

Louvain School of Management

Master scheduling optimization: Operating room allocation in GHdC

Optimisation de la répartition des chirurgiens dans
les salles d'opération du GHdC

Auteur·e(s) : **François LEDENT**
Promoteur·rice(s) : **Jean-Sébastien TANCREZ**
Année académique 2022 - 2023
Travail de fin d'études (TFE) en vue d'obtenir le titre de
Master (60) en Sciences de Gestion (Horaire de jour)

Résumé

La répartition des chirurgiens dans les salles d'opération d'un hôpital est une tâche complexe, par la taille du problème d'une part, et par les contraintes, nombreuses et strictes, d'autre part. Appliquée à ce problème de planification sous la forme d'un modèle MIP multi-objectif, l'optimisation linéaire se montre particulièrement efficace. Elle souffre néanmoins de l'influence des poids attribués aux objectifs sur la solution trouvée et ses caractéristiques : les choisir adéquatement est primordial. Ce travail cherche à mettre au jour les relations qui pourraient exister entre les différents objectifs du modèle et étudie l'impact du poids de chacun d'entre eux séparément. Il se base pour cela sur un très grand nombre de solutions, générées par la résolution du modèle pour plus de 240 pondérations différentes. Il fournit finalement quelques recommandations spécifiques au bloc opératoire du GHdC.

The distribution of surgeons in hospital operating rooms is a complex task, due to the size of the problem on the one hand, and the many and strict constraints on the other. Applied to this scheduling problem in the form of a multi-objective MIP model, linear optimization is particularly effective. Nevertheless, it suffers from the influence of the weights attributed to the objectives on the solution found and its characteristics : choosing them properly is essential. This work seeks to uncover the relationships that might exist between the different objectives of the model and studies the impact of the weight of each of them separately. It is based on a very large number of solutions, generated by the resolution of the model for more than 240 different weights. It finally provides some recommendations specific to the GHdC surgical unit.

Key- words	Mixed Integer Programming (MIP), Master Scheduling Optimization, CISM/CÉCI, Surgical Unit, GHdC
-----------------------	--

Remerciements

Ce travail fut pour moi l'occasion de découvrir pour la première fois un cas d'application de l'optimisation linéaire dans un projet réel et concret. J'espère de tout cœur que les résultats, les observations et les suggestions présentés dans ce document contribueront à leur manière à l'amélioration du futur planning des chirurgiens du Grand Hôpital de Charleroi.

J'exprime ma gratitude au Pr. Jean-Sébastien Tancrez, promoteur de ce TFE, et à Alain Decamps, pour leurs conseils avisés, remarques pertinentes, et leur aide tout au long de ce quadrimestre.

Cette recherche a largement bénéficié des ressources de calcul offertes par les installations de calcul intensif de l'Université catholique de Louvain (CISM/UCL) et par le Consortium des Équipements de Calcul Intensif en Fédération Wallonie Bruxelles (CÉCI), financé par le Fond de la Recherche Scientifique de Belgique (F.R.S.-FNRS) sous la convention 2.5020.11 et par la Région Wallonne. Je tiens à remercier chaleureusement Thomas Keutgen, membre de l'Institut de Calcul Intensif et de Stockage de Masse (CISM), pour sa disponibilité.

Table des Matières

Liste des Tableaux et Figures	i
Introduction	1
1 Contexte	3
1.1 Optimisation linéaire	3
1.1.1 Introduction	3
1.1.2 Application à la planification	4
1.2 Optimisation multi-objective	5
1.2.1 Méthodes PROMETHEE	6
1.2.2 Front de Pareto	6
2 Projet et Modèle	8
2.1 Contexte du projet	8
2.1.1 Projet du Grand Hôpital de Charleroi	8
2.1.2 Objectif du projet	9
2.1.3 Objectif de ce TFE	9
2.2 Informations utiles	10
2.2.1 Fonctionnement du bloc opératoire	10
2.2.2 Aménagements et « superchirurgiens »	10
2.3 Modèle	11
2.3.1 Ensembles	11
2.3.2 Paramètres	12
2.3.3 Variables	13
2.3.4 Fonction objectif	14
2.3.5 Contraintes	14
2.3.6 Dérivation du planning	17
3 Implémentation	18
3.1 Description de l'implémentation	18
3.1.1 Indicateurs	18
3.1.2 Programme	20
3.1.3 Adaptation de MinJPres ^d	20
3.1.4 Critère de rétention	21
3.1.5 Notion de gap	22
3.1.6 Critères d'arrêt	22

3.1.7	Solution de référence	23
3.1.8	Combinaisons étudiées	23
3.2	Parallélisation et CISM	24
3.2.1	Présentation	24
3.2.2	Motivation	25
3.2.3	Aspects pratiques	25
3.2.4	Récupération des résultats	25
4	Analyse	26
4.1	Filtrage préliminaire	26
4.1.1	Front de Pareto	26
4.1.2	Répartition	27
4.2	Analyse par paire	27
4.2.1	Relations entre critères	27
4.2.2	Bilan de l'analyse	30
4.3	Analyse par objectif résiduel	30
4.3.1	Description des situations	31
4.3.2	Méthode de construction des graphes	31
4.3.3	Impact des critères	33
4.3.4	Bilan de l'analyse	36
4.4	Recommandations	38
	Conclusion	39
	Références	40
	Annexe	42
A.1	Disciplines et MinJPres ^d	42
A.2	Prise en compte de la variation d'utilisation des ressources	42
A.3	Répartition des valeurs des indicateurs	43
A.4	Graphes d'analyse par paire	45
A.5	Graphes d'analyse par objectif résiduel	53

Liste des Tableaux et Figures

LISTE DES TABLEAUX

2.1	Ensembles principaux.	11
2.2	Ensembles particuliers.	12
2.3	Paramètres liés au contexte du GHdC.	12
2.4	Paramètres ajoutés lors de la modélisation.	13
2.5	Variables de décision	14
3.1	Liste des indicateurs	19
3.2	Combinaison de référence	23
4.1	Approximations des limites des indicateurs	27
4.2	Pondérations des 4 situations	31
4.3	Exemple de processus itératif	37
A.4	Disciplines et MinJPres ^d	42

LISTE DES FIGURES

1.1	Exemples de fonctions F_j	6
1.2	Algorithme d'identification du front de Pareto	7
3.1	Structure du programme	20
3.2	Représentation graphique de la minimisation	22
3.3	CÉCI : universités partenaires	24
4.1	Graphiques d'analyse par paire	29
4.2	Synthèse schématique de l'analyse paire par paire	30
4.3	Analyse du nombre de jours complets	32
4.4	Analyse du nombre de zones en excès	34
4.5	Analyse du nombre de salles occupées	34
4.6	Analyse du nombre de salles de 2 ^{ème} choix	35
4.7	Analyse du nombre de salles ouvertes le soir	36
4.8	Méthode proposée pour identifier les compromis	37
A.9	Répartitions des solutions	44

Introduction

Depuis la pose de la première pierre le 24 avril 2019, la construction du futur site « Les Viviers » du Grand Hôpital de Charleroi (GHdC) avance à vue d’œil : le gros œuvre est terminé depuis juin 2022 et l’installation des équipements est en cours. Bientôt, ce seront des milliers de patients qui arpenteront les couloirs du nouvel hôpital. Mais avant l’accueil du premier d’entre eux, prévu le 6 juin 2024, il est indispensable d’anticiper la répartition des équipes médicales au sein de leur service, y compris des chirurgiens au sein des salles d’opération.

L’élaboration d’un tel planning est complexe, notamment par le nombre de chirurgiens (>100), de salles (25) et de disciplines (17). Au vu de la taille du problème et des contraintes strictes auxquelles l’horaire doit répondre, cette tâche nécessite des techniques d’optimisation particulières et a été confiée à une équipe de l’UCLouvain.

Déjà presque terminé, le modèle qu’ils ont élaboré permet d’obtenir un planning satisfaisant. Cependant, en donnant plus ou moins d’importance à chaque quantité qu’ont souhaité minimiser les responsables du bloc opératoire, on peut générer des plannings aux propriétés variées et, peut-être, en trouver un aux caractéristiques encore plus intéressantes que celui obtenu jusqu’à présent. Affiner la pondération des objectifs constitue la raison d’être de ce travail, qui a pour ambition de permettre à l’équipe de mieux comprendre la manière dont se comporte chaque objectif en fonction des autres, et comment le poids qui lui est attribué peut influencer les caractéristiques de l’horaire trouvé à la fin de l’optimisation.

La recherche est organisée en trois étapes principales : 1) la lecture attentive du modèle et d’articles scientifiques relatifs à des travaux similaires, 2) la génération d’un vaste ensemble de plannings potentiellement intéressants en résolvant le modèle pour des combinaisons variées de poids, et 3) l’analyse de cet ensemble pour mettre en lumière les phénomènes visés par ce travail et émettre des recommandations précises aux responsables du bloc opératoire.

Le document est structuré en quatre chapitres. Le chapitre 1 introduit le contexte mathématique et les concepts-clés utiles à la compréhension des chapitres 2, 3 et 4. Il résume ainsi brièvement les bases de l’optimisation linéaire et ses applications dans d’autres cas de planification, et aborde rapidement certains aspects de l’optimisation multi-objective. Le chapitre 2 revient ensuite en détail le contexte du projet et de ce TFE. Il apporte des précisions spécifiques au bloc opératoire

et décrit finalement le modèle, ses paramètres, variables, objectifs et contraintes. Le chapitre 3 explique comment les plannings ont été générés et met l'accent sur certains choix d'implémentation. Il introduit aussi les *indicateurs* (appelés aussi *critères* dans ce travail) qui sont des quantités mesurées pour chaque horaire, et qui permettent de le comparer aux autres de manière efficace et pertinente. On retrouve parmi ces quantités le nombre de jours complets (présence d'un chirurgien prévue le matin et l'après-midi d'une même journée), le nombre de salles ouvertes le soir, ou encore la variation de l'utilisation des ressources de jour en jour. Il y en a 13 au total, dont 7 qui correspondent précisément aux termes qui sont minimisés par le modèle. Les 6 autres ont été ajoutés pour voir s'il pouvait être intéressant, ou non, de les considérer au sein du modèle dans le futur.

Bien que le chapitre 3 fut celui qui occupa la majeure partie du temps de ce travail, le chapitre 4 est vraisemblablement le plus intéressant. Il décrit pas à pas l'étude des plannings rassemblés au chapitre précédent et discute les résultats. Deux types d'analyse ont été explorées. La première compare les indicateurs paire par paire et montre pour chacune comment évolue un critère par rapport à l'autre. Les résultats montrent qu'améliorer certains critères peut contribuer à l'amélioration d'autres critères (par exemple, augmenter le nombre de jours complets à tendance à réduire le nombre de plages ouvertes le soir), mais que le phénomène inverse existe aussi (augmenter le nombre de jours complets a tendance à augmenter le nombre de salles de 2^{ème} choix utilisées). La seconde analyse évalue l'influence du poids de chaque critère sur la satisfaction moyenne obtenue pour les autres indicateurs, c'est-à-dire la satisfaction moyenne sans tenir compte de la contribution de l'indicateur évalué. Les graphiques qui y sont affichés permettent de repérer rapidement les compromis envisageables. Par exemple, on verra que les responsables pourrait éventuellement être amenés à préférer 101, 100 ou 98 jours complets à 102 car une légère dégradation de ce critère permet d'améliorer significativement un ou plusieurs autres. Plusieurs situations furent étudiées, mettant chacune l'accent sur des aspects différents (bien-être des chirurgiens, aspects logistiques et qualité du service à la population). Le chapitre fournit finalement quelques recommandations concrètes sur base des résultats. S'il ne fallait en retenir que deux, ce travail invite le lecteur intéressé à considérer les recommandations suivantes : intégrer la variation des ressources dans l'objectif du modèle n'affectera que peu les autres critères et améliorera sans aucun doute la régularité de leur utilisation au cours de la semaine, et appliquer l'analyse par l'objectif résiduel au sein d'un processus itératif peut permettre d'affiner la pondération pour atteindre les compromis qu'il aura jugé les plus pertinents grâce aux observations de ce travail.

Ce document ne cherche ainsi pas à se substituer aux responsables du bloc opératoire, qui connaissent parfaitement les spécificités de cet environnement, mais vise à éclairer leurs décisions par des informations concrètes au sujet du modèle et du comportement de ses objectifs.

Chapitre 1

Contexte

1.1 Optimisation linéaire

1.1.1 Introduction

Pour garantir le respect des contraintes exprimées par les responsables du bloc opératoire du GHdC, ainsi que de minimiser certains facteurs-clés, l'équipe s'est naturellement tournée vers des techniques d'optimisation linéaire, habituellement désignée par le terme anglais *Linear Programming* (LP). Formellement, ces méthodes permettent de répondre à un problème tel que celui-ci :

$$\begin{cases} \inf_x c^\top x \\ Ax \leq b, x \geq 0 \end{cases}$$

où $x, b, c \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$ avec n le nombre de variables et $p + n$ le nombre total de contraintes (y compris les contraintes de positivité). $c^\top x$ constitue la fonction objectif, ou fonction d'utilité, qu'on cherche à minimiser.

Tous les problèmes d'optimisation linéaire à variables continues peuvent être rapportés à cette forme dite « canonique ». En effet, il apparaît notamment que :

- $\sup_x f(x)$ est équivalent à $\inf_x -f(x)$;
- $x \geq k$ est équivalent à $-x \leq -k$;
- $x = k$ est équivalent à $x \leq k, x \geq k$;
- $|x| \leq k$ est équivalent à $-k \leq x \leq k$;
- $x \in \mathbb{R}$ est équivalent à $x = x_p - x_n, x_p, x_n \geq 0$.

Ce travail considérera ces équivalences acquises et les unes ou les autres seront indifféremment employées. En général, chaque écriture mathématique sera exposée sous sa forme la plus intuitive.

Néanmoins, il apparaît souvent que des modèles nécessitent qu'une ou plusieurs variables (au sein du vecteur x), soient obligatoirement des valeurs entières.

Lorsque c'est le cas pour toutes les variables du problème, il s'agit d'*Integer Programming* (IP), tandis que l'on parle de *Mixed Integer Programming* (MIP) lorsque certaines variables – mais pas toutes – sont entières, les autres demeurant continues.

De nombreuses méthodes de résolution ont été développées pour résoudre les problèmes d'optimisation linéaire. L'une des plus célèbres est certainement l'algorithme du simplexe, introduit en 1947 par G. B. Dantzig pour les problèmes LP (Shamir, 1987). D'autres algorithmes existent pour les problèmes IP et MIP.

1.1.2 Application à la planification

Le champ d'application des modèles MIP (y compris LP et IP) est vaste et la littérature contient des exemples dans des domaines très variés. Parmi les plus communs, on retrouve le positionnement d'infrastructures (e.g. Kocoloski et al. 2011), la planification de la production (e.g. Etemadnia et al. 2015), la gestion de ressources matérielles et humaines (e.g. Bodaghi et al. 2018), ou encore la finance, avec l'optimisation de portefeuilles notamment (e.g. Laslo 2010).

De nombreux articles concernent directement le sujet de ce TFE, à savoir l'application d'un modèle MIP à la planification en milieu hospitalier, et plus précisément au bloc opératoire. Les modèles MIP sont souvent utilisés pour planifier les opérations chirurgicales car la solution trouvée est optimale, par rapport aux données fournies en tout cas. En revanche, il arrive dans certains cas que le temps de calcul soit trop important, ce qui constitue leur principale limitation (Van Riet & Demeulemeester, 2015 ; Zhang et al., 2009).

Les modèles MIP se différencient généralement par : 1) les hypothèses sur lesquelles ils se fondent, et 2) les critères de performance, c'est-à-dire les quantités qu'ils cherchent à minimiser/maximiser (Cardoen et al., 2010 ; Van Riet & Demeulemeester, 2015). En effet, certains modèles considèrent la durée des opérations, la durée d'hospitalisation ou les urgences comme aléatoires, d'autres les supposent déterministes. On remarque également 3 approches principales pour la gestion des urgences : on distingue les stratégies dites dédiées (opérations urgentes exclusivement réalisées dans des salles réservées), flexibles (opérations urgentes intercalées entre les opérations planifiées) ou hybrides (combinaison des deux stratégies précédentes). En ce qui concerne les critères de performance, les plus courants relevés par Cardoen et al. (2010) sont le temps d'attente des patients, le taux d'occupation et les heures supplémentaires des salles d'opération.

On peut épingler quelques exemples d'application de modèles MIP à la planification. Zhang et al. (2009), en optimisant la répartition des disciplines dans les salles, minimisent le nombre d'opérations retardées et la demande insatisfaite. Pour obtenir une présence régulière, ils pénalisent (faiblement) l'écart de temps alloué chaque jour à une discipline par rapport au taux de présence dont elle a besoin en moyenne sur une semaine. Yuan-jun et al. (2011) minimisent l'heure à laquelle se

termine la dernière opération en répartissant eux aussi les disciplines dans les salles et en tenant compte des opérations planifiées pendant la semaine. Sur base de leurs résultats, ils proposent d'éventuellement opter pour la minimisation du nombre de salles ouvertes, ce qui pourrait réduire significativement les coûts d'exploitation de l'hôpital. Le raisonnement est similaire dans (Cheng, 2013), mais l'auteur ajoute un nouvel objectif – la maximisation de la productivité (nombre d'opérations par unité de temps) –, qu'il considère comme principal. Beliën et Demeulemeester (2007) ont eux minimisé le taux d'occupation maximal des lits durant la semaine et la variabilité de ce taux durant la semaine, de sorte à prévenir le manque de lits. Ils proposent des heuristiques qui accélèrent la résolution de leur problème en guidant l'algorithme dans des directions prometteuses.

1.2 Optimisation multi-objective

L'optimisation linéaire permet de minimiser une fonction $f = c^\top x$. En plus d'être linéaire, cette fonction est unique. Pourtant, la plupart des choix de la vie quotidienne impliquent la confrontation de plusieurs objectifs. De manière naturelle, l'être humain y réagit différemment en fonction de lui-même ou du contexte. Le plus souvent, il accordera une importance différente à chacun d'entre eux et optera pour le choix le plus satisfaisant en tenant compte de ses préférences.

D'un point de vue mathématique, la situation est tout-à-fait similaire. Lorsqu'on cherche à optimiser plusieurs objectifs simultanément – comme ce fut le cas pour des travaux présentés dans la section précédente –, il n'est pas possible de les optimiser tous en même temps : il est là aussi nécessaire d'accorder un niveau d'importance à chacun. Ceci se traduit par la pondération de chaque objectif par un poids le plus fidèle possible aux attentes sur le terrain. Les objectifs sont très souvent conflictuels : l'amélioration de l'un entraîne une dégradation de l'autre. Yuan-jun et al. (2011) mentionnent à titre d'exemple que le taux d'utilisation peut être augmenté en donnant priorité aux longues opérations, mais cela induit inévitablement une attente plus longue pour les opérations courtes.

Cependant, comme rappelé par Guitouni et Martel (1998), le choix définitif n'est que rarement purement rationnel, ce qui explique qu'on attende souvent des méthodes qu'elles contribuent à la prise de décision en comparant les alternatives, sans pour autant choisir à notre place. On parle alors de méthodes MCDA (*Multicriterion Decision Aid methods*), dont les méthodes PROMETHEE présentées par J.P. Brans en 1982 sont un exemple reconnu. Elles ont déjà été utilisées dans domaines variés : gestion des sources d'eau (e.g. Abu-Taleb et Mareschal 1995), optimisation de portfolios (e.g. Ehrgott et al. 2004), chimie et autres (e.g. Behzadian et al. 2010).

1.2.1 Méthodes PROMETHEE

Comme expliqué dans (Brans & De Smet, 2016), les méthodes PROMETHEE définissent tout d'abord les ensembles $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ des alternatives à évaluer (qu'il faut donc avoir générées au préalable) et $\{g_1(\cdot), \dots, g_n(\cdot)\}$ les critères d'évaluation. Ensuite, sur base de la distance $d_j(a, b)$ entre 2 alternatives $a, b \in A$, elles dérivent la fonction de préférence $P_j(a, b) = F_j(d_j(a, b))$ où F_j est indiquée par l'utilisateur et correspond à la fonction qu'il utilise pour comparer la contribution des alternatives au regard de chaque critère (Albadvi et al., 2007). Quelques exemples de fonctions F_j sont représentés à la FIG. 1.1.

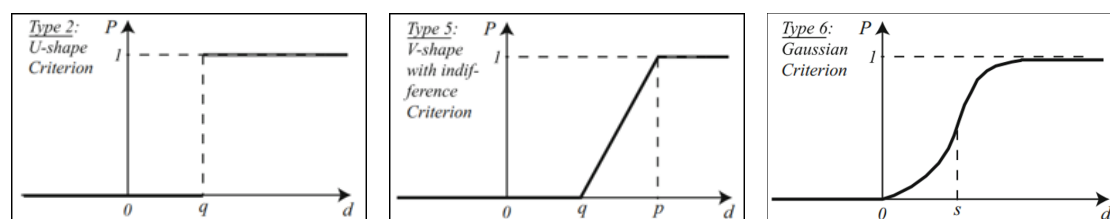


FIGURE 1.1 – Exemples de fonctions F_j extraites de (Brans & De Smet, 2016).

Après avoir défini les quantités $\pi(a, b) = \sum_{j=1}^k P_j(a, b) \omega_j$ à l'aide des poids ω_j normalisés associés aux critères, les méthodes calculent les flux positifs et négatifs

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) \quad \phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a)$$

Il apparaît que $\pi(a, b) \sim 0$ implique une préférence faible de a par rapport à b , tandis que $\pi(a, b) \sim 1$ implique une préférence forte. Le facteur $n-1$ vient du fait que chaque alternative est confrontée au $n-1$ autres. C'est maintenant sur base des flux que PROMETHEE déduit les relations de préférence, d'indifférence et d'incompatibilité pour toutes les paires (a, b) , $a, b \in A$. Par exemple, si $\phi^+(a) > \phi^+(b)$ et $\phi^-(a) < \phi^-(b)$, alors on préférera a à b . Représentées graphiquement paire par paire, ces relations aident dans leur choix ceux qui prennent la décision finale.

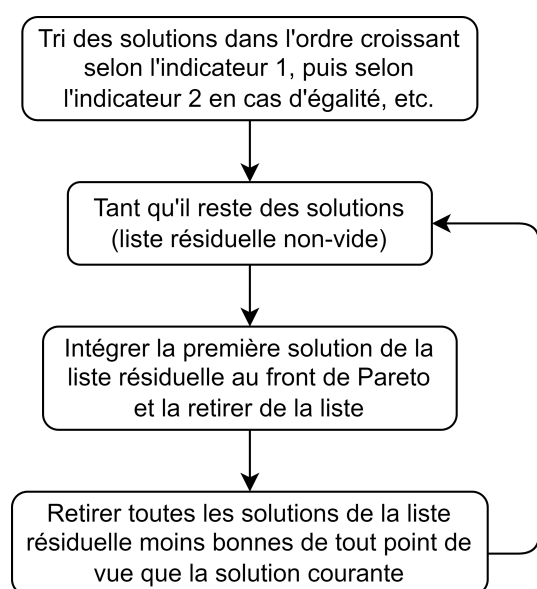
Le nombre d'alternatives et le nombre de critères semblent être les principales limites des méthodes PROMETHEE. En effet, l'utilisateur doit choisir une fonction F_j pour chaque critère, et se verra présenter autant de comparaisons qu'il existe de paires d'alternatives, soit $n(n-1)/2$ paires pour n alternatives. L'implication des décideurs est également indispensable. Sans elle, il n'est pas possible de définir de F_j fidèles à la réalité du terrain, et ne pas les définir entraînerait la perte de l'intérêt des méthodes. Ces raisons expliquent pourquoi les méthodes PROMETHEE n'ont pas pu être appliquées à ce travail, bien qu'elles aient été une source d'inspiration.

1.2.2 Front de Pareto

La section précédente a attiré l'attention sur le fait que, face à de nombreuses possibilités et un grand nombre de critères, le gestionnaire est amené à devoir

définir une importance pour chaque objectif. En revanche, il ne tiendra assurément pas compte des solutions pour lesquelles il en existe une autre avantageuse sous tout point de vue. On dit que ces solutions ne sont pas *optimales au sens de Pareto* car on peut améliorer un critère sans détériorer les autres. Pour être optimale au sens de Pareto, une solution doit être avantageuse pour au moins un critère par rapport à n'importe quelle autre solution avec laquelle on la compare. L'ensemble des solutions optimales au sens de Pareto forme ce qu'on appelle le *front de Pareto*.

Formellement, on peut écrire que chaque solution $s \in \mathbb{R}^n$ est définie par n composantes s_i , $i \in \{1, \dots, n\}$. Une solution s appartient au front de Pareto si, pour toute autre solution $s' \neq s$, $\exists i \in \{1, \dots, n\} : s_i < s'_i$. En d'autres mots, elle n'y appartient pas si $\exists s' \neq s : s'_i \leq s_i \forall i \in \{1, \dots, n\}$. En cas de solutions strictement identiques, l'une ou l'autre peut être écartée, indifféremment.



Grâce à l'algorithme représenté à la FIG. 1.2 et inspiré de (Karonen, 2012), toute solution optimale au sens de Pareto sera identifiée. En effet, si elle est optimale, la solution ne sera jamais – par définition – moins bonne de tout point de vue que n'importe quelle autre solution, et ne sera pour cette raison jamais écartée de la liste résiduelle. Puisque l'algorithme itère jusqu'à ce que cette dernière soit vide, la solution sera inévitablement intégrée en tant que solution courante.

FIGURE 1.2 – Algorithme implémenté pour identifier le front de Pareto.

De la même manière, on peut observer qu'aucune solution ne sera considérée comme optimale au sens de Pareto

si elle ne l'est pas. Le tri garantit que la toute première solution est optimale (inférieure ou égale à toutes les autres solutions). Toute autre solution courante le sera également. En effet, puisqu'elle n'a pas été écartée de la liste résiduelle, on sait qu'elle est, selon certains critères, meilleure que les solutions optimales déjà identifiées. Pour le reste, on sait à nouveau par le tri qu'elle est inférieure ou égale à toutes les autres solutions.

Chapitre 2

Projet et Modèle

2.1 Contexte du projet

2.1.1 Projet du Grand Hôpital de Charleroi

Se présentant comme le plus gros hôpital privé de Wallonie, le Grand Hôpital de Charleroi (GHdC) emploie près de 4500 personnes toutes spécialités et métiers confondus, soit l'équivalent de plus de 3100 équivalents temps-plein. Grâce à sa capacité totale dépassant 1150 lits, le GHdC a enregistré près de 33 600 admissions, 503 000 consultations et passages externes, ainsi qu'un peu plus de 28 400 opérations au bloc opératoire en 2019. Sous le statut d'ASBL, son chiffre d'affaire excédait 435 millions d'euros lors de l'exercice 2021.

Issu de la fusion du Centre Hospitalier Notre-Dame et Reine Fabiola (CHNDRF) et des Hôpitaux de Gilly en 2008, le GHdC regroupe 6 entités distinctes : l'Hôpital Saint-Joseph, les cliniques Notre-Dame et Reine Fabiola, l'Institut Médical de Traumatologie et de Réadaptation (IMTR) et l'Institut Sainte-Thérèse (Grand Hôpital de Charleroi, 2020). Le Centre Psychothérapeutique de Jour (CPJ) Charles-Albert Frère y est également rattaché depuis 2013.

En vue d'un développement stratégique, le GHdC a acquis le site « Les Viviers » en mai 2012, avec l'objectif d'y construire un tout nouvel hôpital capable de rassembler l'ensemble des pôles aujourd'hui dispersés. Le cahier des charges prévoit le transfert du dernier patient pour le 6 juin 2024 (Rondelez, 2020). D'une superficie de 17 hectares, le nouvel hôpital aura une capacité de 986 lits, 25 salles d'opération et 32 places aux soins intensifs. À titre de comparaison, le MontLégia du Groupe Santé CHC, inauguré à Liège en 2020, dispose d'une capacité de 720 lits.

Une fois les bâtiments entièrement terminés et les équipements posés, ce seront aux équipes médicales, administratives et techniques d'investir les lieux. Il faudra alors répartir les 4500 employés dans l'ensemble des salles et locaux. Cette coordination n'est pas simple et implique de nombreuses contraintes, particulièrement au sein du bloc opératoire où se côtoient plus d'une centaine de chirurgiens, ré-

partis en 17 disciplines : chirurgies générale et digestive, vasculaire et thoracique, orthopédique, gynécologique, entre autres.

2.1.2 Objectif du projet

C'est dans ce contexte qu'intervient l'équipe de l'UCLouvain. Elle est responsable de l'élaboration du planning du bloc opératoire : très concrètement, c'est elle qui doit fournir un horaire indiquant – pour chaque plage de la semaine – la répartition des chirurgiens dans les salles d'opérations. Cette répartition doit respecter toutes les contraintes liées au contexte du bloc opératoire, et maximiser/minimiser certaines quantités-clés : nombre de jours complets, nombre de salles ouvertes en soirée, exploitation régulière et homogène des ressources, etc.

Au vu du nombre de chirurgiens, de salles, de disciplines et de plages horaires, il est impossible de réaliser manuellement un tel planning. Il n'est pas non plus possible de parcourir tous les plannings possibles et de choisir le meilleur, car il y en a largement trop. C'est pourquoi, comme les autres études présentées en 1.1.2, l'équipe eut recours à l'optimisation linéaire sous la forme d'un modèle MIP. Après avoir résolu le modèle à l'aide d'un solveur informatique, on peut déduire l'horaire optimal (ou *presque* optimal, si le temps d'exécution était trop important) en observant la valeur des variables en sortie.

Grâce aux réunions organisées avec les responsables du GHdC, l'équipe a pu comprendre la situation du bloc opératoire et développer un modèle fonctionnel qui tient compte de toutes les contraintes et optimise les quantités souhaitées. Il permet d'obtenir un planning aux caractéristiques déjà très satisfaisantes.

2.1.3 Objectif de ce TFE

Bien que le modèle fournisse déjà un résultat intéressant, son caractère multi-objectif – puisqu'on cherche à minimiser/maximiser plusieurs quantités en même temps – le rend très dépendant de la pondération choisie. En effet, le résultat ne sera pas le même si on donne autant d'importance à tous les critères, ou si certains critères sont privilégiés par un poids plus élevé. Ce travail étudie l'impact de la pondération des différents objectifs.

Jusqu'à présent, seules quelques combinaisons ont été testées et ont permis de générer un petit nombre de plannings. On souhaite, par ce travail, aller plus loin et comparer les solutions auxquelles mèneraient une large variété de pondérations différentes. L'analyse de ces solutions et de leurs caractéristiques (nombre de jours complets, nombre de salles ouvertes en soirée, répartition des ressources, etc.) pourraient révéler des relations inattendues entre certains objectifs, et permettraient aux responsables du bloc opératoire de choisir un planning spécifique ou une pondération particulière en fonction de ces apprentissages et de leurs préférences.

Comme renseigné dans l'introduction, la recherche fut décomposée en 3 étapes principales : 1) la lecture attentive du modèle et d'articles scientifiques relatifs à des travaux similaires, 2) la génération d'un vaste ensemble de plannings potentiellement intéressants en résolvant le modèle pour des combinaisons variées de poids, et 3) l'analyse de cet ensemble pour mettre en lumière les phénomènes visés par ce travail et émettre des recommandations précises aux responsables du bloc opératoire. Les chapitres 1 et 2 ont abordé la littérature scientifique et détaillent le modèle. Le chapitre 3 explique comment ce modèle a été concrètement implémenté pour constituer l'ensemble, et le chapitre 4 expose l'analyse.

2.2 Informations utiles

2.2.1 Fonctionnement du bloc opératoire

Le futur site « Les Viviers » du GHdC compte 25 salles d'opération réparties en 3 zones : les zones 1, 2 et 3. Ces salles peuvent être occupées chaque jour de la semaine – sauf le week-end – le matin (8h-12h), l'après-midi (12h-16h) et le soir (16h-20h). On dénombre ainsi 5 jours (du lundi au vendredi) et 3 périodes par jour (matin, après-midi et soir).

Le bloc opératoire compte plus d'une centaine de chirurgiens, répartis en 17 disciplines. Celles-ci sont listées en annexe (table A.4, p. 42). Des données ont été rassemblées à propos de chacun d'entre eux : temps moyen d'opération par semaine, temps nécessaire dans les salles particulières, par exemple.

Certaines ressources sont limitées. C'est le cas pour le nombre d'opérations d'enfants, qui ne peut excéder 20 par jour (ressource 1). Il faut en outre veiller à ne pas surcharger les soins intensifs : le nombre journalier d'opérations impliquant un lit aux soins intensifs est restreint à 10 (ressource 2).

Enfin, il est possible que plusieurs chirurgiens partagent une même salle. Dans ce cas, les chirurgiens concernés occupent celle-ci à tour de rôle, de semaine en semaine. La répartition sera indiquée par leur pourcentage d'occupation respectif ($< 100\%$ dans le cas d'un partage) qu'aura déterminé le modèle à la fin de l'optimisation. Par exemple, si les chirurgiens A et B partagent une même salle avec un taux d'occupation respectif de 65% et 35% , il est attendu que le chirurgien A l'occupe 2 semaines sur 3, la dernière étant réservée au chirurgien B.

2.2.2 Aménagements et « superchirurgiens »

Bien que les algorithmes tels que le simplexe garantissent le caractère optimal de la solution, il n'en est pas de même quant au temps d'exécution, qui peut rapidement devenir déraisonnable pour des problèmes de grande dimension comme

celui-ci¹. C'est pourquoi il a été décidé :

- de ne pas tenir compte des chirurgiens n'opérant que quelques heures (ceux-ci s'intercaleront dans les plages libres de l'horaire définitif) ;
- de considérer des « superchirurgiens », qui rassemblent des chirurgiens ayant des caractéristiques similaires (même discipline, utilisation similaire des ressources, etc.). Il est ensuite prévu que ceux-ci s'arrangent entre eux pour convenir de la répartition qui les arrangent le mieux².

Grâce à ces deux changements, le nombre de chirurgiens à considérer (en réalité, des « superchirurgiens ») est limité à 46, ce qui réduit fortement la taille du modèle (nombre de variables et de contraintes), et donc aussi le temps d'exécution.

2.3 Modèle

Cette section décrit le modèle élaboré par le Pr. J.-S. Tancrez, le Pr. M. Van Vyve et A. Decamps. Leur version la plus à jour inclut quelques détails supplémentaires et diffère par là légèrement de celle présentée ci-dessous.

2.3.1 Ensembles

Les ensembles d'indices nécessaires pour la définition du modèle sont :

Ensemble	Taille	Signification
$S_C = \{1, 2, \dots, N_C\}$	$N_C = 45$	ensemble des chirurgiens
$S_D = \{1, 2, \dots, N_D\}$	$N_D = 17$	ensemble des disciplines
$S_S = \{1, 2, \dots, N_S\}$	$N_S = 25$	ensemble des salles
$S_Z = \{1, 2, \dots, N_Z\}$	$N_Z = 3$	ensemble des zones
$S_J = \{1, 2, \dots, N_J\}$	$N_J = 5$	ensemble des jours
$S_P = \{1, 2, \dots, N_P\}$	$N_P = 3$	ensemble des périodes
$S_R = \{1, 2, \dots, N_R\}$	$N_R = 2$	ensemble des ressources

TABLE 2.1 – Ensembles principaux.

On spécifie enfin ces deux groupes d'ensembles particuliers :

S_C^d	$\forall d \in S_D$	ensemble des chirurgiens de la discipline d
S_S^z	$\forall z \in S_Z$	ensemble des salles de la zone z

1. Bien qu'on puisse s'attendre à ce que l'algorithme du simplexe ait en théorie et dans le pire des cas à parcourir l'ensemble des 2^n noeuds possibles (Klee & Minty, 1970), où n est le nombre de variables du système, Kelner et Spielman (2006) en ont proposé une version garantissant une complexité polynomiale. Un temps *raisonnable* n'est bien sûr malgré tout pas du tout garanti.

2. Il s'est avéré que les chirurgiens étaient pour la plupart intéressés par une telle liberté.

TABLE 2.2 – Ensembles particuliers.

2.3.2 Paramètres

Les paramètres suivants sont issus des informations recueillies auprès des responsables du bloc opératoire et sont propres au contexte du GHdC. Par défaut, les temps sont exprimés en minutes.

Nom	Valeur attendue	Signification
DurSem ^c	$\mathbb{R}^+$	durée moyenne d'opération du chirurgien c par semaine
FacSec	$[0, 1]$	facteur de sécurité appliqué sur la durée des périodes (par exemple, si FacSec = 85 %, on considère que le temps d'opération n'est que de 204 minutes sur 240, par sécurité)
DurPer _p	$\mathbb{R}^+$	durée de la période p
PropRes ^{c,r}	$[0, 1]$	proportion d'opérations du chirurgien c qui font intervenir la ressource r
DurOpe ^c	$\mathbb{R}^+$	durée moyenne d'une opération pour le chirurgien c
MaxRes _j ^r	$\mathbb{R}^+$	nombre limite de la ressource r le jour j
InfSoir	$[0, 1]$	proportion maximale de salles qui peuvent être ouvertes en soirée (avec InfSoir = 56 %, seules 14 salles sur 25 peuvent être ouvertes chaque soir)
MinJPres ^d	$\{0, 5\}$	nombre minimum de jours de présence de la discipline d
DisPos ^{d,s}	$\{0, 1\}$	paramètre binaire valant 1 si la discipline d est autorisée à opérer dans la salle s , 0 sinon
DisSaJa ^{d,s}	$\{0, 1\}$	paramètre binaire valant 1 si la salle s est une salle de 2 ^{ème} choix (à éviter) pour la discipline d , 0 sinon
DisSaOr ^{d,s}	$\{0, 1\}$	paramètre binaire valant 1 si la salle s est une salle de 3 ^{ème} choix (à éviter) pour la discipline d , 0 sinon
DurMin ^{c,s}	$\mathbb{R}^+$	durée moyenne d'opération dont a besoin le chirurgien c dans la salle s (ne concerne que certaines salles spécifiques, comme les salles robot, épaule et hybride)
OccupMin	$[0, 1]$	taux d'occupation moyen minimal, applicable à toutes les disciplines

TABLE 2.3 – Paramètres liés au contexte du GHdC.

Quelques paramètres supplémentaires ont été ajoutés lors de la modélisation :

NbChirSa	$\mathbb{Z}^+$	nombre de chirurgiens d'une même discipline qui peuvent être associés à la même salle au même moment
SupNbPl DenNbPl	$\mathbb{R}^+$	paramètres utilisés pour limiter le nombre de plages attribuées aux chirurgiens
PJComp PDisOc PNbPlages PDisZo PSaOr PSaJO PSoir	$\mathbb{R}^+$	poids associés aux facteurs à minimiser au sein de la fonction objectif

TABLE 2.4 – Paramètres ajoutés lors de la modélisation.

2.3.3 Variables

La TABLE 2.5 reprend l'ensemble des variables définies pour le modèle.

Nom	Dom. de définition	Signification
$x_{j,p}^{c,s}$	$\{0, 1\}$	variable binaire valant 1 si le chirurgien c est assigné à la salle s le jour j en période p
$y_{j,p}^{c,s}$	$\mathbb{R}^+$	temps en minutes assigné au chirurgien c à la salle s le jour j en période p
$z_{j,p}^{d,s}$	$\{0, 1\}$	variable binaire valant 1 si la discipline d est assignée à la salle s le jour j en période p
$\text{disOc}^{d,s}$	$\{0, 1\}$	variable binaire valant 1 si la discipline d occupe la salle s au moins une fois durant la semaine, 0 sinon
$\text{disZo}_{j,p}^{d,z}$	$\{0, 1\}$	variable binaire valant 1 si la discipline d occupe la zone z au moins une fois le jour j , 0 sinon
$\text{disZoT1}_{j,p}^d$	$\mathbb{R}^+$	nombre de zones occupées au total par la discipline d le jour j en période p , diminué de 1 ($\text{disZoT1}_{j,p}^d = 0$ si le nombre de zones utilisées vaut 0 ou 1)
$\text{xJComp}_j^{c,s}$	$\{0, 1\}$	variable binaire valant 1 si le chirurgien c dispose de la salle s le jour j complet (matin et après-midi)
jDis_j^d	$\{0, 1\}$	variable binaire valant 1 si la discipline d est représentée par au moins un chirurgien le jour j
NbPlages^c	$\mathbb{Z}^+$	nombre de plages assignées au chirurgien c au total durant la semaine

TABLE 2.5 – Variables de décision.

2.3.4 Fonction objectif

Sur base des informations recueillies auprès des responsables du GHdC, on souhaite minimiser :

- les trajets des chirurgiens (ce qui revient à maximiser le nombre de journées complètes prestées par chaque chirurgien) ;
- le nombre de salles différentes occupées par chaque discipline durant la semaine ;
- le nombre de zones occupées simultanément par une même discipline à tout moment ;
- le nombre de plages ouvertes le soir ;
- le nombre d'utilisation de salles de 2^{ème} ou 3^{ème} choix.

De plus, lors de la modélisation, un objectif intermédiaire a été introduit : la minimisation du nombre de plages attribuées aux chirurgiens durant la semaine. Son amélioration aura tendance à renforcer les autres objectifs, et éviter que le nombre de jours complets ne soit augmenté par l'ajout excessif de plages. Formellement, la fonction objectif est établie ainsi :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \text{PNbPlages} \cdot \sum_c \text{NbPlages}^c - \text{PJComp} \cdot \sum_{c,s,j} \text{xJComp}_j^{c,s} \\
 & + \text{PDisOc} \cdot \sum_{d,s} \text{disOc}^{d,s} + \text{PDisZo} \cdot \sum_{d,j,p} \text{disZoT1}_{j,p}^d + \text{PSoir} \cdot \sum_{d,s,j} z_{j,3}^{d,s} \\
 & + \text{PSaJO} \left(\sum_{d,s,j,p} \text{DisSaJa}^{d,s} \cdot z_{j,p}^{d,s} + \text{PSaOr} \cdot \sum_{d,s,j,p} \text{DisSaOr}^{d,s} \cdot z_{j,p}^{d,s} \right)
 \end{aligned}$$

2.3.5 Contraintes

Ci-dessous sont listées l'ensemble des contraintes du modèle, à l'exception de celles liées au domaine de définition des variables ($\mathbb{R}, \mathbb{R}^+, \mathbb{Z}^+, \{0, 1\}$). Ces dernières sont implicitement définies dans le tableau 2.5, dans la section 2.3.3.

$$\sum_s x_{j,p}^{c,s} \leq 1 \quad \forall c \in S_C, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.1)$$

$$\sum_d z_{j,p}^{d,s} \leq 1 \quad \forall s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.2)$$

$$\sum_{c \in S_C^d} x_{j,p}^{c,s} \leq \text{NbChirSa} \cdot z_{j,p}^{d,s} \quad \forall d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.3)$$

$$\sum_{s,j,p} y_{j,p}^{c,s} = \text{DurSem}^c \quad \forall c \in S_C \quad (2.4)$$

$$\sum_{j,p} y_{j,p}^{c,s} \geq \text{DurMin}^{c,s} \quad \forall c \in S_C, s \in S_S \quad (2.5)$$

$$y_{j,p}^{c,s} \leq \text{FacSec} \cdot \text{DurPer}_p \cdot x_{j,p}^{c,s} \quad \forall c \in S_C, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.6)$$

$$\sum_{c \in S_C^d} y_{j,p}^{c,s} \leq \text{FacSec} \cdot \text{DurPer}_p \quad \forall d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.7)$$

$$x_{j,p}^{c,s} \leq z_{j,p}^{d,s} \quad \forall c \in S_C^d, d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.8)$$

$$z_{j,p}^{d,s} \leq \sum_{c \in S_C^d} x_{j,p}^{c,s} \quad \forall d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.9)$$

$$\sum_c \text{PropRes}^{c,r} \cdot \sum_{s,p} \frac{y_{j,p}^{c,s}}{\text{DurOpe}^c} \leq \text{MaxRes}_j^r \quad \forall r \in S_R, j \in S_J \quad (2.10)$$

$$\sum_d z_{j,2}^{d,s} \leq \sum_d z_{j,1}^{d,s} \quad \forall s \in S_S, j \in S_J \quad (2.11)$$

$$x_{j,3}^{c,s} \leq x_{j,2}^{c,s} \quad \forall c \in S_C, s \in S_S, j \in S_J \quad (2.12)$$

$$\frac{y_{j,3}^{c,s}}{\text{DurPer}_3} \leq \frac{y_{j,2}^{c,s}}{\text{DurPer}_2} \quad \forall c \in S_C, s \in S_S, j \in S_J \quad (2.13)$$

$$\sum_{d,s} z_{j,3}^{d,s} \leq \text{InfSoir} \cdot N_S \quad \forall j \in S_J \quad (2.14)$$

$$\text{xJComp}_j^{c,s} \leq x_{j,1}^{c,s} \quad \forall c \in S_C, s \in S_S, j \in S_J \quad (2.15)$$

$$\sum_{c \in S_C^d} y_{j,2}^{c,s} \leq \text{FacSec} \cdot \text{DurPer}_2 \cdot z_{j,3}^{d,s} \quad \forall d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J \quad (2.16)$$

$$\text{xJComp}_j^{c,s} \leq x_{j,2}^{c,s} \quad \forall c \in S_C, s \in S_S, j \in S_J \quad (2.17)$$

$$\sum_s \left(x_{j,1}^{c,s} + x_{j,1}^{c,s} - \text{xJComp}_j^{c,s} \right) \leq 1 \quad \forall c \in S_C, j \in S_J \quad (2.18)$$

$$\text{jDis}_j^d \leq \sum_{s,p} z_{j,p}^{d,s} \quad \forall d \in S_D, j \in S_J \quad (2.19)$$

$$\sum_j \text{jDis}_j^d \geq \text{MinJPres}^d \quad \forall d \in S_D \quad (2.20)$$

$$z_{j,p}^{d,s} \leq \text{DisPos}^{d,s} \quad \forall d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.21)$$

$$z_{j,p}^{d,s} \leq \text{disOc}^{d,s} \quad \forall d \in S_D, s \in S_S, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.22)$$

$$z_{j,p}^{d,s} \leq \text{disZo}_{j,p}^{d,z} \quad \forall d \in S_D, s \in S_S^z, z \in S_Z, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.23)$$

$$\left(\sum_z \text{disZo}_{j,p}^{d,z} \right) - 1 \leq \text{disZoT1}_{j,p}^d \quad \forall d \in S_D, j \in S_J, p \in S_P \quad (2.24)$$

$$\sum_{s,j,p} \text{DurPer}_p \cdot z_{j,p}^{d,s} \leq \frac{\sum_{c \in S_C^d} \text{DurSem}^c}{\text{OccupMin}} \quad \forall d \in S_D \quad (2.25)$$

$$\sum_{s,j,p} x_{j,p}^{c,s} \leq \text{NbPlages}^c \quad \forall c \in S_C \quad (2.26)$$

$$\text{NbPlages}^c \leq \text{SupNbPl} + \left\lceil \frac{\text{DurSem}^c}{\text{FacSec} \cdot \min(\text{DurPer}_p)} \right\rceil \quad \forall c \in S_C \quad (2.27)$$

$$\sum_c \text{NbPlages}^c \leq \frac{N_C \cdot \text{SupNbPl}}{\text{DenNbPl}} + \sum_c \left\lceil \frac{\text{DurSem}^c}{\text{FacSec} \cdot \min(\text{DurPer}_p)} \right\rceil \quad (2.28)$$

Explications

Un chirurgien ne peut occuper qu'une seule salle en même temps (2.1), et chaque salle ne peut être occupée que par une seule discipline par plage (2.2). La contrainte (2.3) limite à NbChirSa le nombre de chirurgiens d'une discipline qui puissent partager une salle, et empêche que des chirurgiens d'autres disciplines n'y soient assignés. La contrainte (2.4) fait en sorte que chaque chirurgien reçoive le temps d'opération dont il a besoin, soit DurSem^c minutes sur la semaine. Le temps au sein de salles spécifiques (robot, main, épaule, etc.) est vérifié par (2.5).

Les contraintes (2.6) et (2.7) garantissent que le temps assigné aux chirurgiens pour une plage n'excède pas la durée de la plage (réduite par le facteur de sécurité), et que ce temps soit nul s'ils n'en disposent pas à ce moment-là. La contrainte (2.8) limite x et définit z : une discipline occupe une salle dès lors qu'un de ses représentants l'occupe ; dans le cas contraire, z est nul (2.9).

La contrainte (2.10) garantit que les limites en ressources journalières (nombre d'enfants et de lits en soins intensifs) ne sont pas dépassées.

Une salle ne peut être occupée l'après-midi que si elle l'est également le matin (2.11). Similairement, un chirurgien ne peut travailler dans une salle en soirée que s'il est présent dans cette même salle l'après-midi (2.12), et son taux de présence doit être supérieur l'après-midi que le soir (2.13). Le nombre de salles

ouvertes le soir est limité par (2.14). De plus, une salle occupée le soir par une discipline doit être complètement occupée l'après-midi par la même discipline (2.16).

Les contraintes (2.15), (2.17) et (2.18) définissent $xJComp_j^{c,s}$, qui vaut 1 si le chirurgien c passe le matin et l'après-midi dans la salle s . Notons que (2.18) empêche que les chirurgiens présents durant toute une journée n'aient à changer de salle.

La présence journalière de chaque discipline est mesurée par la variable $jDis_j^d$, qui est nulle si la discipline n'est pas représentée le jour j (2.19). Le nombre minimal de présences par semaine est indiqué par $MinJPres^d$ (2.20).

La contrainte (2.21) empêche les disciplines d'occuper des salles auxquelles elles n'ont pas accès, tandis que (2.22) définit la variable $disOc^{d,s}$: une salle est occupée par une discipline durant la semaine si au moins un chirurgien de la discipline considérée l'utilise sur cette période. (2.23) et (2.24) permettent de définir $disZoT1_{j,p}^d$ par l'intermédiaire de $disZo_{j,p}^{d,z}$, la dernière indiquant si une zone est occupée par une discipline à tout moment, et la première indiquant le nombre de zones occupées, moins 1 lorsque ce terme est non-nul.

La contrainte (2.25), qui impose un taux d'occupation minimal (rapport entre le temps d'opération nécessaire pour la discipline et celui qui lui est assigné dans l'horaire), n'a pas été appliquée dans ce travail. Elle n'est en effet pas réalisable pour toutes les disciplines pour un taux de 70 %, valeur par défaut. Définir un taux d'occupation minimal pour chaque discipline pourrait être une piste d'amélioration.

Le nombre de plages attribuées à chaque chirurgien est partiellement défini par (2.26), et limité au nombre minimal permettant de respecter le temps d'opération nécessaire, majoré d'une marge (2.27). Cette marge vaut 1 par défaut. L'application de la marge est en revanche restreinte à une fraction des chirurgiens, 1/3 par défaut, comme indiqué par (2.28). Concrètement, cela signifie que 2/3 des chirurgiens se verront attribuer le nombre exact de plages dont ils ont besoin, les autres pouvant recevoir – au maximum – une plage supplémentaire.

2.3.6 Dérivation du planning

Comme introduit dans la section 2.1.2, l'objectif d'un tel modèle est d'obtenir un planning optimal (ou presque) au regard des critères fixés, et de leur pondération. Ce planning est entièrement défini par les variables $x_{j,p}^{c,s}$ et $y_{j,p}^{c,s}$ présentées dans la section 2.3.3. Leur valeur à la fin de l'exécution indique précisément – pour chaque plage de la semaine – la répartition des chirurgiens dans les salles d'opérations ($x_{j,p}^{c,s}$), y compris la proportion du temps qui leur est attribuée en cas de partage d'une salle entre plusieurs chirurgiens ($y_{j,p}^{c,s}$).

Chapitre 3

Implémentation

Le modèle décrit au chapitre précédent peut maintenant être implémenté dans le but d'être résolu par un solveur. Le solveur utilisé dans le cadre de ce travail est Gurobi. Il est développé par l'entreprise Gurobi Optimization et offre deux avantages : un accès gratuit et complet à ses librairies pour les étudiants et membres du personnel académique, ainsi qu'une interface Python qui en facilite l'utilisation.

Ce chapitre décrit l'étape 2 de cette recherche, c'est-à-dire l'identification d'un grand nombre de solutions (ou plannings, puisque de chaque solution peut être dérivé un planning et que l'un et l'autre représentent donc exactement la même chose), avec comme objectif la constitution d'un ensemble représentatif des phénomènes qu'on cherche à observer. En fait, on peut considérer chaque solution comme un échantillon.

Constituer cet ensemble n'est néanmoins pas si facile. En effet, pour être considérée, une solution doit être admissible (respecter les contraintes) et intéressante (proposer des caractéristiques acceptables). Il n'est évidemment pas envisageable d'itérer sur tous les horaires possibles pour en vérifier ces deux propriétés, et une seule résolution numérique du modèle peut prendre plusieurs heures. C'est pourquoi, après avoir présenté les indicateurs (quantités mesurées pour caractériser chaque solution), brièvement expliqué le programme Python et discuté certains choix d'implémentation, ce chapitre explique comment les services du centre de Calcul Intensif et Stockage de Masse (CISM) ont grandement accéléré cette étude.

3.1 Description de l'implémentation

3.1.1 Indicateurs

Chaque solution est déjà décrite par le point qu'elle représente dans l'espace de dimension égale au nombre de variables¹, mais cet espace est trop grand que pour y manipuler, comparer et représenter ces solutions facilement. C'est pourquoi,

1. $\mathbb{R}^n$ pour n variables, avec $n = 48\,201$ dans ce cas.

pour chaque solution, certaines quantités spécifiques sont mesurées, appelées *indicateurs* (ou, indifféremment, *critères*) par la suite. Les 7 premiers correspondent directement aux objectifs minimisés par le modèle (présentés à la section 2.3.4). Six autres indicateurs ont été ajoutés en supposant que ces quantités soient susceptibles d'intéresser les responsables du bloc opératoire lors de leur prise de décision. Ces nouveaux indicateurs n'ont pas été intégrés à la fonction objectif pour les raisons suivantes : 1) ils contiennent une part de redondance avec les termes déjà présents dans la fonction objectif et, 2) augmenter le nombre de variables au sein de la fonction objectif augmente significativement le temps d'exécution.

Les indicateurs considérés sont listés ci-dessous, dans la TABLE 3.1.

ind1	nombre de plages attribuées aux chirurgiens
ind2	nombre de jours complets
ind3	nombre de salles par discipline par semaine (somme)
ind4	nombre de zones par discipline simultanément (somme)
ind5	nombre de salles de 2 nd choix
ind6	nombre de salles de 3 ^{ème} choix
ind7	nombre de salles ouvertes le soir
ind8	nombre de plages partagées
ind9	nombre de matins sans après-midi
ind10	nombre d'après-midis sans matin
ind11	nombre de plages non-vides dans l'horaire
ind12	variation de ressource 1 (enfants) de jour en jour
ind13	variation de ressource 2 (soins intensifs) de jour en jour

TABLE 3.1 – Liste des indicateurs mesurés pour décrire les solutions dans un espace de plus petite dimension. Les indicateurs de 1 à 7 correspondent aux valeurs minimisées (objectifs) qui constituent la fonction objectif (cf. section 2.3.4).

Remarques

La différence entre **ind1** et **ind11** est faible et réside dans la manière de compter les partages. Chaque partage est comptabilisé plusieurs fois (une fois par chirurgien impliqué) dans le premier cas, tandis qu'il ne l'est qu'une fois dans le second cas. L'introduction de ce critère est motivée par le fait qu'une salle qui n'est pas utilisée entraîne généralement une réduction des coûts d'exploitation pour l'hôpital.

La variation des ressources est estimée en calculant la variance des 5 consommations journalières. N'étant pas linéaire, cette indicateur n'aurait de toute façon pas pu être intégré à l'objectif sous cette forme². Rappelons que l'utilisation moyenne

2. Il est en revanche envisageable d'intégrer cette variation d'une autre manière au sein de l'objectif, comme présenté dans l'annexe A.2

de chaque ressource est imposée par le modèle, raison pour laquelle il n'est pas pertinent d'en tenir compte.

3.1.2 Programme

Le programme est divisé en 3 codes, comme illustré à la FIG. 3.1 :

- `data.py` facilite l'import et la manipulation des paramètres du modèle par l'intermédiaire d'un objet Python dédié ;
- `model.py` exécute l'optimisation et enregistre les solutions dans les fichiers `sol. i` (en réalité, il enregistre également la valeurs des indicateurs dans un fichier général pour y voir accès facilement) ;
- `process.py` détermine le front de Pareto et réalise l'analyse (analyse par paire et analyse par objectif résiduel), produisant toutes les figures montrées au chapitre 4 ;

Les fichiers `sol i` sont des sauvegardes des variables pour chacune des 28 274 solutions qui auront été récoltées à la fin de ce chapitre, de sorte qu'il soit possible de reconstituer l'horaire correspondant à tout moment. L'analyse, basée sur les 1715 solutions du front de Pareto, est discutée au chapitre 4.

3.1.3 Adaptation de MinJPres^d

Afin de pouvoir intervenir en cas d'urgence, on s'attend à ce que chaque discipline soit représentée au moins une fois par jour. Cependant, certaines disciplines comportent peu de membres et ne peuvent pas assurer 5 présences journalières par semaine.

Le paramètre MinJPres^d a été adapté pour chaque discipline selon la règle :

$$\text{MinJPres}^d = \min \left(5, \max \left(1, \text{ceil} \left(\frac{\sum_{c \in S_C^d} \text{DurSem}^c}{\min_p (\text{DurPer}_p)} \right) \right) \right)$$

où la fonction $\text{ceil}(\cdot)$ effectue l'arrondi à l'unité supérieure. Les valeurs de MinJPres^d sont renseignées en annexe A.1.

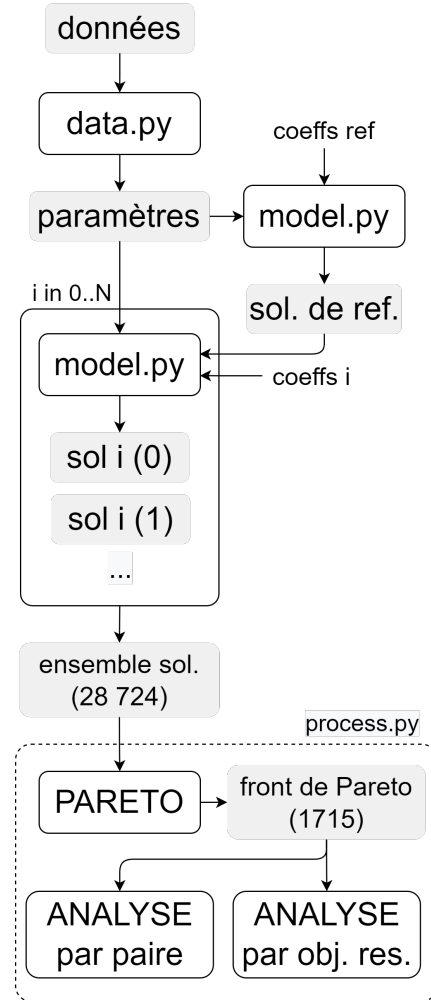


FIGURE 3.1 – Structure du programme. Un fond gris distingue les fichiers des codes Python.

On s'assure ainsi que les disciplines sont là autant de jours que possible, soit un nombre de présences égal au nombre maximum de plages qu'on puisse leur attribuer tout en respectant les temps d'opération. On observe que cela force à étaler, à raison d'une plage par jour, les plages des disciplines pour lesquelles $\text{MinJPres}^d \leq 5$.

On épinglera que l'emploi de $\min_p (\text{DurPer}_p)$ ou de $\max_p (\text{DurPer}_p)$ au dénominateur n'impacte pas la valeur de MinJPres^d dans le contexte de ce travail, puisque toutes les périodes ont la même durée. Si cela n'avait pas été le cas, il aurait fallu discuter ce choix. L'emploi de $\min_p$ aurait en effet maximisé le nombre de jours de présence, au risque de restreindre aux périodes de durée minimale les disciplines pour lesquelles $\text{MinJPres}^d \leq 5$, tandis que l'emploi de $\max_p$ n'aurait pas induit de restriction implicite, mais aurait toléré un moins grand nombre de présences.

3.1.4 Critère de rétention

Le solveur de Gurobi ne retourne qu'une seule solution par défaut. Celle-ci appartient bien sûr à l'ensemble des solutions pour lesquelles la fonction objectif atteint un minimum (dans l'espace investigué). Pourtant, même si elles ne sont pas automatiquement renvoyées, d'autres solutions peuvent également correspondre à ce minimum et être susceptibles d'avoir des caractéristiques intéressantes. Par exemple, si on considère une combinaison pour laquelle $\text{PJComp} = \text{PSoir}$, deux solutions pourraient être équivalentes au regard de la fonction objectif, mais proposer 55 jours complets et 63 plages ouvertes en soirée, contre 56 et 64.

Il est également raisonnable de considérer que des solutions *quasi* optimales puissent être elles aussi intéressantes. Ceci s'explique notamment par le fait que certains indicateurs ne sont pas inclus dans la fonction objectif.

Le programme enregistre pour ces raisons plus d'une solution à chaque exécution. La librairie Gurobi offre la possibilité de filtrer les solutions qu'elle rencontre durant l'exécution, et de ne mémoriser que celles pour lesquelles la valeur de la fonction objectif est suffisamment proche du minimum qu'elle a pu atteindre. Ce seuil est fixé de manière relative (pourcentage du minimum atteint). Par exemple, si l'écart maximal toléré est de 20 % et que 100 est la valeur d'objectif la plus basse trouvée, seules les solutions dont l'objectif est inférieur à 120 sont mémorisées.

Dans cette application, un seuil fixe semblait plus approprié, sans quoi des combinaisons comprenant de larges coefficients auraient engendré un nombre de solutions plus important. Pour un seuil fixe de 2 (écart ≤ 2), le seuil relatif s vaut 0.04 %. Il a été choisi sur base d'une optimisation rapide (4 heures) des combinaisons. Elle a montré que les objectifs minimum et maximum valaient 5557 et 6374, respectivement. Avec un gap maximum constaté de 7 %, on peut être certain que tous les objectifs seront compris entre 5168 et 6374. Ainsi, pour avoir un écart maximum de 2 entre la valeur de la fonction objectif pour une solution donnée et le minimum trouvé, il faut que s respecte $5168 \cdot s \geq 2$ et $6374 \cdot s < 3$.

Pour être complet, précisons que les solutions présentées comme « mémorisées » par le solveur (en vert sur la FIG. 3.2) ne sont pas toutes enregistrées par le programme sous forme de fichier `sol i` à la fin. Il n'est en effet pas utile de conserver des solutions dont tous les indicateurs sont identiques : seule l'une d'entre elles est conservée.

3.1.5 Notion de gap

On appelle *gap* (ou écart, en français), le rapport $|z_P - z_D| / |z_P|$ où z_P est la valeur de la fonction objectif et z_D celle du problème dual (Gurobi Optimization, 2022). Celles-ci constituent des bornes supérieure (inférieure) et inférieure (supérieure) lors d'une minimisation (maximisation). Le gap ne peut que décroître, en valeur absolue, d'itération en itération³. Un gap de 0 garantit que la solution est optimale.

Il faut cependant être conscient qu'augmenter z_D a pour conséquence de réduire le gap sans pour autant améliorer la valeur de l'objectif. Autrement dit, un gap plus petit ne garantit pas une meilleure solution. C'est pourquoi aucun critère lié au gap – sauf s'il est égal à 0 – n'a été introduit comme critère d'arrêt. De la même manière, un gap non-nul, éventuellement très grand, ne signifie pas que la solution n'est pas optimale.

3.1.6 Critères d'arrêt

L'exécution est interrompue lorsqu'un des cas de figure suivants se présente :

- le temps maximum (24 heures, soit 86 400 secondes) est atteint ;
- le gap atteint 0 ($z_P = z_D$ ou $z_P = \text{ceil}(z_D)$) ;

dont le dernier point tire profit du caractère entier de la fonction objectif. Le temps d'exécution aurait dû être significativement réduit (à 1 ou 2 heures sans doute) sans l'aide des services du CISM, abordés en section 3.2.

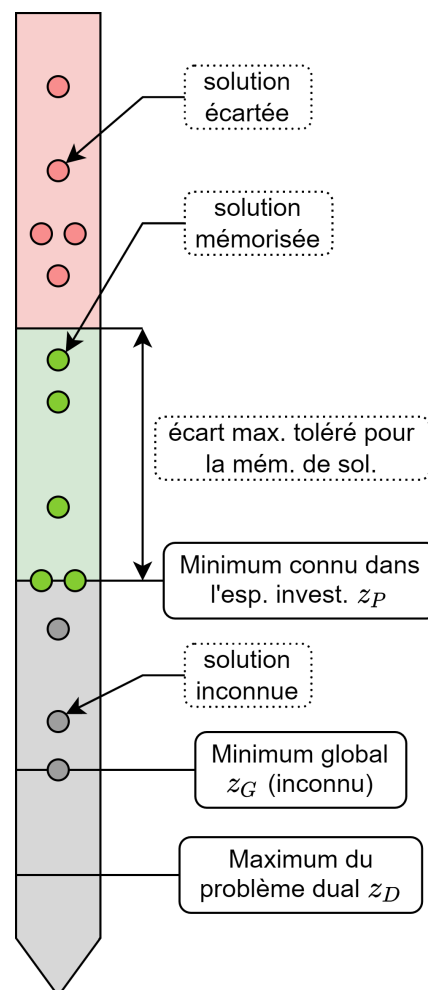


FIGURE 3.2 – Représentation graphique de la minimisation. À moins que le gap atteigne 0, le solveur ne connaît pas le minimum global z_G . Parmi les solutions rencontrées, il mémorise que celles dans la zone verte. Les autres sont écartées.

3. Ceci est justifié par le théorème de dualité de l'optimisation linéaire : si un problème possède une solution optimale, alors il en est autant pour son problème dual, et leurs fonctions objectifs ont la même valeur en leur solution respective (Matouek & Gärtner, 2006).

3.1.7 Solution de référence

Comme indiqué sur la FIG. 3.1, le modèle est résolu une première fois pour générer une solution de référence. Elle sert à initialiser la valeur de chaque variable pour l'ensemble des exécutions suivantes. Ceci permet de démarrer à partir d'une solution admissible, et relativement proche des solutions optimales, de sorte à accélérer l'optimisation. Puisque seule la pondération des objectifs est modifiée d'itération en itération, l'ensemble admissible est identique, et la solution de référence demeure nécessairement admissible. De plus, puisque les objectifs sont les mêmes – à l'exception de leur importance relative –, il est raisonnable de penser que leurs solutions seront proches.

La combinaison de référence est, par choix, celle proposée par l'équipe UCLouvain, en accord avec les responsables du GHdC. Les coefficients sont indiqués ci-dessous, dans la TABLE 3.2.

PNbPlages	PJComp	PDisOc	PDisZo	PSaJO	PSaOr	PSoir
10	3	2	1	2	2	2

TABLE 3.2 – Combinaison utilisée pour générer la solution de référence. Celle-ci permet d'initialiser les variables pour les exécutions suivantes.

3.1.8 Combinaisons étudiées

À cause de la limite que constitue le temps d'exécution, il n'est pas possible d'explorer autant de combinaisons des coefficients (PNbPlages, PJComp, PDisOc, PDisZo, PSaJO, PSaOr, PSoir) que l'on souhaite.

Après réflexion, il fut décidé que $\text{PNbPlages} = 20$ et $\text{PSaOr} = 2$, et d'explorer les combinaisons suivantes pour les coefficients restants, soit (PJComp, PDisOc, PDisZo, PSaJO, PSoir) :

- le vecteur particulier (0,0,0,0,0) ;
- les vecteurs unitaires (1,0,0,0,0), (0,1,0,0,0), (0,0,1,0,0), (0,0,0,1,0) et (0,0,0,0,1) ;
- les vecteurs recouvrant l'espace $\{1, 3, 5\}^5$.

desquels on retire les combinaisons (1,1,1,1,1) et (3,3,3,3,3) qui peuvent être considérées comme redondantes avec (5,5,5,5,5), en observant que $\text{PNbPlages} \gg 1, 3, 5$. On compte donc $1 + 5 + 3^5 - 2 = 247$ combinaisons au total.

Le choix de figer PNbPlages et PSaOr est motivé par la nécessité de maintenir le nombre de combinaisons raisonnable. $\text{PNbPlages} = 20$ est volontairement élevé : artificiellement introduit par l'équipe, il guide l'exécution en incitant le solveur à réduire le nombre total d'attributions. $\text{PSaOr} = 2$ repose sur les indications des responsables du bloc opératoire du GHdC.

Le vecteur particulier et les vecteurs unitaires permettent d’obtenir une limite minimale pour chaque indicateur. Par exemple, si le résultat de la combinaison (20,0,0,0,0,1) contient 52 plages en soirées, on peut être presque (au gap près) certain qu’il n’est pas possible de réduire ce nombre encore davantage. Cela permet d’apprécier chaque résultat à la lumière de ces limites optimales. La résolution est accélérée pour ces vecteurs, en comparaison avec les combinaisons suivantes, car la fonction objectif ne comprend que très peu de variables non-nulles.

L’espace $\{1, 3, 5\}^5$ est motivé par le souhait de donner à tour de rôle une importance faible, moyenne et haute à chaque indicateur. Le poids le plus faible vaut 1 ($\neq 0$) : il est non-nul pour forcer le solveur à préférer la meilleure solution lorsqu’il rencontre, pour les autres critères, plusieurs solutions équivalentes.

3.2 Parallélisation et CISM

3.2.1 Présentation

Le centre de Calcul Intensif et Stockage de Masse (CISM) a été fondé en 2004 par des utilisateurs de plusieurs départements de l’Université. Il est responsable de la gestion des clusters de calcul scientifique et des systèmes de stockage de données scientifique de l’UCLouvain. Spécialisé notamment en *code porting* (capacité à adapter un programme pour qu’il fonctionne sur dans environnements et sur des machines différentes), optimisation et compilation, le centre conseille les chercheurs et organise des sessions de formation ou de consultance⁴.

Le CISM fait partie du consortium rassemblant les universités francophones du pays, baptisé CÉCI (Consortium des Équipements de Calcul Intensif). Il fut créé le 9 novembre 2010 au travers d’un accord signé par les Recteurs des universités UCLouvain, ULiège, UMons, UNamur et ULB (voir FIG. 3.3) avec l’intention de mettre en commun les ressources matérielles.



FIGURE 3.3 – Universités partenaires au sein du consortium CÉCI.

4. Traduit de l’anglais à partir de (UCLouvain, s. d.) et (CISM, s. d.).

3.2.2 Motivation

Ce travail repose sur l'obtention d'un ensemble de solutions aussi grand que possible, afin que les observations qui en découlent soient pertinentes et représentatives de ce que l'on aurait observé sur l'entièreté des solutions, même celles qui n'ont pas été repérées. Malheureusement, la résolution d'un modèle tel que le nôtre prend énormément de temps : pour trouver une solution optimale (et en être certain, c'est-à-dire atteindre un gap nul), il faudrait certainement des mois, voire des années, à un ordinateur comparable à ceux que l'on rencontre quotidiennement. Confronté à cette réalité, nous avons été obligé de limiter le temps de calcul, comme indiqué dans la section 3.1.6. En cas de doute, nous pouvons estimer la précision du résultat grâce au gap, abordé à la section 3.1.5.

L'expérience montre que le gap est généralement inférieur à 5 % en quelques heures. Cependant, rien que pour 4 heures par combinaison, il ne faudrait pas moins de 42 jours d'exécution sans interruption pour les 247 combinaisons prévues, ce qui n'est pas concevable dans le cadre de ce TFE. Heureusement, grâce au CISM et ses partenaires, cette étude a pu compter sur le super-ordinateur Lemaître3. Disposant de 80 noeuds comptant chacun 2×12 -core Intel Skylake 5118@2.3GHz et 96 GB de RAM, Lemaître3 a fourni les résultats en quelques jours⁵. Sans les services du CISM, une large partie des combinaisons à explorer aurait dû être abandonnée, faute de temps et de puissance de calcul.

3.2.3 Aspects pratiques

L'ordre de passage des programmes soumis sur Lemaître3 (et les autres machines aussi, d'ailleurs) est déterminé par SLURM (pour *Simple Linux Utility for Resource Management*). Ce système open-source, largement utilisé parmi les centres de calculs intensifs du monde entier, assure la soumission, l'allocation des ressources et l'exécution des tâches.

Pour être certain que les 247 programmes allaient bien être considérés comme indépendants⁶, c'est un script `bash` intermédiaire qui soumet lui-même, un par un, les 247 programmes avec un argument croissant allant de 0 à 246. Cet argument indique au programme quelle combinaison considérer.

3.2.4 Récupération des résultats

Une fois l'exécution terminée pour toutes les combinaisons, on découvre que 28 724 ont pu être ainsi rassemblées. Les fichiers (~ 7 GB tout de même) sont téléchargés pour être analysés localement, et ceci clôt le chapitre 3.

5. Le délai dépend de l'activité sur les machines. Au fil des essais, le temps séparant la soumission du programme et la fin de l'exécution a varié entre 25 et 96 heures.

6. Il est tout-à-fait concevable, et c'est d'ailleurs souvent le cas, que les programmes soient conçus pour interagir entre eux. Cette interdépendance a pour effet de retarder leur exécution puisqu'il faut attendre que l'ensemble des ressources soient disponibles en même temps.

Chapitre 4

Analyse

Au chapitre précédent, nous avons vu comment la résolution du modèle pour un grand nombre de pondérations différentes avait permis de constituer un ensemble significatif de solutions. Ce 4^{ème} et dernier chapitre est dédié à leur analyse, dont la première étape consiste à filtrer l'ensemble de sorte à ne garder que les solutions présentant un intérêt majeur. Leur répartition apporte déjà une information intéressante, à savoir une estimation des valeurs limites qu'on peut espérer atteindre pour chaque indicateur. Ensuite, comme présenté dans l'introduction, nous nous focaliserons sur deux analyses : l'une observant la manière dont se comportent les indicateurs deux à deux (analyse par paire), la seconde en étudiant l'impact du poids de chaque indicateur sur la performance moyenne des autres (analyse par objectif résiduel). Leurs résultats sont analysés séparément, avant la formulation de recommandations basées sur l'ensemble des apprentissages.

4.1 Filtrage préliminaire

4.1.1 Front de Pareto

De toute évidence, il apparaît qu'une solution doit être écartée s'il existe une autre solution meilleure ou égale de tout point de vue, c'est-à-dire pour tous les indicateurs. Il n'y aura en effet aucune raison de la choisir, quelques soient les critères de sélection. On dit qu'elle n'est pas *optimale au sens de Pareto*.

Le front de Pareto a été présenté à la section 1.2.2. L'algorithme de la FIG. 1.2 a été appliqué aux solutions enregistrées¹. Le front de Pareto contient 1715 solutions, soit à peu près 6 % des 28 724 solutions enregistrées. Leur répartition en fonction de chaque indicateur est présentée dans l'annexe A.3, à la FIG. A.9.

1. Les valeurs liées à l'indicateur 2 (nombre de jours complets) ont été multipliées par -1 avant l'application de l'algorithme, de sorte à ce qu'il considère une valeur plus faible comme meilleure, comme pour les autres critères.

4.1.2 Répartition

En observant la répartition des solutions sous la forme d'histogrammes montrés en annexe (section A.3), on se rend compte des valeurs que peut prendre chaque indicateur. En particulier, on peut noter les valeurs les plus basses (et la plus haute pour le nombre de jours complets) qu'il ait été possible d'atteindre. Elles ne constituent pas rigoureusement des bornes minimales à cause du gap non-nul des optimisations, mais en fournissent une approximation. Cette précision sera sous-entendue pour chaque emploi des termes *minimum*, *limite* ou *optimal* dans la suite de ce chapitre. Les limites sont reprises dans la TABLE 4.1.

On remarque aussi que l'indicateur 1 (nombre de plages assignées aux chirurgiens) vaut toujours 298. Ne jouant aucun rôle dans la comparaison des plannings, nous n'en tiendrons plus compte par la suite.

Indicateur	ind2	ind3	ind4	ind5	ind6	ind7
Approx. de la limite	102	30	4	0	0	57
Indicateur	ind8	ind11	ind10	ind12	ind12	ind13
Approx. de la limite	7	19	3	284	0	0.02

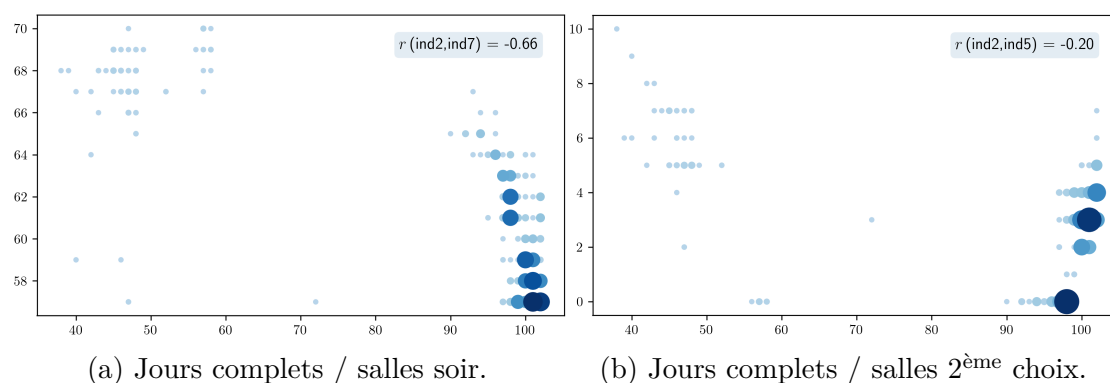
TABLE 4.1 – Approximations des limites des indicateurs. Les limites ne sont pas rigoureusement exactes à cause du gap non-nul des optimisations. L'indicateur 1 a été écarté car il n'apporte aucune information.

4.2 Analyse par paire

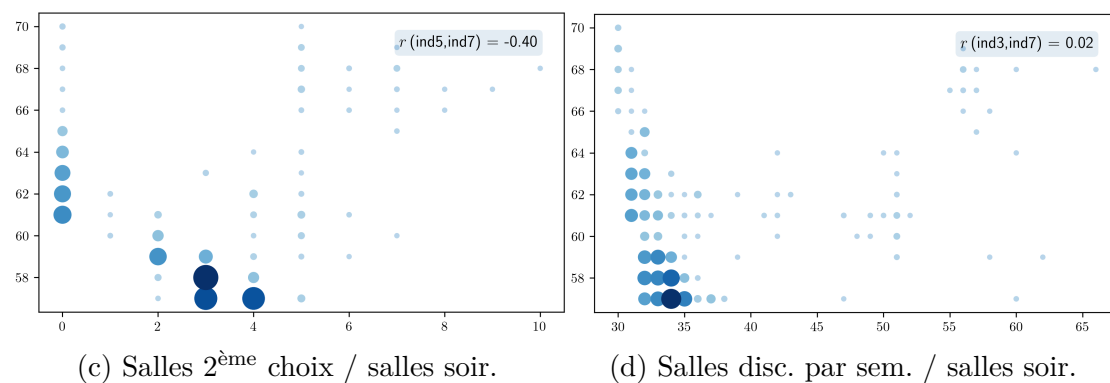
Pour repérer des relations qui pourraient exister entre les critères, ils ont été comparés deux par deux. Si elles existent, ces relations peuvent être vertueuses (l'amélioration de l'un tend à améliorer l'autre), ou conflictuelles (l'amélioration de l'un tend à affaiblir l'autre). Celles qui semblent apparaître par l'étude des graphes sont discutées ci-dessous. Une certaine retenue est prise dans l'interprétation des graphes, car, bien que beaucoup de solutions aient été identifiées, cela ne fut sans doute pas le cas pour d'autres. Formellement, si chaque solution s est définie par ses 13 composantes s_i , $i \in \{1, \dots, 13\}$, le graphe $(\text{ind}i, \text{ind}j)$ représente les points $(s_i, s_j) \forall s$. L'ensemble des graphes est disponible dans l'annexe A.4. Une partie est discutée ci-dessous.

4.2.1 Relations entre critères

Le graphe 4.1a (légende complète visible à la fin de la FIG. 4.1) montre qu'augmenter le nombre de jours complets a tendance à réduire le nombre de salles ouvertes le soir, ce qui est positif. Il est en revanche limité par le nombre de salles de 2^{ème} choix : pour obtenir 102 jours complets, il faut tolérer au moins 3 salles de 2^{ème} choix, et, à l'inverse, il faut accepter – au plus – 99 jours complets pour qu'aucune salle de 2^{ème} choix ne soit utilisée (graphe 4.1b).

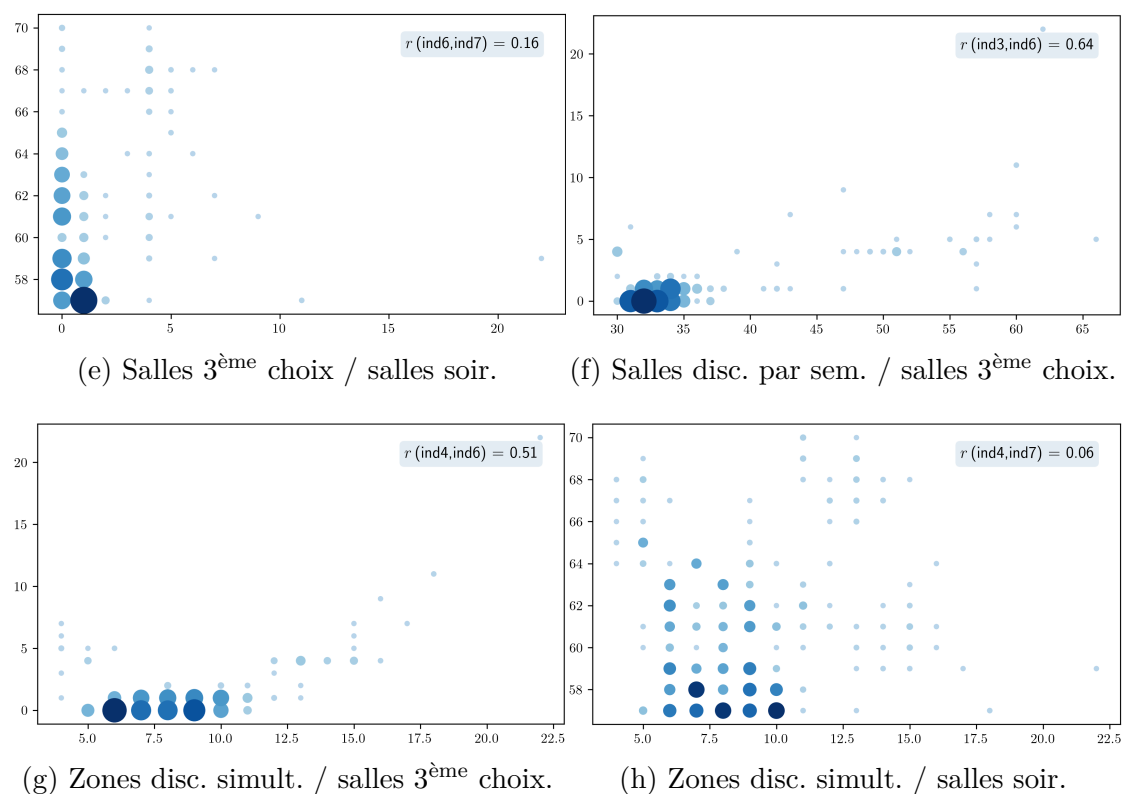


On peut remarquer d'autres relations conflictuelles. C'est le cas pour le nombre de salles ouvertes le soir avec le nombre de salles de 2^{ème} choix et avec le nombre de salles utilisées par les disciplines pendant la semaine. En effet, les graphes 4.1c et 4.1d montrent qu'il faut accepter au moins 61 salles ouvertes en soirée pour qu'aucune salle de 2^{ème} choix ne soit utilisée, et qu'il faut tolérer au moins 66 salles ouvertes le soir (soit 9 de plus que le minimum observé) pour atteindre 30 salles utilisées par semaine. On voit aussi que n'ouvrir que 57 salles en soirée implique l'utilisation d'au moins 2 (souvent 3) salles de 2^{ème} choix. On pourrait s'attendre au même phénomène pour l'emploi des salles de 3^{ème} choix, mais ce n'est heureusement pas le cas : il est possible de maintenir à 0 le nombre de salles de 3^{ème} choix tout en améliorant le nombre de salles ouvertes le soir (graphe 4.1e).



Les graphes 4.1f et 4.1g montrent que réduire le nombre de salles utilisées par les disciplines par semaine et le nombre de zones qu'elles utilisent en même temps tend à diminuer le nombre de salles de 3^{ème} choix (relations vertueuses). Il est intéressant de noter que ce nombre de zones ne semble pas lié au nombre de salles ouvertes le soir (graphe 4.1h).

Le coefficient de corrélation entre les indicateurs, noté r , est indiqué sur chaque graphe. On remarque sur le graphe 4.1i que $|r(\text{ind2}, \text{ind9})| = 0.98 \sim 1$: agir sur le nombre de jours complets revient à agir sur le nombre de matins sans après-midi. C'est également le cas pour l'indicateur 11, qui correspond au nombre de plages occupées dans l'horaire : ce nombre est parfaitement corrélé avec le nombre de



salles partagées ($|r(\text{ind8}, \text{ind11})| = 1$). Ce phénomène s'explique par le fait qu'un partage ne peut être réalisé qu'entre 2 chirurgiens maximum ($\text{NbChirSa} = 2$) et que le nombre de plages assignées aux chirurgiens vaut toujours 298. Contrairement à l'indicateur 9, améliorer le premier dégrade le second dans ce cas-ci. Nous ne considérerons plus les indicateurs 9 et 11 dans la suite de ce chapitre car cette analyse vient de montrer qu'ils n'apportaient pas d'information supplémentaire.

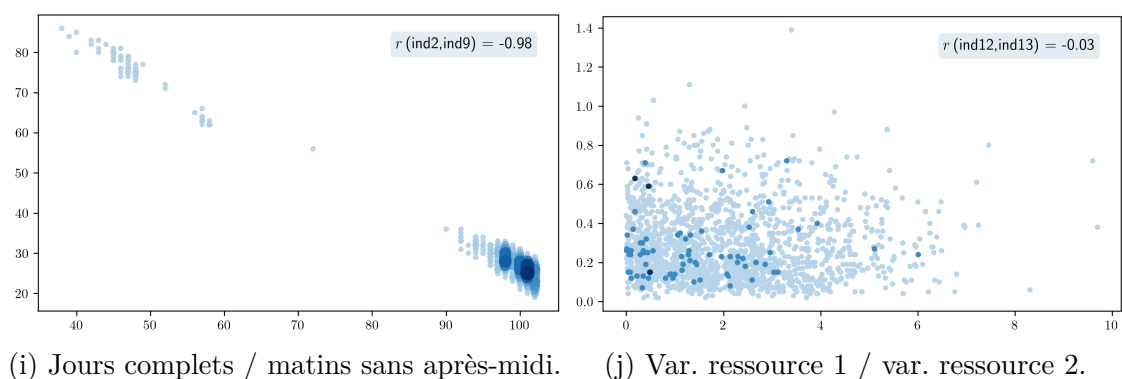


FIGURE 4.1 – Analyse paire par paire des indicateurs. Plus il y a de solutions qui correspondent au même point, plus celui-ci est foncé et sa surface importante. Les quantités mesurées par les indicateurs sont indiquées en-dessous des graphes sous la forme « axe x / axe y ». Le coefficient de corrélation $r \in [-1, 1]$ mesure la dépendance linéaire : $|r| \sim 1$ correspond à une forte dépendance.

Enfin, il est intéressant de noter que les ressources sont indépendantes l'une de l'autre : améliorer la régularité de l'utilisation de la ressource 1 n'aura pas d'incidence sur celle de la ressource 2, et vice-versa (graphe 4.1j).

4.2.2 Bilan de l'analyse

La section précédente a permis de mettre en évidence que la valeur de certains indicateurs dépendait directement de la valeur d'autres indicateurs. Les critères 9 et 11 ont été mis de côté car l'information qu'ils apportaient était (presque) entièrement contenue dans ceux 2 et 8. Il n'est donc pas possible d'agir sur l'un sans agir sur l'autre : améliorer l'un améliore (ou altère, en fonction de la relation) l'autre. Il aurait pu être approprié de définir de nouveaux indicateurs issus de la fusion des indicateurs (2, 9), et (8, 11), mais les critères écartés n'étaient pas très importants et cela aurait alourdi les notations déjà nombreuses.

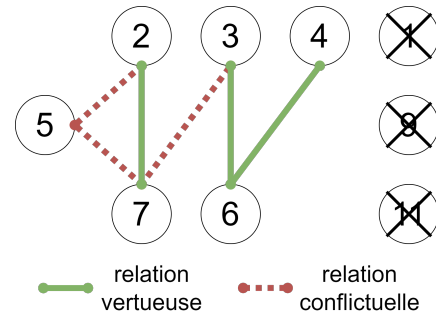


FIGURE 4.2 – Synthèse schématique de l'analyse des indicateurs paire par paire. **Lég.** Trait plein : relation vertueuse, trait en pointillé : relation conflictuelle.

De plus, des relations ont été constatées sur les graphes. Elles sont résumées schématiquement sur la FIG. 4.2. Gardons à l'esprit que les observations sont à considérer avec précaution puisque toutes les solutions possibles n'ont pas forcément été identifiées. L'indépendance entre les ressources est également un élément à retenir. Cela montre en effet qu'il est possible d'atteindre une utilisation très régulière des deux ressources en même temps. On dénombre par exemple 103 solutions appartenant au front de Pareto pour lesquelles la variance associée à la ressource 1 est inférieure ou égale à 0.5, et la variance associée la ressource 2 inférieure ou égale à 0.2.

4.3 Analyse par objectif résiduel

Cette analyse cherche à mettre en lumière la manière dont évolue la satisfaction moyenne au regard des critères restants lorsque l'on fait varier la valeur du poids de l'un d'entre eux, de sorte à : 1) mettre en évidence les compromis possibles, et 2) indiquer dans quelle mesure ces compromis peuvent être approchés.

Bien sûr, le choix d'une valeur ou d'une autre pour le poids de chaque critère dépend du contexte et de ce sur quoi on souhaite mettre l'accent. Pour éviter les hypothèses hasardeuses quant aux besoins précis du bloc opératoire et présenter une vue globale aux responsables, quatre situations ont été considérées dans ce travail : un point de vue mixte, le bien-être des chirurgiens, l'aspect logistique pour l'hôpital et la qualité du service pour la population.

4.3.1 Description des situations

La pondération mixte correspond à celle choisie par l'équipe. Le poids ω_6 considère directement le produit $\text{PSaJO} \cdot \text{PSaOr}$. Pour les indicateurs 8 à 13, seule la régularité d'utilisation des ressources a été considérée comme importante. Pour les chirurgiens, on suppose qu'ils accordent une très haute importance au nombre de jours complets (pour éviter les allers-retours) et aux nombres de plages le soir. Ils accorderaient également une importance moyenne au nombre de plages partagées par souci d'organisation. En ce qui concerne l'aspect logistique, on suppose que l'hôpital accorde beaucoup d'importance au nombre de plages utilisées par les disciplines sur la semaine, au nombre de zones qu'elles occupent simultanément, ainsi qu'au nombre de salles de 2^{ème} et 3^{ème} choix utilisées. Une importance modérée est accordée à la régularité des ressources (pour éviter les potentiels problèmes logistiques en cas de manque de ressources), et au nombre de salles ouvertes le soir (pour réduire les coûts d'exploitation). Enfin, le service à la population est essentiellement lié à la variation des ressources car un manque de place est sans doute ce qui pourrait le plus altérer la qualité du service. L'occupation des salles de 2^{ème} et 3^{ème} choix est aussi jugée importante afin que les consultations se passent dans de bonnes conditions. Les coefficients sont rassemblés dans la TABLE 4.2.

Indicateur k		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Poids ω_k	Point de vue mixte	/	3	2	1	2	4	2	1	/	1	/	2	2
	Bien-être chirurgiens	/	4	1	1	2	3	4	3	/	1	/	2	2
	Aspects logistiques	/	2	4	4	4	4	3	2	/	1	/	3	3
	Qualité du service	/	1	1	2	3	3	1	1	/	1	/	4	4

TABLE 4.2 – Poids utilisés dans chaque situation : point de vue mixte, bien-être des chirurgiens, aspect logistique pour l'hôpital et qualité du service à la population. Les indicateurs 1, 9 et 11 ont été écartés et leur poids vaut toujours 0.

4.3.2 Méthode de construction des graphes

Prenons un indicateur i , et une des 4 situations décrites ci-dessus. Pour chaque solution s parmi les 1715 obtenues en fin de section 4.1.1, nous pouvons calculer l'objectif correspondant, en utilisant la pondération indiquée dans la TABLE 4.2. Plutôt que cet objectif « classique », on peut aussi calculer l'objectif résiduel obj_res_i qui ressemble beaucoup au précédent, à la différence près qu'il ne tient pas compte de la contribution de l'indicateur i concerné². Autrement dit, il est tel que $\text{obj_res}_i(s) = \sum_{k=1}^{13} s_k \cdot \omega_k$ avec $\omega_i = 0$ (les autres ω_k restent inchangés). On forme ainsi un nuage de points formé par l'ensemble des paires $(s_i, \text{obj_res}_i(s))$. En répétant cette séquence pour chaque situation – et la pondération qui lui est associée –, on obtient 4 nuages de points pour chaque indicateur. On détermine

2. L'objectif résiduel permet de séparer la contribution de l'indicateur i de celle des autres indicateurs.

finalement le front de Pareto de chaque nuage.

Le résultat des manipulations expliquées jusqu'à présent est affiché à la FIG. 4.3. Les fronts de Pareto sont marqués en rouge. La légende renseigne l'écart d'objectif ΔO et d'indicateur/critère ΔC moyen entre le premier et le dernier point du front de Pareto, en valeur absolue. Les écarts d'objectif ΔO_i de point en point sont précisés en bas de chaque graphe (arrondis à l'unité). Dans l'exemple, qui concerne le nombre de jours complets, on remarque qu'avec un gain moyen de 3.2 et 1.2 par jours complets, le responsable aura tendance à souhaiter 102 jours complets dans les situations 1 et 2, surtout que ce critère est très important dans ces situations-là. En revanche, s'il privilégie les aspects logistiques, il sera certainement intéressé de passer à 100 ou 98 jours complets. Il gagne ainsi 12 (20, resp.) unités d'objectif résiduel³. En termes d'unités d'objectif résiduel, c'est par exemple équivalent à 3 (5, resp.) salles de 2^{ème} choix en moins.⁴ Enfin, s'il met l'accent sur la qualité du service, le nombre de jours complets a moins d'importance et on peut lui conseiller de descendre à 98 jours complets car ces 4 jours en moins pourraient réduire l'objectif de 17 unités.

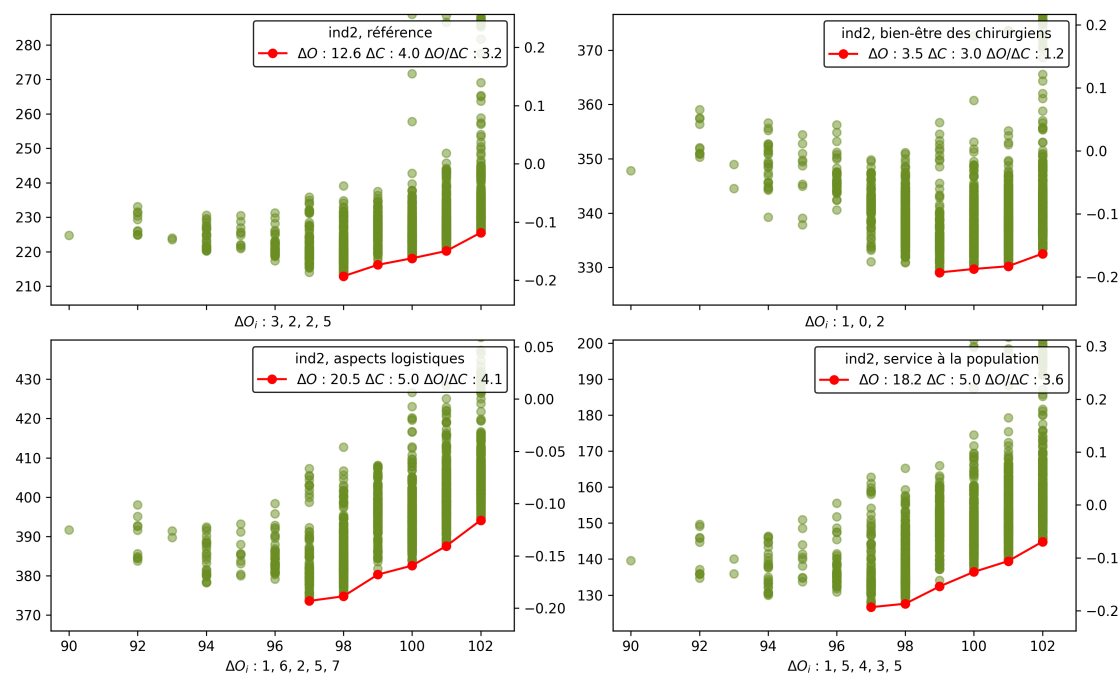


FIGURE 4.3 – Évolution de l'objectif résiduel O en fonction du nombre de jours complets. Les fronts de Pareto sont marqués en rouge. ΔO (objectif résiduel) et ΔC (critère) sont mesurés, en valeur absolue, entre le premier et dernier point du front de Pareto.

3. Il suffit pour cela d'additionner le bon nombre de ΔO_i , en partant de celui le plus à droite. Donc, $7 + 5 = 12$ et $7 + 5 + 2 + 6 = 20$.

4. Pour réaliser cette comparaison, on divise la différence d'objectif résiduel par le poids ω_k adéquat de la TABLE 4.2. Le poids des salles de 2^{ème} choix est de 4 pour les aspects logistiques, et $12/4 = 3$. Attention, cela ne garantit pas que cette alternative existe, mais la comparaison permet de mieux se représenter l'étendue du gain/ de la perte.

Les graphes analysés dans la prochaine section sont légèrement plus complets. Premièrement, ils vérifient que les observations restent valables même lorsqu'on renforce l'écart de poids entre les niveaux d'importance. Pour cela, ils affichent également, en orange, les nuages de points obtenus avec des poids plus grands pour les critères importants ($3 \rightarrow 5$, $4 \rightarrow 8$). Deuxièmement, ils indiquent quel poids ω_i correspond à quel point du front de Pareto : ils sont notés en-dessous de chaque graphe, séparé par « / ». Cette information est double : elle permet de savoir quel est le point obtenu pour un poids donné (par exemple, le poids ω_i qu'on a choisi jusqu'à présent), et permet de savoir quel poids mettre si on souhaite rejoindre un point particulier. En choisissant ω_i de la sorte, on est sûr d'obtenir le point correspondant du front (qu'on peut retrouver dans la base de données assemblée au chapitre 3 et en dériver le planning correspondant), mais ce n'est pas garanti que la valeur de l'indicateur sera la même si on choisit de lancer le modèle avec ce nouveau poids, car il pourrait rencontrer une ou plusieurs solutions qui n'ont pas été trouvées jusqu'à présent. On peut supposer que le poids indiqué constitue malgré tout une bonne approximation.

4.3.3 Impact des critères

Tous les graphes sont disponibles dans l'annexe A.5. Les résultats principaux sont discutés ci-dessous. Le but est d'aider le responsable à éventuellement réévaluer le poids qu'il accorderait à l'un ou l'autre critère. Pour rappel, le nombre de jours complets a déjà été commenté à titre d'illustration dans la section précédente.

La FIG. 4.4 révèle un élément intéressant au sujet des zones supplémentaires occupées par les disciplines (indicateur 4) : 6 zones semble être le compris le plus avantageux quelle que soit la situation. En effet, considérer au moins 5 zones semble indiscutable, et passer de 5 à 6 permet de réduire le gain de 8 unités dans le pire des cas (qualité du service), ce qui représente tout de même – par exemple – l'équivalent en unités d'objectif résiduel de 2.5 salles de 2^{ème} ou 3^{ème}. Réduire davantage le nombre de zones est envisageable dans les deux dernières situations, mais le gain est limité, 3 (bien-être des chirurgiens) ou 4 (aspects logistiques) tout au plus. S'il souhaite approcher 6 zones, soit le 6^{ème} point du front, le responsable est invité à considérer un poids issu du 6^{ème} intervalle indiqué sous le graphe de la situation qui l'intéresse (pour la situation de référence, il s'agirait de $\omega_4 \in \{3, 13\}$).

De manière similaire, la FIG. 4.5 indique qu'il serait dans l'intérêt du responsable de tolérer 31 ou 32 salles utilisées pendant la semaine (indicateur 3). S'il privilégie le bien-être des chirurgiens, il aura tendance à accepter 32 salles car la salle supplémentaire réduit l'objectif de 12 unités, ce qui est par exemple équivalent à 3 jours complets supplémentaires en terme d'objectif résiduel. Dans les autres situations, il doit choisir entre 31 et 32 en fonction de ses préférences car les gains sont plus faibles : 4, 6 et 4. Au-delà de 32, cela n'en vaut pas la peine : le gain le plus grand vaut 3 et est obtenu pour une situation dans laquelle le nombre de salles occupées est très important (aspects logistiques).

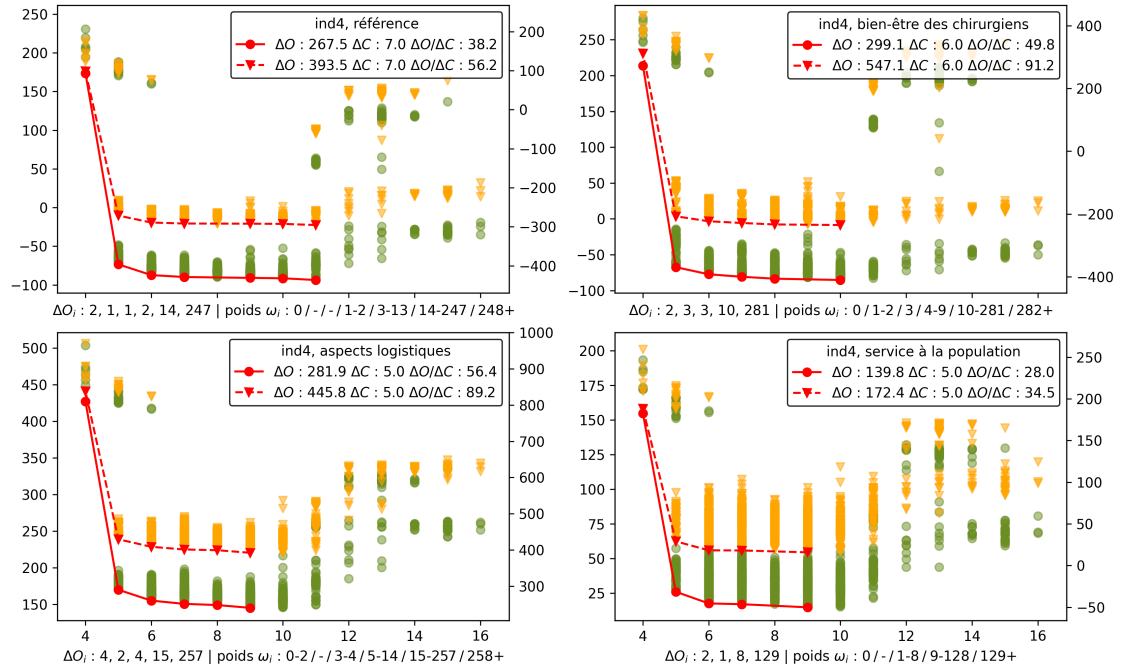


FIGURE 4.4 – Évolution de l'objectif résiduel O en fonction du nombre de zones en excès (indicateur 4). ΔO et ΔC sont mesurés, en valeur absolue, entre le premier et dernier point du front de Pareto. **Lég.** Vert : objectif résiduel avec les poids indiqués en 4.3.1, orange : objectif résiduel avec les poids accentués ($3 \rightarrow 5$, $4 \rightarrow 8$).

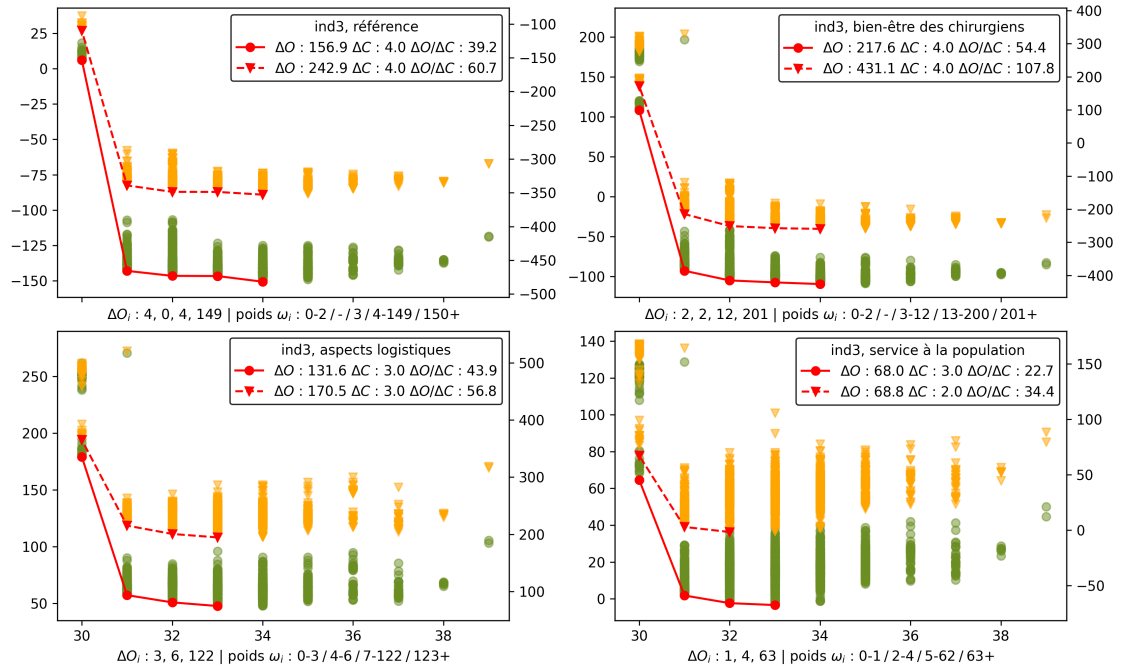


FIGURE 4.5 – Évolution de l'objectif résiduel O en fonction du nombre de salles occupées (indicateur 3).

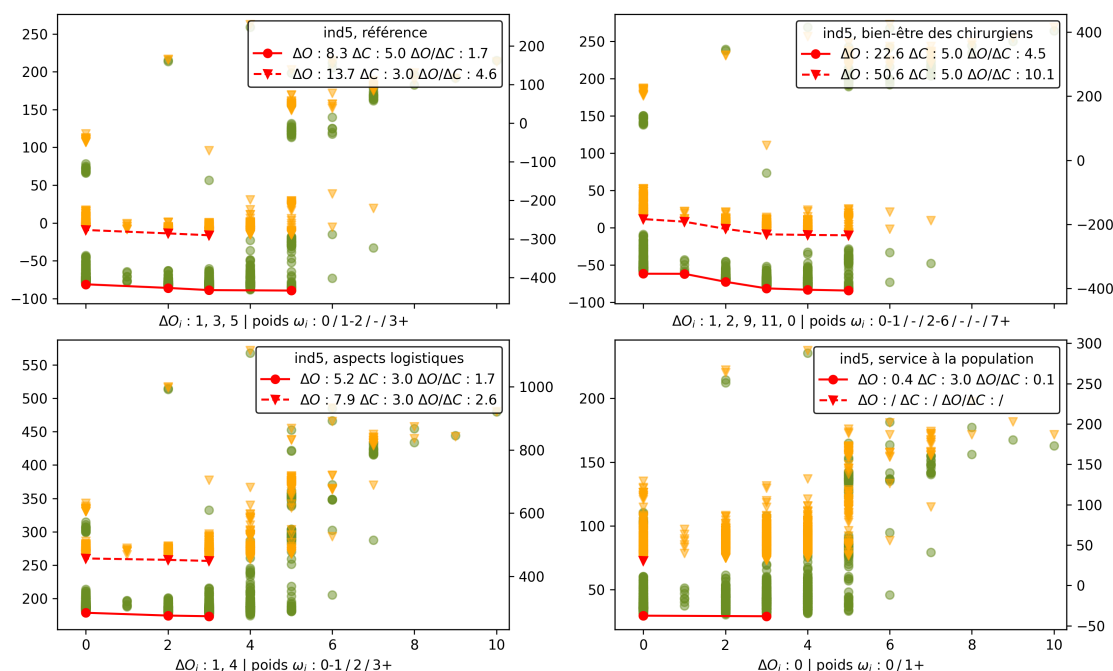


FIGURE 4.6 – Évolution de l'objectif résiduel O en fonction du nombre de salles de 2^{ème} choix (indicateur 5).

Les fronts de Pareto correspondant au nombre de salles de 2^{ème} et 3^{ème} choix sont en général très plats (FIG. 4.6) : minimiser ces critères n'a pas beaucoup d'incidence sur le reste. Il semble dès lors une bonne idée de les minimiser jusqu'à leur valeur minimale, surtout les salles de 3^{ème} choix, car les responsables du bloc opératoire souhaitent les éviter autant que possible. Pour la situation liée au bien-être des chirurgiens, on pourrait malgré tout recommander au responsable de considérer 3 salles de 2^{ème} choix. Le gain serait ainsi de 20 unités, soit l'équivalent de 5 jours complets par exemple.

Les graphes liés au nombre de salles ouvertes le soir (FIG. 4.7), indiquent que le responsable a intérêt à considérer le nombre de plages minimum, soit 57, pour la situation de référence et le bien-être des chirurgiens, tandis qu'il optera certainement pour 61 s'il privilégie les aspects logistiques. Enfin, s'il considère la qualité de son service, on peut lui recommander soit 58 plages (gain de 6), soit 61 plages (gain de 4.25 par plage supplémentaire).

Certains graphes n'ont pas été montrés par souci de concision. Ils sont disponibles dans l'annexe A.5. Épinglons tout de même que ceux traitant des ressources (indicateurs 12 et 13) apportent une information d'intérêt : leur variation n'a pas d'incidence sur l'objectif résiduel, et ce quelle que soit la situation. On peut donc recommander au responsable de minimiser la variation des ressources dans le modèle, cela n'affectera que très peu les autres objectifs.

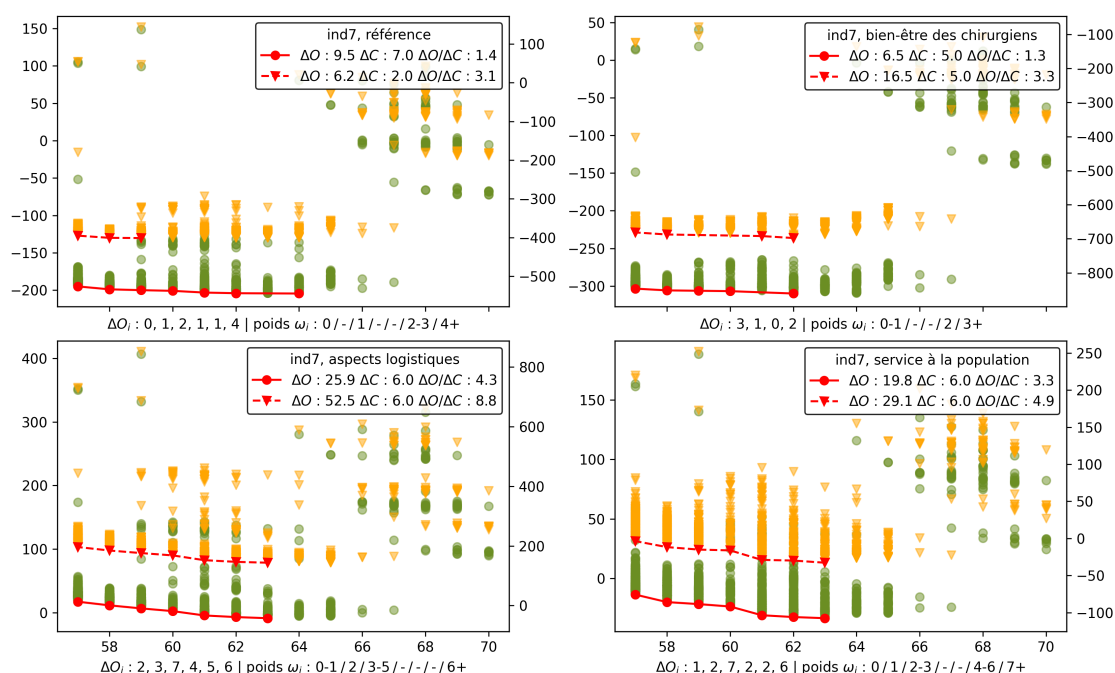


FIGURE 4.7 – Évolution de l'objectif résiduel O en fonction du nombre de salles ouvertes le soir (indicateur 7).

4.3.4 Bilan de l'analyse

Les observations principales que cette analyse a permis de mettre au jour sont les suivantes. Le nombre de jours complets (indicateur 2) idéal dépend de la pondération initiale, variant entre 102 pour la référence et le bien-être des chirurgiens, à 98 pour la qualité du service. Il en est de même pour le nombre de salles ouvertes le soir, qui pourrait aller de 57 à 61 en fonction du contexte. De plus, il semble toujours intéressant de chercher à obtenir 31 ou 32 salles utilisées durant la semaine (indicateur 3) et d'opter pour 6 zones en excès (indicateur 4). Bien sûr, toutes ces valeurs idéales ne pourront sans doute pas être atteintes en même temps, notamment en raison des relations conflictuelles constatées dans l'analyse précédente. Si quelqu'un prend une décision sur base de cette analyse, il devra choisir l'un ou l'autre indicateur pour lequel/lesquels il souhaite choisir précisément la valeur.

On a aussi observé que le poids des salles de 2^{ème} et 3^{ème} choix (indicateurs 5 et 6) n'influait que très peu le reste des critères. Le constat est identique pour la variation des ressources. Cela devrait inciter le responsable à souhaiter des valeurs assez basses (voire minimales) pour les salles de 2^{ème} et 3^{ème} choix, et à inclure la variation des ressources parmi les objectifs minimisés par le modèle.

Ensuite, même si cette observation n'est sans doute pas la plus importante, on a vérifié que l'allure des fronts de Pareto avec les poids (1,2,3,4) était très similaire à ceux produits avec les poids (1,2,5,8), ce qui invite les responsables à tenir compte des observations ci-dessus même s'ils souhaitent pondérer plus

lourdement la différence d'importance entre les critères.

Enfin, l'analyse ne cherche pas à se substituer aux responsables du bloc opératoire, qui connaissent parfaitement les spécificités de cet environnement, mais bien de mettre en avant certains compromis envisageables. Ainsi, cette analyse peut aussi servir de démonstration de faisabilité, en parvenant à mettre en avant des compromis concrets. S'ils souhaitent essayer eux-mêmes cette analyse, les responsables sont invités à appliquer cette méthode de manière itérative, en affinant peu à peu leur pondération. La FIG. 4.8 résume schématiquement le processus proposé. Les relations déduites à l'analyse précédente peuvent aider à anticiper les conséquences de certains changements de poids et orienter les décisions. L'optimisation du modèle avec la pondération finale peut bien sûr être remplacée par la récupération du planning dans le set de données récoltées au chapitre 3.

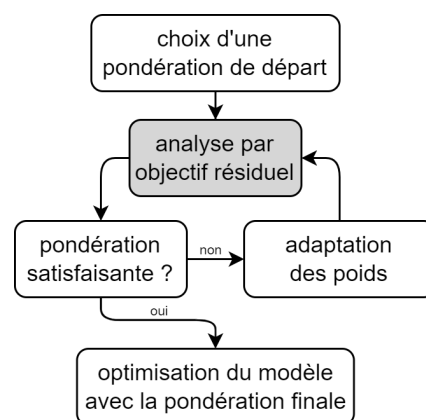


FIGURE 4.8 – Méthode proposée pour identifier les compromis, et adapter la pondération.

L'auteur s'est prêté lui-même au jeu et a cherché à appliquer le processus itératif le plus fidèlement possible aux attentes des responsables du bloc opératoire, sur (seule) base des informations qui lui avaient été transmises. Puisque les analyses n'ont pas montré d'intérêt particulier pour les critères 8 à 11, et qu'ils n'ont pas été mentionnés par les responsables du bloc opératoire, ils n'ont pas été pris en compte. Ainsi, en partant de la pondération de référence (avec seule différence que $\omega_8, \omega_{10} = 0$), la pondération a été adaptée itération après itération sur base des graphes produits au fur et à mesure de la progression. La TABLE 4.3 montre l'évolution des poids, où les changements sont entourés. Les observations de l'analyse par paire furent très utiles car elles permirent de rapidement repérer le conflit entre l'indicateur 7 et ceux 3 et 5 (modification de l'un, puis des deux autres, et ainsi de suite) qui se produisit. Le nombre de salles ouvertes en soirée fut privilégié.

Indicateur	1	2	3	4	5	6	7	12	13
Pond. initiale	20	3	2	1	2	4	2	2	2
Itération 1	20	④	③	1	2	4	③	2	2
Itération 2	20	4	④	③	2	⑥	3	2	2
Itération 3	20	⑦	4	3	2	6	⑤	2	2
Itération 4	20	7	4	⑤	2	⑨	5	2	2

TABLE 4.3 – Évolution de la pondération dans l'exemple de processus itératif.

Cette pondération mène à la solution (298, 101, 34, 7, 3, 0, 58) pour les

indicateurs 1 à 7, qu'on peut comparer à celle obtenue avec la solution de référence (298, 98, 31, 9, 0, 0, 62). Elle propose ainsi de passer de 98 à 101 jours complets, de 9 à 7 zones et de 62 à 58 salles ouvertes en soirée, au prix de 3 salles utilisées en plus pendant la semaine et de 3 salles de 2^{ème} choix plutôt qu'aucune. La variance des ressources 1 et 2 vaut 0.23 et 0.20 respectivement. Cette proposition n'a bien sûr pas la prétention d'être meilleure : préférer l'une à l'autre dépend de ce que l'on souhaite privilégier.

4.4 Recommandations

En rassemblant les informations fournies par les deux analyses, nous pouvons formuler trois recommandations qui pourront peut-être, à leur manière, contribuer à l'amélioration du modèle.

Tout d'abord, nous pourrions recommander aux responsables de tenir compte de la répartition des ressources dans leur choix, et donc dans le modèle. En effet, l'analyse par objectif résiduel a révélé qu'imposer une variance très faible (moins de 0.50 pour la ressource 1 et 0.20 pour la ressource 2 par exemple) n'avait aucune incidence sur les autres objectifs. En plus de cela, l'analyse par paire a montré que les ressources pouvaient être considérées comme indépendantes l'une de l'autre (aucune relation entre elles n'a été identifiée), si bien qu'il n'est pas nécessaire de choisir entre l'une ou l'autre : elles peuvent être intégrées toutes les deux sans problème. La variance n'étant pas linéaire, une alternative a été proposée et est disponible à l'annexe A.2. Elle n'a en revanche pas pu être testée.

Contrairement à la variation des ressources (indicateurs 12 et 13), l'analyse n'a relevé aucun intérêt particulier à retenir les indicateurs 8 à 11 dans le modèle. Les indicateurs 9 et 11 ont même d'ailleurs été écartés dès la fin de la première analyse au vu de leur redondance avec des quantités déjà mesurées par ailleurs.

La deuxième recommandation est basée sur les conclusions de l'analyse par objectif résiduel. Puisque celle-ci implique un grand nombre de choix pour lesquels la connaissance du terrain est indispensable, les responsables du bloc opératoire sont de tout coeur invités à réitérer eux-mêmes une analyse similaire. Si cette invitation suscite leur intérêt, ils pourront évidemment être accompagnés dans cette démarche, avoir accès à la base de données constituée au chapitre précédent, et recevoir les codes développés dans le cadre de ce TFE pour produire les graphes. Quoi qu'il en soit, les observations présentées dans la section 4.3 fournissent déjà un aperçu global de l'impact du poids de chaque indicateur.

Enfin, en cas d'hésitation entre plusieurs pondérations, une dernière recommandation – adressée principalement à l'équipe UCLouvain – serait d'envisager l'utilisation des services du CISM/CÉCI. Ceux-ci permettent d'exécuter plusieurs dizaines de programmes en parallèle, et d'obtenir ainsi les résultats pour toutes les pondérations concernées en quelques heures.

Conclusion

Après avoir introduit le contexte mathématique et présenté comment l'optimisation linéaire pouvait être employée pour une tâche de planification, le chapitre 1 a exprimé ce qu'était la notion importante d'optimalité au sens de Pareto. Celle-ci fut exploitée à plusieurs reprises par la suite. Le chapitre 2 a ensuite décrit le projet du Grand Hôpital de Charleroi, l'environnement de ce travail, indiquant le rôle de l'équipe UCLouvain, et l'apport attendu de cette contribution, avant de détailler le modèle élaboré par l'équipe. L'implémentation de ce modèle en Python et sa résolution pour de très nombreuses combinaisons grâce aux services du CISM fut le sujet du chapitre 3. Certains choix y furent discutés, comme la valeur de MinJPres^d et la combinaison de référence par exemple.

La base de solutions constituée au chapitre 3 fut l'objet des analyses menées au chapitre 4. On y détermina d'abord le front de Pareto pour ne garder que les solutions les plus intéressantes. La répartition des valeurs observées pour chaque critère permit d'obtenir une estimation des limites vers lesquelles on souhaitait tendre. La première analyse, étudiant les indicateurs par paire, a mis en lumière des relations vertueuses et conflictuelles entre certains d'entre eux. Rassemblées et représentées schématiquement, ces relations permettent de mieux appréhender le modèle. Une seconde analyse fut ensuite proposée pour étudier l'impact qu'entraînerait le changement du poids de chaque critère. Cette analyse dépend fortement de l'importance initiale qu'on attribue aux critères, raison pour laquelle elle a été menée en parallèle pour quatre situations initiales différentes. Cette étude a permis de distinguer certaines valeurs intéressantes dans chacun de ces contextes. Elle a également montré qu'augmenter la régularité dans l'utilisation des ressources n'avait pas d'influence sur le reste des objectifs, raison pour laquelle ce travail propose d'intégrer cette quantité dans la fonction objectif du modèle. Puisque la seconde analyse est fort dépendante de l'importance accordée à chaque critère et de la pondération initiale, cette analyse pourrait servir de « proof of concept » et être réitérée avec de nouveaux poids ou critères si ceux-ci venaient à changer.

Pour conclure, rappelons que ce travail se base sur un ensemble d'un peu plus de 28 000 solutions identifiées en un temps d'exécution cumulé de près de 6 000 heures. Pourtant, il est très probable que certaines solutions, meilleures pour un ou plusieurs objectifs, n'aient pas été identifiées. Même si elles ne remettent a priori pas en cause la pertinence des observations décrites ci-dessus, le lecteur doit être conscient de cette éventualité.

Références

- Abu-Taleb, M. F., & Mareschal, B. (1995). Water resources planning in the middle east: application of the promethee v multicriteria method. *European Journal of Operational Research*, 81(3), 500–511. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00007-Y](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00007-Y)
- Albadvi, A., Chaharsooghi, S. K., & Esfahanipour, A. (2007). Decision making in stock trading: an application of promethee. *European Journal of Operational Research*, 177(2), 673–683. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:ejores:v:177:y:2007:i:2:p:673-683>
- Behzadian, M., Kazemzadeh, R., Albadvi, A., & Aghdasi, M. (2010). Promethee: a comprehensive literature review on methodologies and applications. *European Journal of Operational Research*, 200(1), 198–215. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.021>
- Beliën, J., & Demeulemeester, E. (2007). Building cyclic master surgery schedules with leveled resulting bed occupancy. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 1185–1204. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.06.063>
- Bodaghi, B., Palaneeswaran, E., & Abbasi, B. (2018). Bi-objective multi-resource scheduling problem for emergency relief operations. *Production Planning & Control*, 29(14), 1191–1206. <https://doi.org/10.1080/09537287.2018.1542026>
- Brans, J.-P., & De Smet, Y. (2016). Promethee methods. In S. Greco, M. Ehrgott, & J. R. Figueira (Eds.), *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys* (pp. 187–219). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4_6
- Cardoen, B., Demeulemeester, E., & Beliën, J. (2010). Operating room planning and scheduling: a literature review. *European Journal of Operational Research*, 201(3), 921–932. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.04.011>
- Cheng, Y.-j. (2013). An mip model for surgery scheduling in combination with surgeon shift scheduling. In E. Qi, J. Shen, & R. Dou (Eds.), *Proceedings of 20th international conference on industrial engineering and engineering management* (pp. 963–971). Springer Berlin Heidelberg.
- CISM. (n.d.). *About the cism*. Retrieved May 10, 2023, from https://www.cism.ucl.ac.be/doc/_contents/About/index.html
- Ehrgott, M., Klamroth, K., & Schwehm, C. (2004). An mcdm approach to portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, 155(3), 752–770. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:ejores:v:155:y:2004:i:3:p:752-770>

- Etemadnia, H., Goetz, S. J., Canning, P., & Tavallali, M. S. (2015). Optimal wholesale facilities location within the fruit and vegetables supply chain with bimodal transportation options: an lp-mip heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 244(2), 648–661. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.01.044>
- Grand Hôpital de Charleroi. (2020, August 6). *Historique*. Retrieved April 6, 2023, from <https://www.ghdc.be/historique>
- Guitouni, A., & Martel, J.-M. (1998). Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method. *European Journal of Operational Research*, 109(2), 501–521. <https://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v109y1998i2p501-521.html>
- Gurobi Optimization. (2022, August 24). *Mipgap*. Retrieved May 20, 2023, from <https://www.gurobi.com/documentation/9.5/refman/mipgap2.html>
- Karonen, I. (2012, January 22). How to compute the pareto frontier, intuitively speaking? [URL:<https://math.stackexchange.com/q/101141> (version: 2012-01-22)]. <https://math.stackexchange.com/q/101141>
- Kelner, J. A., & Spielman, D. A. (2006). A randomized polynomial-time simplex algorithm for linear programming. *Proceedings of the Thirty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 51–60. <https://doi.org/10.1145/1132516.1132524>
- Klee, V., & Minty, G. J. (1970). How good is the Simplex Algorithm ?
- Kocoloski, M., Michael Griffin, W., & Scott Matthews, H. (2011). Impacts of facility size and location decisions on ethanol production cost. *Energy Policy*, 39(1), 47–56. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.enpol.2010.09.003>
- Laslo, Z. (2010). Project portfolio management: an integrated method for resource planning and scheduling to minimize planning/scheduling-dependent expenses. *International Journal of Project Management*, 28(6), 609–618. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2009.10.001>
- Matouek, J., & Gärtner, B. (2006). *Understanding and using linear programming (universitext)*. Springer-Verlag.
- Rondelez, N. (2020). Charleroi : le futur Grand Hôpital de Charleroi sort de terre. *RTBF.be*. Retrieved April 7, 2023, from <https://www.rtbf.be/article/charleroi-le-futur-grand-hopital-de-charleroi-sort-de-terre-10542257>
- Shamir, R. (1987). The efficiency of the simplex method: a survey. *Manage. Sci.*, 33(3), 301–334. <https://doi.org/10.1287/mnsc.33.3.301>
- UCLouvain. (n.d.). *Center for high performance computing and mass storage*. Retrieved May 10, 2023, from <https://uclouvain.be/en/research/cism>
- Van Riet, C., & Demeulemeester, E. (2015). Trade-offs in operating room planning for electives and emergencies: a review.
- Yuan-jun, C., Li, L., & Yi, L. (2011). A mip based surgery scheduling model. *ICSSSM11*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/ICSSSM.2011.5959512>
- Zhang, B., Murali, P., Dessouky, M. M., & Belson, D. (2009). A mixed integer programming approach for allocating operating room capacity. *Journal of the Operational Research Society*, 60(5), 663–673. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602596>

Annexes

A.1 Disciplines et MinJPres^d

Les chirurgiens sont répartis en 17 disciplines, listées ci-dessous :

Discipline	MinJPres ^d	Discipline	MinJPres ^d
Chirurgie Générale et Digestive	5	Orthopédie	5
Chirurgie Cardiaque	5	Neurochirurgie	5
Chirurgie Pédiatrique	4	Gynécologie	5
Chirurgie Plastique	5	Dentisterie	3
Maxillo-faciale	5	Endoscopie	1
Chirurgie Vasculaire et Thoracique	5	ORL	5
Ophtalmologie	5	Urologie	5
Chirurgie Épaule	4	Cardiologie	5
Chirurgie Main	5	/	/

TABLE A.4 – Disciplines présentes au bloc opératoire du GHdC, et valeur du paramètre MinJPres^d qui leur est associée.

A.2 Prise en compte de la variation d'utilisation des ressources

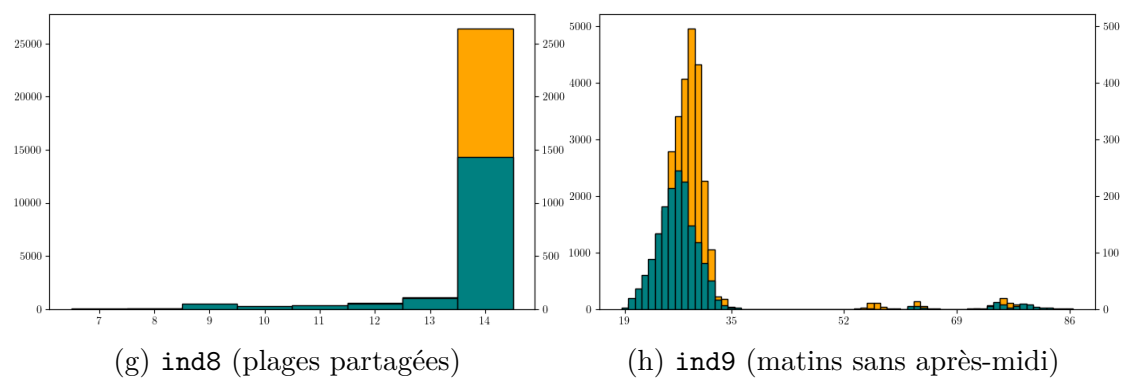
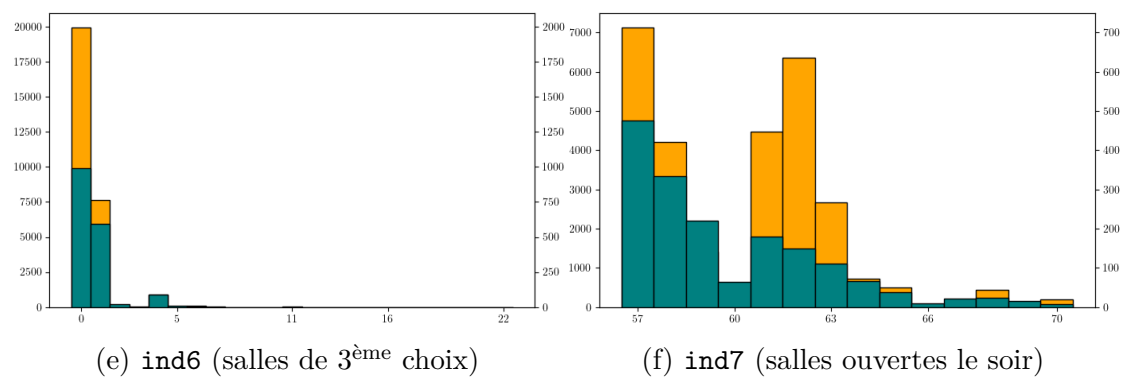
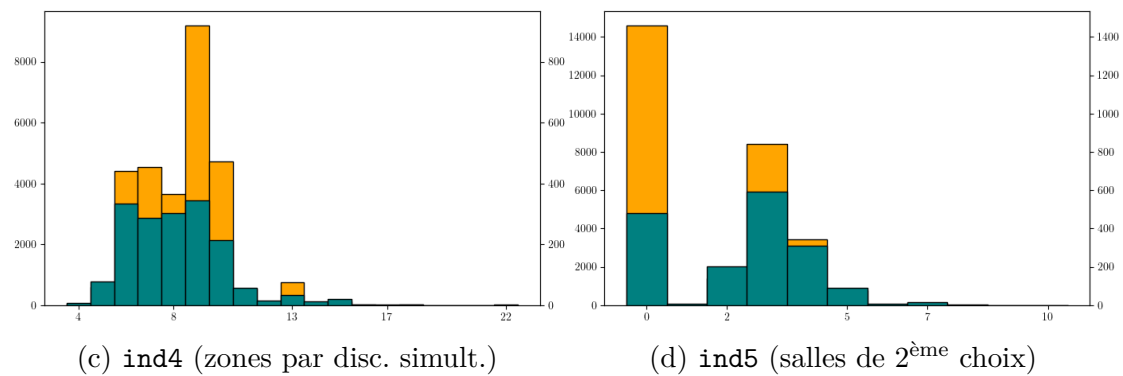
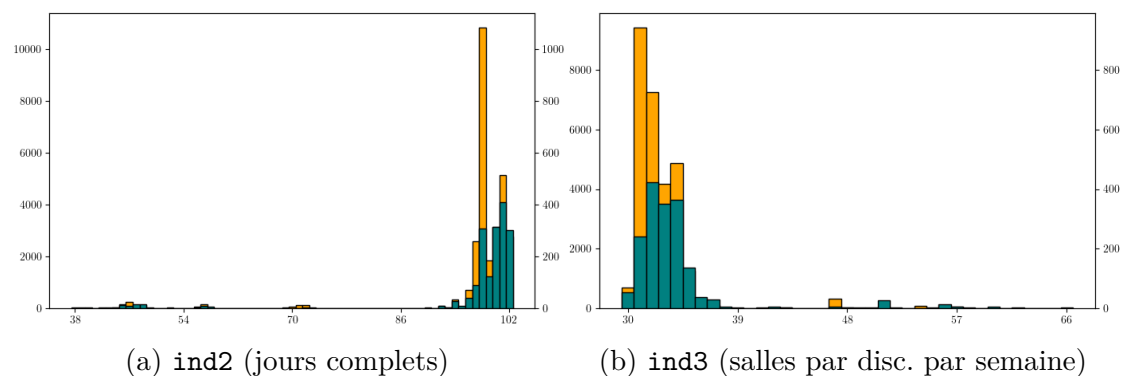
Il est possible de minimiser les écarts entre la consommation de ressource journalière et la moyenne hebdomadaire. En effet, on peut définir les variables écart_j^r représentant la valeur absolue des écarts par rapport à la moyenne, soit

$$\text{écart}_j^r \geq \left| \sum_c \text{PropRes}^{c,r} \cdot \sum_{s,p} \frac{y_{j,p}^{c,s}}{\text{DurOpe}^c} - \frac{1}{5} \sum_c \text{PropRes}^{c,r} \cdot \sum_{s,p,j} \frac{y_{j,p}^{c,s}}{\text{DurOpe}^c} \right| \quad (6.1)$$

où la moyenne (2^{ème} terme du membre de droite) peut être obtenue a priori sur base des paramètres du modèle. On minimise ensuite $\sum_r \omega_r \sum_j \text{écart}_j^r$, où ω_r est introduit pour éventuellement ajuster l'importance des écarts de chaque ressource.

On peut également minimiser l'écart maximum durant la semaine, pour chaque ressource, soit $\sum_r \omega_r \cdot \max_j \text{écart}_j^r$. Ce raisonnement s'inspire de la variance, dont le carré augmente l'importance des écarts les plus grands.

A.3 Répartition des valeurs des indicateurs



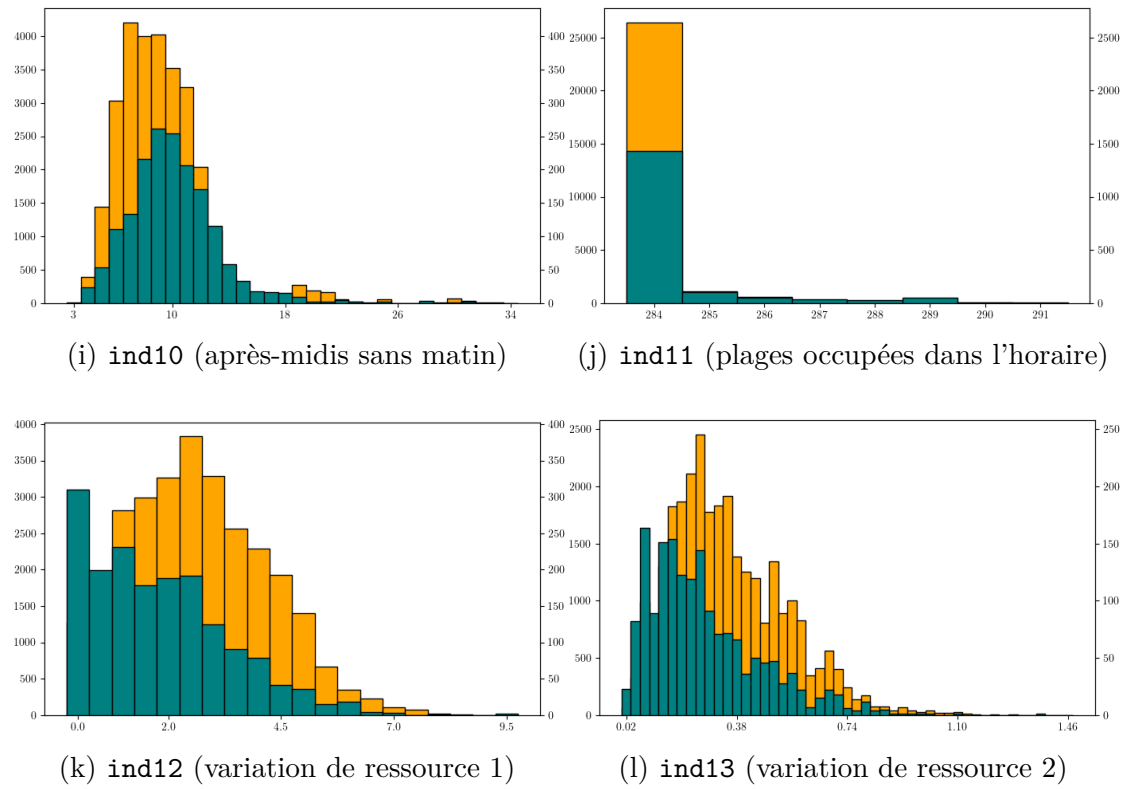
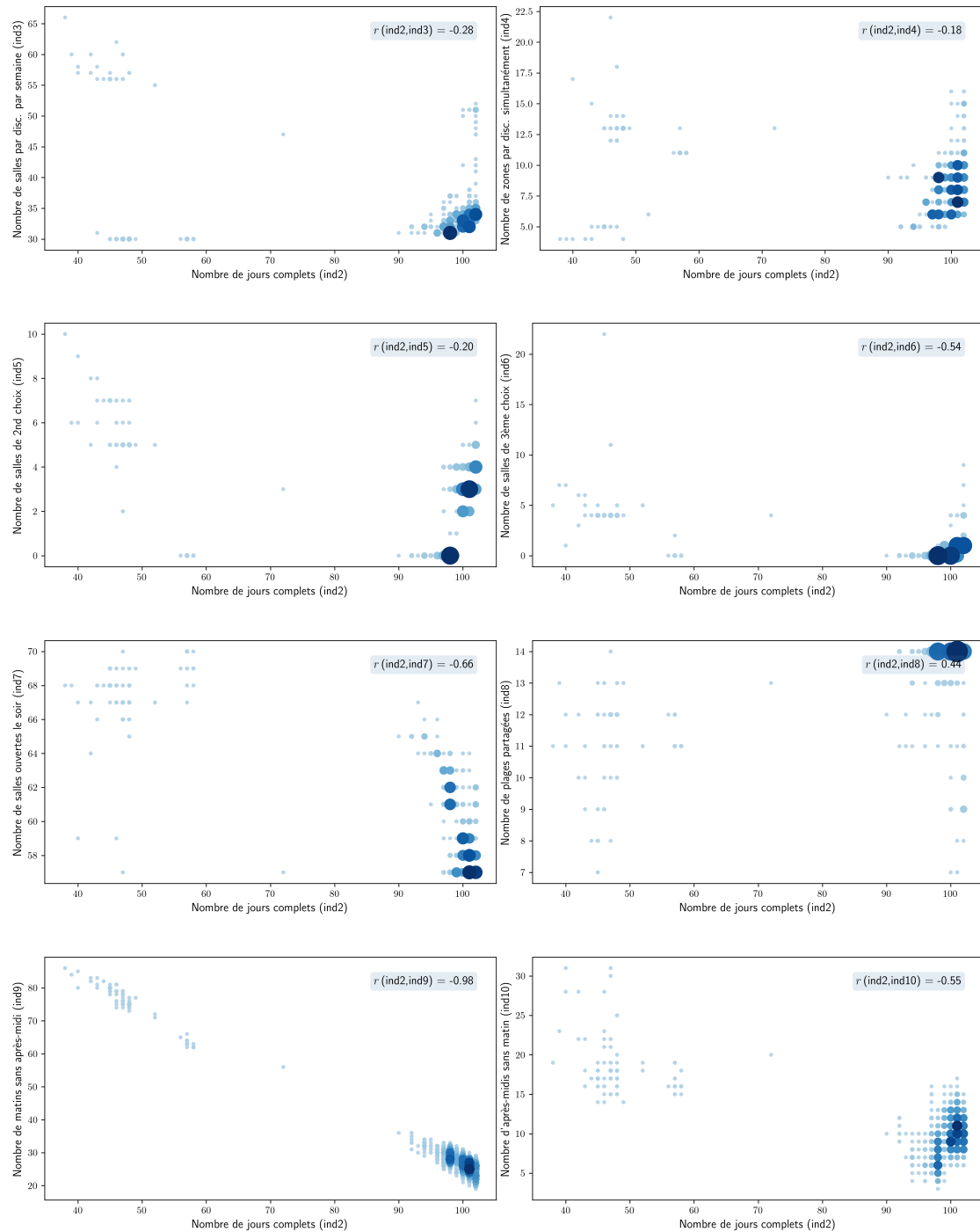
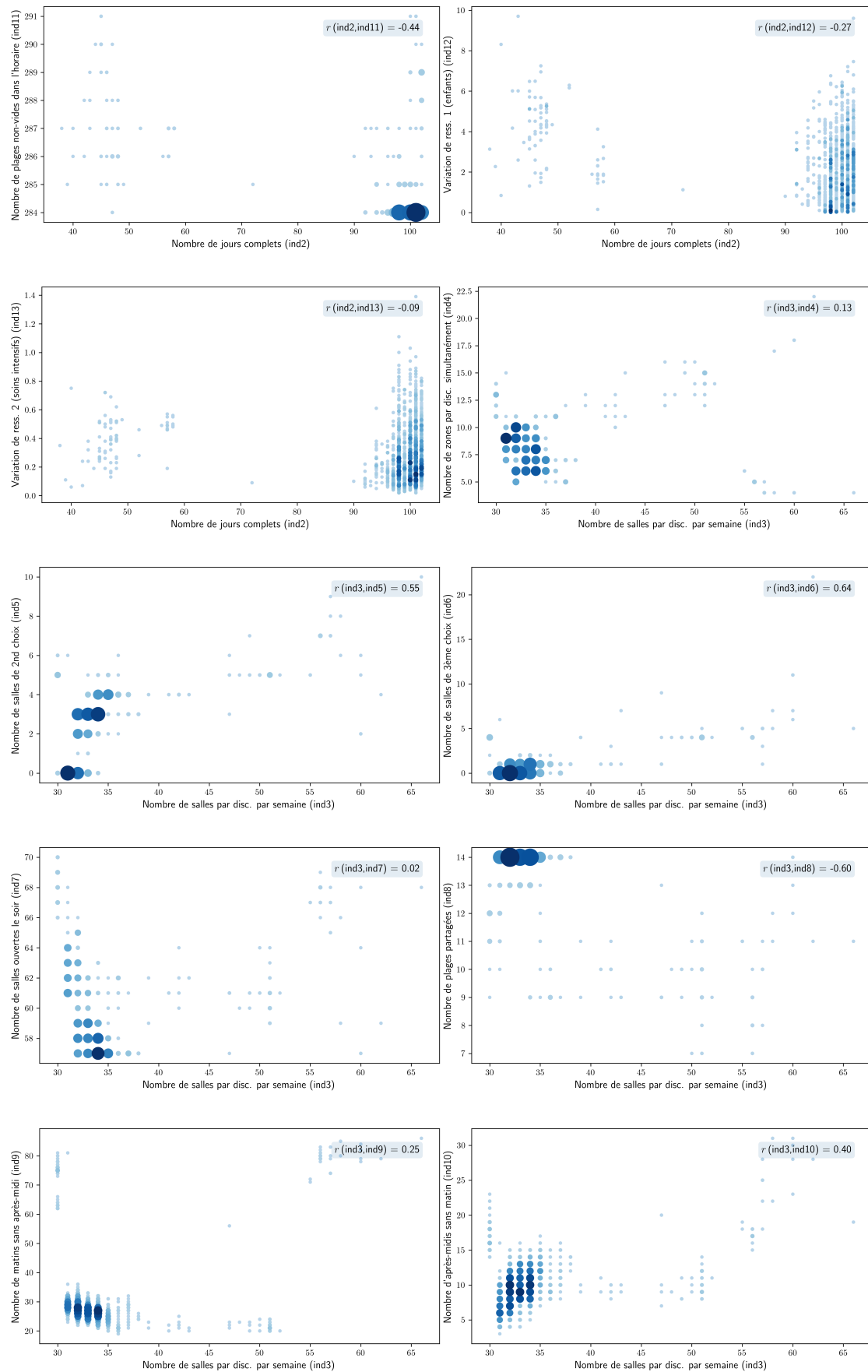


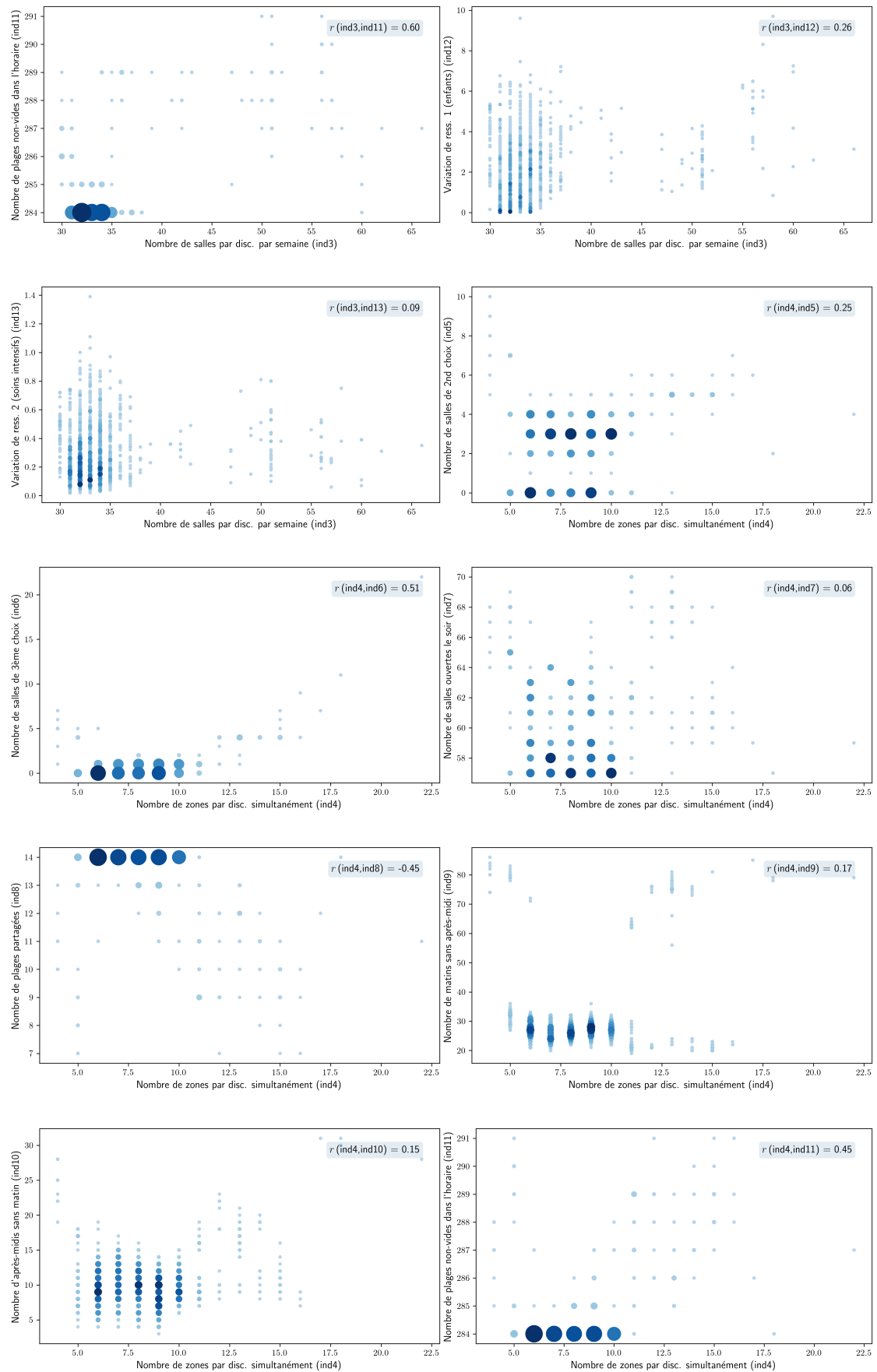
FIGURE A.9 – Histogrammes affichant la répartition des solutions pour chaque critère. **Lég.** Orange : ensemble initial (28 724 sol., échelle de gauche), bleu : front de Pareto (1715 sol., échelle de droite).

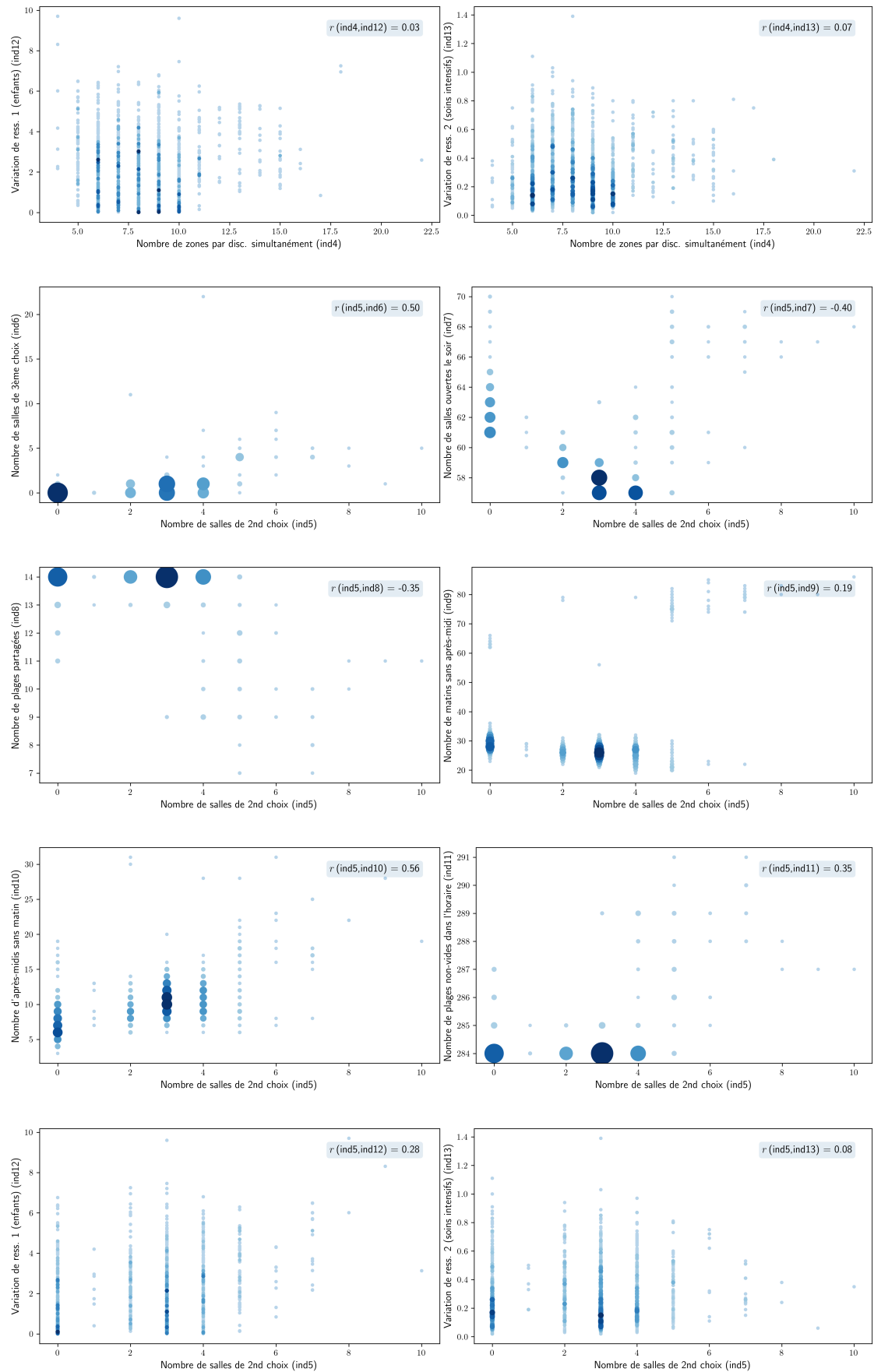
A.4 Graphes d'analyse par paire

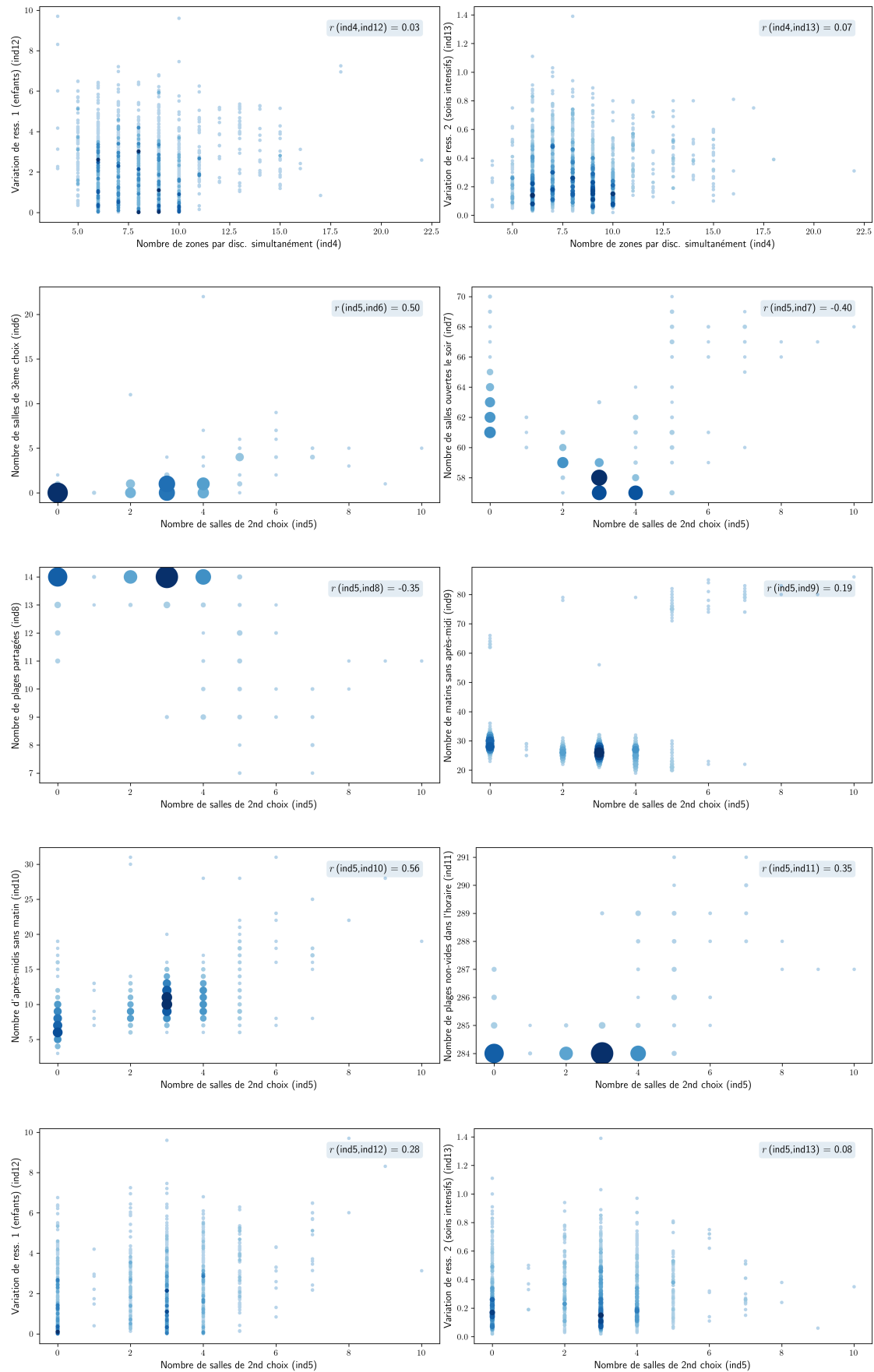
Cette annexe reprend l'ensemble des graphes dont une partie a été présentée dans la section 4.2. Un graphe (ind_i, ind_j) n'est pas affiché si celui (ind_j, ind_i) l'est déjà. Puisque l'indicateur 1 n'a pas d'intérêt, il y a 66 graphes affichés ci-dessous. L'ensemble complet des graphes (132 au total) peut être fourni sur demande, au même titre que les données brutes.

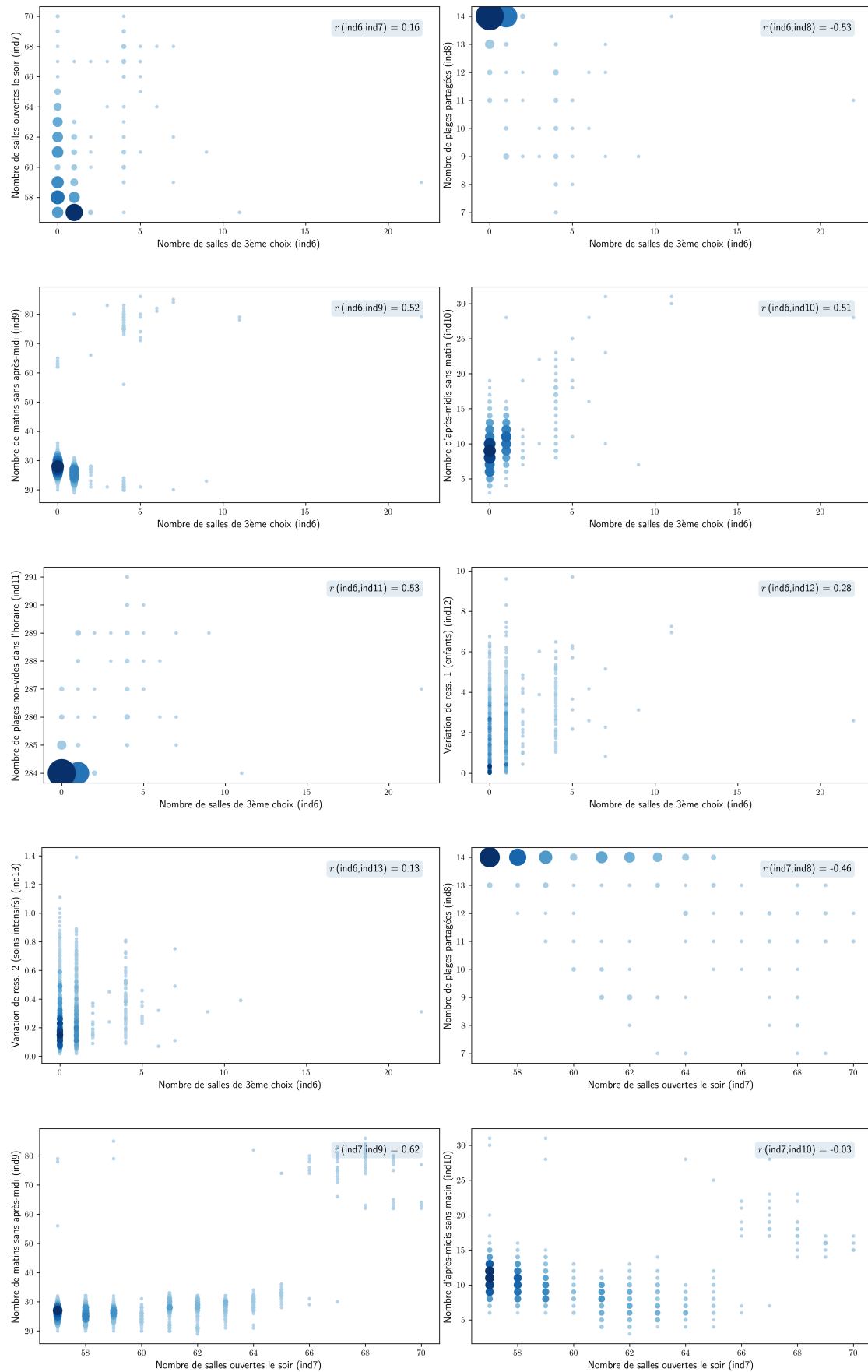


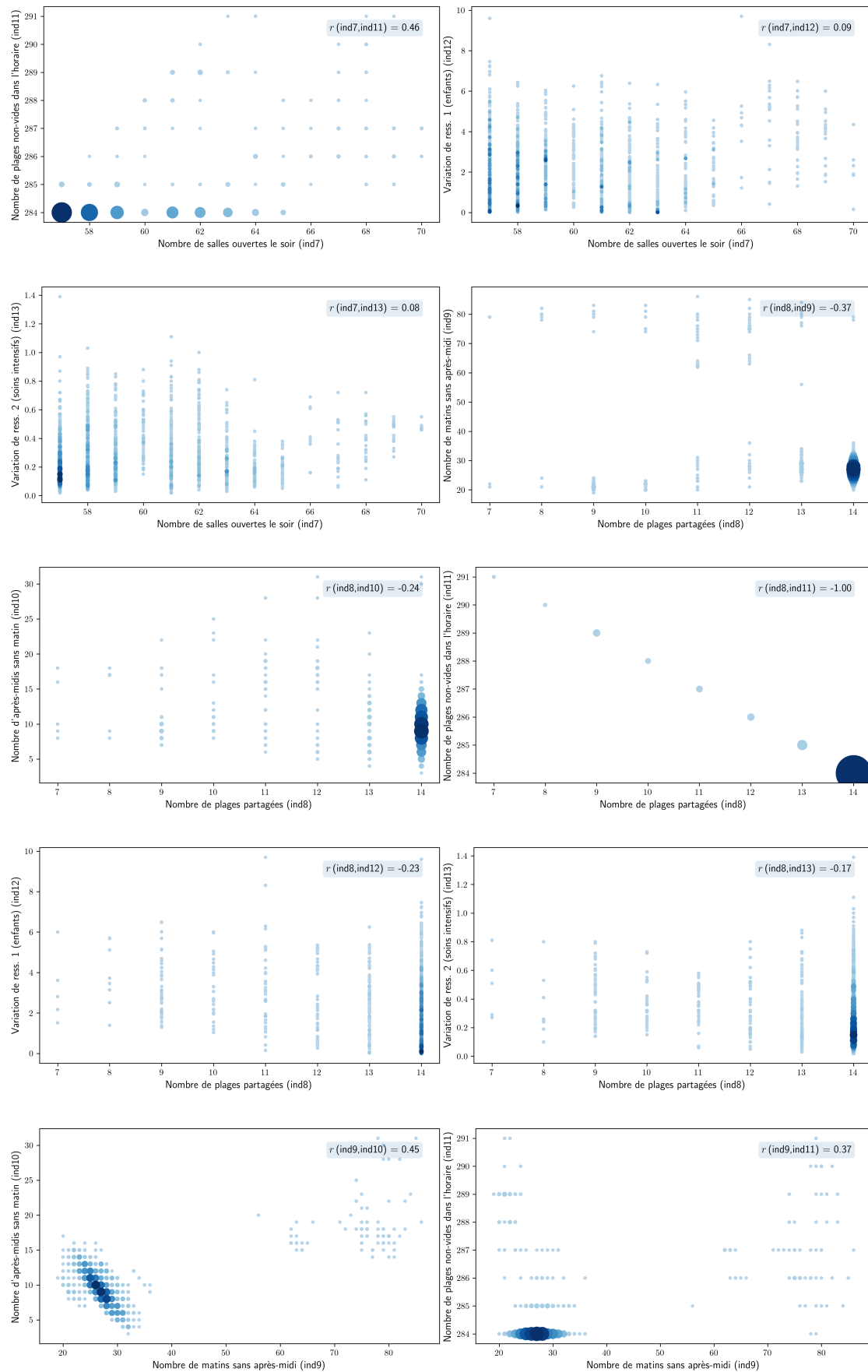


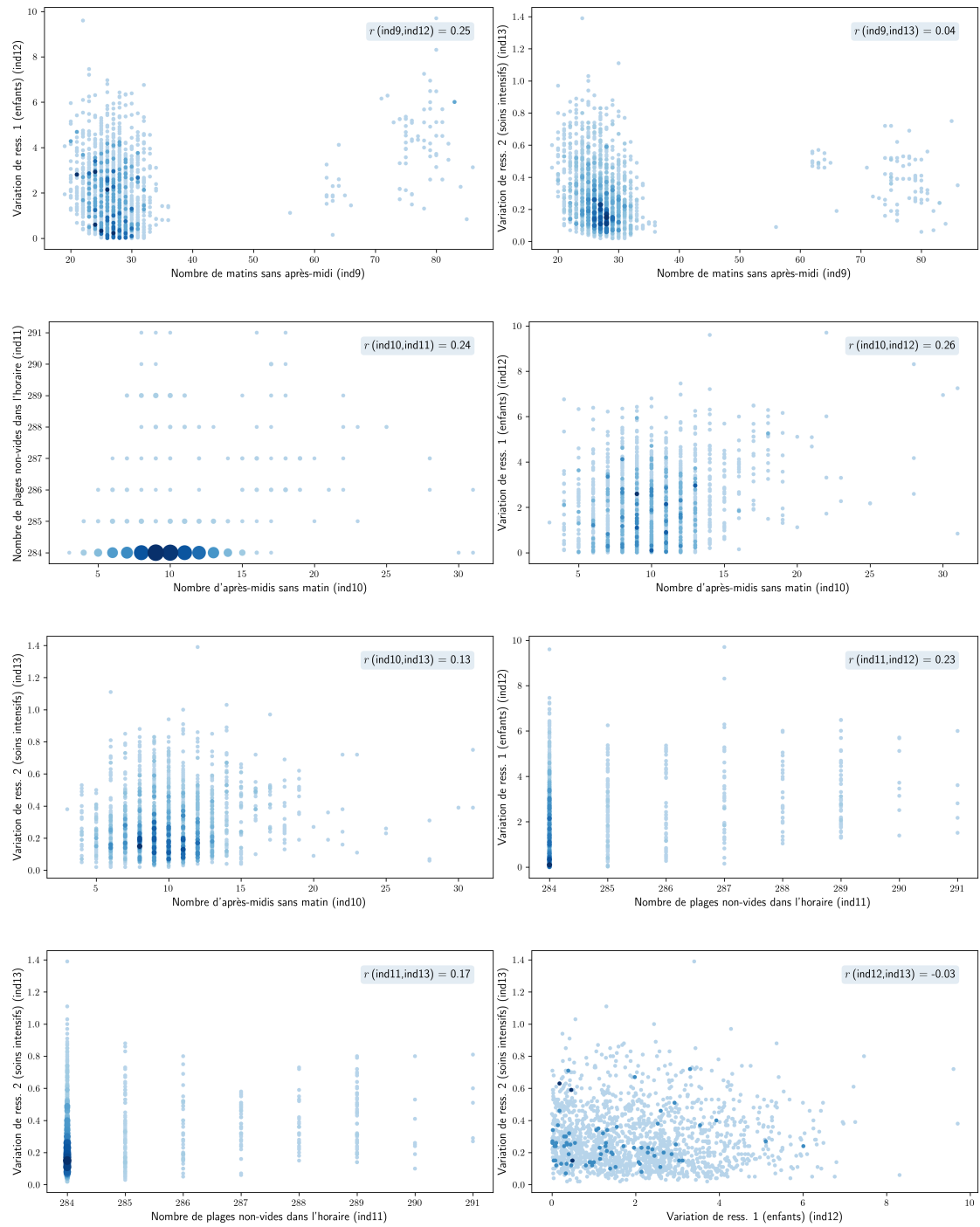






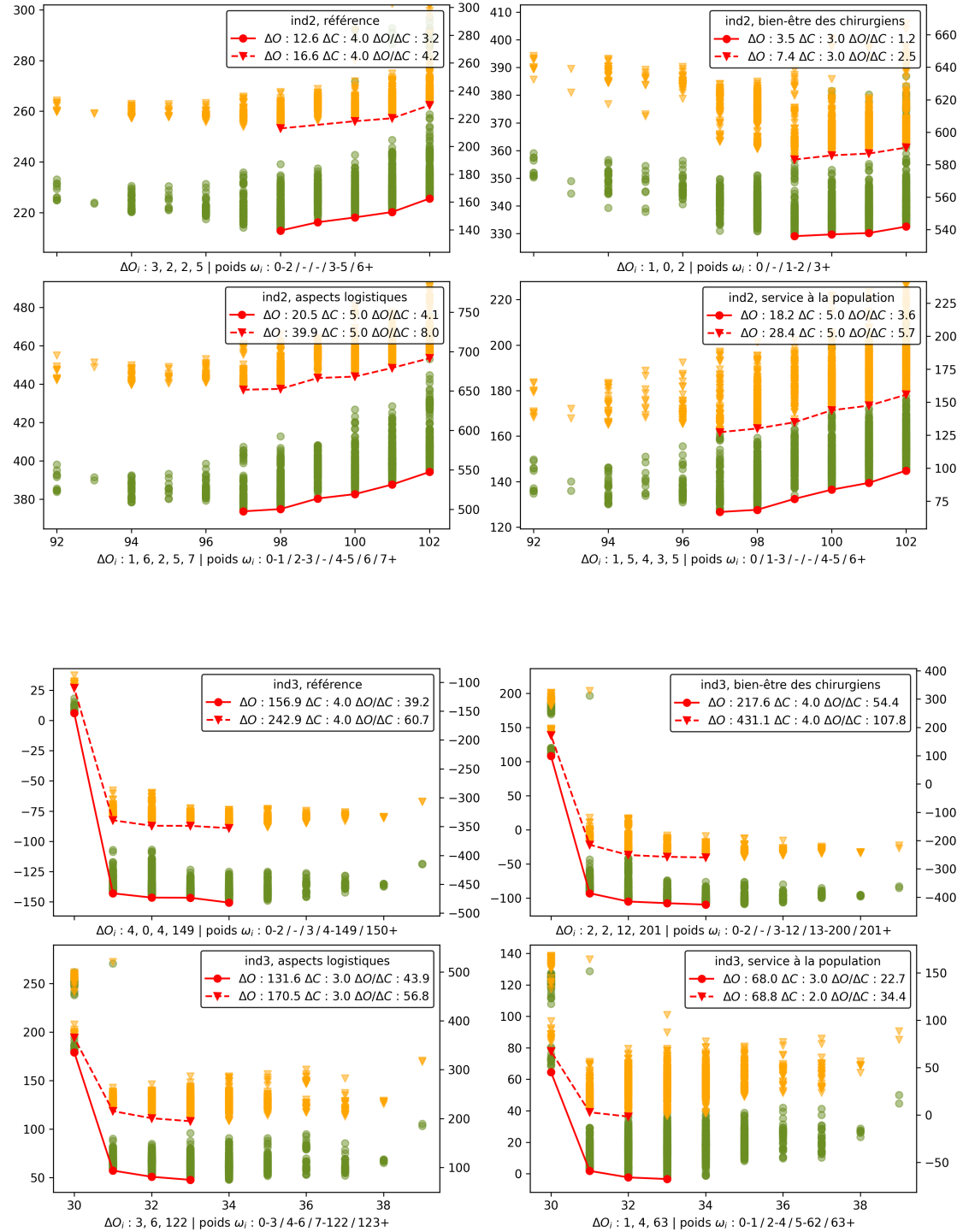




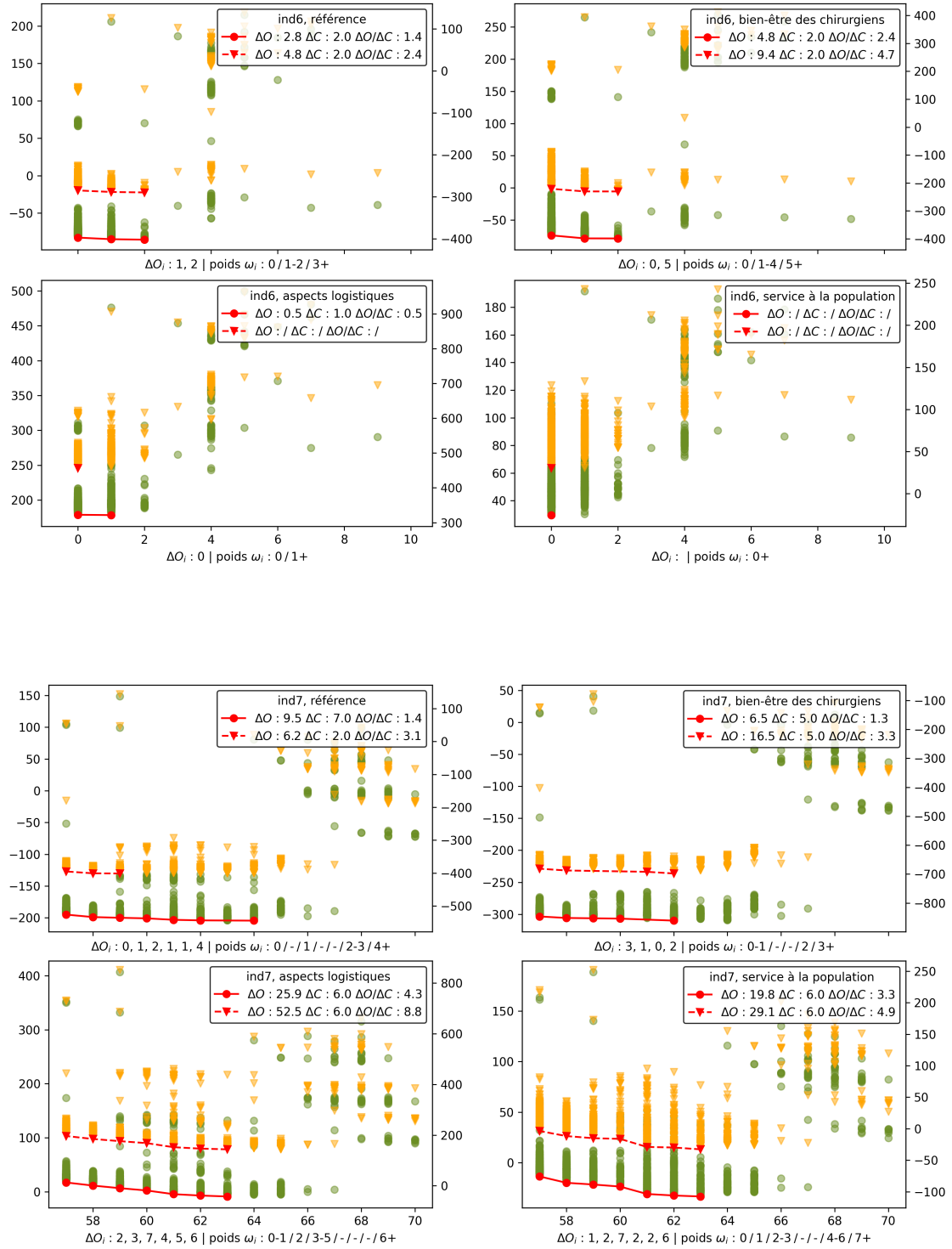


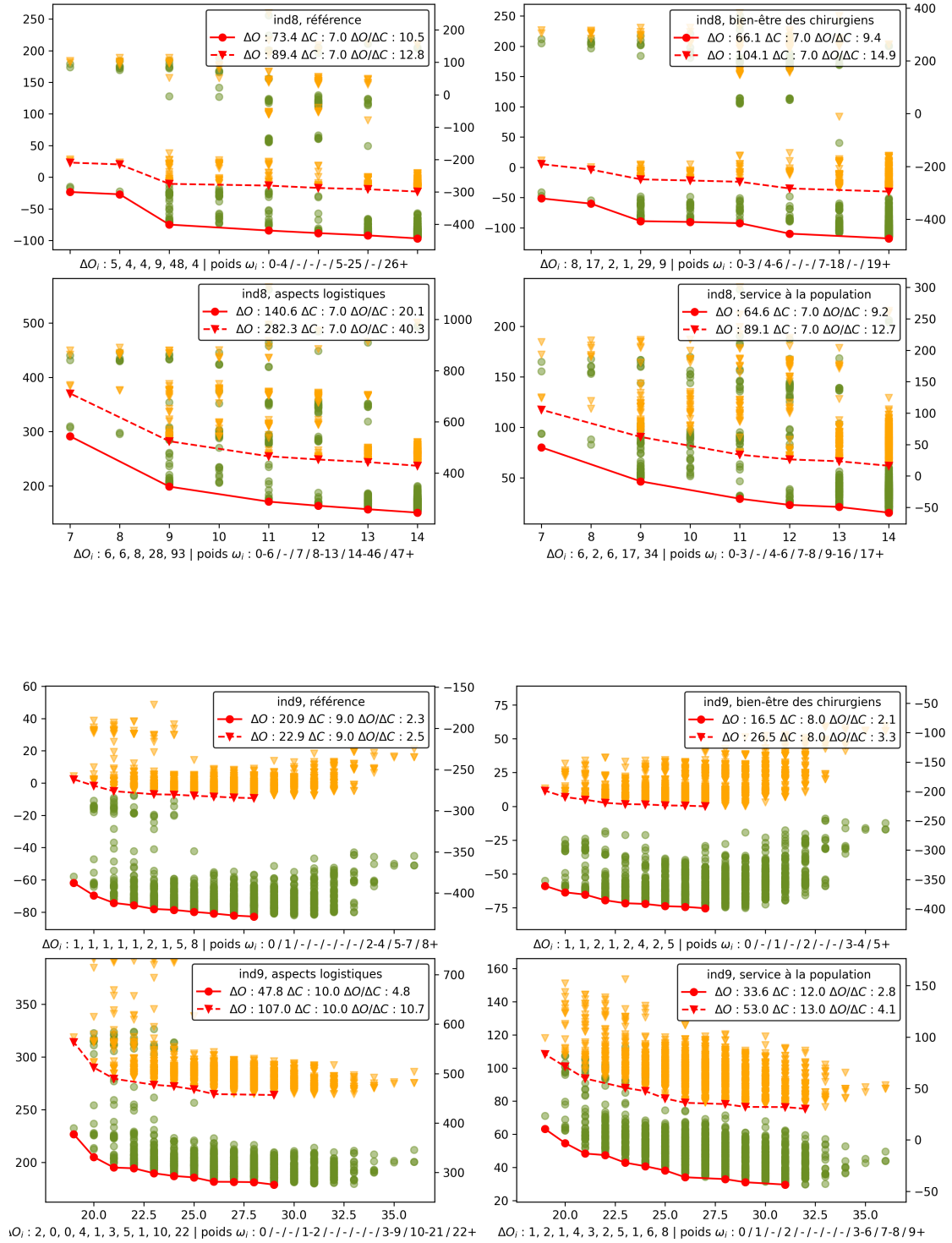
A.5 Graphes d'analyse par objectif résiduel

Ces graphes sont abordés et expliqués dans la section 4.3. Les graphes ont été centrés sur la partie intéressante. Les graphes entiers et/ou les données brutes peuvent être fournis sur simple demande. Aucun graphe n'a été produit pour l'indicateur 1 car celui-ci est toujours égal à 298.

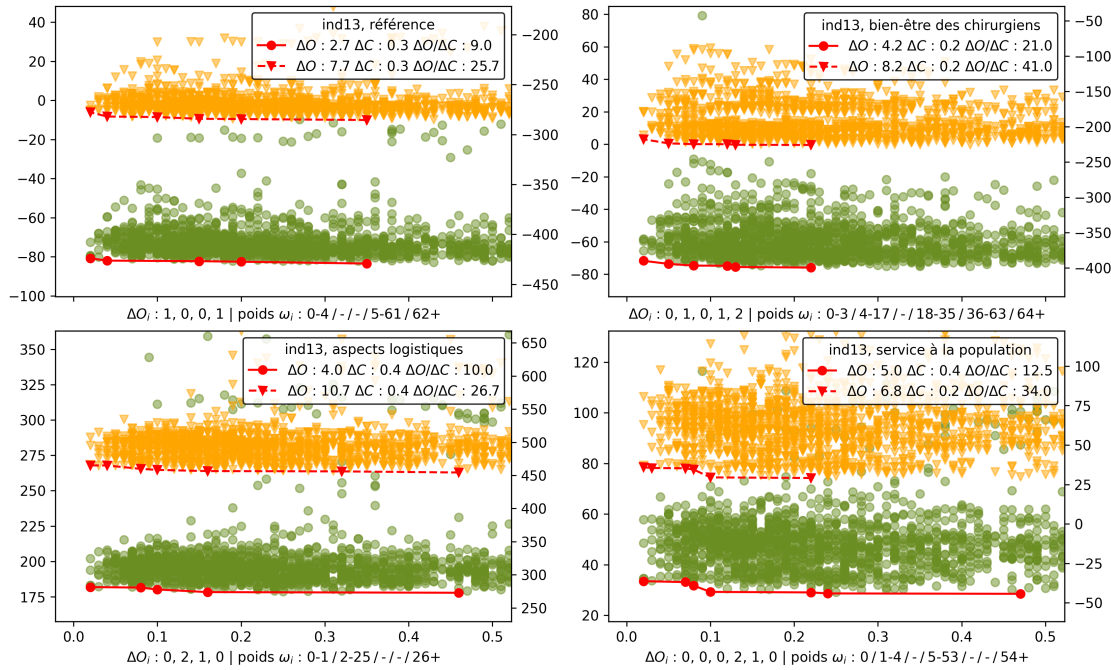
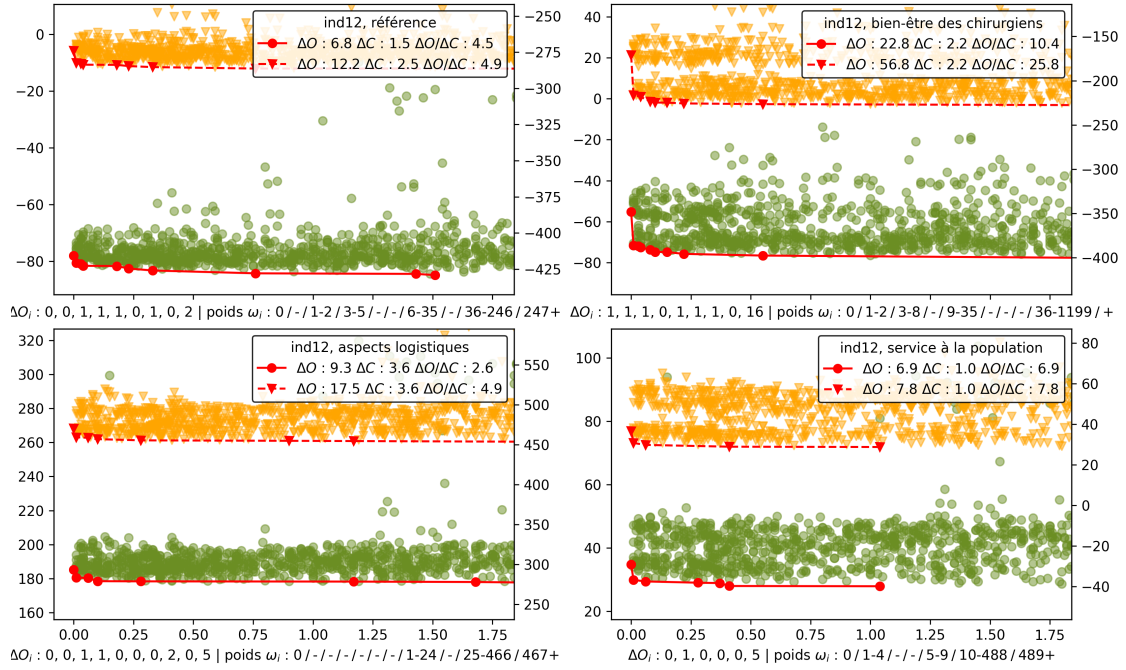












Abstract : The distribution of surgeons in hospital operating rooms is a complex task, due to the size of the problem on the one hand, and the many and strict constraints on the other. Applied to this scheduling problem in the form of a multi-objective MIP model, linear optimization is particularly effective. Nevertheless, it suffers from the influence of the weights attributed to the objectives on the solution found and its characteristics: choosing them properly is essential. This work seeks to uncover the relationships that might exist between the different objectives of the model and studies the impact of the weight of each of them separately. It is based on a very large number of solutions, generated by the resolution of the model for more than 240 different weights. It finally provides some recommendations specific to the GHdC surgical unit.

Résumé : La répartition des chirurgiens dans les salles d'opération d'un hôpital est une tâche complexe, par la taille du problème d'une part, et par les contraintes, nombreuses et strictes, d'autre part. Appliquée à ce problème de planification sous la forme d'un modèle MIP multi-objectif, l'optimisation linéaire se montre particulièrement efficace. Elle souffre néanmoins de l'influence des poids attribués aux objectifs sur la solution trouvée et ses caractéristiques : les choisir adéquatement est primordial. Ce travail cherche à mettre au jour les relations qui pourraient exister entre les différents objectifs du modèle et étudie l'impact du poids de chacun d'entre eux séparément. Il se base pour cela sur un très grand nombre de solutions, générées par la résolution du modèle pour plus de 240 pondérations différentes. Il fournit finalement quelques recommandations spécifiques au bloc opératoire du GHdC.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
Louvain School of Management

Place des Doyens, 1 bte L2.01.01, 1348 Louvain-la-Neuve
Boulevard Emile Devreux 6, 6000 Charleroi, Belgique
Chaussée de Binche 151, 7000 Mons, Belgique
www.uclouvain.be/lsm