

**Louvain School of Management**

# **Passage du réseau belge de gazoducs au gaz à haut pouvoir calorifique.**

Auteur : LUC Baptiste  
Promoteur : DE WOLF Daniel  
Année académique 2022-2023  
Travail de fin d'études (TFE) en vue d'obtenir le titre de  
Master (120) en Ingénieur de Gestion  
Horaire de jour

# Remerciements

Je souhaite remercier mon promoteur, monsieur Daniel De Wolf pour son accompagnement et sa disponibilité tout au long de ces deux années. Ses articles et son aide furent indispensables pour la réalisation de ce mémoire.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Formulation du problème</b>	<b>4</b>
2.1	Problème sur réseau . . . . .	4
2.2	Contraintes . . . . .	4
2.3	Fonction objective . . . . .	7
2.4	Coefficient $C_{ij}$ . . . . .	8
2.5	Arcs parallèles . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Méthode de résolution</b>	<b>10</b>
3.1	Données initiales du réseau . . . . .	10
3.1.1	Diagramme de réseau . . . . .	10
3.1.2	L'offre et la demande . . . . .	10
3.2	Problème auxiliaire . . . . .	14
3.3	Résultats . . . . .	18
3.3.1	Problème auxiliaire . . . . .	18
3.3.2	Problème principal . . . . .	19
3.3.3	Analyse des résultats . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Simulation de l'arrêt de la fourniture du gaz des Pays-Bas</b>	<b>22</b>
4.1	Explication de la nouvelle situation . . . . .	22
4.2	Données du réseau L . . . . .	22
4.3	Problème d'infaisabilité . . . . .	24
4.4	Analyse des résultats . . . . .	27
4.4.1	Solution 1 : ajout d'un compresseur dans le réseau . . .	27
4.4.2	Solution 2 : fourniture supplémentaire à Zeebruges . .	27
<b>5</b>	<b>Changement d'objectif : fonction de transport</b>	<b>32</b>
5.1	Formulation du problème . . . . .	32
5.1.1	Contraintes . . . . .	33
5.1.2	Problème principal . . . . .	34

5.2	Données du problème . . . . .	35
5.3	Analyse des résultats . . . . .	36
5.3.1	Solution 1 : ajout d'un compresseur dans le réseau . . .	36
5.3.2	Solution 2 : fourniture supplémentaire à Zeebruges . .	36
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>40</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>42</b>
<b>A</b>	<b>Modèle GAMS réseau initial</b>	<b>44</b>
<b>B</b>	<b>Modèle GAMS réseau H+L avec la solution 1</b>	<b>50</b>
<b>C</b>	<b>Modèle GAMS réseau H+L avec la solution 2</b>	<b>56</b>
<b>D</b>	<b>Modèle GAMS réseau H+L en optimisant l'utilisation des compresseurs avec la solution 2</b>	<b>62</b>

# Chapitre 1

## Introduction

Actuellement, la Belgique délivre du gaz à travers 2 réseaux différents. Le premier, le réseau H, transporte le gaz riche (gaz à haut pouvoir calorifique). D'un autre côté, le réseau L transporte du gaz pauvre (à plus faible pouvoir calorifique). Ce gaz est transporté à travers des gazoducs d'une certaine longueur et d'un certain diamètre avec donc des propriétés différentes. Lorsque le gaz est transporté d'un point à un autre dans ces gazoducs, la pression de celui-ci diminue du point de départ au point d'arrivée, cela est dû aux frottements du gaz contre la paroi du gazoduc. Cependant, lorsque le gaz est livré aux différents clients aux points de livraison, celui-ci doit avoir une pression minimale qui dépend du client. De plus, en fonction des dimensions des gazoducs, la pression dans ceux-ci ne peut pas dépasser un certain niveau. Il se peut donc que du point d'entrée du gaz dans le réseau à son point de sortie, la perte de pression soit trop grande et dans ce cas, il faut remonter cette pression. C'est pour cela que l'on retrouve dans les réseaux de gaz des compresseurs. Pour le moment, deux compresseurs se trouvent dans le réseau H et deux autres se trouvent dans le réseau L. La première partie de ce mémoire analysera la solution optimale qui minimise les coûts du gaz dans le réseau H tout en répondant à la demande. La Figure 1.1 représente les réseaux L et H, elle a été faite par De Wolf et Smeers [10].

Pour le moment, le réseau H est fourni en gaz riche par deux fournisseurs différents, l'Algérie et la Norvège. Le réseau L quant à lui est fourni en gaz pauvre par les Pays-Bas. Cependant, ces derniers ont décidé de ne plus fournir la Belgique. En effet, leur source de gaz s'amenuise, mais en plus de cela, plusieurs maisons se sont effondrées à cause de la fragilisation du sol causée par l'extraction du gaz. La Belgique a donc pris la décision d'inclure l'ancien réseau L dans le réseau H, et de ne plus délivrer que du gaz riche. Dans la seconde partie de ce mémoire, nous analyserons donc l'impact de cette décision sur le réseau afin de vérifier si celui-ci est prêt à répondre à toute la

demande belge de gaz.

Les deux premières parties de ce mémoire auront pour but d'optimiser le transport du gaz dans le réseau avec l'objectif de minimiser les coûts d'achats du gaz. Cependant, depuis 2001, ce n'est plus une seule et même entreprise qui s'occupe de l'achat, de la vente et du transport du gaz. En effet, la fonction de transport est gérée par Fluxys, c'est donc cette dernière entreprise qui s'occupe de la gestion du réseau, des compresseurs, etc. mais ce n'est pas elle qui s'occupe de l'achat et de la vente du gaz. La fonction commerciale (achat et vente du gaz) est exercée par différentes entreprises. La dernière section de ce mémoire aura donc pour objectif d'optimiser uniquement le transport du gaz, en fonction du coût des compresseurs, sans prendre en compte l'achat et la vente du gaz.

Le travail sera donc divisé en trois chapitres, le premier concernera la formulation du problème, le second concernera les résultats pour le réseau initial et le dernier sera une analyse post-optimale à propos de l'inclusion du réseau L dans le réseau H et de l'optimisation de l'utilisation des compresseurs sans prendre en compte l'achat du gaz.

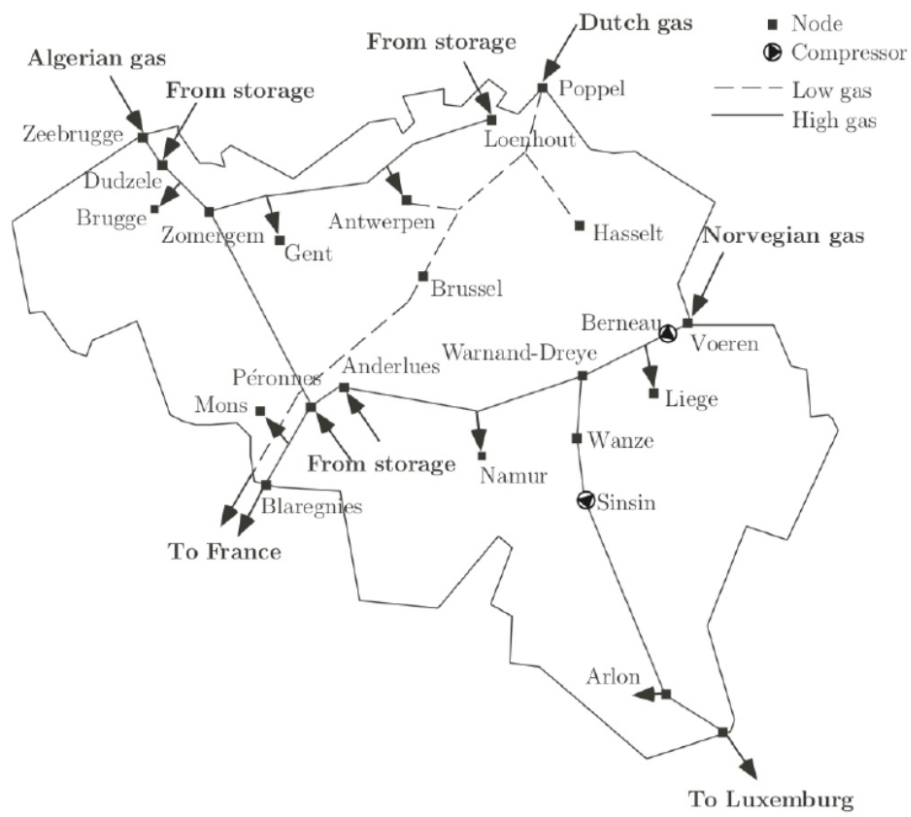


FIGURE 1.1 – Réseau de gaz belge

# Chapitre 2

## Formulation du problème

### 2.1 Problème sur réseau

Le problème analysé ici est un problème sur réseau, il est donc composé d'arcs et de nœuds. Les nœuds correspondent aux différentes villes de départ et/ou d'arrivée des gazoducs. Ces nœuds peuvent être des nœuds d'offre ou de demande mais ils peuvent aussi être des nœuds d'offre et de demande. En effet, des espaces de stockage sont placés à certains endroits sur le réseau et ceux-ci peuvent soit récupérer du gaz en surplus dans le réseau soit envoyer du gaz dans le réseau. Les arcs du réseau représentent les gazoducs qui relient deux villes. Il existe deux types d'arcs, les arcs passifs et les arcs actifs. Les arcs passifs sont les simples gazoducs, tandis que les arcs actifs sont les gazoducs à la fin desquels se trouve un compresseur, ceux-ci doivent donc être traités différemment.

### 2.2 Contraintes

1. Flux de gaz dans les arcs passifs :

La première contrainte est la loi d'écoulement du gaz. Au fur et à mesure que le gaz avance dans le gazoduc, la pression de celui-ci diminue. De Wolf et Smeers [10] nous donnent la loi suivante :

$$f_{ij} = \begin{cases} C_{ij}(p_i^2 - p_j^2)^{1/2} & \text{si } p_i \geq p_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où :

$f_{ij}$  est le flux du gaz entre les nœuds  $i$  et  $j$  ;

$C_{ij}$  est un coefficient basé sur la longueur, le diamètre et la rugosité du

gazoduc ainsi que sur le type de gaz transporté ;  
 $p_i$  et  $p_j$  sont respectivement les pressions aux nœuds de départ et d'arrivée de l'arc.

Il faut bien spécifier que le gaz peut se déplacer dans les deux sens à l'intérieur d'un gazoduc. Si le flux entre les nœuds  $i$  et  $j$  est négatif, on sait que le gaz se dirige de  $j$  vers  $i$ . Nous pouvons donc adapter la loi citée précédemment comme cela :

$$f_{ij} = \text{sign}(p_i - p_j) C_{ij} |p_i^2 - p_j^2|^{1/2}$$

Pour avoir une meilleure séparabilité des variables, nous pouvons la réécrire comme ceci :

$$\text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 = C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad (2.1)$$

## 2. Flux de gaz dans les arcs actifs :

Pour les arcs actifs, Bakhouya et De Wolf [7] nous donne la relation entre le flux de gaz et l'augmentation de pression dans le compresseur suivante :

$$W_{ij} = \gamma_1 f_{ij} \left( \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^{\gamma_2} - 1 \right) \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (2.2)$$

où :

$W_{ij}$  est la puissance utilisée par le compresseur ;

$\gamma_1$  and  $\gamma_2$  sont des constantes spécifiques au compresseur.

Toutefois, cette formule hautement non-linéaire est assez compliquée à utiliser. Nous allons donc simplifier cette formule pour les deux premières parties de ce travail et nous l'utiliserons telle quelle dans la dernière partie afin d'avoir des résultats plus pertinents.

De Wolf et Smeers [10] nous proposent donc les hypothèses suivantes pour simplifier le problème :

- On relaxe donc la contrainte (2.1) de la manière suivante :

$$\text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 \geq C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad (2.3)$$

- On fixe la direction du flux à travers les compresseurs :

$$f_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in A_a \quad (2.4)$$

- Dans les compresseurs, la pression peut être remontée à son maximum :

$$p_j^2 \leq \bar{p}_j^2, \forall (i, j) \in A_a \quad (2.5)$$

où  $A_a$  représente l'ensemble des arcs actifs.

### 3. Contrainte de conservation de la matière :

Cette contrainte nous permet de nous assurer que ce qui entre dans un nœud est égal à ce qui en sort. Au nœud  $i$ , le flux arrivant des nœuds précédents plus ce qui est éventuellement fourni à ce nœud doit être égal au flux sortant de ce nœud plus la demande satisfaite à ce nœud. Ceci est résumé sur la Figure 2.1 donnée par De Wolf et Smeers [10]. On a donc :

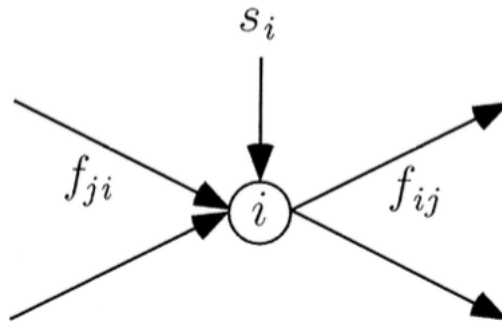


FIGURE 2.1 – Entrées/sorties au nœud  $i$

$$\sum_{j \in A(i,j)} f_{ij} = \sum_{j \in A(j,i)} f_{ji} + s_i \quad \forall i \in N \quad (2.6)$$

où  $s_i$  est la quantité envoyée dans le réseau (si positive) ou livrée à une ville (si négative).

### 4. Quantité maximale fournie/délivrée :

La Belgique a des contrats avec ses fournisseurs de gaz et ces contrats ont des clauses de flexibilités. La Belgique doit donc commander un minimum de gaz et ne peut pas commander plus qu'une certaine quantité. De plus, les espaces de stockage ont chacun leur quantité maximale de déstockage par heure et donc par jour. Il faut ajouter à cela que la Belgique doit satisfaire toute la demande de gaz. Nous pouvons combiner ces deux contraintes en une de la manière suivante :

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \overline{s}_i \quad \forall i \in N \quad (2.7)$$

où :  $\underline{s}_i$  est le niveau le plus bas de fourniture au nœud i (il sera égal à moins l'infini aux nœuds de demande) ;  
 $\overline{s}_i$  est le niveau le plus haut de fourniture au nœud i (il sera négatif aux nœuds de demande).

5. Pression minimale et maximale aux nœuds i :

La pression à chaque nœud doit être maintenue entre deux valeurs. On a donc l'équation :

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \overline{p}_i \quad \forall i \in N \quad (2.8)$$

où :

$\underline{p}_i$  est la pression minimale au nœud i ;  
 $\overline{p}_i$  est la pression maximale au nœud i.

## 2.3 Fonction objective

Le problème a pour but de minimiser les coûts du gaz dans le réseau H. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{i \in O} c_i * s_i \\ \text{s.t.} \quad & \text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 = C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad \forall (i, j) \in A_p \\ & \text{sign}(f_{ij}) f_{ij}^2 \geq C_{ij}^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & p_j^2 \leq \overline{p}_j^2 \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & \sum_{j \in A(i,j)} f_{ij} = \sum_{j \in A(j,i)} f_{ji} + s_i \quad \forall i \in N \\ & \underline{s}_i \leq s_i \leq \overline{s}_i \quad \forall i \in N \\ & \underline{p}_i \leq p_i \leq \overline{p}_i \quad \forall i \in N \end{aligned} \quad (2.9)$$

où :

O est l'ensemble des nœuds d'offre ;  
 $A_p$  est l'ensemble des arcs passifs ;  
 $c_i$  est le coût du gaz au nœud i.

## 2.4 Coefficient $C_{ij}$

Le coefficient  $C_{ij}$  dépend du gazoduc et du gaz transporté, De Wolf et Smeers [10] nous donnent la formule suivante :

$$C_{ij}^2 = 96.074\ 830\ 10^{-15} \frac{D^5}{\lambda z T L \delta} \quad (2.10)$$

où :

$$\frac{1}{\lambda} = \left[ 2 \log \left( \frac{3.7D}{\epsilon} \right) \right]^2 \quad (2.11)$$

avec	$L$	=	longueur du gazoduc [km]		
	$D$	=	diamètre intérieur du gazoduc [mm]		
	$T$	=	température du gaz [K]	=	281.15 K
	$\epsilon$	=	rugosité absolue du gazoduc [mm]	=	0.05 mm
	$\delta$	=	densité du gaz relative à l'air [-]	=	0.6106
	$z$	=	facteur de compressibilité du gaz [-]	=	0.8

## 2.5 Arcs parallèles

Certains nœuds sont reliés par des gazoducs parallèles. Il est important de prendre cela en compte. Pour cela, il existe un moyen de considérer ces arcs parallèles comme un seul et même arc. Ce moyen nous est donné par De Wolf et Bakhouya [6]. Si nous prenons deux arcs parallèles avec les mêmes points de départ et d'arrivée, le flux dans le premier arc est noté  $f_{ij}^a$  et celui dans le second  $f_{ij}^b$ . Nous avons :

$$(f_{ij}^a)^2 = (C_{ij}^a)^2 (p_i^2 - p_j^2) (f_{ij}^b)^2 = (C_{ij}^b)^2 (p_i^2 - p_j^2) \quad (2.12)$$

On peut remarquer que dans ces deux équations, les pressions aux nœuds  $i$  et  $j$  sont les mêmes. Le flux total entre les deux nœuds est donc :

$$f_{ij} = f_{ij}^a + f_{ij}^b \quad (2.13)$$

Si nous calculons maintenant  $f_{ij}^2$ , nous avons :

$$\begin{aligned} f_{ij}^2 &= (f_{ij}^a + f_{ij}^b)^2 = (f_{ij}^a)^2 + (f_{ij}^b)^2 + 2(f_{ij}^a)(f_{ij}^b) \\ &= (C_{ij}^a)^2 (p_i^2 - p_j^2) + (C_{ij}^b)^2 (p_i^2 - p_j^2) + 2(C_{ij}^a) \sqrt{p_i^2 - p_j^2} (C_{ij}^b) \sqrt{p_i^2 - p_j^2} \\ &= \left[ (C_{ij}^a)^2 + (C_{ij}^b)^2 + 2(C_{ij}^a)(C_{ij}^b) \right] (p_i^2 - p_j^2) \\ &= (C_{ij}^a + C_{ij}^b)^2 (p_i^2 - p_j^2) \end{aligned}$$

Il suffit donc de remplacer  $C_{ij}$  dans les données par  $C_{ij}^a + C_{ij}^b$  pour les arcs parallèles et nous aurons le bon flux entre les deux nœuds.

# Chapitre 3

## Méthode de résolution

### 3.1 Données initiales du réseau

#### 3.1.1 Diagramme de réseau

Le diagramme de réseau présenté sur la Figure 3.1 représente le réseau H dans son état initial. Il a été réalisé en utilisant les données des tableaux 3.7 et 3.8. On retrouve sur ce diagramme les différents nœuds et les différents arcs du réseau. Nous pouvons remarquer sur ce diagramme que les espaces de stockage sont considérés comme des nœuds d'offre. En effet, les données avec lesquelles nous allons travailler dans ce mémoire correspondent au jour durant lequel le plus de gaz a été consommé en Belgique, afin d'être sûr que le réseau est capable de répondre à la demande maximale de gaz en Belgique. Il est donc pertinent de considérer que les espaces de stockage serviront à fournir du gaz dans le réseau plutôt qu'à en récupérer. On peut aussi voir les deux compresseurs du réseau, un à Berneau et un à Sinsin. Les doubles gazoducs sont aussi représentés.

#### 3.1.2 L'offre et la demande

Le tableau 3.1 nous informe sur la demande belge de gaz par province (représentées par leur chef-lieu) lors de l'année de référence(1989). Nous y retrouvons aussi la demande du Luxembourg. Les informations reprises dans ce tableau nous ont été données par De Wolf et Smeers [10] qui les ont récupérées dans l'annuaire statistique de 1989 de la fédération de l'industrie du gaz publié par Figaz [11].

Cependant, dans notre problème initial, nous considérons uniquement la demande de gaz riche, il ne faut donc pas considérer les demandes de

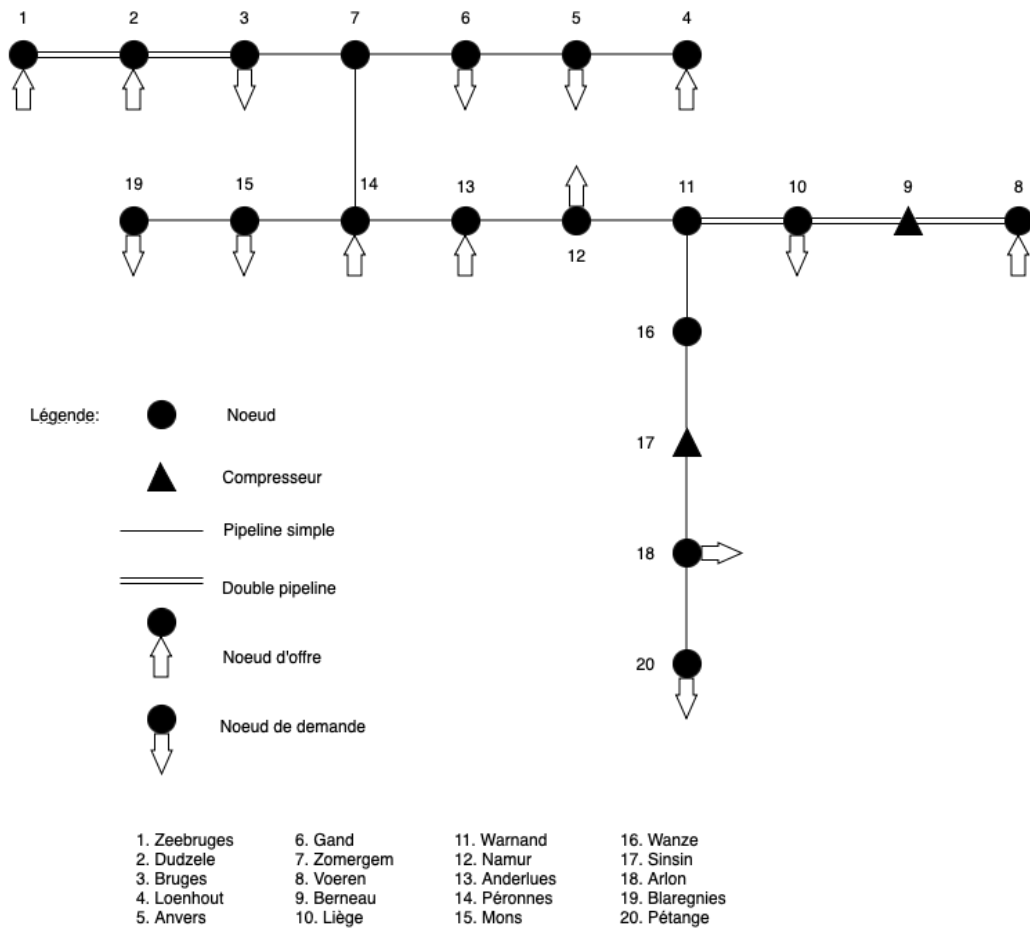


FIGURE 3.1 – Diagramme du réseau H initial

Bruxelles, de Hasselt ni deux tiers de la demande à Anvers. La demande du réseau H est donc reprise dans le tableau 3.2.

Pour travailler dans les mêmes unités de mesure tout au long de ce mémoire, nous allons considérer les quantités de gaz en  $m^3/jour$ . Étant donné que les tableaux 3.1 et 3.2 reprennent la demande de gaz annuelle en  $m^3$ , il faut donc faire des calculs pour avoir les demandes par jour. Cependant, nous n'allons pas simplement diviser la demande par 365 pour avoir une moyenne, car cela serait assez imprécis. En effet la demande de gaz est assez volatile et varie beaucoup en fonction des saisons. Afin de vérifier que le réseau est bien capable de répondre à la demande maximale, nous allons utiliser la quantité de gaz demandée le jour de l'année de référence durant lequel la demande de gaz était la plus haute. Toujours selon la même source, la quantité utilisée ce jour-là était  $2.027 \cdot 10^6$  GJ. Mais à cela il faut retirer le gaz pauvre. Pour

Province	Demande 10 <sup>6</sup> GJ	Pourcentage
Anvers	96.251	24.99 %
Arlon	1.765	0.46 %
Bruges	31.159	8.09 %
Bruxelles	57.270	14.87 %
Gand	41.797	10.85 %
Hasselt	19.704	5.12 %
Liège	50.617	13.14 %
Mons	54.460	14.14 %
Namur	16.863	4.38 %
Luxembourg	15.264	3.96 %
Total	385.150	100.00 %

TABLE 3.1 – Demande annuelle de gaz en au Luxembourg et en Belgique par province

Province	Demande 10 <sup>6</sup> GJ	Pourcentage
Anvers	32.083	13.15 %
Arlon	1.765	0.72 %
Bruges	31.159	12.77 %
Gand	41.797	17.13 %
Liège	50.617	20.74 %
Mons	54.460	22.32 %
Namur	16.863	6.91 %
Luxembourg	15.264	6.26 %
Total	244.008	100.00 %

TABLE 3.2 – Demande intérieure belge et luxembourgeoise en gaz riche

cela nous allons calculer le pourcentage de gaz riche utilisé sur l'année par rapport à la totalité du gaz consommé. Nous obtenons un pourcentage de 63.37%. Nous allons donc faire l'hypothèse que ce jour-là,  $1.284 \cdot 10^6$  GJ de gaz riche avait été consommé. Pour avoir la quantité de gaz en mètre cube, il faut diviser ce nombre par le pouvoir calorifique du gaz, ici  $0,041855 \text{ GJ/m}^3$ . Nous obtenons alors une consommation de  $30.682 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  pour un jour. Pour calculer le demande par province en Belgique ce jour-là, nous allons utiliser les pourcentages que nous pouvons voir dans le tableau 3.2. Les résultats de ces calculs sont repris dans le tableau 3.3.

En plus de ces demandes, il faut prendre en compte la demande française

Province	Demande $10^6 m^3/\text{jour}$	Pourcentage
Anvers	4.034	13.15 %
Arlon	0.222	0.72 %
Bruges	3.918	12.77 %
Gand	5.256	17.13 %
Liège	6.365	20.74 %
Mons	6.848	22.32 %
Namur	2.120	6.91 %
Luxembourg	1.919	6.26 %
Total	30.682	100.00 %

TABLE 3.3 – Demande maximale de gaz riche en Belgique et au Luxembourg par province

fournie par la Belgique. La Belgique fournit la France en gaz riche à Blaregnies, le gaz sort donc du réseau belge à cet endroit. Toujours selon De Wolf et Smeers [10], la demande en France durant l'année de référence était de  $5.7 \cdot 10^9 m^3$ , ce qui correspond en moyenne à  $15.161 \cdot 10^6 m^3/\text{jour}$ .

Pour la fourniture du gaz riche, le tableau 3.4 reprend les quantités et les prix contractés entre la Belgique et la Norvège ainsi que l'Algérie. Ces informations ont été trouvées dans le rapport annuel de 1990 de Cedigaz (Cornot [4]). La quantité journalière étant simplement la quantité annuelle divisée par 365. Cornot [4] nous donne les prix de la Norvège et de l'Algérie en  $\$/\text{MBTU}$ , respectivement 1.68  $\$/\text{MBTU}$  et 2.28  $\$/\text{MBTU}$ . Cependant nous travaillons ici en  $m^3$ . D'après le site du ministère de l'énergie israélien [www.energy-sea.org.il](http://www.energy-sea.org.il) [16], 1MBTU de gaz naturel équivaut à environ 0.028  $m^3$ . Il faut donc multiplier 1.68 et 2.28 par 35.714 pour avoir le prix en  $\$/m^3$ , les résultats sont donnés dans le tableau 3.4.

Fournisseur	Quantité annuelle $10^9 m^3/\text{an}$	Quantité journalière $10^6 m^3/\text{jour}$	Prix $\$/m^3$
Norvège	2.03	21.178	60.00
Algérie	3.68	10.082	81.43

TABLE 3.4 – Quantités et prix du gaz riche contractés

Bien sûr, ce type de contrat contient des clauses de flexibilité. Malheureusement, il n'y a pas d'information à propos du contrat avec l'Algérie, nous allons donc faire l'hypothèse que la Belgique doit commander entre 85% et 115% de la quantité contractée, les valeurs sont données pour la Norvège. Ces valeurs sont reprises dans le tableau 3.5.

Fournisseur	Quantité journalière $10^6 m^3/\text{jour}$	Minimum $10^6 m^3/\text{jour}$	Maximum $10^6 m^3/\text{jour}$
Norvège	21.178	20.344	22.012
Algérie	10.082	8.870	11.594
Total	31.260	29.214	33.606

TABLE 3.5 – Consommations minimales et maximales par jour

Comme nous pouvons le voir sur la Figure 1.1, le gaz algérien est fourni à Zeebruges tandis que le gaz norvégien est fourni à Voeren. En plus de ces deux points de fourniture, le réseau H contient quatre espaces de stockage, avec chacun une quantité maximale de déstockage par jour, ces capacités sont reprises dans le tableau 3.6.

Espace de stockage	Déstockage maximal par heure $m^3/\text{heure}$	Déstockage maximal par jour $10^6 m^3/\text{jour}$
Anderlues	50 000	1.20
Dudzele	350 000	8.40
Loenhout	200 000	4.80
Péronne	40 000	0.96
Total	290 000	15.36

TABLE 3.6 – Capacités de déstockage

Les tableaux 3.7 et 3.8 résument les données relatives aux nœuds et aux arcs du réseau. Ces tableaux ont été réalisés par De wolf et Smeers [10].

## 3.2 Problème auxiliaire

Le problème développé précédemment est trop compliqué à résoudre pour le programme. En effet, le problème n'est pas convexe, il y a donc plusieurs optimums locaux et le programme ne peut pas trouver l'optimum global. Il est donc nécessaire de trouver un bon point de départ afin que le programme puisse trouver un optimum pertinent. Pour trouver ce point de départ, De Wolf et Smeers [10] nous propose le problème suivant :

nœud	Ville	$\underline{s}_i$ $10^6 m^3$	$\overline{s}_i$ $10^6 m^3$	$\underline{p}_i$ bar	$\overline{p}_i$ bar	$c_i$ \$/m <sup>3</sup>
1	Zeebruges	8.870	11.594	0.0	77.0	81.43
2	Dudzele	0.0	8.4	0.0	77.0	81.43
3	Bruges	$-\infty$	-3.918	30.0	80.0	0.00
4	Zomergem	0.0	0.0	0.0	80.0	0.00
5	Loenhout	0.0	4.8	0.0	77.0	81.43
6	Anvers	$-\infty$	-4.034	30.0	80.0	0.00
7	Gand	$-\infty$	-5.256	30.0	80.0	0.00
8	Voeren	20.344	22.012	50.0	66.2	60.00
9	Berneau	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
10	Liège	$-\infty$	-6.365	30.0	66.2	0.00
11	Warnand	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
12	Namur	$-\infty$	-2.120	30.0	66.2	0.00
13	Anderlues	0.0	1.2	0.0	66.2	60.00
14	Péronne	0.0	0.96	0.0	66.2	60.00
15	Mons	$-\infty$	-6.848	30.0	66.2	0.00
16	Blaregnies	$-\infty$	-15.616	50.0	66.2	0.00
17	Wanze	0.0	0.0	0.0	66.2	0.00
18	Sinsin	0.0	0.0	0.0	63.0	0.00
19	Arlon	$-\infty$	-0.222	30.0	66.2	0.00
20	Pétange	$-\infty$	-1.919	25.0	66.2	0.00

TABLE 3.7 – Description des nœuds

Arc	De	Vers	Diamètre [mm]	Longueur [km]	$C_{ij}^2$	Type d'arc
1	Zeebruges	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
2	Zeebruges	Dudzele	890.0	4.0	9.07027	p
3	Dudzele	Bruges	890.0	6.0	6.04685	p
4	Dudzele	Bruges	890.0	6.0	6.04685	p
5	Bruges	Zomergem	890.0	26.0	1.39543	p
6	Loenhout	Anvers	590.1	43.0	0.100256	p
7	Anvers	Gand	590.1	29.0	0.148655	p
8	Gand	Zomergem	590.1	19.0	0.226895	p
9	Zomergem	Péronne	890.0	55.0	0.659656	p
10	Voeren	Berneau	890.0	5.0	7.25622	a
11	Voeren	Berneau	395.5	5.0	0.108033	a
12	Berneau	Liège	890.0	20.0	1.81405	p
13	Berneau	Liège	395.5	20.0	0.0270084	p
14	Liège	Warnand	890.0	25.0	1.45124	p
15	Liège	Warnand	395.5	25.0	0.0216067	p
16	Warnand	Namur	890.0	42.0	0.863836	p
17	Namur	Anderlues	890.0	40.0	0.907027	p
18	Anderlues	Péronne	890.0	5.0	7.25622	p
19	Péronne	Mons	890.0	10.0	3.62811	p
20	Mons	Blaregnies	890.0	25.0	1.45124	p
21	Warnand	Wanze	395.5	10.5	0.0514445	p
22	Wanze	Sinsin	315.5	26.0	0.00641977	a
23	Sinsin	Arlon	315.5	98.0	0.00170320	p
24	Arlon	Pétange	315.5	6.0	0.0278190	p

TABLE 3.8 – Description des gazoducs du réseau H

$$\begin{aligned}
\min h(f, s) &= \sum_{(i,j) \in A} \frac{|f_{ij}|f_{ij}^2}{3C_{ij}^2} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{j|(i,j) \in A} f_{ij} - \sum_{j|(j,i) \in A} f_{ji} = s_i \quad \forall i \in N \\
& \underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i \quad \forall i \in N
\end{aligned} \tag{3.1}$$

On voit dans ce problème les variables de flux ( $f_{ij}$ ), et les variables de fourniture ( $s_i$ ). De Wolf [5] a démontré que la fonction objective de ce problème est en fait l'interprétation physique de l'énergie mécanique dissipée par unité de temps dans les gazoducs. Il est donc pertinent de considérer que la solution de ce problème est un bon point de départ pour le problème principal.

Le problème auxiliaire est bien convexe et a donc une seule solution optimale. De plus, la première contrainte du problème nous assure que la valeur des variables de fourniture est aussi unique.

De Wolf et Smeers [10] ont aussi démontré que la solution de ce problème auxiliaire satisfait les relations non-linéaires entre le flux et les pressions du problème principal si on utilise les variables duales de la contrainte de conservation de la matière. Soit  $\lambda_i$  la variable duale associée à la contrainte de conservation de la matière au nœud  $i$ , les conditions de Kuhn-Tucker satisfaites à l'optimum peuvent être écrites telles que (voir Bertsekas [3]) :

$$\text{sign}(f_{ij}) \frac{f_{ij}^2}{C_{ij}^2} = \lambda_i - \lambda_j \quad \forall (i, j) \in A$$

On peut alors remarquer que si nous posons  $\lambda_i = p_i^2$ , nous obtenons la relation non linéaire flux-pression (équation (2.1)). Cependant,  $\lambda_i$  peut être négatif, on ne peut donc pas poser  $\lambda_i = p_i^2$ , pour contrer ce problème, nous pouvons poser :

$$\underline{\lambda} = \min\{\lambda_i\} \tag{3.2}$$

Ensuite nous posons :

$$p_i^2 = \lambda_i - \underline{\lambda} \tag{3.3}$$

### 3.3 Résultats

#### 3.3.1 Problème auxiliaire

Premièrement, il faut résoudre le problème auxiliaire. Celui-ci nous donnera la direction des flux de gaz dans les gazoducs que nous pourrons alors fixer dans le problème principal. Il nous donnera aussi les pressions initiales à chaque nœud au travers des variables duales de la contrainte de conservation de la matière.

Les résultats de ce problème ne sont qu'un point de départ, nous n'allons donc pas nous attarder sur ces derniers. Toutefois, il est intéressant de voir dans quel sens se dirigera le gaz dans les gazoducs. Le sens de circulation dans chaque gazoduc est indiqué par une flèche verte sur le diagramme repris sur la Figure 3.2.

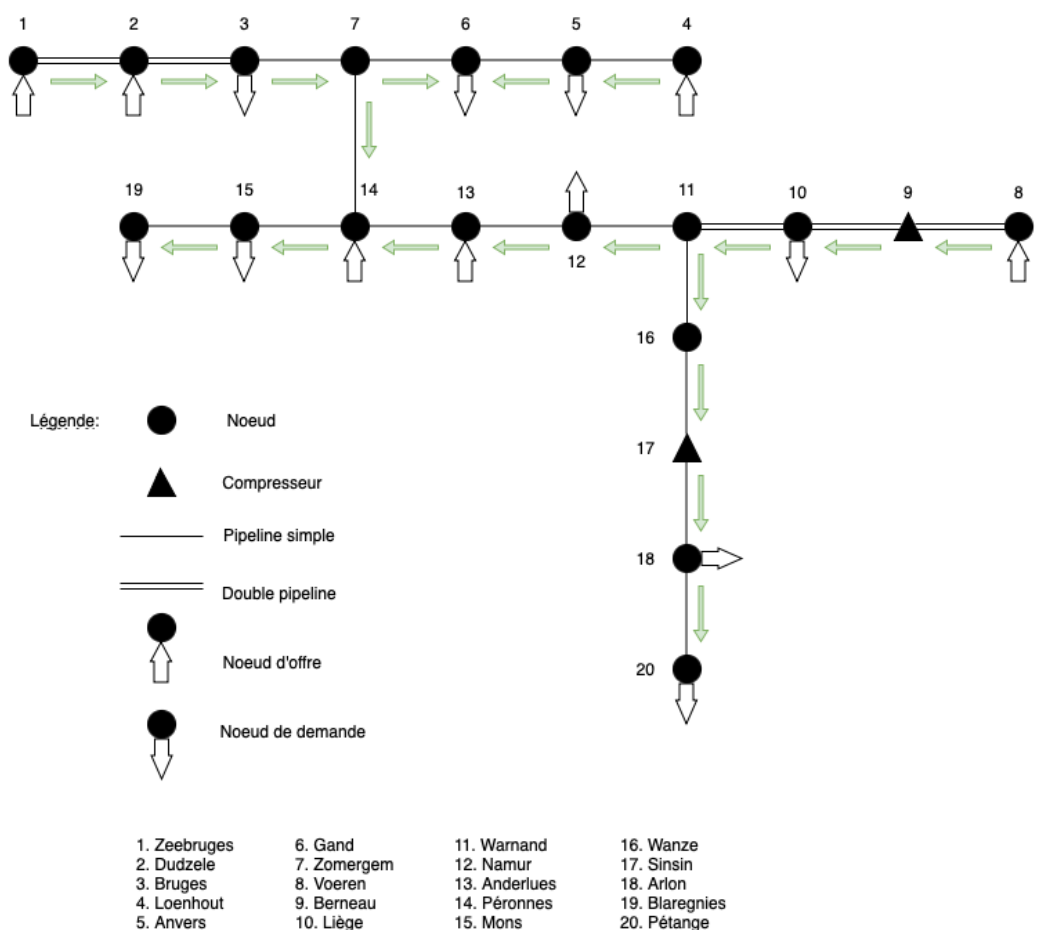


FIGURE 3.2 – Directions optimales des flux de gaz dans le réseau H

### 3.3.2 Problème principal

Les directions des flux et les pressions initiales étant fixées, le programme est désormais capable de nous donner la solution optimale du problème. La table 3.9 nous donne les flux optimaux dans les gazoducs entre les différents nœuds tandis que le tableau 3.10 nous donne les pressions et les différentes quantités fournies ou délivrées dans le réseau. La valeur optimale (minimale) des coûts d'achats de gaz riche est 3252.0404\$.

Arc	De	Vers	Flux $10^6 m^3$	Type d'arc
1	Zeebruges	Dudzele	8.9260	p
2	Dudzele	Bruges	17.3260	p
3	Bruges	Zomergem	13.4080	p
4	Loenhout	Anvers	4.8000	p
5	Anvers	Gand	0.7660	p
6	Zomergem	Gand	4.4900	p
7	Zomergem	Péronne	8.9180	p
8	Voeren	Berneau	22.0120	a
9	Berneau	Liège	22.0120	p
10	Liège	Warnand	15.6470	p
11	Warnand	Namur	13.5060	p
12	Namur	Anderlues	11.3860	p
13	Anderlues	Péronne	12.5860	p
14	Péronne	Mons	22.4640	p
15	Mons	Blaregnies	15.6160	p
16	Warnand	Wanze	2.1410	p
17	Wanze	Sinsin	2.1410	a
18	Sinsin	Arlon	2.1410	p
19	Arlon	Pétange	1.9190	p

TABLE 3.9 – Flux optimaux dans le réseau H

### 3.3.3 Analyse des résultats

Pour commencer, analysons les quantités ajoutées dans le réseau aux nœuds d'offre. Nous pouvons déjà remarquer qu'à l'exception de Zeebruges,

nœud	Ville	Fourniture/livraison $10^6 m^3$	Pression bar
1	Zeebruges	8.9260	62.2209
2	Dudzele	8.4000	62.2032
3	Bruges	/	62.1034
4	Zomergem	/	61.0573
5	Loenhout	4.8000	62.2327
6	Anvers	/	60.3580
7	Gand	/	60.3253
8	Voeren	22.0120	66.2000
9	Berneau	/	65.7991
10	Liège	/	64.1667
11	Warnand	/	63.1138
12	Namur	/	61.4182
13	Anderlues	1.2000	60.2434
14	Péronne	0.9600	60.0619
15	Mons	/	58.8926
16	Blaregnies	/	57.4483
17	Wanze	/	62.4040
18	Sinsin	/	59.9277
19	Arlon	/	30.0000
20	Pétange	/	27.7060

TABLE 3.10 – Pressions et quantités fournies/délivrées optimales dans le réseau H

tous les nœuds d'offre fournissent la quantité maximale de gaz au réseau. Il est assez logique que ce soit Zeebruges et non Voeren, Anderlues ou Péronne qui ne fournissent pas le maximum. En effet, Zeebruges fait partie des trois sites où le gaz est plus cher. De plus, Zeebruges est situé à une extrémité du réseau, il est donc pertinent que les nœuds d'offre situés plus proches des nœuds de demande fournissent le gaz, afin d'éviter un maximum de pertes de pression dues aux frottements.

Ensuite, pour ce qui est des pressions aux nœuds, celles-ci sont pertinentes et diminuent d'un nœud à l'autre dans le sens du flux. Les pressions sont assez élevées, ce qui est probablement dû au fait que le coût de compression du gaz n'est pas repris dans la fonction objective du problème principal. La pression à la sortie des deux compresseurs n'est pas la pression maximale possible, ce

qui signifie que le réseau actuel pourrait répondre à une demande plus élevée.

Finalement, en analysant les résultats renvoyés par le programme d'optimisation (ici GAMS), il a été remarqué que le résultat de l'optimisation de la fonction objective est bien le même que celui que De Wolf et Smeers [10] nous indiquent. Toutefois, les variables de flux, de fourniture et de pression ne sont pas identiques. En effet, la solution de De Wolf et Smeers [10] nous indique que l'espace de stockage de Loenhout ne décharge pas la quantité maximale de gaz, la différence est fournie à Zeebruges. Cela reste tout à fait pertinent car le prix du gaz à Loenhout est le même qu'à Zeebruges. Une autre différence par rapport à l'article est le sens du flux entre Anvers et Gand, en effet dans notre cas le gaz se dirige d'Anvers à Gand tandis que dans l'article, il se dirige dans le sens inverse. Au niveau des pressions, celles-ci sont toutes différentes. Malgré les différences avec l'article, nos résultats restent pertinents. En effet, le résultat de la fonction objective est le même dans les deux cas, cela prouve juste qu'il y a bien plusieurs solutions possibles à ce problème.

# Chapitre 4

## Simulation de l'arrêt de la fourniture du gaz des Pays-Bas

### 4.1 Explication de la nouvelle situation

Comme il a déjà été expliqué précédemment dans ce mémoire, les Pays-Bas ont décidé de ne plus fournir la Belgique en gaz pauvre au vu de l'ameinement de la source et du danger que l'extraction représente. Le gaz hollandais permettait de répondre à la demande de Hasselt, de Bruxelles et aux deux tiers de la demande d'Anvers. La Belgique a donc décidé d'inclure le réseau L dans le réseau H et d'y transporter du gaz riche. Ce changement prend du temps à effectuer, celui-ci a commencé en 2019 et le changement complet devrait être terminé pour 2030 (Comparateur-Energie.be [2]).

Les sources principales de gaz riche se trouvent à Zeebruges et à Voeren, nous pouvons voir à travers la carte de la Figure 1.1 que ces nœuds sont assez éloignés de Bruxelles et d'Hasselt, il est donc nécessaire de vérifier si le réseau est capable de répondre à la demande totale tout en respectant les différentes contraintes. Nous allons donc au travers de cette section vérifier que le réseau est bien capable de supporter toute la demande belge de gaz en ajoutant les nœuds et les arcs additionnels à notre précédent modèle.

### 4.2 Données du réseau L

Le plan étant de garder l'infrastructure du réseau L en l'incluant dans le réseau H, les dimensions et les propriétés des gazoducs sont déjà connues. D'après [www.gas.be](http://www.gas.be) [13], les différents gazoducs du réseau L ont un diamètre intérieur de 890 mm pour un diamètre total de 900 mm. Le gaz peut être transporté à une pression maximale de 67 bar. Nous allons considérer que,

comme pour la plupart des nœuds de demande du réseau H, la pression minimale aux nœuds de demande (Bruxelles et Hasselt) est 30 bar.

Le réseau L ajoute cinq nœuds au modèle initial : Poppel, Weedle, Hasselt, Winksele et Bruxelles. Les nœuds de demande sont donc Bruxelles et Hasselt, et les deux compresseurs du réseau L sont placés à Weedle (en provenance de Poppel) et à Winksele (en provenance de Weedle). Le tableau 4.1 reprend les différents arcs du réseau, les diamètres, les longueurs, les coefficients  $C_{ij}^2$  ainsi que le type d'arc. Ces informations ont été récupérées sur le site [www.gas.be](http://www.gas.be) [13]. Les coefficients ont été calculés grâce à la formule (2.10) utilisée précédemment. On peut voir dans tableau que le réseau L comprend aussi un gazoduc qui se dirige de Mons à Blaregnies. Nous n'allons donc pas considérer cet arc comme un arc supplémentaire mais nous allons considérer l'arc qui existe déjà de Mons à Blargenies comme un double gazoduc, il nous suffira donc d'utiliser la formule  $C_{ij}^2 = (C_{ij}^a + C_{ij}^b)^2$  pour calculer le bon coefficient  $C_{ij}^2$ .

Pour ce qui est de la demande supplémentaire due à l'inclusion du réseau L, nous allons réutiliser les données du tableau 3.1 utilisées précédemment. Nous multiplions le pourcentage que chaque province représente par rapport à la demande annuelle totale par la demande totale du jour de référence ( $2.027 \cdot 10^6$  GJ soit  $48.431 \cdot 10^6 m^3$ ). Nous obtenons donc le tableau 4.2. La demande en France reste la même ( $15.616 \cdot 10^6 m^3$ ).

Arc	De	Vers	Diamètre [mm]	Longueur [km]	$C_{ij}^2$	Type d'arc
25	Poppel	Weedle	890.0	5	7,256219958	a
26	Poppel	Weedle	890.0	5	7,256219958	a
27	Weedle	Anvers	890.0	46	0,788719561	p
28	Weedle	Anvers	890.0	46	0,788719561	p
29	Weedle	Hasselt	890.0	58	0,625536203	p
30	Weedle	Winksele	890.0	62	0,585179029	a
31	Weedle	Winksele	890.0	62	0,585179029	p
32	Winksele	Bruxelles	890	21	1,727671418	p
33	Winksele	Bruxelles	890	21	1,727671418	p
34	Bruxelles	Mons	890.0	69	0,52581304	p
35	Bruxelles	Mons	890.0	69	0,52581304	p
36	Mons	Blaregnies	890	25	1,451243992	p

TABLE 4.1 – Description des gazoducs du réseau L

Province	Demande 10 <sup>6</sup> GJ	Pourcentage
Anvers	12.102	24.99 %
Arlon	0.222	0.46 %
Bruges	3.918	8.09 %
Bruxelles	7.201	14.87 %
Gand	5.256	10.85 %
Hasselt	2.480	5.12 %
Liège	6.365	13.14 %
Mons	6.848	14.14 %
Namur	2.120	4.38 %
Luxembourg	1.919	3.96 %
Total	48.431	100.00 %

TABLE 4.2 – Demande annuelle de gaz en au Luxembourg et en Belgique par province

Pour optimiser le réseau H+L, nous pouvons utiliser le même modèle que pour le réseau H. En effet, la fonction objective et les contraintes sont les mêmes, il suffit simplement d’ajouter les nœuds, les arcs et les données relatives à ceux-ci. Le modèle précédent était capable de répondre à la demande totale du réseau H. Afin de s’assurer que le modèle que nous allons utiliser maintenant est capable de répondre à la demande totale, il faut donc ajouter la demande du réseau L à un point de fourniture, soit à Zeebruges, soit à Voeren. On imagine donc que la Belgique devrait soit renégocier ses contrats avec l’Algérie ou avec la Norvège (ou encore changer de fournisseurs). L’objectif étant de minimiser les coûts d’achat du gaz, nous allons commencer par ajouter la quantité supplémentaire à Voeren car le gaz norvégien est le moins cher. Le diagramme de réseau présent sur la Figure 4.1 montre le nouveau réseau H+L.

### 4.3 Problème d’infaisabilité

Nous pouvons donc désormais lancer le modèle avec les nouvelles données. Lorsqu’on fait tourner le programme, il nous renvoie un message d’infaisabilité. Lorsque l’on analyse ce problème, on se rend compte que le problème se contredit. En effet, le problème auxiliaire (qui ne différencie pas les arcs actifs et passifs) nous indique que le gaz doit se diriger de Winksele vers Weedle, cela est donc fixé pour le problème principal. Toutefois, dans le problème principal, l’arc de Weedle à Winksele est un arc actif, ce qui signifie que son sens est fixé. On a donc un problème de contradiction. Pour régler ce souci,

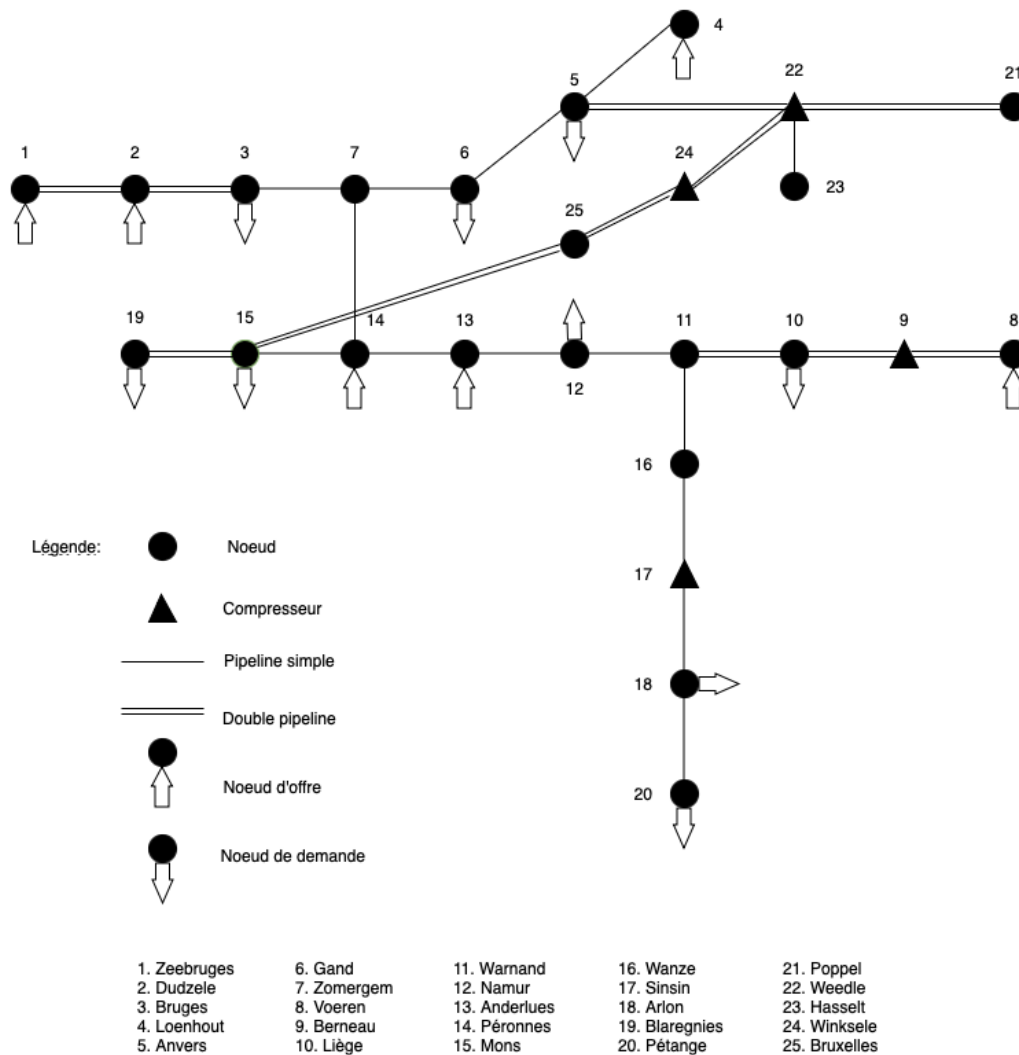


FIGURE 4.1 – Diagramme du réseau H+L

nous avons décidé de considérer cet arc comme un arc passif, et de ne pas utiliser le compresseur car celui-ci n'a pas d'utilité dans le réseau.

Après avoir posé cela, le programme nous indique de nouveau que le problème est infaisable. Nous faisons alors l'hypothèse que le réseau dans cet état n'est pas capable de transporter autant de gaz au départ de Voeren. En effet, dans le problème précédent, le gazoduc de Voeren à Berneau transportait  $22.012 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  de gaz par jour et avec la demande supplémentaire, il doit transporter au minimum  $38.093 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ . Deux solutions peuvent être imaginées pour résoudre ce problème, soit nous pouvons doubler certains gazoducs, soit nous pouvons ajouter un compresseur dans le réseau. Nous

avons décidé d'écartier la première solution car c'est déjà un double gazoduc qui relie Voeren à Berneau et Berneau à Liège. Nous allons donc tester d'ajouter un compresseur dans le réseau.

Warnand semble être un endroit intéressant pour placer un compresseur étant donné qu'il délivre 2 nœuds différents, la pression a donc probablement besoin d'être élevée à cet endroit. En retirant l'arc Liège-Warnand de l'ensemble des arcs passifs et en l'ajoutant à celui des arcs actifs, nous pouvons vérifier si ajouter un compresseur à Warnand suffirait pour répondre à toute la demande belge de gaz. Malheureusement, en faisant cela le programme nous renvoie toujours une infaisabilité. En y réfléchissant, on peut imaginer que cela est dû au fait que le gaz provenant de Voeren va servir à répondre à des demandes de nœuds très éloignés. Un compresseur placé à Warnand est donc peut-être trop éloigné des différents nœuds de demande. Il est donc intéressant d'essayer de placer un compresseur à Namur ou plus loin et non à Warnand. En plaçant un compresseur à Namur, le programme est capable de nous envoyer une solution optimale. Le problème était donc bien dû à un souci de capacité du réseau à transporter le gaz. Si la Belgique décide de subvenir à la demande supplémentaire due à l'inclusion du réseau L en augmentant les quantités contractées avec la Norvège, il faudra donc ajouter un compresseur supplémentaire dans le réseau.

Placer un compresseur dans le réseau doit avoir un coût très élevé, il serait donc intéressant de vérifier que le réseau H+L ne serait pas capable de transporter le gaz pour répondre à toute la demande sans placer de compresseur si on augmente les quantités fournies à Zeebruges et non à Voeren. En faisant cela, le programme est capable de nous envoyer une solution optimale sans placer de nouveau compresseur dans le réseau.

Il serait donc intéressant de vérifier si le coût d'installation et d'utilisation d'un compresseur serait plus cher que le coût supplémentaire du gaz algérien par rapport au gaz norvégien. Le coût total du gaz dans le premier cas est égal à 4316.9802\$/jour tandis que dans le deuxième cas il est égal à 4697.3413\$/jour. On a donc une différence de 380.3611\$/jour et donc 138,831.8015\$/an. Ce coût supplémentaire est donc assez conséquent, il faudrait donc pouvoir le comparer aux prix d'achat, d'installation et d'utilisation d'un compresseur. Malheureusement, il n'a pas été possible de récolter ces informations pour ce travail.

Il est important de prendre en compte le fait que les données utilisées ici ne sont malheureusement pas à jour. Il ne nous a pas été possible de récolter plus d'informations sur les nouveaux contrats et sur la demande actuelle de la Belgique. Depuis lors, la Belgique n'a plus de contrat avec l'Algérie mais a un contrat avec le Qatar. Ce gaz étant livré de la même manière que pour l'Algérie, c'est-à-dire par méthanier avec une température de  $-163^{\circ}\text{C}$

(d'après [www.gas.be](http://www.gas.be) [14]), il est forcément plus cher que le gaz livré par gazoducs depuis la Norvège. De plus, un autre système très important a été mis en place récemment, un réseau de gazoducs sous-marin a été placé entre la Norvège et l'Europe et celui-ci a une connexion à Zeebruges (toujours d'après [www.gas.be](http://www.gas.be) [14]). Le gaz norvégien ne parvient donc pas en Belgique uniquement via Voeren comme cela a été considéré dans ce mémoire mais également par Zeebruges. Toutefois, si la Belgique a récemment signé un nouveau contrat avec le Qatar qui offre du gaz plus cher et dont le transport est beaucoup moins écologique, c'est que le gaz norvégien ne parvient pas à satisfaire la demande belge. N'ayant aucune information sur la quantité maximale de gaz norvégien que la Belgique peut obtenir soit par Voeren, soit par Zeebruges, nous avons préféré utiliser les données plus anciennes mais correctes plutôt que d'approximer des valeurs peut-être totalement erronées. Si des personnes ayant les données actualisées du réseau belge souhaitent effectuer un travail d'optimisation sur ce réseau, il suffira simplement de changer les données du problème mais les différents modèles utilisés dans ce mémoire resteront applicables au réseau.

## 4.4 Analyse des résultats

### 4.4.1 Solution 1 : ajout d'un compresseur dans le réseau

Si on décide de commander plus de gaz à la Norvège, il faut donc placer un compresseur dans le réseau à Namur. Le tableau 4.3 reprend les flux optimaux et le tableau 4.4 reprend les variables de fourniture et les pressions optimales.

### 4.4.2 Solution 2 : fourniture supplémentaire à Zeebruges

Dans ce cas-ci, aucun compresseur ne doit être ajouté et la Belgique doit renégocier son contrat avec l'Algérie ou changer de fournisseur. Comme nous avons pu le voir à la fin de la section précédente, la Belgique a opté pour le second choix. Elle n'a plus négocié avec l'Algérie mais avec le Qatar et une connexion par gazoduc a été faite entre la Norvège et Zeebruges afin d'avoir la possibilité de livrer le gaz norvégien en Belgique par Zeebruges et par Voeren. Cependant, les solutions présentées dans les tableaux 4.5 et 4.6 ont été calculées avec les données du contrat avec l'Algérie.

Arc	De	Vers	Flux $10^6 m^3$	Type d'arc
1	Zeebruges	Dudzele	9.4816	p
2	Dudzele	Bruges	17.4371	p
3	Bruges	Zomergem	13.5191	p
4	Loenhout	Anvers	4.6889	p
5	Anvers	Gand	-3.9783	p
6	Zomergem	Gand	9.2343	p
7	Zomergem	Péronne	4.2848	p
8	Voeren	Berneau	39.761	a
9	Berneau	Liège	39.761	p
10	Liège	Warnand	33.396	p
11	Warnand	Namur	31.255	p
12	Namur	Anderlues	29.135	p
13	Anderlues	Péronne	30.335	p
14	Péronne	Mons	35.5798	p
15	Mons	Blaregnies	15.616	p
16	Warnand	Wanze	2.141	p
17	Wanze	Sinsin	2.1410	a
18	Sinsin	Arlon	2.1410	p
19	Arlon	Pétange	1.9190	p
20	Poppel	Weedle	0	a
21	Weedle	Anvers	3.4348	p
22	Weedle	Hasselt	2.48	p
23	Weedle	Winksele	-5.9148	p
24	Winksele	Bruxelles	-5.9148	p
25	Bruxelles	Mons	-13.1158	p

TABLE 4.3 – Flux optimaux dans le réseau H+L avec la solution 1

nœud	Ville	Fourniture/livraison $10^6 m^3$	Pression bar
1	Zeebruges	9.4816	55.3605
2	Dudzele	7.9556	55.3381
3	Bruges	-3.918	55.2244
4	Zomergem	/	54.0256
5	Loenhout	4.6889	51.5341
6	Anvers	-12.102	49.3606
7	Gand	-5.256	50.4276
8	Voeren	39.761	66.2000
9	Berneau	/	66.2000
10	Liège	-6.365	60.7469
11	Warnand	/	55.4954
12	Namur	-2.12	62.8777
13	Anderlues	1.2000	54.9340
14	Péronne	0.9600	53.7674
15	Mons	-6.848	50.4183
16	Blaregnies	-15.616	50.0000
17	Wanze	/	54.6867
18	Sinsin	/	59.9277
19	Arlon	-0.222	30.0000
20	Pétange	-1.919	27.7060
21	Poppel	/	49.3985
22	Weedle	/	49.3985
23	Hasselt	-2.48	49.2989
24	Winksele	/	49.5495
25	Bruxelles	-7.2010	49.6006

TABLE 4.4 – Pressions et quantités fournies/délivrées optimales dans le réseau H+L avec la solution 1

Arc	De	Vers	Flux $10^6 m^3$	Type d'arc
1	Zeebruges	Dudzele	26.6750	p
2	Dudzele	Bruges	35.0750	p
3	Bruges	Zomergem	31.1570	p
4	Loenhout	Anvers	4.8000	p
5	Anvers	Gand	-6.6238	p
6	Zomergem	Gand	11.8798	p
7	Zomergem	Péronne	19.2772	p
8	Voeren	Berneau	22.0120	a
9	Berneau	Liège	22.0120	p
10	Liège	Warnand	15.6470	p
11	Warnand	Namur	13.5060	p
12	Namur	Anderlues	11.3860	p
13	Anderlues	Péronne	12.5860	p
14	Péronne	Mons	32.8232	p
15	Mons	Blaregnies	15.616	p
16	Warnand	Wanze	2.141	p
17	Wanze	Sinsin	2.1410	a
18	Sinsin	Arlon	2.1410	p
19	Arlon	Pétange	1.9190	p
20	Poppel	Weedle	0	a
21	Weedle	Anvers	0.6782	p
22	Weedle	Hasselt	2.4800	p
23	Weedle	Winksele	-3.1582	p
24	Winksele	Bruxelles	-3.1582	p
25	Bruxelles	Mons	-10.3592	p

TABLE 4.5 – Flux optimaux dans le réseau H+L avec la solution 2

nœud	Ville	Fourniture/livraison $10^6 m^3$	Pression bar
1	Zeebruges	26.6750	70.2630
2	Dudzele	8.4000	70.1233
3	Bruges	-3.9180	69.7597
4	Zomergem	/	64.5813
5	Loenhout	4.8000	59.0203
6	Anvers	-12.102	57.0402
7	Gand	-5.2560	59.5713
8	Voeren	22.0120	66.2000
9	Berneau	/	65.7989
10	Liège	-6.3650	64.1665
11	Warnand	/	63.1136
12	Namur	-2.1200	61.4180
13	Anderlues	1.2000	60.2431
14	Péronne	0.9600	60.0617
15	Mons	-6.848	57.5366
16	Blaregnies	-15.6160	57.1704
17	Wanze	/	62.4037
18	Sinsin	/	59.9277
19	Arlon	-0.2220	30.0000
20	Pétange	-1.9190	27.7060
21	Poppel	/	57.0415
22	Weedle	/	57.0415
23	Hasselt	-2.48	56.9552
24	Winksele	/	57.0788
25	Bruxelles	-7.2010	57.0915

TABLE 4.6 – Pressions et quantités fournies/délivrées optimales dans le réseau H+L avec la solution 2

# Chapitre 5

## Changement d'objectif : fonction de transport

Comme il a été expliqué précédemment dans ce mémoire, la fonction de transport et la fonction commerciale (achat et vente) du gaz en Belgique sont gérées séparément. Fluxys ne s'occupe que du transport tandis que d'autres entreprises s'occupent de l'achat et de la vente du gaz. Nous allons nous mettre ici à la place de Fluxys et analyser les coûts de transport du gaz afin de minimiser ceux-ci sans prendre en compte le coût d'achat du gaz. En réalité, le coût principal de transport du gaz est le coût des compresseurs, le coût de leur installation et de leur utilisation.

### 5.1 Formulation du problème

Le problème auxiliaire ne change pas. En effet celui-ci minimise l'énergie mécanique dissipée par unité de temps dans les gazoducs. Il est donc pertinent de garder ce problème afin de trouver un point de départ pour le problème principal. Il y a tout de même un grand changement par rapport au modèle précédent. En effet, dans le modèle (5.4), nous avons considéré que les arcs actifs n'étaient "qu'un compresseur", la pression du gaz circulant à l'intérieur de ces gazoducs ne diminuait pas forcément lors du transport du nœud  $i$  au nœud  $j$ . Cela n'avait pas d'impact sur le problème car nous ne considérons que les coûts d'achat du gaz sans prendre en compte le coût d'utilisation des compresseurs. Les arcs actifs pouvaient donc augmenter la pression à la sortie de l'arc au maximum sans que cela n'ait d'autre impact. Dans le cas que présent, il est très important de prendre en compte le fait que la pression diminue aussi lors de l'écoulement du gaz dans le gazoduc du nœud  $i$  au nœud  $j$  si un compresseur est placé en  $j$ . Pour prendre cela en compte,

les nœuds auxquels on retrouve un compresseur vont être dédoublés. Nous avons donc un nœud d'entrée dans le compresseur et un nœud de sortie. Le gazoduc reliant le nœud précédent le compresseur à celui-ci sera donc relié au nœud d'entrée du compresseur, tandis que le nœud suivant le compresseur sera relié au nœud de sortie de celui-ci. Ces deux arcs deviendront des arcs passifs tandis que l'arc actif sera l'arc reliant le nœud d'entrée au nœud de sortie.

### 5.1.1 Contraintes

Tout d'abord, il est nécessaire de conserver les différentes contraintes du problème (5.4). Seule une contrainte ne sera plus utilisée au vu de la nouvelle manière de considérer un arc actif, c'est la contrainte (2.3) qui représentait la contrainte d'écoulement du gaz dans un gazoduc avec un compresseur. Celle-ci n'a plus de raison d'être étant donné qu'un arc actif n'est désormais qu'un compresseur et plus un gazoduc. Les contraintes (2.4) et (2.5) restent pertinentes car la première impose le sens du flux dans le compresseur et la seconde permet au compresseur de remonter au maximum la pression jusqu'à la pression maximale admise. Toutes les autres contraintes seront reprises dans la section suivante avec l'entièreté du problème.

- **Formule de la puissance utilisée par le compresseur pour remonter la pression :**

Cette première contrainte est en fait la formule qui va calculer la puissance utilisée par le compresseur pour remonter la pression de  $p_i$  à  $p_j$ . Cette formule a déjà été présentée dans le premier chapitre de ce mémoire, c'est la formule (2.2) que voici :

$$W_{ij} = \gamma_1 f_{ij} \left( \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^{\gamma_2} - 1 \right) \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (5.1)$$

où :

$W_{ij}$  est la puissance utilisée par le compresseur ;

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des constantes spécifiques au compresseur.

- **Puissance du compresseur :**

Chaque compresseur a une puissance maximale qu'il ne peut pas dépasser, il faut donc empêcher  $W_{ij}$  de dépasser cette puissance maximale. De plus, l'objectif étant de minimiser les coûts d'utilisation des compresseurs, il faut imposer une puissance positive pour ne pas que le

compresseur devienne un détendeur, ce qui donnerait un coût négatif. On a donc :

$$0 \leq W_{ij} \leq P_{ij} \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (5.2)$$

où  $P_{ij}$  est la puissance maximale du compresseur.

- **Augmentation de la pression :**

Chaque compresseur a un ratio maximal d'augmentation de la pression. Comme pour la contrainte précédente, le compresseur ne peut pas devenir un détendeur, il faut donc un ratio plus grand ou égal à 1. Nous avons donc :

$$1 \leq \frac{p_j}{p_i} \leq \gamma_3 \quad \forall (i, j) \in A_a \quad (5.3)$$

où  $\gamma_3$  est le ratio maximal d'augmentation de la pression.

### 5.1.2 Problème principal

L'objectif dans cette partie étant de minimiser les coûts d'utilisation des compresseurs du réseau, la fonction objective et les contraintes sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \min Z = & \alpha \sum_{ij \in A_a} \frac{W_{ij}}{0.9\eta_{therm}} \\ \text{s.t.} \quad & \text{sign}(f_{ij})f_{ij}^2 = C_{ij}^2(p_i^2 - p_j^2) \quad \forall (i, j) \in A_p \\ & f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & p_j^2 \leq \bar{p}_j^2 \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & W_{ij} = \gamma_1 f_{ij} \left( \left( \frac{p_i}{p_j} \right)^{\gamma_2} - 1 \right) \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & 0 \leq W_{ij} \leq P_{ij} \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & 1 \leq \frac{p_i}{p_j} \leq \gamma_3 \quad \forall (i, j) \in A_a \\ & \sum_{j \in A(i,j)} f_{ij} = \sum_{j \in A(j,i)} f_{ji} + s_i \quad \forall i \in N \\ & \underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i \quad \forall i \in N \\ & \underline{p}_i \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad \forall i \in N \end{aligned} \quad (5.4)$$

où :

$\alpha$  est le prix d'un kilowatt d'électricité ;

$\eta_{therm}$  est l'efficacité thermique du compresseur.

## 5.2 Données du problème

Les données utilisées pour ce problème seront les mêmes que celles utilisées dans la section 3.1. Nous allons aussi analyser les deux solutions proposées dans cette même section à savoir, soit contracter plus de gaz algérien par Zeebruges, soit contracter plus de gaz norvégien par Voeren et donc ajouter un compresseur. La modification de la considération des arcs actifs dans le problème ne changera pas vraiment les données du problème. Seuls les nœuds où se trouve un compresseur seront dédoublés. Les pressions minimales et maximales relatives aux nœuds dédoublés resteront les mêmes que celles du nœud précédent. Pour ce qui est du coefficient  $C_{ij}^2$ , le problème auxiliaire a besoin que chaque arc ait un coefficient non nul car ce dernier se trouve au dénominateur de la fonction objective. Le coefficient attribué aux arcs actifs sera le même que l'arc précédent. Cela n'aura aucun impact sur la solution.

Au niveau des paramètres présents dans la fonction objective et dans les nouvelles contraintes du problème, nous avons :

- $\alpha = 0.01519$  €/kW. Selon L'Echo [1], le prix d'un kilowatt heure d'électricité en Wallonie est 0.3646 €. Comme la source nous donne le coût du kilowatt heure, il faut diviser celui-ci par 24 pour obtenir le prix d'un kilowatt, qui est donc de 0.01519 €.
- $\eta_{therm} = 0.8$ . D'après Milan N. Šarevski et Vasko N. Šarevski [18], l'efficacité thermique d'un compresseur de gaz varie entre 65% et 100%. Nous avons donc décidé d'utiliser une efficacité thermique de 80%.
- $\gamma_1 = 0.167$ . Cette information nous vient du travail de Bakhouya et De Wolf [7] qui ont tiré cette information de "Gaz de France".
- $\gamma_2 = 0.236$ . La valeur de ce paramètre provient de la même source que  $\gamma_1$ .
- $\gamma_3 = 1.4$ . La valeur de ce ratio est aussi tirée du travail de Bakhouya et De Wolf [7].
- $P_{ij} = 30,000$  kW. Toujours d'après la même source, la puissance maximale des compresseurs du réseau est de 30,000 kW.

## 5.3 Analyse des résultats

### 5.3.1 Solution 1 : ajout d'un compresseur dans le réseau

Pour rappel, cette solution consistait à augmenter la quantité contractée avec la Norvège livrée à Voeren. Dans ce cas, il fallait donc ajouter un compresseur à Namur afin que le gaz soit livré à chaque nœud de demande à la pression minimale. Cependant, en faisant tourner le programme dans cette situation, il nous renvoyait une erreur d'infaisabilité pour les arcs Berneau-Liège et Péronne-Mons. Nous avons donc ajouté un compresseur à Liège et un à Mons. Malgré cela, le problème nous renvoyait toujours une infaisabilité pour l'arc Berneau-Liège. **Le compresseur placé à Liège nécessite une plus grande puissance, après plusieurs tests, nous avons remarqué que celui-ci nécessite une puissance minimale de 100,000 kW pour que le problème soit réalisable.**

Nous pouvons donc mettre de côté cette solution qui semble peu intéressante financièrement.

### 5.3.2 Solution 2 : fourniture supplémentaire à Zeebruges

Dans ce cas-ci, le problème nous renvoie tout de suite une solution optimale. Le compresseur de Berneau n'est pas utilisé mais le compresseur de Sinsin fonctionne avec une puissance de 4099.8015 kW. Ce qui nous donne un coût total de 55.3563 €/jour. Les flux optimaux sont présents dans le tableau 5.1 et les valeurs optimales des variables de fourniture et des pressions sont présentées dans le tableau 5.2.

En analysant le tableau 5.2, on se rend compte qu'à Liège, on sort plus de gaz du réseau que la demande de Liège, ce qui n'a pas réellement de sens. En analysant les données de plus près, on voit que la quantité minimale de gaz est injectée à Voeren, ce qui signifie que l'on ne peut pas injecter moins de gaz. Cependant, plus le flux de gaz dans les gazoducs est élevé, plus la différence de pression entre les nœuds de départ et d'arrivée est grande. Comme Liège se trouve avant le compresseur de Sinsin dans le réseau, décharger plus de gaz à Liège permet de limiter la différence de pression entre les nœuds qui précède le compresseur, et donc la pression est plus haute à l'entrée du compresseur et on doit utiliser moins de puissance pour la remonter au niveau nécessaire. Le coût d'achat du gaz n'étant pas pris en compte dans ce modèle, ça ne coûte rien de décharger plus de gaz à Liège et d'acheter une plus grande quantité de gaz à Zeebruges, car celui-ci n'aura pas d'impact sur la pression

Arc	De	Vers	Flux $10^6 m^3$	Type d'arc
1	Zeebruges	Dudzele	29.3430	p
2	Dudzele	Bruges	37.7430	p
3	Bruges	Zomergem	33.8250	p
4	Loenhout	Anvers	4.8000	p
5	Anvers	Gand	-7.1855	p
6	Zomergem	Gand	12.4415	p
7	Zomergem	Péronne	21.3835	p
8	Voeren	Berneau-IN	20.3440	p
9	Berneau-IN	Berneau-OUT	20.3440	a
10	Berneau-OUT	Liège	20.3440	p
11	Liège	Warnand	12.9790	p
12	Warnand	Namur	10.8380	p
13	Namur	Anderlues	8.7180	p
14	Anderlues	Péronne	9.9180	p
15	Péronne	Mons	32.2615	p
16	Mons	Blaregnies	15.6160	p
17	Warnand	Wanze	2.1410	p
18	Wanze	Sinsin-IN	2.1410	p
19	Sinsin-IN	Sinsin-OUT	2.1410	a
20	Sinsin-OUT	Arlon	2.1410	p
21	Arlon	Pétange	1.9190	p
23	Weedle	Anvers	0.1165	p
24	Weedle	Hasselt	2.4800	p
25	Weedle	Winksele	-2.5965	p
26	Winksele	Bruxelles	-2.5965	p
27	Bruxelles	Mons	-9.7975	p

TABLE 5.1 – Flux minimisant l'utilisation des compresseurs dans le réseau H+L avec la solution 2

nœud	Ville	Fourniture/livraison $10^6 m^3$	Pression bar
1	Zeebruges	29.3430	73.6620
2	Dudzele	8.4000	73.5007
3	Bruges	-3.9180	73.0990
4	Zomergem	/	67.2573
5	Loenhout	4.8000	61.0231
6	Anvers	-12.102	59.1101
7	Gand	-5.2560	61.9785
8	Voeren	20.3440	66.2000
9	Berneau-IN	/	65.8569
10	Berneau-OUT	/	65.8569
11	Liège	-7.3650	64.4663
12	Warnand	/	63.7472
13	Namur	-2.1200	62.6716
14	Anderlues	1.2000	61.9994
15	Péronne	0.9600	61.8900
16	Mons	-6.8480	59.5273
17	Blaregnies	-15.6160	59.1734
18	Wanze	/	663.0444
19	Sinsin-IN	/	57.1014
20	Sinsin-OUT	/	59.9277
21	Arlon	-0.2220	30.0000
22	Pétange	-1.9190	27.7060
24	Weedle	/	59.1101
25	Hasselt	-2.4800	59.0269
26	Winksele	/	59.1345
27	Bruxelles	-7.2010	59.1427

TABLE 5.2 – Pressions et quantités fournies/délivrées optimales dans le réseau H+L avec la solution 2

à Sinsin. Si l'on décide de modifier la contrainte de demande en obligeant la variable de fourniture à être strictement égale à la demande, on obtient bien une valeur plus haute pour l'objectif (57.9706 €).

**On peut donc conclure que, dans le cas présent, le plus intéressant serait de réduire la quantité minimale que la Belgique doit acheter à Voeren (contrat avec la Norvège).**

# Chapitre 6

## Conclusion

L'objectif de ce mémoire était de vérifier si le réseau dans son état actuel est capable de supporter l'intégration du réseau L dans le réseau H, et de trouver les flux optimaux qui minimiseraient les coûts de transport du gaz. Les données utilisées dans ce mémoire sont assez anciennes (1989). Cependant, les modèles utilisés afin d'optimiser les flux peuvent tout à fait être utilisés pour optimiser le réseau actuel pour les personnes détenant les données nécessaires. Pour la suite de cette conclusion, nous allons résumer nos résultats avec les anciennes données et les comparer avec ce qui a été réalisé entre-temps.

Tout d'abord, la Belgique doit renégocier ses contrats ou changer de fournisseurs. En effet, les contrats de la Belgique avec la Norvège et l'Algérie ne suffisent pas pour répondre à la demande totale belge si le gaz pauvre est remplacé par le gaz riche. Cela a été fait, la Belgique a arrêté son contrat avec l'Algérie et a désormais un contrat avec le Qatar, ce dernier livre toujours le gaz à Zeebrugge. Ensuite, nous avons pu remarquer qu'il y a une grande différence entre la minimisation des coûts d'achats du gaz et la minimisation des coûts d'utilisation des compresseurs. En effet, si nous minimisons uniquement les coûts d'achat, la meilleure solution est d'augmenter la quantité contractée avec la Norvège, et de livrer à Voeren. Il faut dans ce cas ajouter un compresseur dans le réseau. Toutefois, en optimisant le réseau par rapport à l'utilisation des compresseurs, on se rend compte qu'il faudrait plusieurs nouveaux compresseurs, dont un avec une puissance maximale bien supérieure à celle des compresseurs actuels. **Cette solution ne semble donc pas être la plus intéressante économiquement.**

La deuxième solution est d'augmenter le contrat avec l'Algérie et/ou de changer de fournisseur. **Dans ce cas, quel que soit le type d'optimisation, il n'y a pas besoin d'ajouter de compresseur dans le réseau. Il faudrait cependant diminuer la quantité minimale en provenance**

**de Voeren.** Par la suite, la Belgique a choisi d'arrêter de se faire fournir par l'Algérie. En plus du nouveau contrat avec le Qatar, un gazoduc sous-marin a été construit et relie la Norvège à Zeebruges (celui-ci était présent avant l'idée d'inclusion du réseau L dans le réseau H). Ce gazoduc permet donc de faire venir le gaz norvégien par Zeebruges et par Voeren.

Il ne faut pas oublier que les calculs faits ici sont basés sur la demande du jour pendant lequel le plus de gaz a été consommé en Belgique lors de l'année de référence. La situation analysée ici n'est donc pas représentative de ce à quoi ressemble le réseau tout au long de l'année. Les espaces de stockage sont chargés lorsqu'il y a un surplus dans le réseau et ne se décharge que si nécessaire.

Pour conclure, le réseau de gaz belge est capable de répondre à toute la demande belge de gaz sans forcément ajouter de compresseur dans le réseau.

Lors de la réalisation de ce mémoire nous avons été confrontés à certaines limites. La limite principale est l'obtention des données relative à l'offre et la demande de gaz en Belgique. En effet, malgré plusieurs tentatives auprès de Fluxys pour avoir les informations nécessaires, nous n'avons pas eu de réponse à nos questions. Cependant, comme il a été expliqué précédemment, les modèles fonctionnent bien et peuvent donc être utilisés avec les données actualisées. Ce travail peut donc permettre d'optimiser le réseau actuel.

# Bibliographie

- [1] Bacq, C., Baudoux, N., & Verboogen, B. (2023). Évolution des prix de l'énergie en Belgique jour par jour. L'Echo. <https://www.lecho.be/dossiers/crise-energetique/evolution-des-prix-de-l-energie-en-belgique-jour-par-jour/10410704.html>, consulté le 04 août 2023.
- [2] Bernard, S. (2022). Passage du gaz pauvre au gaz riche en Belgique : quels impacts? Comparateur-Energie.be. <https://www.comparateur-energie.be/blog/gaz-pauvre-riche-belgique/> : :text=Dès%20l'année%20prochaine%2C%20une,1%2C6%-20million%20de%20clients, consulté le 04 août 2023.
- [3] Bertsekas, D. (1995). Nonlinear Programming. Belmont : Athena Scientific.
- [4] Cornot, S. (1990). Le gaz naturel dans le monde. CEDIGAZ.
- [5] De Wolf, D. (2017). Mathematical Properties of Formulations of the Gas Transmission Problem. *Technical Journal*, 11(3), 133-137.
- [6] De Wolf, D., & Bakhouya, B. (2007). The gas transmission problem when the merchant and the transportation functions are disconnected. HEC Working paper, 20001/01.
- [7] De Wolf, D., & Bakhouya, B. (2012). Optimal dimensioning of gas transmission networks when the distribution and the transportation functions are separated. *Operations Research Proceedings 2011*, 369-374.
- [8] De Wolf, D., & Smeers, Y. (1991). The Simplex Algorithm Extended to Piecewise Linearly Constrained Problems I : The method and an implementation. CORE Discussion Paper, 9119.
- [9] De Wolf, D., & Smeers, Y., (1997). Optimal Dimensioning of Pipe Networks with Application to Gas Transmission Networks, *Operations Research*, 44(4), 596-608.

- [10] De Wolf, D., & Smeers, Y. (2000). The gas transmission problem solved by an extension of the Simplex algorithm. *Management Sciences*, 46(11), 1454-1465.
- [11] Figaz (1990). Rapport annuel de la Fédération Belge des Industries du Gaz, Bruxelles.
- [12] Fourer, R. (1985). A Simplex Algorithm for Piecewise-Linear Programming I : Derivation and proof. *Mathematical Programming*, 33, 204-233.
- [13] Gas.be (n.d.). Transport en Belgique. En ligne : <https://www.gas.be/fr/materielpedagogique/a-propos-du-gaz/transport-et-stockage/transport-en-belgique>, consulté le 02 aout 2023.
- [14] Gas.be (n.d.). Transport et stockage. En Ligne : <https://www.gas.be/fr/materielpedagogique/a-propos-du-gaz/transport-et-stockage>, consulté le 04 aût 2023.
- [15] Maugis, M.J.J. (1977). Etude de Réseaux de Transport et de Distribution de Fluides, *R.A.I.R.O.*, 11(2), 243-248.
- [16] Ministère israélien de l'énergie (n.d.). Natural Gas Unit Conversion Calculator. En ligne : <https://www.energy-sea.gov.il/English-Site/Pages/Data%20and%20Maps/calc.aspx>, consulté le 02 aout 2023.
- [17] O'Neill, R.P., Williard, M., Wilkins, B., & Pike, R. (1979). A Mathematical Programming Model for Allocation Of Natural Gas. *Operations Research*, 27(5), pp 857-873.
- [18] Šarevski, M., & Šarevski, V., (2016). *Water (R718) Turbo Compressor and Ejector Refrigeration / Heat Pump Technology*. Oxford : Butterworth-Heinemann.
- [19] Wilson, J.G., Wallace, J., & Furey, B.P. (1988). *Steady-state Optimization of Large gas transmission systems. Simulation and optimization of large systems*, Oxford : A.J. Osiadacz ED, Clarendon Press.

# Annexe A

## Modèle GAMS réseau initial

```
SET I noeuds du reseau /ZEE,DUD,BRU,LOE,  
    ANT,GEN,ZOM,VOE,BER,LIE,WAR,NAM,AND,PER,  
    MON,WAN,SIN,ARL,BLA,PET/ ;
```

```
SETS D(I) noeuds de demande /ANT,ARL,BRU,GEN,  
    LIE,MON,NAM,PET,BLA/  
O(I) noeuds d'offre /ZEE,DUD,LOE,VOE,AND,PER/  
N(I) autres noeuds /ZOM,BER,WAR,WAN,SIN/;
```

```
ALIAS(I,J) ;
```

```
SET A(I,J) liste des arcs du reseau /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,  
    LOE.ANT,ANT.GEN,GEN.ZOM,ZOM.PER,VOE.BER,BER.LIE,LIE.WAR,  
    WAR.WAN,WAN.SIN,SIN.ARL,ARL.PET,WAR.NAM,NAM.AND,AND.PER,  
    PER.MON,MON.BLA /;
```

```
SET Ap(I,J) arcspassifs/ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,LOE.ANT,ANT.GEN,  
    GEN.ZOM,ZOM.PER,BER.LIE,LIE.WAR,WAR.NAM,NAM.AND,AND.PER,  
    PER.MON,MON.BLA,WAR.WAN,SIN.ARL,  
    ARL.PET /;
```

```
SET Aa(I,J) arcs actifs /VOE.BER,WAN.SIN/;
```

```
PARAMETER OFFREMIN(I)  
    /ZEE 8.870  
    DUD 0.0  
    LOE 0.0
```

VOE 20.344  
AND 0.0  
PER 0.0 /;

PARAMETER OFFREMAX(I)

/ZEE 11.594  
DUD 8.400  
LOE 4.8  
VOE 22.012  
AND 1.2  
PER 0.96  
ANT -4.034  
ARL -0.222  
BRU -3.918  
GEN -5.256  
LIE -6.365  
MON -6.848  
NAM -2.120  
PET -1.919  
BLA -15.616/;

PARAMETER COST(I)

/ZEE 81.43  
DUD 81.43  
LOE 81.43  
VOE 60.00  
AND 60.00  
PER 60.00 /;

PARAMETER PMIN(I)

/ZEE 0.0  
DUD 0.0  
BRU 30.0  
ZOM 0.0  
LOE 0.0  
ANT 30.0  
GEN 30.0  
VOE 50.0  
BER 0.0  
LIE 30.0  
WAR 0.0

NAM 30.0  
AND 0.0  
PER 0.0  
MON 30.0  
BLA 50.0  
WAN 0.0  
SIN 0.0  
ARL 30.0  
PET 25.0 /;

PARAMETER PMAX(I)

/ZEE 77.0  
DUD 77.0  
BRU 80.0  
ZOM 80.0  
LOE 77.0  
ANT 80.0  
GEN 80.0  
VOE 66.2  
BER 66.2  
LIE 66.2  
WAR 66.2  
NAM 66.2  
AND 66.2  
PER 66.2  
MON 66.2  
BLA 66.2  
WAN 66.2  
SIN 63.0  
ARL 66.2  
PET 66.2 /;

PARAMETER CONS(I, J)

/ZEE.DUD 36.28108  
DUD.BRU 24.1874  
BRU.ZOM 1.39543  
LOE.ANT 0.100256  
ANT.GEN 0.148655  
GEN.ZOM 0.226895  
ZOM.PER 0.659656

VOE.BER 9.135028  
BER.LIE 2.283753  
LIE.WAR 1.827002  
WAR.NAM 0.863836  
NAM.AND 0.907027  
AND.PER 7.25622  
PER.MON 3.62811  
MON.BLA 1.45124  
WAR.WAN 0.0514445  
WAN.SIN 0.00641977  
SIN.ARL 0.00170320  
ARL.PET 0.0278190 /;

PARAMETER PI(I);

VARIABLE

f(I,J) flux  
s(I) enlèvement ou fourniture  
h cout\_aux  
Z cout  
p(I) pression en I;

EQUATION

OBJ  
CONSERVATION(I)  
OMIN(I)  
OMAX(I)  
Dem(I)  
ON(I)

COUT

CONSERV(I)  
FLUXA(I,J)  
FLUXA1(I,J)  
FLUXA2(I,J)  
FLUXP(I,J)  
SENS(I,J)  
OFFMIN(I)  
OFFMAX(I)  
PRESSMIN(I)

```

PRESSMAX(I)
OFFREN(I)
DEMANDE(I);

OBJ.. h=E=sum((I,J)$A(I,J), (ABS(f(I,J))*SQR(f(I,J)))/(3*CONS(I,J)));
CONSERVATION(I).. SUM(J$ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J$A(J,I), f(J,I))=E=s(I);
OMIN(I)$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);
OMAX(I)$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
DEM(I)$D(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
ON(i)$N(I).. s(I)=E=0;

MODEL TEST / OBJ , CONSERVATION , OMIN , OMAX , Dem , ON / ;

SOLVE TEST USING DNLP MINIMIZING h;

PI(I) = CONSERVATION.m(I)

SCALAR p_initial ;
p_initial = smin(I,PI(I));
PI(I) = PI(I)-p_initial;
p.l(I) = SQR(PI(I));

PARAMETER signe(I,J);

signe(I,J) = SIGN(f.l(I,J));

COUT.. Z=E=SUM(I$ O(I), COST(I)*s(I));
CONSERV(I).. SUM(J$ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J$A(J,I), f(J,I))=E=s(I);
FLUXA(I,J)$Aa(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=G=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
FLUXA1(I,J)$Aa(I,J).. f(I,J)=G=0;
FLUXA2(I,J)$Aa(I,J).. p(J)=L=PMAX(J);
FLUXP(I,J)$Ap(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=E=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
SENS(I,J).. signe(I,J)*f(I,J)=G=0;
OFFMIN(I)$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);
OFFMAX(I)$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
PRESSMIN(I).. p(I)=G=PMIN(I);
PRESSMAX(I).. p(I)=L=PMAX(I);
OFFREN(i)$N(I).. s(I)=E=0;
DEMANDE(I)$D(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);

```

```
MODEL FINAL / COUT , CONSERV , FLUXA , FLUXA1 , FLUXA2 , FLUXP ,  
    SENS , OFFMIN , OFFMAX , PRESSMIN , PRESSMAX , OFFREN , DEMANDE / ;  
  
SOLVE FINAL USING DNLP MINIMIZING Z;
```

## Annexe B

# Modèle GAMS réseau H+L avec la solution 1

```
SET I noeuds du reseau /ZEE,DUD,BRU,LOE,  
    ANT,GEN,ZOM,VOE,BER,LIE,WAR,NAM,AND,PER,  
    MON,WAN,SIN,ARL,BLA,PET,POP,WEE,HAS,WIN,BRX/ ;
```

```
SET D(I) noeuds de demande /ANT,ARL,BRU,GEN,  
    LIE,MON,NAM,PET,BLA,HAS,BRX/  
O(I) noeuds d'offre /ZEE,DUD,LOE,VOE,AND,PER/  
N(I) autres noeuds /ZOM,BER,WAR,WAN,SIN,POP,WEE,WIN/;
```

```
ALIAS(I,J) ;
```

```
SET A(I,J) liste des arcs du reseau /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,  
    LOE.ANT,ANT.GEN,GEN.ZOM,ZOM.PER,VOE.BER,BER.LIE,LIE.WAR,  
    WAR.WAN,WAN.SIN,SIN.ARL,ARL.PET,WAR.NAM,NAM.AND,AND.PER,  
    PER.MON,MON.BLA,POP.WEE,WEE.ANT,WEE.HAS,WEE.WIN,WIN.BRX,BRX.MON/;
```

```
SET Ap(I,J) arcs passifs /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,LOE.ANT,ANT.GEN,  
    GEN.ZOM,ZOM.PER,BER.LIE,LIE.WAR,NAM.AND,AND.PER,PER.MON,MON.BLA,  
    WAR.WAN,SIN.ARL,ARL.PET,BRX.MON,WEE.ANT,WEE.HAS,WIN.BRX,WEE.WIN/;
```

```
SET Aa(I,J) arcs actifs /VOE.BER,WAN.SIN,POP.WEE,WAR.NAM/;
```

```
PARAMETER OFFREMIN(I)  
    /ZEE 8.870
```

DUD 0.0  
LOE 0.0  
VOE 38.093  
AND 0.0  
PER 0.0 /;

PARAMETER OFFREMAX(I)

/ZEE 11.594  
DUD 8.400  
LOE 4.8  
VOE 39.761  
AND 1.2  
PER 0.96  
ANT -12.102  
ARL -0.222  
BRU -3.918  
GEN -5.256  
LIE -6.365  
MON -6.848  
NAM -2.120  
PET -1.919  
BLA -15.616  
HAS -2.480  
BRX -7.201 /;

PARAMETER COST(I)

/ZEE 81.43  
DUD 81.43  
LOE 81.43  
VOE 60.00  
AND 60.00  
PER 60.00 /;

PARAMETER PMIN(I)

/ZEE 0.0  
DUD 0.0  
BRU 30.0  
ZOM 0.0  
LOE 0.0  
ANT 30.0  
GEN 30.0

VOE 50.0  
BER 0.0  
LIE 30.0  
WAR 0.0  
NAM 30.0  
AND 0.0  
PER 0.0  
MON 30.0  
BLA 50.0  
WAN 0.0  
SIN 0.0  
ARL 30.0  
PET 25.0  
POP 0.0  
WEE 0.0  
HAS 30.0  
WIN 0.0  
BRX 30.0 /;

PARAMETER PMAX(I)  
/ZEE 77.0  
DUD 77.0  
BRU 80.0  
ZOM 80.0  
LOE 77.0  
ANT 80.0  
GEN 80.0  
VOE 66.2  
BER 66.2  
LIE 66.2  
WAR 66.2  
NAM 66.2  
AND 66.2  
PER 66.2  
MON 66.2  
BLA 66.2  
WAN 66.2  
SIN 63.0  
ARL 66.2  
PET 66.2  
POP 67.0

WEE 67.0  
HAS 67.0  
WIN 67.0  
BRX 67.0 /;

PARAMETER CONS(I, J)  
/ZEE.DUD 36.28108  
DUD.BRU 24.1874  
BRU.ZOM 1.39543  
LOE.ANT 0.100256  
ANT.GEN 0.148655  
GEN.ZOM 0.226895  
ZOM.PER 0.659656  
VOE.BER 9.135028  
BER.LIE 2.283753  
LIE.WAR 1.827002  
WAR.NAM 0.863836  
NAM.AND 0.907027  
AND.PER 7.25622  
PER.MON 3.62811  
MON.BLA 5.80496  
WAR.WAN 0.0514445  
WAN.SIN 0.00641977  
SIN.ARL 0.00170320  
ARL.PET 0.0278190  
POP.WEE 29.02487984  
WEE.ANT 3.15487824  
WEE.HAS 0.6255362  
WEE.WIN 2.34071612  
WIN.BRX 6.91068568  
BRX.MON 2.10325216 /;

PARAMETER PI(I);

VARIABLE  
f(I, J) flux  
s(I) enlèvement ou fourniture  
h cout\_aux  
Z cout

```

    p(I) pression en I;

EQUATION
OBJ
CONSERVATION(I)
OMIN(I)
OMAX(I)
Dem(I)
ON(I)

COUT
CONSERV(I)
FLUXA(I, J)
FLUXA1(I, J)
FLUXA2(I, J)
FLUXP(I, J)
SENS(I, J)
OFFMIN(I)
OFFMAX(I)
PRESSMIN(I)
PRESSMAX(I)
OFFREN(I)
DEMANDE(I);

OBJ..
    h=E=sum((I, J)$A(I, J), (ABS(f(I, J))*SQR(f(I, J)))/(3*CONS(I, J)));
CONSERVATION(I)..
    SUM(J$ A(I, J), f(I, J)) - SUM(J$A(J, I), f(J, I))=E=s(I);
OMIN(I)$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);
OMAX(I)$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
DEM(I)$D(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
ON(i)$N(I).. s(I)=E=0;

MODEL TEST / OBJ , CONSERVATION , OMIN , OMAX , DEM , ON / ;

SOLVE TEST USING DNLP MINIMIZING h;

PI(I) = CONSERVATION.m(I)

SCALAR p_initial ;
p_initial = smin(I,PI(I));

```

```

PI(I) = PI(I)-p_initial;
p.l(I) = SQRT(PI(I));

PARAMETER signe(I,J);

signe(I,J) = SIGN(f.l(I,J));

COUT.. Z=E=SUM(I$ O(I), COST(I)*s(I));
CONSERV(I).. SUM(J$ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J$A(J,I), f(J,I))=E=s(I);
FLUXA(I,J)$Aa(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=G=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
FLUXA1(I,J)$Aa(I,J).. f(I,J)=G=0;
FLUXA2(I,J)$Aa(I,J).. p(J)=L=PMAX(J);
FLUXP(I,J)$Ap(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=E=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
SENS(I,J).. signe(I,J)*f(I,J)=G=0;
OFFMIN(I)$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);
OFFMAX(I)$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
PRESSMIN(I).. p(I)=G=PMIN(I);
PRESSMAX(I).. p(I)=L=PMAX(I);
OFFREN(i)$N(I).. s(I)=E=0;
DEMANDE(I)$D(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);

MODEL FINAL / COUT , CONSERV , FLUXA , FLUXA1 , FLUXA2 , FLUXP ,
    SENS , OFFMIN , OFFMAX , PRESSMIN , PRESSMAX , OFFREN , DEMANDE / ;

SOLVE FINAL USING DNLP MINIMIZING Z;

```

# Annexe C

## Modèle GAMS réseau H+L avec la solution 2

```
SET I noeuds du reseau /ZEE,DUD,BRU,LOE,
    ANT,GEN,ZOM,VOE,BER,LIE,WAR,NAM,AND,PER,
    MON,WAN,SIN,ARL,BLA,PET,POP,WEE,HAS,WIN,BRX/ ;

SETS D(I) noeuds de demande /ANT,ARL,BRU,GEN,
    LIE,MON,NAM,PET,BLA,HAS,BRX/
O(I) noeuds d'offre /ZEE,DUD,LOE,VOE,AND,PER/
N(I) autres noeuds /ZOM,BER,WAR,WAN,SIN,POP,WEE,WIN/;

ALIAS(I,J) ;

SET A(I,J) liste des arcs du reseau /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,LOE.ANT,ANT.GEN,GEN
    VOE.BER,BER.LIE,LIE.WAR,WAR.WAN,WAN.SIN,SIN.ARL,ARL.PET,
    WAR.NAM,NAM.AND,AND.PER,PER.MON,MON.BLA,POP.WEE,WEE.ANT,
    WEE.HAS,WEE.WIN,WIN.BRX,BRX.MON/;

SET Ap(I,J) arcs passifs /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,LOE.ANT,
    ANT.GEN,GEN.ZOM,ZOM.PER,BER.LIE,LIE.WAR,WAR.NAM,NAM.AND,
    AND.PER,PER.MON,MON.BLA,WAR.WAN,SIN.ARL,ARL.PET,BRX.MON,
    WEE.ANT,WEE.HAS,WIN.BRX,WEE.WIN/;

SET Aa(I,J) arcs actifs /VOE.BER,WAN.SIN,POP.WEE/;

PARAMETER OFFREMIN(I)
    /ZEE 26.619
```

DUD 0.0  
LOE 0.0  
VOE 20.344  
AND 0.0  
PER 0.0 /;

PARAMETER OFFREMAX(I)

/ZEE 29.343  
DUD 8.400  
LOE 4.8  
VOE 22.012  
AND 1.2  
PER 0.96  
ANT -12.102  
ARL -0.222  
BRU -3.918  
GEN -5.256  
LIE -6.365  
MON -6.848  
NAM -2.120  
PET -1.919  
BLA -15.616  
HAS -2.480  
BRX -7.201 /;

PARAMETER COST(I)

/ZEE 81.43  
DUD 81.43  
LOE 81.43  
VOE 60.00  
AND 60.00  
PER 60.00 /;

PARAMETER PMIN(I)

/ZEE 0.0  
DUD 0.0  
BRU 30.0  
ZOM 0.0  
LOE 0.0  
ANT 30.0  
GEN 30.0

VOE 50.0  
BER 0.0  
LIE 30.0  
WAR 0.0  
NAM 30.0  
AND 0.0  
PER 0.0  
MON 30.0  
BLA 50.0  
WAN 0.0  
SIN 0.0  
ARL 30.0  
PET 25.0  
POP 0.0  
WEE 0.0  
HAS 30.0  
WIN 0.0  
BRX 30.0 /;

PARAMETER PMAX(I)  
/ZEE 77.0  
DUD 77.0  
BRU 80.0  
ZOM 80.0  
LOE 77.0  
ANT 80.0  
GEN 80.0  
VOE 66.2  
BER 66.2  
LIE 66.2  
WAR 66.2  
NAM 66.2  
AND 66.2  
PER 66.2  
MON 66.2  
BLA 66.2  
WAN 66.2  
SIN 63.0  
ARL 66.2  
PET 66.2  
POP 67.0

WEE 67.0  
HAS 67.0  
WIN 67.0  
BRX 67.0 /;

PARAMETER CONS(I, J)  
/ZEE.DUD 36.28108  
DUD.BRU 24.1874  
BRU.ZOM 1.39543  
LOE.ANT 0.100256  
ANT.GEN 0.148655  
GEN.ZOM 0.226895  
ZOM.PER 0.659656  
VOE.BER 9.135028  
BER.LIE 2.283753  
LIE.WAR 1.827002  
WAR.NAM 0.863836  
NAM.AND 0.907027  
AND.PER 7.25622  
PER.MON 3.62811  
MON.BLA 5.80496  
WAR.WAN 0.0514445  
WAN.SIN 0.00641977  
SIN.ARL 0.00170320  
ARL.PET 0.0278190  
POP.WEE 29.02487984  
WEE.ANT 3.15487824  
WEE.HAS 0.6255362  
WEE.WIN 2.34071612  
WIN.BRX 6.91068568  
BRX.MON 2.10325216 /;

PARAMETER PI(I);

VARIABLE  
f(I, J) flux  
s(I) enlèvement ou fourniture  
h cout\_aux  
Z cout

p(I) pression en I;

EQUATION

OBJ

CONSERVATION(I)

OMIN(I)

OMAX(I)

Dem(I)

ON(I)

COUT

CONSERV(I)

FLUXA(I, J)

FLUXA1(I, J)

FLUXA2(I, J)

FLUXP(I, J)

SENS(I, J)

OFFMIN(I)

OFFMAX(I)

PRESSMIN(I)

PRESSMAX(I)

OFFREN(I)

DEMANDE(I);

OBJ.. h=E=sum((I, J)\$A(I, J), (ABS(f(I, J))\*SQR(f(I, J)))/(3\*CONS(I, J)));  
CONSERVATION(I).. SUM(J\$ A(I, J), f(I, J)) - SUM(J\$A(J, I), f(J, I))=E=s(I);  
OMIN(I)\$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);  
OMAX(I)\$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);  
DEM(I)\$D(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);  
ON(i)\$N(I).. s(I)=E=0;

MODEL TEST / OBJ , CONSERVATION , OMIN , OMAX , DEM , ON / ;

SOLVE TEST USING DNLP MINIMIZING h;

PI(I) = CONSERVATION.m(I)

SCALAR p\_initial ;

p\_initial = smin(I, PI(I));

PI(I) = PI(I)-p\_initial;

p.l(I) = SQRT(PI(I));

```

PARAMETER signe(I,J);

signe(I,J) = SIGN(f.l(I,J));

COUT.. Z=E=SUM(I$ O(I), COST(I)*s(I));
CONSERV(I).. SUM(J$ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J$A(J,I), f(J,I))=E=s(I);
FLUXA(I,J)$Aa(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=G=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
FLUXA1(I,J)$Aa(I,J).. f(I,J)=G=0;
FLUXA2(I,J)$Aa(I,J).. p(J)=L=PMAX(J);
FLUXP(I,J)$Ap(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=E=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
SENS(I,J).. signe(I,J)*f(I,J)=G=0;
OFFMIN(I)$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);
OFFMAX(I)$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
PRESSMIN(I).. p(I)=G=PMIN(I);
PRESSMAX(I).. p(I)=L=PMAX(I);
OFFREN(i)$N(I).. s(I)=E=0;
DEMANDE(I)$D(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);

MODEL FINAL / COUT , CONSERV , FLUXA , FLUXA1 , FLUXA2 , FLUXP ,
    SENS , OFFMIN , OFFMAX , PRESSMIN , PRESSMAX , OFFREN , DEMANDE / ;

SOLVE FINAL USING DNLP MINIMIZING Z;

```

## Annexe D

# Modèle GAMS réseau H+L en optimisant l'utilisation des compresseurs avec la solution 2

```
SET I noeuds du reseau /ZEE,DUD,BRU,LOE,
    ANT,GEN,ZOM,VOE,BERIN,BEROUT,LIE,WAR,NAM,AND,PER,
    MON,WAN,SININ,SINOUT,ARL,BLA,PET,WEE,WIN,HAS,BRX/ ;

SETS D(I) noeuds de demande /ANT,ARL,BRU,GEN,
    LIE,MON,NAM,PET,BLA,HAS,BRX/
O(I) noeuds d'offre /ZEE,DUD,LOE,VOE,AND,PER/
N(I) autres noeuds /ZOM,BERIN,BEROUT,WAR,WAN,SININ,SINOUT,WEE,WIN/;

ALIAS(I,J) ;

SET A(I,J) liste des arcs du reseau /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,LOE.ANT,
    ANT.GEN,GEN.ZOM,ZOM.PER,VOE.BERIN,BERIN.BEROUT,BEROUT.LIE,LIE.WAR,
    WAR.WAN,WAN.SININ,SININ.SINOUT,SINOUT.ARL,ARL.PET,WAR.NAM,
    NAM.AND,AND.PER,PER.MON,MON.BLA,WEE.ANT,WEE.HAS,WEE.WIN,WIN.BRX,
    BRX.MON/;

SET Ap(I,J) arcs passifs /ZEE.DUD,DUD.BRU,BRU.ZOM,LOE.ANT,ANT.GEN,
    GEN.ZOM,ZOM.PER,VOE.BERIN,BEROUT.LIE,LIE.WAR,WAR.NAM,NAM.AND,
    AND.PER,PER.MON,MON.BLA,WAR.WAN,WAN.SININ,SINOUT.ARL,ARL.PET,
    WEE.ANT,WEE.HAS,WIN.BRX,BRX.MON,WEE.WIN /;
```

SET Aa(I,J) arcs actifs /BERIN.BEROUT,SININ.SINOUT/;

PARAMETER OFFREMIN(I)

/ZEE 26.619  
DUD 0.0  
LOE 0.0  
VOE 20.344  
AND 0.0  
PER 0.0 /;

PARAMETER OFFREMAX(I)

/ZEE 29.343  
DUD 8.400  
LOE 4.8  
VOE 22.012  
AND 1.2  
PER 0.96  
ANT -12.102  
ARL -0.222  
BRU -3.918  
GEN -5.256  
LIE -6.365  
MON -6.848  
NAM -2.120  
PET -1.919  
BLA -15.616  
HAS -2.480  
BRX -7.201/;

PARAMETER COST(I)

/ZEE 81.43  
DUD 81.43  
LOE 81.43  
VOE 60.00  
AND 60.00  
PER 60.00 /;

PARAMETER PMIN(I)

/ZEE 0.0  
DUD 0.0  
BRU 30.0

ZOM 0.0  
LOE 0.0  
ANT 30.0  
GEN 30.0  
VOE 50.0  
BERIN 0.0  
BEROUT 0.0  
LIE 30.0  
WAR 0.0  
NAM 30.0  
AND 0.0  
PER 0.0  
MON 30.0  
BLA 50.0  
WAN 0.0  
SININ 0.0  
SINOUT 0.0  
ARL 30.0  
PET 25.0  
WEE 0.0  
HAS 30.0  
WIN 0.0  
BRX 30.0 /;

PARAMETER PMAX(I)  
/ZEE 77.0  
DUD 77.0  
BRU 80.0  
ZOM 80.0  
LOE 77.0  
ANT 80.0  
GEN 80.0  
VOE 66.2  
BERIN 66.2  
BEROUT 66.2  
LIE 66.2  
WAR 66.2  
NAM 66.2  
AND 66.2  
PER 66.2  
MON 66.2

BLA 66.2  
WAN 66.2  
SININ 63.0  
SINOUT 63.0  
ARL 66.2  
PET 66.2  
WEE 67.0  
HAS 67.0  
WIN 67.0  
BRX 67.0 /;

PARAMETER CONS(I, J)  
/ZEE.DUD 36.28108  
DUD.BRU 24.1874  
BRU.ZOM 1.39543  
LOE.ANT 0.100256  
ANT.GEN 0.148655  
GEN.ZOM 0.226895  
ZOM.PER 0.659656  
VOE.BERIN 9.135028  
BERIN.BEROUT 9.135028  
BEROUT.LIE 2.283753  
LIE.WAR 1.827002  
WAR.NAM 0.863836  
NAM.AND 0.907027  
AND.PER 7.25622  
PER.MON 3.62811  
MON.BLA 5.80496  
WAR.WAN 0.0514445  
WAN.SININ 0.00641977  
SININ.SINOUT 0.00641977  
SINOUT.ARL 0.00170320  
ARL.PET 0.0278190  
WEE.ANT 3.15487824  
WEE.HAS 0.6255362  
WEE.WIN 2.34071612  
WIN.BRX 6.91068568  
BRX.MON 2.10325216 /;

PARAMETER PI(I);

VARIABLE

f(I,J) flux  
s(I) enlèvement ou fourniture  
h cout\_aux  
Z cout  
p(I) pression en I  
w(I,J) puissance;

EQUATION

OBJ

CONSERVATION(I)

OMIN(I)

OMAX(I)

Dem(I)

ON(I)

COUT

MAXPOW(I, J)

MINPOW(I, J)

POW(I, J)

PRESS(I, J)

RATIO(I, J)

CONSERV(I)

FLUXA(I, J)

FLUXA1(I, J)

FLUXA2(I, J)

FLUXP(I, J)

SENS(I, J)

OFFMIN(I)

OFFMAX(I)

PRESSMIN(I)

PRESSMAX(I)

OFFREN(I)

DEMANDE(I);

OBJ.. h=E=sum((I, J)\$A(I, J), (ABS(f(I, J))\*SQR(f(I, J)))/(3\*CONS(I, J)));  
CONSERVATION(I).. SUM(J\$ A(I, J), f(I, J)) - SUM(J\$A(J, I), f(J, I))=E=s(I);  
OMIN(I)\$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);  
OMAX(I)\$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);

```

DEM(I)$D(I).. s(I)=E=OFFREMAX(I);
ON(i)$N(I).. s(I)=E=0;

MODEL TEST / OBJ , CONSERVATION , OMIN , OMAX , Dem , ON / ;

SOLVE TEST USING DNLP MINIMIZING h;

PI(I) = CONSERVATION.m(I)

SCALAR p_initial ;
p_initial = smin(I,PI(I));
PI(I) = PI(I)-p_initial;
p.l(I) = SQRT(PI(I));

PARAMETER signe(I,J);

signe(I,J) = SIGN(f.l(I,J));

COUT.. Z=E=0.01519*SUM((I,J)$ Aa(I,J), w(I,J)/0.9*0.8);
POW(I,J)$Aa(I,J)..
    w(I,J) =E= 0.167 * f(I,J) * 1000000 * (exp(0.236 * log(p(J)/p(I))) - 1);
MAXPOW(I,J)$Aa(I,J).. w(I,J)=L=30000;
MINPOW(I,J)$Aa(I,J)..w(I,J)=G=0;
PRESS(I,J)$Aa(I,J).. p(J)/p(I)=L=1.4;
RATIO(I,J)$Aa(I,J)..p(J)/p(I)=G=1;
CONSERV(I).. SUM(J$ A(I,J), f(I,J)) - SUM(J$A(J,I), f(J,I))=E=s(I);
FLUXA1(I,J)$Aa(I,J).. f(I,J)=G=0;
FLUXA2(I,J)$Aa(I,J).. p(J)=L=PMAX(J);
FLUXP(I,J)$Ap(I,J)..
    SIGN(f(I,J))*sqr(f(I,J))=E=CONS(I,J)*(sqr(p(I))-sqr(p(J)));
SENS(I,J).. signe(I,J)*f(I,J)=G=0;
OFFMIN(I)$O(I).. s(I)=G=OFFREMIN(I);
OFFMAX(I)$O(I).. s(I)=L=OFFREMAX(I);
PRESSMIN(I).. p(I)=G=PMIN(I);
PRESSMAX(I).. p(I)=L=PMAX(I);
OFFFREN(i)$N(I).. s(I)=E=0;
DEMANDE(I)$D(I).. s(I)=E=OFFREMAX(I);

MODEL FINAL / COUT , POW , MAXPOW , MINPOW , PRESS , CONSERV ,
    FLUXA1 , FLUXA2 , FLUXP , SENS , OFFMIN , OFFMAX , PRESSMIN ,
    PRESSMAX , OFFFREN , DEMANDE / ;

```

SOLVE FINAL USING DNLP MINIMIZING Z;

## Résumé :

Depuis 2019, les Pays-Bas ont décidé d'arrêter de fournir du gaz pauvre à la Belgique car leurs ressources s'amenuisent et les espaces laissés après l'extraction du gaz a déjà provoqué plusieurs effondrements de maisons. La Belgique a donc décidé d'inclure le réseau appelé « L » (réseau qui transporte le gaz à faible pouvoir calorifique) dans le réseau « H » (réseau qui transporte le gaz à haut pouvoir calorifique). La Belgique ne délivrera donc plus que du gaz riche. Ce mémoire a pour but de vérifier si le réseau est bien capable de supporter toute la demande belge de gaz, sans devoir ajouter un nouveau compresseur dans celui-ci.

De plus, ce mémoire analyse comment optimiser les flux, les pressions et les chargements/déchargements de gaz dans le réseau.

Les résultats de ce mémoire nous indiquent que le réseau actuel est bien capable de répondre à cette demande, bien que les données utilisées ne soient pas très récentes. On peut voir à travers les résultats que Zeebruges est un point très important pour le réseau belge de gaz.

**UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN**  
Louvain School of Management

Place des Doyens, 1 bte L2.01.01, 1348 Louvain-la-Neuve  
Boulevard Emile Devreux 6, 6000 Charleroi, Belgique  
Chaussée de Binche 151, 7000 Mons, Belgique

[www.uclouvain.be/lsm](http://www.uclouvain.be/lsm)