

École polytechnique de Louvain

# Mécanique de frappe d'un piano droit: caractérisation expérimentale et implémentation de son modèle dynamique

Auteur: **François LEROY**

Promoteur: **Paul FISETTE**

Lecteurs: **Sébastien TIMMERMANS, Laurent DELANNAY**

Année académique 2018–2019

Master [120] : ingénieur civil mécanicien



# Remerciements

Avant de rentrer dans le vif du sujet, nous souhaitons témoigner notre reconnaissance aux personnes qui ont contribué, de près ou de loin, au bon déroulement de la présente étude.

Nous remercions, tout d'abord, notre promoteur, le Professeur Paul Fisette. Son extrême attention, sa curiosité, la passion qu'il manifeste pour le sujet traité ont permis de faire des entrevues que nous avons tenues des lieux d'échanges, riches en idées nouvelles et en discussions constructives ; ces moments de rencontre nous ont invité, à chaque fois, à ajuster la structure de notre démarche, à en affiner la ligne directrice, et ont redonné, en outre, un bel élan à notre démarche. Le Professeur Fisette n'a de cesse de valoriser le travail de ses étudiants ; dans la réalisation d'une telle étude, il représente un réel moteur de dépassement de soi.

Nos plus vifs remerciements s'adressent aussi à Monsieur Sébastien Timmermans, qui a épaulé notre projet, dès ses prémices jusqu'aux dernières requêtes qui lui sont parvenues avant même la clôture de ce dernier. Il nous importe, ici, de souligner certaines de ses qualités que nous avons pu apprécier durant plusieurs semaines. Sa flexibilité, sans conteste. En effet, il nous a laissé bénéficier d'une grande liberté quant au fond du sujet à explorer, à la manière de l'aborder et de planifier ses différentes étapes ; de la même manière, il a veillé à respecter nos choix d'organisation.

Ensuite, sa disponibilité et sa réactivité sans faille : il a toujours apporté des éléments de réponse aux questionnements que nous pouvions soulever et cela, en un temps record chaque fois ; ainsi, jamais nous ne nous sommes retrouvé coincé dans une impasse.

Retenons encore l'aide précieuse que Monsieur Timmermans nous a apportée dans la phase expérimentale de notre analyse, menée à bien grâce à l'intervention de personnes-clés qu'il nous a fait rencontrer, mais aussi à sa présence à nos côtés lors d'expériences difficiles à réaliser seul.

Enfin, nous avons eu la chance de pouvoir compter sur ses connaissances approfondies du sujet, l'oeil critique qu'il a porté sur notre étude, mais également sa relecture des différentes parties de celle-ci.

Notre gratitude se tourne encore vers Madame Yan Liu et Monsieur Frank Hesbois, que nous avons côtoyés grâce à Monsieur Timmermans. Ils nous ont mis à disposition une caméra rapide et nous en ont expliqué clairement le fonctionnement. La bonne utilisation de celle-ci nous a aidé à concrétiser toute la partie expérimentale de notre étude.

Nous tenons à remercier, par ailleurs, le Professeur Laurent Delannay, qui a accepté de rejoindre les membres du Jury et d'ainsi prendre le temps d'examiner, dans le détail, le contenu de notre analyse et les résultats auxquels elle nous a conduit.

Enfin, au terme de nos années d'études à Louvain-la-Neuve, entreprises il y a cinq ans, nous n'oublions pas la confiance sans cesse renouvelée de nos parents, leur présence encourageante à nos côtés dans les moments plus difficiles, ainsi que la grande liberté, qui nous est si chère, qu'ils nous ont laissée de pouvoir nous épanouir dans de nombreuses activités et passions. Grâce à cette autonomie, nous avons trouvé un équilibre qui nous porte à aller toujours un peu plus de l'avant et à éviter de baisser trop vite les bras, lorsqu'un obstacle surgit.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Contexte et objectifs</b>	<b>7</b>
<b>2 Fonctionnement global de la mécanique de frappe d'un piano droit</b>	<b>11</b>
2.1 Un brin d'histoire	11
2.2 Le fonctionnement de la mécanique de frappe d'un piano droit	14
<b>3 Modélisation multicorps de la mécanique</b>	<b>17</b>
3.1 Modèle multicorps	18
3.1.1 Hypothèses du modèle	19
3.1.2 Composants du modèle multicorps	20
3.1.2.1 Les corps	21
La touche	21
Le chevalet	22
L'échappement	23
Le marteau	23
L'étouffoir	24
La barre de repos du marteau	25
3.1.2.2 Les articulations	25
3.2 Modèles de contact	26
3.2.1 Contact de type <i>cercle-droite</i>	28
3.2.1.1 Calcul de l'enfoncement relatif	28
3.2.1.2 Calcul de la vitesse relative	30
3.2.2 Contact de type <i>cercle-cercle</i>	31
3.2.3 Contact hybride	31
3.2.4 Contact ponctuel	35
3.3 Lois constitutives	36
3.3.1 Forces normales	36
3.3.2 Forces tangentielles	38
3.3.3 Couples articulaires	39
3.3.4 Le ressort en spirale et la lanière	40
<b>4 Identification des paramètres et validation expérimentale</b>	<b>42</b>
4.1 Identification des paramètres	44
4.1.1 Frottement dans l'articulation du marteau	46
4.1.2 Frottement dans l'articulation entre le balancier et la touche	50
4.1.2.1 Première approche : loi constitutive 1	51
4.1.2.2 Seconde approche : loi constitutive 2	52

4.1.3	Contact entre la tête de marteau et la corde . . . . .	54
4.1.4	Contact entre le marteau et la barre de repos du marteau . . . . .	57
4.2	Validation des paramètres et leur mise en contexte dans le modèle multi- corps complet . . . . .	59
4.2.1	Considérations diverses . . . . .	60
	Géométrie globale du démonstrateur . . . . .	61
	Valeurs de paramètres retenues . . . . .	61
	Ajustement du modèle multicorps . . . . .	61
	Profil de la force d'impulsion sur le dessus de marche de touche . . . . .	62
4.2.2	Résultats du modèle multicorps complet . . . . .	62
4.3	Discussion . . . . .	67
	Résultat global . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Exploration du modèle</b>	<b>70</b>
5.1	Appui <i>forte</i> et <i>double appui</i> . . . . .	70
5.2	Limite de fréquence d'enfoncement et force minimale d'appui . . . . .	73
	Limite de fréquence . . . . .	73
	Force minimale d'appui . . . . .	74
5.3	Autres simulations . . . . .	74
	<b>Conclusion</b>	<b>79</b>
	<b>A Terminologie de la mécanique de frappe du piano droit</b>	<b>83</b>
	<b>B Valeurs numériques des paramètres du modèle multicorps</b>	<b>85</b>
B.1	Propriétés des corps mobiles . . . . .	85
B.2	Position absolue des éléments . . . . .	85
B.3	Paramètres de contacts . . . . .	86
B.4	Paramètres dans les articulations . . . . .	87
B.5	Autres éléments . . . . .	88
	<b>C Simulations supplémentaires</b>	<b>89</b>
C.1	Caractérisation du contact entre le marteau et la corde . . . . .	89
C.2	Simulation en comparaison à l'expérience avec une masse de 500g . . . . .	89
C.3	Simulation en comparaison à l'expérience avec une masse de 2kg . . . . .	93

# Introduction

Le piano est un instrument qui a traversé les âges. En effet, les premiers exemplaires remontent au 18<sup>e</sup> siècle, où le piano, qu'on nomme alors *gravecemablo col piano, e forte* (« clavecin avec les nuances douces et fortes ») est inventé par Bartolomeo Cristofori et inspiré du clavecin et du clavicorde [1] (voir section 2.1 pour plus de détails sur l'évolution de ces deux derniers instruments jusqu'au piano moderne). Depuis, cet instrument est bien connu du grand public et se décline principalement selon deux types principaux : le piano à queue, dont les cordes sont horizontales et frappées par le bas par le marteau ; et le piano droit, dont le jeu de cordes est vertical. Toutefois, la mécanique de frappe de ces pianos (qui est d'ailleurs bien différente d'un piano à queue à un piano droit) est une mécanique multicorps relativement complexe, comportant un grand nombre d'éléments et de contacts précis. Or justement, ce côté "caché" du piano est très peu connu du grand public (n'ayant bien souvent accès qu'à l'interface principale du piano, c'est-à-dire le clavier), voire de la plupart des pianistes professionnels eux-mêmes.

L'étude menée dans le cadre de ce mémoire consiste en l'élaboration et l'implémentation d'un modèle multicorps d'une mécanique de frappe d'un piano droit qui se base sur une coupe d'une telle mécanique, de marque RENNER, appelée *démonstrateur* par la suite (dont le modèle peut être trouvé ici [2]). La FIGURE 1, justement, illustre la mécanique étudiée dans le cadre de ce mémoire.

Dans la présente étude, nous aurons l'occasion d'aborder, dans un premier temps, le contexte dans lequel s'inscrit notre projet ainsi que les objectifs spécifiques qu'il vise en tant que tel ; la finalité qui en est recherchée et les moyens mis en oeuvre pour atteindre celle-ci.

Dans un second temps, après avoir porté brièvement notre attention sur le passé pour comprendre l'origine de la complexité de ce mécanisme, nous en assimilerons le fonctionnement global au travers d'arrêts sur image du démonstrateur (les corps qui sont en jeu, leurs mouvements, les contacts qui se produisent). Ceci nous aura bien éclairé pour aborder la suite.

Dans un troisième volet, nous nous plongerons dans les détails de la modélisation multicorps. En identifiant les corps mobiles, les articulations, les éléments particuliers à décrire qualitativement et quantitativement, nous aborderons tout cela à la lumière de fondements de la dynamique de systèmes multicorps. Outre les hypothèses de modélisation, nous verrons quelles sont les lois constitutives utilisées pour définir le comportement des éléments qui entrent dans cette mécanique.

Après cela, nous en viendrons à la partie expérimentale. Tout d'abord, nous nous attarderons à l'identification de phénomènes assez sensibles ou influents, auxquels il va falloir



# Chapitre 1

## Contexte et objectifs

Ce mémoire est réalisé dans le cadre d'un projet en cours [3] au sein du laboratoire de recherche *MEED (Mechatronic, Electrical Energy, and Dynamic Systems)* de l'Université catholique de Louvain (UCLouvain). Ce dernier porte sur l'élaboration d'un clavier numérique haptique (dispositif capable de mesurer l'impulsion qui lui est fournie au niveau du doigt du pianiste et d'adopter un comportement en retour de force similaire à celui d'un clavier réel) qui aura la capacité de refléter le jeu d'un piano à queue ou d'un piano droit, selon le choix (et donc le modèle dynamique simulé en arrière-plan), le son en sortie pouvant également être adapté selon l'option sélectionnée. Ce type de dispositif permet ainsi une imitation très poussée de la réalité et donc des sensations et précisions de jeu similaires à celles ressenties sur un piano réel.

Le fonctionnement d'une touche haptique est illustré à la FIGURE 1.1. Le point de départ est le *doigt* du pianiste qui vient appuyer sur la *touche*, ce qui va la mettre en mouvement. Différents *capteurs* sont placés sur le dispositif de manière à mesurer le mouvement de la touche induit par le doigt du pianiste. Une "boîte noire" (le *modèle dynamique d'une mécanique de piano*) va alors simuler le modèle dynamique, en prenant en entrée les informations récoltées par les capteurs (en somme, la cinématique de la touche) pour rendre, en sortie, les informations de forces qui s'appliquent sur la touche par le reste de la mécanique du piano. Ces informations sont fournies à un *actionneur linéaire* qui va les concrétiser et appliquer ces forces sur la touche. Ainsi, le pianiste peut ressentir ce retour de force au niveau de son doigt.

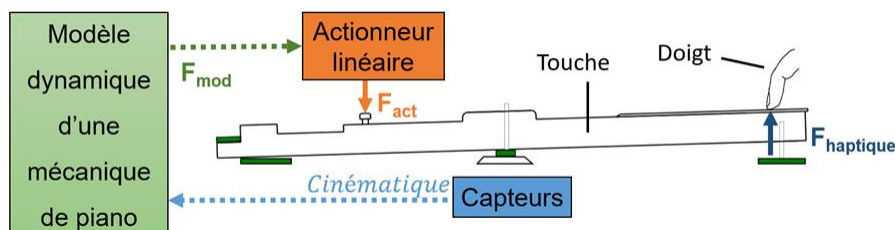


FIGURE 1.1 – Fonctionnement d'une touche haptique. Image tirée de [3].

Au sein de ce projet global, le travail effectué dans le cadre de ce mémoire concerne la mécanique de frappe du piano droit et en particulier sa caractérisation expérimentale, en vue d'en obtenir un modèle multicorps numérique (capable de simuler la cinématique et la dynamique du système) qui soit le plus conforme possible au démonstrateur étudié (dont il est question dans l'introduction). Dans ce but, outre l'ensemble des mesures prises en statique (géométrie des différents corps, leur masse, position du centre de masse, ...), un

échantillon de paramètres (plus difficiles à mesurer en statique, comme les coefficients de frottement dans les articulations, les paramètres des lois caractérisant certains contacts, ...) a été identifié et ces derniers ont été définis dans des situations où ils ont pu être isolés. Après cela, l'ensemble du modèle a été validé expérimentalement par rapport au démonstrateur.

Un certain nombre de publications existent déjà sur le sujet de la modélisation d'éléments divers dans le domaine de la mécanique d'un piano. Certaines portent très spécifiquement sur le comportement dynamique et les propriétés mécaniques des feutres utilisés dans ces applications [4, 5] ou dans le marteau particulièrement [6, 7]; d'autres s'intéressent plus globalement à l'analyse de mécaniques de pianos d'époque [8, 9]. Nous pouvons également trouver une publication qui traite plus particulièrement de la technique de l'échappement et sa compréhension [10] tandis que certaines se focalisent sur le fonctionnement global d'un piano à queue [11, 12].

Mais, finalement, peu abordent le sujet de la mécanique d'un piano droit, en tout cas de manière complète et détaillée. Nous pouvons tout de même citer les publications suivantes [13, 14, 15, 16]. [13] est la thèse de doctorat de Ramin Masoudi (qui est également contributeur aux trois autres publications). Dans ce travail, il aborde dans un second temps la modélisation complète de la mécanique de frappe d'un piano droit, et consacre, avant cela, toute une partie à l'étude de la micromécanique des réseaux de fibre optique, dont il utilise les résultats dans la seconde partie de sa thèse (2012). [15] est un article qui paraît en 2009 et qui dresse une méthodologie sommaire de modélisation d'une mécanique de piano droit. [14] (2013) aborde de manière similaire cette modélisation avec des lois constitutives plus poussées et précises, la modélisation en elle-même étant également plus aboutie, notamment par le nombre de corps et de contacts considérés. Enfin, [16] aborde plutôt l'aspect validation expérimentale du modèle.

L'objet de ce mémoire consiste donc à comprendre et analyser en détails la mécanique de frappe d'un piano droit qui, intrinsèquement, est extrêmement rapide et difficile à caractériser à l'oeil nu. Pour cela, une modélisation numérique complète et détaillée de cette dernière (sous réserve d'hypothèses et approximations pour certains points, voir la section 3.1.1 pour plus de détails) a été élaborée, permettant ainsi de simuler divers comportements à vitesse fortement ralentie, de manière à mettre en lumière ce qui ne peut l'être à vitesse réelle. D'un point de vue plus pédagogique, le modèle multicorps numérique permet également d'expliquer et d'illustrer le fonctionnement d'une telle mécanique complexe. Enfin, il est aussi possible d'effectuer des simulations de tests en modifiant ou ajustant la géométrie ou certains paramètres de ses éléments dans une optique d'innovation ou d'amélioration de la mécanique.

Pour cela, nous avons donc implémenté un modèle multicorps numérique du démonstrateur cité auparavant sur un logiciel approprié (en l'occurrence ROBOTRAN, qui est un logiciel utilisé pour la simulation et l'analyse de systèmes multicorps - MBS : MultiBody Systems - via la génération symbolique des équations du mouvement<sup>[1]</sup>). Ce modèle renferme tous les éléments permettant de caractériser la cinématique ainsi que la dynamique du système, et ce compris les différentes lois constitutives du comportement des éléments particuliers.

---

1. [www.robotran.be](http://www.robotran.be)

En parallèle à cela, le démonstrateur a été reproduit en 3D au moyen du logiciel SOLIDWORKS (voir FIGURE 1.2) afin de disposer d'un visuel très proche de la réalité qui pourra être couplé aux simulations numériques produites par le logiciel ROBOTRAN. Ce visuel facilitera le travail à certains niveaux, ce qui est expliqué en détails dans le CHAPITRE 3 traitant de la modélisation du système.

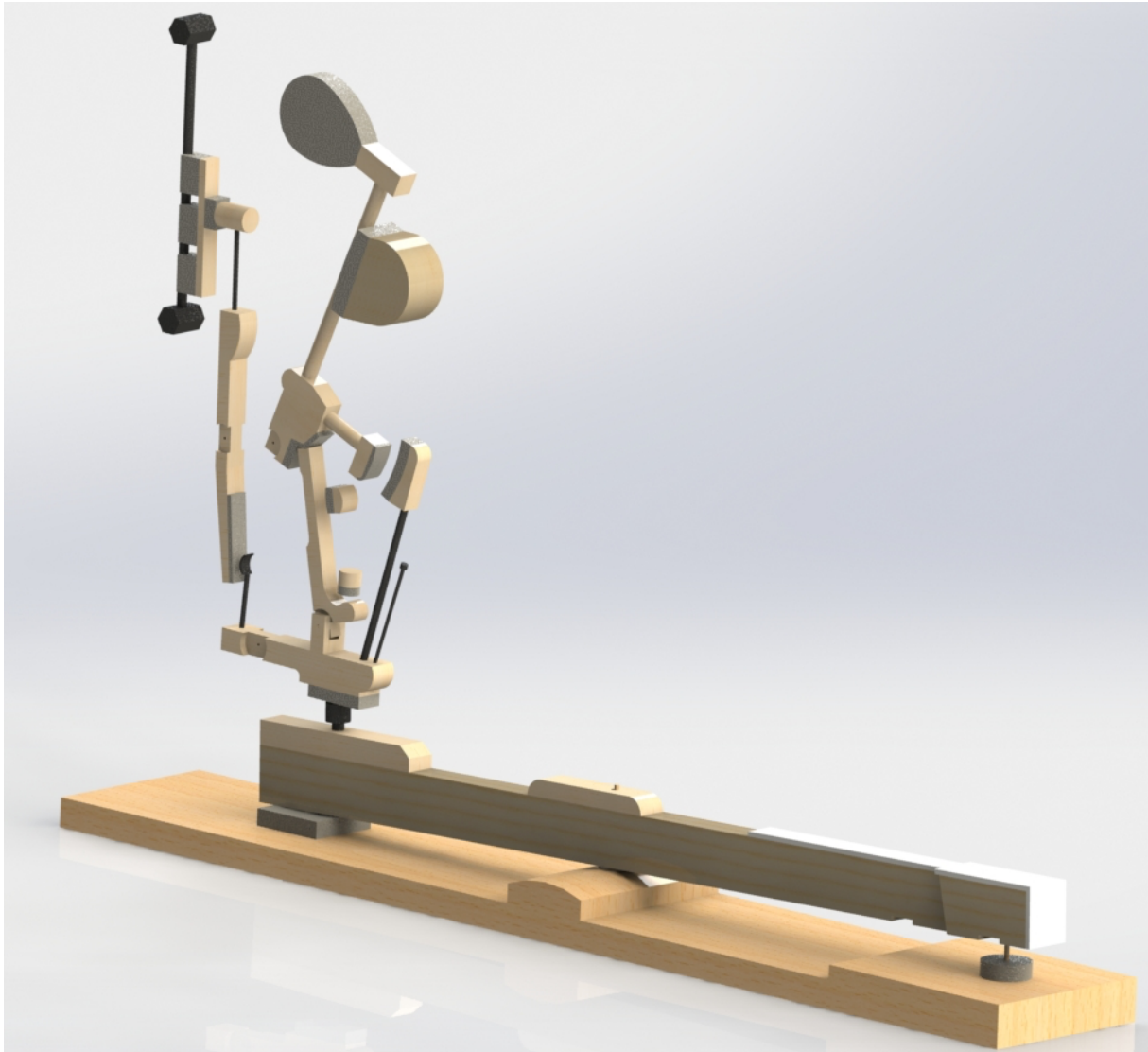


FIGURE 1.2 – Illustration de la reproduction en 3D du démonstrateur au moyen du logiciel SOLIDWORKS.

Nous avons ensuite utilisé une caméra rapide permettant de filmer à haut débit d'images (jusqu'à 2000 images par seconde dans le cadre de ce travail). Des phénomènes spécifiques ont ainsi pu être capturés afin de pouvoir les ralentir et les analyser plus en détails. En étudiant les mouvements d'éléments esselés du système, nous avons su identifier et caractériser certains paramètres de la mécanique de manière ciblée et indépendante, en particulier ceux ayant une grande influence dans la dynamique du système (voir le chapitre 4 qui aborde cela de manière plus approfondie).

Ces différents paramètres définis sont alors introduits dans le modèle multicorps complet pour validation par rapport aux données récupérées expérimentalement par la caméra rapide.

Cette comparaison du modèle multicorps construit avec le démonstrateur nous permet d'obtenir une représentation cinématique et dynamique de ce dernier, la plus conforme possible, pour en faire des études particulières ultérieures.

## Chapitre 2

# Fonctionnement global de la mécanique de frappe d'un piano droit

Ramin Masoudi définit la mécanique de répétition d'un piano de la manière suivante dans sa thèse [13] :

"La *mécanique de répétition d'un piano* se dit de la mécanique (principalement constituée de bois) qui transmet la force appliquée sur la touche d'un piano vers un marteau recouvert de feutre qui frappe les cordes et produit un son désiré. Le marteau est en mouvement libre juste avant de toucher la corde de manière à pouvoir s'en éloigner directement, laissant alors la corde vibrer. Cette mécanique est constituée de plusieurs corps interconnectés qui doivent être réglés précisément de manière à créer les mouvement voulus. Les connections entre corps se font par des surfaces de contact en feutre, permettant la réduction du bruit mécanique".

Afin de mieux assimiler ces concepts, nous allons comprendre comment on en est arrivé à une telle mécanique ainsi que les raisons qui ont introduit certaines évolutions, en effectuant un bref bond dans l'histoire, pour découvrir les prémices du piano moderne. Nous analyserons, dans un second temps, le fonctionnement global de cette mécanique actuelle et complexe, étape par étape, durant l'enfoncement de la touche.

### 2.1 Un brin d'histoire

La mécanique de frappe d'un piano droit comme nous la connaissons actuellement est le fruit de nombreuses évolutions au cours du temps. Le piano moderne doit son existence à ses deux ancêtres évoqués ci-dessous :

- Le *clavicorde*, qui est le témoin le plus ancien des instruments à cordes et à clavier et dont l'apparition des premiers mécanismes mus par un clavier date du XIV<sup>e</sup> siècle.
- Le *clavecin* dont l'apparition date du XVII<sup>e</sup> siècle, qui voit son apogée au XVIII<sup>e</sup> siècle et s'éclipse au XIX<sup>e</sup> siècle.

Le premier est un instrument à cordes frappées. La tangente, actionnée par la touche, vient frapper la corde et reste appuyée sur celle-ci. Cela a pour effet de diviser cette dernière en deux parties, l'une étouffée par le feutre (fixe), l'autre vibrant librement (voir FIGURE 2.1). La hauteur de la note dépend de la position de la tangente sur la corde. Selon le modèle du clavicorde, une même corde peut être stimulée par plusieurs touches

(à des endroits différents, produisant des notes différentes), auquel cas il est impossible d'actionner ces touches simultanément (c'est le cas des clavicordes dits "liés") ou alors chaque corde ne peut être stimulée que par une seule touche dans le cas des clavicordes dits "non-liés".

On comprend bien ici que la mécanique du clavicorde est bien plus élémentaire que celle des pianos modernes.

Ce type d'instrument produisant un son assez ténu, il est un instrument d'étude difficilement utilisable en public [17].

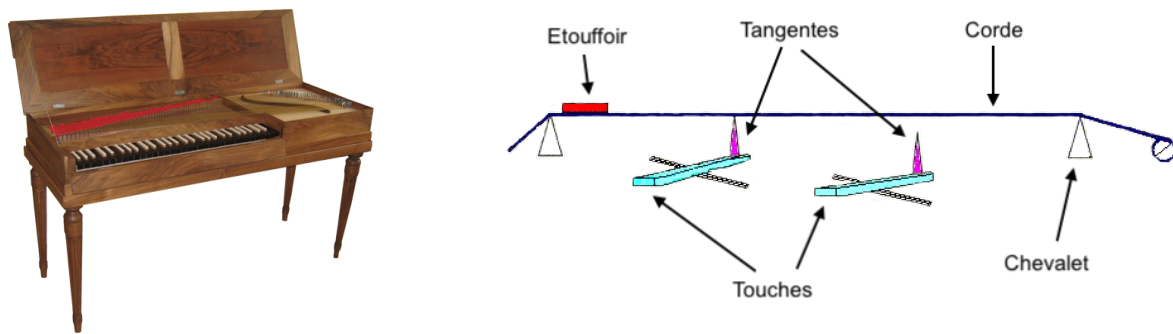


FIGURE 2.1 – Gauche : un clavicorde (image tirée de [18]) - Droite : schéma de la mécanique de frappe d'un clavicorde (tiré de [17]).

Le second ancêtre, le clavecin, est un instrument à cordes pincées. Ceci se fait au moyen de plumes d'oie (à l'origine) ou d'un plectre en cuivre. La transmission de l'impulsion à la touche se fait via un sautereau. La FIGURE 2.2 illustre son fonctionnement étape par étape [19] :

- A) Le sautereau est au repos, l'étouffoir repose sur la corde et l'empêche de vibrer.
- B) Le sautereau est soulevé par la touche : le bec vient contre la corde qu'il soulève à son tour tout en se courbant.
- C) Le bec, trop courbé, vient lâcher la corde qui se met à vibrer (émission du son), le sautereau vient buter contre le chapiteau.
- D) La touche est relâchée, le sautereau redescend par son poids. Le bec s'escamote derrière la corde par rotation de la languette, légèrement retenue par le ressort.

C'est de l'union de ces deux instruments que le *piano-forte* va voir le jour. En effet, nous disposions, d'un côté, du clavicorde dont le son était très peu puissant mais tout de même modulable en nuances, et de l'autre du clavecin qui produisait un son d'une plus grande intensité mais impossible à moduler. Or, à l'approche du XVIII<sup>e</sup> siècle, les salles de concerts pour la classe bourgeoise commencent à se développer et l'envie de pouvoir jouer devant un grand public se fait ressentir. C'est à BARTOLOMO CRISTOFORI que l'on doit les premiers exemplaires du *piano-forte* [20] au XVIII<sup>e</sup> siècle dont la mécanique est totalement nouvelle.

Le grand défi que CRISTOFORI a surmonté dans la mécanique qu'il a proposée est que le marteau qui vient frapper la corde pour produire le son doit en être écarté directement de manière à ne pas étouffer le son. De plus, ce marteau doit pouvoir revenir rapidement à sa position initiale de manière à pouvoir permettre l'exécution de notes répétées à une



n'est pas encore revenue à sa position initiale ; c'est une innovation que les grands pianistes apprécieront avec le développement de la virtuosité<sup>1</sup> [23]. Ce mécanisme devint alors standard sur tous les pianos à queue et, malgré quelques adaptations, la morphologie et le principe restent d'application dans les pianos actuels.

## 2.2 Le fonctionnement de la mécanique de frappe d'un piano droit

Le fonctionnement de la mécanique de frappe du piano droit repose également sur ce principe d'échappement, dont nous verrons les détails plus bas. L'ANNEXE A.1 propose quelques éléments de terminologie, de manière à pouvoir différencier les éléments qui composent cette mécanique complexe. Les numéros présents entre parenthèses dans la suite de cette section réfèrent à la même numérotation qu'en ANNEXE A.1. La FIGURE 2.4 représente le système à différents moments lors de l'appui sur la touche du piano (il s'écoule 150ms entre la première et la dernière image). Nous allons analyser le mouvement des différents corps au cours de ces quelques arrêts sur image.

Au repos (**A**), le marteau appuie sur la barre de repos du marteau (10-11), le chevalet est soutenu par le pilote de touche (39), cette dernière reposant sur la barre de repos de touche (50). Dans cette configuration, l'échappement est maintenu contre la noix de marteau (16) par le ressort en spirale (36) tandis que le ressort de lame d'étouffoir (14) pousse l'étouffoir contre la corde. Il l'empêche ainsi de vibrer (et donc d'émettre un son) lorsque la touche n'est pas enfoncée.

Lorsque celle-ci l'est, les états **B-C-D-E-F** s'enchaînent à très grande vitesse, mais nous allons pouvoir décortiquer les différents phénomènes qui se produisent, grâce à la capture du mouvement par caméra rapide, à 2000 images par seconde.

Dans un premier temps (**B**), la touche débute son enfoncement, elle quitte donc la barre de repos de touche (50) et rejoint progressivement la pointe d'enfoncement (48) à l'opposé. Au travers du pilote de touche, elle soulève le chevalet qui lui-même entraîne l'échappement qui, à son tour, pousse sur la noix de marteau, entraînant celui-ci vers la corde. En parallèle, la cuillère d'étouffoir (33) appuie sur la queue d'étouffoir (26), ce qui décolle progressivement l'étouffoir de la corde, permettant à cette dernière de vibrer à la frappe de la tête de marteau et ainsi d'émettre un son.

Juste avant la frappe de la tête de marteau sur la corde (**C**), la partie convexe de l'échappement vient buter contre le bouton d'échappement (30) ce qui le fait "s'échapper". Ceci permet à la tête de marteau de frapper la corde et d'être en mesure de s'en éloigner aussitôt, permettant au son de ne pas être étouffé. L'échappement, dans sa course, est toutefois retenu par la tringle d'échappement (22) de manière à rester relativement proche de la noix de marteau pour la réceptionner (nous le verrons plus tard).

Après l'impact (**D, E**), le marteau est réceptionné par la tête d'attrape marteau (18) et ne peut y rebondir que très peu puisque le ressort de noix de marteau (15) l'incite à rester contre elle. Cet arrêt du marteau dans sa course par la tête d'attrape marteau permet au bâton d'échappement (qui, en s'échappant, était projeté vers la tringle d'échappement) de venir reprendre sa place en partie haute de la noix de marteau.

---

1. Talent et habileté d'un instrumentiste capable de résoudre, avec aisance, les plus grandes difficultés techniques et innovantes.

Ceci nous amène à la position (**F**) du système, où la touche est toujours enfoncée, mais le mécanisme est à présent stable. Ceci implique qu'au lâcher de touche, le pilote de touche redescend, libérant le chevalet qui reprend également sa position de repos, entraînant avec lui l'échappement. Ce dernier peut alors venir librement se replacer en partie basse de la noix de marteau. Durant la redescende du chevalet, la cuillère diminue la pression qu'elle exerçait sur la queue d'étouffoir, ce qui le replace sur la corde pour en étouffer le son. De son côté, une fois l'échappement revenu à sa place sous la noix, le marteau vient se remettre au repos contre la barre de repos de marteau.



# Chapitre 3

## Modélisation multicorps de la mécanique

Pour débiter ce chapitre, nous avons repris les propos d'Olivier Verlinden qui écrivait dans sa thèse [24] :

"Dans sa définition la plus générale, un système multicorps est un ensemble de corps, rigides ou flexibles, reliés entre eux par des liaisons. Cette définition recouvre en fait un vaste champ d'applications, allant des robots manipulateurs aux véhicules sur pneus ou sur rails, en passant par les systèmes articulés les plus divers (organes de machine, antennes de satellite, engins de foire)."

Avant toute chose, la modélisation numérique d'un système multicorps consiste en une identification des composants qui le constituent parmi un certain nombre d'éléments standards qu'un système multicorps peut comporter, comme (liste non exhaustive) :

- des corps, rigides ou flexibles ;
- des liaisons cinématiques - rotoïde (charnière), prismatique (glissière) ou sphérique (rotule) -, qui matérialisent les différents guidages intervenant entre les corps ;
- des éléments de force - ressorts, amortisseurs, actuateurs -, pour lesquels des équations constitutives propres à chaque élément seront nécessaires de manière à le caractériser de la meilleure façon.

Outre l'identification de ces éléments, il est important de mettre en lumière les hypothèses de modélisation qui ont été posées, de manière à indiquer les éventuelles simplifications qui sont d'application.

L'étape suivante consiste en la caractérisation de l'ensemble de ces éléments. Concernant les corps, leur géométrie, masse, centre de masse et inertie, doivent être déterminés afin de les définir complètement ; quant aux liaisons cinématiques, les directions, dans le repère établi, selon lesquelles elles agissent sont à spécifier. Enfin, il faut implémenter des lois constitutives pour chaque élément de force afin de qualifier et quantifier précisément sa fonction.

Une fois tout cela effectué, le système est entièrement défini ; les équations différentielles du mouvement peuvent être générées et le système est en mesure d'être résolu par intégration numérique de ces dernières, ce qui aboutit à une solution temporelle du système. Pour plus de détails sur le fonctionnement et les algorithmes utilisés par ROBOTRAN, nous renvoyons le lecteur au document *Robotran basics* [25].

La mécanique de frappe du piano droit, dont il est question dans ce mémoire, répond parfaitement à la définition d'un système multicorps : nous avons, en effet, plusieurs corps (allant de la touche au marteau) qui s'articulent d'une certaine manière par rapport à une base et entre lesquels existe un certain nombre de contacts intermittents qui provoquent des forces de plusieurs types (dont les modèles sont abordés dans la SECTION 3.3 de ce chapitre). Nous pouvons également ajouter que le système que nous allons étudier est un problème plan : c'est-à-dire que l'analyse ne se fera que selon deux des trois directions cartésiennes de l'espace :  $\hat{\mathbf{X}}$  et  $\hat{\mathbf{Z}}$ .

En parallèle à la modélisation multicorps du système, grâce à toutes les mesures de géométrie qui ont été prises sur le démonstrateur, ce dernier a été reproduit en 3D au moyen du logiciel SOLIDWORKS pour intégrer un visuel au modèle multicorps et pour mieux comprendre les résultats (positions, vitesses, accélérations des différents corps, notamment) générés par le logiciel de simulation multicorps (ROBOTRAN, dans notre cas). Cette réplique 3D servira, en outre, à déterminer quelques caractéristiques de corps plus compliquées à mesurer, comme certaines matrices d'inertie d'éléments non démontables (dont il est question dans la SECTION 3.1.2.1). Enfin, cette représentation 3D participera à l'aspect pédagogique (comme abordé dans le CHAPITRE 1 traitant des objectifs de ce mémoire), pour disposer d'un visuel des simulations qui soit intuitif pour tous types de public, leur permettant de comprendre le fonctionnement de cette mécanique complexe.

### 3.1 Modèle multicorps

Dans la mécanique multicorps, quelle que soit la taille du système (et donc le nombre d'éléments considérés), chaque corps  $i$  satisfait les équations de Newton et d'Euler suivantes :

$$m^i \ddot{\mathbf{x}}^i = \mathbf{F}^i : \text{Newton} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{I}^i \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{I}^i \cdot \boldsymbol{\omega}^i = \mathbf{L}^i : \text{Euler} \quad (3.2)$$

où  $m^i$  est la masse du corps  $i$ ,  $\ddot{\mathbf{x}}^i$  est l'accélération absolue de son centre de masse,  $\mathbf{F}^i$  la résultante des forces externes qui lui sont appliquées,  $\mathbf{I}^i$  le tenseur d'inertie par rapport à son centre de masse,  $\dot{\boldsymbol{\omega}}^i$  et  $\boldsymbol{\omega}^i$  l'accélération et la vitesse angulaires absolues de son centre de masse et  $\mathbf{L}^i$  la résultante des couples externes qui lui sont appliqués (moments de force par rapport au centre de masse et couples purs).

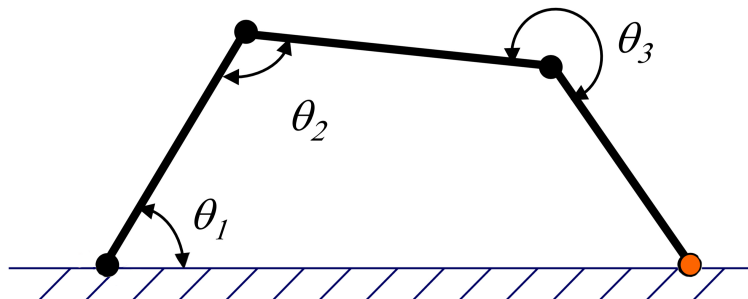


FIGURE 3.1 – Formalisme concernant les coordonnées généralisées. Image tirée de [26].

La description cinématique du système articulé se fait au moyen de *coordonnées relatives* de chaque corps par rapport à son corps parent (voir FIGURE 3.1) que nous appellerons coordonnées généralisées  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  qui correspondent respectivement à la position,

vitesse et accélération relatives. Grâce à cela, il est possible de calculer, pour chaque corps  $i$ , ses variables de configuration  $\mathbf{x}^i$ ,  $\dot{\mathbf{x}}^i$ ,  $\ddot{\mathbf{x}}^i$ ,  $\boldsymbol{\omega}^i$  et  $\dot{\boldsymbol{\omega}}^i$  ( $\forall i$ ). Ainsi, en utilisant les variables de configuration de chaque corps et en les introduisant dans (3.1) et (3.2), nous obtenons, en isolant les accélérations, l'équation du mouvement du système :

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}, F_{ext}, L_{ext}, g) = Q(q, \dot{q}) + J^T \lambda \quad (3.3)$$

où  $M(q)$  est la matrice de masse,  $c(q, \dot{q}, F_{ext}, L_{ext}, g)$  le vecteur dynamique non-linéaire qui contient les termes gyroscopiques, centrifuges et de gravité, ainsi que les contributions des composantes des forces et couples extérieurs,  $F_{ext}$  et  $L_{ext}$  les forces et couples *extérieurs* au système (donc hormis les forces et couples qu'un corps induit à un autre via une articulation),  $g$  l'accélération de la gravité,  $Q(q, \dot{q})$  les forces de contraintes généralisées et

$$J(q, t) = \frac{\partial h(q, t)}{q^T} \quad (3.4)$$

avec  $h(q, t) = 0$  les contraintes du système et  $\lambda$  le vecteur des coefficients de Lagrange, qui décrivent une combinaison linéaire des contraintes ci-avant. Toutefois, le système étudié ne comporte aucune contrainte, puisqu'il n'y a pas de boucle cinématique ; l'équation (3.3) devient alors :

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}, F_{ext}, L_{ext}, g) = Q(q, \dot{q}) \quad (3.5)$$

qui peut alors être exprimée sous forme explicite :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}, forces, couples) \quad (3.6)$$

Bien que le système soit défini en deux dimensions seulement, il reste relativement complexe d'un point de vue cinématique et dynamique. De plus, compte tenu des cinq coordonnées généralisées indépendantes qu'il comporte ainsi que des nombreux contacts qui ajoutent des forces et couples au problème, les équations du mouvement qui décrivent ce système commencent à devenir complexes. C'est pourquoi, nous avons utilisé un logiciel permettant de générer ces équations du mouvement : ROBOTRAN, qui est un logiciel symbolique, c'est-à-dire que les équations sont générées automatiquement, en utilisant des symboles, et simplifiées en fonction du système à analyser. Une fois cela fait par le logiciel, nous devons ajouter les équations constitutives des éléments de force de manière à les décrire qualitativement et quantitativement. Enfin, de manière numérique cette fois, les équations du mouvement sont résolues puis les accélérations intégrées temporellement (nous avons utilisé l'intégrateur Runge-Kutta 4 - RK4 - avec un pas de temps de  $1 \times 10^{-6}$  [s]), de manière à obtenir les positions et vitesses.

### 3.1.1 Hypothèses du modèle

En raison de la complexité avérée du système étudié, plusieurs hypothèses de simplification ont été introduites, qui sont reprises ci-dessous. Pour rappel, l'Annexe A.1 reprend la terminologie du système.

- Tous les corps sont considérés comme rigides. En réalité, seuls trois éléments laissent réellement paraître de la flexibilité dans leur comportement, il s'agit de la corde (nous y revenons plus bas), du manche de marteau et de la tige d'atrape. Cette dernière a de fait un effet notoire dans le comportement dynamique du marteau, en particulier lorsqu'il frappe la corde et vient se loger dans la tête

d'attrape-marteau. Dans cette situation, il s'avère que le profil de position angulaire du marteau adopte un mouvement harmonique amorti avant de s'arrêter dans la tête d'attrape-marteau. R. Masoudi propose dans [13] une façon de modéliser cette flexibilité que nous n'avons pas implémentée dans le cadre de ce mémoire.

- En réalité, les articulations sont des bagues en feutre qui permettent d'éviter de présenter du jeu (lorsqu'elles ne sont pas usées) et dans lesquelles réside du frottement. Nous les considérons comme des jonctions articulaires idéales présentant tout de même du frottement modélisé par une loi constitutive (voir SECTION 3.3).
- En particulier, l'articulation entre le balancier et la touche est également modélisée comme telle. En réalité, la touche est posée sur une rondelle de feutre et y est en contact libre, guidée par la pointe de balancier pour éviter un mouvement latéral ; ce qui engendre non seulement de la rotation, mais également de la translation qui a été négligée dans le modèle multicorps. La FIGURE 3.2 illustre cette articulation particulière.



FIGURE 3.2 – Articulation entre le balancier et la touche. Cette dernière a été légèrement soulevée de manière à faire apparaître le feutre (en rouge) sur lequel elle repose.

- La corde a été modélisée comme un corps rigide à position fixe. Le comportement vibratoire qu'elle adopte en réalité est pris en compte dans la loi constitutive du contact entre le marteau et la corde. Ceci est abordé plus en détails dans les SECTIONS 3.3 et 4.1.3.
- Tous les contacts intermittents que comporte le système ont été assimilés, selon leur morphologie, à un des quatre types de contact simplifié que comprend le modèle : contact entre une surface en arc de cercle et une droite, entre deux surfaces en arc de cercle, contact ponctuel ou contact hybride (combinaison des trois autres). Pour certains, où la vitesse relative tangentielle est faible, les forces tangentielles de contact ont été omises et seule la force normale de contact est implémentée (et ce pour des raisons de rapidité de calculs). La SECTION 3.2 aborde cela en détails.
- L'ensemble de la modélisation se fait dans le plan  $(\hat{X}, \hat{Z})$  (voir FIGURE 3.3). Ceci implique que les corps sont totalement symétriques par rapport au plan  $(\hat{X}, \hat{Z})$  et qu'aucun mouvement ou vibration selon la direction  $\hat{Y}$  n'est pris en compte.

### 3.1.2 Composants du modèle multicorps

Comme déjà annoncé dans l'introduction, la mécanique de frappe qui est étudiée dans le cadre de ce mémoire est celle d'un piano droit de marque RENNER, illustrée à la FIGURE 1. L'emplacement de la touche du démonstrateur par rapport aux 88 touches d'un clavier

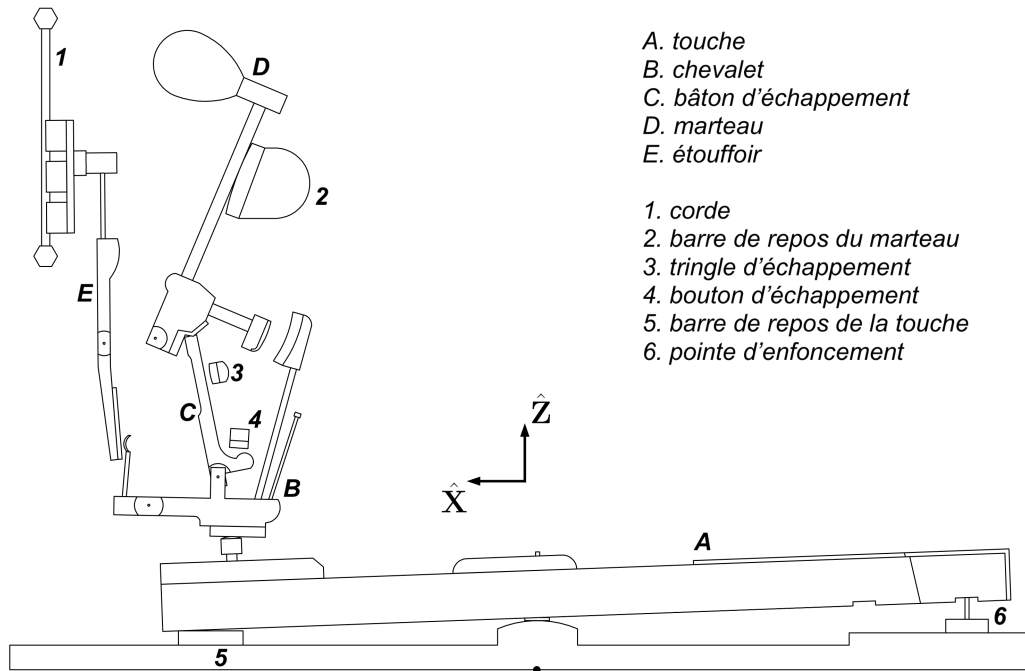


FIGURE 3.3 – Schéma du modèle multicorps. Le point noir sous le balancier est l'origine du repère inertiel représenté. Les corps mobiles sont indiqués par des lettres tandis que les butées fixes le sont par des chiffres.

standard n'est pas connu. La FIGURE 1.2 illustre la réplique 3D du démonstrateur, grâce à laquelle nous pouvons obtenir les figures des contours des corps de la suite de cette section.

Ces figures, des différents composants notamment, illustreront au fur et à mesure ce dont il est question dans le texte. Toutefois, il peut être fait mention, à certains endroits, d'éléments étant hors du cadre de la figure concernée. C'est pourquoi, nous invitons le lecteur à porter une attention particulière à la FIGURE 3.3 qui reprend l'ensemble du modèle multicorps, et à s'y référer en cas de doute ou d'incompréhension.

### 3.1.2.1 Les corps

Nous avons identifié cinq corps mobiles qui sont : la touche, le chevalet, l'échappement, le marteau et l'étouffoir. Ces cinq corps n'ont chacun qu'un degré de liberté qui est la rotation selon l'axe  $\hat{Y}$ . La FIGURE 3.9 illustre cela. La corde, étant modélisée comme rigide et fixe, n'a pas été considérée comme un corps mobile. Également, le bouton d'échappement, la tringle d'échappement et la barre de repos du marteau ont été considérés comme des butées, car fixes par rapport au repère inertiel (un peu plus compliqué que cela concernant la barre de repos du marteau, ceci est abordé en détails en page 25).

Passons en revue chacun de ces corps mobiles afin d'en dire davantage sur leur fonction et l'interaction qu'ils ont avec les autres corps.

**La touche** (FIGURE 3.4) La touche est le seul élément de la mécanique visible par le pianiste lorsqu'il joue, et donc sa seule interface avec le piano (en dehors du pédalier).

C'est en appuyant sur le *dessus de marche* qu'il va pouvoir actionner le mécanisme et jouer la note souhaitée. Le mouvement de la touche est transmis au chevalet via le *pilote de touche*. Ce dernier élément est vissé de manière à pouvoir effectuer le réglage de sa hauteur facilement. La touche a deux butées qui sont la barre de repos de la touche d'un côté et la pointe d'enfoncement côté pianiste (voir FIGURE 3.3).

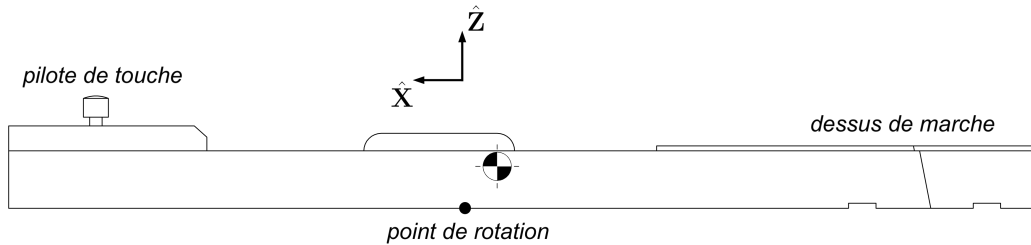


FIGURE 3.4 – Schéma de la touche et son repère attaché en son point de rotation.

**Le chevalet** (FIGURE 3.5) Le chevalet est un corps qui endosse plusieurs fonctions. D'une part, il reçoit l'impulsion de la part de la touche au travers du pilote de touche et la transmet à l'échappement vers le marteau. D'autre part, c'est également cet élément qui, grâce à la *cuillère*, va ôter l'étouffoir de la corde afin de la laisser vibrer (et donc la laisser sonner). Le chevalet comprend aussi la *tête d'attrape marteau*, élément qui réceptionne le marteau lors de son rebond après la frappe de la corde. Ceci permet d'éviter les contacts successifs et involontaires du marteau sur la corde. Enfin, c'est au chevalet, par l'intermédiaire du *crochet*, qu'est attachée la lanière qui sert de rappel du marteau. L'échappement étant difficilement démontable du chevalet sur le démonstrateur, nous avons estimé la masse de chacun de ces deux éléments en comparant nos mesures expérimentales avec les données que nous fournissait SOLIDWORKS. Nous nous sommes également aidé de ce logiciel pour déterminer leur centre de masse ainsi que leur moment d'inertie.

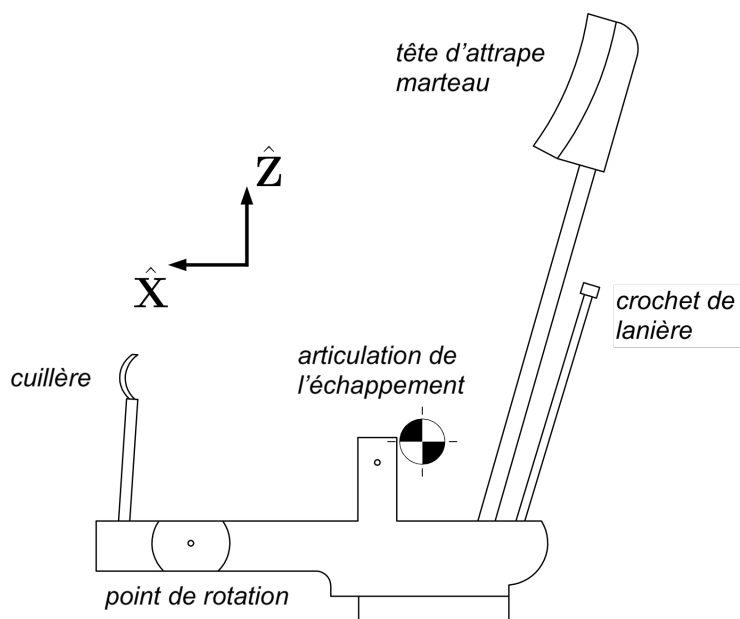


FIGURE 3.5 – Schéma du chevalet et son repère attaché en son point de rotation.

**L'échappement** (FIGURE 3.6) L'échappement est un des éléments clés du fonctionnement de cette mécanique. Il est le dernier intermédiaire de la transmission de l'impulsion entre la touche et le marteau lui-même. Cet élément est solidaire d'un autre corps mobile, le chevalet, ce qui n'est pas le cas du reste des corps qui sont en rotation par rapport au repère inertiel directement. Le ressort en spirale (élément considéré sans masse, seule sa fonction de produire des forces opposées sous l'échappement et sur le chevalet est implémentée dans le modèle multicorps), sous l'échappement, permet de garder ce dernier contre - ou de le ramener proche de - la noix de marteau, son endroit d'action. Le bouton d'échappement, placé juste au-dessus de sa partie convexe (voir FIGURE 3.3), va lui permettre de "s'échapper" juste avant la frappe du marteau, laissant ce dernier s'éloigner de la corde directement après la frappe afin de perdurer sa vibration et donc le son qu'elle émet. Lors de sa fuite, l'échappement est retenu dans sa course par la tringle d'échappement, élément fixe du système.

**Le marteau** (FIGURE 3.7) Le marteau est mis en mouvement par l'échappement qui vient pousser sur la feutrine bordant la *noix de marteau*. Grâce à cette mise en mouvement, la *tête de marteau* peut venir frapper la corde qui va émettre un son. Une variation de la vitesse de frappe du marteau induit des sonorités différentes et surtout des puissances de son différentes. Après la frappe de la corde et durant le rebond du marteau, la *contre-attrape* vient se loger dans la tête d'attrape-marteau (solidaire du chevalet) ce qui amortit le marteau dans sa course, lui évitant de repartir vers la corde et éventuellement de la frapper de nouveau, involontairement. Le *ressort de noix de marteau* (non visible sur la FIGURE 3.7 mais bien sur la FIGURE A.1, n°15) aide également au maintien du marteau à distance de la corde.

Lorsque la touche n'est pas sollicitée, le marteau repose sur la barre de repos du marteau, élément fixe du modèle multicorps.

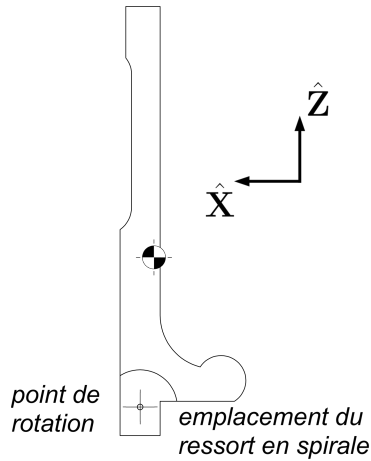


FIGURE 3.6 – Schéma de l'échappement et son repère attaché en son point de rotation.

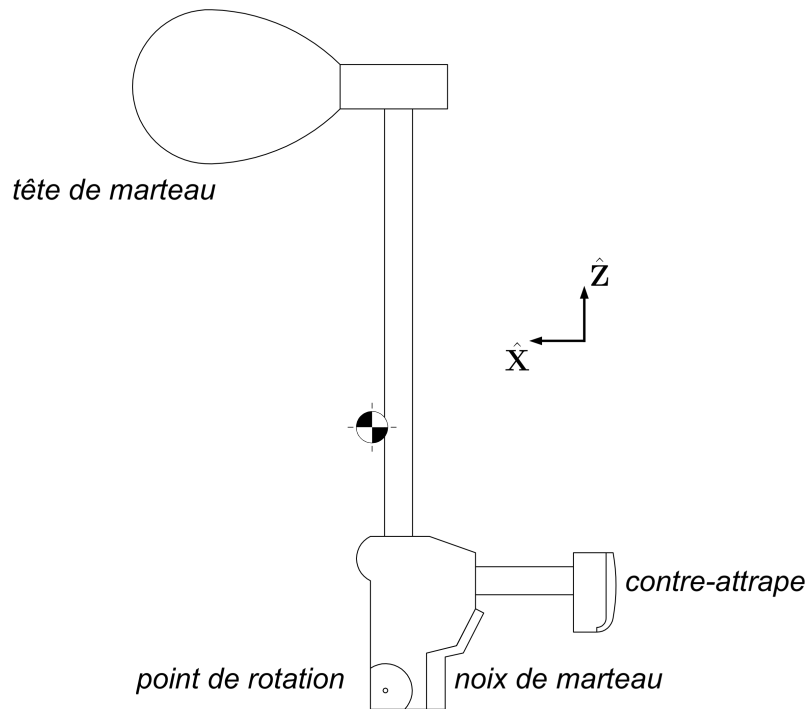


FIGURE 3.7 – Schéma du marteau et son repère attaché en son point de rotation.

**L'étouffoir** (FIGURE 3.8) Cet élément a pour seule fonction d'éviter à la corde de vibrer lorsqu'il est placé contre; c'est la fonction du *ressort de lame d'étouffoir* de le maintenir dans cette position (non visible sur la FIGURE 3.8 mais bien sur la FIGURE A.1, n°14). L'étouffoir est sollicité directement par le chevalet au travers de la cuillère et s'écarte de la corde dès que la touche est enfoncée pour venir se replacer contre lorsqu'elle est relâchée. Non représentée dans le modèle multicorps, il peut être intéressant de savoir que la pédale de droite, appelée *pédale forte*, a pour fonction d'éloigner tous les étouffoirs des cordes simultanément. Ceci a pour effet de laisser ces dernières vibrer même lorsque les touches ne sont pas enfoncées.

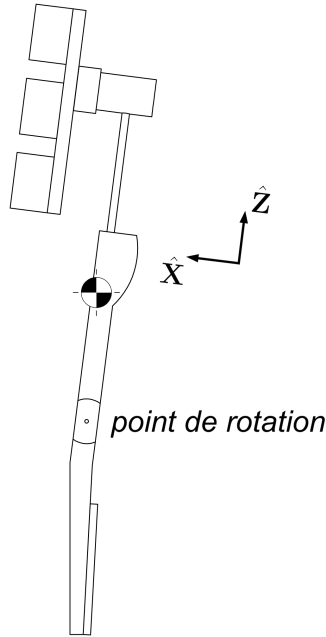


FIGURE 3.8 – Schéma de l'étouffoir et son repère attaché en son point de rotation.

**La barre de repos du marteau** Ce corps fixe a pour fonction principale de soutenir le marteau quand la touche n'est pas sollicitée. Lorsque le marteau rentre en contact avec sa barre de repos, il est très fortement amorti de manière à ne pas repartir trop brusquement vers la corde. Cet élément est donc *presque* fixe (en réalité, une légère rotation vient accentuer cet amortissement). Toutefois, le pianiste a la possibilité, sur les pianos qui en sont équipés, d'enfoncer la *pédale douce* (la pédale de gauche). Cette action a pour effet de basculer la barre de repos du marteau vers le marteau. Dans une telle configuration, ce dernier se trouve au repos plus proche de la corde, avec pour conséquence des sonorités modifiées et une puissance de jeu amoindrie (puisque le marteau ne peut frapper la corde qu'avec une vitesse réduite par rapport à la configuration de base) ; d'où le nom de *pédale douce*. Cette dernière fonction n'est pas incluse dans le modèle multicorps mais nous pouvons voir sur la figure en ANNEXE [A.1](#) l'élément n°12 qui représente la commande de pédale douce.

### 3.1.2.2 Les articulations

Le modèle comprend donc cinq articulations en rotation, et ainsi cinq composantes du vecteur de coordonnées généralisées permettant de décrire l'orientation des cinq corps mobiles :

$$q = \{\theta^t, \theta^c, \theta^{ec}, \theta^m, \theta^{et}\} \quad (3.7)$$

avec  $t$  pour *touche*,  $c$  pour *chevalet*,  $ec$  pour *échappement*,  $m$  pour *marteau* et  $et$  pour *étouffoir*. Comme expliqué dans la SECTION [3.1.2.1](#), l'échappement étant le seul corps solidaire d'un autre (le chevalet),  $\theta^{ec}$  décrit l'angle entre le repère associé au chevalet et celui de l'échappement. Concernant les autres coordonnées généralisées, elles décrivent l'angle entre le repère inertiel  $\{\hat{\mathbf{I}}\}$  et le repère associé à chacun des corps.

La FIGURE [3.9](#) illustre l'agencement des corps, des angles associés et des différents repères dont il est question.





Nous définissons :

- $\{\hat{\mathbf{I}}\}$  le repère inertiel et  $O^I$  son origine.
- $\{\hat{\mathbf{X}}^i\}$  le repère lié au corps  $i$ , il s'écrit sous la forme d'une matrice colonne de dimension  $3 \times 1$ , contenant ses vecteurs unitaires :

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^i \end{bmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_x^i \\ \hat{\mathbf{X}}_y^i \\ \hat{\mathbf{X}}_z^i \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

- Le vecteur  $\mathbf{a}$ , décrit par ses trois composantes  $a_x, a_y, a_z$  dans le repère  $\{\hat{\mathbf{X}}^i\}$  solidaire du corps  $i$  :

$$\mathbf{a} = a_x \hat{\mathbf{X}}_x^i + a_y \hat{\mathbf{X}}_y^i + a_z \hat{\mathbf{X}}_z^i \quad (3.9)$$

qui peut être écrit sous forme plus concise :

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^i \end{bmatrix}^T a, \text{ avec } a \triangleq (a_x \ a_y \ a_z)^T \quad (3.10)$$

- Les repères  $\{\hat{\mathbf{I}}\}$  et  $\{\hat{\mathbf{X}}^i\}$  sont orientés l'un par rapport à l'autre par la matrice de rotation  $R_y^i$  tel que :

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^i \end{bmatrix} = R_y^i \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

### 3.2.1 Contact de type *cercle-droite*

Quelques contacts du modèle multicorps implémenté peuvent être simplifiés par une géométrie de type cercle-droite, ce qui est le cas du contact entre la tête de marteau et la corde (illustré sur la FIGURE 3.11). Leur contour sont respectivement représentés par un cercle de rayon  $R_a$  (le corps  $a$  : dans cet exemple, la tête de marteau) et une droite (le corps  $b$  : dans cet exemple, la corde).

#### 3.2.1.1 Calcul de l'enfoncement relatif

Définissons tout d'abord quelques grandeurs relatives au problème (voir FIGURE 3.11) :

- $\{\hat{\mathbf{X}}^a\}$  (resp.  $\{\hat{\mathbf{X}}^b\}$ ), le repère attaché au corps  $a$  (resp.  $b$ ), situé au point  $O_a$  (resp.  $O_b$ ) et qui définit le profil du corps. Par convention, les vecteurs unitaires  $\hat{\mathbf{X}}_1$  et  $\hat{\mathbf{X}}_3$  sont dans le plan du corps. Le repère  $\{\hat{\mathbf{X}}^a\}$  associé au corps  $a$  est orienté par rapport au repère inertiel  $\{\hat{\mathbf{I}}\}$  via une matrice de rotation  $R_y^a$  tel que  $\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^a \end{bmatrix} = R_y^a \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \end{bmatrix}$ .

De façon similaire pour le corps  $b$ ,  $\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}^b \end{bmatrix} = R_y^b \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \end{bmatrix}$ .

- les vecteurs position  $\mathbf{p}^a = \overrightarrow{O^I O^a}$  et  $\mathbf{p}^b = \overrightarrow{O^I O^b}$  qui définissent l'origine du repère lié au corps.
- les vecteurs position  $\mathbf{r}^a = \overrightarrow{O^a A}$  et  $\mathbf{r}^b = \overrightarrow{O^b B}$  qui définissent la position du point potentiel de contact (respectivement  $A$  et  $B$ ) en fonction de l'origine du repère lié à leur corps. Les paramètres  $x_a$  (resp.  $x_b$ ) sont les variables qui définissent la position du point potentiel de contact du corps  $a$  (resp.  $b$ ) dans l'expression de leur contour (voir (3.13)).
- les vecteurs position  $\mathbf{u}^a = \overrightarrow{O^I A}$  et  $\mathbf{u}^b = \overrightarrow{O^I B}$  qui définissent la position du point potentiel de contact (respectivement  $A$  et  $B$ ) en fonction de l'origine du repère inertiel.



Trouver le point de contact entre deux corps dans le plan revient à résoudre un système de deux équations algébriques non linéaires en les variables  $x_a$  et  $x_b$  pour minimiser la distance entre les deux corps. Ces équations s'appellent "relation de tangence" (la première) et "relation d'alignement" (la seconde) :

$$h_1(x_a, x_b) \triangleq \mathbf{n}^b \cdot \mathbf{t}^a = 0 \quad (3.18)$$

$$h_2(x_a, x_b) \triangleq \mathbf{t}^b \cdot (\mathbf{u}^b - \mathbf{u}^a) = 0 \quad (3.19)$$

Ce système peut être résolu par l'algorithme de Newton-Raphson :

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + J^{-1}h|_{x=x^k} \\ \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \end{pmatrix}^{k+1} &= \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \end{pmatrix}^k + \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_a} & \frac{\partial h_1}{\partial x_b} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_a} & \frac{\partial h_2}{\partial x_b} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}^k \end{aligned} \quad (3.20)$$

où  $J$  est la Jacobienne du système et  $k$  l'itéré de l'algorithme.

Afin de vérifier s'il y a contact, nous calculons la distance  $e$  qui sépare les deux corps :

$$e = \mathbf{n}^a \cdot (\mathbf{u}^b - \mathbf{u}^a) \quad (3.21)$$

Si  $e < 0$ , les corps ont interpénétré avec une profondeur  $|e|$ .

### 3.2.1.2 Calcul de la vitesse relative

Pour le calcul des vitesses relatives normale  $\dot{e}_n$  et tangentielle  $\dot{e}_t$  entre les deux corps, nous définissons,  $\forall i = \{a, b\}$  :

— les vecteurs vitesses absolues  $\mathbf{v}^a$  et  $\mathbf{v}^b$  des points  $A$  et  $B$  dans le repère inertiel :

$$\mathbf{v}^i = [\hat{\mathbf{I}}]^T v^i \quad (3.22)$$

— les vecteurs vitesses angulaires absolues  $\boldsymbol{\omega}^a$  et  $\boldsymbol{\omega}^b$  des points  $O^a$  et  $O^b$  :

$$\boldsymbol{\omega}^i = [\hat{\mathbf{I}}]^T \omega^i \quad (3.23)$$

que nous pouvons alors réécrire, et ensuite définir la vitesse relative  $\mathbf{v}^{AB}$  entre les points  $A$  et  $B$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^i &= \dot{\mathbf{p}}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{r}^i \\ &= [\hat{\mathbf{I}}]^T \{p^i + \omega^i \times R_y^{aT} r^a\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{AB} &= [\hat{\mathbf{I}}]^T v^{AB} \\ &= [\hat{\mathbf{I}}]^T \{v^A - v^B\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Nous pouvons alors obtenir les vitesses relatives tangentielle  $\dot{e}_t$  et normale  $\dot{e}_n$  par projection de  $\mathbf{v}^{AB}$  :

$$\dot{e}_t = \mathbf{v}^{AB} \cdot \hat{\mathbf{t}}^a \quad (3.26)$$

$$\dot{e}_n = \mathbf{v}^{AB} \cdot \hat{\mathbf{n}}^a \quad (3.27)$$



Dans ce contact hybride, nous avons donc considéré trois cas possibles lors du fonctionnement de la mécanique. Ces cas sont représentés à la FIGURE 3.13. Avant de calculer le point de contact entre les deux corps, nous devons déterminer le cas dans lequel nous nous trouvons parmi les trois possibilités suivantes :

1. Contact *droite "horizontale" - cercle* (FIGURE 3.13a et 3.13b) : la partie arrondie de la noix de marteau est le corps  $a_a$ , dont le contour est un cercle de rayon  $R_a$  et la partie supérieure horizontale de l'échappement est le corps  $b_h$  dont le contour est une droite.
2. Contact *cercle - cercle* (FIGURE 3.13c et 3.13d) : la partie arrondie de la noix de marteau est le corps  $a_a$ , dont le contour est un cercle de rayon  $R_a$  et le coin supérieur gauche de l'échappement le corps  $b_c$ , dont le contour est un cercle de rayon  $R_b$ .
3. Contact *droite "oblique" - cercle* (FIGURE 3.13e et 3.13f) : la partie oblique de la noix de marteau est le corps  $a_o$  dont le contour est une droite et le coin supérieur gauche de l'échappement est le corps  $b_c$ , dont le contour est un cercle de rayon  $R_b$ .

L'origine des corps  $a_i$  (resp.  $b_i$ ), à savoir les points  $O^{a_c}$  et  $O^{a_o}$  (resp.  $O^{b_h}$  et  $O^{b_c}$ ), se situe au même endroit, seule l'orientation des repères  $\{\hat{\mathbf{X}}^{a_i}\}$  (resp.  $\{\hat{\mathbf{X}}^{b_i}\}$ ) change en fonction du cas de figure.

Concrètement donc, pour chaque pas de temps de la simulation, la configuration et l'orientation de la noix de marteau et de l'échappement définissent le cas, parmi les trois présentés ci-dessus, dans lequel on se trouve ; ce choix étant déterminé par la zone géométrique dans le plan, délimitée par les axes des repères  $\{\hat{\mathbf{X}}^{a_o}\}$  et  $\{\hat{\mathbf{X}}^{b_h}\}$  (voir FIGURE 3.14).

Plus précisément, c'est l'orientation de la droite, qui relie la position des centres de cercle  $O^{a_o}$  et  $O^{b_h}$ , et l'orientation des repères  $\{\hat{\mathbf{X}}^{a_o}\}$  et  $\{\hat{\mathbf{X}}^{b_h}\}$  qui vont être déterminants. Ainsi, nous disposons de  $\mathbf{p}^{a_o}$  et  $\mathbf{p}^{b_h}$ , comme définis précédemment ; nous pouvons alors définir le vecteur  $\mathbf{p}^{a_o b_h}$  :

$$\mathbf{p}^{a_o b_h} = \mathbf{p}^{a_o} - \mathbf{p}^{b_h} \quad (3.29)$$

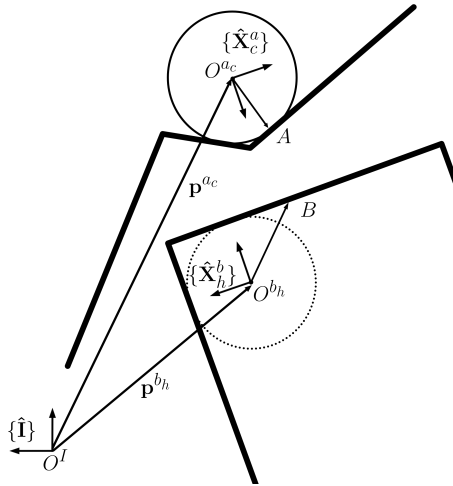
avec

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^{a_o} &= [\hat{\mathbf{I}}]^T p^{a_o} \\ \mathbf{p}^{b_h} &= [\hat{\mathbf{I}}]^T p^{b_h} \end{aligned} \quad (3.30)$$

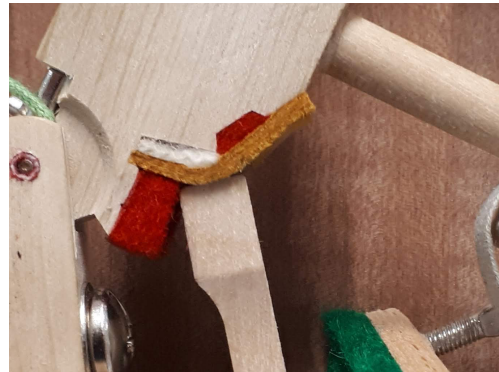
on peut alors réécrire, à partir de l'équation (3.29) :

$$\mathbf{p}^{a_o b_h} = [\hat{\mathbf{I}}]^T \{p^{a_o} - p^{b_h}\} \quad (3.31)$$

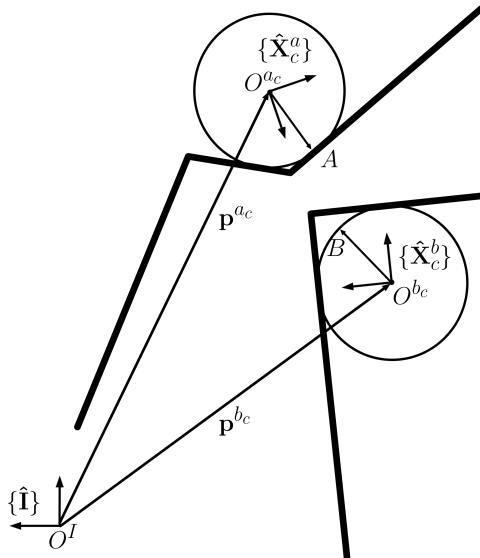
Afin d'exploiter la subdivision du plan en zones distinctes, il faut réécrire les composantes du vecteur  $\mathbf{p}^{a_o b_h}$  dans les repères de référence  $\{\hat{\mathbf{X}}^{a_o}\}$  et  $\{\hat{\mathbf{X}}^{b_h}\}$  pour les corps  $a$  et  $b$  respectivement. On définit à cet effet les matrices de rotation  $R_y^{a_o}$  et  $R_y^{b_h}$ , telles que



(a) Cas 1 : géométrie *cercle - droite horizontale*



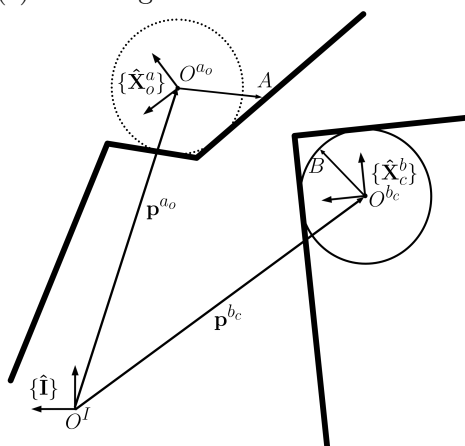
(b) Cas 1 : photo du démonstrateur



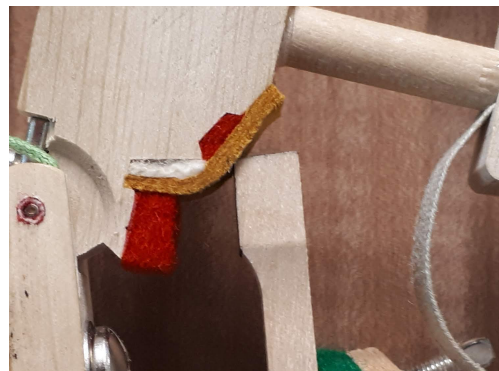
(c) Cas 2 : géométrie *cercle - cercle*



(d) Cas 2 : photo du démonstrateur



(e) Cas 3 : géométrie *droite oblique - cercle*



(f) Cas 3 : photo du démonstrateur

FIGURE 3.13 – Trois cas possibles concernant le seul contact de type *hybride* du modèle multicorps, entre la noix de marteau et l'échappement. Les cercles en pointillés ne sont représentés que pour indiquer au lecteur que les origines de repères ( $O^{a_c}$  et  $O^{a_o}$ , ou encore  $O^{b_h}$  et  $O^{b_c}$ ) ont la même position. Ils n'ont évidemment pas d'utilité dans les repères  $\{\hat{X}_h^b\}$  et  $\{\hat{X}_o^a\}$ .

$$[\hat{\mathbf{X}}^i] = R_y^i [\hat{\mathbf{I}}], \forall i = \{a_o, b_h\} :$$

$$\mathbf{p}^{a_o b_h} = [\hat{\mathbf{X}}^{a_o}] R_y^{a_o T} \{p^{a_o} - p^{b_h}\} = [\hat{\mathbf{X}}^{a_o}] \begin{pmatrix} x_a \\ 0 \\ z_a \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{p}^{a_o b_h} = [\hat{\mathbf{X}}^{b_h}] R_y^{b_h T} \{p^{a_o} - p^{b_h}\} = [\hat{\mathbf{X}}^{b_h}] \begin{pmatrix} x_b \\ 0 \\ z_b \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Avec les expressions de  $\mathbf{p}^{a_o b_h}$  sous ces formes, nous pouvons définir les conditions qui déterminent le cas dans lequel nous sommes pour le contact *hybride* :

1. Cas 1 : contact *cercle - droite "horizontale"* : le vecteur  $\mathbf{p}^{a_o b_h}$  se trouve à la fois dans la zone bleu ciel et dans la zone rouge, c'est-à-dire  $x_a \geq 0$  et  $x_b < 0$ .
2. Cas 2 : contact *cercle - cercle* : le vecteur  $\mathbf{p}^{a_o b_h}$  se trouve à la fois dans la zone bleu ciel et dans la zone orange, c'est-à-dire  $x_a \geq 0$  et  $x_b \geq 0$ .
3. Cas 3 : contact *droite "oblique" - cercle* : le vecteur  $\mathbf{p}^{a_o b_h}$  se trouve à la fois dans la zone bleu marine et dans la zone orange, c'est-à-dire  $x_a < 0$  et  $x_b \geq 0$ .

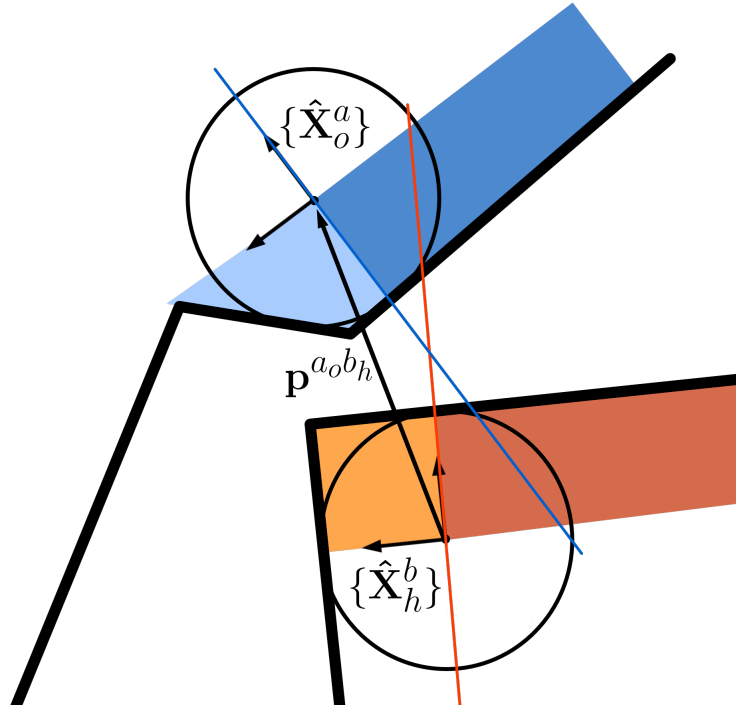


FIGURE 3.14 – Définition, dans le plan, des zones permettant de déterminer le type de géométrie de contact pour un contact *hybride* (noix de marteau - échappement dans le cas représenté).

Une fois que nous savons dans quel cas nous nous trouvons et donc avec quelles géométries nous devons travailler, le calcul de l'enfoncement  $e$  et de la vitesse relative  $\dot{e}$  peut être effectué avec les méthodes cercle-droite et cercle-cercle, vues ci-dessus, en vue de calculer la force de contact.

### 3.2.4 Contact ponctuel

Certaines zones de contact présentent un faible mouvement relatif tangentiel ; la composante tangentielle des forces impliquées peut alors être négligée et le contact est ainsi simplifié et assimilé à un contact ponctuel. Il s'agit en général des butées de fin de course. Dans cette méthode, le point de contact d'un couple de corps est défini à l'avance et on considère que la force calculée s'applique toujours au même point. Les points en question,  $A$  et  $B$  sont définis sur les corps  $a$  et  $b$  par  $\mathbf{u}^a$  et  $\mathbf{u}^b$  respectivement, de la même façon qu'à l'équation (3.12). L'exemple que nous utilisons pour illustrer cette méthode est repris de [1] et est le contact entre la touche (le corps  $a$ ) et le feutre de la pointe d'enfoncement, qui sert de butée (le corps  $b$ ). Il est visible à la FIGURE 3.15.

Le logiciel ROBOTRAN permet un calcul simplifié d'une force appliquée entre deux points du système. Il s'agit d'une force de type *action-réaction* dont les composantes sont nulles en dehors de la direction définie par les deux points  $A$  et  $B$ . Afin d'éviter des erreurs numériques dues à une distance nulle entre les deux points, on écarte fictivement les points d'une distance  $Z_{extra}$  dont on annule l'effet par après [1].

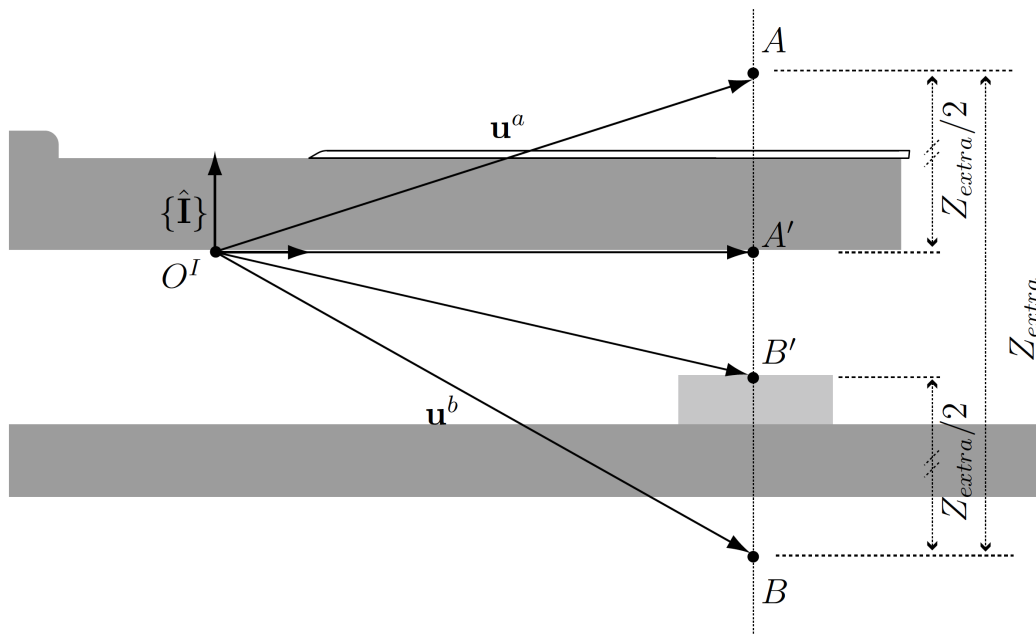


FIGURE 3.15 – Approximation de la géométrie de contact de la touche (corps  $a$ ) et du feutre de la pointe d'enfoncement (corps  $b$ ) par des points. Illustration tirée de [1].

Le calcul des forces s'effectue selon les étapes suivantes :

1. Calcul de la position ( $\mathbf{u}^a$  et  $\mathbf{u}^b$ ) et de la vitesse ( $\dot{\mathbf{u}}^a$  et  $\dot{\mathbf{u}}^b$ ) des deux points de contact dans le repère inertiel.
2. Calcul de la distance relative  $Z$  et de la vitesse relative  $\dot{Z}$  entre les deux points de contact.
3. Si  $Z - Z_{extra} > 0$ , il n'y a pas de contact entre les deux corps, en conséquence il n'y a pas de force à calculer.

---

1. Les points de contact "physiques" correspondent donc aux points  $A'$  et  $B'$  sur la FIGURE 3.15.

Si  $Z - Z_{extra} < 0$ , il y a contact et on peut calculer la force grâce aux lois constitutives basées sur la distance d'enfoncement  $e = Z - Z_{extra}$  et la vitesse d'enfoncement  $\dot{e} = \dot{Z}$ . La force de lien exercée par le corps  $b$  sur le corps  $a$  est donnée par :

$$\mathbf{F}_{link}^{b \rightarrow a} = f(e, \dot{e}) \frac{\mathbf{u}^a - \mathbf{u}^b}{\|\mathbf{u}^a - \mathbf{u}^b\|} \quad (3.34)$$

Et par principe d'action réaction, la force de lien exercée par le corps  $a$  sur le corps  $b$  :

$$\mathbf{F}_{link}^{a \rightarrow b} = -\mathbf{F}_{link}^{b \rightarrow a} \quad (3.35)$$

### 3.3 Lois constitutives

Dans la section précédente, nous avons étudié les méthodes utilisées pour résoudre l'aspect cinématique des contacts intermittents : la recherche de la position du point de contact et le calcul de l'enfoncement  $e$ , dans ce contact, ainsi que les vitesses relatives tangentielle  $\dot{e}_t$  et normale  $\dot{e}_n$ . Nous avons donc les éléments nécessaires pour nous lancer dans la caractérisation dynamique de ces situations. Ainsi, nous aurons l'occasion de nous pencher sur les lois constitutives utilisées pour le calcul des forces normales, des forces tangentielles et du frottement dans les articulations, qu'on appelle également couples articulaires.

#### 3.3.1 Forces normales

Comme le souligne R. Masoudi dans [14], la modélisation de la force d'appui en fonction de la compression du feutre est très complexe à cause de son comportement non-linéaire à caractère hystérétique. Il pourrait être possible de développer un modèle théorique pour caractériser le comportement de compression en fonction des propriétés des microfibrilles et de l'architecture de ses structures ; mais pour une application dans un modèle multicorps, c'est également important de disposer d'une relation qui peut être calculée à chaque pas de temps et en un temps raisonnable.

La FIGURE 3.16 illustre les résultats expérimentaux d'un test d'impact d'un marteau de piano qui frappe une butée rigide et ce, pour trois vitesses différentes. Il peut être remarqué sur cette figure que la courbe de chargement est quasiment indépendante de la vitesse de l'impact (en tout cas pour les vitesses testées, qui sont représentatives de celles qui sont d'application dans la frappe de la corde par le marteau).

Sur base de ces expérimentations, R. Masoudi a développé un modèle empirique pour calculer les forces de contact à partir de l'enfoncement. Au départ de données d'expérimentations de feutres en force-compression, les courbes de chargement  $F_L(e)$  (pour *Loading*) et de déchargement  $F_U(e)$  (pour *Unloading*) sont calculées. Le modèle mathématique utilisé pour approcher la courbe expérimentale est le suivant :

$$F(x) = axe^{bx} + cx \quad (3.36)$$

où  $F$  est la force de contact,  $x$  est l'enfoncement au même titre que  $e$  calculé dans la SECTION 3.2 (mais cette dernière notation aurait rendu l'équation ci-dessus peu claire) et

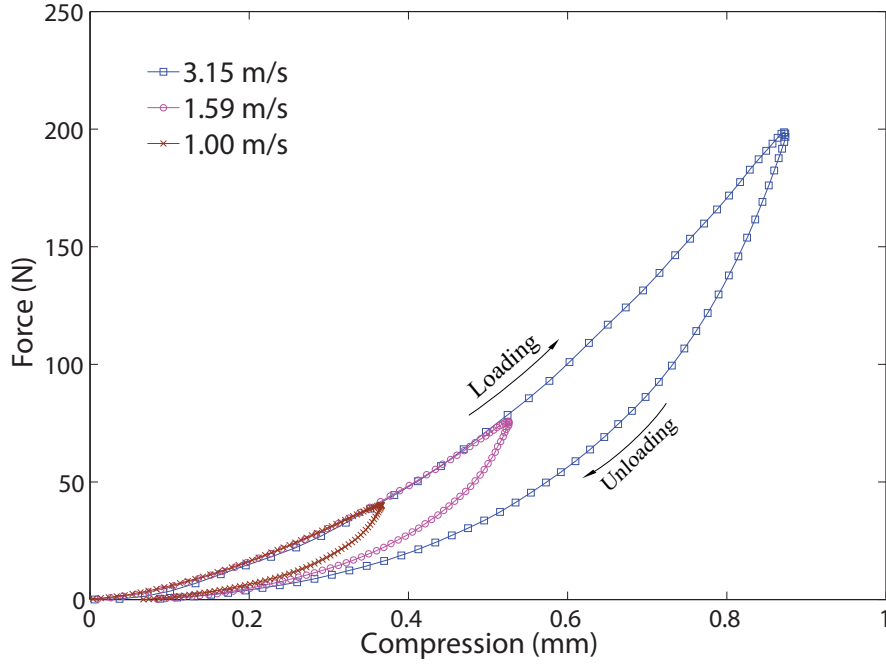


FIGURE 3.16 – Courbes de chargement et déchargement d’un marteau frappant une butée rigide à différentes vitesses. Image tirée de [14].

$a$ ,  $b$  et  $c$  sont des paramètres constants qui diffèrent d’un feutre à l’autre. Pour modéliser le comportement hystérétique, le modèle mathématique suivant est utilisé :

$$F_n(e, \dot{e}) = \begin{cases} F_L(e) & \text{si } \dot{e} \geq 0 \\ F_L(e) + \delta_{LU}(e) \tanh(\alpha \dot{e}) & \text{si } \dot{e} < 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

où  $F_n$  est la force normale de contact,  $e$  et  $\dot{e}$  sont l’enfoncement et la vitesse relative,  $\delta_{LU}(e) = F_L(e) - F_U(e)$  est la différence entre les courbes de chargement et de déchargement pour chaque valeur d’enfoncement et  $\alpha$  est un paramètre contrôlant la vitesse de transition entre les états de chargement et de déchargement. Ainsi, avec cette approche, nous avons à tout moment  $F_U(e) \leq F_n(e) \leq F_L(e)$ .

D’autres approches existent pour modéliser les contacts comportant des feutres dans le cadre de la mécanique de frappe d’un piano, comme celle qui le fait par une fonction cubique force versus compression qui résulte de la moyenne entre la courbe de chargement et celle de déchargement, avec un terme d’amortissement permettant d’introduire le caractère hystérétique (décrit dans [27], [28]). Toutefois, ce dernier modèle produit un comportement hystérétique très dépendant de la vitesse ; ce qui ne reflète pas les données d’expérimentations. C’est la raison pour laquelle nous avons choisi pour notre modèle multicorps l’approche de R. Masoudi. Une autre raison intervient : le fait que R. Masoudi, dans sa thèse, reprend les valeurs des paramètres de cette loi pour les différents feutres de la mécanique du piano droit qu’il a étudiée ; ce que nous reprendrons également pour les feutres que nous n’aurons pas pu caractériser nous-même.

Toutes les valeurs de paramètres que nous avons retenues sont reprises en ANNEXE [B](#).

### 3.3.2 Forces tangentielles

Les différents contacts qui se produisent au sein de la mécanique de frappe étudiée subissent également du frottement statique ou dynamique, représenté par une force tangentielle au contact. Toutefois, dans l'optique de rester dans des temps de calculs raisonnables pour les simulations, des forces tangentielles n'ont pas été systématiquement implémentées dans les 12 contacts que comporte le modèle multicorps. En effet, pour certains d'entre eux, la vitesse relative tangentielle reste dans des valeurs très faibles ; le frottement a alors été négligé.

Le modèle de frottement de Coulomb est utilisé pour modéliser les forces tangentielles. Selon ce modèle, tant que la force tangentielle  $f_t$  n'atteint pas une certaine limite définie, aucun glissement ne se produit, dû à cette force limite résistante qui empêche le mouvement :

$$|f_t| \leq \mu_s |f_n| \quad (3.38)$$

où  $\mu_s$  est le coefficient de frottement statique et  $f_t$  et  $f_n$  sont les composantes tangentielle et normale de la force de contact.

Lorsque les deux corps en contact sont déjà en mouvement relatif ou que  $|f_t|$  dépasse cette limite  $\mu_s |f_n|$ , on passe dans une situation de frottement dynamique et la relation en application devient :

$$|f_t| = \mu_c |f_n| \quad (3.39)$$

où  $\mu_c$  est le coefficient de frottement cinétique. Nous voyons directement dans cette relation que la force tangentielle  $f_t$  n'est pas dépendante de la vitesse relative tangentielle  $\dot{e}_t$ .

De manière à prendre en compte la dépendance du signe de la force tangentielle  $f_t$  par rapport à la vitesse relative tangentielle  $\dot{e}_t$  ainsi que les cas de frottement statique et dynamique, un profil du coefficient de frottement  $\mu$  peut être construit par morceaux. Ainsi, ce profil change de signe avec  $\dot{e}_t$  et prend des valeurs s'approchant de  $\mu_s$  à vitesse relative tangentielle faible (à  $\dot{e}_t \simeq v_s$ ,  $v_s$  étant une vitesse seuil). B. Bokiau, dans [1], reprend le modèle d'Hirshkorn qui est une version lissée d'un tel profil par morceaux (repris en FIGURE 3.17) et adaptée de celui proposé par Cull et Tucker<sup>2</sup> dans [29] :

$$\mu = A \left( \tanh(\dot{e}_t/v_s) + \frac{B_1 \dot{e}_t/v_s}{1 + B_2 (\dot{e}_t/v_s)^4} \right) \quad (3.40)$$

où  $\mu$  est le coefficient de frottement,  $\dot{e}_t$  la vitesse relative tangentielle,  $v_s$  la vitesse relative seuil,  $A$  le coefficient de frottement cinétique  $\mu_c$  et  $B_1$  et  $B_2$  des constantes ajustées pour obtenir le pic qui correspond au coefficient de frottement statique  $\mu_s$ . C'est cette version lissée que nous utiliserons dans notre modèle multicorps.

Avec des valeurs de  $\mu$  telles que représentées sur la FIGURE 3.17, la relation pour la force tangentielle  $f_t$  devient alors :

$$|f_t| = \mu |f_n| \quad (3.41)$$

Les valeurs des différents paramètres utilisés pour le calcul des forces tangentielles sont reprises en ANNEXE B.

---

2. Le modèle proposé par Cull et Tucker est

$$\mu = A \left( \tanh(\dot{e}_t/v_s) + \frac{B_1 \dot{e}_t/v_s}{1 + B_2 (\dot{e}_t/v_s)^2} \right)$$

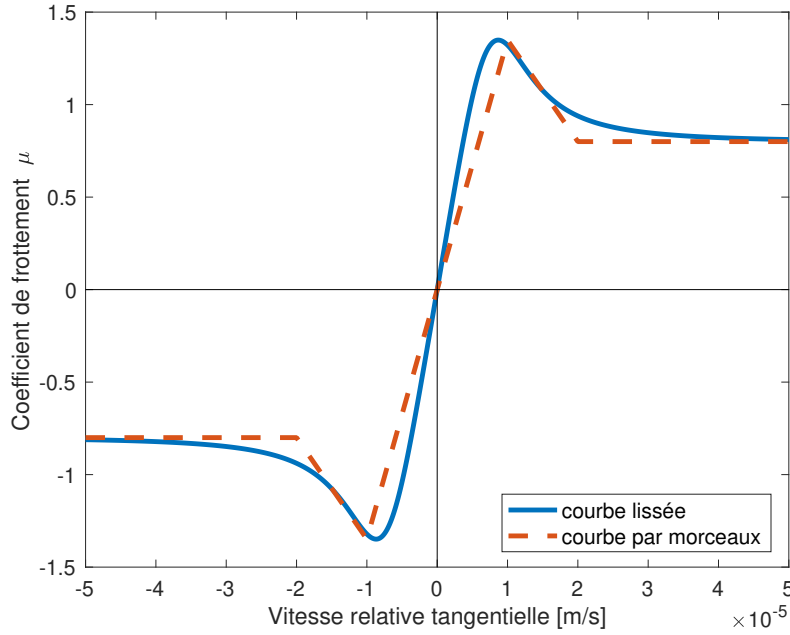


FIGURE 3.17 – Valeur du coefficient de frottement  $\mu$  en fonction de la vitesse tangentielle  $\dot{e}_t$  pour le contact entre le marteau et la tête d’attrape marteau.

### 3.3.3 Couples articulaires

Pour des raisons de simplification, le couple articulaire résistant présent dans les articulations est modélisé avec une loi simple qui n’utilise qu’un coefficient d’amortissement constant  $D$  :

$$C^r = -D\omega \quad (3.42)$$

où  $C$  est le couple résistant,  $D$  l’amortissement et  $\omega$  la vitesse angulaire dans l’articulation.

Toutefois, nous utilisons une loi plus complexe pour l’articulation du marteau. En effet, il s’agit d’une articulation importante d’un point de vue dynamique dans le système au vu du large intervalle de vitesses angulaires qu’il atteint. Egalement, nous avons pu caractériser de manière expérimentale cette jonction (voir CHAPITRE 4) et avons remarqué qu’un amortissement  $D$  constant s’approchait mal de la réalité. Ainsi, la loi de Hirschorn utilisée pour les forces tangentielles a été utilisée dans l’articulation du marteau, et nous obtenons ainsi la valeur de  $D$  illustrée à la FIGURE 3.18

Deux éléments sur le démonstrateur comportent un ressort qui est implémenté également au travers des couples articulaires ; il s’agit du marteau et de l’étouffoir. Pour le premier, le ressort a pour fonction de garder le marteau proche de la tête d’attrape marteau après son rebond sur la corde, de manière à éviter un second contact involontaire. Pour le second, le ressort a pour fonction de maintenir l’étouffoir contre la corde lorsque la touche n’est pas enfoncée.

Dans ces deux cas, le ressort est modélisé par une loi simple dont les paramètres ont été déterminés en statique de manière expérimentale :

$$C^r = -k_\theta(\theta - \theta_0) \quad (3.43)$$

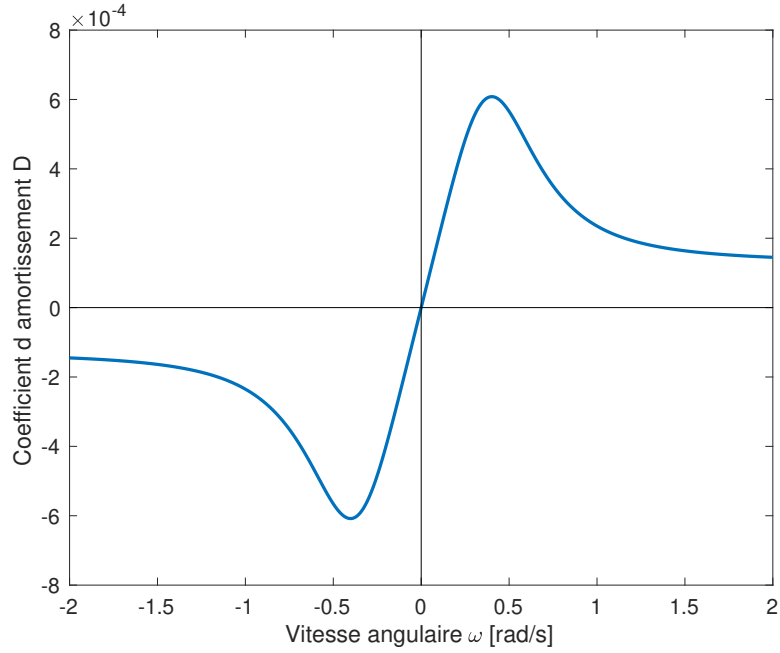


FIGURE 3.18 – Valeur du coefficient d’amortissement  $D$  en fonction de la vitesse angulaire dans l’articulation du marteau.

où  $C^r$  est le couple de rappel induit par le ressort,  $k_\theta$  est la raideur angulaire et  $\theta_0$  la position angulaire à laquelle le couple de rappel est nul.

Les valeurs des paramètres utilisés dans ces lois sont reprises en ANNEXE [B](#).

### 3.3.4 Le ressort en spirale et la lanière

Deux autres éléments encore sont régis par une loi constitutive particulière (mais simple) qui n’entre pas dans les catégories ci-dessus, il s’agit du *ressort en spirale* et de la *lanière*.

Ces éléments peuvent être assimilés à un ressort de compression (pour le ressort en spirale) et un ressort de traction (pour la lanière) et sont donc modélisés par la simple loi de Hooke :

$$F(x) = k(x - l_0) \quad (3.44)$$

où  $F$  est la force appliquée à chacune des extrémités du ressort, de manière opposée et selon la direction qui les joint ( $F > 0$  en traction et  $F < 0$  en compression),  $k$  est la constante de raideur qui a été calculée expérimentalement,  $x$  est la longueur qui sépare les deux extrémités du ressort et  $l_0$  est la longueur du ressort lorsqu’il n’est soumis à aucune déformation.

Concernant la lanière, une condition a été apportée de manière à annuler son effet en compression et pour qu’aucune force ne soit générée dans ce cas. L’élément suit alors le modèle suivant :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq l_0 \\ k(x - l_0) & \text{si } x > l_0 \end{cases} \quad (3.45)$$

Comme déjà introduit précédemment, ces éléments sont considérés sans masse, seule leur fonction de génération de force en deux endroits est modélisée. Les valeurs retenues pour ces paramètres sont reprises en ANNEXE [B](#).

# Chapitre 4

## Identification des paramètres et validation expérimentale

Afin de valider par expérimentations le modèle multicorps implémenté, nous avons utilisé une caméra rapide (PHOTRON FASTCAM SA3) capable de filmer à très haut débit d'images (2000 images par seconde dans le cadre de ce mémoire). Ceci nous permet d'analyser les comportements en ralentissant fortement le temps : nous avons pu visionner les phénomènes à vitesse 83x plus lente qu'à vitesse réelle. La FIGURE 4.1 illustre les installations utilisées pour effectuer ces expériences.

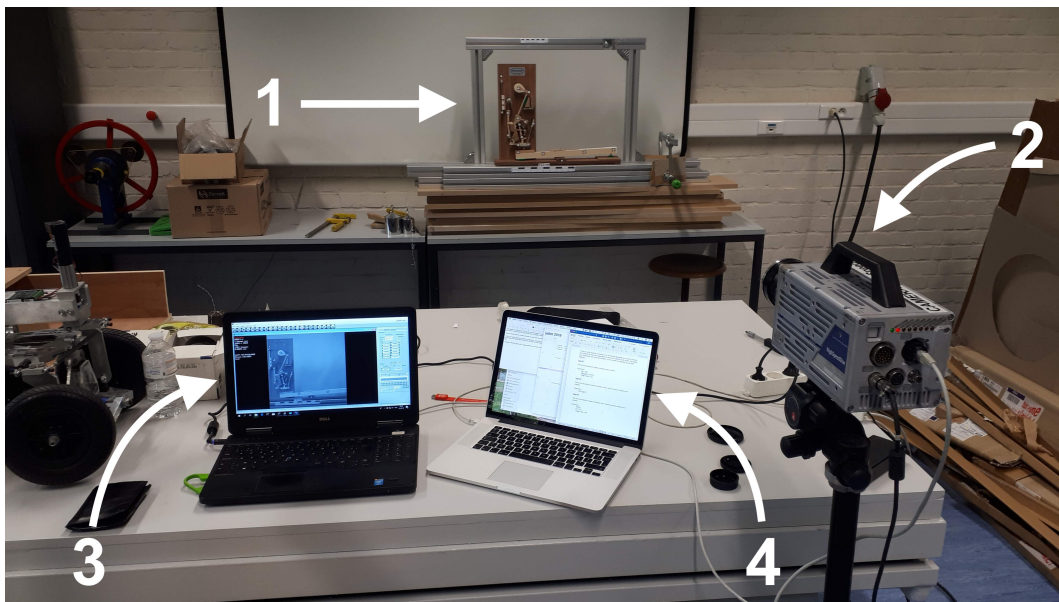


FIGURE 4.1 – Illustration de l'installation lors des prises de vue par caméra rapide. 1) mécanique étudiée ; 2) caméra rapide ; 3) capture des images fournies par la caméra ; 4) analyse des données par le logiciel TRACKER.

En plus de cela, lors de ces captures vidéo, nous avons placé sur le démonstrateur des marqueurs à différents endroits stratégiques (voir FIGURE 4.2) et cela en vue de les traquer par logiciel. Nous avons pour cela utilisé le logiciel open source TRACKER, qui peut être obtenu gratuitement ici [30]. Dans ce logiciel, il est possible d'indiquer une très petite zone particulière sur la première image du film afin d'en faire un gabarit. Cette zone gabarit

est donc composée d'un certain nombre de pixels ayant chacun une couleur particulière. Le logiciel va alors comparer, image après image et dans une zone de recherche définie par l'utilisateur, les pixels et leur couleur de manière à reconnaître la zone gabarit définie et enregistrer sa position pour chaque image. En utilisant des outils (intégrés au logiciel, voir FIGURE 4.2) de définition d'axes (en position et en orientation) et de calibration de distance à l'image (1 pixel d'image vaut  $x$  mètres en réalité), nous avons pu récupérer les positions précises de ces marqueurs durant les expériences effectuées.

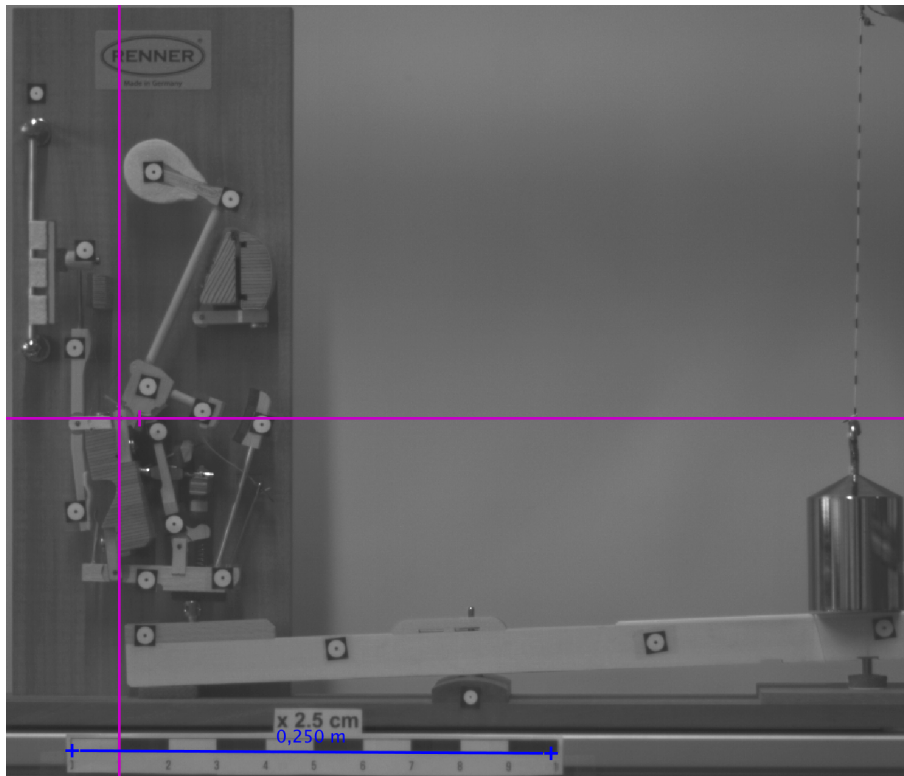


FIGURE 4.2 – Capture d'écran du cadre de visualisation du logiciel TRACKER où on retrouve un arrêt sur image d'un film capturé par la caméra rapide ainsi que certains des outils propres au logiciel : en rose, le système d'axes positionné et orienté par l'utilisateur (ici, centré sur l'articulation du marteau; la petite barre verticale à droite de l'origine indiquant la direction positive de l'axe des abscisses) et en bleu le ruban de calibration. Les différents marqueurs sont visibles sur les éléments de la mécanique.

Grâce à la caméra rapide et au logiciel de tracking, nous avons pu dans un premier temps nous focaliser sur des scénarios mettant en lumière des phénomènes ayant une grande influence sur le comportement global de la mécanique étudiée. Ainsi, après identification des paramètres que nous souhaitons caractériser, nous avons pu récupérer les données fournies par le logiciel TRACKER et les traiter en les comparant aux simulations des scénarios identiques. Ceci nous a permis de définir les paramètres dans ces cas précis. Dans un second temps, nous avons capturé des images d'une impulsion sur la touche se rapprochant d'une impulsion rencontrée en situation ordinaire. Nous avons pour cela placé des masses différentes (500g, 1kg et 2kg) au-dessus de la touche qui, en étant lâchées, l'enfoncent à différentes vitesses et actionnent le mécanisme (expériences reprises plus en détails dans la SECTION 4.2). Ces dernières expériences nous ont permis, à leur tour, de comparer le modèle multicorps complet à ce genre de situation afin d'effectuer les derniers

ajustements.

Deux remarques sont tout de même à relever dans cette méthode de caractérisation des paramètres dans des scénarios particuliers.

D'une part, les situations ont été choisies en vue d'isoler les phénomènes recherchés de manière à ce qu'ils ne soient pas parasités par d'autres facteurs.

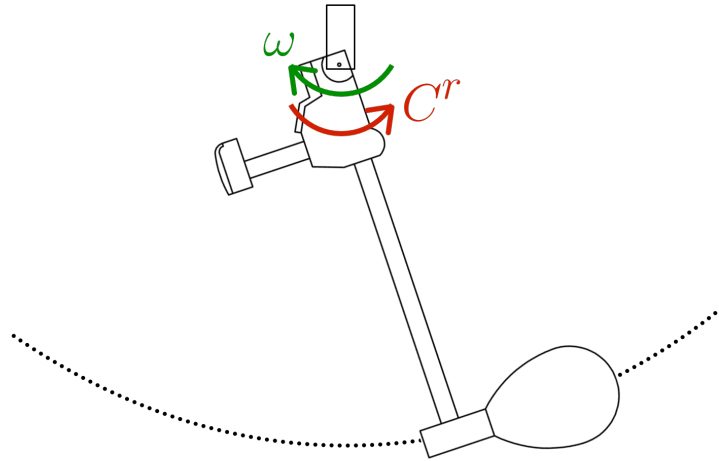
D'autre part, cette façon de procéder implique que les paramètres ont été définis dans des situations différentes de celles rencontrées dans un fonctionnement typique de la mécanique; une dissemblance peut donc en être attendue. C'est pourquoi il faut garder à l'esprit que les valeurs de paramètres trouvées ne donneront qu'une idée de l'ordre de grandeur, et qu'une légère réadaptation de ces derniers, dans le modèle multicorps complet en fonctionnement habituel, pourra être effectuée grâce à des captures vidéos du démonstrateur global en fonctionnement normal.

## 4.1 Identification des paramètres

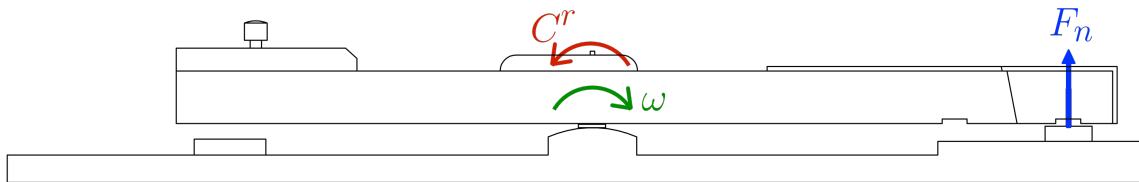
Avant d'effectuer ces expériences et avant même d'implémenter le modèle multicorps, nous avons identifié des phénomènes qui, selon nous, ont une grande influence dans le comportement global de la mécanique et sur lesquels une attention particulière dans la caractérisation des paramètres associés devait être portée. Ces phénomènes sont repris dans la TABLE 4.1 et illustrés sur la FIGURE 4.3. A chacun d'eux, nous avons déterminé la loi constitutive qui le décrit au mieux, de manière à identifier les paramètres à caractériser expérimentalement. Pour chaque loi, le lecteur est renvoyé vers la section qui l'explique en détails.

Phénomène	Loi constitutive	Paramètres
Frottement dans l'articulation du marteau	Ressort (SEC. 3.3.3) + amortissement (loi de Hirschhorn, SEC. 3.3.2)	$k_\theta, \theta_0, A, \omega_s, B_1, B_2$
Frottement dans l'articulation entre le balancier et la touche	Amortissement (constant, SEC. 3.3.3) + Force normale $F_n$ de contact (loi polynome de 3 <sup>e</sup> ordre, expliqué dans SEC. 4.1.2.1)	$D_{articulation}, a, b, c, D_{contact}$
	Amortissement (loi de Hirschhorn, SEC. 3.3.2) + Force normale $F_n$ de contact (loi de R. Masoudi, SEC. 3.3.1)	$(A, \omega_s, B_1, B_2)_{\omega \leq 0},$ $(A, \omega_s, B_1, B_2)_{\omega > 0},$ $(a, b, c)_{F_L}, \quad (a, b, c)_{F_U},$ $\alpha$
Contact entre la tête de marteau et la corde	Force normale $F_n$ de contact (loi de R. Masoudi, SEC. 3.3.1)	$(a, b, c)_{F_L}, (a, b, c)_{F_U}, \alpha$
Contact entre le marteau et la barre de repos du marteau	Force normale $F_n$ de contact (loi de R. Masoudi, SEC. 3.3.1) + ressort/amortissement dans l'articulation (SEC. 3.3.3)	$(a, b, c)_{F_L}, k_\theta, D$

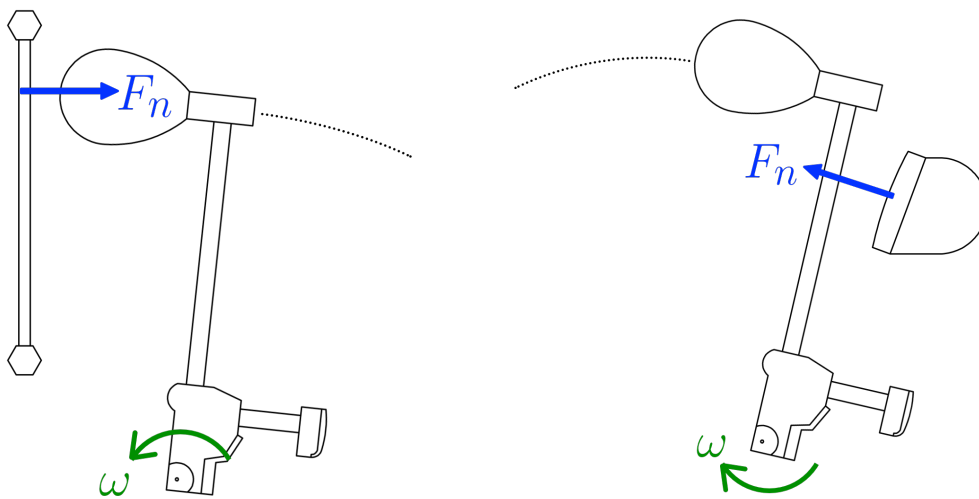
TABLE 4.1 – Phénomènes influents sur le comportement général de la mécanique, les lois constitutives qui leur sont appliquées et les paramètres à caractériser dans ces cas.



(a) Frottement dans l'articulation du marteau.



(b) Frottement dans l'articulation entre le balancier et la touche.



(c) Contact entre la tête de marteau et la barre de repos du marteau. (d) Contact entre le marteau et la barre de repos du marteau.

FIGURE 4.3 – Illustration des quatre phénomènes à caractériser.  $\omega$  représente la vitesse angulaire au point de rotation de chaque corps,  $F_n$  la force normale de contact et  $C^r$  le couple résistant dans l'articulation, qui peut être composé d'un ressort, d'amortissement ou même les deux à la fois.

Nous allons donc passer en revue chacune de ces expériences.

### 4.1.1 Frottement dans l'articulation du marteau

Ce phénomène est le premier auquel nous avons pensé. En effet, le marteau est, après la touche, l'élément le plus lourd de la mécanique. De plus, c'est un élément qui atteint de très hautes valeurs d'accélération et de vitesses. Avant de commencer l'expérience, nous avons déterminé expérimentalement le centre de masse (CM) de l'élément en le suspendant par plusieurs points d'accroche. Pour chacun, une image a été capturée pour y tracer une droite selon la verticale réelle (donc selon la direction de l'accélération de la gravité  $g$ ) sous le point d'accroche. Le centre de masse se trouve quelque part sur cette droite. En recoupant les différentes captures prises, le CM se trouve au croisement des droites. Avec cette information, nous pouvons alors nous pencher sur l'étude de son balancier.

L'expérience consiste à suspendre le marteau par la fourche de noix de marteau et le faire osciller jusqu'à atteindre son point d'équilibre, ce qui est illustré sur la FIGURE 4.4. Dans cette expérience, le frottement avec l'air a été négligé, seul celui au niveau de l'articulation a été considéré.

La position initiale du marteau est contre la butée qu'il rencontre sur sa fourche (FIGURE 4.4a). Ceci correspond à un angle de  $-232.1^\circ$  avec pour angle nul le marteau vertical avec sa tête vers le haut.

Nous avons réalisé l'expérience avec et sans le ressort de noix de marteau. Cette dernière nous a simplement permis de vérifier les valeurs que nous avons pour le CM (lorsque le marteau a atteint sa position d'équilibre), tandis que nous avons par la suite surtout considéré celle avec le ressort (comme en fonctionnement habituel de la mécanique), de manière à caractériser l'ensemble dans une seule loi. Comme indiqué dans la TABLE 4.1, nous avons considéré pour cette articulation une loi de ressort avec amortissement, c'est-à-dire :

$$C^r = -[k_\theta(\theta - \theta_0) + D\omega] \quad (4.1)$$

avec  $D = A \left( \tanh(\omega/\omega_s) + \frac{B_1(\omega/\omega_s)}{1 + B_2(\omega/\omega_s)^4} \right)$

où  $C^r$  est le couple résistant,  $k_\theta$  la raideur angulaire du ressort,  $\theta$  et  $\omega$  les position et vitesse angulaires du marteau,  $D$  l'amortissement,  $A$  la valeur du coefficient de frottement cinétique dans l'articulation,  $\omega_s$  une valeur de vitesse angulaire seuil et  $B_1$  et  $B_2$  des paramètres à déterminer.

Pour la partie ressort, nous avons déterminé en statique les paramètres  $k_\theta$  et  $\theta_0$ . Nous avons pu vérifier cette dernière valeur lors de l'expérience avec ressort, lorsque le marteau est dans sa position d'équilibre, suspendu. Pour la partie amortissement, nous avons adapté les valeurs de  $A$ ,  $\omega_s$ ,  $B_1$  et  $B_2$  de manière à approcher au mieux la courbe expérimentale. Les valeurs retenues sont reprises dans la TABLE 4.2, ce qui donne le résultat représenté à la FIGURE 4.5.

Concernant  $\theta_0$  indiqué dans la TABLE 4.2, il s'agit de la valeur dans la situation du fonctionnement habituel du marteau. Dans le cadre de cette expérience, la valeur de  $-6.1$  [rad] a été retenue, à laquelle on peut ajouter  $\pi$  [rad] pour le retournement de la fourche de noix de marteau et ensuite  $0.0973$  [rad] pour adopter l'inclinaison qu'a la fourche de noix de marteau sur le démonstrateur.

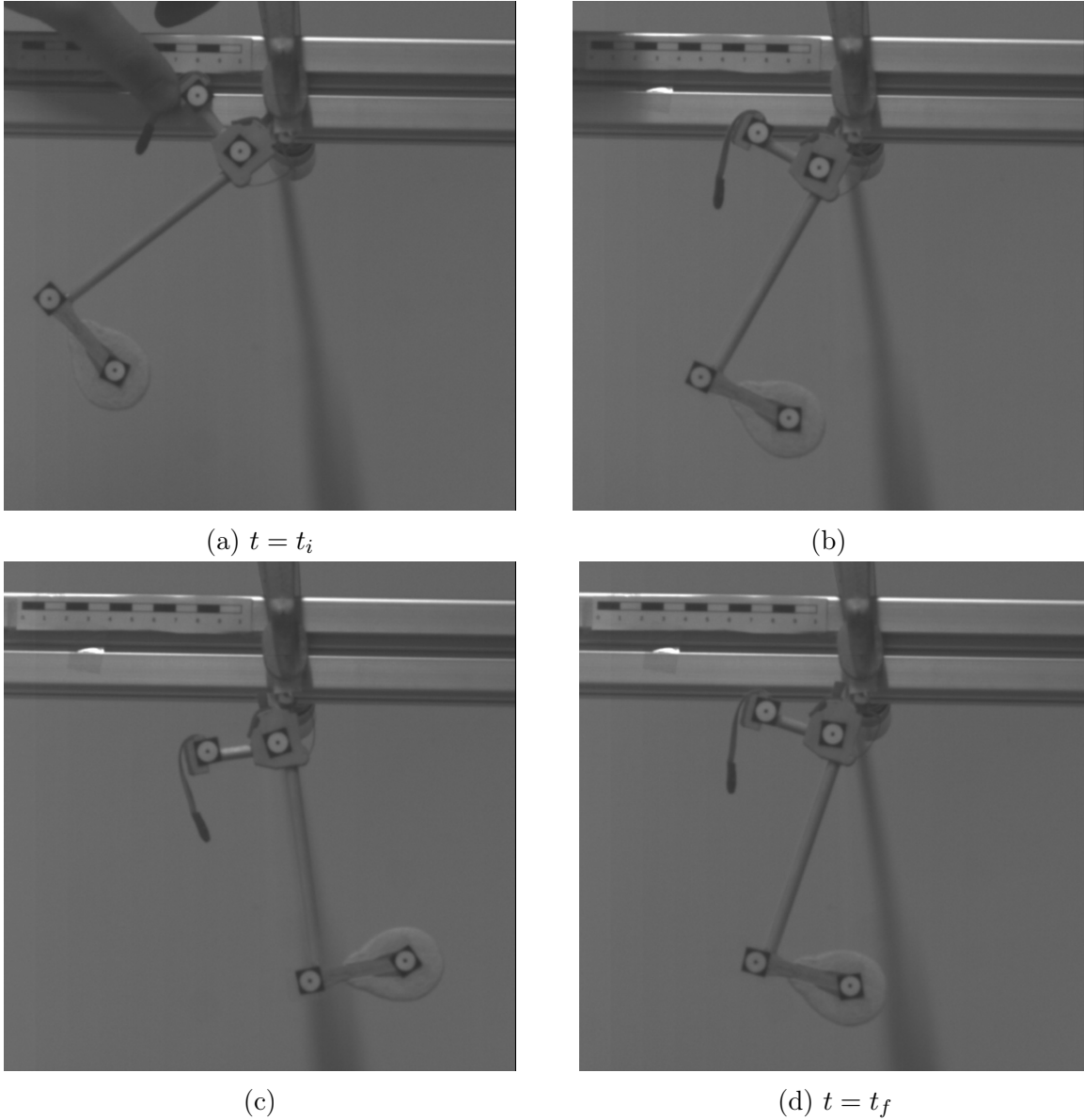


FIGURE 4.4 – Expérience permettant de caractériser le frottement dans l’articulation du marteau

Paramètre		Valeur	Unités
Ressort	$k_\theta$	0.0007	Nm/rad
	$\theta_0$	-2.8611	rad
Frottement	A	0.00013	-
	$\omega_s$	0.7	rad/s
	$B_1$	10	-
	$B_2$	3.5	-

TABLE 4.2 – Valeur des paramètres caractérisant l’articulation du marteau.

Pour illustrer la démarche utilisée, l’influence d’un paramètre sur le comportement du marteau peut être décrite comme suit. Dans le cas ci-dessous, nous avons fait varier la valeur de la vitesse angulaire seuil  $\omega_s$ , ce qui, sur le graphe de  $D$  en fonction de  $\omega$ , déplace l’emplacement du pic d’amortissement et modifie la pente de  $D$  en  $\omega = 0$  (comme illustré

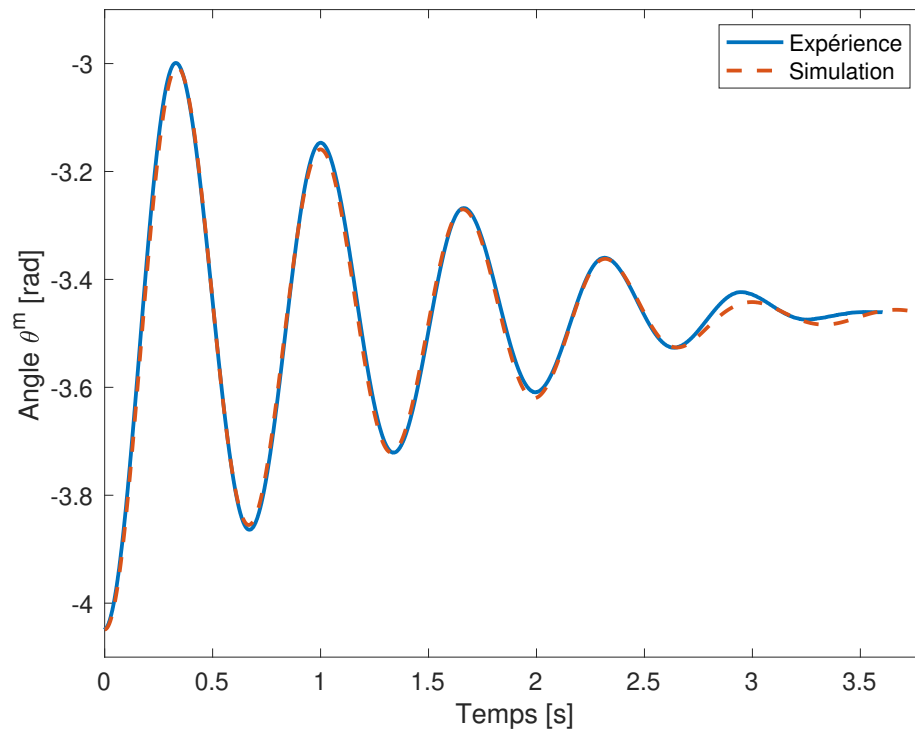


FIGURE 4.5 – Angle du marteau lors de l’expérience permettant de caractériser son articulation avec ressort. A noter qu’une valeur de  $\theta^m = 0$  [rad] est obtenue lorsque le marteau est en position verticale, sa tête vers le haut.

sur la FIGURE 4.6). La FIGURE 4.7 illustre alors le résultat du balancier du marteau avec cette variation de paramètre.

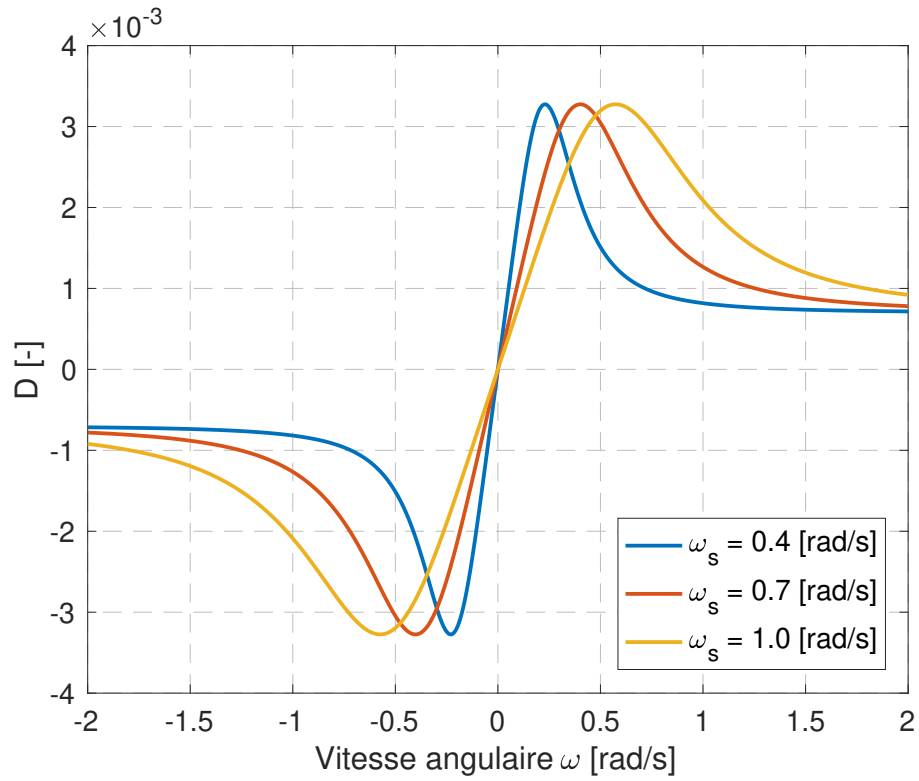


FIGURE 4.6 – Variation du paramètre  $\omega_s$  dans l'expression de l'amortissement  $D$ .

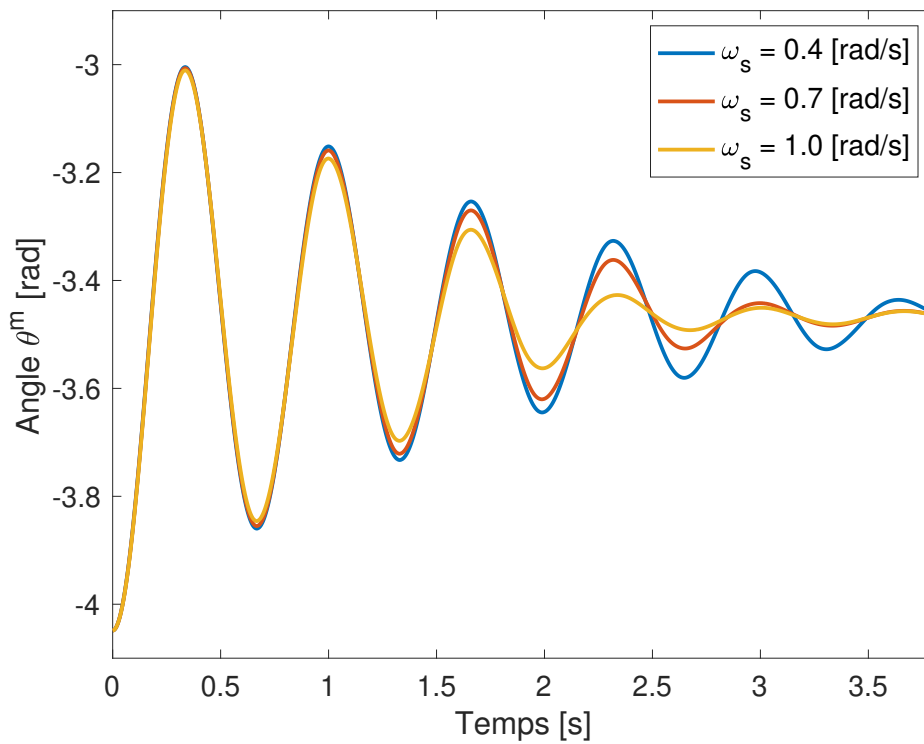


FIGURE 4.7 – Conséquence de la variation du paramètre  $\omega_s$  sur le balancier du marteau.

Nous comprenons donc bien que, dans le cas d'un balancier où la vitesse de l'élément

diminue progressivement jusqu'à atteindre la position d'équilibre, la variation de  $\omega_s$  va augmenter ou diminuer la vitesse angulaire à partir de laquelle le frottement sera plus important dans l'articulation (ce qui correspond au frottement sec théorique). La FIGURE 4.7 confirme bien qu'en augmentant  $\omega_s$ , le marteau subit plus rapidement (à plus haute vitesse angulaire  $\omega$ ) de l'amortissement, ce qui l'amène à sa position d'équilibre en un temps plus court.

Le paramètre est dès lors adapté pour correspondre au mieux avec les courbes expérimentales. Cette démarche pour le paramètre  $\omega_s$  illustre l'approche utilisée pour tous les autres paramètres.

#### 4.1.2 Frottement dans l'articulation entre le balancier et la touche

Ce phénomène nous a rapidement paru comme influent dans le fonctionnement global de la mécanique. En effet, dans la chaîne dynamique qui est actionnée par l'impulsion fournie sur la touche, c'est le premier élément, dont le comportement aura donc des conséquences sur le reste de la chaîne. Pour étudier cela, nous avons placé la touche contre la barre de repos de touche et l'avons lâchée. Elle est ainsi revenue, par gravité, contre le feutre de pointe d'enfoncement (illustré sur la FIGURE 4.8).

Cette expérience est également l'occasion de caractériser le feutre de la pointe d'enfoncement.

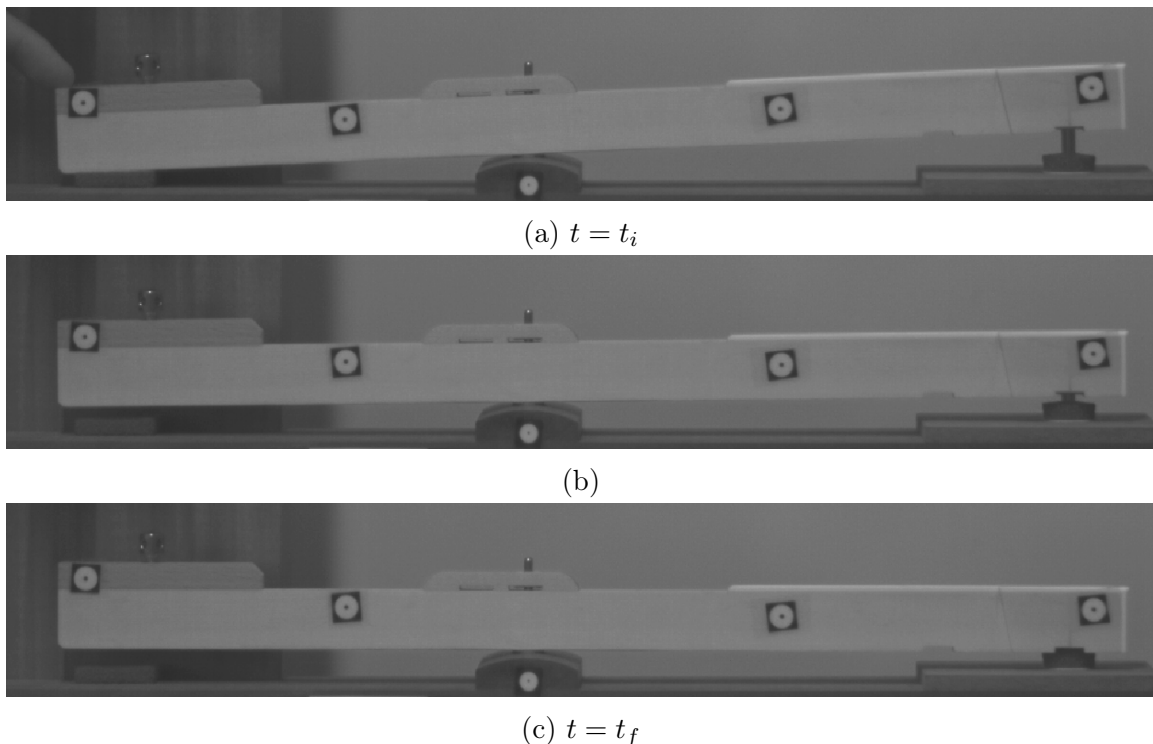


FIGURE 4.8 – Expérience permettant de caractériser le feutre de la pointe d'enfoncement et le frottement dans l'articulation entre le balancier et la touche.

La FIGURE 4.9 illustre les résultats que nous avons obtenus. Plusieurs courbes s'y trouvent car notre modèle a évolué et s'est complexifié au cours de l'analyse des données. Nous avons donc deux approches différentes, la première plus simple que l'autre, et le meilleur résultat est obtenu avec la seconde.

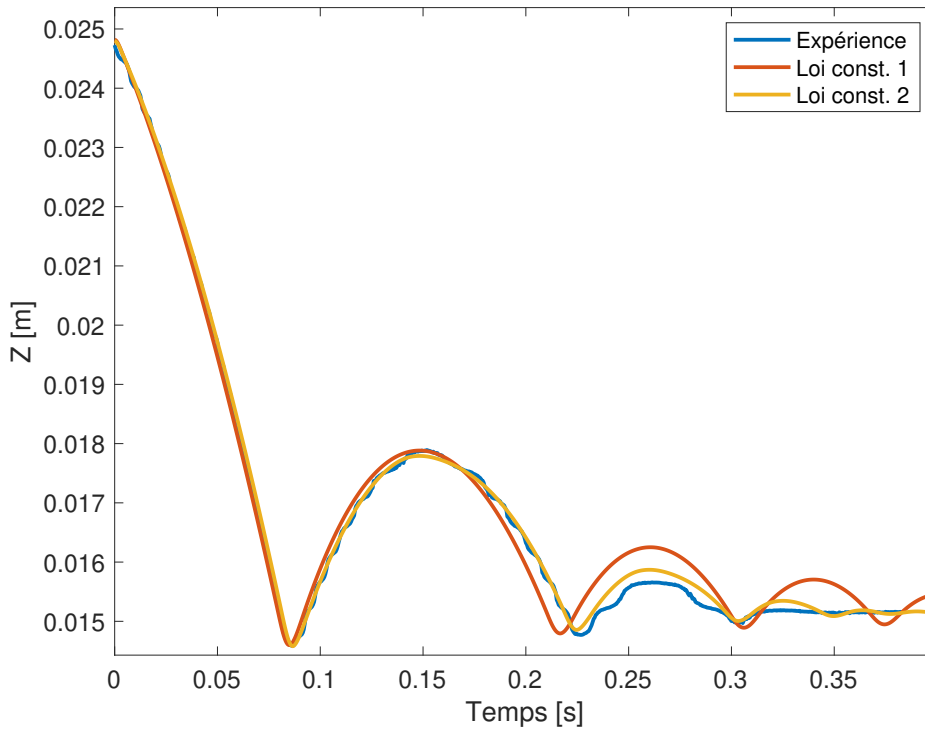


FIGURE 4.9 – Données de l'expérience visant à caractériser l'articulation entre le balancier et la touche et le feutre de la pointe d'enfoncement ; et les résultats obtenus en utilisant différentes lois constitutives. L'ordonnée de cette figure est la hauteur absolue du marqueur utilisé sur la touche du démonstrateur, la hauteur  $Z = 0$  étant la plaque basse de la structure du démonstrateur. Une vue détaillée des deux premiers rebonds peut être trouvée à la FIGURE 4.10.

#### 4.1.2.1 Première approche : loi constitutive 1

En première approche, nous avons opté pour un coefficient d'amortissement dans l'articulation constant  $D$ , qui s'intégrait donc simplement dans la loi :

$$C^r = -D\omega \quad (4.2)$$

avec  $C^r$  le couple résistant et  $\omega$  la vitesse angulaire de la touche. Concernant le feutre, nous travaillions encore à ce moment de l'expérience avec la loi utilisant une courbe approchée cubique, comme décrit dans [15]. De manière à ne pas encombrer inutilement le lecteur avec ces informations, nous citons simplement le modèle ci-dessous et renvoyons celui-ci vers la source s'il souhaite davantage de détails.

Ce modèle étant le suivant :

$$f_n = f_{fit}(x)(1 + D\dot{x}) \quad (4.3)$$

où :

$$f_{fit}(x) = ax^3 + bx^2 + cx \quad (4.4)$$

avec  $f_n$  qui est la force normale,  $D$  un coefficient d'amortissement,  $x$  et  $\dot{x}$  qui sont l'enfoncement et la vitesse relative et  $a$ ,  $b$  et  $c$  des paramètres à adapter en fonction du feutre. Suivant ces lois constitutives, nous avons obtenu les valeurs de paramètres reprises dans la TABLE 4.3, ce qui donne la courbe "Loi const. 1" sur la FIGURE 4.9.

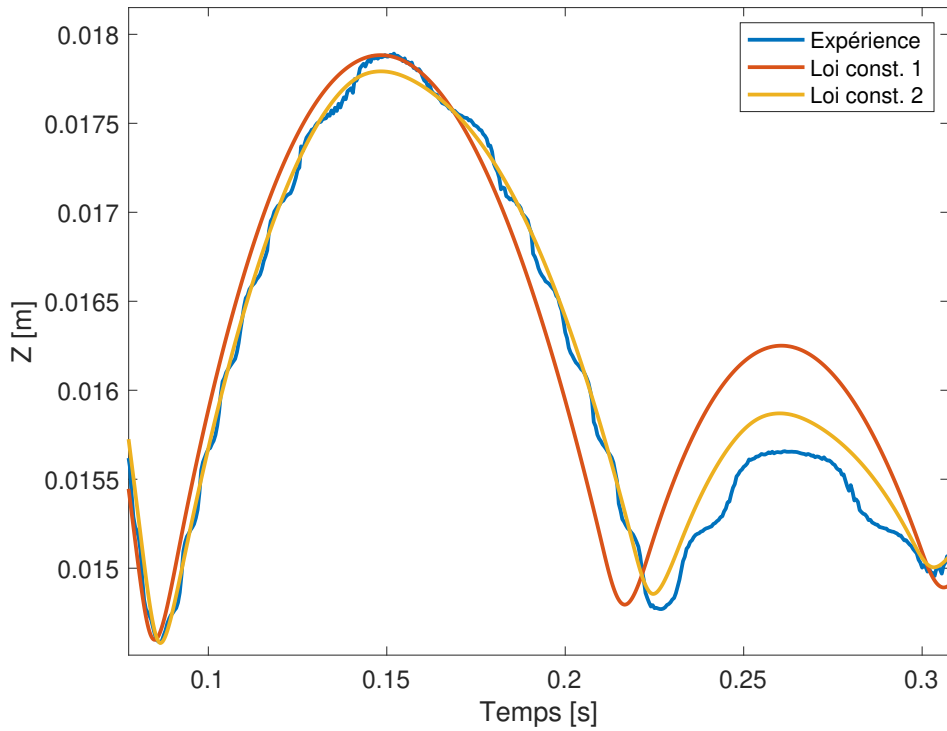


FIGURE 4.10 – Zoom sur les deux premiers rebonds visibles sur la FIGURE 4.9.

Paramètre		Valeur
Articulation	$D$	$0.0065 \text{ [Ns/rad]}$
	$a$	$1.829 \times 10^{10}$
Feutre	$b$	$-5.35 \times 10^6$
	$c$	$5.075 \times 10^3$
	$D$	$4.5 \text{ [Ns/m]}$

TABLE 4.3 – Valeurs des paramètres pour un amortissement constant dans l’articulation et une loi de feutre utilisant la fonction polynomiale de troisième ordre, et, cela, dans le cadre de l’expérience visant à caractériser l’articulation entre le balancier et la touche ainsi que le feutre de la pointe d’enfoncement.

#### 4.1.2.2 Seconde approche : loi constitutive 2

Après une meilleure analyse de la FIGURE 4.10, nous avons opté pour des modifications dans les lois constitutives.

D’une part, pour le feutre, nous sommes passé au modèle décrit dans la SECTION 3.3.1 de ce mémoire qui, comme nous l’y expliquons, représente de manière plus fiable l’effet hystérétique du feutre. Cette loi est reprise ci-dessous comme rappel au lecteur sans les détails qu’il pourra retrouver dans la section indiquée ci-avant :

$$F_n(e, \dot{e}) = \begin{cases} F_L(e) & \text{si } \dot{e} \geq 0 \\ F_L(e) + \delta_{LU}(e) \tanh(\alpha \dot{e}) & \text{si } \dot{e} < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

avec  $\delta_{LU}(e) = F_L(e) - F_U(e)$  et, pour  $F_L$  et  $F_U$  :

$$F(x) = axe^{bx} + cx \quad (4.6)$$

D'autre part, nous avons remarqué que durant les rebonds, la touche adopte un comportement différent selon le signe de sa vitesse angulaire. En effet, durant la partie ascendante du rebond sur la FIGURE 4.10, le profil de vitesse  $\omega$  est de manière générale plus grand que celui de la partie descendante ; ce qui explique le moment du second impact différent entre la courbe expérimentale et la courbe "Loi const. 1". De manière à mieux caractériser ce phénomène, nous avons opté non plus pour un  $D$  constant mais pour une loi de frottement (loi de Hirschhorn, décrite dans la SECTION 3.3.2) qui fait varier  $D$  en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$  :

$$C^r = -D\omega$$

$$\text{avec } D = A \left( \tanh(\omega/\omega_s) + \frac{B_1(\omega/\omega_s)}{1 + B_2(\omega/\omega_s)^4} \right) \quad (4.7)$$

avec les paramètres  $A$ ,  $\omega_s$ ,  $B_1$  et  $B_2$  qui sont choisis différemment selon le signe de la vitesse angulaire  $\omega$ . Nous expliquons ce choix de modélisation par le fait que cette articulation est en réalité un balancier, c'est-à-dire que deux degrés de liberté sont en jeu : l'un, en rotation selon  $\hat{Y}$  (avec le système d'axes indiqué sur la FIGURE 3.3), l'autre en translation selon  $\hat{Z}$ . Egalement, entre le balancier et la touche se trouve un feutre, comme illustré sur la FIGURE 3.2. Ce feutre ayant lui-même un comportement hystérétique, il se charge et se décharge différemment et adopte donc un comportement modifié selon le sens de "roulement" de la touche sur le balancier (horaire ou anti-horaire).

Ainsi, la TABLE 4.4 reprend les valeurs des paramètres, la FIGURE 4.11 illustre les lois différentes de  $D$  selon le signe de  $\omega$  et le résultat est représenté par la courbe "Loi const. 2" sur la FIGURE 4.10

Paramètre		Valeur	
Articulation	$\omega \leq 0$	$A$	0.004
		$\omega_s$	0.02 [rad/s]
		$B_1$	10
		$B_2$	0.01
	$\omega > 0$	$A$	0.003
		$\omega_s$	0.01 [rad/s]
		$B_1$	10
		$B_2$	0.001
Feutre	$F_L$	$a$	$0.16 \times 10^3$
		$b$	$1.36 \times 10^3$
		$c$	$0.8 \times 10^3$
	$F_U$	$a$	7.8
		$b$	$0.36 \times 10^3$
		$c$	$0.21 \times 10^3$
		$\alpha$	2.0

TABLE 4.4 – Valeurs des paramètres correspondant à la courbe "Loi const. 2" de la FIGURE 4.10

Nous avons donc caractérisé ce phénomène au travers de deux lois constitutives différentes pour la situation spécifique décrite ci-avant. Comme expliqué au début de ce

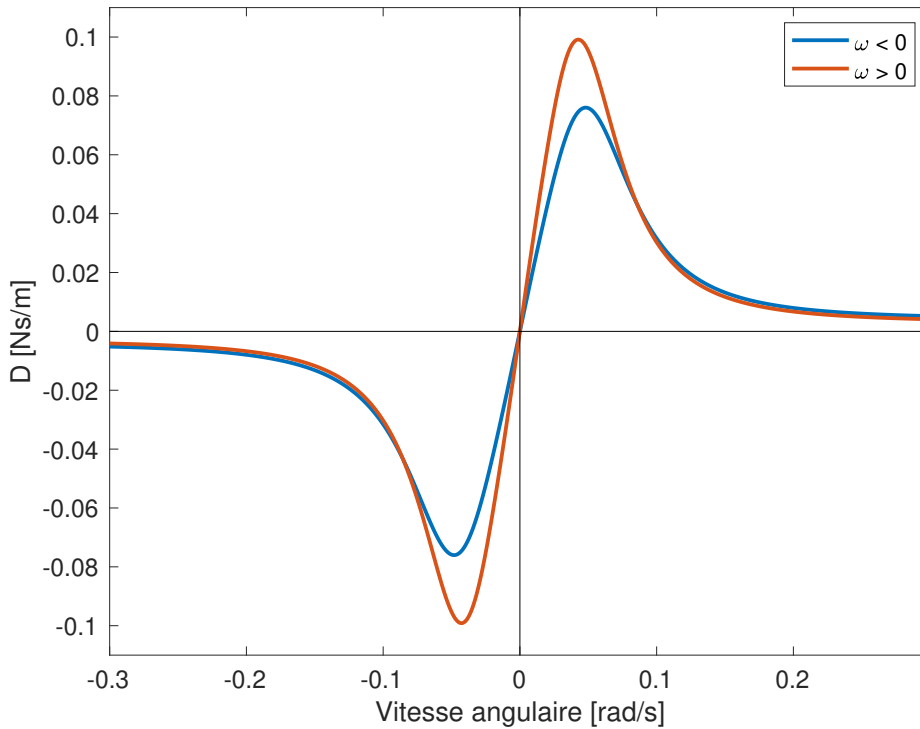


FIGURE 4.11 – Illustration de la valeur variable du coefficient d’amortissement  $D$  dans l’articulation du balancier, selon une loi différente en fonction du signe de  $\omega$ .

chapitre, la mise en commun de tous ces paramètres dans le modèle multicorps global pour une validation générale peut induire de derniers petits réglages sur ces paramètres (puisque la situation change). Nous aborderons cela en fin de SECTION [4.2.1](#).

### 4.1.3 Contact entre la tête de marteau et la corde

Nous avons également voulu caractériser ce contact pour deux raisons principales :

- D’une part, c’est un contact qui se produit avec de très hautes vitesses et qui induit de ce fait de grandes accélérations. Egalement, c’est un contact qui concerne le marteau, dernier élément de la chaîne de transmission de l’impulsion depuis la touche, et élément d’intérêt puisque c’est lui qui frappe la corde et qui, finalement, produit le son.
- D’autre part, nous avons fait l’hypothèse d’une corde rigide et fixe. Il nous paraissait donc important de nous pencher plus en détails sur ce contact de manière à pouvoir le caractériser au mieux selon les hypothèses posées ; puisqu’un modèle repris d’une autre littérature engendrerait certainement un comportement différent en fonction des hypothèses (certainement différentes également) posées dans cette dernière.

Pour caractériser ce contact, nous avons utilisé directement les expériences finales avec les différentes masses servant d’impulsion sur la touche (ces expériences sont expliquées en détails dans la SECTION [4.2](#)). Nous avons alors fait correspondre la vitesse de frappe

du marteau dans le modèle multicorps en appliquant un couple fictif dans l'articulation de ce corps. De tout le système, nous n'avons ensuite considéré que le contact entre la tête de marteau et la corde. Le résultat est visible sur la FIGURE 4.12

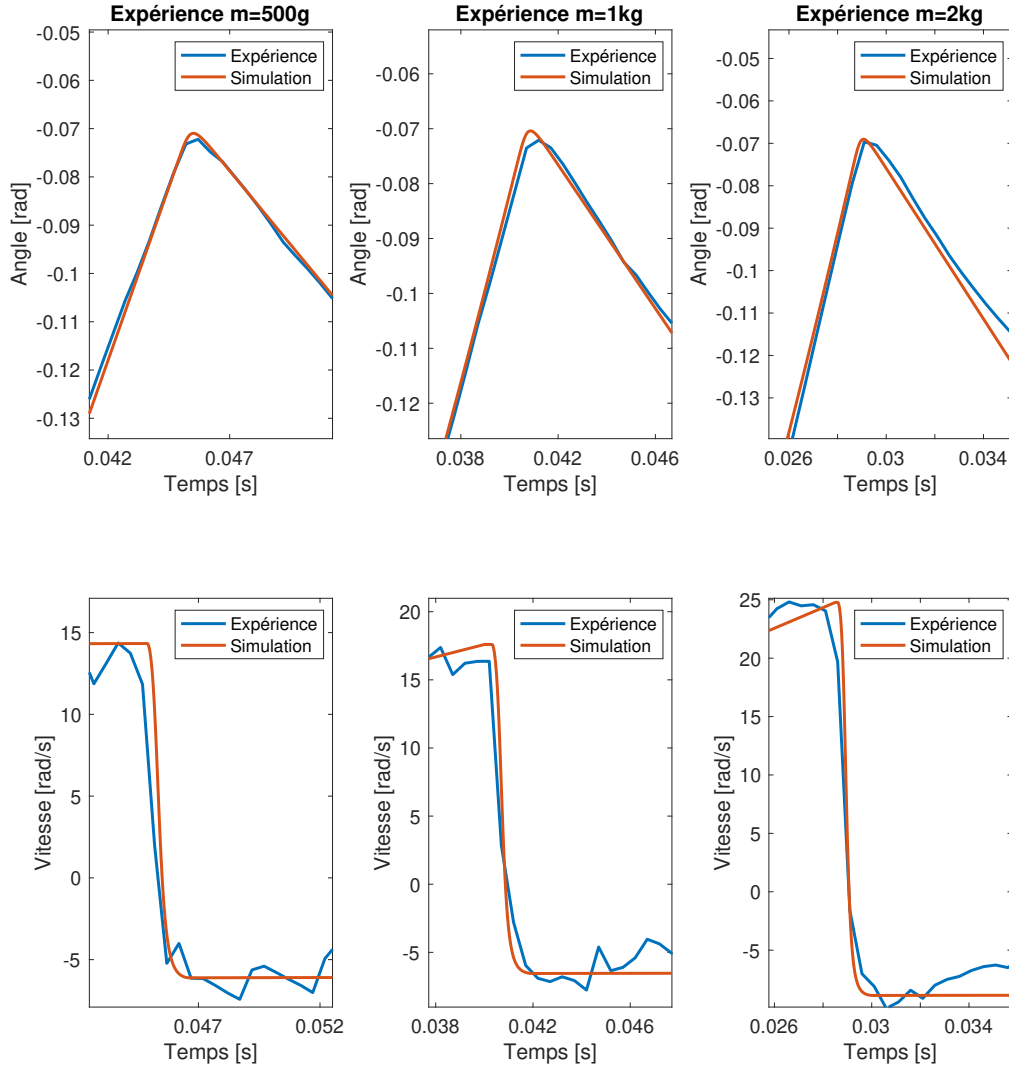


FIGURE 4.12 – Illustration des position et vitesse angulaires du marteau lors de l'expérience permettant de caractériser le contact entre la tête de marteau et la corde avec les courbes expérimentales et les courbes de simulation.

Cette figure représente les trois cas avec les masses différentes en impulsion sur la touche : 500g, 1kg et 2kg. Nous pouvons remarquer, de premier abord, que les vitesses de frappe sont bien différentes d'un cas à l'autre, passant de 14.33 [rad/s] (pour la masse de 500g) à 24.7 [rad/s] (pour la masse de 2kg), ce qui aura une influence sur les paramètres. Pour rappel, le modèle de contact utilisé est le suivant (voir SECTION 3.3.1 pour les détails concernant la loi constitutive) :

$$F_n(e, \dot{e}) = \begin{cases} F_L(e) & \text{si } \dot{e} \geq 0 \\ F_L(e) + \delta_{LU}(e) \tanh(\alpha \dot{e}) & \text{si } \dot{e} < 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

avec  $\delta_{LU}(e) = F_L(e) - F_U(e)$  et, pour  $F_L$  et  $F_U$  :

$$F(x) = axe^{bx} + cx \quad (4.9)$$

Nous sommes partis des paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  trouvés dans la thèse de R. Masoudi [13] en première approximation, que nous avons adaptés pour une meilleure conformité aux expériences. Nous avons donc 7 paramètres à définir, dont la méthode de recherche est la suivante :

1. Il faut avant toute chose s'assurer que le marteau, dans la simulation, frappe la corde avec la même vitesse que dans l'expérience étudiée.
2. Le second point à comparer est l'enfoncement du contact. Ceci va déterminer les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la fonction  $F_L$ . De manière grossière,  $b$  influence le caractère exponentiel de la courbe,  $a$  influence la courbure (en quelque sorte, le rayon de la courbe) et  $c$  l'orientation que la courbe prend en  $e = 0$ .
3. Une fois l'enfoncement trouvé, il faut régler les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la courbe  $F_U$  pour que le feutre "renvoie" le marteau avec la bonne amplitude de force, et on porte pour cela notre attention sur la vitesse  $|\omega|$  de sortie de contact du marteau. Si elle est trop rapide, il faut décroître  $F_U$ , si elle est trop lente il faut l'accroître. Il est également possible de faire varier  $\alpha$  qui caractérise le caractère hystérétique entre les courbes  $F_L$  et  $F_U$ .

Les paramètres permettant d'approcher au mieux les courbes expérimentales sont repris dans la TABLE 4.5. Partant du principe que l'expérience avec la masse d'1kg couvre l'intervalle de vitesses de frappe les plus courantes, ce sont ces valeurs que nous avons retenues pour le modèle multicorps complet.

De manière à illustrer l'erreur qu'il pourrait y avoir en retenant ces paramètres pour des vitesses différentes de celles rencontrées dans l'expérience avec la masse d'1kg, nous avons simulé ces mêmes expériences mais avec les valeurs de paramètres retenues ( $\alpha = 2.8$ ) appliquées à chacun des cas. Ce résultat peut être consulté en ANNEXE C.1. La différence induite est relativement légère (14.2% d'erreur en vitesse de sortie de contact pour l'expérience avec la masse de 500g et 6.5% pour l'expérience avec m=2kg). Ayant conscience que l'intervalle de vitesses usuelles se trouve davantage entre les expériences avec m=1kg et m=2kg plutôt qu'avec m=500g, nous pouvons considérer que cette erreur est acceptable.

Paramètre		Valeur
$F_L$	$a$	$4 \times 10^4$
	$b$	$1.74 \times 10^3$
	$c$	$-3.5 \times 10^4$
$F_U$	$a$	$0.5 \times 10^3$
	$b$	$4.52 \times 10^3$
	$c$	$-1.5 \times 10^3$
$\alpha$	500g	2.0
	<b>1kg</b>	<b>2.8</b>
	2kg	5.0

TABLE 4.5 – Valeurs des paramètres retenus lors de l'expérience consistant à caractériser le contact entre la tête de marteau et la corde.

#### 4.1.4 Contact entre le marteau et la barre de repos du marteau

La dernière attention que nous avons apportée à un phénomène particulier s'est tournée vers le contact entre le manche du marteau et la barre de repos du marteau. Un tel contact mal caractérisé pourrait mener à de mauvais résultats d'enfoncements successifs de la touche. En effet, lorsque la touche revient en sa position de repos, le marteau retourne également contre sa barre de repos, où il effectue quelques rebonds avant de se stabiliser. Dans le cas où ces rebonds sont trop conséquents ou nombreux, la reprise du marteau par l'échappement lors d'un second enfoncement de la touche peut ne pas se faire correctement, ce qui mettrait à mal cette seconde action.

Comme brièvement mentionné dans la SECTION 3.1.2.1, la barre de repos du marteau est *presque* fixe, c'est-à-dire que nous ne l'avons pas considérée comme un corps mobile dans le CHAPITRE 3 sur la modélisation multicorps. En réalité, cet élément admet un très petit mouvement d'amortissement lorsque le manche du marteau rentre en contact avec lui ; c'est ce qui permet d'amortir le contact et d'éviter au marteau de repartir vers la corde ; cet amortissement est illustré sur la FIGURE 4.13. Dans le modèle multicorps implémenté, nous avons donc ajouté un degré de liberté à cet endroit, et donc une articulation qui comprend un couple de rappel amorti, comme si un ressort s'y trouvait. La loi constitutive de cette articulation est donc la suivante :

$$C^r = -[k_\theta\theta + D\omega] \quad (4.10)$$

où  $k_\theta$  est la raideur angulaire,  $D$  le coefficient d'amortissement et  $\theta$  et  $\omega$  les position et vitesse angulaires.

La loi constitutive du feutre est la même que celle utilisée pour la caractérisation du contact entre la tête de marteau et la corde. Toutefois, nous avons considéré que le degré de liberté de la barre de repos reprend l'ensemble de l'amortissement et, de cette manière, nous avons un  $\alpha = 0$ , ce qui annule l'effet hystérétique ; nous n'avons ainsi qu'une fonction  $F_L$  et pas de fonction de déchargement  $F_U$  (ou, autrement dit, les fonctions de chargement et de déchargement sont équivalentes).

L'expérience, concrètement, consiste à maintenir le marteau contre la corde et à le lâcher pour qu'il revienne naturellement vers sa barre de repos et y faire quelques rebonds.

Dans ce cas précis, l'enfoncement dans le contact sera fonction non seulement des paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  dans  $F_L$  mais également de  $k_\theta$  de la barre de repos du marteau. Ainsi, en prenant en compte ce point et en suivant une méthode similaire à celle décrite dans la SECTION 4.1.3, nous obtenons les valeurs de paramètres reprises dans la TABLE 4.6 et dont le résultat est illustré sur la FIGURE 4.14.

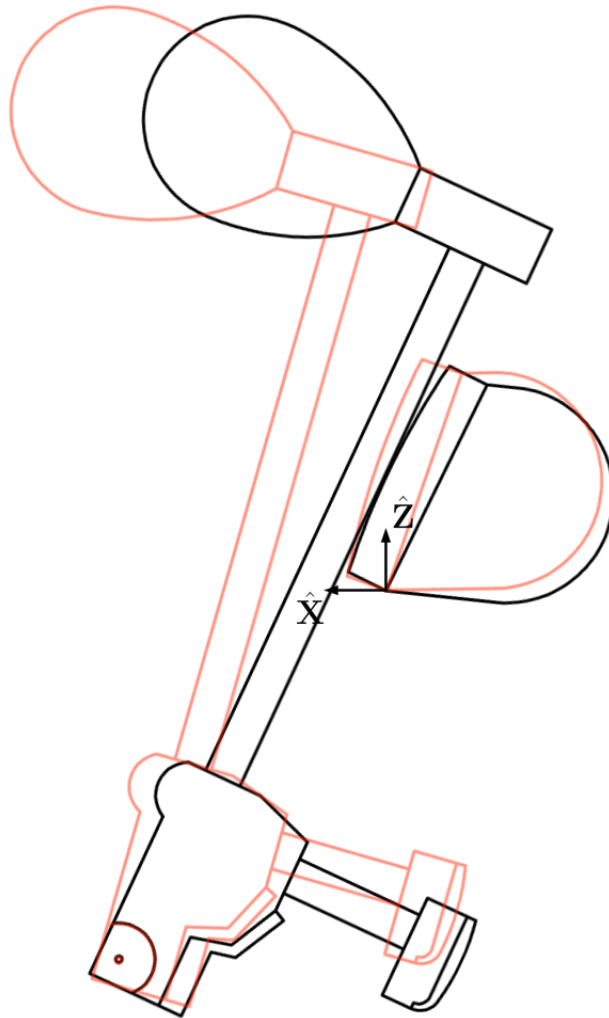


FIGURE 4.13 – Illustration du degré de liberté présent sur la barre de repos du marteau. En rouge et semi-transparent, le marteau et sa barre de repos avant le contact. En noir, durant le contact : on remarque que la barre de repos admet une légère rotation selon  $\hat{Y}$  pour amortir le marteau.

Paramètre		Valeur	
Feutre	$F_L$	$a$	$1.1 \times 10^2$
		$b$	$7.3 \times 10^2$
		$c$	$-8.5 \times 10^1$
	$F_U$	$a$	-
		$b$	-
		$c$	-
	$\alpha$	0	
Articulation	$k_\theta$	0.7 [N/rad]	
	$D$	0.003 [Ns/rad]	

TABLE 4.6 – Valeurs des paramètres caractérisant le contact entre le marteau et sa barre de repos.

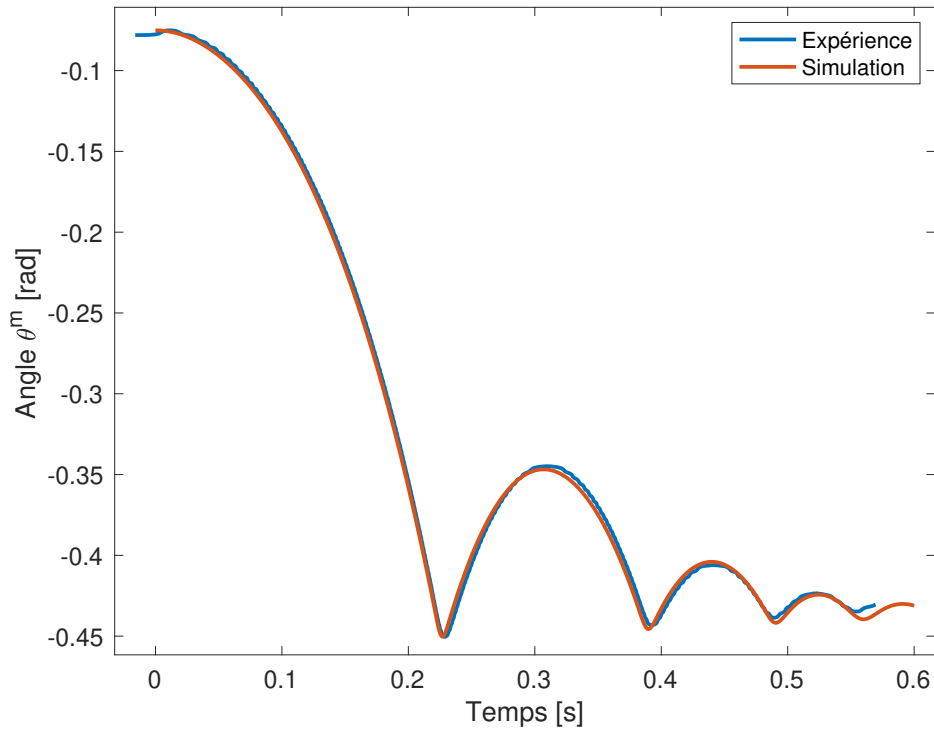


FIGURE 4.14 – Résultat de l'expérience visant à caractériser le contact entre le marteau et sa barre de repos ; avec les valeurs de paramètres de la TABLE 4.6.

## 4.2 Validation des paramètres et leur mise en contexte dans le modèle multicorps complet

Après l'analyse à part de quelques phénomènes influents permettant de les caractériser au mieux, nous avons rassemblé tous ces éléments dans le modèle multicorps complet de manière à effectuer de derniers ajustements en fonction d'une comparaison faite avec des captures vidéo au moyen de la caméra rapide. Les conditions de ces dernières captures sont les suivantes :

1. Le démonstrateur complet est au repos, le dessus de marche de la touche ne subit aucune impulsion. Au-dessus de lui pend une masse à un fil, cette masse étant positionnée à fleur du dessus de marche. A un temps donné, le fil est coupé de manière à appliquer une force donnée de la manière la plus nette possible. Cette impulsion déclenche tout le mécanisme jusqu'à la frappe de la corde et l'expérience se clôture avec la masse sur la touche qui est en position enfoncée ; le marteau repose à ce moment sur la tête d'attrape marteau via sa contre-attrape.  
Cette expérience a été réalisée une fois pour chacune des masses suivantes : 500g, 1kg et 2kg.
2. Le démonstrateur est dans la position finale décrite dans le point 1, avec un doigt à la place de la masse. A un moment donné, le doigt est retiré, tout le mécanisme revient alors à sa position de repos.

Ces deux types d'expérience nous ont permis de caractériser un "cycle complet" d'enfoncement de touche. Plusieurs ajustements ont été effectués de manière à approcher au mieux le modèle des données expérimentales, ce que nous allons reprendre étape par étape ci-dessous. La FIGURE 2.4 illustre plutôt le *mécanisme* pour l'expérience avec la masse de 1kg, tandis que la FIGURE 4.15 illustre l'ensemble *touche-masse* de cette même expérience.

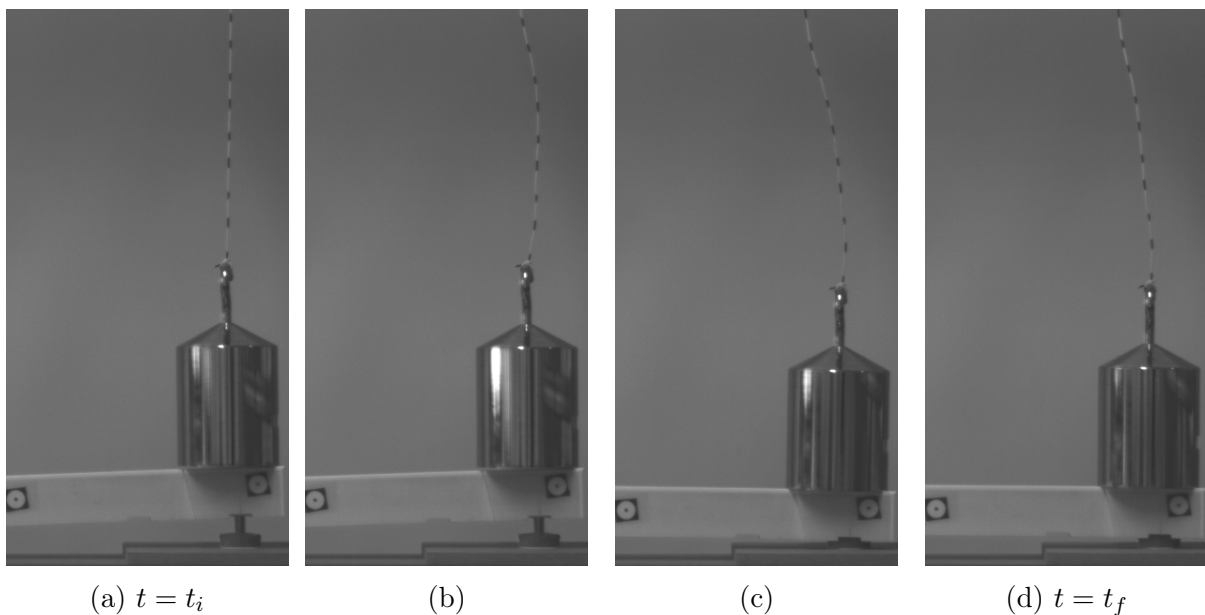


FIGURE 4.15 – Captures d'écran de l'ensemble touche-masse lors des expériences d'enfoncement de touche, ici avec une masse d'1kg. En (a) le fil est sous tension, la masse y est suspendue ; en (b) le fil vient d'être coupé, la masse commence son accélération verticale ; en (c) la touche se trouve à son point d'enfoncement maximal dans le feutre de la pointe d'enfoncement ; en (d) l'équilibre est atteint.

### 4.2.1 Considérations diverses

Avant d'accéder à la suite, nous voudrions relever quelques points qui permettront de mieux aborder et comprendre les résultats obtenus. Ces quelques considérations sont les suivantes.

**Géométrie globale du démonstrateur** Les toutes premières comparaisons du modèle multicorps complet aux expériences étaient fort peu satisfaisantes. Avant donc de poursuivre et de supposer quoi que ce soit, nous avons commencé par vérifier l'ensemble de la géométrie du modèle multicorps par rapport au démonstrateur, ce qui comprend la géométrie et autres données (masse, CM, inertie) de chaque corps ainsi que la position de leur repère par rapport au repère inertiel. Ceci a permis d'obtenir de meilleurs résultats, mais cela induit que de petites différences de géométrie existent entre les expériences visant à caractériser les quatre phénomènes abordés dans la SECTION 4.1 et celles que nous allons découvrir par la suite; ce qui a certainement un léger impact sur les valeurs des paramètres trouvées.

**Valeurs de paramètres retenues** Les expériences effectuées visant à identifier certains paramètres nous ont permis de les reprendre dans le modèle multicorps complet (tels quels ou en première estimation avant d'être affinés). Toutefois, le reste des articulations, des contacts et autres éléments sont modélisés avec des lois constitutives qui requièrent également des paramètres chiffrés, que nous n'avons pas pu identifier nous-même. Pour cela, nous avons repris les valeurs que R. Masoudi a utilisées dans son modèle et repris en annexe de 13. Le démonstrateur qu'il a utilisé dans le cadre de sa modélisation n'étant pas le même que le nôtre, nous restons critiques quant à ces valeurs et les avons modifiées au besoin.

Toutes les valeurs retenues des paramètres du modèle multicorps modélisé dans le cadre de ce mémoire sont reprises en ANNEXE E.

**Ajustement du modèle multicorps** L'ajustement du modèle consiste à adapter certains paramètres de manière à approcher le plus possible le résultat des simulations des données récoltées sur le démonstrateur. Pour cela, nous avons fait varier un certain nombre de paramètres, dont la modification a un effet notoire sur le fonctionnement global du système en simulation, afin d'obtenir les résultats qui se trouvent dans la suite de cette section. Nous les avons repris ci-dessous avec une brève explication de ce qu'induit leur variation.

Cet ajustement a été effectué en comparaison avec l'expérience comprenant la masse d'1kg. Cela nous semblait être le bon compromis en vue d'un fonctionnement typique.

- La position des points de rotation du chevalet et du marteau : une légère modification a dû être adoptée par rapport aux mesures prises. Pour le chevalet, un déplacement horizontal de son point de rotation induit une modification de l'endroit où le pilote de touche vient soulever le chevalet, ce qui induit des profils de positions angulaires du corps différents. Concernant le marteau, sa position a à son tour pu être réglée par rapport à celle du chevalet, de manière à ce qu'au repos, à angle de chevalet et d'échappement donnés, le marteau adopte l'angle voulu avec sa noix de marteau venant se placer juste au-dessus du bâton d'échappement.
- Egalement, la position et la géométrie des différentes butées a pu être adaptée au besoin.
  1. L'emplacement (et en particulier la hauteur) du bouton d'échappement va influencer le moment de l'échappement.
  2. La position horizontale de la tringle d'échappement induit un retour plus ou moins rapide du bâton d'échappement sous la noix de marteau.

3. La barre de repos du marteau doit être positionnée de manière à ce que le marteau y repose et que, dans ce cas, la noix de marteau soit à fleur du bâton d'échappement sans le toucher.
  4. L'inclinaison de la tige d'attrape marteau fait varier le moment de réception de la contre-attrape par la tête d'attrape marteau après la frappe de la corde.
  5. Enfin, la longueur de la lanière détermine le moment où, durant le lâcher de la touche, le chevalet rappelle le marteau pour l'emmener vers sa barre de repos.
- Enfin, les coefficients d'amortissement des articulations des corps mobiles peuvent être ajustés si nécessaire. Par exemple, pour l'échappement qui est soumis à grande vitesse lorsqu'il rencontre le bouton d'échappement, la variation du coefficient d'amortissement dans son articulation peut adapter cette vitesse de fuite.

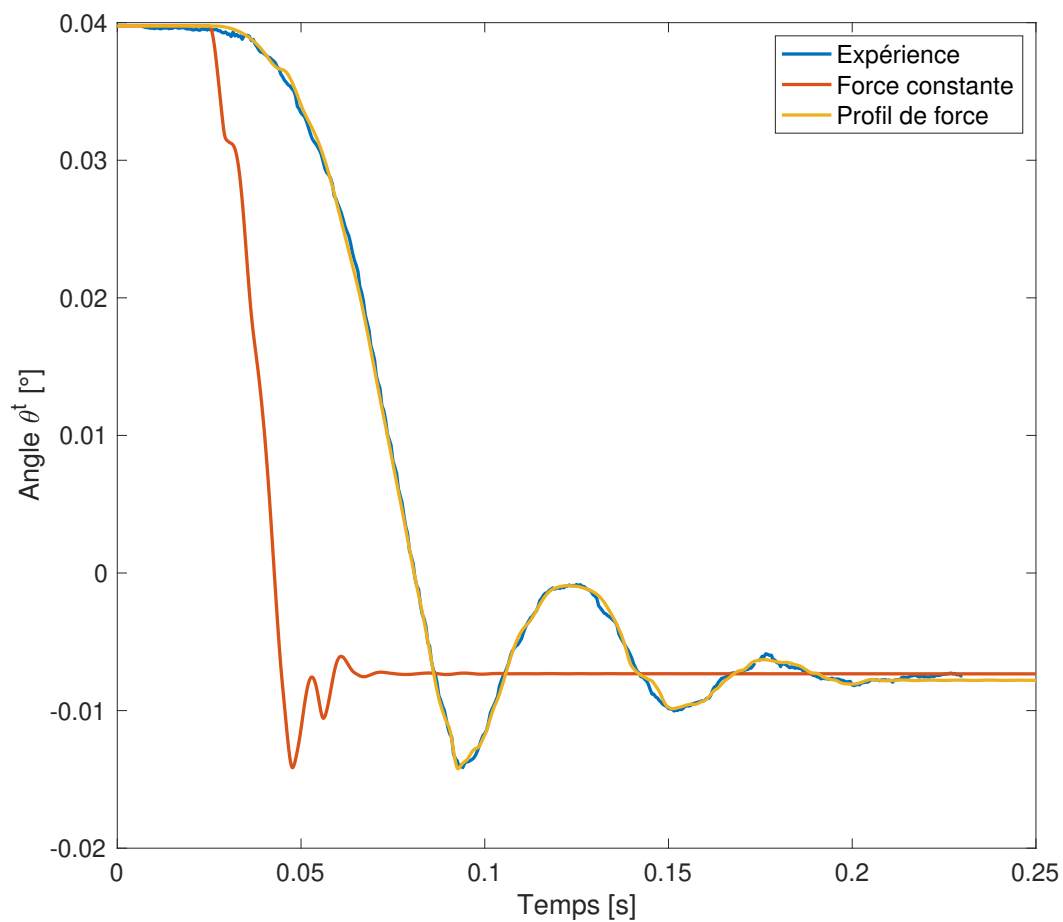
**Profil de la force d'impulsion sur le dessus de marche de touche** Dans un premier temps, lors d'une comparaison avec l'expérience qui utilise une masse d'1kg, nous avons appliqué, dans le modèle multicorps, une force de 9.76N (la masse fait en réalité 995g) sur le dessus de marche. Nous nous sommes rapidement rendu compte que cela ne correspondait pas du tout aux données récoltées lors de l'expérience. En effet, lors de cette dernière, d'une part le fait de couper le fil qui suspend la masse fait que cette dernière n'applique pas instantanément son poids sur la touche. D'autre part, nous pouvons remarquer qu'elle effectue de minuscules rebonds sur la touche, ce qui induit également un comportement différent d'une simple force constante.

Afin de pouvoir effectuer le réglage de la mécanique dans des conditions similaires entre le démonstrateur et le modèle multicorps, nous avons décidé d'élaborer un profil de force d'impulsion de manière à ce que la position angulaire de la touche durant son enfoncement suive celle décrite par les données récupérées lors des expériences. Ce profil de force résulte donc bien d'un subterfuge numérique et non d'un modèle basé sur des équations physiques. La FIGURE 4.16 illustre la position angulaire en profil de force constant et avec le subterfuge, ainsi que ce profil de force en question. Sur la FIGURE 4.16b, les deux pics négatifs en  $t \simeq 0.95s$  et  $t \simeq 0.15s$  correspondent à l'enfoncement de touche maximal dans le feutre et le rebond qui suit.

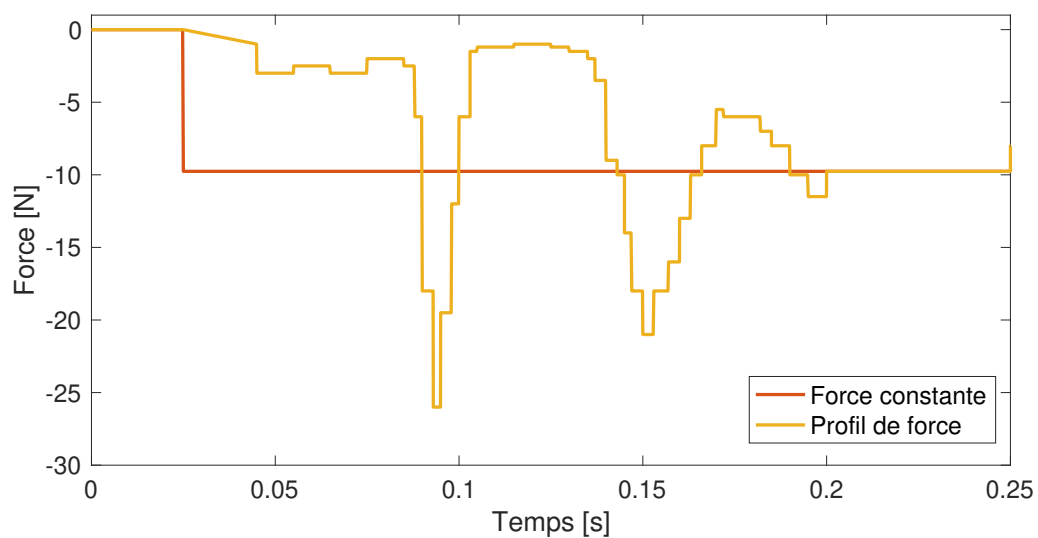
En ayant utilisé ce moyen d'impulsion sur la touche dans la validation du modèle, nous n'avons pas pu confirmer la caractérisation de l'articulation entre le balancier et la touche ainsi que le modèle pour le feutre de la pointe d'enfoncement (ce qui a été fait dans la SECTION 4.1.2). Nous avons donc considéré comme trop peu précis le fait d'utiliser un modèle complexe comportant un grand nombre de paramètres dans une situation où il n'est pas possible de le valider, c'est pourquoi nous avons fait le choix de nous maintenir à une loi plus simple pour l'articulation, de type  $Cr = -D\omega$ .

## 4.2.2 Résultats du modèle multicorps complet

Venons-en maintenant aux résultats obtenus. Dans les figures qui suivent, nous avons superposé, en début de simulation, les données récupérées de l'expérience avec la masse d'1kg et, juste après, suivent les données de l'expérience du lâcher de doigt de la touche. La courbe obtenue par simulation d'application puis retrait de la force est ajoutée pour comparaison. Les FIGURES 4.17, 4.18, 4.19 et 4.20 illustrent le résultat en position angulaire pour, respectivement, la touche, le chevalet, l'échappement et le marteau. Sur chacun



(a) Comparaison des positions angulaires de la touche sous différentes impulsions (graphe ci-dessus) avec les données de l'expérience avec  $m=1\text{kg}$ .



(b) Profils de force auxquels la touche a été soumise, donnant les résultats juste au-dessus.

FIGURE 4.16 – Comparaison des simulations avec et sans profil de force adapté par rapport à l'expérience.

de ces graphes, la référence d'un angle nul correspond respectivement à une position horizontale, horizontale, verticale et verticale de chaque corps. Le sens de rotation est selon  $\hat{Y}$  du repère représenté sur la FIGURE 3.3.

Concernant ces résultats, il est à noter deux remarques. La première est qu'au vu des données de l'expérience de lâcher de touche, la pression exercée par le doigt est davantage assimilable à une pression proche de celle perçue dans l'expérience avec enfoncement de touche sous une masse de 2kg. La seconde est que les deux expériences auxquelles est comparée la simulation n'ont aucune corrélation entre elles ; elles ont été effectuées à des moments complètement distincts. Ceci explique, sur les figures, l'écart entre les valeurs finales de l'enfoncement de touche et les valeurs initiales de lâcher de touche.

On remarque, notamment, un gros écart sur le graphe du marteau en  $t \simeq 0.23s$ . La raison de cet écart nous est inconnue ; par contre, l'écart en lui-même explique les grosses différences entre expérience et simulation pour la partie "lâcher de doigt". En effet, sur la courbe expérimentale, le marteau se trouve en position plus proche de la verticale à son point de rotation, son CM s'en trouve donc plus proche également. Ainsi, au lâcher de touche, le marteau dans l'expérience met plus de temps à atteindre sa vitesse de chute car son accélération est moindre. Le chevalet, de son côté, conserve le même profil que dans la simulation. Ainsi, étant donné le retard du marteau, ce dernier au travers de la lanière va retenir le chevalet dans sa chute, ce qui peut être remarqué sur la FIGURE 4.18 du chevalet, où, en  $t \simeq 0.3s$ , ce dernier fait un petit rebond en arrière. Dans la simulation, ce rebond du chevalet n'ayant pas eu lieu, ce corps va venir frapper le pilote de touche plus rapidement, ce qui explique le rebond moins prononcé de la touche (simulation) sur sa barre de repos, sur la FIGURE 4.17 en  $t \simeq 0.3s$ . Ce sont ces comportements de rebonds plus chaotiques dans la simulation qui freinent le marteau dans sa chute en  $t \simeq 0.32s$ , et qui produisent ainsi des rebonds moins marqués entre le manche du marteau et la barre de repos du marteau.

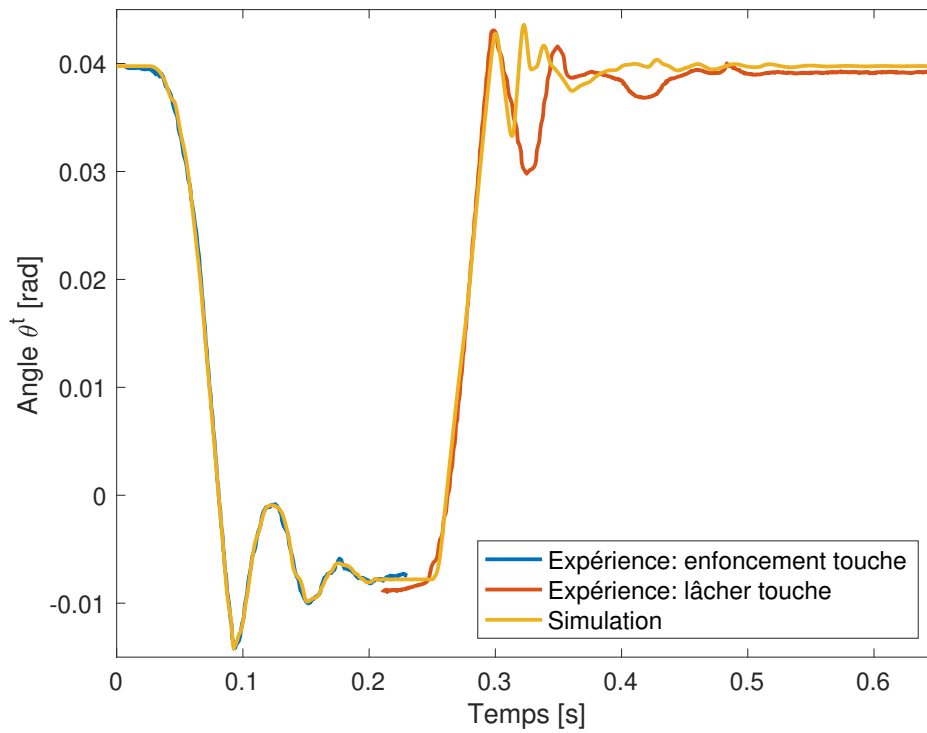


FIGURE 4.17 – Comparaison du modèle multicorps et de l’expérience avec masse d’1kg concernant la **touche**.

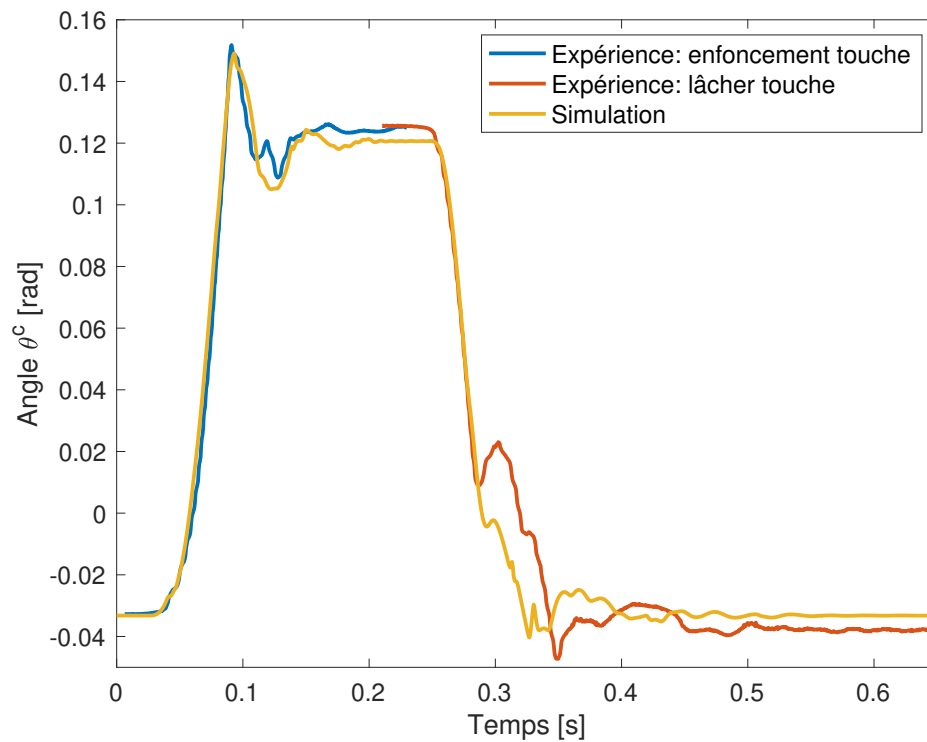


FIGURE 4.18 – Comparaison du modèle multicorps et de l’expérience avec masse d’1kg concernant le **chevalet**.

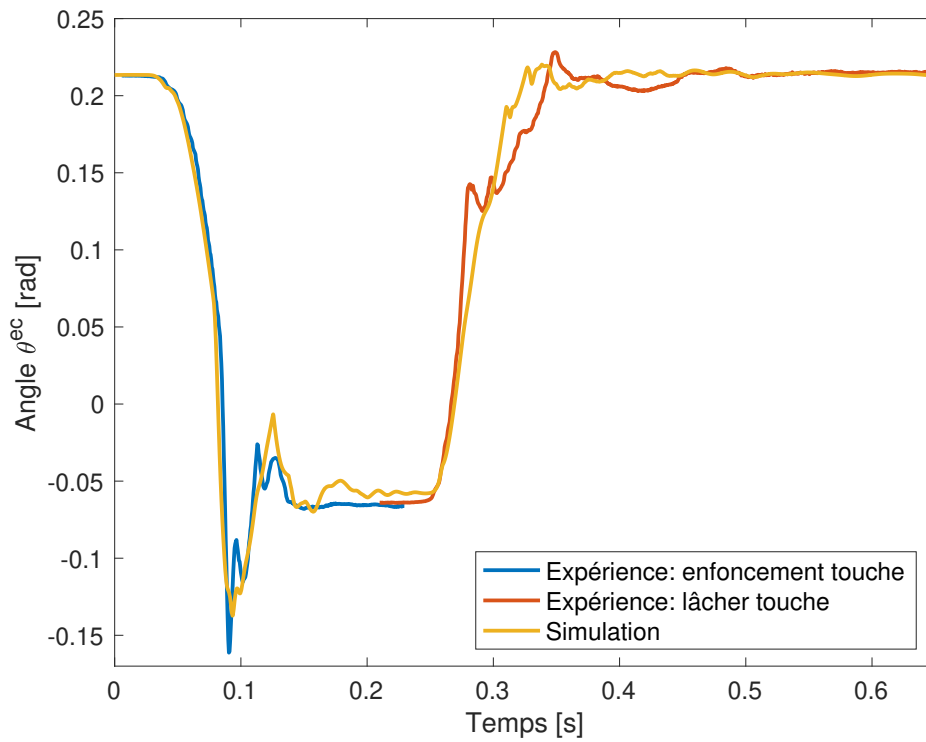


FIGURE 4.19 – Comparaison du modèle multicorps et de l’expérience avec masse d’1kg concernant l’échappement.

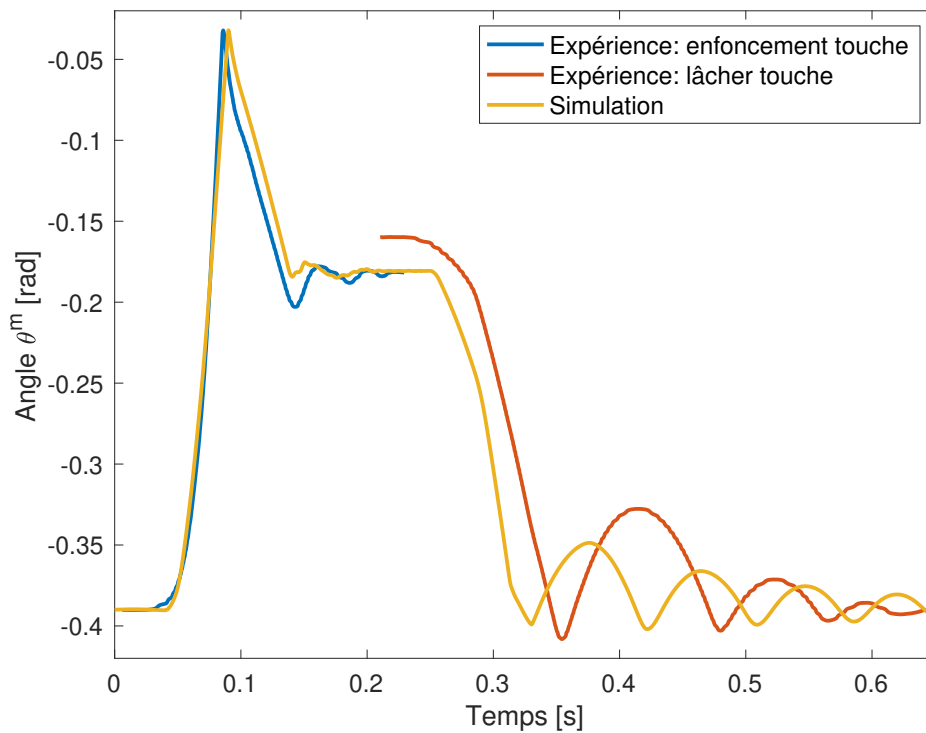


FIGURE 4.20 – Comparaison du modèle multicorps et de l’expérience avec masse d’1kg concernant le **marteau**.

Les résultats de la simulation en regard de l'expérience avec une masse de 500g (resp. 2kg) sont visibles sur les FIGURES C.2, C.3, C.4 et C.5 (resp. C.7, C.8, C.9 et C.10). Un commentaire sur ces résultats est repris dans la SECTION 4.3.

## 4.3 Discussion

Comme tout résultat d'une simulation ayant pour objectif de s'approcher d'un phénomène réel, ceux que nous avons obtenus ci-avant sont matière à discuter, quant à la performance de la simulation, la fiabilité des résultats et, finalement, ce qu'on peut en retirer.

De manière globale, les courbes expérimentale et de simulation adoptent un profil semblable, hormis pour le lâcher de touche où des écartements apparaissent, mais nous y avons déjà consacré des explications dans la section précédente.

Il est tout de même bon de se remettre à l'esprit quelques points de manière à interpréter correctement ces résultats.

**Légères différences de géométrie entre la caractérisation et la validation** Comme introduit dans la SECTION 4.2.1, la géométrie de certains éléments a été revue durant la phase de validation avec le modèle complet. De ce fait, les expériences permettant de caractériser les quatre phénomènes étudiés ont été menées avec un modèle dont la géométrie comporte quelques différences. Un moyen de pouvoir récupérer de meilleurs résultats serait de recommencer cette caractérisation avec la version du modèle finale telle qu'utilisée pour la validation.

**Récupération des données expérimentales** La procédure de capture des données expérimentales passe par plusieurs intermédiaires entre le démonstrateur et les données exploitées. D'une part, nous utilisons une caméra rapide qui filme la mécanique sous une résolution de 1024x1024 pixels, pour une longueur totale du démonstrateur d'environ 50 cm ; 1 mm en réalité est donc représenté par 2 pixels à l'image. Nous n'aurons donc pas une précision meilleure qu'à 0.5 mm près. D'autre part, cette image passe par un logiciel de manière à récupérer les positions de marqueurs. Pour cela, nous avons indiqué un système d'axes dans le logiciel, et avons ajouté un ruban de calibration de manière à fixer une échelle à l'image. Des erreurs peuvent être générées par ces manipulations dans le logiciel : l'origine du système d'axe légèrement à côté de là où elle devrait être, l'orientation des axes pas exactement alignée, le ruban mal calibré, le tracking du marqueur qui peut différer légèrement en passant d'un pixel à l'autre (induisant chaque fois des erreurs de 0.5 mm), ...

Nous pouvons nous borner à ces "seules" erreurs dans le cas où l'image rend exactement les perspectives réelles. Toutefois, des erreurs de perspectives peuvent encore s'ajouter, et elles grossissent à mesure que le capteur vidéo est proche de la mécanique. Dans notre cas, cet effet est relativement limité, ayant placé la caméra à environ deux mètres de la mécanique et filmant avec un zoom optique. Cependant, certaines mesures prises sur l'image à échelle et sur le démonstrateur ont tout de même démontré une différence de quelques millimètres.

**Hypothèses du modèle** Le modèle multicorps construit l'a été sous hypothèses de simplification. Celles-ci engendrent donc forcément des petites divergences quant au comportement des éléments. Pour en reprendre quelques-uns à titre d'exemples :

- Les points fixes du modèle multicorps (butées fixes, point de rotation des corps mobiles, ...) n'ont aucun degré de liberté. En réalité, le démonstrateur repose sur un banc d'essai qui peut vibrer ou légèrement bouger. Nous pouvons d'ailleurs, lors des expériences avec les masses d'1kg et 2kg, voir l'ensemble du système se mouvoir lors de l'écrasement des masses sur la touche. En réalité, ces chocs sont donc absorbés d'une certaine manière par l'environnement, ce qui n'est pas le cas dans la simulation. Pour palier à cela, 1 ou 2 degrés de liberté pourraient être ajoutés dans le modèle entre l'ensemble du système et le repère inertiel, avec un très grand coefficient d'amortissement.
- L'hypothèse de rigidité des corps est relativement forte, en particulier pour la corde, le manche du marteau et la tige d'attrape. Ceci peut être remarqué lors de la réception par la tête d'attrape marteau de la contre-attrape : la flexibilité de la tige d'attrape peut amortir en douceur cette réception sur la courbe expérimentale, ce qui explique le léger creux sur la FIGURE 4.20 en  $t \simeq 0.14s$ . La simulation, elle, n'autorise pas cet amortissement puisque l'effort est directement transmis au reste du chevalet.

Pour aller plus loin dans la modélisation, le manche du marteau et la tige d'attrape marteau pourraient être modélisés au travers de la technique des *segments finis*. Dans le cas de la tige par exemple, au lieu de la considérer comme un seul segment rigide, elle serait considérée comme  $n$  segments rigides entre lesquels se trouvent des articulations permettant la flexibilité. Ces articulations seraient alors caractérisées avec des lois de ressort et amortissement de manière à approcher la flexibilité réelle. Ce dernier point n'a toutefois pas été implémenté dans le modèle.

**Le contact entre la contre-attrape et la tête d'attrape marteau** Ce contact est particulièrement difficile à modéliser à cause de sa géométrie très particulière. En effet, le feutre de la contre-attrape est un mélange entre une partie courbe et une partie droite, qui doivent entrer en contact avec la courbe concave de la tête d'attrape marteau. Dans le modèle multicorps que nous proposons ici, nous avons, au vu des hypothèses que nous avons posées, modélisé ce contact par un cercle convexe contre un cercle concave. Cette différence implique des dynamiques qui peuvent s'avérer bien différentes lors des simulations. Au vu de cette géométrie complexe, nous comprenons le choix de R. Masoudi dans [13] de modéliser ce contact par trois sous-contacts différents, pour tenter de coller au mieux à la réalité. Le réglage du modèle multicorps ayant été effectué sur base d'une comparaison avec l'expérience utilisant une masse d'1kg, nous voyons la faiblesse de la modélisation de ce contact dans les résultats de la simulation en regard de l'expérience avec  $m=500g$  (voir ANNEXE C.2). En effet, sous une cinématique différente dans ce cas, le contact se fait différemment dans la simulation par rapport à l'expérience et le marteau du modèle multicorps est ainsi retenu bien trop haut. Ce problème est également visible dans la comparaison des simulations par rapport à l'expérience avec une masse de 2kg dont les résultats se trouvent en ANNEXE C.3.

**Le contact entre l'échappement et la noix de marteau** Nous terminons la discussion par ce point, qui n'est pas des moindres : le contact entre l'échappement et la noix de marteau. Durant le régime transitoire (c'est-à-dire entre la position de repos et la position

de touche enfoncée), la façon de modéliser ces deux éléments ainsi que leur interaction peut avoir une grande influence sur les résultats. De ce fait, une erreur ou trop grande simplification dans la géométrie de ces éléments, un choix différent de loi constitutive ou de ses paramètres mèneront à des résultats fort différents.

**Résultat global** Compte tenu de ces remarques, le modèle est capable de restituer un comportement du moins cohérent d'une mécanique de frappe de piano droit. La section suivante reprend quelques simulations permettant de mettre en lumière les limites du modèle, ce qui va pouvoir étayer les éléments avancés ci-avant.

# Chapitre 5

## Exploration du modèle

Dans cette section, nous mettons de côté les comparaisons avec les expériences faites ci-avant et plaçons plutôt le modèle dans certaines situations de manière à explorer son domaine de fonctionnement et à mettre en lumière certains aspects : ses limites, les conditions dans lesquelles il est capable de donner des résultats cohérents et, au contraire, les frontières au-delà desquelles il n'est plus capable de restituer un comportement acceptable.

### 5.1 Appui *forte* et *double appui*

Pour démarrer ces tests, nous mettons le modèle en situation très proche de la réalité. R. Masoudi propose dans [15] des versions simplifiées de profils de force mesurés sur la surface d'une touche, lors d'expériences avec un pianiste qui enfonce une touche d'un piano droit réel. Deux profils de force ont été testés dans ce cadre : un appui *forte* sur la touche ainsi qu'un *double appui*. Les profils de force ont dans les deux cas été superposés au comportement de la touche de manière à visualiser la réaction de cette dernière par rapport à la force appliquée.

Commençons par l'appui *forte*. Le résultat de la position angulaire de la touche est visible sur la FIGURE 5.1. Son comportement est tout à fait cohérent. Elle a bien le temps de s'établir dans chacune des positions intermédiaires. On peut toutefois remarquer que les rebonds sur la pointe d'enfoncement (en  $t \simeq 0.5\text{s}$ ) sont très rapides comparés à ceux des expériences réalisées avec les masses. Gardons tout de même en tête, par rapport à cela, que nous sommes ici dans le cas d'un profil de force linéaire par morceau, ce qui s'approche de la réalité sans être tout à fait réaliste non plus.

La FIGURE 5.2 illustre le résultat de cette simulation concernant le marteau. On peut y reconnaître les différentes phases typiques : l'accélération du marteau jusqu'à la frappe de la corde au pic, son rebond ensuite et sa réception dans l'attrape marteau, ce qui le stabilise à un angle  $\theta^m \simeq -0.12$  rad avant de revenir en position de repos lorsque la touche est relâchée. On remarque ensuite les rebonds sur sa barre de repos.

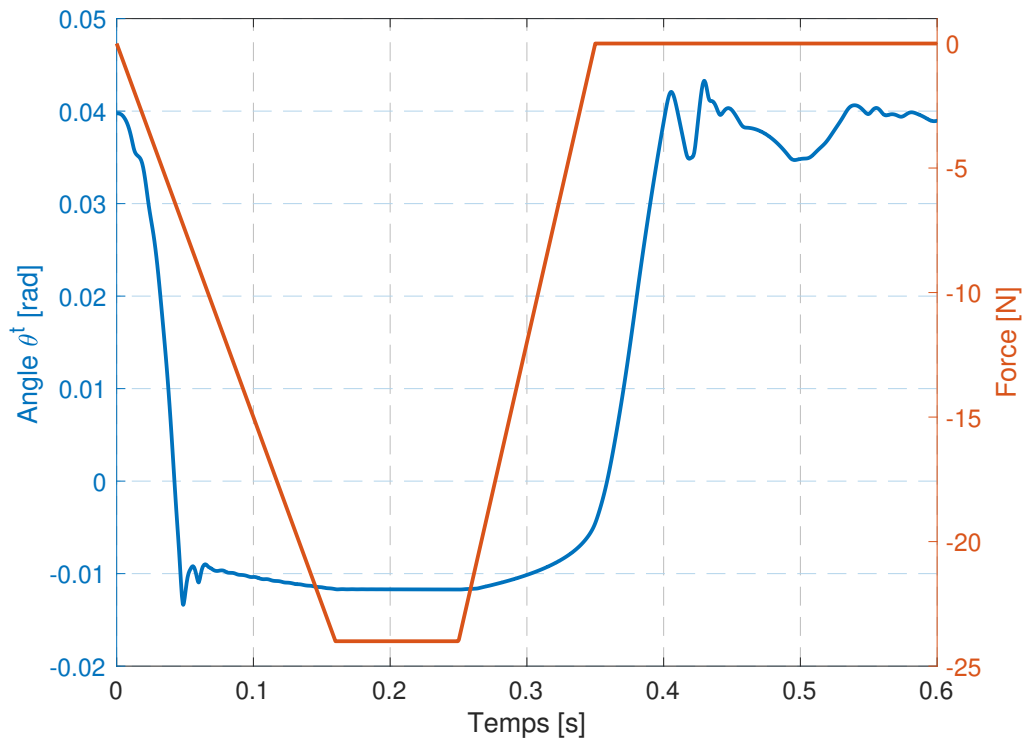


FIGURE 5.1 – Profil de force de l'appui *forte* et résultat en position angulaire de la touche.

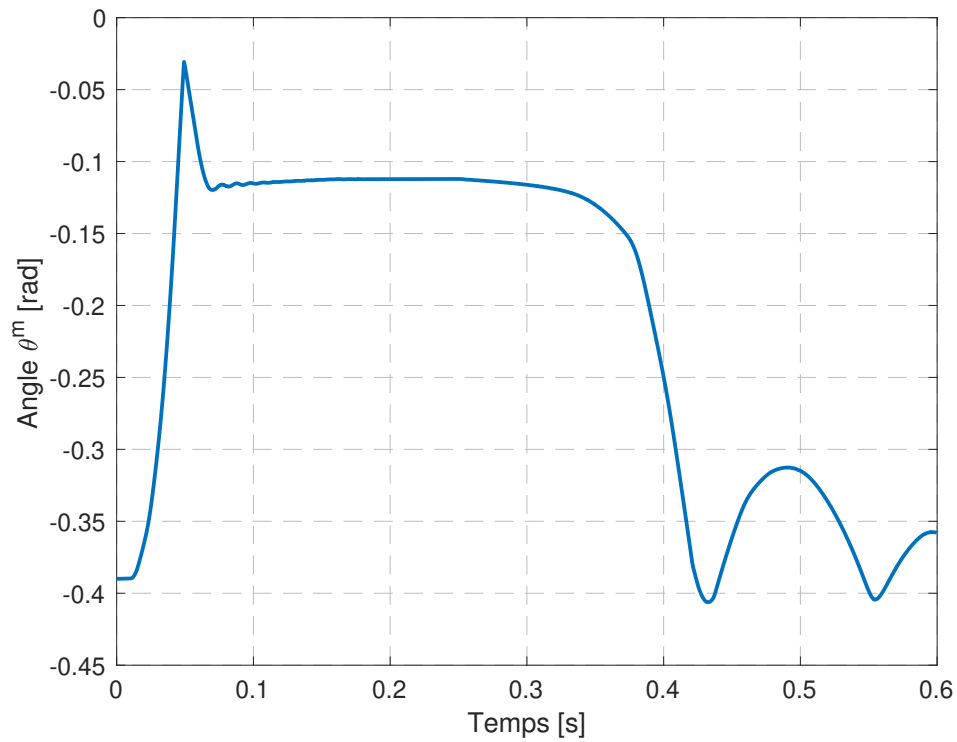


FIGURE 5.2 – Résultat en position angulaire du marteau pour un appui *forte*.

A présent, le *double appui*. Sur la FIGURE [5.3](#), on peut remarquer une certaine inertie

de la touche à revenir dans sa position de repos (de  $t \simeq 0.12s$  à  $t \simeq 0.2s$ ). Avec cela, la touche a à peine le temps d'appuyer sur sa barre de repos avant d'être sollicitée à nouveau. Toutefois, le comportement du second enfoncement de touche n'en est que très peu affecté. Durant la seconde descente de la touche (en  $t \simeq 0.21s$ ), on peut remarquer le moment où le pilote de touche rentre en contact avec le chevalet pour le soulever à nouveau.

La FIGURE 5.4 illustre le comportement du marteau durant le *double appui*. Ici, on remarque bien les pics qui traduisent la frappe soudaine de la corde et son éloignement direct, pour la laisser vibrer, avant de se faire réceptionner par l'attrape marteau. La touche est alors relâchée et le marteau revient *presque* en position de repos. En effet, on remarque qu'il n'a pas le temps de revenir totalement contre sa barre de repos avant d'être repris par l'échappement. Toutefois, son comportement n'en est pas affecté.

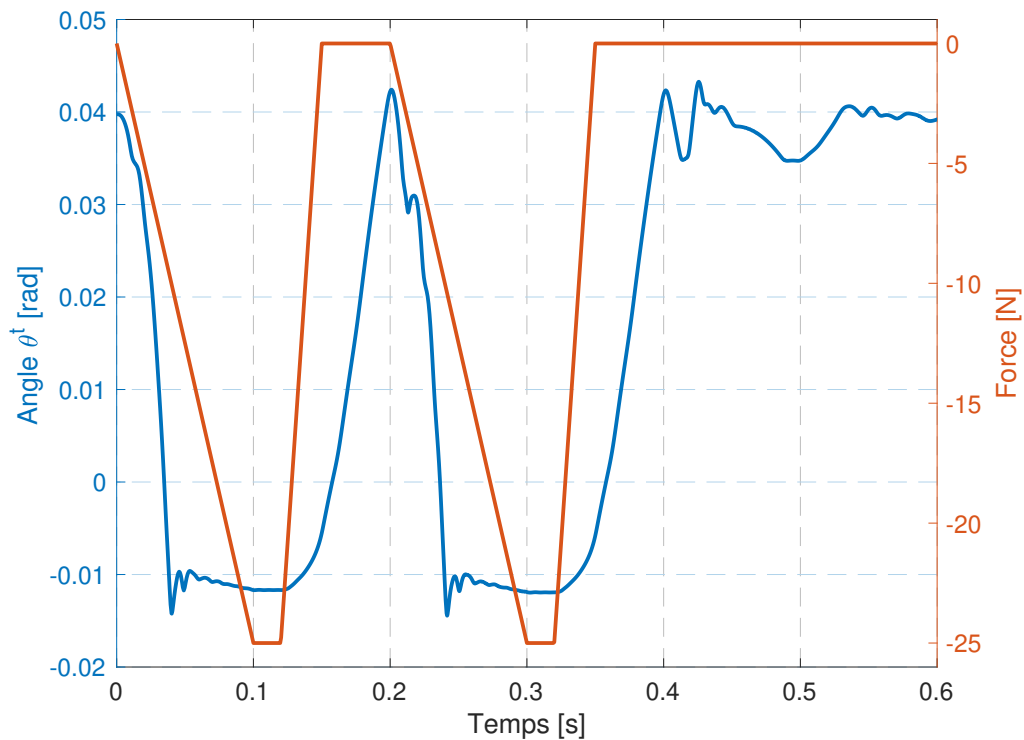


FIGURE 5.3 – Illustration du profil de force utilisé pour le *double appui* ainsi que du résultat en position angulaire de la touche.

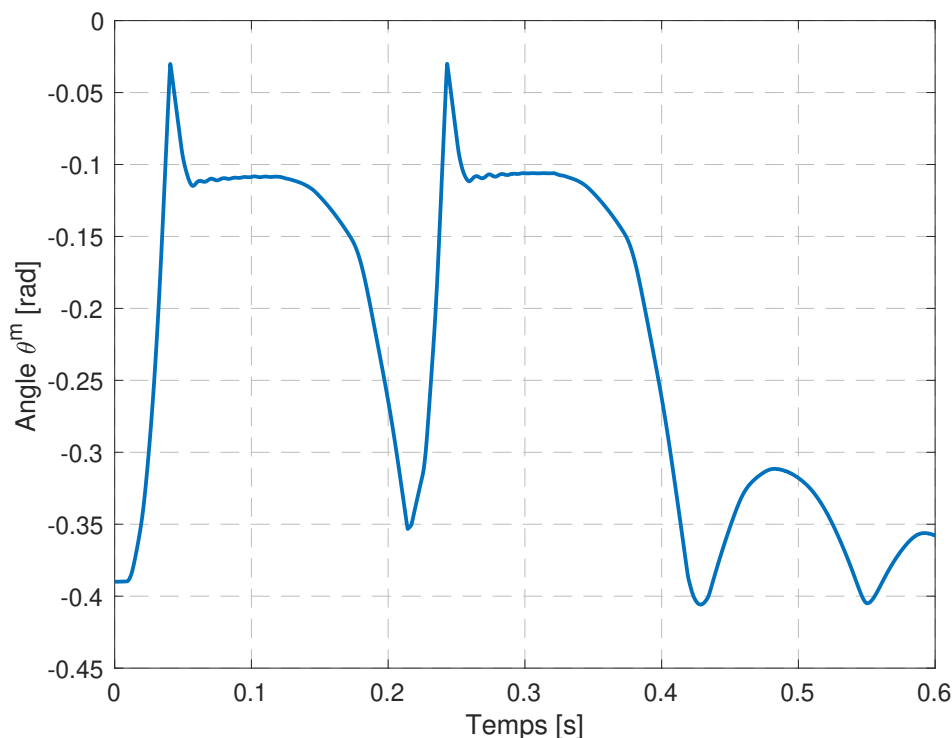


FIGURE 5.4 – Résultat de la position angulaire du marteau pour la simulation *double appui*.

## 5.2 Limite de fréquence d'enfoncement et force minimale d'appui

**Limite de fréquence** Nous avons voulu déterminer la limite du modèle dans la fréquence de répétition de la touche. Pour effectuer ce type de test, plusieurs méthodes sont possibles : soit en contrôlant la position angulaire de la touche et en lui appliquant une sinusoïde dont la fréquence instantanée augmente au cours du temps et avec comme valeurs d'amplitude minimale et maximale les butées, soit en appliquant un profil de force sur la touche dont la fréquence augmente également.

Nous avons choisi la seconde façon de faire. De cette manière, nous pouvons également prendre en compte la dynamique qui se produit à la pointe d'enfoncement, dans l'articulation de la touche et à la barre de repos de touche. En effet, c'est cette dynamique qui va limiter en premier le modèle car, lorsque la touche n'est pas stimulée, il vient une fréquence de stimulation où elle ne peut pas revenir assez rapidement en position de repos avant l'impulsion suivante; ce qui implique que l'échappement ne peut revenir sous la noix de marteau pour l'entraîner de nouveau vers la corde, problème qui n'est pas présent dans la première façon de faire puisque le mouvement de touche est forcé.

Pour ce test, nous recourons à un profil de force similaire à celui utilisé pour le test en appui *forte* dont la période de cycle est raccourcie petit à petit. La valeur de fréquence  $f_{max}$  diffère légèrement en fonction de la force atteinte au cours du cycle. Nous avons choisi, pour ce test, un palier à 16N, ce qui nous semblait être un bon compromis entre la valeur

décrite par R. Masoudi comme étant *forte* et une valeur plus faible. La FIGURE 5.5 illustre cette simulation ; la fréquence instantanée de départ est  $2Hz$  et le premier manquement est à fréquence instantanée de  $11Hz$ . Sur cette figure, on remarque, en  $t \simeq 0.4s$ , le rebond du marteau sur sa barre de repos, qui apparaît de moins en moins, n'ayant pas le temps d'y rebondir au fur et à mesure que la fréquence augmente.

Quelques remarques peuvent être relevées concernant ce résultat.

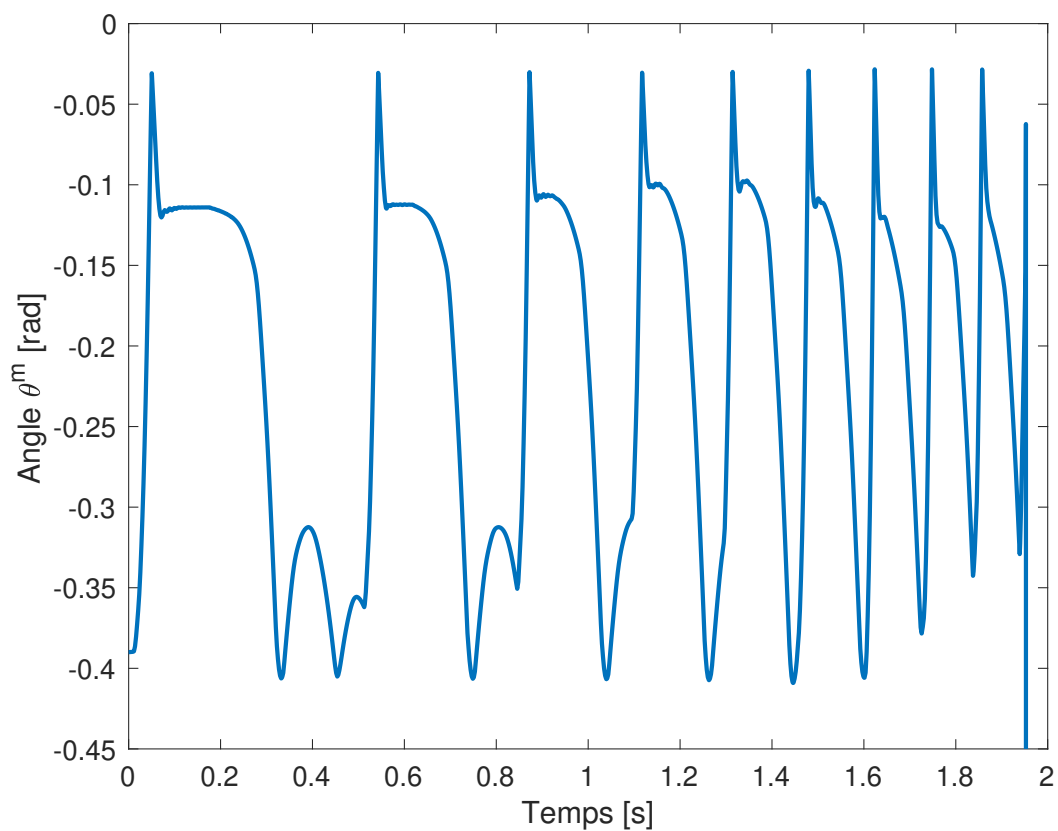
D'une part, la variable qui est commandée est ici la force induite sur le dessus de marche de la touche. Dans d'autres tests rencontrés, la commande est plutôt l'articulation entre le balancier et la touche. Les résultats entre ces deux types de simulations sont difficilement comparables, une des raisons étant décrite ci-dessus. Une autre de ces dernières est la suivante : en commandant la force, le système est bien plus dynamique, subissant davantage de points de forces variables. C'est précisément cette cause-là qui a interrompu la simulation dans notre cas, le calcul de la dynamique n'ayant pas pu être mené à bien.

D'autre part, nous avons donc un modèle capable de répéter l'enfoncement de touche à une fréquence de  $10Hz$ . Pour comparaison, le record du monde du plus grand nombre d'enfoncements de touche en une minute, daté du 4 mars 2017 et détenu par Domingos-Antonio Gomes, s'élève à 824 [31], soit une fréquence de  $13.73Hz$  de moyenne. Ce record a été effectué sur la même touche et le pianiste a utilisé ses deux mains. Ainsi, nous considérons que, lors d'un jeu de piano ordinaire (c'est-à-dire sans recourir à ses deux mains sur une seule touche), un pianiste dépasse très rarement une fréquence de  $10Hz$  en répétition d'une même touche. Notons également que ce record a été établi sur un piano à queue (donc pourvu certainement d'une mécanique de frappe à double échappement). Cette dernière mécanique permet une répétition plus rapide de frappe d'une touche que sur un piano dépourvu de ce mécanisme de double échappement, ce qui est notre cas.

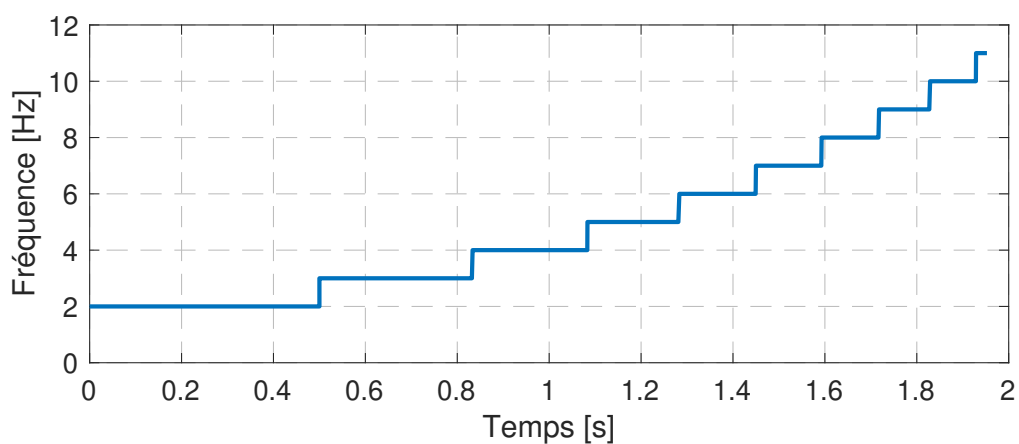
**Force minimale d'appui** Le test qui suit consiste à déterminer la force minimale à appliquer sur la touche de manière à ce que le marteau puisse atteindre et frapper la corde. Dans ce cas-ci, la fréquence reste constante ( $5Hz$ ) et c'est l'amplitude de la force appliquée sur la touche qui diminue progressivement. La FIGURE 5.6 donne les résultats pour un test commencé avec une amplitude de force de  $5N$ . La FIGURE 5.6b représente la force de l'impact entre la tête de marteau et la corde, et nous permet de vérifier s'il y a impact ou pas. On remarque, outre le manquement en  $t \simeq 2.2s$ , qui n'est pas à retenir selon nous puisqu'il n'est pas réitéré, que le pic juste avant  $t = 4s$  sur la FIGURE 5.6a est la dernière répétition qui frappe effectivement la corde, ce qui correspond à une valeur minimale de force de  $F = 1.2N$ . On peut donc affirmer que c'est une valeur minimale pour une frappe de la corde assurée concernant notre modèle.

### 5.3 Autres simulations

Nous avons réalisé d'autres simulations de manière à étudier en particulier l'utilité de deux éléments discrets de la mécanique qui pourraient être considérés comme moins importants : la *lanière* et le *ressort de noix de marteau*. Pour cela, nous avons repris le

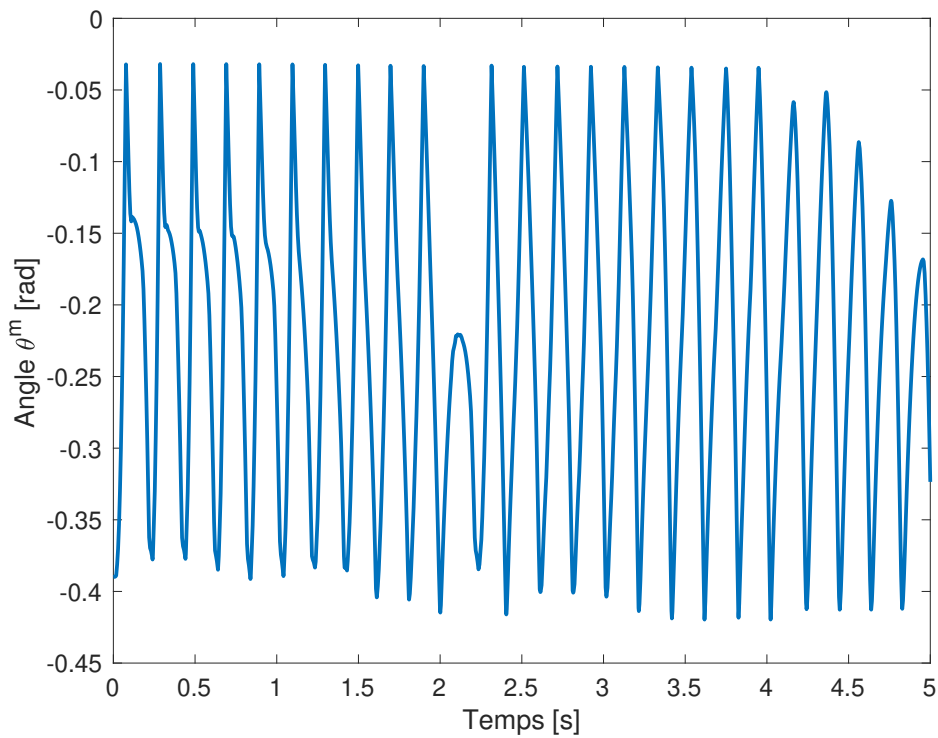


(a) Position angulaire du marteau durant la simulation.

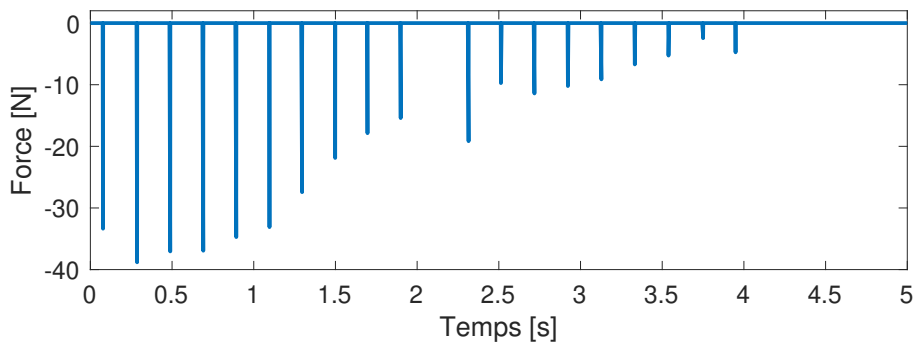


(b) Evolution temporelle de la fréquence instantanée.

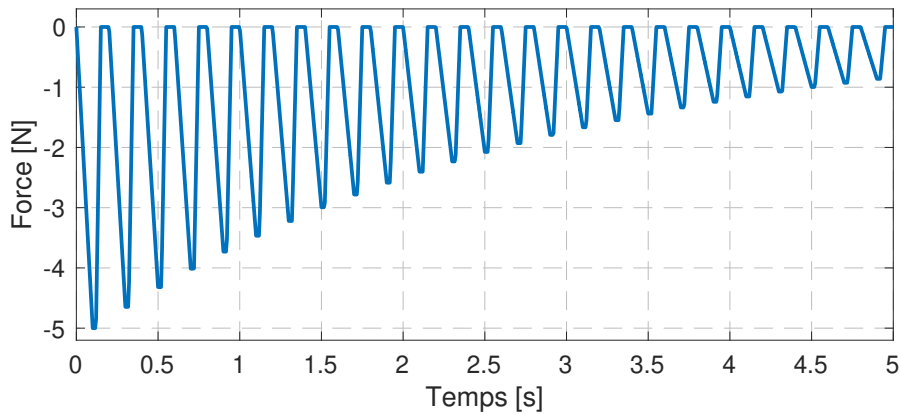
FIGURE 5.5 – Simulation avec comme impulsion sur la touche un profil de force dont l’amplitude maximale est de  $16N$  et dont la fréquence est croissante, allant de  $2Hz$  à  $11Hz$ . Le dernier cycle a rencontré un problème; le cycle complet réalisé sans souci par le modèle s’est donc effectué à  $10Hz$ .



(a) Position angulaire du marteau lors du test.



(b) Amplitude de la force de contact entre la tête de marteau et la corde, permettant de déterminer si contact il y a eu.



(c) Amplitude décroissante de la force appliquée sur le dessus de marche de la touche.

FIGURE 5.6 – Test consistant à décroître l’amplitude de la force induite sur la touche de manière à déterminer l’amplitude minimale pour la frappe de la corde par le marteau.

profil de force du *double appui*.

La FIGURE 5.7 expose le comportement du chevalet. En  $t \simeq 0.18\text{s}$  et  $t \simeq 0.39\text{s}$ , on peut y remarquer un ralentissement de sa chute dans les situations *avec* lanière (courbes bleue et jaune). Ceci est dû au fait que, lorsque la touche est relâchée (à partir de  $t \simeq 0.13\text{s}$  et  $t \simeq 0.33\text{s}$ ), le chevalet revient plus rapidement que le marteau à sa position de repos et on comprend, ici, comment le chevalet est freiné dans sa course à cause de la lanière qui "rappelle" le marteau pour l'entraîner plus rapidement vers sa position de repos également.

Cet effet de rappel se visualise davantage encore sur la FIGURE 5.8 en analysant le comportement du marteau cette fois. Pour les courbes *avec* lanière (courbes bleue et jaune), on remarque une accélération de la vitesse du marteau en  $t \simeq 0.18\text{s}$  et  $t \simeq 0.39\text{s}$  qui se fait "rappeler" par le chevalet au travers de la lanière. On comprend donc ici déjà que le rôle de la lanière est assez important. Voyons maintenant en ce qui concerne le ressort de noix de marteau.

— **Influence du ressort lorsque la lanière est fonctionnelle**

Lorsque la lanière est fonctionnelle (ce qui est le cas pour les courbes *bleue* et *jaune*), le ressort joue finalement un rôle mineur : la courbe *jaune* "Sans ressort" (mais avec lanière fonctionnelle) se différencie très peu de la courbe bleue (ressort et lanière fonctionnels).

— **Influence du ressort en l'absence de lanière**

Par contre, lorsque la lanière est absente (ce qui est le cas des courbes *rouge* et *mauve*), ce ressort prend tout son sens : la courbe *mauve* (sans ressort) s'écarte relativement fort de la courbe *rouge* (ressort actif).

— La FIGURE 5.8 nous démontre donc l'utilité de la combinaison du ressort et de la lanière, qui est d'assurer un retour du marteau rapide dans sa position de repos, de manière à pouvoir enchaîner plus rapidement les appuis sur la touche.

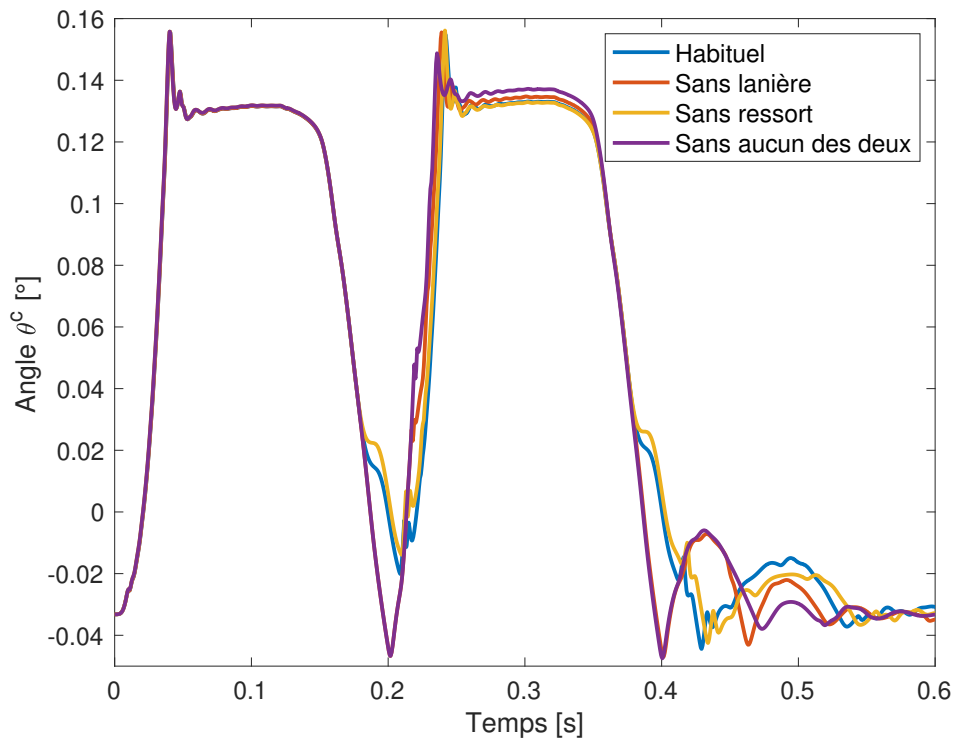


FIGURE 5.7 – Comparaison de la position angulaire du chevalet dans un *double appui* avec et sans la lanière et le ressort de noix de marteau.

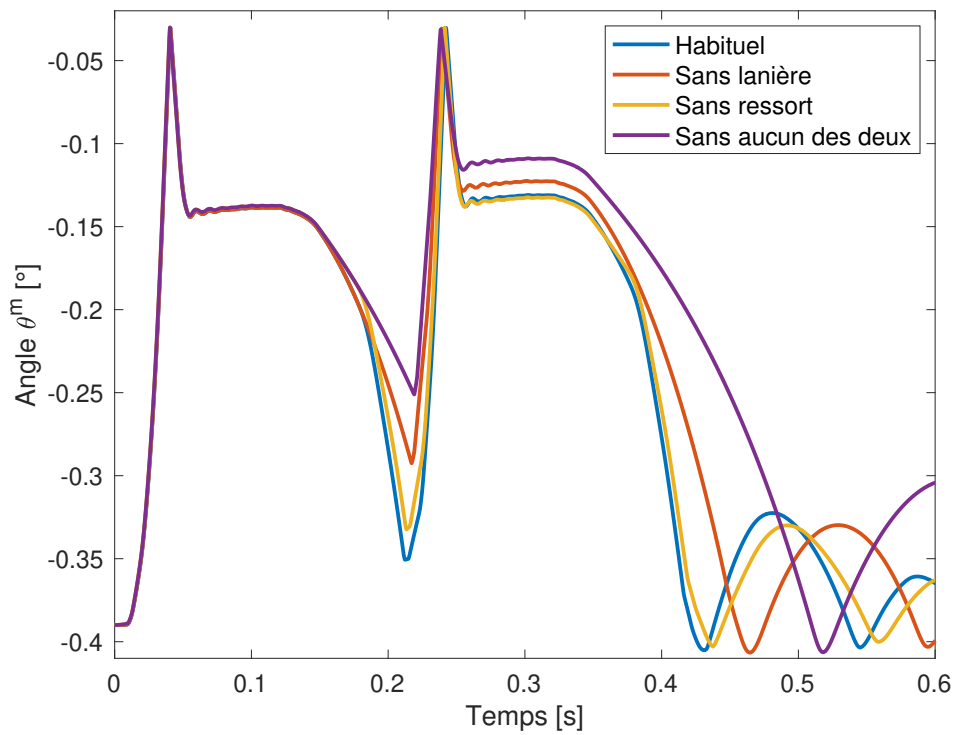


FIGURE 5.8 – Comparaison de la position angulaire du marteau dans un *double appui* avec et sans la lanière et le ressort de noix de marteau.

# Conclusion

Les objectifs poursuivis par le présent travail s'inscrivent dans un projet en cours au laboratoire de recherche *MEED* de l'Université catholique de Louvain. Celui-ci porte sur l'élaboration d'un clavier haptique. Comme expliqué dans le CHAPITRE 1 et en particulier par la FIGURE 1.1, un tel dispositif requiert un modèle dynamique de la mécanique à simuler. Pour cela, nous nous sommes penché sur le piano droit et avons dès lors élaboré et implémenté un modèle multicorps d'une mécanique de ce type de piano, à partir d'une coupe de mécanique réelle (que nous nommons dans ce rapport *démonstrateur*) de marque *RENNER*. Pour mener cela à bien, plusieurs étapes intermédiaires ont été franchies.

Dans un premier temps, comme c'est le cas lorsqu'il s'agit de modéliser tout type de système, nous avons commencé par comprendre le fonctionnement de la mécanique. Les pianos sont des instruments au mécanisme complexe et à très forte dynamique ; nous avons donc analysé les mouvements, repéré les contacts qui se produisent sur le démonstrateur. Pour débiter la partie modélisation, nous avons alors effectué un travail d'identification des éléments, de manière à structurer le modèle à construire : repérer les différents corps, déterminer s'ils sont mobiles ou fixes, remarquer les butées de fin de course, détecter les lieux de contacts intermittents. Pour épauler ce travail, nous avons réalisé une réplique du démonstrateur en 3D sur un logiciel de conception mécanique ; elle permet principalement de mieux comprendre le mouvement des corps les uns par rapport aux autres.

L'une des particularités d'une mécanique de frappe de piano est son nombre important de contacts intermittents et toute la dynamique que cela génère. Nous nous sommes donc intéressé à chacun d'eux et les avons approchés par des modèles spécifiques afin de les caractériser au mieux. Ensuite, grâce aux publications de R. Masoudi en la matière, et en particulier [13], nous avons pu implémenter les lois régissant chacun des contacts et comportements que comprend le modèle. De manière à approcher de la meilleure façon le modèle multicorps du démonstrateur, nous avons retenu quatre phénomènes influents de la mécanique, que nous avons isolés en situations particulières, afin de pouvoir les caractériser le plus précisément possible. Cela s'est fait en comparant les résultats du modèle multicorps à des captures vidéos prises à très haut débit d'images qui ont permis de pouvoir ralentir les mouvements. Ainsi, avons-nous pu affiner les valeurs de certains paramètres. Nous avons alors pu valider, par la suite, d'une manière similaire, le modèle multicorps au démonstrateur complet.

Dans un chapitre qui y est consacré, nous avons alors mis le modèle multicorps ainsi implémenté dans diverses situations, afin de mieux cerner son domaine de fonctionnement, de déterminer ses éventuelles limites et faiblesses. Nous l'avons également soumis à des stimulations sur la touche, comparables à celles d'un pianiste, de façon à observer son comportement dans un scénario similaire à la réalité.

Le modèle multicorps qui résulte de la présente étude délivre un comportement cohérent par rapport à une mécanique de frappe réelle. Toutefois, certains points présentent de légères divergences. Citons, notamment, l'ajustement des paramètres, ayant été fait par rapport au démonstrateur dont la touche est soumise à une impulsion particulière : le résultat des simulations s'écarte légèrement du comportement à adopter lorsque l'impulsion est modifiée.

Plusieurs facteurs sont à souligner et peuvent expliquer ces quelques divergences. D'une part, dès le départ, des hypothèses simplificatrices ainsi que des modèles élémentaires de géométries de contact ont été posés de manière à pouvoir réaliser cette étude et en vue de rester dans des temps de simulation raisonnables. Nous reviendrons là-dessus un peu plus loin. D'autre part, un mécanisme de piano est tel que des écarts minimes dans la géométrie ou dans les lois comportementales entre le modèle multicorps et le démonstrateur engendrent un effet boule de neige sur le reste de la mécanique et peuvent conduire à des résultats dissemblables. Enfin, les méthodes utilisées pour l'analyse du démonstrateur (caméra rapide couplée à un logiciel de suivi de position) sont autant d'intermédiaires qui ajoutent leur part d'erreur et d'incertitude dans l'équation.

Pour conclure, nous avons atteint l'objectif qui était d'obtenir un modèle multicorps fonctionnel permettant de décrire au mieux le fonctionnement de la mécanique de frappe d'un piano droit, et s'approchant d'un mécanisme réel. Toutefois, le travail ne s'arrête pas là pour autant. En effet, plusieurs pistes d'améliorations peuvent s'ouvrir pour l'optimiser. Comme indiqué ci-avant, certaines hypothèses, comme la rigidité des corps, peuvent être supprimées ou du moins assouplies, de manière à les décrire de façon plus réaliste : nous pensons bien sûr à la corde, notamment, au manche du marteau ou encore à la tige d'attrape marteau.

De même, l'implémentation du modèle peut être optimisée de sorte à réduire les temps de simulations pour être capable de commander, à terme, le modèle multicorps en temps réel et en instantané ; ce qui est indispensable pour un projet comme celui décrit en début de cette partie, et qui est l'élaboration d'un clavier haptique.

# Bibliographie

- [1] Baudouin BOKIAU. “Modélisation de la mécanique de frappe à double échappement du piano à queue”. Mém. de mast. Université catholique de Louvain, juin 2011.
- [2] URL : [https://www.pianoteile.com/unsecure/produkt\\_artikel.aspx?language=fr&artsnr=660105&objid=A660105&page=1&red=pr](https://www.pianoteile.com/unsecure/produkt_artikel.aspx?language=fr&artsnr=660105&objid=A660105&page=1&red=pr).
- [3] Sébastien TIMMERMANS et al. “Haptic Piano Key based on a Real-Time Multi-body Model of the Double Escapement Grand Piano Action”. In : The 5th Joint International Conference on Multibody System Dynamics. Lisboa, Portugal, juin 2018.
- [4] Anatoli STULOV. “Dynamic behavior and mechanical features of wool felt”. In : *Acta Mechanica* 169 (mai 2004), p. 13-21. DOI : [10.1007/s00707-004-0104-3](https://doi.org/10.1007/s00707-004-0104-3).
- [5] Dmitri KARTOFELEV et Anatoli STULOV. “Propagation of deformation waves in wool felt”. In : *Acta Mechanica* (2014).
- [6] Anatoli STULOV. “Experimental and computational studies of piano hammers”. In : *Acta Acustica united with Acustica* 91 (nov. 2005).
- [7] Anatoli STULOV. *Mechanical features of piano hammer felt*. Rapp. tech. Centre for Nonlinear Studies, Institute of Cybernetics at Tallinn Technical University, Estonia, août 2004.
- [8] Baudouin BOKIAU. “Analysing the design evolution of late 18th century Prellzungenmechaniken : an experiment-based multibody approach applied to early piano actions”. Thèse de doct. Université catholique de Louvain ; École Polytechnique de Louvain, oct. 2016.
- [9] Baudouin BOKIAU, Anne-Emmanuelle CEULEMANS et Paul FISSETTE. “Historical and dynamical study of piano actions : A multibody modelling approach”. In : *Journal of Cultural Heritage* (2016).
- [10] Baudouin BOKIAU et al. “Multibody Model of a Grand Piano Action Aimed at Understanding and Demystifying the Escapement Principle”. In : The 2nd Joint International Conference on Multibody System Dynamics (Stuttgart, Germany). Mai 2012.
- [11] Paul FISSETTE, Baudouin BOKIAU et Sébastien TIMMERMANS. “The Grand Piano Action Functioning Demystified thanks to the Multibody Approach”. In : Paper presented at the The 15th IFToMM World Congress, Krakow, Poland. 2019.
- [12] Anders THORIN. “Non-smooth model of the grand piano action”. Thèse de doct. Mechanics of the solides [physics.class-ph]. Ecole Polytechnique X, 2013.
- [13] Ramin MASOUDI. “Micromechanics of Fiber Networks Including Nonlinear Hysteresis and its Application to Multibody Dynamic Modeling of Piano Mechanisms”. Thèse de doct. Waterloo, Ontario, Canada : University of Waterloo, 2012.

- [14] Ramin MASOUDI, Stephen BIRKETT et John MCPHEE. “A Mechanistic Multibody Model For Simulating The Dynamics Of A Vertical Piano Action”. In : *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics* (2013).
- [15] Ramin MASOUDI, Stephen BIRKETT et John MCPHEE. “Dynamic Model of a Vertical Piano Action Mechanism”. In : ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences, Computers et Information in Engineering Conference. San Diego, California, USA, août 2009.
- [16] Ramin MASOUDI et Stephen BIRKETT. “Experimental Validation of a Mechanistic Multibody Model of a Vertical Piano Action”. In : *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics* (2015).
- [17] J.P. CHORIER. Accédé le : 2019-07-13. URL : <http://classic-intro.net/introductionalamusique/instruments/Leclavicorde.html>.
- [18] Atelier David BOINNARD. Accédé le : 2019-07-13. URL : <http://www.david-boinnard.com/3/catalogue.html>.
- [19] Accédé le : 2019-07-13. URL : <http://decouvrir.la.musique.online.fr/clavecim.html>.
- [20] Jean-Paul DESPAX. Accédé le : 2019-07-13. URL : <https://francearchives.fr/commemo/recueil-2009/38974>.
- [21] Marc FRISCH. *Une histoire du piano : À l'usage de ceux qui l'aiment ou le détestent*. Riveneuve. Paris : Riveneuve, 2013.
- [22] Pianos ESTHER. Accédé le : 2019-07-13. URL : <http://www.pianosesther.be/Histoire-du-piano.htm>.
- [23] Accédé le : 2019-07-13. URL : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Piano>.
- [24] Olivier VERLINDEN. “Simulation du comportement dynamique de systèmes multicorps flexibles comportant des membrures de forme complexe”. Thèse de doct. Faculté Polytechnique de Mons, Service de Mécanique Rationnelle, Juillet 1994.
- [25] URL : <http://www.robotran.be/doc>.
- [26] Paul FISSETTE. *Multibody system Dynamics (cours)*. Université catholique de Louvain (UCLouvain), CEREM.
- [27] M. HIRSCHKORN, John MCPHEE et Stephen BIRKETT. “Dynamic modeling and experimental testing of a piano action mechanism”. In : *ASME J. Computational and Non linear Dynamics* 1 (2006), p. 47-55.
- [28] A. IZADBAKHSI, John MCPHEE et Stephen BIRKETT. “Dynamic modeling and experimental testing of a piano action mechanism with a flexible hammer shank”. In : *ASME J. Computational Nonlinear Dynamics* 3 (2008), p. 1-10.
- [29] S J CULL et Robin TUCKER. “On the modelling of Coulomb friction”. In : *Journal of Physics A : Mathematical and General* 32 (jan. 2). DOI : [10.1088/0305-4470/32/11/006](https://doi.org/10.1088/0305-4470/32/11/006).
- [30] URL : <https://physlets.org/tracker/>.
- [31] URL : <https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/most-piano-key-hits-in-one-minute>.
- [32] John-Paul WILLIAMS. *Le piano*. Minerva, 2003.



<b>1</b>	vis du support de mécanique	<b>26</b>	queue d'étouffoir
<b>2</b>	écrou du support de mécanique	<b>27</b>	rail central de mécanique
<b>3</b>	tête de marteau	<b>28</b>	échappement
<b>4</b>	support de mécanique	<b>29</b>	rail de boutons d'échappement
<b>5</b>	garniture d'étouffoir	<b>30</b>	bouton d'échappement
<b>6</b>	bouton d'étouffoir	<b>31</b>	lanière
<b>7</b>	tringle d'étouffoir	<b>32</b>	crochet de lanière (queue de cochon)
<b>8</b>	barre de butée d'étouffoir	<b>33</b>	cuillère d'étouffoir
<b>9</b>	manche de marteau	<b>34</b>	fourche de chevalet
<b>10</b>	section pivotante de 11	<b>35</b>	fourche d'échappement
<b>11</b>	barre de repos des marteaux	<b>36</b>	ressort en spirale
<b>12</b>	commande de pédale douce	<b>37</b>	chevalet
<b>13</b>	lame d'étouffoir	<b>38</b>	talon du chevalet
<b>14</b>	ressort de lame d'étouffoir	<b>39</b>	pilote de touche
<b>15</b>	ressort de noix de marteau	<b>40</b>	fixation de la mécanique
<b>16</b>	noix de marteau	<b>41</b>	pointe de balancier
<b>17</b>	contre-attrape	<b>42</b>	balancier
<b>18</b>	tête d'attrape-marteau	<b>43</b>	capsule (cartouche)
<b>19</b>	fourche de lame d'étouffoir	<b>44</b>	teinte
<b>20</b>	fourche de noix de marteau	<b>45</b>	dessus de marche
<b>21</b>	garniture de noix de marteau	<b>46</b>	fronton de marche
<b>22</b>	tringle d'échappement	<b>47</b>	mouche d'enfoncement
<b>23</b>	vis de tringle d'échappement	<b>48</b>	pointe d'enfoncement
<b>24</b>	tige d'attrape	<b>49</b>	barre d'enfoncement
<b>25</b>	levier de soulèvement	<b>50</b>	barre de repos des touches

TABLE A.1 – Terminologie de la FIGURE A.1.

# Annexe B

## Valeurs numériques des paramètres du modèle multicorps

### B.1 Propriétés des corps mobiles

La TABLE [B.1](#) reprend les paramètres de corps utilisés dans le modèle multicorps. Le CM est exprimé dans le repère de chaque corps sous la forme  $(x, y, z)$  et le moment d'inertie est  $I_{yy}$ .

Corps	Masse [kg]	CM [mm]	Moment d'inertie [kgmm <sup>2</sup> ]
Touche	0.071	(-13 ; 0.0 ; 16.79)	1290.7
Chevalet	0.02	(-41.128 ; 0.0 ; 18.393)	27.92
Echappement	0.0022	(-2.419 ; 0.0 ; 26.175)	1.08
Marteau	0.0175	(2.86 ; 0.0 ; 56.374)	55.68
Etouffoir	0.011	(1.755 ; 0.0 ; 34.5)	22.15
Barre de repos marteau	0.00665	(-16.58 ; 0.0 ; 16.09)	1.15

TABLE B.1 – Masse, CM et moment d'inertie des corps mobiles.

### B.2 Position absolue des éléments

La position absolue des différents éléments provenant directement d'un réglage spécifique, ces informations sont reprises ci-dessous dans la TABLE [B.2](#). Les positions données sont celles de l'origine du repère de chaque corps par rapport au repère inertiel tel que représenté sur la FIGURE [3.9](#). Pour les butées, un angle fixe d'orientation peut avoir été donné dans le modèle, auquel cas il est indiqué dans la dernière colonne.

Concernant l'échappement, sa position est donnée relative au repère du chevalet.

Élément	Positions [mm]		Orientation [°]
	$x$	$z$	
Touche	0.0	25.5	-
Chevalet	191.5	80.5	-
Echappement	-33.5	14.5	-
Bouton d'échappement	145.2	118.0	-3.82
Tringle d'échappement	153.0	140.1	10.0
Etouffoir	211.5	159.3	-
Marteau	186.5	161.8	-
Barre de repos de marteau	147.5	220.23	0.0
Corde	238.0	196.8	0.0

TABLE B.2 – Position et orientation des corps mobiles et fixes du modèle multicorps.

### B.3 Paramètres de contacts

La TABLE [B.3](#) reprend les paramètres des contacts dont la numérotation est reprise de la TABLE [3.1](#).

Pour rappel, ces paramètres s'insèrent dans le modèle suivant :

$$F_n(e, \dot{e}) = \begin{cases} F_L(e) & \text{si } \dot{e} \geq 0 \\ F_L(e) + \delta_{LU}(e) \tanh(\alpha \dot{e}) & \text{si } \dot{e} < 0 \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

avec  $\delta_{LU}(e) = F_L(e) - F_U(e)$  et, pour  $F_L$  et  $F_U$  :

$$F(x) = axe^{bx} + cx \quad (\text{B.2})$$

Un petit subterfuge a dû être ajouté pour le contact 9. En effet, avec ces paramètres, les courbes de chargement et de déchargement ne se croisent pas en  $(e, F) = (0, 0)$ . Pour éviter des problèmes avec cette situation, nous avons déplacé les courbes de manière à ce que le croisement se trouve bien à l'origine du repère  $(e, F)$ . Pour cela, les fonctions  $F_L$  et  $F_U$  ont été adaptées de cette manière :

$$F(x) = a(x + \delta x)e^{b(x + \delta x)} + c(x + \delta x) - \delta F \quad (\text{B.3})$$

où  $\delta x$  et  $\delta F$  sont les déports à ajouter pour déplacer le croisement des courbes et le placer à l'origine. Ces déports prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \delta x &= 1.963\ 225 \times 10^{-4} \\ \delta F &= 0.272\ 883 \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

	$F_L$			$F_U$			$\alpha$
	$a$	$b$	$c$	$a$	$b$	$c$	
1	$3.0 \times 10^3$	$1.58 \times 10^3$	$-0.6 \times 10^3$	$0.12 \times 10^3$	$5.04 \times 10^3$	$1.04 \times 10^3$	5.0
2	$0.68 \times 10^3$	$1.36 \times 10^3$	$0.8 \times 10^3$	$5.0 \times 10^1$	$0.50 \times 10^3$	$0.31 \times 10^3$	2.0
3	$2.7 \times 10^4$	$1.15 \times 10^3$	$-2.24 \times 10^4$	$0.42 \times 10^3$	$5.25 \times 10^3$	$2.74 \times 10^3$	2.0
4	$7.08 \times 10^4$	$0.1 \times 10^3$	$-7.03 \times 10^4$	$5.49 \times 10^3$	$0.94 \times 10^3$	$-6.38 \times 10^3$	1.0
5	$2.62 \times 10^3$	$2.96 \times 10^3$	$-1.15 \times 10^3$	$0.03 \times 10^3$	$7.99 \times 10^3$	$2.48 \times 10^3$	1.0
6	$0.47 \times 10^3$	$1.23 \times 10^3$	$-0.09 \times 10^3$	$0.03 \times 10^3$	$2.77 \times 10^3$	$0.24 \times 10^3$	2.0
7	$1.7 \times 10^4$	$1.56 \times 10^4$	$-4.87 \times 10^3$	$0.18 \times 10^3$	$4.32 \times 10^4$	$1.53 \times 10^4$	1.0
8	$1.7 \times 10^4$	$1.56 \times 10^4$	$-4.87 \times 10^3$	$0.18 \times 10^3$	$4.32 \times 10^4$	$1.53 \times 10^4$	1.0
9	$2.62 \times 10^3$	$1.84 \times 10^3$	$-2.37 \times 10^3$	$0.12 \times 10^3$	$4.13 \times 10^3$	$1.12 \times 10^3$	1.0
10	$0.28 \times 10^3$	$1 \times 10^3$	$0.22 \times 10^3$	$0.95 \times 10^1$	$2.3 \times 10^3$	$0.33 \times 10^3$	1.0
11	$4.0 \times 10^4$	$1.74 \times 10^3$	$-3.5 \times 10^4$	$0.5 \times 10^3$	$4.52 \times 10^3$	$-1.5 \times 10^3$	2.8
12	$0.11 \times 10^3$	$0.73 \times 10^3$	$-0.085 \times 10^3$	-	-	-	0.0

TABLE B.3 – Paramètres des contacts du modèle.

Concernant le frottement tangential, la loi est, pour rappel, la suivante :

$$\mu = A \left( \tanh(\dot{e}_t/v_s) + \frac{B_1 \dot{e}_t/v_s}{1 + B_2 (\dot{e}_t/v_s)^4} \right) \quad (\text{B.5})$$

La TABLE B.4 reprend les valeurs de ces paramètres pour les contacts auxquels des forces tangentielles ont été implémentées, suivant la même numérotation que ci-avant.

Contact	$A$	$v_s[m/s]$	$B_1$	$B_2$
3	0.332	$1 \times 10^{-5}$	0.73	1.0
8	0.332	$1 \times 10^{-5}$	0.73	1.0
9	0.8	$1 \times 10^{-5}$	1.78	1.0

TABLE B.4 – Valeurs des paramètres de frottement tangential pour les contacts qui en sont implémentés.

## B.4 Paramètres dans les articulations

Les articulations suivent la loi suivante :

$$C^r = -[k_\theta(\theta - \theta_0) + D\omega] \quad (\text{B.6})$$

où  $D$  est soit constant, soit il suit la loi

$$D = A \left( \tanh(\omega/\omega_s) + \frac{B_1 \omega/\omega_s}{1 + B_2 (\omega/\omega_s)^4} \right) \quad (\text{B.7})$$

La TABLE B.5 reprend les valeurs de ces paramètres. Les articulations sont reprises dans cette table comme ceci :

1. Marteau
2. Touche
3. Chevalet

4. Echappement
5. Etouffoir
6. Barre de repos du marteau

Si une valeur de  $D$  est donnée, c'est qu'elle est constante, sinon  $D$  suit la loi ci-dessus avec les paramètres se trouvant en-dessous.

Articulation	1	2	3	4	5	6
$k_\theta$ [N/m]	0.0007	0	0	0	0.0553	0.7
$\theta_0$ [rad]	-2.8611	0	0	0	0.9003	0
$D$ [Ns/m]	-	0.008	0.005	0.00025	0.0049	0.003
$A$	0.00013	-	-	-	-	-
$\omega_s$ [rad/s]	0.7	-	-	-	-	-
$B_1$	10	-	-	-	-	-
$B_2$	3.5	-	-	-	-	-

TABLE B.5 – Valeurs des paramètres des articulations du modèle.

## B.5 Autres éléments

Les paramètres du ressort en spirale et de la lanière sont repris dans la TABLE [B.6](#).

Élément	Paramètre	Valeur	Unités
Ressort en spirale	$k$	11.99	N/m
	$l_0$	21	mm
Lanière	$k$	700	N/m
	$l_0$	45	mm

TABLE B.6 – Valeurs des paramètres pour le ressort en spirale et la lanière.

# Annexe C

## Simulations supplémentaires

### C.1 Caractérisation du contact entre le marteau et la corde

La FIGURE [C.1](#) illustre le résultat de la comparaison entre les expériences à 500g, 1kg et 2kg et les simulations correspondantes pour lesquelles, dans chacun des cas, les paramètres de contact correspondant à la situation avec masse de 1kg ont été implémentés (paramètres qui ont été retenus pour le modèle multicorps complet).

### C.2 Simulation en comparaison à l'expérience avec une masse de 500g

Les FIGURES [C.2](#), [C.3](#), [C.4](#), [C.5](#) et [C.6](#) donnent les résultats de la simulation en regard de l'expérience avec une masse de 500g ; la dernière étant le graphe du profil de force d'impulsion sur la touche (pour l'enfoncement de touche uniquement), subterfuge numérique, qui permet d'avoir le même profil de position angulaire de la touche que dans l'expérience.

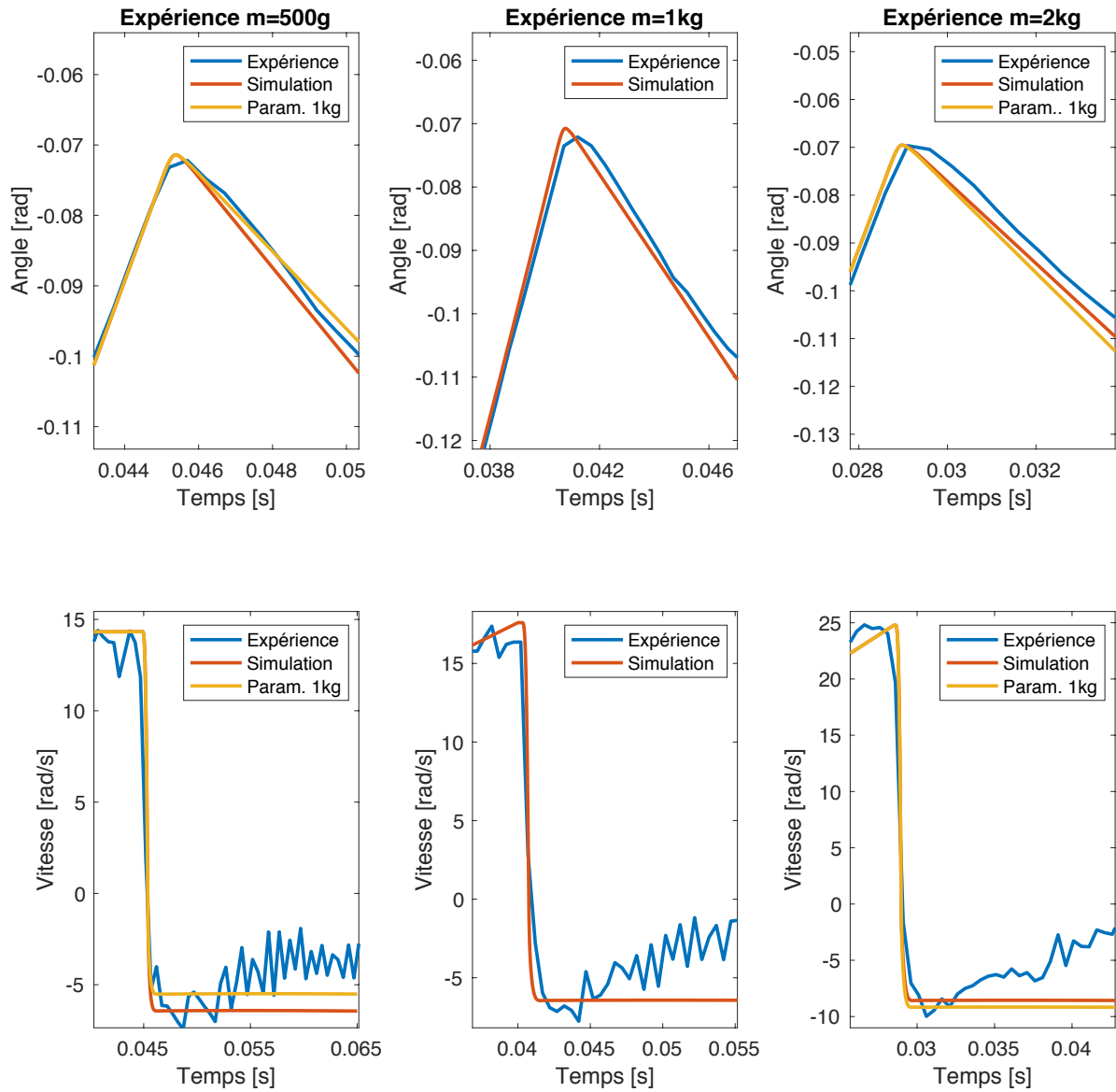


FIGURE C.1 – Illustration des position et vitesse angulaires du marteau lors de l’expérience permettant de caractériser le contact entre la tête de marteau et la corde avec les courbes expérimentales et les courbes de simulation.

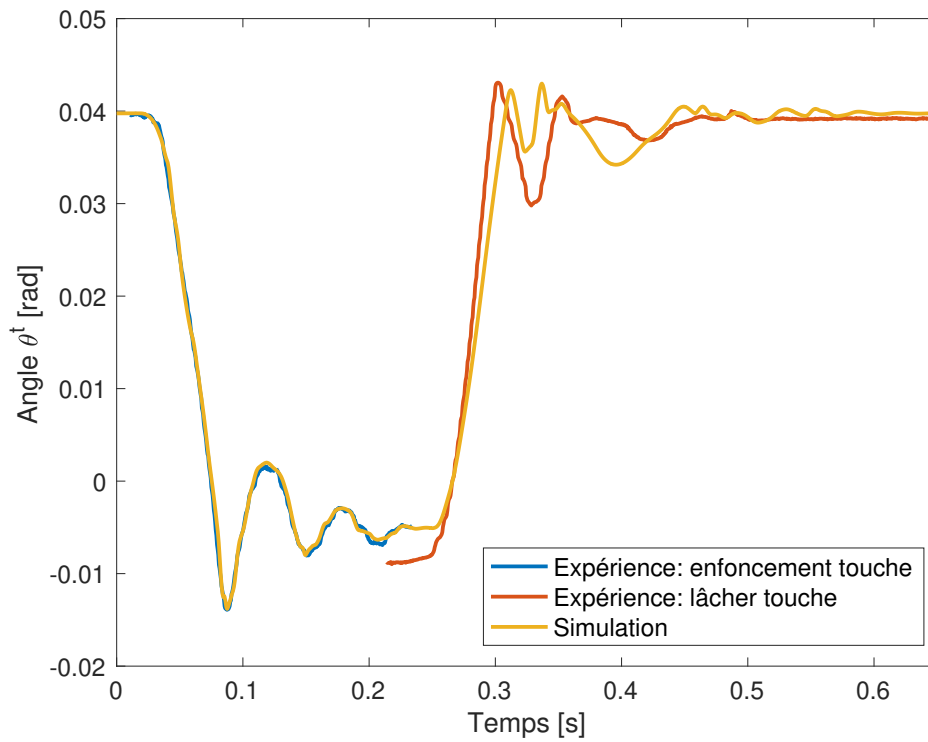


FIGURE C.2 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire de la **touche**.

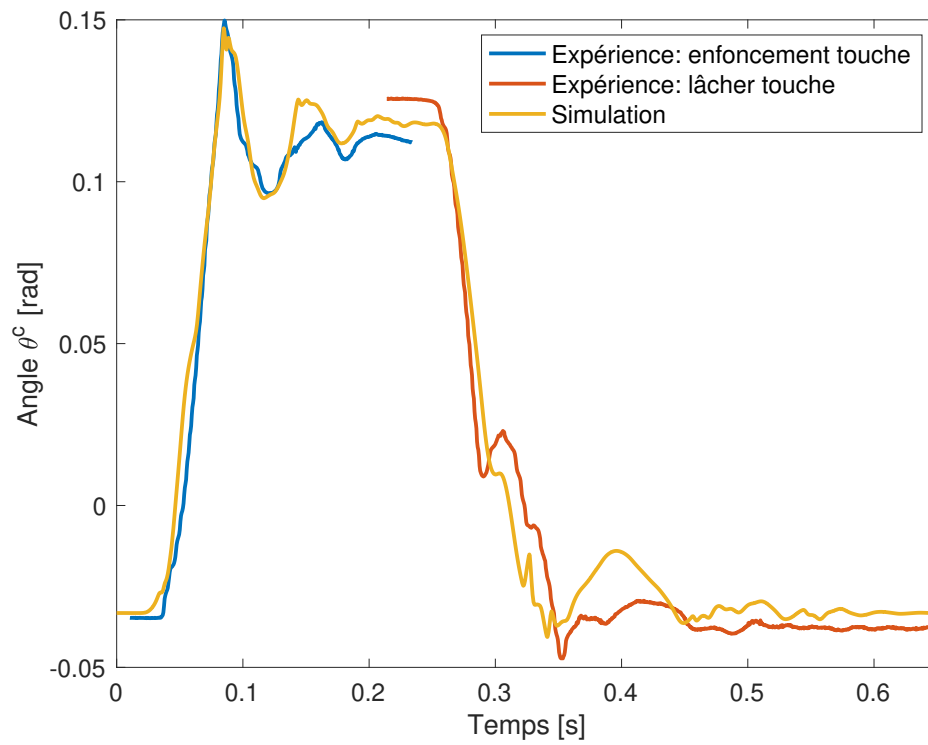


FIGURE C.3 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire du **chevalet**.

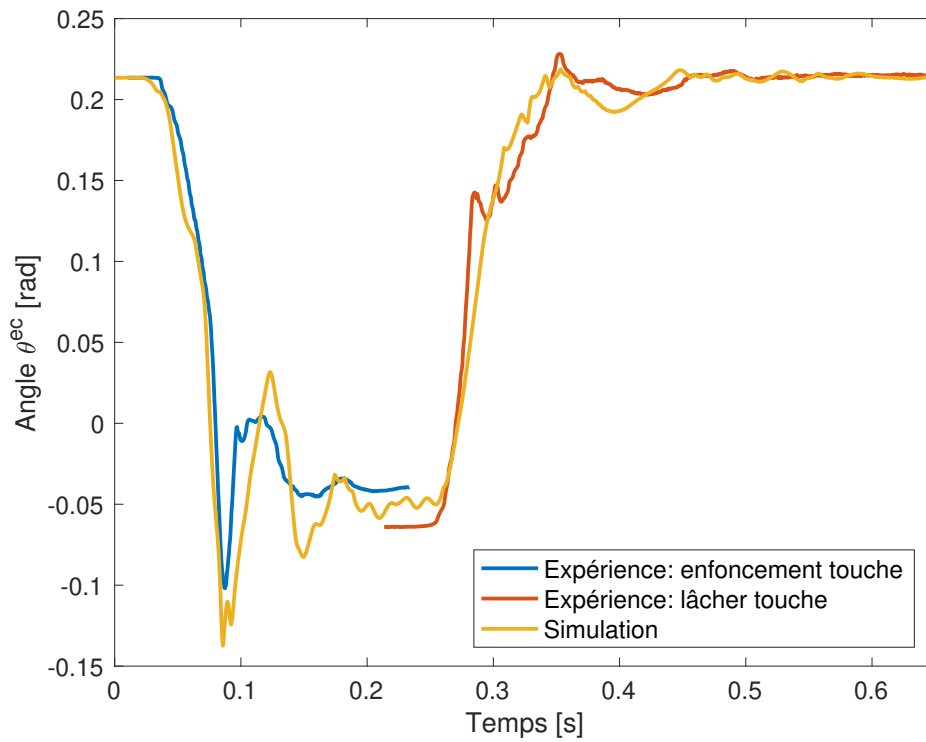


FIGURE C.4 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire de l'échappement.

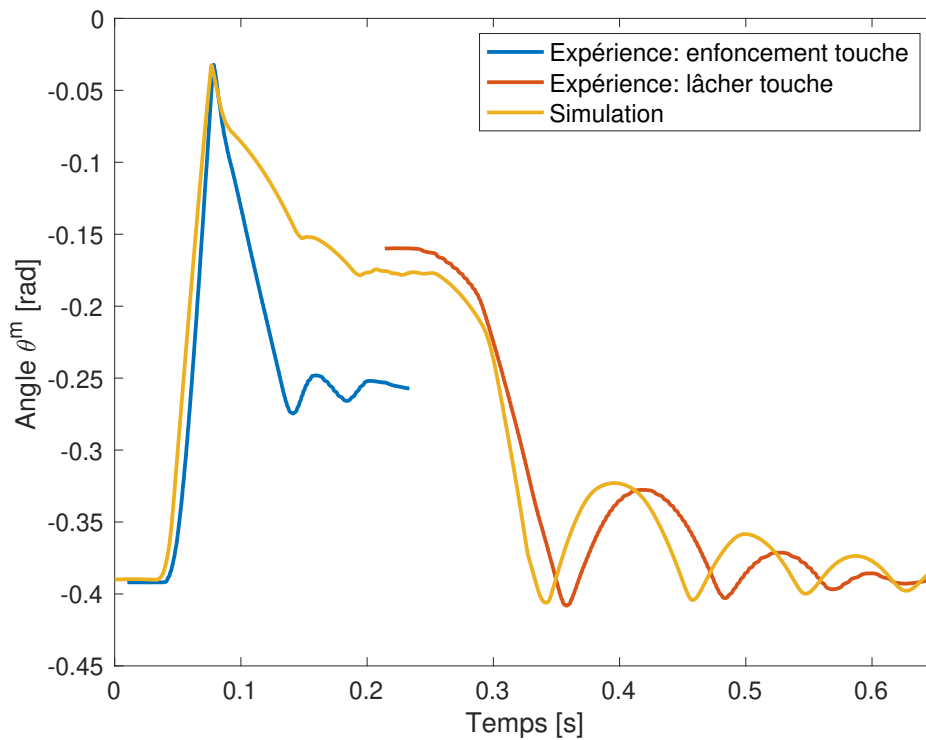


FIGURE C.5 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire du **marteau**.

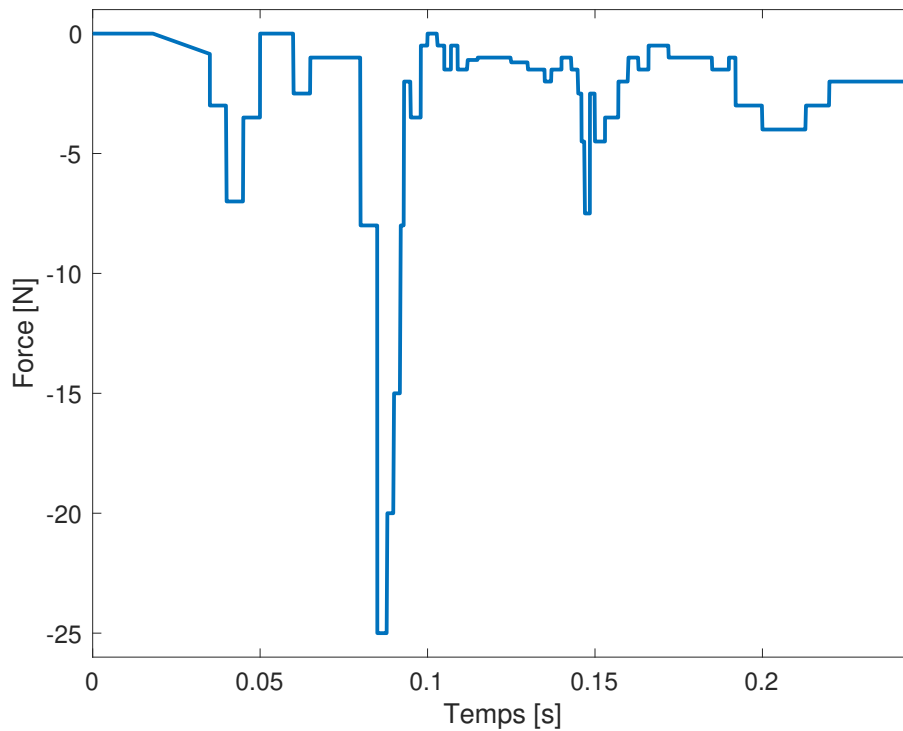


FIGURE C.6 – Subterfuge de profil de force utilisé pour faire correspondre la position angulaire de la touche. Seule la partie de l’enfoncement de la touche n’est représentée ici.

### C.3 Simulation en comparaison à l’expérience avec une masse de 2kg

Les FIGURES [C.7](#), [C.8](#), [C.9](#), [C.10](#) et [C.11](#) donnent les résultats de la simulation en regard de l’expérience avec une masse de 2kg ; la dernière étant le graphe du profil de force d’impulsion sur la touche (pour l’enfoncement de touche uniquement), subterfuge numérique, qui permet d’avoir le même profil de position angulaire de la touche que dans l’expérience.

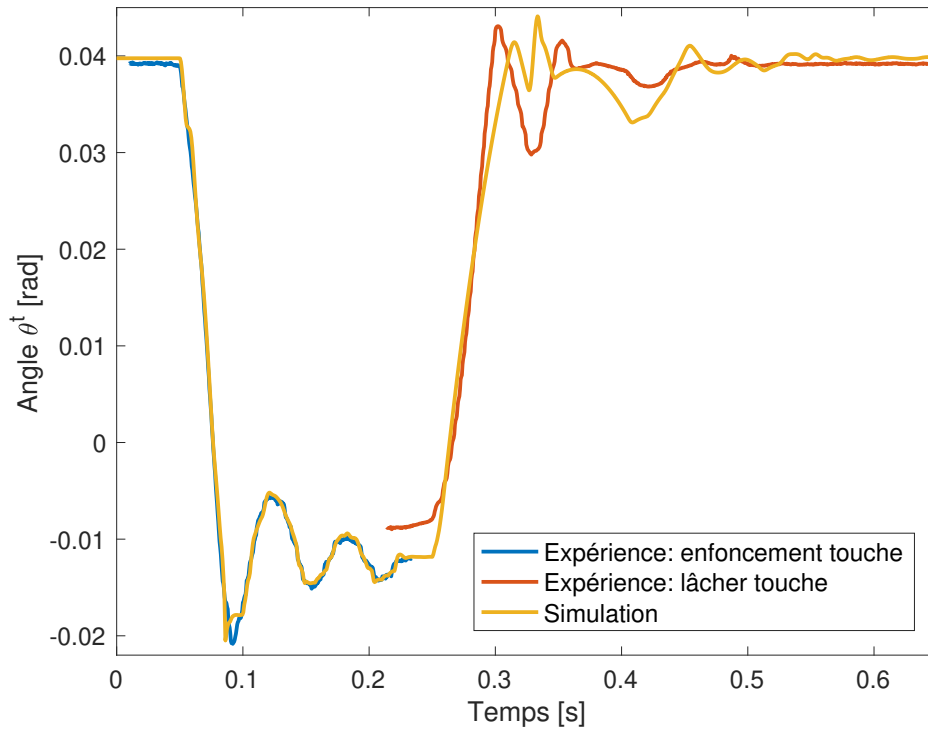


FIGURE C.7 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire de la **touche**.

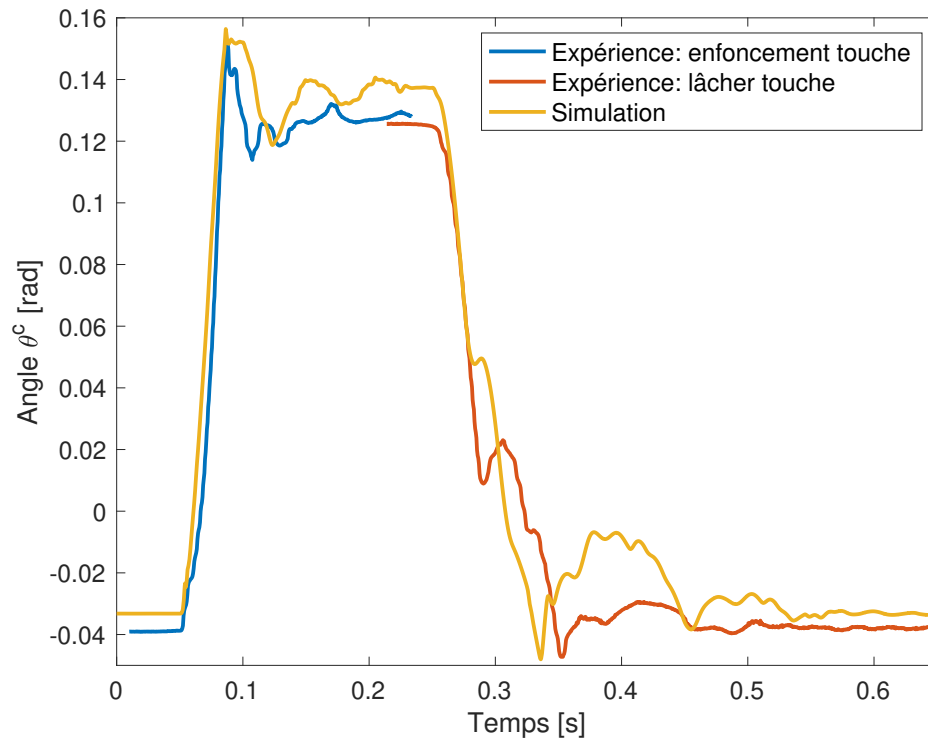


FIGURE C.8 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire du **chevalet**.

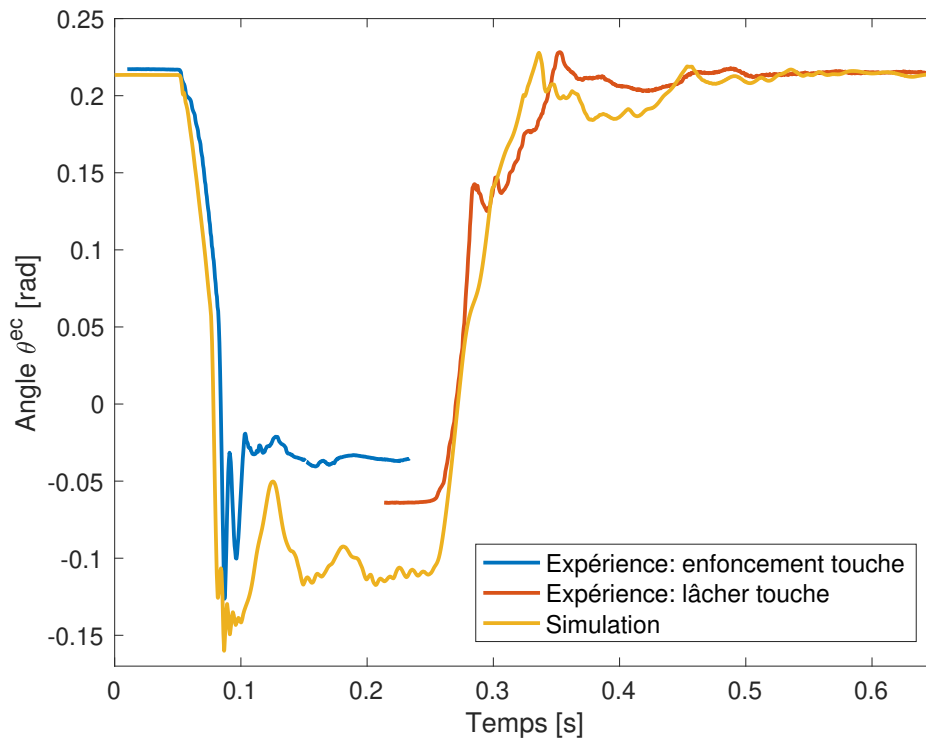


FIGURE C.9 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire de l'échappement.

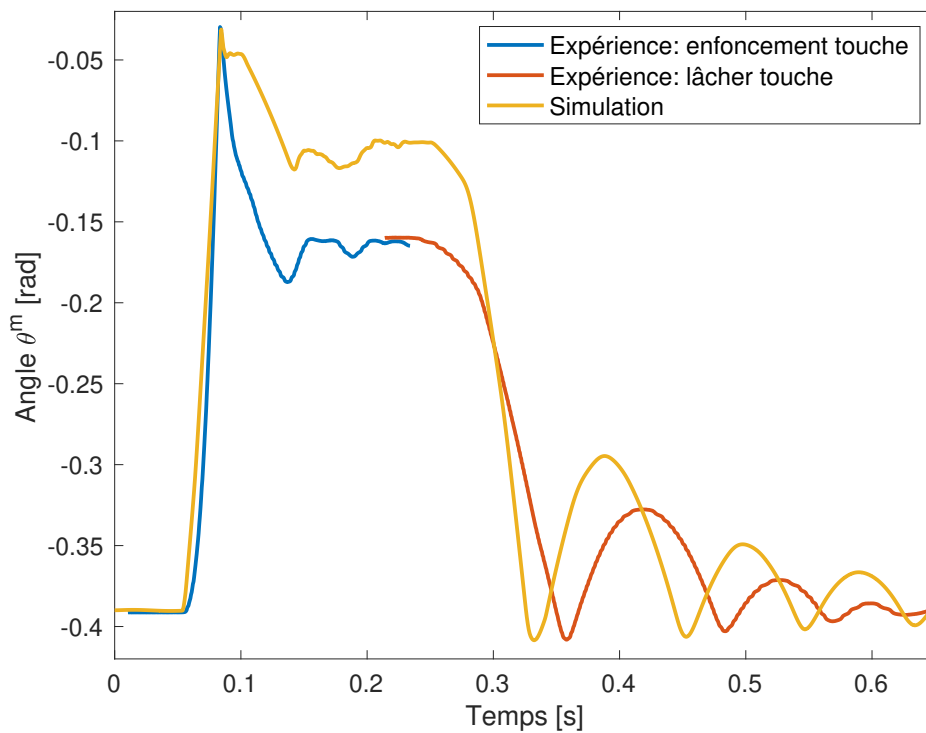


FIGURE C.10 – Résultats de la simulation concernant la position angulaire du **marteau**.

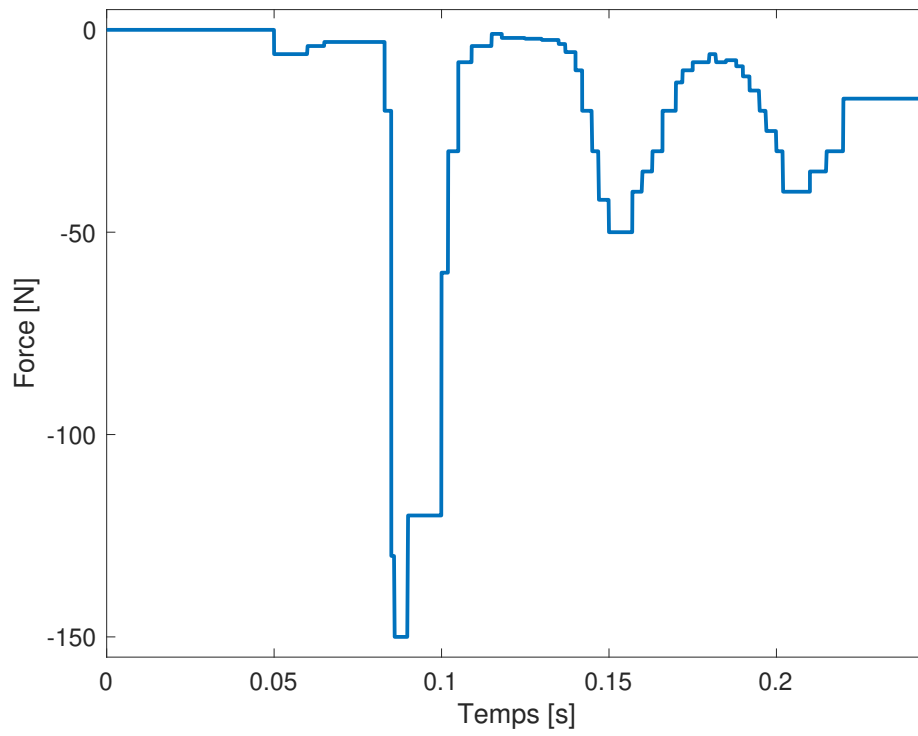


FIGURE C.11 – Subterfuge de profil de force utilisé pour faire correspondre la position angulaire de la touche. Seule la partie de l'enfoncement de la touche n'est représentée ici.



**UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN**  
École polytechnique de Louvain

Rue Archimède, 1 bte L6.11.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | [www.uclouvain.be/epl](http://www.uclouvain.be/epl)