



Institut de Statistique, Biostatistique et Actuariat

Le compte individuel pension du premier pilier en euros

Membres du jury :

Prof. Pierre Devolder *Promoteur*

Prof. Pierre Ars

Mémoire présenté en vue de
l'obtention du master
en sciences actuarielles
par :

Marie Kreusch

Louvain-La-Neuve

Aout 2022

Avant-propos

Ce manuscrit, en tant que mémoire en sciences actuarielles, se veut être tout d'abord quantitatif, avec un regard complémentaire qualitatif sur des considérations liées à la politique, l'économie et le bien-être, dans le cadre des pensions du premier pilier.

Des simulations déterministes et stochastiques ont été réalisées qui se veulent être au plus près de la réalité même si des hypothèses (parfois simples) ont dû être formulées. Les scénarios et simulations déterministes ont été réalisés dans Excel. Les simulations stochastiques ont été réalisées grâce au logiciel R. Tous les fichiers sont disponibles sur demande à l'une des adresses

marie.kreusch@student.uclouvain.be marie.kreusch@gmail.com

ou accessibles via le lien suivant :

https://www.dropbox.com/sh/2srwd0wrch7tz09/AAA4cUQpXIrJsRRNb-rIHNr_a?dl=0

Mot-clés

Pension du premier pilier, Compte individuel Pension, Prestations définies (Defined Benefit), Contributions définies (Defined Contribution), Règle de Musgrave, Projections stochastiques, Mécanisme d'Ajustement Automatique.

Remerciement

Je remercie toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à la réussite de ce mémoire et de mon master en actuariat. Je remercie mon employeur actuel Ethias qui m'a permis toutes ces années de parfaire ma formation. Une attention particulière est accordée à mes collègues et responsables passés et présents pour les discussions notamment sur Solvency II, IFRS, la finance, l'ALM, les projections, la modélisation, etc. et pour la motivation grâce aux pauses cafés enjouées et passionnantes.

Ce mémoire n'aurait pas vu le jour sans l'idée du Professeur P. Devolder sur la proposition d'une réforme des pensions du premier pilier en Belgique. Je le remercie tout particulièrement pour son soutien et surtout pour la liberté qu'il m'a laissée dans ce travail. Je tiens à remercier aussi A. Baurin qui m'a accordé de son temps afin de répondre à certaines questions techniques.

Dans la vie, il faut privilégier le bonheur.

*A Emilie, là-bas, on aurait fait une fine équipe.
A Vicky, ici, mon rayon de soleil au quotidien.*

Résumé

La méthode du Compte individuel Pension (CP) en euros est une nouvelle proposition de calcul pour le système actuel de pension légale en Belgique. L'idée est d'accumuler au cours de la période d'activité de l'individu (périodes de travail et assimilées) des euros sur ce CP qui seront uniquement disponibles à la pension. Tout en gardant un système en répartition, la méthode de calcul introduit des mécanismes d'ajustements automatiques (qui ne sont actuellement pas mis en œuvre en Belgique) de deux paramètres du CP que sont le taux d'acquisition et de revalorisation ainsi que la réintroduction d'un bonus/malus en fin de carrière via une correction actuarielle. Ajouter à la méthode du CP un partage des risques plus équitable entre actifs et pensionnés (via la règle de Musgrave), qui ferait évoluer le système en prestations définies actuel, ainsi qu'un équilibre budgétaire et l'on obtient des contraintes claires afin de faire progresser le modèle chaque année selon les indicateurs démographiques et économiques. En se basant sur des simulations déterministes et stochastiques de l'évolution démographique en Belgique, les ajustements des paramètres du CP sont projetés donnant un aperçu des défis qu'attendent la Belgique en matière de pension du premier pilier.

Summary

The individual Retirement Account (RA) in euros is a new calculation proposal for the current legal pension system in Belgium. The idea is to accumulate during the period of activity of the individual (working and assimilated periods) an amount in euros on this RA which will be only available at retired time. While maintaining a pay-as-you-go system, the calculation method introduces automatic adjustment mechanisms, not yet implemented in Belgium, for two parameters of the RA, namely the acquisition and revaluation rate, as well as the reintroduction of a bonus/malus at the end of the career via an actuarial correction. Add to the RA method a more equitable sharing of risks between active and retired people (via the Musgrave rule), which would make the current defined benefit system evolve, as well as a budgetary balance, and one obtains clear constraints in order to make the model progress each year according to demographic and economic indicators. Based on deterministic and stochastic simulations of the demographic evolution in Belgium, adjustments of the RA parameters are projected, giving an overview of the challenges that Belgium is facing with regard to first pillar pensions.

Table des matières

Introduction	1
1 Le Compte individuel Pension	3
1.1 microéconomie - mécanisme durant la vie d'un individu	3
1.2 Lien avec le système actuel des pensions des salariés	5
1.3 Exemples simples de carrière	6
1.4 Discussion sur les paramètres du modèle	9
1.5 Avantages et points d'attention du Compte individuel Pension	13
2 Equilibre budgétaire et partage de risque	15
2.1 macroéconomie - condition d'équilibre budgétaire	15
2.2 Quotient de Vieillesse	16
2.3 Règle de partage des risques selon Musgrave	17
2.4 Analyse de trois scénarios déterministes : contributions définies, prestations définies et règle de Musgrave pour un partage des risques	18
3 Simulations déterministes sur 50 ans du Compte Pension	21
3.1 Préliminaires aux simulations : évolution par cohorte	22
3.2 Simulation 1 : Evolution uniquement du taux de revalorisation	23
3.3 Simulation 2 : Evolution uniquement du taux d'acquisition	25
3.4 Simulation 3 : Evolution simultanée du taux de revalorisation et d'acquisition	27
4 Simulations stochastiques sur 20 ans du Compte Pension	30
4.1 Modèles stochastiques sélectionnés et paramétrages	31
4.2 Analyse de risques : VaR et distribution	35
4.3 Simulation 1 : Evolution uniquement du taux de revalorisation	35
4.4 Simulation 2 : Evolution uniquement du taux d'acquisition	37
4.5 Simulation 3 : Evolution simultanée du taux de revalorisation et d'acquisition	40
5 Conclusion	43
6 Annexes	46
6.1 Cohortes explicitées dans le cas déterministe	46
6.2 Simulations déterministes : autres hypothèses	46
6.3 Démographie et inflation des simulations stochastiques	50
6.4 Simulations stochastiques : avec d'autres bornes	52

Introduction

Le système de pension légale en Belgique est un système dit en *répartition*. Cela signifie que les actifs¹ actuels via leurs cotisations obligatoires paient les pensions des retraités actuels. De plus, c'est un système en *prestations définies*, c'est-à-dire que l'état définit et promet le montant de pension à verser aux pensionnés au moment de la pension et que les cotisations des actifs doivent être suffisantes afin d'honorer le versement des montants de pensions. D'un point de vue macro-économique, la figure 0.0.1 explicite la balance de l'état fédéral qui devrait être à l'équilibre chaque année entre les cotisations des actifs en euros d'une part et les dépenses des paiements des pensions en euros d'autre part.

Dans la pension du premier pilier, contrairement au deuxième et troisième pilier, il n'y a pas de notion de *capitalisation*² au cours du temps et pas de notion de possession individuelle d'une réserve d'argent au cours de la vie active qui servirait explicitement à la retraite de l'individu. En Belgique, rien ne garantit qu'un-e jeun-e travailleur-se actuel-le, payant via ses cotisations les pensions actuelles du premier pilier, aura une pension du premier pilier lorsque celui-e-ci sera pensionné-e. Une réforme des pensions permettrait d'atténuer (sans la réduire à néant) cette incertitude afin de prendre en compte l'évolution de la démographie et la revalorisation des pensions. Ce fait actuel est souvent minimisé ou même ignoré par la population. Une étude récente [NN2019] montre que 65% des Belges de moins de 35 ans n'ont aucune confiance en la capacité des autorités à verser leur pension lorsqu'ils seront à la retraite, mais que pourtant seuls 11% des Belges préparent financièrement leur pension.

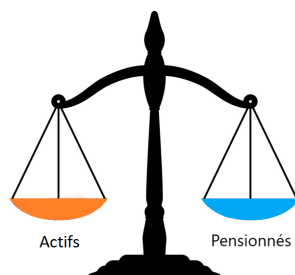


FIGURE 0.0.1 – Représentation schématique de la répartition

D'un point de vue micro-économique pour la pension, la vie d'un individu i peut être découpée en deux grandes périodes différentes : la première est celle correspondant à la carrière professionnelle (période en étant actif) et la seconde est celle correspondant à la pension (ou

1. Les actifs représentent la tranche de la population constituée des individus en âge de travailler ayant un emploi ou à la recherche d'un emploi (ou assimilé à une de ces deux catégories comme par exemple en congé maladie, accident de travail, etc.)

2. Action de calculer un capital à partir du taux d'intérêt servi.

étant retraité). Dans la suite, T désignera l'instant auquel un individu i prend sa pension et t un instant quelconque dans la vie de l'individu.

Il est important de noter que les deux points de vue sont temporellement différents et emboîtés les uns dans les autres. En effet, la micro-économie (schématisée par la figure 0.0.2) analyse la trajectoire d'un individu tout au long de sa vie alors que la macro-économie (schématisée par la figure 0.0.1) regarde la globalité de tous les individus chaque année.

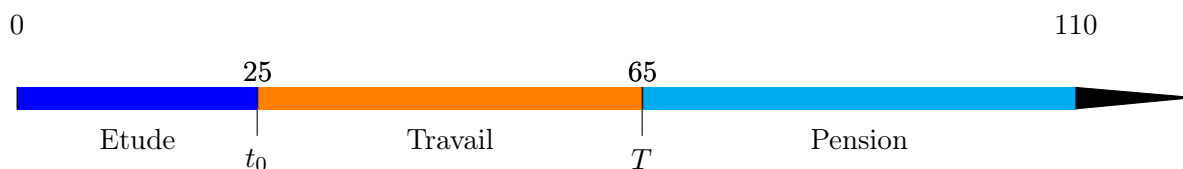


FIGURE 0.0.2 – Ligne du temps individuelle

Le système en répartition est un fabuleux mécanisme de solidarité intergénérationnelle et de redistribution des richesses. Néanmoins, un des enjeux majeurs au niveau des pensions du premier pilier est la gestion des risques sur les différentes générations de citoyens. En effet, nous avons un double effet sur le montant global des dépenses des pensions :

- le volume des pensionnés augmente suite notamment au papy boom et à l'augmentation de l'espérance de vie,
- le montant individuel de pension augmente suite à l'arrivée de nouveaux pensionnés avec un montant de pension plus élevé que leurs aînés suite au relèvement des montants de pension minimums et à l'augmentation d'une partie des seniors ayant droit à une pension complète comme les femmes.

Puisqu'il est projeté par le Bureau fédéral du Plan que les dépenses totales des pensions augmenteront significativement ces prochaines années, il semble important de répercuter les risques de manière équitable et pas uniquement sur les actifs comme le système en prestations définies le prévoit actuellement en Belgique.

Ce mémoire se penche sur la pension légale et en particulier sur une proposition alternative au calcul actuel de celle-ci : le Compte individuel Pension en euros. Ce nouveau mode de calcul des pensions défini dans le chapitre 1 est une généralisation du système actuel des salariés et utilise des paramètres d'ajustement automatique. Les paramètres y sont discutés ainsi que le détail de quelques exemples de Comptes Pensions.

Le chapitre 2 examine la condition d'équilibre budgétaire indépendamment du calcul de pension suite à l'évolution du quotient de vieillesse. Trois scénarios d'ajustement pour un partage des risques sont analysés. Premièrement, le système actuel en Belgique en prestations définies dont tout le risque est porté entièrement sur les actifs. Deuxièmement, le système en contributions définies dont tout le risque est porté entièrement sur les pensionnés. Et troisièmement, un système hybride de partage de risque entre les actifs et les pensionnés appelé « règle de Musgrave » qui sera sélectionné pour les chapitres suivants.

Les deux derniers chapitres 3 et 4 sont des simulations déterministes et stochastiques du Compte Pension dont les paramètres s'ajustent automatiquement sur l'horizon de temps. Différentes analyses de Value-at-Risk et de distributions dans le cas stochastique ont été réalisées.

Chapitre 1

Le Compte individuel Pension

Après la non-adoption par le gouvernement et le rejet par les partenaires sociaux de la proposition de réforme avec la pension à points, une proposition alternative par Devolder dans [Dev2019a] et [Dev2019b] a été cherchée et a émergé récemment. D'autres chercheurs se sont joints à Devolder sur l'étude de ce modèle du Compte individuel Pension comme Hindriks dans [DH2022] et avec Baurin dans [BH2019]. Depuis peu, les médias belges comme le Trends Tendances, la RTBF ou encore l'Echo ont aussi relayé cette nouvelle approche.

Le Compte individuel Pension propose une nouvelle méthode pour le calcul de la pension légale en Belgique. Celle-ci ne remet pas en cause le système en répartition adopté en Belgique et est appliquée dans ce cadre tout au long de ce mémoire. Le système en prestations définies sera quant à lui remis en cause dans la gestion des risques notamment dans le chapitre 2.

1.1 microéconomie - mécanisme durant la vie d'un individu

Cette section détaille pour un individu i le principe général du Compte individuel Pension en euros exposé dans l'article [Dev2019a].

Principe 1 : en cours de carrière

Le Compte individuel Pension, noté CP par la suite, est une somme d'argent exprimée en euros¹ et est ouvert pour chaque affilié-e i . Ce compte, qui représente le montant de pension acquis² par le-a travailleur-euse évolue selon le schéma d'un compte en banque courant. Le montant exprimé en euros est disponible uniquement à l'âge de la pension. Le CP vaut 0, tant que l'individu i n'a pas encore commencé à travailler. Chaque année de travail donne droit à une augmentation du CP et le temps passé donne droit à une revalorisation du passé. Cela s'écrit comme suit

$$CP_t^i = \underbrace{\text{Compte de l'année précédente}}_{CP_{t-1}^i} \cdot \underbrace{\text{Revalorisation}}_{(1+\gamma_t)} + \underbrace{\text{Nouveau Droit de l'année}}_{\alpha_t \cdot [S_t^i]}$$

où

- CP_t^i est le Compte individuel Pension de l'individu i de l'année t ,

1. Par opposition à la pension à point où l'individu i engrange des points durant sa période d'activité qui sont, au moment de la prise de la pension, transformés en euros.

2. La notion d'acquisition est purement théorique puisque ce n'est pas un montant appartenant explicitement à l'individu i comme expliqué dans l'introduction (a contrario d'un vrai compte en banque par exemple).

- γ_t est le taux de revalorisation de l'année t ,
- α_t est le taux d'acquisition de l'année t ,
- $[S_t^i]$ est le salaire annuel plafonné de l'individu i pris en compte l'année t .

La durée de carrière de l'individu est donc implicitement prise en compte puisque le CP est alimenté par l'affilié-e à chaque année de travail assimilé. Plus on travaille d'années, plus le CP est élevé. Le salaire de l'individu est aussi pris en compte car plus celui-ci est élevé (moyennant le plafond appliqué), plus le montant du CP est élevé.

Le taux de revalorisation permet d'adapter les droits du passé tandis que le taux d'acquisition détermine les nouveaux droits de l'année. Ces paramètres seront discutés en détail dans la section 1.4.

Principe 2 : à l'âge de la pension

Afin de prendre en compte l'âge d'entrée à la pension T et l'espérance de vie de la population, le CP sera liquidé à l'instant T et multiplié par un coefficient de conversion afin d'arriver au montant de pension P_T . C'est un facteur qui fait office de « bonus-malus » lors de la prise de la pension.

$$P_T^i = \underbrace{\text{Compte individuel Pension de l'année}}_{CP_T^i} \cdot \underbrace{\text{Coefficient de Conversion}}_{r_T^i}$$

Le coefficient de conversion s'exprime comme le ratio de l'espérance de vie à l'âge normal de la retraite divisée par l'espérance de vie à l'âge effectif de l'individu i à la retraite. Ce dernier paramètre sera aussi brièvement discuté dans la section 1.4.

Principe 3 : en cours de pension

Les pensions en cours de paiement sont adaptées chaque année en fonction du même taux que le taux de revalorisation appliqué aux CP des actifs. Pour tout $t > T$, nous avons

$$P_t^i = \underbrace{\text{Pension de l'année précédente}}_{P_{t-1}^i} \cdot \underbrace{\text{Revalorisation}}_{(1+\gamma_t)}$$

Le choix de prendre le même taux de revalorisation γ à la fois pour le CP que pour les pensions est choisi par principe d'équité. D'un point de vue purement mathématique et théorique, ceux-ci pourraient être différents.

Equations du modèle CP

Les trois équations importantes pour la suite déterminent le modèle du Compte individuel Pension pour un individu i prenant sa pension en T :

$$CP_t^i = CP_{t-1}^i \cdot (1 + \gamma_t) + \alpha_t \cdot [S_t^i], \quad t < T \quad (1.1.1)$$

$$P_T^i = r_T^i \cdot CP_T^i, \quad t = T \quad (1.1.2)$$

$$P_t^i = (1 + \gamma_t) \cdot P_{t-1}^i, \quad t > T. \quad (1.1.3)$$

1.2 Lien avec le système actuel des pensions des salariés

Comme explicité dans l'article [DH2022], le Compte individuel Pension est un avancement naturel par rapport à ce qui a été implémenté dans la plateforme « MyPension » en Belgique. En effet, sur ce site internet, le montant de la pension à tout moment de la carrière d'un individu peut être calculé.

Il est important de souligner que le CP est une généralisation du calcul actuel des pensions chez les salariés à l'âge de la pension. En effet, le calcul du montant de pension chez les salariés commençant à travailler l'année t_0 et prenant sa pension l'année T après $T - t_0$ de carrière est donné par

$$P_T = \frac{60\%}{45} \cdot \sum_{t=t_0}^T [S_t^i] \cdot (1 + g_{t+1}) \cdots (1 + g_T) \quad (1.2.1)$$

où

- g_t est un taux d'indexation l'année t suivant l'indice des prix à la consommation,
- $[S_t^i] = \min\{S_t^i, S_t^{plf}\}$ est le salaire annuel plafonné de l'individu isolé i pris en compte l'année t . Le plafond salarial commun à tous les individus est fixé chaque année par l'état fédéral³ et est noté S_t^{plf} .

Explicitement dans cette formule, la durée de carrière complète considérée est de 45 années. Toujours aussi explicite, le taux de 60% représente le *taux de remplacement cible brut* noté δ_T commun à la population. Ce taux théorique fixé actuellement à 60% est à mettre en lien avec le *taux de remplacement* d'un individu i et noté δ_T^i qui est par définition la fraction de salaire que l'individu i devenu pensionné en T va recevoir lors de son premier montant de pension brut. A l'heure actuelle, il n'y a plus de bonus (ni de malus) pension en Belgique.

Donnons un exemple concret avec Monsieur Dupont (que nous retrouverons à la section 1.3) qui a un salaire brut annuel de 42.000 euros en 2019 à l'âge de 22 ans correspondant au début de sa carrière. Il travaille durant 45 ans et son salaire évolue exactement suivant le taux d'indexation g_t donné dans la formule des pensions. Cela veut dire que Monsieur Dupont n'a pas de réelle augmentation salariale et que son salaire qualifié de « plat » suit uniquement l'indice des prix à la consommation. Dans ce cas, la pension brute à ses 67 ans sera bien de 60% de son dernier salaire brut⁴.

Des conditions suffisantes afin d'avoir l'égalité entre le CP d'une part et le calcul actuel des pensions des salariés d'autre part, sont données par

$$(\text{Conditions Initiales}) \equiv \begin{cases} r_T^i &= 1 \\ \alpha_j &= \frac{60\%}{45}, & \forall j \\ \gamma_j &= g_j, & \forall j \end{cases}$$

Ces conditions sont appelées dans ce mémoire *Conditions Initiales* car celles-ci servent de point de départ pour la mise en œuvre d'une transition dans le calcul des pensions entre le système actuel et celui proposé du CP. Elles permettent d'avoir un ordre de grandeur et surtout un point de départ afin de faire évoluer ces paramètres dans le temps. Cette identification n'a de sens qu'à l'âge de la pension lorsque l'individu perçoit effectivement son montant de pension. La prochaine section traite d'exemples simples de carrières d'individus dont le CP est calculé.

3. Par exemple, le plafond annuel salarial en 2021 était de 63.944,74 euros brut pour une année complète.

4. Dans ce mémoire, la différence entre le net et le brut n'est pas abordé afin de rendre les calculs plus accessibles ainsi que d'éviter des choix politiques sur la taxation des actifs et/ou des pensionnés.

1.3 Exemples simples de carrière

Afin de fixer les idées concrètement et directement, trois exemples de carrières différentes sont détaillés dans cette section. La première avec une évolution salariale plate (ou inexistante) sans réelle évolution de carrière et commençant directement après des études courtes. La deuxième avec une évolution de carrière ascensionnelle avec un début tardif dans le monde du travail mais atteignant par la suite un niveau de rémunération très élevé. Enfin, la troisième correspond à un salaire très faible avec des moments de non-activité.

Monsieur Dupont : Carrière plate et paramètres constants

Monsieur Dupont, né le premier janvier, commence à travailler à 22 ans en 2019 avec un salaire brut annuel égal à 42.000 euros (soit 3.500 euros brut par mois tout compris⁵).

Le taux d'acquisition α de l'année est de $60\%/45 = 1,33\%$ puisque la durée de carrière normale comme salarié est de 45 ans et que le taux de remplacement cible est de 60%. Il accumule donc en fin d'année pour son Compte Pension $CP_{2019} = \frac{60\%}{45} \cdot 42.000 = 560$ euros.

Supposons que le taux de revalorisation γ soit de 2%, constant dans le temps et que ce soit exactement la croissance de son salaire. Supposons aussi que le taux d'acquisition est resté constant à la valeur de départ de 1,33%.

Fin de l'année 2020, son CP sera de

$$CP_{2019} = 560 \cdot (1 + 2\%) + \frac{60\%}{45} \cdot 42.000 \cdot (1 + 2\%) = 1.142 \text{ euros}$$

Monsieur Dupont décide de prendre sa pension après 45 années de travail à la veille de ses 67 ans. L'état ayant relevé l'âge de la pension à 67 ans depuis 2030 et Monsieur Dupont ayant atteint cet âge en 2063, le coefficient de conversion vaut exactement 100% puisque l'âge effectif de la pension de Monsieur Dupont est exactement l'âge normal de pension. Il n'y a donc ni de malus, ni de bonus.

Le montant de pension brut annuel de Monsieur Dupont lorsqu'il prend sa pension est de 60.229 euros qui correspond exactement à 60% de son dernier salaire annuel brut. Le taux de remplacement de Monsieur Dupont δ_T^i est ainsi exactement le taux de remplacement cible δ_T qui, par hypothèse, n'a pas évolué durant les 45 dernières années. De plus, chaque année de travail contribue de manière parfaitement équitable à la constitution de sa pension.

Dans cet exemple, les paramètres α , γ et r sont restés sur l'horizon de temps à leurs valeurs initiales. Ce cas correspond donc à la formule actuelle du calcul des pensions des salariés (qui est un cas particulier du Compte Pension).

Madame Lambert : carrière exponentielle

Madame Lambert, née le premier janvier, commence à travailler à 25 ans en 2019 avec un salaire brut annuel égal à 25.000 euros. Les mêmes hypothèses que celles du cas de Monsieur Dupont sont adoptées, avec le taux de revalorisation à 2% et le taux d'acquisition à $\frac{60\%}{45} = 1,33\%$ constants jusqu'aux 67 ans de Madame Lambert. Le Compte Pension de Madame Lambert fin de l'année 2019 est de $CP_{2019} = 1,33\% \cdot 25.000 = 333$ euros.

Son salaire évolue uniquement du taux de revalorisation durant les 5 première années. La sixième année, elle perçoit une augmentation conséquente afin d'arriver à un salaire de 40.000

5. Ce salaire correspond au salaire médian arrondi de 2019 des travailleurs au sein des entreprises belges d'après [StatBel2019Sal].

euros en 2024. Son Compte Pension est calculé comme suit

$$CP_{2024} = 1,33\% \cdot 5 \cdot 25.000 \cdot (1 + 2\%)^5 + 1,33\% \cdot 40.000 = 2.373 \text{ euros}$$

Par la suite, la croissance de son salaire est de 4% durant 25 ans. Son salaire croît donc plus vite que le taux revalorisation. Son Compte Pension après 30 années de carrière est calculé comme suit fin de l'année 2048

$$CP_{2048} = CP_{2047} \cdot (1 + 2\%) + 1,33\% \cdot 40.000 \cdot (1 + 4\%)^{24} = 28.365 \cdot 1,02 + 1.367 = 30.299 \text{ euros}$$

Enfin, Madame Lambert obtient encore une promotion plus conséquente et en 2049, à l'âge de 56 ans, gagne 150.000 euros brut par an. Ce montant, dépasse le plafond légal pour calculer la pension des salariés qui est en 2049 de 110.000 euros⁶ et son CP est calculé comme suit en euros :

$$CP_{2049} = CP_{2048} \cdot (1 + 2\%) + 1,33\% \cdot \min\{110.000; 150.000\} = 30.299 + 1,33\% \cdot 110.000 = 32.372$$

Supposons que son salaire, à partir de 56 ans, évolue selon le taux de revalorisation des salaires ainsi que le plafond maximum pour la prise en compte du salaire. A l'âge de 67 ans, elle a $CP_{2060} = 60.310$ euros.

Cas A : Si elle veut prendre sa pension à l'âge de 67 ans, le coefficient de conversion (tout comme Monsieur Dupont) vaut 1 et le taux de remplacement par rapport au salaire plafonné est de

$$\delta_T^i = \frac{60.310}{136.771} = 44\%$$

qui est bien plus bas que le taux de remplacement cible de 60%. Ceci est dû non seulement à la durée de carrière de Madame Lambert qui est de 42 ans et donc est plus courte que la carrière de référence cible qui est de 45 ans dans cet exemple, mais aussi à la période de 25 ans durant laquelle le salaire de Madame Lambert augmente plus vite que le taux de revalorisation. Enfin, le taux de remplacement ne prenant en compte que le dernier salaire et ce dernier étant très élevé par rapport aux salaires du début de carrière qui sont eux aussi pris en compte, il est évident que le taux de remplacement de Madame Lambert n'atteindra jamais un taux de remplacement de 60%. Ce cas correspond aussi au calcul actuel des pensions des salariés.

Cas B : Supposons que Madame Lambert souhaite continuer sa carrière afin d'avoir une carrière complète. Malheureusement, en 2061 la durée de carrière de référence cible passe de 45 à 46 ans ainsi que l'âge normal de la pension qui passe à 68 ans. Toutes choses restant égales, le taux d'acquisition passe à 1,3% et le reste de ses droits acquis est revalorisé :

$$CP_{2061} = CP_{2060} \cdot (1 + 2\%) + \frac{60\%}{46} \cdot \min\{139.507; 190.236\} = 63.336 \text{ euros}$$

Elle décide de prendre sa pension après 46 années de travail à l'aube de ses 71 ans fin décembre 2064. Le coefficient de conversion est donc donné par l'espérance de vie en 2064 d'une personne âgée de 68 ans divisé par l'espérance de vie en 2064 d'une personne âgée de 71 ans qui, dans

6. Ce montant arrondi a été calculé comme étant l'indexation à du 2% du plafond de 2021 qui était de 63.944,74 euros brut.

cet exemple, est supposée être de respectivement de 22,87 et 20,63 ans⁷ :

$$r_T^i = \frac{e(68, 2064)}{e(71, 2064)} = \frac{22,87}{20,63} = 110,86\%$$

Le montant de pension sera donc de

$$P_{2064} = CP_{2064} \cdot r_T^i = 73.006 \cdot 110,86\% = 80.933 \text{ euros}$$

et le taux de remplacement par rapport au plafond est maintenant de 55%.

Sans appliquer la règle du coefficient de conversion, le taux de remplacement par rapport au plafond aurait été de seulement 49%.

L'état gagne doublement sur un individu qui décide de continuer à travailler plus tard que l'âge normal de la pension car non seulement l'individu n'a pas de pension versée par l'état mais en plus, l'état reçoit des impôts de celui-ci. Dans ce système, l'individu qui décide de continuer à travailler gagne doublement à continuer à travailler car non seulement il continue d'augmenter son CP, mais en plus, lors de la prise de la pension, un coefficient multiplicatif vient fortement augmenter le montant final de pension puisque celui-ci est appliqué à tout le CP.

Au vu de ce petit exemple, il serait certainement nécessaire d'appliquer un plafond maximum à ne pas dépasser pour le montant de pension brut que l'on peut obtenir suite à un allongement de carrière. Ce type de plafond maximum du montant de pension est déjà d'application pour les fonctionnaires. Un autre type de maximum pourrait aussi être introduit afin de limiter le nombre d'années supplémentaires de travail autorisé par rapport à l'âge normal de la prise de la pension. A l'instar de la proposition de réforme de 2022, un maximum de trois années de prise en compte pour le bonus pourrait être choisi. Un seuil pour la partie malus devrait alors aussi être pris en compte, soit aussi de trois ans, soit plus élevé afin de dissuader les départs anticipés à la pension. Enfin, un système avec un bonus-malus additif, comme présenté souvent par le politique, peut aussi être mis en place.

Madame Petit : carrière à trou

Madame Petit commence à travailler en 2017 à l'âge de 23 ans avec un salaire annuel brut de 24.029 euros⁸. Gardons les mêmes hypothèses que Madame Lambert et Monsieur Dupont à savoir un taux de revalorisation égal à la croissance de son salaire constant de 2% et un taux d'acquisition de 1,33% tout au long de la projection pour les **Cas A** et **Cas B** de Madame Petit.

Cas A : Supposons que Madame Petit travaille tout au long de sa carrière durant 45 années. Dans ce cas, sa pension brut annuelle sera de 34.458 euros avec un taux de remplacement d'exactement 60%.

Il est à noter que, même en ayant une carrière complète, le montant de la pension sera très probablement en dessous de la pension minimum et que ce montant de pension sera heureusement revu à la hausse.

Cas B : Supposons que Madame Petit effectue une pause carrière qui n'est pas considérée

7. L'espérance de vie connue en 2020 d'un individu âgé de 68 ans (resp. 71 ans) a été rescalée suivant l'espérance de vie d'un individu âgé de 65 ans (resp. 71 ans) en 2020 et en 2064.

8. Ce salaire est en dessous du percentile 10 qui correspond au revenu que gagnent les 10% les plus pauvres en Belgique.

comme une période assimilée pour sa pension durant trois années en plein milieu de sa carrière.

Dans ce cas, de manière automatique, le taux de remplacement va baisser afin d'arriver à 56% (en prenant ici 42/45 de 60%) à la fin de sa carrière normale (en 2061) puisqu'elle n'aura pas travaillé durant 3 ans. Néanmoins, dans la foulée, Madame Petit décide de continuer à travailler jusqu'en 2064 durant trois années afin d'obtenir une carrière complète et de rattraper les années perdues durant sa pause carrière. Dans ce cas, elle va, en plus d'avoir une carrière complète de 45 ans, obtenir un bonus grâce au coefficient de conversion r_T^i et au moment de la prise de sa pension, elle va avoir un taux de remplacement de 110,86% plus élevé que les 60% dans le **Cas A**. Son taux de remplacement sera de 66,5% avec une pension brute de 36.567 euros en 2064 qui est aussi 110,86% plus élevée que la pension du **Cas A** en 2064.

Cet exemple, montre à quel point l'introduction d'un bonus peut, dans certains cas, être très avantageuse pour les individus.

Cas C : Si par hasard, le taux de cotisation α devait être nul pour certaines années (voir plus loin la section 4.4 par exemple) alors pour un individu, cela reviendrait exactement à la même chose que la pause carrière discutée dans le **Cas B**. L'individu perdrait pour chaque année durant laquelle $\alpha = 0$ ses nouveaux droits et le taux de remplacement diminuerait de manière linéaire par rapport au nombre d'années non comptabilisées.

Cas D : Reprenons le **Cas A** dans lequel Madame Petit a une carrière complète, mais supposons que le taux de revalorisation soit de 1,5% au lieu du taux de croissance de son salaire de 2% (voir plus loin dans la section 4.3). Dans ce cas, après les 45 années de travail, la pension sera seulement de 27.907 euros avec un taux de remplacement de 48,6% au lieu des 60% du **Cas A**. Le cas extrême du taux de revalorisation nul donne un taux de remplacement de 25.9% après 45 ans de carrière. Ce cas extrême est obtenu en additionnant arithmétiquement les salaires successifs durant la carrière. Un décrochage du taux de revalorisation par rapport à l'évolution du coût de la vie est donc conséquent. L'écoulement du temps joue un grand rôle puisque l'indexation s'effectue sur une longue période.

Après s'être familiarisé aux concepts grâce à des exemples simples, il est possible d'aborder les trois paramètres d'ajustement automatique du modèle du Compte Pension. C'est l'objet de la section suivante.

1.4 Discussion sur les paramètres du modèle

Les trois paramètres à initialiser et faire évoluer dans le temps sont le taux d'acquisition α , le taux de revalorisation γ ainsi que le coefficient de conversion r . Les deux premiers taux sont communs à la population considérée et ne changent pas d'un individu à l'autre; par contre, ils peuvent et devraient évoluer au cours du temps afin de faire face aux défis démographiques et économiques des prochaines années. Le coefficient de conversion dépend quant à lui de l'individu. Il est important de noter que, dans ce modèle, les taux d'acquisition et de revalorisation peuvent être pilotés indépendamment l'un de l'autre. De plus, le taux de valorisation γ est le même pour le Compte individuel Pension que pour les pensions. Il est en effet souhaitable que l'évolution des acquis du Compte Pension des actifs soit la même que celle des pensions. Une généralisation mathématique pourrait toujours considérer ces taux comme évoluant de manière différente.

Taux d'acquisition : α_t

A l'origine, le taux d'acquisition a été construit comme le rapport entre le taux de remplacement cible brut δ_t et la durée de carrière cible N_t . La formule naturelle proposée pour le taux d'acquisition dans [Dev2019a] est la suivante

$$\alpha_t = \delta_t / N_t$$

Le taux d'acquisition est donc une fonction décroissante de la durée de carrière de référence cible N_t et une fonction croissante du taux de remplacement cible δ_t brut utilisé en Belgique actuellement et qui est de 60% pour un isolé. Ce pourcentage de 60% est explicite dans la formule actuelle pour le calcul des pensions des salariés. Le taux de remplacement brut pour un individu i l'année T (date de la prise de sa pension), noté δ_T^i est le pourcentage du dernier salaire conservé pour sa pension, ou encore c'est le rapport entre le premier montant pension et le dernier salaire. Le taux δ_T^i d'un individu est rarement égal au taux cible δ_T comme l'ont mis en évidence quelques exemples.

Comme point de départ dans les calculs, que ce soit dans les exemples ci-dessus ou dans les chapitres suivants, α vaut 60%/45 = 1,33%. De plus, il est évident que $\alpha \geq 0$, car dans le cas contraire, cela voudrait dire qu'un actif travaille une année en cotisant à perte pour sa pension ce qui n'est politiquement pas acceptable. Dans un monde idéal, α devrait rester proche de la valeur 1,33%.

Un minimum pour α pourrait être de 1% qui correspond par exemple aux couples (δ_t, N_t) égaux à (45%, 45) ou encore (60%, 60). Ce qui semble déjà un minimum assez pénalisant car d'un côté, cela correspond à une carrière de 45 ans mais avec un taux de remplacement de seulement 45% et d'un autre côté, le taux de remplacement est gardé à sa valeur de 60% mais, la carrière est allongée à 60 ans. Ces deux extrêmes montrent déjà intuitivement qu'un taux d'acquisition à 1% est déjà très faible d'un point de vue politique et social. Nous verrons néanmoins plus loin que α peut tomber à des valeurs bien plus basses que 1% allant même jusqu'à être nul.

Un maximum pourrait être de 1,5% qui correspond par exemple aux couples (δ_t, N_t) égaux à (68%, 45) ou encore (60%, 40). Si le niveau de α augmente par rapport à son niveau actuel de 1,33%, cela voudrait dire, toutes choses étant égales par ailleurs, que le montant de pension reste le même pour une durée de carrière plus courte ou bien que le montant de pension augmente pour une même durée de carrière. En se basant sur les résultats de l'article [BH2019] et des projections dans les chapitres suivants 3 et 4, α a plutôt une tendance à la baisse qu'à la hausse par rapport à sa condition initiale de 1,33%, bien que d'un point de vue théorique et mathématique la tendance pourrait être à la hausse.

Une des observations est que le taux d'acquisition ne touche qu'aux nouveaux droits de l'année considérée : il n'y a pas d'impact sur les droits antérieurs ni futurs. De plus, le taux d'acquisition ne touche que le Compte Pension, que se constituent les actifs, et non pas les montants des pensions.

Taux de revalorisation : γ_t

Il existe une multitude d'indices utilisés pour différents types de revalorisations ou indexations : inflation⁹, indice des prix à la consommation, indice santé (lissé), indice médical, ABEX

9. L'inflation est employé lorsque les prix augmentent globalement, et non uniquement les prix de quelques biens et services.

(Association Belge des EXperts), HIPC (Harmonised Indices of Consumer Prices), Agoria, indice de rémunération des salariés et ouvriers, etc. Il est primordial de baser la revalorisation des pensions sur le même taux que celui des salaires des actifs.

Depuis janvier 1994, l'administration belge calcule l'*indice santé* qui reflète l'évolution du coût de la vie pour les ménages. Cet indice mesure l'évolution des prix des biens et services consommés par les ménages à l'exception du tabac, de l'alcool, de l'essence et du diesel. Un second indice appelé l'*indice santé lissé*, qui est égal à la valeur moyenne des indices santé des quatre derniers mois, est défini dans la loi du 23 avril 2015 et sert de base à l'indexation des pensions, des allocations sociales et de certains salaires et traitements. D'après l'administration belge, la Belgique et le Luxembourg sont les seuls pays au monde où une indexation automatique est mise en place¹⁰.

Notons que l'indice santé lissé peut être piloté par l'état puisque par exemple en 2015 celui-ci a gelé l'indice durant un an (alors que l'indice santé lui augmentait) et que de plus, la définition formelle de l'indice a changé en 2016 en ne prenant en compte que 98% (et non plus 100%) de la moyenne de l'indice santé des quatre derniers mois.

Suivant l'historique belge, il est donc acceptable de prendre comme coefficient de revalorisation l'indice santé comme première approximation. La figure 1.4.1 représente l'indice de santé (en vert et trait plein) ainsi que l'indice de santé lissé (en bleu et pointillé). Ce dernier sert de base à l'indexation des pensions, des allocations sociales et de certains salaires et traitements. En plus de ces indices santé, une simple régression linéaire sur les observations est intégrée sur le graphique :

- en traits pleins rouges pour l'indice santé dont la pente est de 1,67
- en pointillés rouges pour l'indice santé lissé dont la pente est de 1,43

Sur l'historique depuis 2008, l'indice santé (respectivement l'indice santé lissé) augmente en moyenne de 1,67% (resp. 1,43%) par an. Il est évident qu'avec la conjoncture actuelle depuis la fin de l'année 2021 et le début de l'année 2022 et qui risque de se prolonger, la moyenne sera tirée fortement à la hausse. Dans les chapitres 3 et 4, l'indice projeté sera en moyenne de 2%.

Suite à ce choix et à une revue historique de cet indice depuis 2016, il est légitime mathématiquement d'imposer actuellement à ce coefficient qu'il soit positif ou nul. De plus, d'un point de vue purement conceptuel, une garantie de non-diminution de la valeur nominale des pensions en cours de constitution est souhaitable. Ceci fait écho actuellement aux taux garantis d'au moins 0% sur les placements en branche 21.

Coefficient de conversion : r_T^i

Le coefficient de conversion est un paramètre qui permet d'ajuster le montant de pension lors du départ à la pension à l'instant T en fonction de l'évolution de l'espérance de vie. La méthode prend en compte le risque de longévité. Il est donc amené à évoluer de génération en génération. C'est un paramètre qui s'ajuste automatiquement sur des données observées. Ce paramètre reflète un système de bonus-malus : si l'individu i part plus tôt à la pension un malus sera appliqué et à contrario, si l'individu part plus tard, un bonus sera appliqué. Le système de bonus-malus, s'inscrit dans l'objectif de renforcer le lien entre la prestation de travail et la constitution de droits à la pension.

Notons $e(x_r, T)$ l'espérance de vie l'année T d'un individu à l'âge normal x_r de la retraite,

10. Toutes les informations sur l'indice santé lissé sont disponibles sur le site web du SFP Stratégie et Appui [Index].

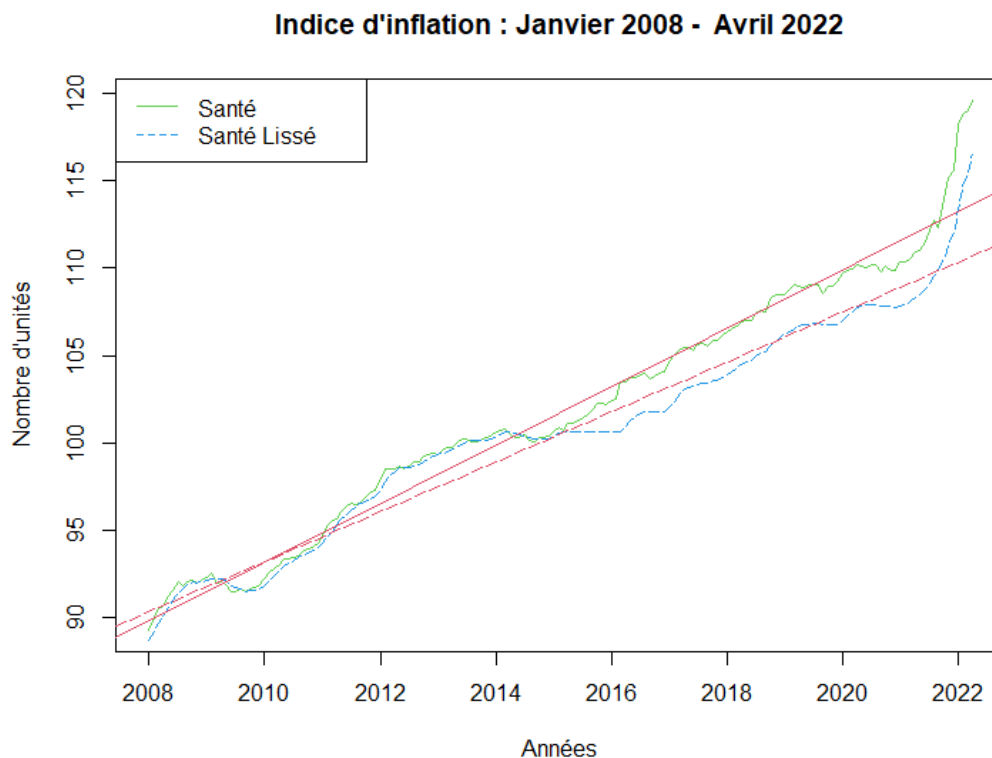


FIGURE 1.4.1 – Indice santé (lissé) observé en Belgique de 2008 à 2022-Avril

$e(x_e^i, T)$ l'espérance de vie l'année T d'un individu i à l'âge effectif x_e^i de la retraite, le coefficient de conversion s'écrit

$$r_T^i = \frac{e(x_r, T)}{e(x_e^i, T)}$$

Par exemple, en 2019 l'âge légal de départ à la pension (et considéré ici comme l'âge normal) est de 65 ans et l'espérance de vie d'un individu de 65 ans est de 19,49 années. Dans le CP, si un individu i part effectivement à la retraite à 64 ans en 2019, son espérance de vie est de 20,28 années, alors son coefficient de conversion serait de

$$19,49/20,28 = 96,08\%$$

qui est assimilé à un malus. Si un autre individu en 2019 part lui à la retraite à 66 ans, alors son coefficient de conversion serait de

$$18,70/17,92 = 104,21\%$$

qui est assimilé à un bonus.

Ce système de bonus-malus explicité ici semble assez élevé et symétrique. La symétrie du bonus et du malus reste un choix politique : voulons-nous mettre en place un incitant à travailler plus longtemps et/ou bien une pénalité pour ceux qui arrêtent de travailler plus tôt ?

Une multitude de combinaisons sont possibles : un bonus sans malus¹¹ ou bien un malus sans bonus ou encore un malus plus sévère que le bonus ou vice versa. De plus, tout comme le taux d'acquisition, celui-ci devrait être contraint par un maximum pour le bonus¹² et un minimum pour le malus.

D'un côté, l'âge normal de départ à la pension peut soit être déterminé par l'âge de l'individu comme actuellement dans le système belge et explicité dans les exemples. D'un autre côté, l'âge normal de départ à la pension peut aussi être déterminé par rapport à l'âge de début de carrière de l'individu comme proposé dans [DH2022]. Concrètement avec ce système, un individu qui commence sa carrière plus tôt qu'un autre est autorisé à prendre sa pension aussi plus tôt sans pénalité. C'est ce système qui a été aussi proposé dans [Com2014] faisant référence à un départ anticipé par rapport à une carrière de référence.

Le coefficient de conversion ne sera pas étudié plus en profondeur. Nous supposons par la suite un âge uniforme de pension (qui sera même fixé à 65 ans) afin de faciliter les calculs et de se concentrer sur la démographie et l'impact sur le CP. Nous ne regarderons donc pas plus en profondeur le cas d'une durée de carrière de référence qui peut être proposé dans le CP, voir [Dev2019b] ou [DH2022] et comme cela a été proposé dans la pension à points auparavant, voir dans [HDSV2017] ou [Com2014]. Le suite de ce document se concentrera sur les taux d'acquisition et de revalorisation.

1.5 Avantages et points d'attention du Compte individuel Pension

Utiliser la formule actuelle de calcul des pensions des salariés pour la généraliser afin d'introduire des paramètres d'ajustements automatiques a au moins deux avantages. Le premier est qu'une généralisation permet, si nécessaire, une transition d'un modèle à l'autre en douceur en adaptant les paramètres graduellement. Le second est que la formule actuelle étant déjà utilisée et comprise de tous, il est aisé de se familiariser avec une généralisation de celle-ci. La compréhension d'une nouvelle proposition est importante lors des concertations politiques et sociales afin de faire adhérer la majorité et de faire émerger un sentiment d'unité sur la problématique des pensions.

En adoptant un système d'ajustement automatique, le système est transparent et adaptable aux risques démographiques et économiques. L'importance d'instaurer des bornes maximums et minimums sur les paramètres est aussi cruciale. Par exemple, les taux de revalorisation et d'acquisition devraient être positifs ou nuls. Des lignes directrices plus ou moins strictes sur l'évolution des paramètres pourraient aussi être instaurées. Enfin, potentiellement, des règles sur les conditions d'octroi ou non à propos du taux de conversion doivent aussi être placées. La flexibilité des paramètres, pouvant être adaptés soit aux différents régimes de calcul de pension (indépendant, salarié, fonctionnaire), soit à différents types de métiers (par exemples ceux qualifiés de pénibles), est un atout important. Enfin, le taux d'acquisition étant indépendant du taux de revalorisation, les droits du passé sont acquis tout en préservant une flexibilité sur les droits du futur.

11. La réintroduction du bonus pension par la ministre des Pensions, Karine Lalieux, est en négociation en 2022. Le système prévoit une majoration de l'allocation de fonction de jours prestés au-delà de la date à laquelle un travailleur peut prétendre à la retraite anticipée.

12. D'après la proposition de réintroduction du bonus pension par la ministre des Pensions en 2022, l'alimentation du bonus est plafonnée à trois ans.

La possibilité de ne pas liquider entièrement son CP permet une pension à temps partiel en continuant une activité elle aussi à temps partiel. Dans ce cas, le reste du CP continue à être alimenté avec les nouveaux droits et revalorisé.

La proposition du Compte Pension n'est pas une fin en soi, mais est uniquement un instrument selon Devolder [Dev2019a] permettant d'atteindre des objectifs de soutenabilité financière, d'adéquation sociale, de transparence et d'équité entre générations.

Les points d'attention sur les règles qui vont régir les paramètres d'ajustement seront certainement un des angles d'attaque de ceux qui veulent conserver le système actuel. De plus, l'harmonisation des régimes, indépendamment de la réforme proposée, est tellement difficile qu'elle met en péril n'importe quelle proposition constructive et structurelle de réforme des pensions (à contrario des réformes paramétriques qui ne changent pas fondamentalement la structure du calcul de la pension).

Enfin, dès qu'il y a lieu de parler d'indexation (ce qui est le cas avec le taux de revalorisation), l'individu est en droit de se poser la question du taux utilisé. Puisque ce taux dans le CP est ajustable, la justification et la transparence de cet ajustement (à la baisse ou à la hausse) envers les citoyens sont primordiales.

Remarque 1.5.1. Ce manuscrit se concentre sur la pension des salariés puisque ceux-ci représentent la majeure partie des travailleurs ainsi que la majeure partie des individus pensionnés et des dépenses des pensions. Le système actuel des indépendants pourrait être facilement adapté pour passer directement au CP. Concernant les fonctionnaires, les différents cas particuliers devraient être revus un à un afin d'adapter les paramètres du CP. Les spécificités des paramètres des fonctionnaires comme le traitement de référence, la fraction de carrière et le nombre de services admissibles travaillés pourraient être pris en compte.

Remarque 1.5.2. La décision de ne pas aborder le système de pension à points a été essentiellement motivée par le fait que cette proposition de réforme n'a jamais été votée et ne le sera certainement jamais. Les partenaires sociaux étant tout à fait contre, et ce malgré les nombreux arguments avancés dans [Com2014], cette réforme est complètement abandonnée actuellement. Se concentrer sur le Compte individuel Pension dans ce manuscrit relativement court afin de ne pas emmêler le lecteur avec d'autres notations et discussions est un choix.

Chapitre 2

Equilibre budgétaire et partage de risque

Le chapitre 1 précédent s'est concentré sur la méthode de calcul des pensions. Comme énoncé dans l'introduction, grâce au système en *répartition*, les pensions en Belgique sont payées chaque année par les actifs via les cotisations. Le système actuel des pensions en *prestations définies* fait peser tout le risque d'une augmentation du budget des pensions sur les actifs. Ce chapitre énonce mathématiquement la condition d'un équilibre budgétaire afin d'introduire un nouveau paramètre π qui est le taux de cotisation des actifs. De plus, le partage des risques peut se répartir sur les actifs et les pensionnés selon la règle de Musgrave qui est aussi explicitée mathématiquement. Enfin, afin d'avoir un ordre de grandeur dans l'évolution des paramètres liés aux pensions, trois mécanismes d'ajustements sont formulés :

- scénario 1 (DC) : en contributions définies (Defined Contribution) dont le risque entier est répercuté sur les pensionnés,
- scénario 2 (DB) : en prestations définies (Defined Benefit) dont le risque entier est répercuté sur les actifs,
- scénario 3 (Mus) : risque partagé sur les actifs et sur les pensionnés selon la règle de Musgrave.

Il est important de noter que ce chapitre est valable peu importe le système de pension mis en place. Que ce soit le système actuel, le système à points proposé dans [Com2014] ou encore le système du Compte individuel Pensions proposé dans [Dev2019a], [Dev2019b] ou [DH2022] et étudié dans ce mémoire.

2.1 macroéconomie - condition d'équilibre budgétaire

Afin d'avoir un équilibre budgétaire dans un système en répartition les recettes doivent être égales aux dépenses chaque année. Les dépenses constituent l'ensemble des montants de pensions et les recettes constituent l'ensemble des cotisations des actifs utilisées pour les pensions. On suppose que les actifs contribuent tous selon un même *taux de cotisation* π_t qui peut évoluer¹ dans le temps.

Les dépenses et recettes pour les pensions sont données par

1. A titre d'exemple, selon le SFP : « Depuis 2016, le taux de cotisation pension de base est, pour toutes les administrations locales, de 41,50% ».

$$\text{Recettes}_t = \pi_t \sum_{i \in \text{Actifs}} S_t^i \quad \text{et} \quad \text{Depenses}_t = \sum_{k \in \text{Pensionnes}} P_t^k$$

Notons \bar{S}_t le salaire moyen et \bar{P}_t la pension moyenne de l'année t ainsi que L_t^a le nombre d'actifs et L_t^p le nombre de pensionnés de l'année t , alors la condition d'équilibre budgétaire, lorsque les recettes sont égales aux dépenses, s'écrit

$$\begin{aligned} \pi_t \sum_{i \in \text{Actifs}} S_t^i &= \sum_{k \in \text{Pensionnes}} P_t^k \\ \Leftrightarrow \pi_t \cdot \bar{S}_t \cdot L_t^a &= \bar{P}_t \cdot L_t^p \\ \Leftrightarrow \frac{L_t^p}{L_t^a} \cdot \frac{\bar{P}_t}{\bar{S}_t} &= \pi_t \end{aligned}$$

De plus, notons le *taux de dépendance économique* D_t qui est le rapport entre le nombre de pensionnés et le nombre d'actifs l'année t . Enfin, notons aussi $\bar{\delta}_t$ le *benefit ratio* qui est le montant de pension moyenne par rapport au salaire moyen. Ce taux mesure le niveau de vie des pensionnés par rapport à celui des actifs. Il est important de noter que le benefit ratio n'est pas le taux de remplacement cible δ_t , ni le taux de remplacement d'un individu i noté δ_t^i .

L'équilibre budgétaire se réécrit de la manière suivante pour chaque année t

$$D_t \cdot \bar{\delta}_t = \pi_t \tag{2.1.1}$$

2.2 Quotient de Vieillesse

Le taux de dépendance économique est connu exactement pour les années observées. Par exemple, durant l'année 2020

- le nombre d'actifs entre 20 et 64 ans selon Statbel dans [StatBel2020Actifs] était de 4.954.879 personnes,
- le nombre de pensionnés selon PensionStat dans [PensionStat2020] était de 2.263.005 personnes (en effectuant une moyenne sur les 12 mois de l'année)

ce qui nous donne un taux de dépendance économique D_{2020} de 46%.

Le taux de dépendance économique présuppose connaître exactement le nombre de personnes actives ainsi que le nombre de pensionnés. Ces deux nombres ne dépendent pas uniquement de l'âge des individus, mais bien du taux d'activité et du moment de la prise de la pension. Afin de faciliter les projections, nous allons définir une autre quantité qui, elle, dépendra uniquement de l'âge des individus.

Les scénarios déterministes discutés dans la section ci-dessous 2.4 se basent sur l'évolution déterministe du *Quotient de Vieillesse* des âgés fournis conjointement par Statbel et le BfP³. Ce taux de dépendance correspond à la population globale des personnes âgées d'au moins 65

2. Pour une carrière de 45 ans dans le système actuel des salariés, l'inégalité suivante sera toujours vérifiée $\delta_t \geq \delta_t^i$, l'égalité est obtenue lorsque l'individu a une carrière plate, voir l'exemple de Monsieur Dupont.

3. Les données sur les réalisations et projections du quotient de vieillesse des âgés sont accessibles directement sur le site du Bureau fédéral du Plan dans [BfP]

ans divisée par le nombre de personnes âgées entre [25; 64] ans⁴. Toute la population est ici prise en compte en fonction de l'âge et non de son appartenance aux groupes (restreints) que sont les actifs ou les pensionnés.

La figure 2.2.1 illustre la projection du quotient de vieillesse basé sur les projections démographiques du BfP. Le quotient de vieillesse observé en 2020 n'est que de 36%. Par la suite, celui-ci ne fait qu'augmenter sur l'horizon de projection pour atteindre 56% en 2070, soit une augmentation de plus de 54% sur 50 ans.

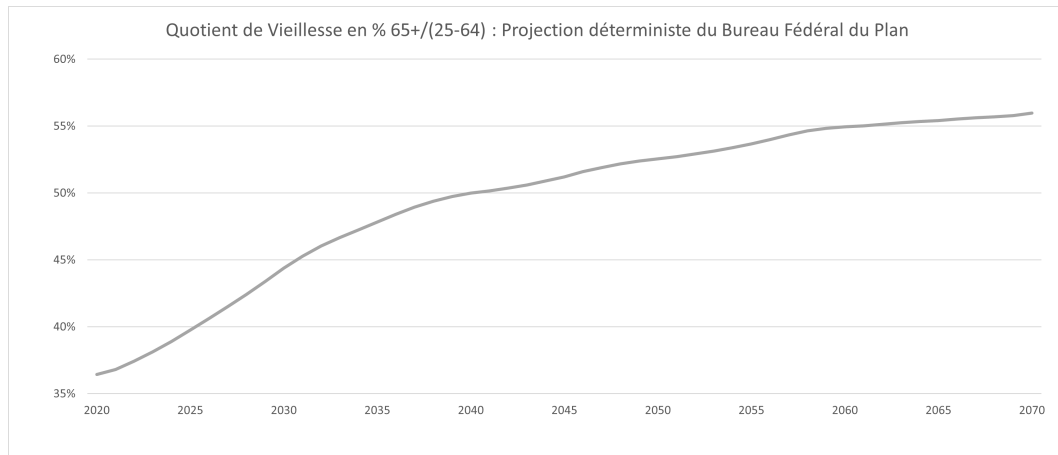


FIGURE 2.2.1 – Evolution du Quotient de Vieillesse

Dans la suite de nos projections, nous supposons que le taux de la population active reste constant. Cette hypothèse conservatrice nous permet de nous concentrer sur le risque démographique et d'utiliser l'évolution du quotient de vieillesse au lieu du taux de dépendance économique. La variable économique du taux d'activité (et donc indirectement du taux d'emploi) n'intervient pas dans la suite.

2.3 Règle de partage des risques selon Musgrave

Le partage des risques entre les différentes générations a été formulé par Musgrave en 1981 dans [Mus1981]. Son idée est de garder constant dans le temps le ratio, noté μ et appelé *Musgrave ratio*, entre les pensions moyennes et les salaires moyens hors cotisations de pensions :

$$\frac{\bar{P}_t}{(1 - \pi_t) \cdot \bar{S}_t} =: \mu_t \quad (2.3.1)$$

ou de manière équivalente

$$\frac{\bar{\delta}_t}{(1 - \pi_t)} = \mu_t \quad (2.3.2)$$

Un des objectifs est donc d'avoir la répartition d'un choc démographique ou économique à la fois sur les actifs et sur les pensionnés chaque année t .

4. Dans ce manuscrit, les bornes choisies pour le QV sont 25 ans et 65 ans, d'autres bornes comme 15 ans et 65 ans ou bien 18 ans et 67 ans auraient pu être choisies.

La règle de Musgrave est simple concernant le partage des risques et peut être comprise de toute.s. Il existe cependant certaines lacunes sur ce ratio qui ne répond pas à tous les défis d'équité sur les pensions. Par exemple, le niveau de taxation n'est pas pris en compte, pas plus que la durée de carrière. Ce ratio devrait certainement prendre en compte le deuxième pilier et les distributions différentes des salaires et des pensions. Enfin, la fixation compliquée du niveau idéal de ce ratio μ_t est rarement mise en avant.

Dans la suite, nous utiliserons ce ratio malgré ses points faibles car la règle de Musgrave est simple concernant le partage des risques (et donc facile à implémenter) et peut être comprise de toute.s (et donc potentiellement utilisée par le politique).

La contrainte de l'équilibre budgétaire 2.1.1 dans les scénarios 1, 2 et 3 donne les équations suivantes explicitées dans la table 2.3.1.

	scénario 1 DC	scénario 2 DB	scénario 3 Musgrave
Fixé	π	$\bar{\delta}$	μ
Taux de contribution (π)	π	$\bar{\delta} \cdot D$	$\frac{\mu \cdot D}{1 + \mu \cdot D}$
Benefit ratio ($\bar{\delta}$)	$\frac{\pi}{D}$	$\bar{\delta}$	$\frac{\mu}{1 + \mu \cdot D}$
Musgrave ratio (μ)	$\frac{\pi}{(1 - \pi) \cdot D}$	$\frac{\bar{\delta}}{1 - \bar{\delta} \cdot D}$	μ

TABLE 2.3.1 – Partage des risques dans les différents scénarios

A un extrême, le système de pension du premier pilier en Belgique qui est en *prestations définies* (DB) correspond au scénario 2, où la valeur de $\bar{\delta}$ est fixée puisque le montant des pensions est fixé. Dans ce cas, c'est la valeur de π qui doit s'adapter si D varie (via la variation de QV par exemple). A l'autre extrême, se situe un système où π est fixé représenté dans le scénario 1 (DC) et donc ce sont les pensions via le benefit ratio qui doivent s'adapter si D varie. Quelque part au milieu des scénarios en DB et en DC, un système de partage de risques selon la règle de Musgrave via le ratio μ constant va répercuter une augmentation de D aussi bien sur les actifs que sur les pensionnés.

2.4 Analyse de trois scénarios déterministes : contributions définies, prestations définies et règle de Musgrave pour un partage des risques

Dans la suite, l'année de départ observée est celle de 2020. Nous partons des données démographiques avec le quotient de vieillesse de 36% discuté dans la section 2.2 ainsi que le taux de dépendance économique de 46% pour en déduire le taux d'activité de 80%. Dans ce contexte là, nous supposons un benefit ratio initial⁵ de 65% et en déduisons grâce à l'équilibre budgétaire un taux de cotisation de 30% et grâce à la définition le ratio de Musgrave de 92%.

Pour tous les scénarios, une hypothèse prudente est de garder le taux d'actifs de la population constant. C'est sur cette base que les projections sont effectuées par la suite. Le taux de dépendance économique D dépend donc uniquement de la démographie via le quotient

5. Ce taux n'est pas calculé directement des données de 2020 mais a été repris de l'article [AD2022].

de vieillesse QV et non de choix politiques comme la promotion de l'emploi ou la diminution/exclusion du chômage.

Le BfP publie régulièrement des indicateurs démographiques en Belgique. Le fichier utilisé contenant le Quotient de Vieillesse a été mis à jour au début de l'année 2022⁶. Ce quotient prend en compte toute la population et le taux d'évolution est appliqué aux données de départ de l'année 2020. De plus, le quotient de vieillesse est celui des 65+ divisé par les personnes âgées entre 25 et 64. Implicitement, en reprenant les données démographiques données par le BfP l'hypothèse de l'âge de la pension qui est de 65 ans est gardée constante dans les scénarios décrits ci-dessous.

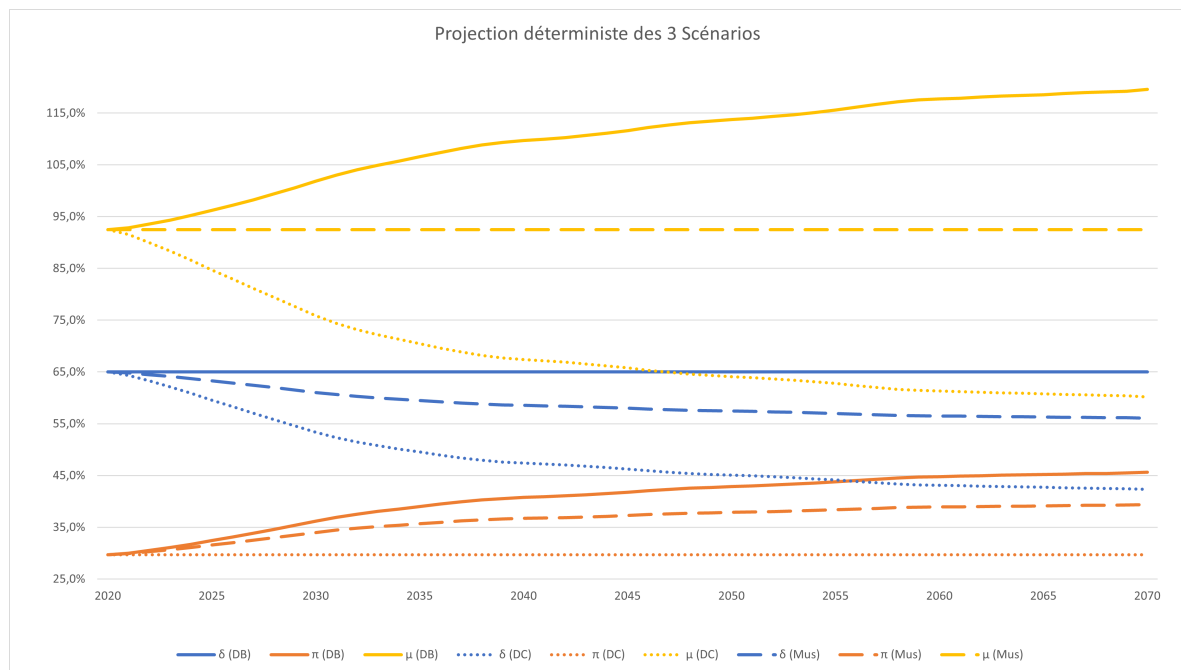


FIGURE 2.4.1 – Evolution des taux $\bar{\delta}$, μ et π dans les scénarios en DB, DC et Musgrave

Le point de départ en 2020 est commun aux trois scénarios. L'évolution des taux au cours du temps dépend des hypothèses de partage des risques selon l'évolution du QV .

Scénario 1 : Contribution Définie (DC)

Le taux de cotisation sur les actifs π reste constant à sa valeur de départ de 30%. Mécaniquement, le benefit ratio $\bar{\delta}$ diminue fortement puisque l'équilibre budgétaire est respecté, et en 2070, $\bar{\delta}$ diminue de 35% par rapport à sa valeur de 2020 pour arriver un peu au-dessus de 42%.

Le benefit ratio diminue de manière inversement proportionnelle par rapport au taux de dépendance économique (et donc du Quotient de Vieillesse) d'après la formule dans la table 2.3.1 en fixant π : $\bar{\delta} = \frac{\pi}{D}$.

Scénario 2 : Prestation Définie (DB)

Le benefit ratio $\bar{\delta}$ reste constant à sa valeur de départ de 65%. Mécaniquement le taux

6. Les données traitées ne prennent pas en compte l'immigration « exceptionnelle » venant de l'Ukraine.

de cotisation π augmente fortement puisque l'équilibre budgétaire est respecté, et en 2070 ce taux augmente de 54% par rapport à sa valeur de 2020 pour arriver à presque 46%.

Le taux de cotisation augmente de manière linéaire par rapport au taux de dépendance économique (et donc du Quotient de Vieillesse) d'après la formule dans la table 2.3.1 en fixant $\bar{\delta} : \pi = \bar{\delta} \cdot D$.

Scénario 3 : Partage des risques selon Musgrave

Le ratio de Musgrave μ reste constant à sa valeur de départ de 92%. Mécaniquement et simultanément, le taux de cotisation π augmente et le benefit ratio $\bar{\delta}$ diminue. Dans ce scénario de partage des risques situé entre les deux extrêmes (DC) et (DB), en 2070, le taux π augmente de seulement de 33% et le $\bar{\delta}$ diminue seulement de 14%. Les risques sont à la fois portés sur les actifs et sur les pensionnés.

Conclusion

Les analyses des scénarios révèlent qu'un partage des risques tout au long de l'horizon, permet en 2070 de réduire le taux de cotisation π de 1/3 par rapport au scénario en DB et d'augmenter de 2/3 le benefit ratio $\bar{\delta}$ par rapport au scénario en DC.

Le partage des risques selon Musgrave ayant une interprétation économique est un cas particulier de partage des risques entre le choix extrême d'un côté de DB (risque entièrement porté sur les actifs) et le choix extrême de l'autre côté de DC (risque entièrement porté sur les pensionnés). Mathématiquement, il existe une infinité de partage des risques entre DC et DB. La notion de combinaison convexe entre DB et DC est expliquée dans [AD2022] et de l'infinité des possibilités de partage des risques. La règle de Musgrave se rapproche plus du DB que du DC selon [AD2022] et est corroborée dans [BH2019] et dans ce travail. La figure 2.4.2 illustre schématiquement les possibilités infinies de partage de risques.

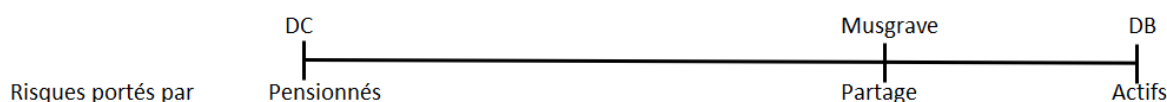


FIGURE 2.4.2 – Schéma du partage des risques selon les scénarios

Ces chiffres corroborent et reproduisent de manière indépendante les résultats publiés par Baurin et Hindriks dans [BH2019]. Les résultats dans ce mémoire sont un peu plus prudents (ou bien pessimistes) mais en ligne avec [BH2019]. En effet, les hypothèses uniquement démographiques et non économiques prises dans ce manuscrit par rapport à celles de [BH2019] sont plus conservatrices et un petit peu différentes.

Les prochains chapitres vont traiter spécifiquement du Compte Pension.

Chapitre 3

Simulations déterministes sur 50 ans du Compte Pension

Ce chapitre se concentre sur des ajustements automatiques de deux paramètres du Compte Pension : le taux de revalorisation γ et le taux d'acquisition α exposé au chapitre 1. Dans la suite de ce mémoire, la répartition des risques entre les générations d'actifs et de pensionnés s'applique selon la règle de Musgrave afin d'obtenir un équilibre budgétaire. Le cas de Musgrave invoqué au chapitre 2 précédent est donc sélectionné pour la suite avec l'évolution du benefit ratio qui diminue sur l'horizon et dont certaines valeurs sont explicitées dans la table 3.0.1.

	2020	2025	2030	2035	2040	2050	2060	2070
benefit ratio	65%	63.3%	61%	59.5%	58.5%	57.4%	56.5%	56.1%

TABLE 3.0.1 – Evolution du benefit ratio selon l'hypothèse de partage des risques de Musgrave

Les contraintes d'équilibre budgétaire et du ratio de Musgrave qui reste constant fixent donc le benefit ratio cible le long de l'horizon de projection (ainsi que le taux de cotisation). Il s'agit donc d'arriver à la valeur cible de $\bar{\delta}_t$ chaque année t sachant que les deux paramètres à ajuster sont α_t et/ou γ_t . Par la suite, la simulation 1 fait évoluer uniquement γ , la simulation 2 fait évoluer uniquement α et la simulation 3 fait évoluer α et γ conjointement.

Notons que le benefit ratio $\bar{\delta}_t$, prend en compte uniquement les pensions effectivement payées l'année t (ainsi que les salaires de l'année t). Le taux de revalorisation l'année t , γ_t , impacte aussi bien les pensions de l'année t (que ce soient les anciennes pensions suite à l'équation 1.1.3 ou la nouvelle cohorte des pensionnés suite aux équations 1.1.1 et 1.1.2) que les pensions futures via le CP à la vue de l'équation 1.1.1. Un ajustement sur γ_t aura donc un effet immédiat et conséquent sur toutes les pensions en cours de paiements directement l'année t . De plus, l'ajustement se répercutera à long terme sur les benefit ratios futurs $\bar{\delta}_s$, $s > t$. Le taux d'acquisition α_t , quant à lui, n'impacte que la nouvelle cohorte de pensionné l'année t et les pensions futures via le CP à la vue de l'équation 1.1.1. Il n'a pas d'effet sur les anciennes pensions. Or, une nouvelle cohorte de pensionnés représente approximativement 6% du total global des personnes âgées de plus de 65 ans, l'ajustement de α_t a donc très peu d'influence sur $\bar{\delta}_t$. En revanche, l'ajustement de α_t aura un impact sur toutes les cohortes de travailleurs (mais pour une seule année de travail seulement) et se matérialisera au fur et à mesure de la prise de la pension des cohortes sur les benefit ratios futurs $\bar{\delta}_s$, $s > t$. Comme nous le verrons dans ce chapitre, les effets des ajustements de α_t et γ_t sont bien différents.

Tout comme dans le chapitre précédent, le taux d'activité est supposé stable sur l'horizon de projection. Ce sont donc des simulations plutôt prudentes car, selon le Bureau fédéral du Plan, le taux d'activité devrait augmenter sur l'horizon.

Dans ce chapitre, c'est l'hypothèse de 2% pour le taux d'indexation des salaires qui est prise en compte. De plus, dans toutes les simulations, le taux de revalorisation ainsi que le taux d'acquisition doivent être positifs (ou nuls). Les deux contraintes fortes sont donc :

$$\gamma \geq 0 \quad \text{et} \quad \alpha \geq 0.$$

Nous discuterons dans ce chapitre, ainsi que dans le prochain, d'imposer aussi un maximum que ce soit pour α ou pour γ . Le taux de revalorisation γ_t doit être mis en regard du taux d'indexation des salaires g_t , un des maximums possible pourrait être que $\gamma_t \leq g_t$. Le taux d'acquisition lui n'a pas de point de comparaison, α_t pourrait être plus élevé que sa valeur initiale qui est de 1,33%, plusieurs maximums pourraient être proposés comme 1,33% ou bien de 1,5% comme discuté dans la section 1.4 ou encore bien plus haut qui pourrait être de 4% comme nous le verrons dans ce chapitre.

Ce chapitre se base sur ce qui a été publié dans l'article [BH2019] adapté aux hypothèses de ce manuscrit.

3.1 Préliminaires aux simulations : évolution par cohorte

Contrairement aux chapitres précédents 1 et 2, les données démographiques dans ce chapitre doivent être traitées par cohorte afin de déterminer les ajustements à effectuer sur les paramètres du Compte Pension. Une *cohorte* désigne un ensemble d'individus étant nés une même année¹. Notons $L(x, t)$ le nombre d'individus vivants d'âge x l'année t . L'âge des individus est supposé être un nombre entier compris entre 25 et 110². Suivre une cohorte sur l'horizon fait référence à suivre le nombre de personnes nées la même année au fil du temps t . Chaque année, la cohorte gagne une année d'âge et le nombre de personnes dans celle-ci diminue au fil du temps à cause des décès. Par exemple, pour la cohorte numéro 1 prenant sa retraite à 65 ans en 2021 (à suivre sur une représentation diagonale, voir plus de détails dans le chapitre 4), les premières années avec le nombre de personnes sont explicitées dans la table 3.1.1.

2021	2022	2023	2024
L(65,2021) = 135.048 pers.			
	L(66,2022) = 133.273 pers.		
		L(67,2023) = 131.527 pers.	
			L(68,2024) = 129.835 pers.

TABLE 3.1.1 – Exemple de suivi d'une cohorte au cours du temps

1. S'agissant des personnes nées la même année, on parle souvent de génération.

2. Les individus meurent tous après 110 ans de vie.

Au sein d'une même cohorte, tous les individus sont traités de la même manière. La cohorte de départ, numérotée par 0 et qui représente les 2 millions de pensionnés en 2020, est traitée elle aussi en un seul gros bloc. Les droits étant déjà acquis pour la pension dans le système actuel, la rétrogradation n'est pas envisagée. De plus, pour les nouvelles cohortes, les droits acquis par le passé sont eux aussi acquis selon l'ancienne méthode et au prorata des années d'activités de la cohorte. Par exemple, pour la cohorte 1 qui a acquis des droits pour la pension dans l'ancien système jusqu'en 2020, ce n'est qu'en 2021 que la nouvelle méthodologie avec le CP est appliquée. La cohorte 2 (personnes âgées de 65 ans en 2022 et prenant leur pension cette année-là) qui a acquis des droits pour la pension dans l'ancien système jusqu'en 2020, se voit appliquer en 2021 et 2022 la nouvelle méthodologie avec le CP. Et ainsi de suite jusqu'à la cohorte 44 incluse. Pour les cohortes allant de 45 à 50, seul le système du CP est appliqué.

Le poids des anciens pensionnés (la cohorte 0) est important : même après 10 années ces pensionnés représentent encore 49% du total de pensionnés. Cela aura des répercussions sur les résultats dans les simulations avec parfois une certaine lenteur dans les impacts observés suite à l'évolution de certains paramètres.

Une autre représentation des 10 premières cohortes est décrite dans l'annexe à la figure 6.1.1 sur laquelle une cohorte est représentée de manière « horizontale » et non diagonale.

Tout comme dans le chapitre 2, un individu rentre dans la vie active à l'âge unique de 25 ans, prend sa pension à l'âge unique de 65 ans et meurt au plus tard à 110 ans.

3.2 Simulation 1 : Evolution uniquement du taux de revalorisation

Cette première simulation garde fixe le taux d'acquisition α à sa valeur de départ, à savoir 1,33% et fait évoluer uniquement le taux de revalorisation des pensions γ afin d'atteindre le benefit ratio cible requis pour l'équilibre budgétaire sous l'hypothèse de partage des risques selon Musgrave.

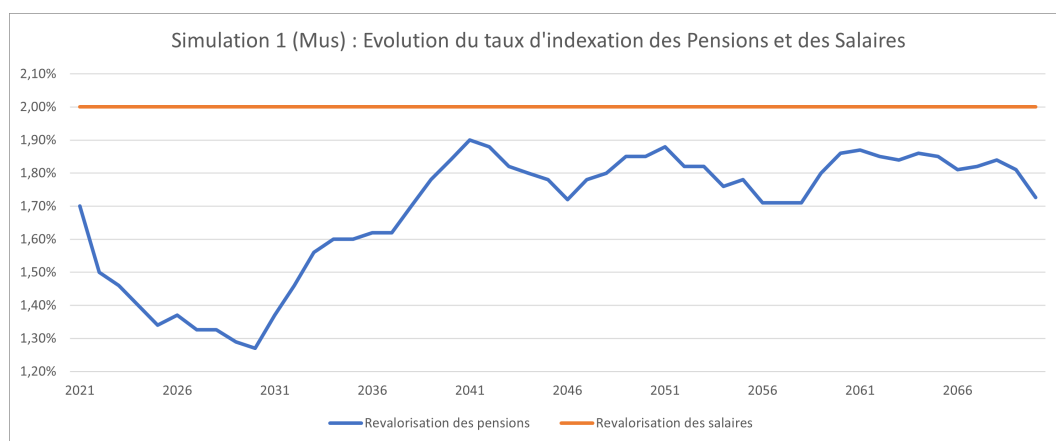


FIGURE 3.2.1 – Evolution du taux de revalorisation γ du CP

Le taux d'indexation des salaires est fixé à 2%. Cette première simulation se penche sur le décrochage de la revalorisation des pensions et du CP par rapport à cette indexation fixée. La

figure 3.2.1 montre l'évolution de γ_t sur l'horizon de projection. Les 10 premières années durant lesquelles le Quotient de Vieillesse augmente le plus fort, le taux de revalorisation ne cesse de diminuer pour atteindre un minimum en 2030 de 1,27%. Celui-ci, par la suite, remonte pour atteindre en 2040 son maximum de 1,90% et reste relativement stable à une valeur comprise strictement entre 1,7% et 1,9%. Dans cette simulation 1, le taux γ est toujours bien en dessous du taux d'indexation des salaires.

La figure 3.2.2 permet de regarder le niveau de vie des pensionnés par rapport aux actifs. Le benefit ratio cible en **bleu** est toujours atteint par le benefit ratio recalculé en **orange pointillé**, i.e. il y a un équilibre budgétaire chaque année.

Puisque les projections sont effectuées par cohorte, deux autres quantités vont être analysées : le *benefit ratio marginal* à 65 ans, noté $\bar{\delta}_t^{65}$ (respectivement à 85 ans, noté $\bar{\delta}_t^{85}$) qui représente le montant de la pension moyenne des personnes âgées de 65 ans (resp. âgées de 85 ans) divisé par le montant du salaire moyen de toute la population active l'année t . Au début de la projection, ces différents taux semblent assez proches les uns des autres. On aperçoit un taux $\bar{\delta}_t^{65}$ légèrement plus bas que celui de $\bar{\delta}_t^{85}$, parce que le taux d'acquisition α est légèrement inférieur au benefit ratio $\bar{\delta}_{2020}$ de départ de 65% divisé par 45 (le nombre d'années de carrière de référence). Les anciens pensionnés via la cohorte 0 gardent donc un avantage certain sur les nouveaux pensionnés. Le plus important est de remarquer que, sur la fin de l'horizon, $\bar{\delta}_t^{85} < \bar{\delta}_t < \bar{\delta}_t^{65}$, ce qui veut dire que les personnes les plus âgées sont plus pénalisées que les nouveaux pensionnés. L'écart semble assez faible avec ce choix d'hypothèses sur la figure 3.2.2, mais cet écart est plus marqué si l'on prend un $\bar{\delta}_{2020} = 0,60$ qui correspond exactement à $\alpha = 1,33\%$ comme le montre la figure 6.2.1 dans l'annexe. Cet écart est encore plus marqué si l'on prend un $\bar{\delta}_{2020} = 0,45$ comme le montre la figure 6.2.4 elle aussi dans l'annexe.

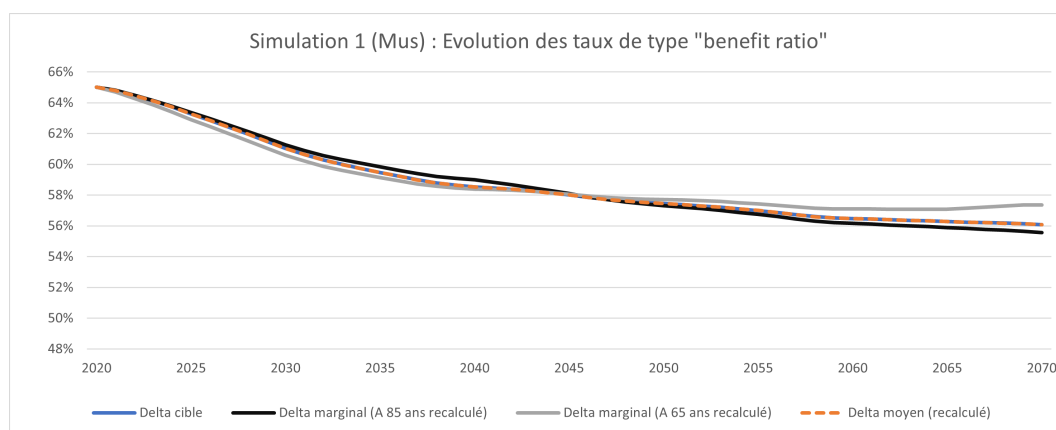


FIGURE 3.2.2 – Evolution des benefit ratios

L'ajustement via le taux de revalorisation avec une indexation partielle du Compte Pension et de la pension par rapport à l'indexation des salaires pénalise les anciens pensionnés qui deviennent de plus en plus pauvres. Ceci est dû évidemment à l'écoulement du temps suite à l'effet cumulé sur une période de temps plus longue d'indexation partielle du montant de la pension. Cet effet est présent lors de la constitution du CP pour la revalorisation des anciens droits, mais est atténué par l'apport chaque année de nouveaux droits qui sont, eux, basés sur le salaire indexé de 2% chaque année.

3.3 Simulation 2 : Evolution uniquement du taux d'acquisition

Dans cette deuxième simulation, le taux d'acquisition s'adapte afin (d'essayer) d'obtenir un équilibre budgétaire selon le partage des risques de Musgrave. Nous imposons un maximum pour α assez fort qui est que le taux d'acquisition ne peut pas être plus élevé que le taux d'acquisition actuel de 1,33%. Cette contrainte forte nous permet d'apprivoiser l'impact d'un maximum imposé et les dérives que cela peut engendrer. Le taux de revalorisation des pensions est quant à lui égal au taux d'indexation des salaires de 2%. Dans ce cas, l'indexation est dite *complète* (en opposition avec une indexation *partielle*).

La figure 3.3.1 donne un aperçu des benefit ratios. Premièrement, l'adaptation du taux d'acquisition ne suffit pas à avoir un équilibre budgétaire. En effet, le benefit ratio cible en **bleu** jusqu'en 2029 est en dessous du benefit ratio recalculé en **pointillé orange**. L'unique instant auquel les deux ratios coïncident est exactement en 2029. Ce qui veut dire qu'avant 2029, le budget des pensions est en déficit : il n'y a pas assez de rentrées (cotisations des actifs) par rapport aux sorties (paiements des pensions). Entre 2021 et 2029, comme le montre la figure 3.3.2, le taux d'acquisition est à 0 qui est son minimum, imposé pour des raisons d'équité et sociales évidentes. Après 2029, l'effet inverse s'observe avec un excédent budgétaire des pensions puisque la courbe du benefit ratio cible en **bleu** se situe au-dessus de la courbe du benefit ratio recalculé en **pointillé orange** jusqu'à la fin de l'horizon de projection. Bien qu'après 2029, le taux d'acquisition soit à son maximum de 1,33% comme le montre la figure 3.3.2, il y a trop de rentrées (cotisations des actifs) par rapport aux sorties (paiements des pensions).

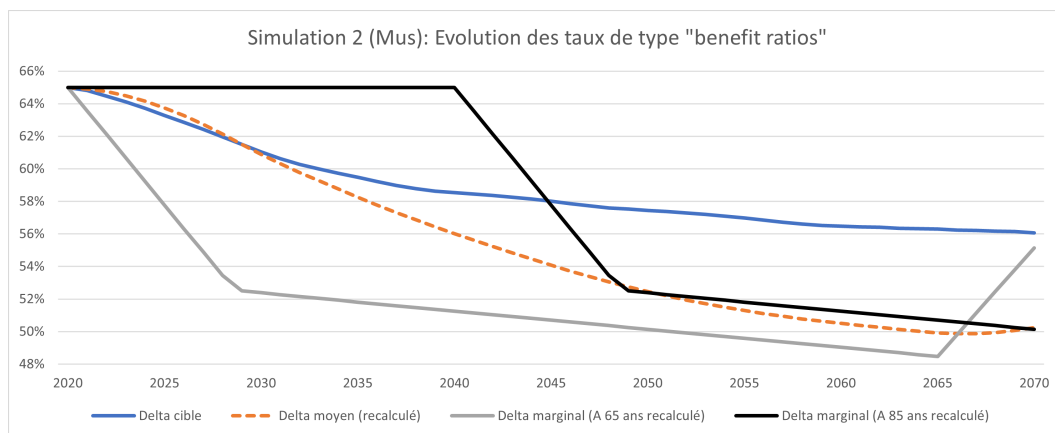


FIGURE 3.3.1 – Evolution des benefit ratios

Le taux d'acquisition touche uniquement la constitution du CP et ce n'est qu'à l'instant où la cohorte prend réellement sa pension, à 65 ans, que se matérialise en euros l'effet sur le budget. Les effets sont donc différés et ne concernent qu'une cohorte à la fois, une année à la fois. De plus, le taux d'acquisition ne touche pas aux anciennes pensions de la cohorte 0 : un effet d'inertie de la pension élevée de cette ancienne cohorte vient augmenter le benefit ratio au début de l'horizon de projection.

L'ajustement via le taux d'acquisition est lent au démarrage avec des effets tardifs observés. Une fois qu'il est lancé, les effets sont persistants sur le reste de l'horizon alors que ceux-ci ne sont plus désirés.

Le benefit ratio marginal à 65 ans, $\bar{\delta}_t^{65}$, en gris décroît linéairement jusqu'en 2029. Dès la première année en 2021, $\alpha = 0$ ce qui équivaut, pour la cohorte 1 prenant sa pension à 65 ans, à seulement 44 années de carrière comptabilisées au lieu de 45. La cohorte 2 prend sa pension en 2022 avec uniquement 43 années de carrière comptabilisées au lieu de 45 puisque durant 2 ans, $\alpha = 0$. Et ainsi de suite jusqu'en 2029, ce qui fait décroître linéairement $\bar{\delta}_t^{65}$ pour $t \in [2020; 2029]$. Après 2029, la décroissance faible de $\bar{\delta}_t^{65}$ est due à la désynchronisation entre le taux d'acquisition maximum (fixé à $0,6/45$) et le benefit ratio de départ de $0,65$. Lorsque les deux sont alignés, un plateau devrait être observé comme le suggère la figure 6.2.2 de l'annexe. Durant cette période, les cohortes successives ont subi pendant la carrière 8 années avec des nouveaux droits égaux à 0. Après cette longue période durant laquelle les nouveaux pensionnés ont un niveau de vie bas, le taux $\bar{\delta}_t^{65}$ remonte à partir de l'année 2066 puisque la cohorte 46 comptabilise $45 - 7$ années de nouveaux droits. La remontée est abrupte et linéaire tout comme l'est la descente entre 2021 et 2029.

Le benefit ratio marginal à 85 ans, $\bar{\delta}_t^{85}$, en noir, est uniquement une translation vers la droite de ce qui s'observe pour $\bar{\delta}_t^{65}$. L'effet n'est pas immédiat car la modification de α n'affecte pas directement les personnes déjà pensionnées. Il faut donc attendre 20 ans, que les pensionnés de la cohorte 1 ayant pris leur retraite en 2021 aient 85 ans en 2041, pour observer les effets.

L'ajustement uniquement via le taux d'acquisition n'est pas optimal. Non seulement l'équilibre budgétaire n'est pas satisfait et de grosses distorsions s'observent entre cohortes, mais le taux d'acquisition possède aussi une valeur nulle durant plusieurs années, ce qui est inconcevable d'un point de vue politique et social. La prochaine section se penche sur une évolution conjointe des taux d'acquisition et de revalorisation.

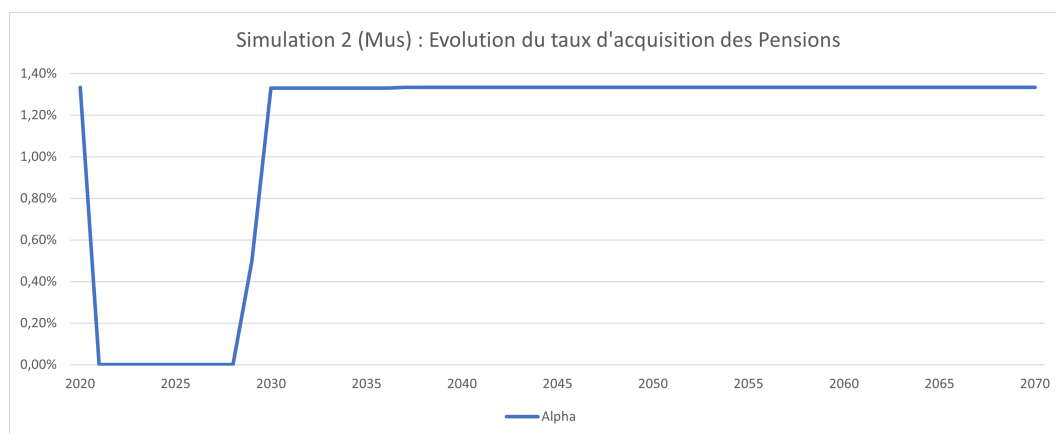


FIGURE 3.3.2 – Evolution du taux d'acquisition α

Remarque 3.3.1. Une simulation déterministe 2 quater très intéressante a été réalisée sans aucun plafond pour le paramètre α à l'annexe 6.2. La figure 6.2.7 montre l'évolution du taux d'acquisition α_t avec tout comme dans la simulation 2 un taux $\alpha = 0$ de 2021 à 2028 puis celui-ci remonte très brutalement pour atteindre son maximum en 2030 de 3,9% pour ensuite osciller dans l'intervalle $[0,5\%; 2,4\%]$ jusqu'en 2065. Seules les premières années de l'horizon ne sont pas en équilibre budgétaire (à cause du minimum de 0 imposé, il y a un déficit). A partir de 2029, l'équilibre budgétaire est atteint. L'évolution des benefit ratios est montré à la figure 6.2.8.

Enfin, même en fixant un maximum pour α à 1,5% cela ne suffirait pas à obtenir un équilibre budgétaire sur le long terme. Dans ce cas, on aurait la même tendance (avec le plateau à 1,5% au lieu de 1,33%) que la figure 3.3.2.

3.4 Simulation 3 : Evolution simultanée du taux de revalorisation et d'acquisition

La première simulation pénalise les anciens pensionnés sur le long terme alors que la seconde simulation pénalise très fortement les nouveaux pensionnés directement. La troisième simulation propose un système conjoint d'ajustement automatique entre le taux de revalorisation et le taux d'acquisition. Cette évolution conjointe a été proposée dans [Dev2019a] et s'écrit mathématiquement de la manière suivante

$$1 + \gamma_t = (1 + g_t) \cdot \frac{\alpha_t}{\alpha_{t-1}} \quad (3.4.1)$$

où g_t représente l'indexation des salaires de l'année t . D'après [Dev2019a], la revalorisation suit la croissance du salaire moyen et est affectée d'un coefficient de soutenabilité lié à la décroissance du taux d'acquisition. C'est cette règle 3.4.1 qui est utilisée pour la dernière simulation déterministe.

Dans cette simulation, à tout moment, l'équilibre budgétaire est satisfait comme le montre la figure 3.4.3 puisque les courbes **bleue** et **orange pointillée** coïncident.

Comme le montre la figure 3.4.1, l'évolution du taux d'acquisition α est lisse, il n'y a pas de sauts abrupts comme dans la simulation 2 à la figure 3.3.2. La volonté d'avoir une évolution douce pour les paramètres sur l'horizon est souhaitable.

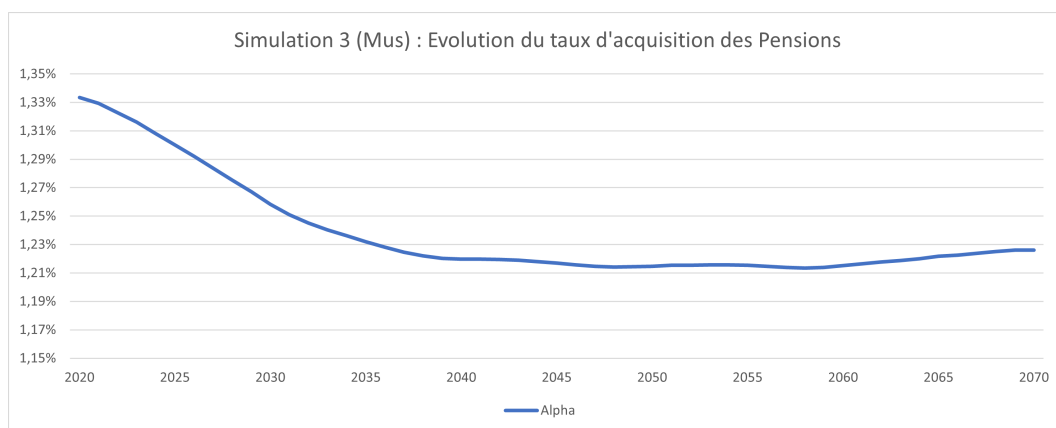


FIGURE 3.4.1 – Evolution du taux d'acquisition α

L'évolution du taux de revalorisation γ des pensions et du Compte Pension observé dans la figure 3.4.2 est un peu plus lisse que celle observée dans la simulation 1 à la figure 3.2.1. Le point le plus bas observé dans la simulation 3 est de 1,3% alors que dans la simulation 1 celui-ci était de 1,27% en 2030. En moyenne, le taux de revalorisation dans la simulation 3 est plus élevé que dans la simulation 1. Par contre, d'après la figure 3.4.2, à partir de 2050 le taux

de revalorisation des pensions est parfois plus élevé que celui des salaires. Ceci est dû au faible taux d'acquisition et à la remontée lente de celui-ci vu la contrainte imposée par l'équation 3.4.1. Puisque le taux d'acquisition est bien en dessous de son seuil maximum de 1,33% sur tout l'horizon, il est concevable de compenser cette perte par un taux de revalorisation qui est plus élevé. Par contre, ce taux de revalorisation γ plus élevé que l'indexation salariale profite aussi aux personnes qui sont déjà pensionnées.

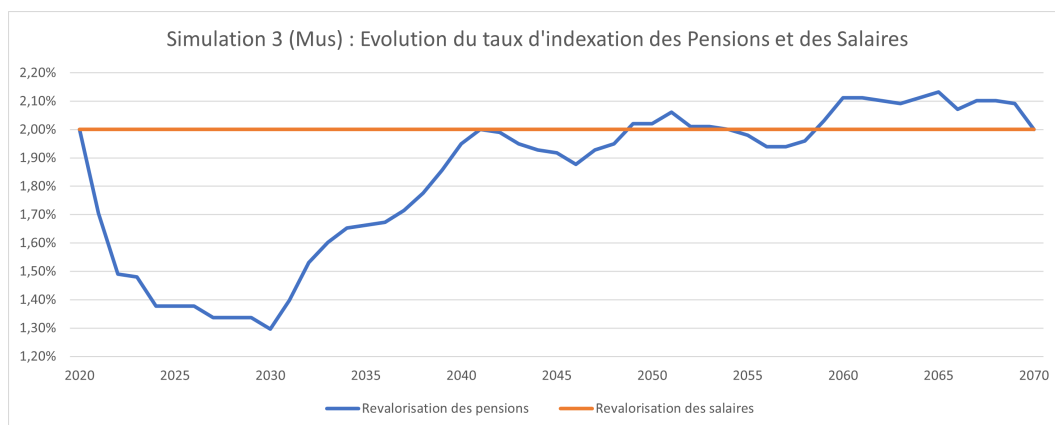


FIGURE 3.4.2 – Evolution du taux de revalorisation γ

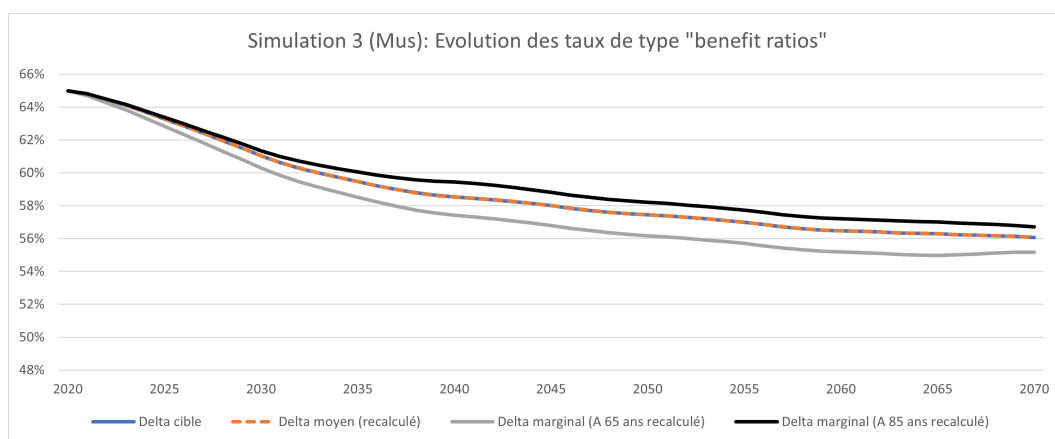


FIGURE 3.4.3 – Evolution des benefit ratios δ

Enfin, d'après 3.4.3, il est étonnant d'observer que $\bar{\delta}_t^{85} > \bar{\delta}_t > \bar{\delta}_t^{65}$. Le résultat attendu aurait été soit l'égalité parfaite entre ces quantités, soit un rapprochement plus fort de ces quantités par rapport aux résultats de la simulation 1. Pour obtenir l'égalité il faut que le benefit ratio de départ (qui est rappelons-le est de 65%) soit donné par $\alpha_0 \cdot N_0 = 1,33\% \cdot 45 = 60\%$ comme c'est explicité sur la figure 6.2.3 de l'annexe. Ou alors, il aurait fallu prendre comme α_0 la valeur $65\%/45 = 1,44\%$. Ceci explique pourquoi dans notre cas, les trois courbes ne coïncident pas. Ensuite, cette simulation indique que les retraités plus âgés ont une meilleure

pension que les jeunes retraités. Ceci est dû à la longue transition d'un système à l'autre car les actifs qui ont travaillé avant 2020 ont pour chaque année en moyenne un taux d'acquisition par le passé plus élevé de $0,65/45 = 1,44\%$ (grâce au benefit ratio de 0,65 au lieu de 0,60) et non pas de 1,33% avec la nouvelle méthode de calcul. Cet effet reste visible même au-delà de l'horizon de projection. Les anciens pensionnés gardent donc un avantage sur les jeunes pensionnés grâce aux droits acquis.

En conclusion, il semble que l'ajustement conjoint du taux de revalorisation et d'acquisition soit le meilleur compromis. En effet, l'équilibre budgétaire est atteint chaque année, l'évolution des paramètres est lisse et l'écart de traitement entre les cohortes est petit.

Remarque 3.4.1. En annexe, le lecteur pourra trouver les résultats des simulations 1, 2 et 3 avec un benefit ratio de départ de 60% en accord avec le taux d'acquisition de 1,33%. Le taux de Musgrave dans ce cas n'est que de 82,7%.

La figure 6.2.1 montre le décrochage des pensions des personnes les plus âgées par rapport à la cible dans la simulation 1 sur tout l'horizon. La figure 6.2.2 montre le plateau horizontal du benefit ratio marginal à 65 ans et puis en décalé, via une translation, du benefit ratio à 85 ans. La figure 6.2.3 montre qu'avec un alignement parfait des différentes quantités, les benefit ratios sont égaux sur tout l'horizon de temps :

$$\bar{\delta}_t^{85} = \bar{\delta}_t = \bar{\delta}_t^{65}$$

avec un équilibre budgétaire à tout instant.

Remarque 3.4.2. En annexe, le lecteur pourra aussi trouver les résultats des simulations 1, 2 et 3 avec un benefit ratio de départ de 45% qui est plus bas que $1,33\% \cdot 45$. Le taux de Musgrave dans ce cas tombe à 56,6%.

La figure 6.2.4 montre bien le décrochage des pensions des personnes les plus âgées par rapport à la cible dans la simulation 1 sur tout l'horizon. La figure 6.2.5, montre suite à l'ajustement uniquement de α dans la simulation 2, la difficulté d'arriver à satisfaire l'équilibre budgétaire. On observe toujours bien le décalage entre le benefit ratio marginal à 65 et celui à 85 ans. La figure 6.2.6 de la simulation 3, montre que l'équilibre budgétaire est atteint et que l'écart entre les pensions des plus âgés et les plus jeunes est plus faible sans être réduit à 0 comme dans le cas traité à la remarque ci-dessus et explicité à la figure 6.2.3.

Les simulations déterministes ont mis en avant des points d'attention sur l'initialisation de départ des paramètres et des données. Dans le mémoire, nous avons traité en détail le cas où le $\bar{\delta}$ de départ qui est de 65% est plus grand que $\delta_T \cdot N_T = 1,33\% \cdot 45 = 60\%$. Les deux autres cas (l'égalité parfaite et d'un taux de départ plus petit) sont explicités dans l'annexe et légèrement abordé dans les remarques ci-dessus. Les résultats sont assez différents mais confirment le choix d'un ajustement conjoint du taux d'acquisition et de revalorisation.

Ceci montre bien que les données initiales et le paramétrage peuvent être cruciaux pour l'interprétation des résultats sur les projections.

Chapitre 4

Simulations stochastiques sur 20 ans du Compte Pension

Ce dernier chapitre traite de manière stochastique les 3 simulations discutées dans le chapitre 3. Le modèle stochastique repose sur celui discuté dans le working paper [AD2022], adapté à notre propos, qu'est le Compte Pension et en particulier l'ajustement automatique des paramètres que sont le taux d'acquisition α et le taux de revalorisation γ .

Tout comme dans les chapitres précédents, les hypothèses suivantes sont prises sur l'horizon qui est réduit à 20 ans dans ce chapitre :

- les personnes actives sont celles entre 25 ans et 64 ans avec un taux d'activité constant sur l'horizon égal à la valeur de départ qui est de 80%,
- les personnes pensionnées sont toutes celles âgées entre 65 et 110 ans. Au-delà de cet âge, tout le monde est décédé.

Nous avons donc tout comme dans les chapitres précédents, 40 générations¹ de contributeurs actifs et 46 générations de pensionnés. Le nombre de trajectoires N est égal à 1000.

Rappelons que $L(x, t)$ désigne le nombre d'individus vivants d'âge x l'année t avec x et t des entiers positifs. La représentation de la démographie est donnée par la matrice 4.0.1 de taille 86×21 , pour les 21 années de projections et les 86 années de l'âge d'un individu, où

- la première colonne en **vert** est connue puisqu'il s'agit de la population belge en 2020 par tranche d'âge,
- la première ligne en **rose** est constituée des personnes entrant dans la population qui sera modélisée par le modèle stochastique de fertilité (voir les équations 4.1.3 et 4.1.4),
- le reste de la population en **violet** sera déterminé par le modèle stochastique de mortalité suivant une cohorte sur la diagonale (voir les équations 4.1.5 et 4.1.6).

$$\begin{bmatrix} L(25, 2020) & L(25, 2021) & L(25, 2022) & \dots & L(25, 2041) \\ L(26, 2020) & L(26, 2021) & L(26, 2022) & \dots & L(26, 2041) \\ L(27, 2020) & L(27, 2021) & L(27, 2022) & \dots & L(27, 2041) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L(110, 2020) & L(110, 2021) & L(110, 2022) & \dots & L(110, 2041) \end{bmatrix} \quad (4.0.1)$$

Reproduire en moyenne le plus fidèlement possible l'évolution du Quotient de Vieillesse sur l'horizon de projection est une des priorités des modèles. Ceux-ci seront calibrés afin de reproduire une faible fertilité et mortalité chez les pensionnés. Le papy-boom présent actuellement

1. Une cohorte dont les personnes sont nées la même année est communément appelée génération.

en Belgique dans les données de 2020 du BfP est bien pris en compte dans les projections. Rappelons que le *papy-boom* est la génération des enfants du baby-boom d'après la deuxième guerre mondiale arrivée à l'âge de la pension².

En plus des deux modèles stochastiques de mortalité et de fertilité, un troisième modèle pour l'indexation salariale sera utilisé. La première section de ce chapitre pose les bases des modèles stochastiques utilisés dans la suite.

4.1 Modèles stochastiques sélectionnés et paramétrages

Les modèles stochastiques sélectionnés se basent tous sur le processus d'Ornstein-Uhlenbeck, dont la définition est donnée ci-dessous.

Definition 4.1.1 (processus O-U). Soit un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Le processus d'Ornstein-Uhlenbeck à coefficients constants est un processus stochastique qui satisfait l'équation différentielle suivante

$$dX_t = a(b - X_t)dt + \sigma dW_t \quad (4.1.1)$$

où

- b est un réel représentant le niveau moyen à long terme,
- $\sigma > 0$ représente la volatilité,
- $a > 0$ représente le taux de réversion,
- W_t est un mouvement brownien pour $t \geq 0$ sur l'espace probabilisé.

La solution de l'équation différentielle (4.1.1) dont la condition initiale est X_0 est donnée par :

$$X_t = X_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma \int_0^t e^{a(s-t)} dW_s$$

avec $\int_0^t e^{a(s-t)} dW_s$ qui suit une loi normale d'espérance nulle et de variance égale à

$$\int_0^t e^{2a(s-t)} ds = \frac{1 - e^{-2at}}{2a}$$

Le processus X_t est donc caractérisé par la relation suivante

$$X_{t-1} e^{-a} + b(1 - e^{-a}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}} \mathcal{N}(0, 1) \quad (4.1.2)$$

Cette dernière caractérisation sera utilisée dans les simulations stochastiques des différentes variables pour la fertilité, la mortalité et l'inflation. Les processus sont supposés indépendants. De plus, le pas de temps choisi sera annuel.

Hypothèses et modèle choisis pour la fertilité

Comme explicité dans l'introduction, l'âge d'entrée unique dans la population des personnes actives est de 25 ans. Le modèle de fertilité proposé dans [AD2022] et repris dans ce manuscrit est donné par

$$L(25, t) = L(25, t-1) \cdot e^{\int_{t-1}^t \rho(s) ds} \approx L(25, t-1) \cdot e^{\rho(t)} \quad (4.1.3)$$

2. La génération des baby-boomers sera entièrement à la pension d'ici à 2025-2030.

avec ρ qui suit un processus de Vasicek donné par l'équation différentielle stochastique suivante

$$d\rho(s) = a_f(b_f - \rho(s))ds + \sigma_f dW_f(s)$$

et qui est caractérisé par

$$\rho(t) = \rho(t-1)e^{-a_f} + b_f(1 - e^{-a_f}) + \sigma_f \sqrt{\frac{1 - e^{-2a_f}}{2a_f}} \mathcal{N}_f(0, 1). \quad (4.1.4)$$

Les valeurs choisies des paramètres sont les suivantes :

- $a_f = 0,005$
- $b_f = -0,112$
- $\sigma_f = 0,0005$
- $\rho(0) = 0,007$
- $L(25, 2021) = 155000$

Hypothèses et modèle choisis pour la mortalité

Chaque année t et pour chaque cohorte d'âge x , notons $I(x-1, t-1)$ la probabilité d'être encore en vie à l'âge x l'année t , étant donné être en vie à l'âge $x-1$ l'année $t-1$, c'est-à-dire que

$$L(x, t) = L(x-1, t-1) \cdot I(x-1, t-1) \quad (4.1.5)$$

La relation avec le taux de mortalité μ est donnée par

$$I(x-1, t-1) = e^{-\int_{t-1}^t \mu_{x-1}(s) ds} \approx e^{-\mu_{x-1}(t-1)}$$

avec μ qui suit un processus stochastique donné par l'équation différentielle stochastique suivante sans retour à la moyenne

$$d\mu_x(s) = a_x \mu_x(s) ds + \sigma_x dW_x$$

et dont le processus est caractérisé par

$$\mu_x(t) = \mu_{x-1}(t-1)e^{a_x} + \sigma_x \sqrt{\frac{1 - e^{-2a_x}}{2a_x}} \mathcal{N}_x(0, 1). \quad (4.1.6)$$

Les valeurs choisies des paramètres sont les suivantes :

- $a_x = 0,092$
- $\sigma_x = 0,001$

Enfin, en 2020, les valeurs de $\mu_x(2020)$ (pour initialiser la première colonne) pour tout $x \in [25, 109]$ sont connues d'après les observations et dont l'information vient de StatBel [StatBel2022Vie]. De plus, l'hypothèse suivante a été prise (pour initialiser la première ligne) :

$$\mu_{25}(t) := \mu_{25}(2020) \quad \forall t > 2020.$$

Hypothèses et modèle choisis pour l'inflation

Chaque année t l'indice d'inflation noté $Indice(t)$ évolue selon un modèle simple

$$Indice(t) = Indice(t-1) \cdot e^{-\int_{t-1}^t \iota(s) ds} \approx Indice(t-1) \cdot e^{-\iota(t-1)}$$

avec ι qui suit un processus de Vasicek donné par l'équation différentielle stochastique suivante

$$d\iota(s) = a_i(b_i - \iota(s))ds + \sigma_i dW_i(s)$$

et dont le processus est caractérisé par

$$\iota(t) = \iota(t-1)e^{-a_i} + b_i(1 - e^{-a_i}) + \sigma_i \sqrt{\frac{1 - e^{-2a_i}}{2a_i}} \mathcal{N}_i(0, 1). \quad (4.1.7)$$

L'inflation notée g_t d'une année est déterminée comme étant l'évolution de l'indice :

$$g_t = \frac{Indice(t+1)}{Indice(t)} - 1$$

Les valeurs choisies des paramètres sont les suivantes :

- $a_i = 0,001$
- $b_i = 0,02$
- $\sigma_i = 0,001$
- $Indice(2020) = 100$, $g_{2020} = 2\%$ et $\iota(0) = 0,0198$

Variable de contrôle sur la démographie

Avant de rentrer dans le détail des simulations, un contrôle sur la réplification en moyenne des simulations stochastiques par rapport à la projection déterministe du BfP est souhaitable. Cette analyse est commune aux simulations ci-dessous.

Rappelons que le *Quotient de Vieillesse* est le nombre de personnes ayant 65 ans ou plus divisé par le nombre de personnes âgées entre 25 et 64 ans pour chaque année de projection t :

$$QV_t = \frac{\sum_{x=65}^{110} L(x, t)}{\sum_{x=25}^{64} L(x, t)}$$

où $L(x, t)$ représente le nombre de personnes en Belgique d'âge x l'année t . C'est un quotient purement démographique.

L'évolution du Quotient de Vieillesse en moyenne en **rouge** des trajectoires grises est proche de l'évolution proposée dans la projection déterministe **bleue** du BfP comme le montre la figure 4.1.1. Il est important de noter que la moyenne des QV des simulations stochastiques en **rouge** est un peu plus basse que la trajectoire du BfP en **bleu** à la figure 4.1.1. Ceci aura un impact lors des résultats et des comparaisons avec le cas déterministe. En effet, la projection du BfP est un peu plus prudente (ou pessimiste) que la moyenne des projections stochastiques.

De plus, puisque des calculs par cohorte à partir de l'âge de la pension (supposé à 65 ans) doivent être effectués, la figure 4.1.2 explicite cette quantité. L'évolution du nombre de personnes âgées de 65 ans en moyenne en **rouge** des trajectoires grises est proche, mais un peu plus haute que l'évolution proposée dans la projection déterministe **bleue** du BfP. Les différentes simulations stochastiques laissent présager, selon la figure 4.1.2, une assez grande

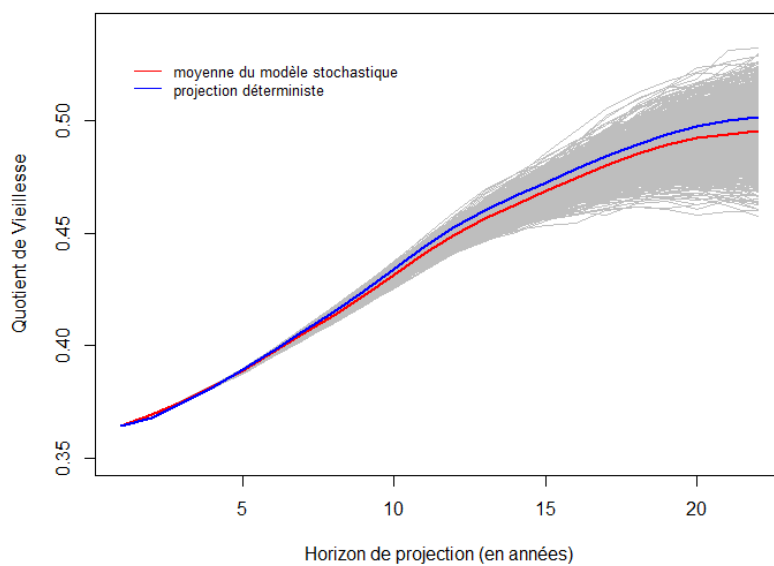


FIGURE 4.1.1 – Simulations stochastiques du Quotient de Vieillesse

variabilité avec certains pics (que ce soit pour la borne maximum ou pour la borne minimum) qui vont se refléter dans les résultats extrêmes par la suite.

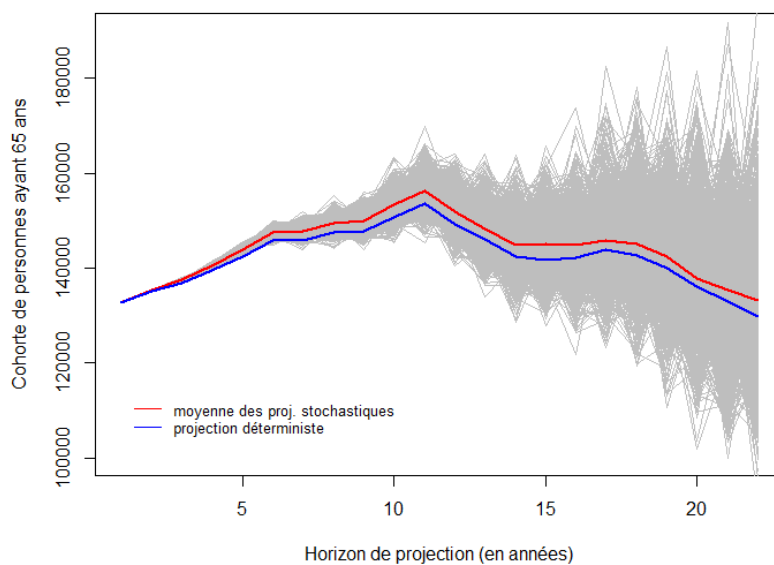


FIGURE 4.1.2 – Simulations stochastiques du nombre de personnes de 65 ans

Le détail des autres quantités démographiques contrôlées est accessible dans la section 6.3 de l'annexe. De plus, l'inflation est aussi contrôlée en moyenne dans cette même section 6.3 de l'annexe à la figure 6.3.5.

4.2 Analyse de risques : VaR et distribution

Indépendamment de la notion de moyenne qui semble être bien capturée par les modèles proposés, il est intéressant de regarder la distribution des quantités projetées ainsi qu'une valeur extrême. Bien que le partage de risque soit normalement déterminé par la règle de Musgrave (c'est donc déjà un choix qui est posé)³, il subsiste de la variabilité qu'il est intéressant de mesurer.

En plus de se pencher sur la distribution de certaines variables en fin d'horizon grâce à des histogrammes, la notion de *Value-at-Risk* tout au long de l'horizon est regardée. Cette dernière est définie ci-dessous.

Definition 4.2.1 (VaR_p). Soit F la fonction de distribution cumulative d'une variable aléatoire X définie sur l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, la Value-at-Risk de niveau $p \in]0; 1[$ est le p -quantile de X défini par

$$\inf\{x \in \mathbb{R} | F_X(x) \geq p\} = \inf\{x \in \mathbb{R} | \mathbb{P}(X \leq x) \geq p\}$$

est noté $VaR_p(X)$.

Puisque la Value-at-Risk de niveau p n'est rien d'autre qu'un quantile (souvent extrême) de niveau p , lorsque p est proche de 1 par exemple, cela signifie que la probabilité que la variable X dépasse la VaR_p est petite :

$$\mathbb{P}(X > VaR_p(X)) = 1 - F_X(VaR_p(x)) \leq 1 - p.$$

La VaR est une mesure de risque assez commune et facile à implémenter⁴. Par la suite, la valeur de p sera de 0,05 ou de $1 - 0,05 = 0,95$ suivant la variable observée.

4.3 Simulation 1 : Evolution uniquement du taux de revalorisation

Dans la première simulation stochastique, seul le taux de revalorisation s'adapte sur l'horizon afin d'atteindre (parfaitement) le benefit ratio cible construit selon la règle de partage des risques de Musgrave.

Si on regarde l'évolution de la revalorisation des pensions et du CP décrite à la figure 4.3.1, on observe, comme construit et espéré, que la moyenne des γ_t des simulations stochastiques en **rouge** est très proche de la projection déterministe en **bleu**.

Tout comme dans les projections déterministes, le taux de revalorisation γ ne peut pas être négatif et n'a pas de maximum. Celui-ci est autorisé à dépasser le taux de revalorisation des salaires dont la moyenne est d'approximativement 2% en **orange**. La courbe **orange**, représentant la moyenne des taux d'indexation des salaires g_t des simulations stochastiques, est donnée à titre indicatif afin d'observer le décrochage de γ_t par rapport à g_t sur tout l'horizon. Les lignes grises représentent les 1000 trajectoires de γ_t . Il y a un peu plus de 3% des cas pour lesquels $\gamma_t > g_t$. Ceux-ci arrivent essentiellement en fin d'horizon en $t = 19, 20, 21$.

3. Différentes règles de partage de risques ont été étudiées dans [AD2022] proches soit du système en DB ou en DC.

4. Il existe d'autres mesures de risques comme la Tail VaR, la Conditional Tail Expectation ou encore l'Expected Shortfall, toutes avec leurs points forts et leurs points faibles.

L'écart entre la $VaR_{0,05}$ (en **pointillé rouge**) et la moyenne (en trait **plein rouge**) de la figure 4.3.1 ne cesse de s'accroître sur l'horizon. La dernière année de projection en 2040 (lorsque $t = 21$), l'écart est de 0,86% ce qui est assez élevé au vu de la moyenne de γ à cette date qui est de 1,9% proche de l'indexation salariale.

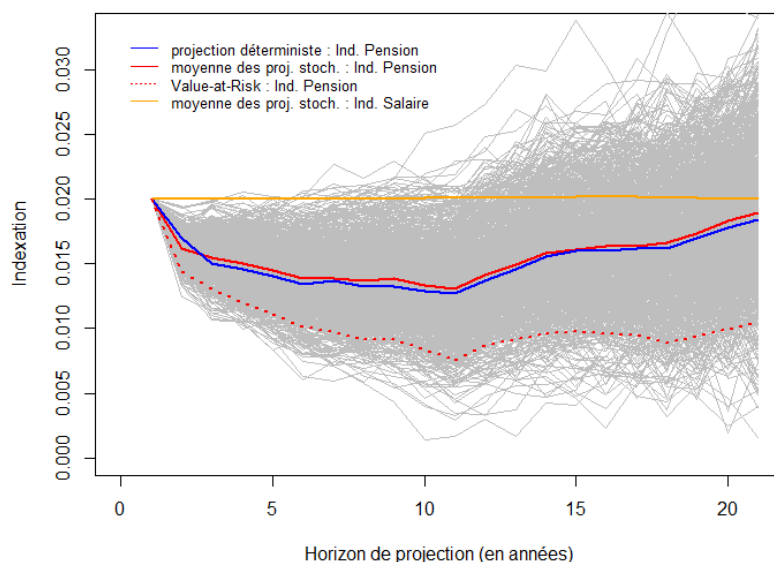


FIGURE 4.3.1 – Evolution du taux de revalorisation γ du CP

Quant à l'évolution moyenne du benefit ratio cible à la figure 4.3.2 en **rouge**, elle est un peu plus haute que la trajectoire déterministe en **bleu**. Ceci est dû à la moyenne des QV dans les simulations stochastiques en **rouge** qui est un peu plus basse que la trajectoire déterministe en **bleu** à la figure 4.1.1. Plus le benefit ratio est faible, plus la pension moyenne des pensionnés par rapport au salaire moyen des actifs est petite. C'est donc ici un risque sur les pensionnés si le benefit ratio diminue.

L'écart entre la $VaR_{0,05}$ (en **pointillé rouge**) et la moyenne (en trait **plein rouge**) de la figure 4.3.2 ne cesse de s'accroître sur l'horizon. La dernière année de projection en 2040 (lorsque $t = 21$), l'écart est de 0,80% ce qui ne semble pas si élevé à la vue de la moyenne de $\bar{\delta}$ à cette date qui est de 58,8% (mais ceci représente certainement un montant non négligeable sur le montant de la pension). La figure 4.3.3 représente la distribution en 2040 de $\bar{\delta}$ qui ressemble à une courbe de Gauss. Les risques sur le benefit ratio sont bien répartis.

Enfin, l'évolution du taux de contribution des actifs augmente comme prévu sur l'horizon à la figure 4.3.4. La trajectoire en **bleu** représente l'évolution de π selon la projection déterministe dont le partage des risques garde constant le ratio de Musgrave. La majorité des risques est portée par les actifs (à hauteur d'approximativement 2/3) ce qui explique l'augmentation assez forte de π sur l'horizon. L'évolution moyenne du taux de cotisation à la figure 4.3.4 en **rouge** est un peu plus basse que la trajectoire déterministe en **bleu**. Ceci est dû à la moyenne des QV dans les simulations stochastiques en **rouge** qui est un peu plus basse que la trajectoire déterministe en **bleu** à la figure 4.1.1.

Plus π est élevé, plus les actifs doivent payer de cotisations et ont donc moins d'argent pour vivre. La VaR est donc celle à 0,95 qui est calculée et regardée. L'écart entre la $VaR_{0,95}$

(en **pointillé rouge**) et la moyenne (en trait **plein rouge**) de la figure 4.3.4 ne cesse de s'accroître sur l'horizon. La dernière année de projection en 2040 (lorsque $t = 21$), l'écart est de 0,86% ce qui ne semble pas si élevé puisque la moyenne de π à cette date est de 36,4% (cela représente certainement un montant non négligeable sur le montant de salaire retransché en plus de l'effort consenti par les actifs). L'écart est proportionnellement plus grand pour π qu'il ne l'était pour $\bar{\delta}$ à la figure 4.3.2. La figure 4.3.5 représente la distribution en 2040 de π qui ressemble à une courbe de Gauss. Les risques sont donc bien répartis.

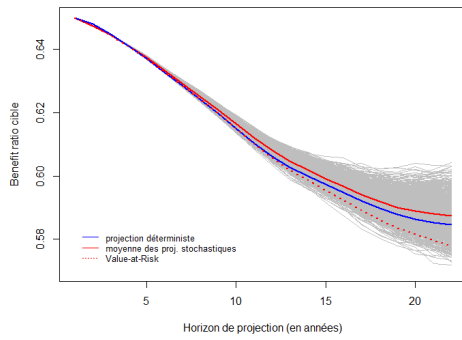


FIGURE 4.3.2 – Evolution du benefit ratio $\bar{\delta}$

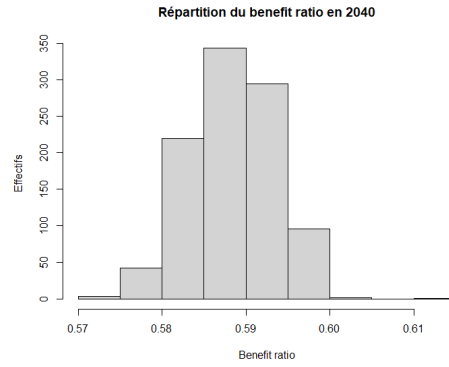


FIGURE 4.3.3 – Histogramme du benefit ratio $\bar{\delta}$ en 2040

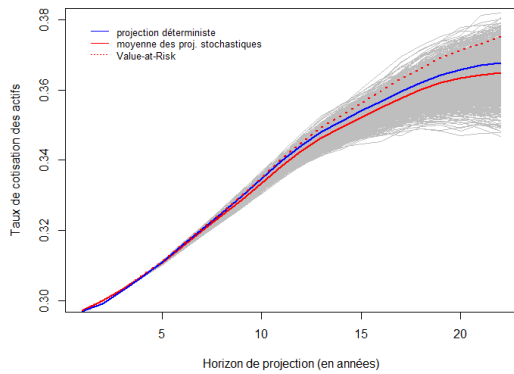


FIGURE 4.3.4 – Evolution du taux de cotisation des actifs π

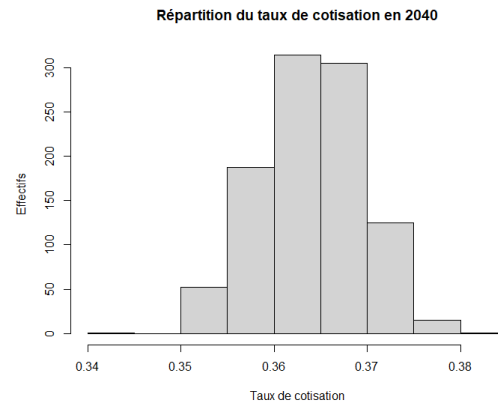


FIGURE 4.3.5 – Histogramme du taux de cotisation des actifs π en 2040

4.4 Simulation 2 : Evolution uniquement du taux d'acquisition

Dans la deuxième simulation stochastique, seul le taux d'acquisition α s'adapte afin d'essayer d'atteindre l'équilibre budgétaire. Comme dans la simulation déterministe de la section 3.3, l'équilibre de manière globale ne sera pas atteint et cette simulation montrera que l'ajustement uniquement de α n'est pas optimal. Nous imposons aussi, tout comme dans la partie déterministe, que α admette un maximum de 1,33% qui représente le taux d'acquisition de dé-

part. Une autre hypothèse sans maximum pour α est prise en compte et étudiée dans l'annexe 6.4 et discutée brièvement dans la remarque 4.4.1.

La figure 4.4.1 montre que le taux d'acquisition α s'annule durant de nombreuses années. Dans toutes les simulations, la première année où α vaut 0 est directement 2021, la dernière année durant laquelle le taux α vaut 0 varie entre 2027 et 2030 totalisant un nombre d'années avec des nouveaux droits égaux à 0 (le salaire multiplié par α) entre 7 et 10 années. Une grande majorité des trajectoires, à peu près 80%, effectuent néanmoins leur transition durant l'année 2029 tout comme dans le cas déterministe à la figure 3.3.2. Après cette période durant laquelle α vaut son minimum imposé 0, celui-ci remonte à son maximum imposé 1, 33% sur la suite de l'horizon de projection. Ce comportement est similaire à ce qui est observé en déterministe. La $VaR_{0,05}$ en **pointillé rouge** effectue sa transition directement l'année 2030.

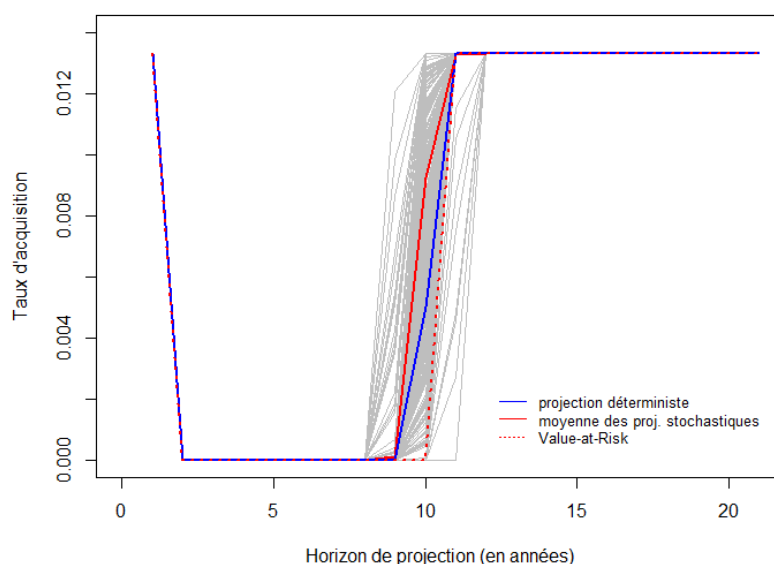


FIGURE 4.4.1 – Evolution du taux d'acquisition α du CP

La figure 4.4.2 montre, elle, les benefit ratios. Le benefit ratio moyen recalculé des trajectoires stochastiques en **rouge** est un peu plus haut que la trajectoire déterministe en **bleu**, mais surtout n'atteint pas la moyenne des benefit ratios cibles en **orange** recalculés selon la règle de partage des risques de Musgrave. L'équilibre budgétaire de manière globale n'est pas atteint, car, les premières années, il y a un déficit du budget des pensions (la courbe **rouge** est au-dessus de la courbe **orange**) et les dernières années, il y a un excédent du budget des pensions (la courbe **rouge** est en dessous de la courbe **orange**).

Les courbes **rouge** et **bleu** sont plus proches l'une de l'autre dans la simulation 2 que dans la simulation 1. Ceci est certainement dû aux effets qui se contrebalancent entre le QV en **rouge** qui est plus bas que le **bleu** dans la figure 4.1.1 et la courbe **rouge** qui est plus haute que la **bleue** dans la figure 4.1.2. Le taux α touche les nouveaux droits des pensionnés à 65 ans et donc le nombre de pensionnés entrant dans la retraite via la figure 4.1.2 joue un rôle dans cette simulation relativement important contrairement au rôle dans la simulation 1.

L'écart entre la $VaR_{0,05}$ (en **pointillé rouge**) et la moyenne (en trait **plein rouge**) de la figure 4.4.2 ne cesse de s'accroître sur l'horizon. La dernière année de projection en 2040 (lorsque

$t = 21$), l'écart est de 0,48% ce qui est faible (et plus faible que dans la simulation 1). La figure 4.4.3 représente en 2040 la distribution de $\bar{\delta}$ recalculée (non pas la cible). Celle-ci ne ressemble pas à une courbe de Gauss, mais plutôt à une figure avec deux pics, un assez faible à gauche pour les valeurs de $\bar{\delta}$ entre 55,7% et 55,8% et un plus prononcé à droite avec un pic pour les valeurs de $\bar{\delta}$ entre 56,3% et 56,4% qui correspond à la majorité des simulations durant lesquelles le α passe de 0 à 1,33% l'année 2029. Les risques sont donc assez mal répartis.

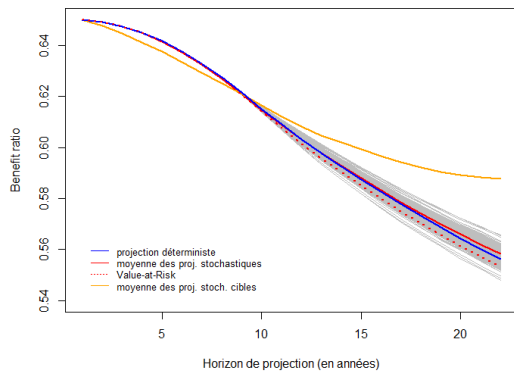


FIGURE 4.4.2 – Evolution du benefit ratio $\bar{\delta}$

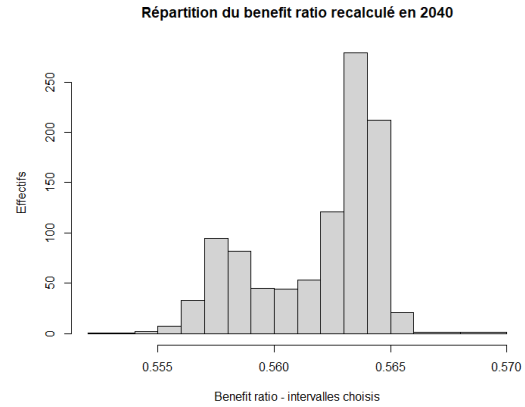


FIGURE 4.4.3 – Histogramme du benefit ratio $\bar{\delta}$ en 2040

Quant au taux de cotisation π , il est analysé de plus près. Puisque le benefit ratio cible n'est pas atteint dans cette simulation, le taux de cotisation des actifs peut être recalculé afin d'avoir un équilibre budgétaire selon la contrainte donnée par l'équation 2.1.1 : $\pi_t = D_t \cdot \bar{\delta}_t$ avec le $\bar{\delta}_t$ qui est recalculé. Ce nouveau taux est représenté en rouge dans la figure 4.4.4. De plus, le taux cible moyen est donné par la courbe orange. Ces deux courbes se croisent comme attendu aux alentours des années 2029 - 2030, le taux recalculé en rouge est un peu plus élevé que le taux cible en orange en début d'horizon car il y a un déficit budgétaire des pensions pour ensuite s'inverser car il y a un excédent budgétaire. La figure 4.4.5 explicite la distribution du taux π recalculé en 2040 en forme de cloche de Gauss. L'asymétrie observée pour le benefit ratio dans la figure 4.4.3 est d'une certaine manière gommée suite à la multiplication par le taux de dépendance D_t afin d'obtenir le taux de cotisation π_t .

Tout comme explicité dans la simulation 2 déterministe, cet ajustement automatique uniquement du taux d'acquisition n'est pas adéquate.

Remarque 4.4.1. Une simulation stochastique 2 bis très intéressante a aussi été réalisée sans aucun plafond pour le paramètre α à l'annexe 6.4. La figure 6.4.1 montre l'évolution du taux d'acquisition α avec, tout comme dans la simulation 2 stochastique, un taux $\alpha_t = 0$ de 2021 à 2027 puis celui-ci devient positif suivant les trajectoires à des instants différents mais souvent brutalement. En observant la grande variabilité du taux d'acquisition sur la figure 6.4.1 en imposant un minimum mais pas un maximum et laissant la $VaR_{0,05}$ presque à 0, il est évident qu'un tel ajustement uniquement sur α n'est pas conseillé. On peut néanmoins apercevoir sur la figure 6.4.2 que l'équilibre budgétaire est presque atteint à partir de l'année 2028 ($t = 9$).

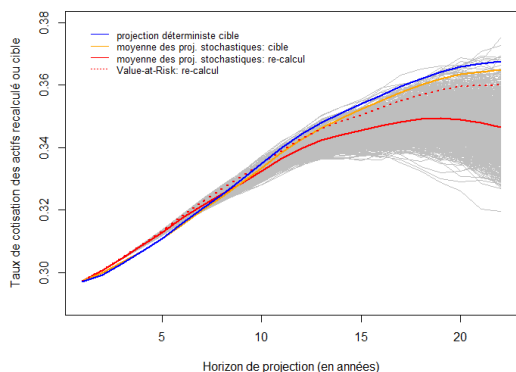


FIGURE 4.4.4 – Evolution du taux de cotisation π

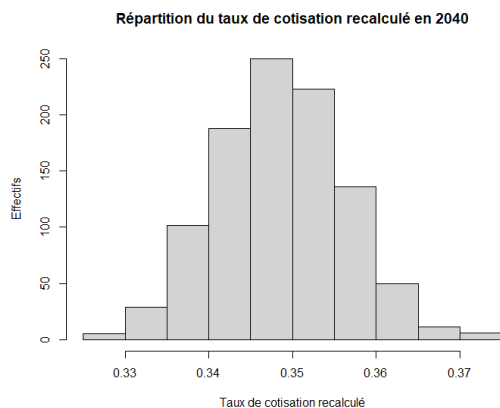


FIGURE 4.4.5 – Histogramme du taux de cotisation π en 2040

4.5 Simulation 3 : Evolution simultanée du taux de revalorisation et d'acquisition

La dernière simulation stochastique, comme dans le cas déterministe, explicite un ajustement conjoint du taux d'acquisition α et du taux de revalorisation γ afin d'atteindre (parfaitement) le benefit ratio cible construit selon la règle de partage des risques de Musgrave. La contrainte sur α et γ est qu'ils doivent être positifs. On autorise que $\gamma_t > g_t$ et que $\alpha_t > 1$, 33%. Rappelons que l'ajustement conjoint donné à l'équation 3.4.1 est le suivant

$$1 + \gamma_t = (1 + g_t) \cdot \frac{\alpha_t}{\alpha_{t-1}}$$

Sur la figure 4.5.1, l'évolution du benefit ratio recalculé en rouge est parfaitement sur sa cible. Tout comme dans les autres simulations, puisque la moyenne des QV dans les simulations stochastiques est légèrement en dessous de la trajectoire déterministe en bleu à la figure 4.1.1 et que les cohortes des nouveaux pensionnés à 65 ans (voir la figure 4.1.2) interviennent de manière modérée ayant un effet inverse, l'évolution moyenne du benefit ratio cible à la figure 4.5.1 en rouge est un peu plus haute que la trajectoire déterministe en bleu. Tout comme dans la simulation 1, l'écart entre la $VaR_{0,05}$ (en pointillé rouge) et la moyenne (en trait plein rouge) de la figure 4.5.1 ne cesse de s'accroître sur l'horizon. La dernière année de projection en 2040 (lorsque $t = 21$), l'écart est de 0,8%. La figure 4.5.2 représente la distribution en 2040 du $\bar{\delta}$ qui est centrée et a l'allure d'une courbe de Gauss.

A la figure 4.5.3, on observe que, sans contraintes maximales ni sur α ni sur γ , suite à l'ajustement conjoint des deux paramètres grâce à la relation 3.4.1, le taux d'acquisition diminue de manière lente et lisse. La moyenne des projections stochastiques en rouge est proche de la projection déterministe en bleu. L'écart entre la $VaR_{0,05}$ (en pointillé rouge) et la moyenne (en trait plein rouge) de la figure 4.5.1 ne cesse de s'accroître sur l'horizon. La dernière année de projection en 2040 (lorsque $t = 21$), l'écart est de 0,017%. La figure 4.5.4 représente la distribution en 2040 de α qui est centrée et a l'allure d'une courbe de Gauss.

La figure 4.5.5 qui représente le taux de revalorisation γ est similaire à la figure 4.3.1. La petite différence est que les trajectoires et donc les moyennes ainsi que la $VaR_{0,05}$ sont

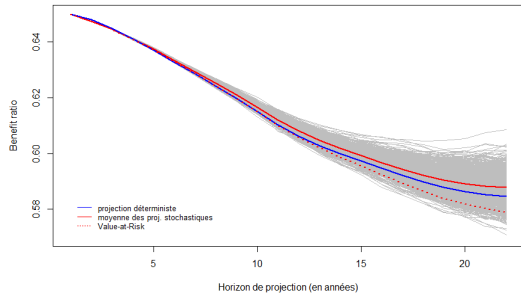


FIGURE 4.5.1 – Evolution du benefit ratio $\bar{\delta}$ recalculé

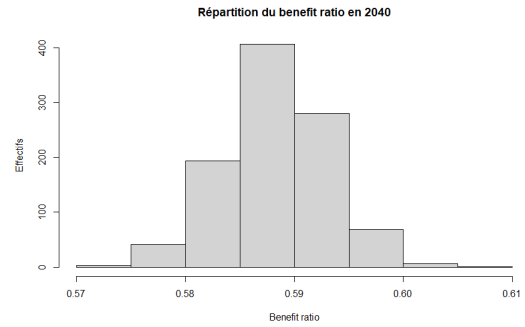


FIGURE 4.5.2 – Histogramme du benefit ratio $\bar{\delta}$ recalculé en 2040

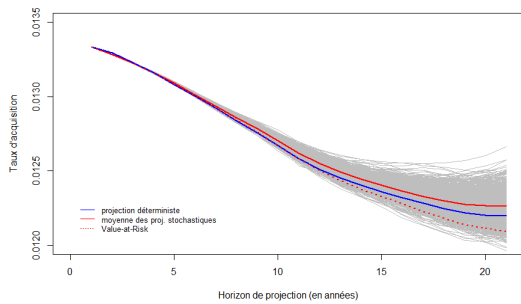


FIGURE 4.5.3 – Evolution du taux d'acquisition α du CP

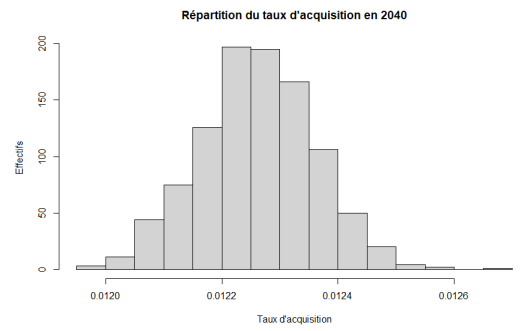


FIGURE 4.5.4 – Histogramme du taux d'acquisition α du CP en 2040

légèrement plus élevées dans ce cas-ci que dans la simulation 1. L'indexation salariale reste identique en orange.

Puisqu'une partie de l'adaptation du CP et des pensions est prise en compte par α , le taux de revalorisation γ est un peu plus bas que dans la simulation 1. En fin d'horizon, la moyenne du taux de revalorisation en rouge est très proche de l'indexation des salaires. Il est fort probable qu'après 2040, afin d'avoir un équilibre budgétaire, la condition suivante devrait être remplie en moyenne : $\gamma_t > g_t$.

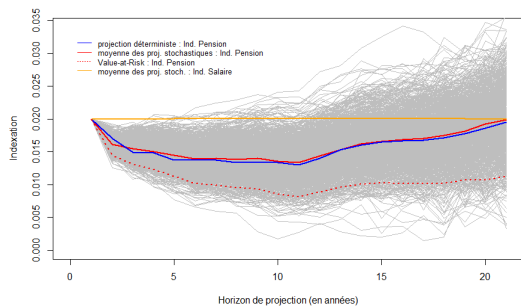


FIGURE 4.5.5 – Evolution du taux de revalorisation γ du CP

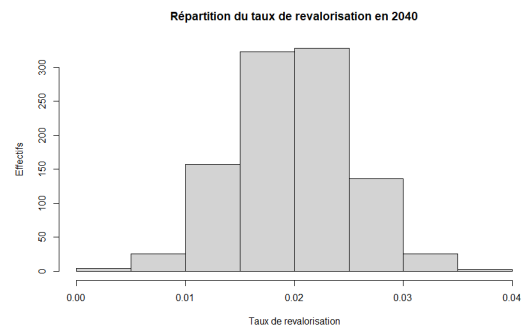


FIGURE 4.5.6 – Histogramme du taux de revalorisation γ du CP en 2040

Puisque nous avons un équilibre budgétaire et que le benefit ratio est égal au benefit ratio

cible, le taux de cotisation π des actifs est le même que celui décrit aux figures 4.3.4 et 4.3.5.

Remarque 4.5.1. Le lecteur trouvera dans l'annexe 6.4 une simulation stochastique 3 bis qui possède un maximum absolu pour α de 1,33% et pour γ_t qui est l'indexation salariale g_t . Les figures 6.4.3 à 6.4.10 montrent les résultats qui mettent en avant des comportements indésirables dans l'évolution des paramètres suite à l'introduction de ces maximums.

Convaincue que l'ajustement conjoint est une des meilleures solutions afin de répartir les risques le plus équitablement, les simulations stochastiques ont mis en avant des limitations pour ce choix. Sans ajout d'un maximum, ni sur α ni sur γ , sur les paramètres du CP tout en gardant les contraintes d'équilibre budgétaire (équation 2.1.1), de ratio de Musgrave constant (équation 2.3.2) et d'évolution des paramètres du CP (équation 3.4.1), le système trouve une solution pour chaque trajectoire. Par contre, si l'on ajoute un maximum à la fois sur α et sur γ , le système dans la majorité des trajectoires ne trouve pas de solution. L'introduction ou non d'un minimum et/ou maximum sur les paramètres du CP doit faire l'objet d'une réflexion aussi bien quantitative que qualitative.

Dans la simulation stochastique 3, le minimum du taux d'acquisition moyen α est déjà à hauteur de 1,23% qui est par exemple l'équivalent des couples $(\delta_t; N_t)$ égaux à (55, 35%; 45) ou (60%; 48, 8). La revalorisation moyenne γ des pensions ou du Compte Pension minimum n'est qu'à hauteur de 1,34% alors que l'indexation moyenne des salaires est de 2%, ce qui représente une baisse du pouvoir d'achat des pensionnés et des futurs pensionnés via le CP.

Choisir une règle de partage des risques à la fois sur les actifs et sur les pensionnés permet de reporter la variabilité sur les deux populations. Il est évident que le risque d'un côté pour les actifs est de voir le taux de cotisations augmenter fortement et d'acquiescer un CP moindre pour leurs futures pensions et d'un autre côté, pour les pensionnés, de voir leurs pensions diminuer fortement (ou ne pas être indexées assez) par rapport au niveau de vie de la population active. Un système d'ajustement automatique des paramètres devrait être complété par un contrôle de l'autorité compétente afin de valider formellement chaque année l'ajustement des paramètres⁵.

Une proposition alternative sur les contraintes imposées du système serait de pouvoir reporter l'excédent ou le déficit budgétaire des pensions (à un certain niveau) d'une année à l'autre. Ceci permettrait de certainement placer des bornes plus étroites, si nécessaire, pour les paramètres α et γ (par rapport à g). Une autre solution, lorsqu'il y a un déficit budgétaire, pourrait être de le combler en injectant des revenus venant de financements alternatifs de l'état fédéral (comme par exemple ceux sur la TVA). C'est ce que fait actuellement le gouvernement (voir plus de détails dans [BH2019]). Le ratio de Musgrave pourrait également évoluer (au lieu de rester constant) afin de répartir de manière différente le risque sur les actifs et sur les pensionnés. Enfin, une autre contrainte d'évolution des paramètres α , γ et g pourrait être proposée.

Finalement, le champ des possibles est ouvert sur les contraintes et bornes des paramètres, mais il est certain que le budget global des pensions ne cesse d'augmenter et que des décisions doivent être prises. S'inspirer de ce qui est fait dans les autres pays et des propositions de réformes passées en Belgique ne peut être qu'une bonne chose.

5. Dans certains pays, comme au Canada, le gouvernement politique peut s'il a un accord, prendre des décisions sur les ajustements des paramètres et s'il n'y a pas d'accord, alors c'est le rapport actuariel qui impose les valeurs des paramètres. C'est donc d'abord un consensus politique, avec des considérations plutôt qualitatives, qui peut être trouvé et si ce n'est pas le cas, alors l'aspect purement quantitatif est imposé.

Chapitre 5

Conclusion

La méthode du Compte individuel Pension (CP) en euros est une généralisation du système de calcul actuel pour déterminer la pension du premier pilier des salariés. Les équations du modèle sont les suivantes pour un individu i prenant sa pension l'année T :

$$\begin{array}{lll} \text{en cours de carrière :} & CP_t^i = (1 + \gamma_t) \cdot CP_{t-1}^i + \alpha_t \cdot [S_t^i], & t < T \\ \text{à l'âge de la pension :} & P_T^i = r_T^i \cdot CP_T^i, & t = T \\ \text{en cours de pension :} & P_t^i = (1 + \gamma_t) \cdot P_{t-1}^i, & t > T. \end{array}$$

où

- CP_t^i est le Compte Pension de l'individu i de l'année t ,
- γ_t est le taux de revalorisation de l'année t ,
- α_t est le taux d'acquisition de l'année t ,
- $[S_t^i]$ est le salaire annuel plafonné de l'individu i pris en compte l'année t ,
- r_T^i est le coefficient de conversion de l'individu i l'année de sa pension T .

Le CP a aussi été pensé comme l'équivalent d'un compte épargne où chaque année de travail d'un individu actif fait accroître celui-ci avec des nouveaux droits ($\alpha \cdot [S]$), dont les anciens droits seraient revalorisés ($1 + \gamma$) et en appliquant un système de bonus/malus à l'âge effectif de la pension (r). Ce montant d'euros ne sera disponible qu'à l'âge de la pension. La méthode du CP possède de nombreux avantages.

La méthode de calcul est **transparente** et l'individu actif peut connaître chaque fin d'année à combien s'élève son Compte Pension en euros. Cela peut le rassurer et l'aider à prendre des décisions afin de contracter éventuellement une épargne complémentaire en vue de sa pension si celle de l'état ne lui semble pas suffisante.

Le calcul étant une **généralisation du calcul actuel** pour les pensions des salariés (et moyennant certaines adaptations pour les indépendants), le mécanisme est déjà compris et assimilé par une grande partie de la population. Cela peut représenter un atout afin de convaincre les partenaires sociaux et les politiques pour l'adoption de ce système en Belgique. La transition du système actuel vers celui du CP sera facilitée puisque le CP est une généralisation du calcul actuel et qu'il suffira de reprendre les valeurs initiales pour les différents paramètres lors de la transition et de les faire évoluer dans le temps par la suite. Les droits acquis par le passé le resteront et la transition sera effectuée en douceur.

Avec un système de calcul de la pension commun, un **alignement des différents statuts** ou des carrières mixtes (fonctionnaire, salarié, indépendant) est possible. Il suffit d'adapter

les paramètres α , γ et r du CP différemment selon les spécificités du statut de l'individu actif l'année t . Par exemple, un taux d'acquisition pourrait être plus élevé pour les individus exerçant un métier pénible, ou bien pour ceux qui sont nommés dans la fonction publique, etc. Ceci répond à l'augmentation du nombre de personnes ayant une carrière mixte. De plus, il est aussi possible de prendre en compte l'évolution de la composition familiale via l'adaptation des paramètres et le partage des nouveaux droits avec la-e conjoint-e l'année t .

Le CP permet soit de garder la notion actuelle d'âge fixe de la pension soit de prendre en compte la **durée de carrière**. Selon cette dernière, une personne commençant à travailler plus tard sera potentiellement amenée à travailler jusqu'à un âge plus avancé afin d'avoir une carrière complète. Ceci apporte une certaine **équité au sein des générations** puisque les inégalités sociales vis-à-vis de l'espérance de vie sont moindres. En effet, lorsque le système prend en compte la fin de la carrière d'un individu selon le début de celle-ci plutôt qu'un âge légal d'accès à la pension identique pour tous, indirectement le système compense partiellement l'injustice selon laquelle les plus instruits (et les plus riches) vivent plus longtemps et donc reçoivent une pension plus longtemps.

Un système de responsabilisation de l'individu concernant la date du début de la pension suivant un bonus/malus est mis en place avec une **correction actuarielle** qui évolue automatiquement suivant l'espérance de vie observée grâce au coefficient de conversion r . En plus, le CP peut être liquidé partiellement lors de la prise de la pension, ce qui permettrait un aménagement de fin de carrière avec un revenu partiel de pension et de travail.

L'équilibre budgétaire est une contrainte majeure afin de permettre la viabilité du système en répartition mis en place en Belgique :

$$\pi_t \cdot \bar{S}_t \cdot L_t^a = \bar{P}_t \cdot L_t^p$$

où

- L_t^a est le nombre d'individus actifs dans la population en âge de travailler l'année t ,
- L_t^p est le nombre de pensionnés l'année t ,
- \bar{P}_t est la pension moyenne l'année t ,
- \bar{S}_t est le salaire moyen l'année t ,
- π_t est le taux de cotisation des actifs servant à payer les pensions l'année t .

Les recettes via les cotisations des actifs doivent être égales aux dépenses des pensions chaque année t . L'évolution de la démographie est prise en compte avec clairement le nombre de pensionnés rapportés au nombre d'actifs, appelé le taux de dépendance économique, qui joue un rôle central dans l'équation. Les prédictions démographiques faisant augmenter le taux de dépendance économique ces prochaines années, la question du partage des risques se fait ressentir.

Ajouter au CP et à l'équilibre budgétaire une règle de partage des risques, selon Musgrave, installe une **équité entre actifs et pensionnés** avec une parité au niveau du pouvoir d'achat. Cette règle a comme idée de garder constant dans le temps le ratio suivant

$$\frac{\bar{P}_t}{(1 - \pi_t) \cdot \bar{S}_t}$$

Ceci implique que le rapport entre le pouvoir d'achat des pensionnés et celui des actifs retranché de la cotisation soit constant dans le temps. Le but est bien d'assurer la stabilité du

niveau de vie des pensionnés relativement au niveau de vie des actifs (retranché du taux de cotisation). Le système migrerait d'un risque porté uniquement sur les actifs en prestations définies (DB) actuellement vers un système hybride entre le système en DB et en contributions définies (DC) qui ferait porter les risques à la fois sur les actifs et sur les pensionnés. En effet, actuellement avec un système en DB, dans 20 ans, la cotisation des actifs pour les pensions augmenterait de 37% dans nos projections (i.e. si en 2020 un actif a un taux de cotisation de 30%, celui-ci atteindra 40% en 2040). D'après ce mémoire, la règle de Musgrave fait porter les risques à 2/3 sur les actifs et à 1/3 sur les pensionnés.

Le CP possède 3 paramètres : le taux d'acquisition α_t , le taux de revalorisation γ_t et le coefficient de conversion r_T^i , qui peuvent être ajustés de manière automatique. On parle alors de mécanisme d'ajustement automatique (MAA). C'est une des grandes forces de ce modèle puisque les paramètres peuvent évoluer selon un indicateur démographique ou économique (en particulier financier). Environ deux tiers des pays de l'OCDE utilisent une forme ou une autre de MAA, la Belgique n'en fait actuellement pas partie. En optant pour une évolution conjointe du taux d'acquisition α et du taux de revalorisation γ du CP et des pensions :

$$1 + \gamma_t = (1 + g_t) \cdot \frac{\alpha_t}{\alpha_{t-1}}$$

où g_t est l'indexation salariale l'année t (suivant l'indice santé lissé), une **équité entre les générations de pensionnés** est mise en place. Ceci a été montré aussi bien dans un contexte déterministe sur un horizon de projection de 50 ans que dans un contexte stochastique sur un horizon de projection de 20 ans. Néanmoins, les ajustements automatiques doivent faire l'objet de contrôles de cohérence, en particulier si ceux-ci se voient appliquer un minimum et/ou un maximum.

Finalement, en gardant un système en répartition, en ajoutant une règle de partage de risques et d'équilibre budgétaire et en instaurant le Compte individuel Pension, les pensions du premier pilier en Belgique pourrait devenir un modèle économiquement viable, transparent et équitable.

Au vu des projections dans ce mémoire qui corroborent toutes les sources citées effectuant des projections [AD2022], [BH2019], [Com2014], [Dev2019a], [Dev2019b], [HDSV2017], [DH2022] et [Mus1981], une réforme structurelle des pensions est nécessaire. La question du moment où cette réforme aura lieu et comment celle-ci prendra forme en Belgique dépend de la concertation des partis politiques et des acteurs sociaux. Espérons que les politiques publiques aient cette capacité d'adaptation aux réalités changeantes d'une économie et d'une société dynamique. Sans quoi, non seulement les jeunes perdront encore plus confiance dans le système actuel de la pension légale, mais surtout des tensions grandissantes entre générations se feront sentir. D'une manière ou d'une autre, il faudra bien que quelqu'un paie le coût croissant des pensions.

Chapitre 6

Annexes

6.1 Cohortes explicitées dans le cas déterministe

Cette section explicite le début des cohortes utilisées dans les calculs déterministes du chapitre 3. La figure 6.1.1 représente pour chaque ligne une cohorte de pensionnés. C'est donc bien une représentation « horizontale » avec un nombre décroissant d'individus au cours du temps dans une cohorte.

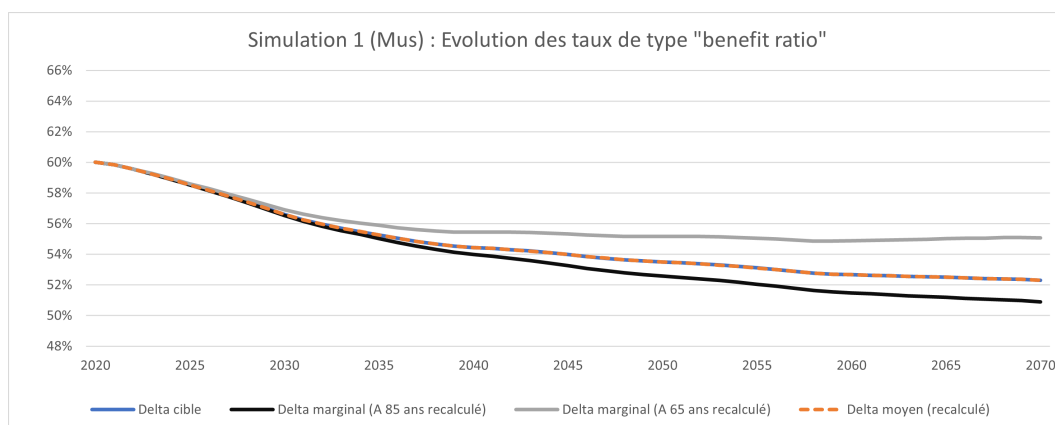
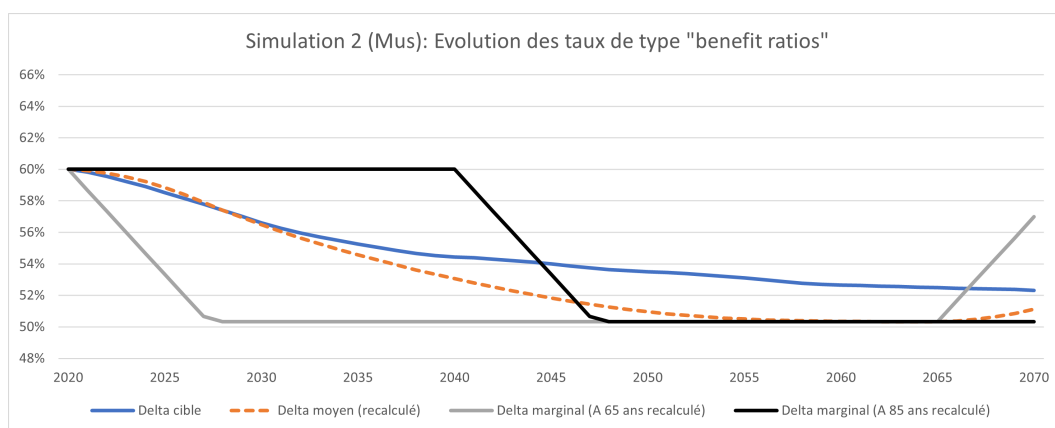
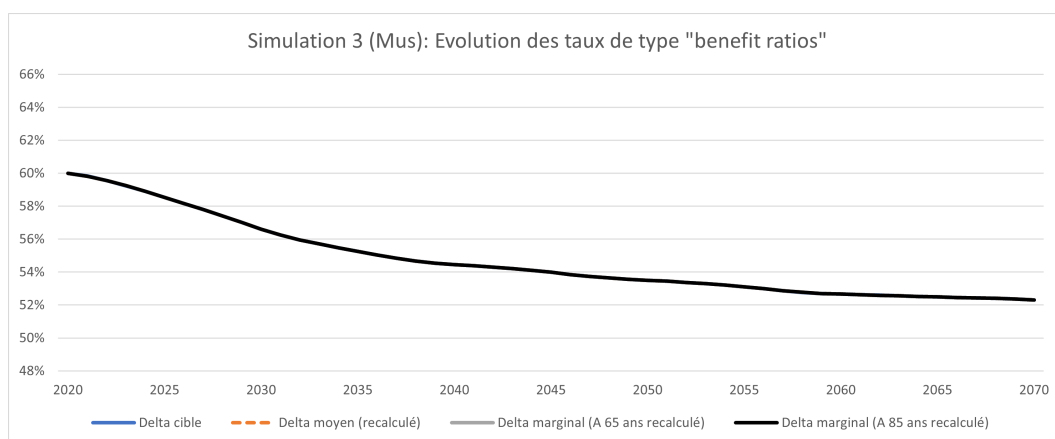
	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
# de pers. âgés de [25;64]	6.050.665	6.057.192	6.065.776	6.069.096	6.066.023	6.058.195	6.051.073	6.039.377	6.025.381	6.009.178	5.993.168
Cohorte # de pers. âgés de [65;110]	2.204.478	2.229.121	2.270.862	2.314.399	2.360.444	2.409.461	2.457.834	2.507.326	2.556.309	2.607.641	2.660.999
0 Anciens pensionnés	2.204.478	2.094.073	2.000.690	1.908.307	1.817.146	1.727.283	1.638.728	1.551.486	1.465.535	1.380.915	1.297.636
1 Nouveaux pensionnés_1 à 65 ans		135.048	133.273	131.527	129.835	128.058	126.230	124.367	122.420	120.382	118.264
2 Nouveaux pensionnés_2 à 65 ans			136.899	135.117	133.368	131.671	129.892	128.053	126.203	124.266	122.233
3 Nouveaux pensionnés_3 à 65 ans				139.448	137.672	135.924	134.226	132.449	130.628	128.760	126.812
4 Nouveaux pensionnés_4 à 65 ans					142.423	140.602	138.829	137.111	135.314	133.467	131.594
5 Nouveaux pensionnés_5 à 65 ans						145.923	144.091	142.295	140.552	138.741	136.878
6 Nouveaux pensionnés_6 à 65 ans							145.838	144.004	142.219	140.501	138.705
7 Nouveaux pensionnés_7 à 65 ans								147.561	145.739	143.958	142.243
8 Nouveaux pensionnés_8 à 65 ans									147.699	145.877	144.107
9 Nouveaux pensionnés_9 à 65 ans										150.774	148.935
10 Nouveaux pensionnés_10 à 65 ans											153.592
Taux d'activité (d'emploi)	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%
Taux de dépendance économique	45,69%	46,16%	46,95%	47,83%	48,80%	49,88%	50,94%	52,07%	53,21%	54,42%	55,69%
Quotient de Vieillesse	36,43%	36,80%	37,44%	38,13%	38,91%	39,77%	40,62%	41,52%	42,43%	43,39%	44,40%

FIGURE 6.1.1 – Représentation des premières cohortes dans les projections déterministes de manière « horizontale »

6.2 Simulations déterministes : autres hypothèses

Simulations déterministes 1 – 2 – 3 bis : avec un benefit ratio de départ de 60%

Cette partie reprend tout d'abord les résultats des simulations déterministes 1, 2 et 3 dans le cas où le benefit ratio de départ est de 60%. Celui-ci est en accord avec le taux d'acquisition et la durée de carrière de 1,33% (=60% / 45), le taux de Musgrave dans ce cas n'est que de 82,7%. Le delta cible est aussi calculé selon la règle de partage de Musgrave.

FIGURE 6.2.1 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ avec $\bar{\delta}_{2020} = 60\%$ FIGURE 6.2.2 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ avec $\bar{\delta}_{2020} = 60\%$ FIGURE 6.2.3 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ avec $\bar{\delta}_{2020} = 60\%$

Simulations déterministes 1 – 2 – 3 ter : avec un benefit ratio de départ de 45%

Les résultats des simulations déterministes 1, 2 et 3 dans le cas où le benefit ratio de départ est de 45% sont décrits. Celui-ci n'est pas en accord avec le taux d'acquisition de 1,33% et la durée de carrière de 45 ans : en effet, $45\% < 1,33\% \cdot 45$. Dans ce cas, le taux de Musgrave

descend à 56,6%. Le delta cible est aussi calculé selon la règle de partage de Musgrave.

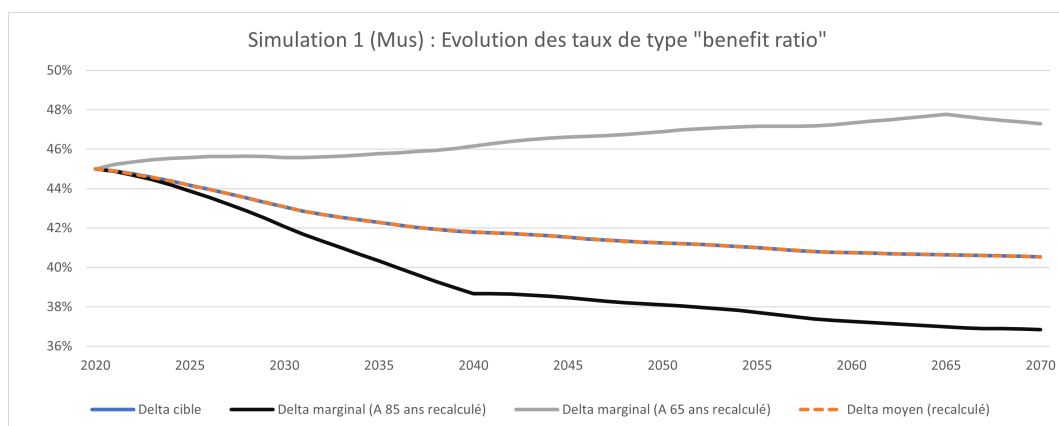


FIGURE 6.2.4 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ avec $\bar{\delta}_{2020} = 45\%$

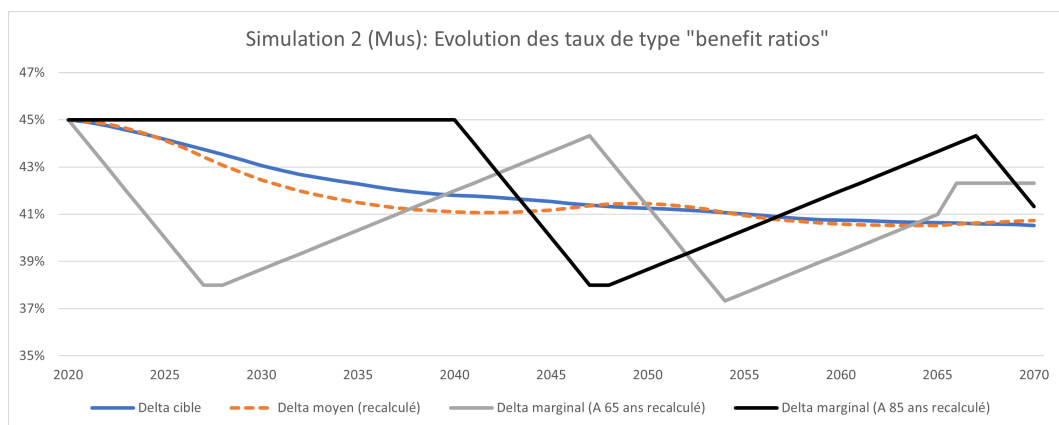


FIGURE 6.2.5 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ avec $\bar{\delta}_{2020} = 45\%$

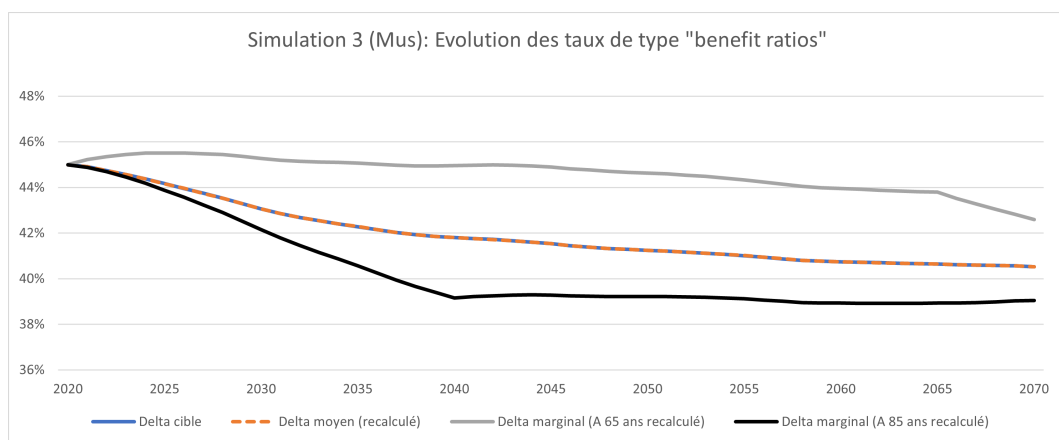


FIGURE 6.2.6 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ avec $\bar{\delta}_{2020} = 45\%$

Simulation déterministe 2 quater : sans contrainte de maximum sur α

Cette partie reprend la simulation déterministe 2 pour laquelle seul le taux d'acquisition α évolue afin d'obtenir un équilibre budgétaire. La contrainte du maximum sur α est relâchée et la valeur de α peut être aussi élevée que désirée afin d'obtenir un équilibre budgétaire.

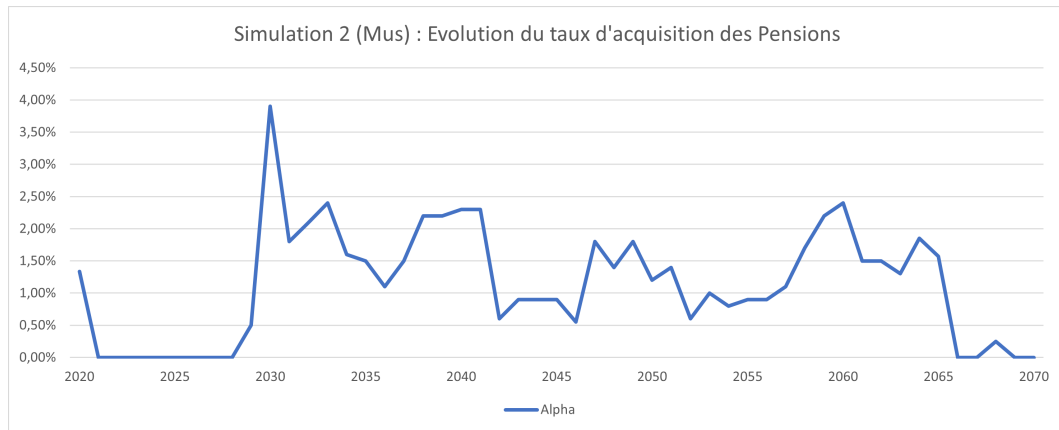


FIGURE 6.2.7 – Evolution du taux d'acquisition α du CP sans contrainte de maximum

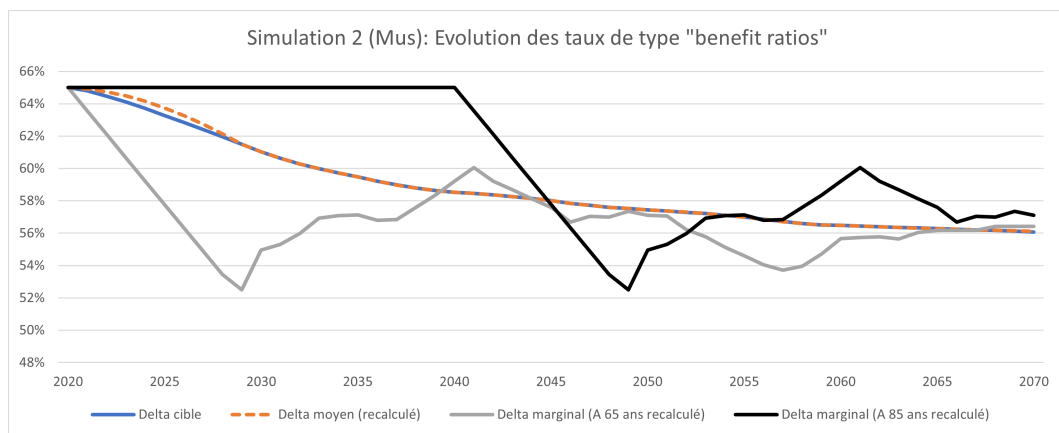


FIGURE 6.2.8 – Evolution des benefit ratios $\bar{\delta}$ sans contrainte de maximum sur α

Le maximum qu'atteint le taux d'acquisition α , d'après la figure 6.2.7 est de 3,9% ce qui est presque trois fois plus que le taux de départ de 1,33%. Comme expliqué dans le corps du texte du mémoire, ceci est dû au faible impact qu'a le paramètre α puisque celui-ci ne touche qu'une année à la fois lors de la formation du CP via les nouveaux droits et que l'effet sur les pensions ne se matérialise qu'une fois la cohorte effectivement à la pension. Les taux d'acquisition élevés à partir de 2030 viennent compenser les 8 années durant lesquelles celui-ci a été nul impactant les nouvelles cohortes de pensionnés. Il n'y a donc pas d'équité entre générations d'actifs.

Durant les premières années, l'équilibre budgétaire n'est pas atteint, avec un déficit du budget des pensions comme le suggère la figure 6.2.8 puisque le delta cible en bleu est plus bas que le delta recalculé en orange pointillé. Il y a toujours ce déséquilibre entre le benefit ratio marginal à 65 ans et à 85 ans avec une translation des effets dans le temps.

Une observation supplémentaire montre qu'en 2040, 2041, 2042 et 2043 le benefit ratio

marginal à 65 ans est plus élevé que le benefit ratio moyen (et cible) d'après la figure 6.2.8. Ceci est dû aux taux d'acquisition α très élevés durant plusieurs années lors de la constitution du CP bien que celui-ci ait été nul durant plusieurs années. Entre cohortes de pensionnés, les benefit ratios varient donc beaucoup ce qui ne garantit pas l'équité entre les générations de pensionnés.

6.3 Démographie et inflation des simulations stochastiques

Cette section reprend les différents graphiques de contrôles utilisés dans les simulations stochastiques. Les quantités sont : le nombre de personnes âgées entre [25; 64] ans à la figure 6.3.1, le nombre de personnes âgées de plus de 65 ans à la figure 6.3.2, le nombre de personnes totales dans la population belge à la figure 6.3.3 et le nombre de personnes entrant dans le modèle à 25 ans à la figure 6.3.4.

La fertilité, et donc l'entrée dans le modèle des personnes à 25 ans, a été paramétrée de manière ad-hoc au premier pas de temps (voir l'hypothèse de 155.000 personnes à l'initialisation). La raison de ce choix est de répliquer de manière simple le Quotient de Vieillesse ainsi que les cohortes de pensionnés à 65 ans. La projection déterministe du BfP contient de l'immigration (surtout avant l'âge de 65 ans) alors que dans notre modèle stochastique, nous supposons qu'il n'y a pas d'immigration. Il faut donc au départ une population plus importante à 25 ans dans les simulations stochastiques que dans les simulations déterministes. La population étant fermée (sans immigration), l'important était d'une part d'avoir approximativement le bon nombre d'actifs au total et d'autre part, d'avoir le bon nombre de pensionnés par cohortes, surtout à 65 ans. Il a fallu aussi prendre une hypothèse sur le taux de mortalité pour les personnes entrant dans la population à 25 ans (la première ligne afin d'initialiser le modèle). De manière conservatrice, l'hypothèse suivante a été prise :

$$\mu_{25}(t) := \mu_{25}(2020) \quad \forall t > 2020.$$

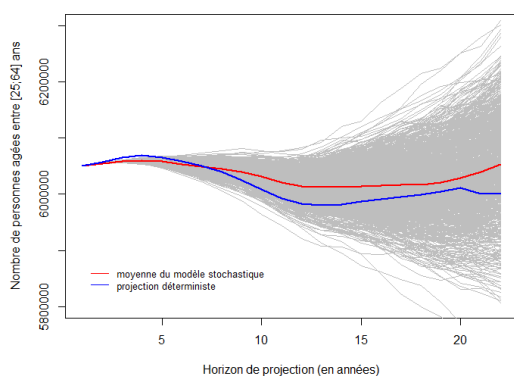


FIGURE 6.3.1 – Simulations stochastiques du nombre de personnes âgées entre 25 et 64 ans sur l'horizon de projection

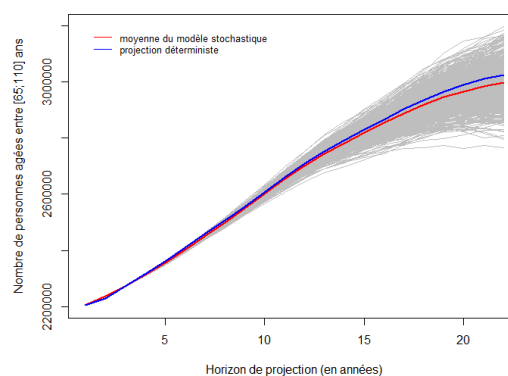


FIGURE 6.3.2 – Simulations stochastiques du nombre de personnes âgées de plus de 65 ans sur l'horizon de projection

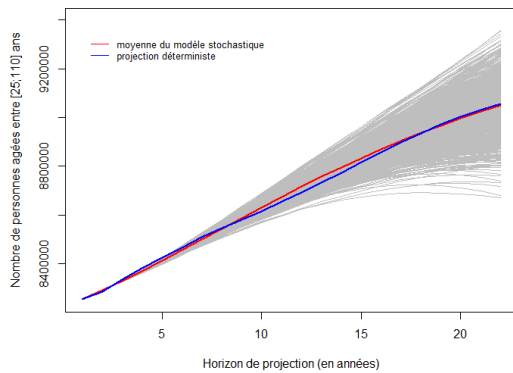


FIGURE 6.3.3 – Simulations stochastiques du nombre total de personnes sur l'horizon de projection

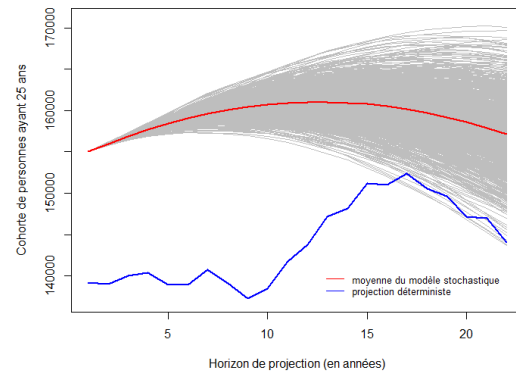


FIGURE 6.3.4 – Simulations stochastiques du nombre de personnes âgées de 25 ans sur l'horizon de projection

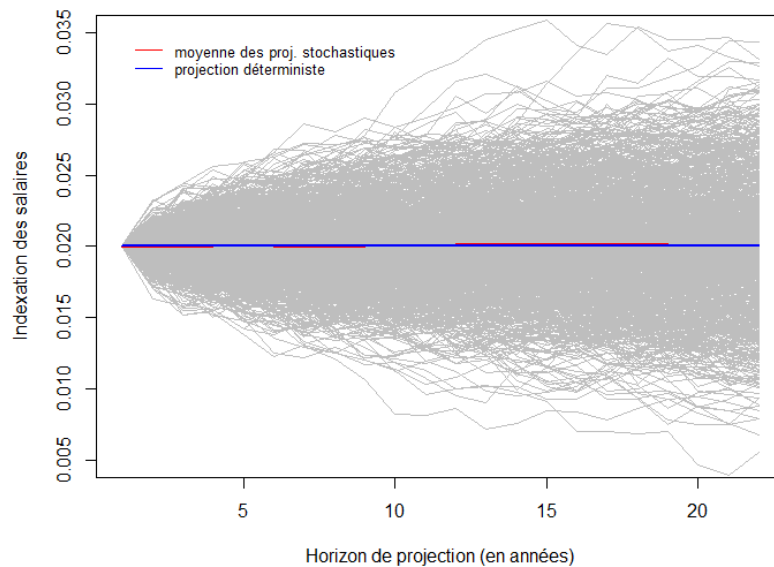


FIGURE 6.3.5 – Simulations stochastiques de l'inflation sur l'horizon de projection

Remarque 6.3.1. Les modèles stochastiques sélectionnés sont assez simples. Le but étant de bien comprendre l'impact sur le système du Compte Pension et non d'avoir des trajectoires les plus précises possibles.

Pour l'inflation, un modèle de type ARMA (ou bien même S-ARIMA, Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average) ou bien un GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) auraient certainement été plus précis. Ceux-ci ont été étudiés dans les cours de Quantitative Risk Management et de Série Chronologique durant le cursus de master. L'évolution de la démographie aurait quant à elle pu être modélisée grâce au package RiskMetrics qui implémente le modèle de Lee Carter.

6.4 Simulations stochastiques : avec d'autres bornes

Simulation stochastique 2 bis : sans contrainte de maximum sur α

Nous montrons dans un premier temps les résultats de la simulation stochastique 2 sans contrainte sur la valeur maximum du taux d'acquisition α_t . Le minimum de 0 sur α_t est conservé.

La figure 6.4.1, avec les trajectoires grises, montre bien que le taux d'acquisition dans certaines trajectoires est très élevé certaines années pour retomber ensuite à son minimum de 0 qui, lui, est toujours imposé. Ceci implique que la $VaR_{0,05}$ est presque toujours nulle alors que la valeur moyenne en rouge est positive à partir de la 9^{ième} année et le reste jusqu'à la fin de l'horizon. La variabilité de l'évolution du paramètre α est très grande et le partage des risques n'est pas optimal.

De plus, suite au minimum imposé, l'équilibre budgétaire n'est pas atteint avant l'année 9, de projection (comme dans le cas de la simulation 2 dans le corps du mémoire), comme remarqué sur la figure 6.4.2 puisque la courbe orange est en dessous de la courbe rouge. Après l'année 9 l'équilibre est presque atteint puisque la courbe rouge est presque confondue avec la courbe orange. Il y a un petit écart suite au minimum de 0 encore imposé.

Finalement, avec ou sans maximum imposé sur α , cette manière d'adapter automatiquement le CP n'est pas optimale.

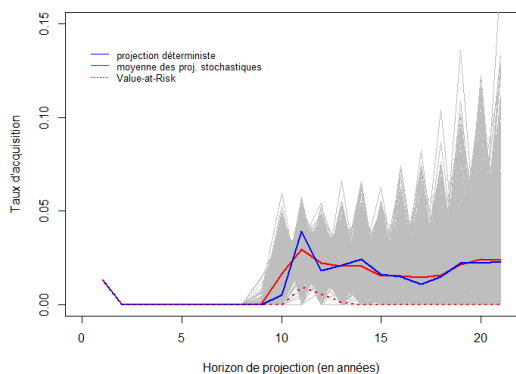


FIGURE 6.4.1 – Evolution du taux d'acquisition α du CP (sans maximum)

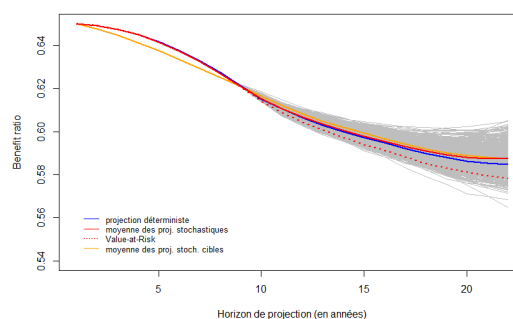


FIGURE 6.4.2 – Evolution du benefit ratio $\bar{\delta}$

Simulation stochastique 3 bis : avec des contraintes de maximum sur α et γ

Nous montrons ensuite les résultats de la simulation stochastique 3 avec des contraintes supplémentaires que sont des maximums imposés sur α et sur γ :

$$\gamma_t \leq g_t \quad \text{et} \quad \alpha_t \leq 1,33\%.$$

Les figures nous montrent qu'imposer ici un maximum fait apparaître des comportements indésirables dans l'évolution des paramètres.

Premièrement, en fin d'horizon, l'équilibre budgétaire n'est plus atteint puisque le benefit ratio moyen en rouge n'est pas égal au benefit ratio cible moyen en orange d'après la figure 6.4.5. Deuxièmement, vers la fin de l'horizon de projection, le taux d'acquisition α dans certaines trajectoires atteint le plafond d'après la figure 6.4.3. Au vue de la contrainte d'évolution conjointe de γ_t et α_t , lorsque α n'évolue plus, γ n'évolue plus non plus (si ce n'est par rapport à g_t). Les risques sur α ne sont pas bien répartis d'après la figure 6.4.4. L'évolution de la moyenne des α est tirée vertigineusement à la hausse vers la fin de l'horizon de projection d'après la figure 6.4.3. Les risques, par contre, sont bien répartis pour le benefit ratio pour les pensionnés et pour le taux de cotisation pour les actifs.

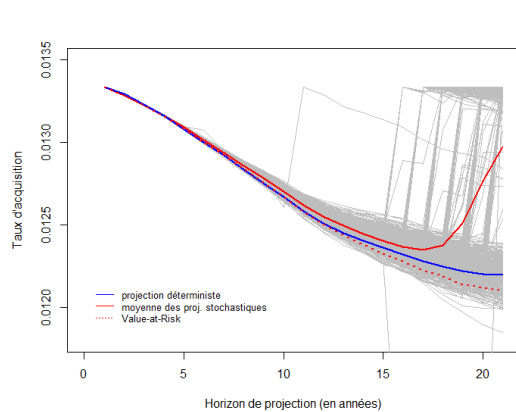


FIGURE 6.4.3 – Evolution du taux d'acquisition α du CP

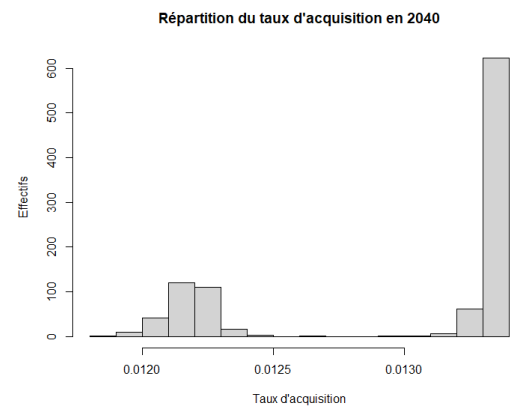


FIGURE 6.4.4 – Histogramme du taux d'acquisition α du CP en 2040

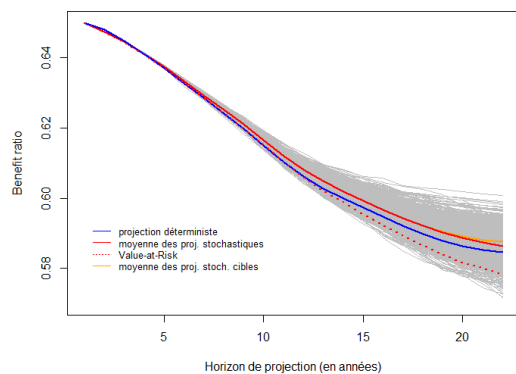


FIGURE 6.4.5 – Evolution du benefit ratio $\bar{\delta}$ recalculé

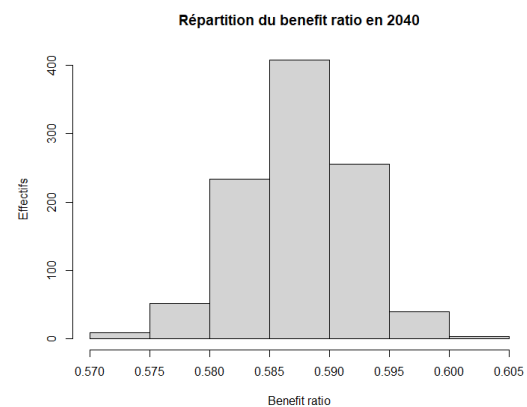


FIGURE 6.4.6 – Histogramme du benefit ratio $\bar{\delta}$ recalculé en 2040

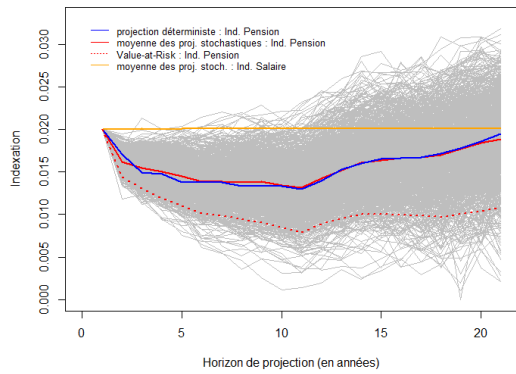


FIGURE 6.4.7 – Evolution du taux de revalorisation γ du CP

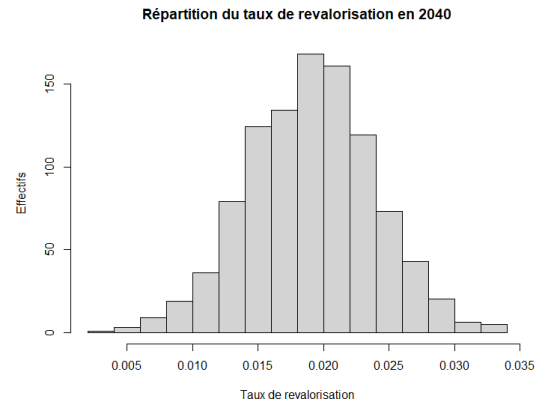


FIGURE 6.4.8 – Histogramme du taux de revalorisation γ du CP en 2040

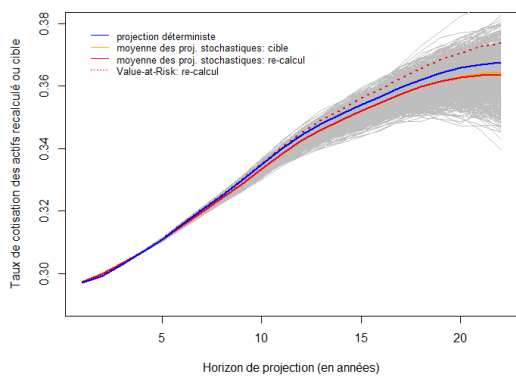


FIGURE 6.4.9 – Evolution du taux de cotisation π des actifs

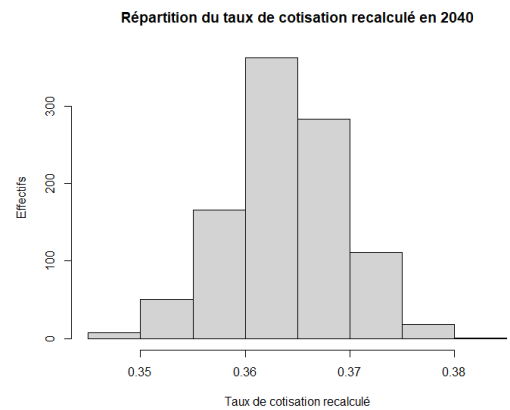


FIGURE 6.4.10 – Histogramme du taux de cotisation π des actifs en 2040

Acronymes

- SFP : Service Fédéral des Pensions
- BfP : Bureau fédéral du Plan
- SPF Stratégie et Appui : Service Public Fédéral Stratégie et Appui
- DC : Defined Contribution (Contribution Définie)
- DB : Defined Benefit (Prestation Définie)
- CP : Compte (individuel) Pension
- OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Economiques

Notations

- P_t^k : pension d'un individu (pensionné) k à l'instant t .
- \bar{P}_t : pension moyenne à l'instant t .
- S_t^i : salaire d'un individu (actif) i à l'instant t .
- \bar{S}_t : salaire moyen à l'instant t .
- $[S_t^i]$: le salaire annuel plafonné de l'individu i pris en compte l'année t .
- δ_T^i : taux de remplacement de l'individu i lors de son départ à la pension l'année T , qui est le droit à la retraite en euros divisée par le salaire en euros. Il s'agit du pourcentage du dernier revenu d'activité que l'individu conserve lorsqu'il part à la retraite.
- δ_t : taux de remplacement cible l'année t qui est actuellement de 60% pour un isolé en Belgique.
- $\bar{\delta}_t$: benefit ratio de l'année t , qui est le montant de la pension moyenne divisé par le montant du salaire moyen l'année t .
- $\bar{\delta}_t^{65}$ (resp. $\bar{\delta}_t^{85}$) : benefit ratio marginal à 65 ans (resp. 85 ans) de l'année t , qui est le montant de la pension moyenne des personnes âgées de 65 ans (resp. 85 ans) divisé par le montant du salaire moyen de toute la population active l'année t .
- π_t : taux de contribution des travailleurs afin de payer les pensions l'année t .
- N_t : durée de carrière de référence cible l'année t .
- $L(x, t)$: nombre d'individus vivants d'âge x l'année t .
- L_t^a : nombre d'individus actifs l'année t .
- L_t^p : nombre d'individus pensionnés l'année t .
- QV_t : quotient de vieillesse l'année t représentant la population globale des personnes âgées d'au moins 65 ans divisée par le nombre de personnes âgées entre [25; 64] ans.
- D_t : coefficient de dépendance économique l'année t représentant la population des pensionnés divisée par le nombre de personnes actives.
- CP_t^i : Compte Pension de l'individu i l'année t .
- γ_t : taux de revalorisation des pensions et du Compte individuel Pension l'année t .
- α_t : taux d'acquisition du Compte individuel Pension l'année t .
- r_T^i : coefficient de conversion du Compte individuel Pension l'année T de la prise de la pension de l'individu i .
- g_t : indexation salariale l'année t calculée selon d'indice de santé lissé.
- μ : ratio de Musgrave.
- $\mu_x(t)$: taux de mortalité pour les individus d'âge x l'année t .
- X : Variable aléatoire définie sur l'espace probabilisé (Ω, \mathcal{F}, Q) .
- VaR_p : Value-at-Risk de niveau p .
- W_t : mouvement brownien.

Bibliographie

- [AD2022] Al-Hassan H. et Devolder P. (2022). Stochastic Simulation of Hybrid Public Pension Plans (PAYG) under Demographic Risks with Application to the Belgian Case, *risks*, working paper.
- [BH2019] Baurin A. et Hindriks J. (2019). Financement des pensions et le compte individuel pension. *Revue belge de sécurité sociale*, p 333-359.
- [BfP] Bureau fédéral du Plan. Perspectives de population 2021-2070. https://www.plan.be/databases/data-35-fr-perspectives_de_population_2021_2070
- [Com2014] Berghman J., Boulet J., Cantillon B., Devolder P., Hindriks J., Janvier, R., Jousten A., Masai F., Perl G., Schokkaert E.; Stevens Y.; Vandenbroucke F. (2014). Un contrat social performant et fiable : propositions de la Commission de réforme des pensions 2020-2040 pour une réforme structurelle des régimes de pension.
- [Dev2005] Devolder P. (2005). *Le financement des régimes de retraite*. Economica.
- [Dev2019a] Devolder P. (2019). Une alternative à la pension à points : le compte individuel pension en euros. *Regards Economiques*, n°150.
- [Dev2019b] Devolder P. (2019). Une alternative à la pension à points : le compte individuel pension en euros. *Discussion paper ISBA*.
- [DH2022] Devolder P. et Hindriks J. (2022). Une pension légale sous forme d'un compte pension. *Regards Economiques*, Focus 28.
- [HDSV2017] Hindriks J., Devolder P., Schokkaert E. et Vandenbroucke F. (2017). Réforme des pensions légales : le système de pension à points. *Regards Economiques*, n°130.
- [Mus1981] Musgrave R. A. (1981). A Reappraisal of Social Security Finance. *Social Security Financing*, n°89, p 103-122.
- [NN2019] Dossier de presse. (2019). NN - Enquête nationale des pensions.
- [Index] Secrétariat chargé de l'administration des salaires et du personnel de l'administration fédérale. Principes généraux de l'index. <https://persopoint.be/fr/services/administration-des-salaires/principes-generaux-de-l-index>
- [PensionStat2020] PensionStat.be. Pension légale, Nombre de pensionnés. <https://www.pensionstat.be/fr/chiffres-cles/pension-legale/pensionnes>
- [StatBel2022Vie] StatBel, La Belgique en chiffres. Tables de mortalité et espérance de vie. <https://statbel.fgov.be/fr/themes/population/mortalite-et-esperance-de-vie/tables-de-mortalite-et-esperance-de-vie#figures>
- [StatBel2019Sal] StatBel, La Belgique en chiffres. Salaires mensuels bruts moyens. <https://statbel.fgov.be/fr/themes/emploi-formation/salaires-et-cout-de-la-main-doeuvre/salaires-mensuels-bruts-moyens>

[StatBel2020Actifs] StatBel, La Belgique en chiffres. Population active (travailleurs et chômeurs) et inactive depuis 2017 basé sur l'Enquête sur les Forces de Travail, par année, province, sexe, classe d'âge et niveau d'éducation. <https://bestat.statbel.fgov.be/bestat/crosstable.xhtml?view=1a757232-67e0-46e0-b6d0-6c9a7e0b8ef1>

