complémentaire entre l'interpénétration et la force de réaction, qui permet de corriger les interpénétrations et déformer les corps déformables. Le seul coefficient introduit pour cette loi est le coefficient de frottement, 0.7.

Cette loi est adéquate pour des situations quasi statiques lorsque l'un des contacteurs est déformable, mais pas dans les cas où les deux corps sont rigides.

