

– Validation théorique et expérimentale d'analyse par
champs de contraintes discontinus au sein
d'assemblages bois-bois

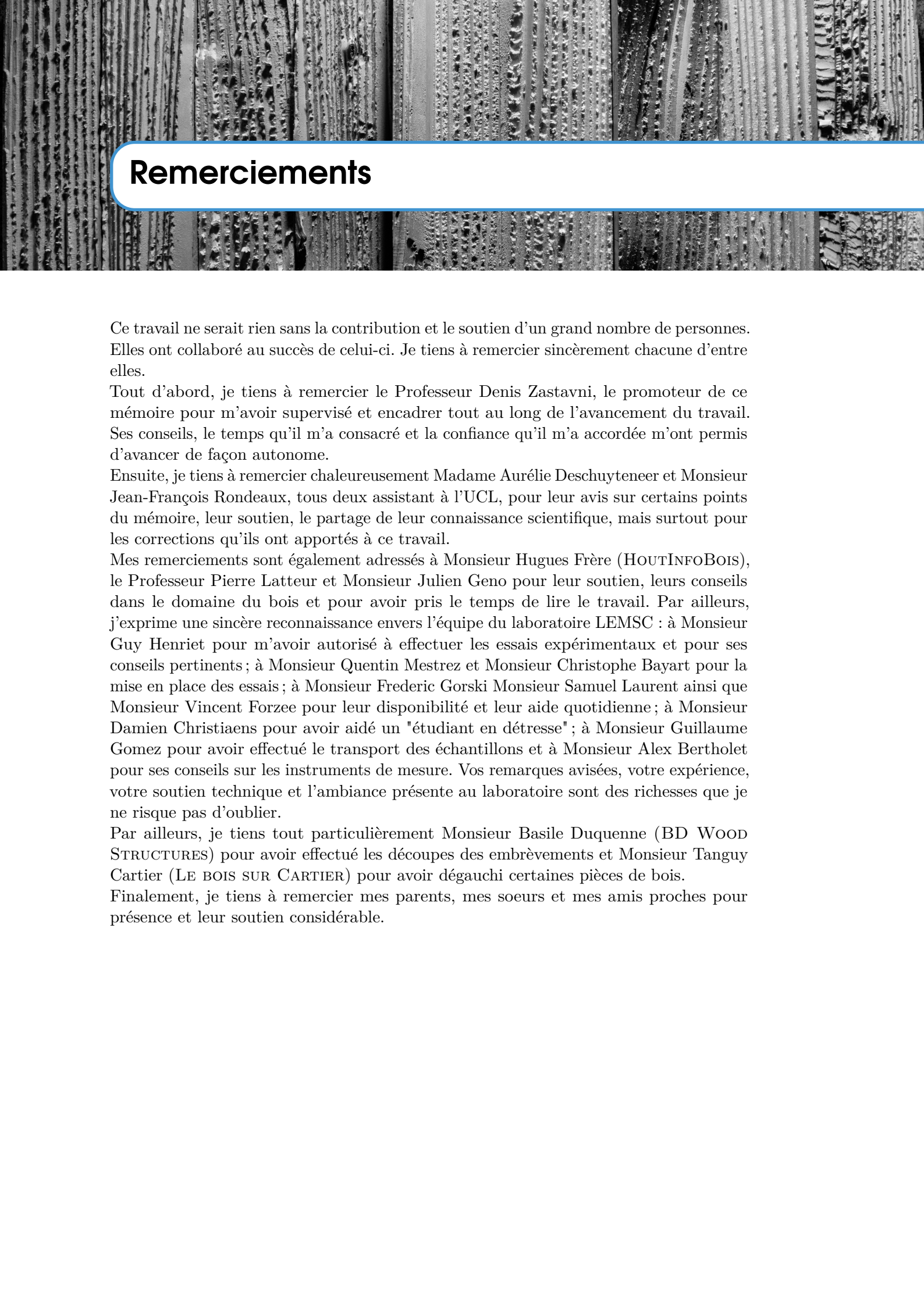
Mémoire présenté par
Jean-Charles MISSON

en vue de l'obtention du grade de Master
Ingénieur civil des constructions

Promoteur(s)
Denis ZASTAVNI

Lecteur(s)
Pierre LATTEUR, Hugues FRÈRE , Julien GENO

Année académique 2016-2017



Remerciements

Ce travail ne serait rien sans la contribution et le soutien d'un grand nombre de personnes. Elles ont collaboré au succès de celui-ci. Je tiens à remercier sincèrement chacune d'entre elles.

Tout d'abord, je tiens à remercier le Professeur Denis Zastavni, le promoteur de ce mémoire pour m'avoir supervisé et encadrer tout au long de l'avancement du travail. Ses conseils, le temps qu'il m'a consacré et la confiance qu'il m'a accordée m'ont permis d'avancer de façon autonome.

Ensuite, je tiens à remercier chaleureusement Madame Aurélie Deschuyteneer et Monsieur Jean-François Rondeaux, tous deux assistant à l'UCL, pour leur avis sur certains points du mémoire, leur soutien, le partage de leur connaissance scientifique, mais surtout pour les corrections qu'ils ont apportés à ce travail.

Mes remerciements sont également adressés à Monsieur Hugues Frère (HOUTINFOBOIS), le Professeur Pierre Latteur et Monsieur Julien Geno pour leur soutien, leurs conseils dans le domaine du bois et pour avoir pris le temps de lire le travail. Par ailleurs, j'exprime une sincère reconnaissance envers l'équipe du laboratoire LEMSC : à Monsieur Guy Henriët pour m'avoir autorisé à effectuer les essais expérimentaux et pour ses conseils pertinents ; à Monsieur Quentin Mestrez et Monsieur Christophe Bayart pour la mise en place des essais ; à Monsieur Frédéric Gorski Monsieur Samuel Laurent ainsi que Monsieur Vincent Forzee pour leur disponibilité et leur aide quotidienne ; à Monsieur Damien Christiaens pour avoir aidé un "étudiant en détresse" ; à Monsieur Guillaume Gomez pour avoir effectué le transport des échantillons et à Monsieur Alex Bertholet pour ses conseils sur les instruments de mesure. Vos remarques avisées, votre expérience, votre soutien technique et l'ambiance présente au laboratoire sont des richesses que je ne risque pas d'oublier.

Par ailleurs, je tiens tout particulièrement Monsieur Basile Duquenne (BD WOOD STRUCTURES) pour avoir effectué les découpes des embrèvements et Monsieur Tanguy Cartier (LE BOIS SUR CARTIER) pour avoir dégauchi certaines pièces de bois.

Finalement, je tiens à remercier mes parents, mes sœurs et mes amis proches pour présence et leur soutien considérable.

"Les structures sont fainéantes mais bienveillantes"

[JEAN-FRANÇOIS RONDEAUX]

Table des matières

Remerciements	3
---------------	---

Introduction	9
--------------	---

I	Caractérisation du matériau bois	
1	Propriétés physiques du bois	15
1.1	Anatomie du bois	15
1.2	Anisotropie	16
1.3	Hygroscopicité	17
1.3.1	Évolution de l'hygrométrie en fonction de l'environnement	17
1.3.2	Influence de l'hygroscopie sur les dimensions	18
1.4	Masse volumique	18
1.5	Propriétés thermiques, acoustiques et résistance au feu	19
1.6	Caractéristiques du Douglas	20
2	Propriétés mécaniques du bois	21
2.1	Comportement du bois	21
2.2	Comportement en dehors des axes orthotropes	24
2.3	Prise en compte de l'interpénétration des fibres	24
2.4	Critère général de rupture pour le bois	25
3	Détermination des résistances du bois	29
3.1	Variabilité des résistances du bois	29
3.1.1	Masse volumique	29
3.1.2	Noeuds	29
3.1.3	Poches de résine et fissures	30
3.1.4	Dimensions de la pièce	30
3.1.5	Pente de fil	30
3.1.6	Cerne de croissance	31
3.1.7	Influences hygrométriques	31
3.1.8	Durée de chargement et historique de chargement	32
3.2	Prise en compte des influences des propriétés du bois au sein du dimensionnement	34
3.3	Classement du bois	34
3.4	Notion de résistance caractéristique	35

3.5	Approche pour l'obtention des résistances réelles du bois	35
3.6	Calcul à l'état limite ultime	37

II Validation théorique des assemblages

4	Généralités des assemblages	41
4.1	Embrèvements	42
4.2	Géométrie d'un embrèvement	43
5	Calculs selon les critères de l'Eurocode 5	45
5.1	Hypothèses	45
5.2	Restrictions géométriques	45
5.3	Calcul d'un embrèvement : cas simplifié	46
5.4	Calcul d'un embrèvement : cas général	47
5.4.1	Comparaison des deux cas	49
5.5	Déviations du modèle suite à une imprécision géométrique	49
5.5.1	Imprécision dans la surface de contact du pas	50
5.5.2	Imprécisions donnant des contraintes hors du plan	51
5.5.3	Combinaison des deux défauts	52
5.6	Résultats pour un embrèvement idéalisé	53
5.6.1	Embrèvement simple de 25°	53
5.6.2	Embrèvement de 40°	54
5.7	Modèle approfondi du talon	55
5.8	Discussion sur la méthode de l'EUROCODE 5	57
6	Manipulation des champs de contraintes discontinus	59
6.1	Mise en contexte de la méthode des champs de contraintes discontinus	59
6.1.1	Revue des différents modèles de répartition des efforts	59
6.1.2	Théorème statique de la théorie plastique	60
6.1.3	Applicabilité de la méthode des champs de contraintes discontinus	61
6.2	Méthode des champs de contraintes discontinus	61
6.2.1	Hypothèses restrictives	62
6.2.2	Conditions de bord	63
6.2.3	Champs rectilignes	64
6.2.4	Champs nodaux	66
7	Manipulation à l'aide de la statique graphique	69
7.1	Introduction à la statique graphique	69
7.2	Extension à la statique graphique	71
7.2.1	Domaines géométriques	71
7.2.2	Simultanéité des modifications	72
7.3	Contrainte apportée dans le système	72
7.4	Optimisation des chemins de charges	74

8	Application des champs de contraintes discontinus	77
8.1	Construction des champs de contraintes discontinus	77
8.2	Application de la méthode à un embrèvement simple	78
8.2.1	Cas général pour un angle de 25°	78
8.2.2	Cas général pour un angle de 40°	81
8.2.3	Cas imprécis pour un angle de 25°	82
8.3	Résultats théoriques pour un embrèvement idéalisé	83
8.4	Vérification par le critère de rupture	84
8.4.1	Cas général 25°	85
8.4.2	Cas général 40°	86
8.4.3	Cas imprécis 25°	87
8.5	Comparaison des résultats en fonction de l'angle	88

III Validation expérimentale des assemblages

9	Caractérisation du bois	91
9.1	Méthodologie d'échantillonnage	91
9.2	Détermination de la masse volumique	92
9.3	Détermination de la teneur en eau	93
9.4	Détermination du module local d'élasticité en flexion	93
9.5	Détermination de la résistance en flexion axiale	95
9.6	Détermination de la résistance en compression axiale	96
9.7	Détermination de la résistance au cisaillement axiale	97
9.8	Caractérisation des poutres servant aux assemblages	99
10	Embrèvements à 25°	101
10.1	Dispositif d'essai	101
10.2	Première série d'essais	102
10.3	Seconde série d'essais	106
10.4	Interprétation des résultats	107
10.5	Comparaison avec le modèle de Nora Poelvoorde	109
11	Embrèvements de 40°	111
11.1	Sections 8/23	111
11.2	Sections 10/30	112
11.3	Interprétation des résultats	113
12	Embrèvements à 25° avec imprécision	115
12.1	Mode opératoire et résultats des essais	115
12.2	Interprétation des résultats	116
13	Embrèvements à 25° avec déplacement d'un appui	119
13.1	Mode opératoire et résultats des essais	119
13.2	Interprétation des résultats	120

Conclusion	122
Poursuite du travail	127

IV	Annexes
----	----------------

Bibliographie	130
A Modèle élastoplastique dans le cas d'une poutre en flexion ..	136
B Modèle d'ajustement des propriétés mécaniques selon le taux hy-	
grométrique	139
B.1 Modèle d'ajustement linéaire	139
B.2 Modèle surfacique	139
B.3 Modèle de distribution normale	140
B.4 Modèle de distribution de Weibull	141
C Valeurs de résistance de rigidité et de masse volumique selon la	
norme EN338	142
D Plans d'échantillons	143
E Essais Expérimentaux	148
E.1 Essai de flexion	148
E.2 Essai de compression	148
E.3 Taux de déformation du matelas de Néoprène	148
E.4 Embrèvement de 25°	149
E.5 Embrèvement de 40°	150
E.6 Embrèvement de 25° avec imprécision	150
E.7 Embrèvement de 25° avec déplacement d'un appui	150
F Implémentations MATLAB	151
F.1 Résistances en dehors des axes orthotropes - critère de Hankinson	151
F.2 Évaluation du critère de rupture en fonction des champs de contraintes	151
F.3 Dimensionnement d'embrèvements selon la méthodologie de l'Eurocode	152
5	
F.4 Évaluation du critère de rupture au sein du talon	154
F.5 Évaluation du critère de rupture au sein du champ nodal	156
F.6 Modèle surfacique de l'influence hygrométrique sur les propriétés mé-	
caniques du bois	157

Introduction

Contexte

Exploité dans le domaine de la construction depuis des millénaires, le bois reste un matériau structural fortement utilisé. L'intensité de son utilisation diffère selon les régions du globe en fonction des disponibilités, des connaissances technologiques, des normes urbanistiques et les climats culturels. Par exemple, principalement du fait de la proximité de la ressource, les pays scandinaves, l'Amérique du Nord et le Japon construisent traditionnellement en bois ^[Hou12].

Paradoxalement, depuis quelques siècles, le reste de l'Europe a délaissé l'utilisation du bois dans le domaine de la construction, alors que la densité de forêts dans cette région est la plus importante. Les facilités mondiales de transport, les poussées démographiques au sein des villes, le niveau d'exigence et de confort des utilisateurs, les défauts du bois en tant que matériau de construction ont malmené l'usage du bois au profit de matériaux plus récents tels que l'acier ou le béton armé.

Néanmoins, le bois possède des atouts défiant la popularité de ces matériaux modernes et qui ont donné un nouvel essor à la construction en bois lors des dernières décennies ^(note 1) :

- **Prise de conscience du déséquilibre environnemental** En plus d'être très peu énergivore dans ses phases de production et de transformation, le bois nécessite beaucoup moins de composants pour la création d'un élément à sollicitation égale par rapport à l'acier, le béton armé et la brique ^[Koi11]. De plus, le bois est un puits de carbone, c'est-à-dire que l'arbre grandissant capture plus de CO₂ que ce que le bois produit lors de sa transformation ^[Hou12]. Finalement le cycle de vie du bois est complet, car il peut être recyclé, réutilisé, ou son énergie peut être récupérée ;
- **Développement de nouvelles technologies** La conception du lamellé-collé, de nouveaux modes de mise en œuvre (tels que la préfabrication) et de nouveaux systèmes constructifs ont modernisé la construction en bois. Par ailleurs, les possibilités géométriques quasi illimitées permises par ce matériau le rendent de plus en plus en vogue dans le milieu de l'architecture. Cependant, le bois reste un élément biologique réagissant à l'environnement, et bien que des progrès aient été faits en terme de durabilité, un grand nombre de considérations doivent être prises en compte ;
- **lien indéniable que le bois permet de garder entre les constructions urbaines et la nature** Le bois au sein de l'habitat a toujours été une référence à la nature et à la matière vivante. Il apporte un sentiment de chaleur, beaucoup moins présent auprès des autres matériaux de construction.
- **Atout économique** L'ensemble de la filière bois (allant de l'exploitation des forêts jusqu'à la construction, la création de meubles ou de produits dérivés) offre un potentiel économique aux régions riches en cette ressource telles que la Belgique ;
- **Propriétés intrinsèques du matériau** Le bois possède un très bon rapport résistance/poids par rapport à l'acier et au béton, et des propriétés thermiques

NOTE 1

En Belgique, le pourcentage des nouvelles constructions en bois a doublé en 5 ans pour atteindre les 9%. La quantité de rénovation, extension et surélévation a également augmenté ^[Hou17]

formidables. Contrairement à ce que beaucoup pourraient penser, les structures en bois ont la capacité à résister davantage au feu que leurs homologues métalliques.

Le bois est donc un matériau d'avenir. Par contre, construire avec le bois n'est pas une tâche aisée, de par son caractère anisotropique, son indépendance hygroscopique et ses variabilités biologiques et technologiques. Ces caractéristiques intrinsèques rendent la modélisation de la distribution des efforts internes complexes. Le récent regain d'intérêt conféré au bois a néanmoins permis une nette progression dans la compréhension de son comportement et dans la recherche de sa mise en œuvre. La création de normes, et particulièrement de l'EUROCODE 5^[NBNO5], a facilité considérablement l'analyse et le dimensionnement des structures en bois.

Cependant, les normes présentent un frein pour l'analyse de systèmes non-inclus au sein de la théorie des poutres, tels que les assemblages. Bien qu'il existe des approches basées sur les normes permettant de dimensionner ces systèmes complexes, elles s'avèrent parfois inadéquates et ne traitent que peu de cas. De plus, l'adoption de ces méthodes de dimensionnement contemporaines ne se justifie pas toujours par rapport au savoir-faire ancestral.

Il est compréhensible qu'il soit difficile pour les normes de caractériser chaque type d'assemblages au vu de leur diversité de types et de géométries (bien qu'elle fasse leur richesse). Les normes ont alors tendance à favoriser l'utilisation de métal dans ces assemblages afin de faciliter leur dimensionnement et leur mise en œuvre. Les assemblages n'incluant que du bois comme les emboîtements sont soumis à de fortes contraintes géométriques et les possibilités de créer de nouveaux types d'assemblage bois-bois sont faibles. Cependant, le métal étant plus cher et la création de ces éléments ralliant les membres de bois n'étant pas à portée de mains de tout charpentier, les structures en bois voient leur prix augmenter considérablement. De plus, l'ajout de ces éléments métalliques réduit considérablement leur résistance au feu.

Trouver une méthode efficace pour dimensionner des assemblages bois-bois permettant de surpasser les considérations prises par les normes et permettant la création de nouvelles typologies structurelles s'avère donc bénéfique.

Les progrès dans le domaine des éléments finis rendent possible la modélisation de ces éléments particuliers par les champs de contraintes continus. Par contre, la complexité de comportement du matériau bois et le niveau de connaissance en la matière des concepteurs rendent l'utilisation des éléments finis fastidieuse et peu fréquente. De plus, l'interprétation des résultats est délicate.

Bien d'autres approches peuvent néanmoins être adoptées. Notamment, en 2013, dans le cadre d'une formation "le bois dans la construction", Corentin Fivet^[Fiv12] a énoncé et évalué les modalités d'application de la méthode des champs de contraintes discontinus au sein d'assemblages en bois. Cette approche, initialement élaborée pour le dimensionnement des éléments en béton armé, permettrait le dimensionnement rigoureux d'éléments complexes en bois. Cependant, des hypothèses fortes telles que la perception d'un comportement ductile au bois ont dû être faites lors de cette approche théorique. De plus les caractéristiques anisotropiques du bois (lui conférant des résistances différentes en fonction de la direction des efforts par rapport au sens des fibres du bois) le distingue de l'uniformité du béton.

Bien que cette base théorique soit de grande qualité, l'utilisation de la méthode pourrait donc s'avérer inadéquante dans le cadre d'une application au bois si ces hypothèses ne peuvent pas être vérifiées^(note 2).

Afin de faciliter la distribution des efforts au travers de la structure, l'apport de l'utilisation des principes de la statique graphique dans le cadre de ce travail permet une manipulation dynamique des champs de contraintes discontinus.

Suite au travail théorique de Corentin Fivet, Nora Poelvoorde^[Poe15] a proposé en 2014-

NOTE 2

Si les hypothèses de plasticité s'avèrent inappropriées, son travail peut néanmoins s'appliquer à l'étude de bois armé à l'aide de tiges filetées

2015 une validation expérimentale dans le cadre de son mémoire. Différentes configurations d'embrèvement ont été étudiées qui sont des assemblages traditionnels constitués uniquement de bois. Ceux-ci ne transmettent que des efforts de compression ou de frottement. Les essais ont montré des mécanismes de rupture incohérents par rapport au dimensionnement préconisé dans les normes. Malheureusement, la validation de la méthode des champs de contraintes discontinus pour dimensionner les assemblages en bois est restée incomplète.

Objet de l'étude

Notre travail s'inscrit dans la suite des recherches sur les modalités théoriques d'analyse menées par C. Fivet et l'étude expérimentale établie par N. Poelvoorde en laboratoire. Se basant sur une modélisation des assemblages bois par les champs de contraintes discontinus, cette étude vise dans un premier temps à justifier les résultats obtenus lors des essais expérimentaux. Ensuite, L'apport de ce travail vise à consolider le volet théorique d'une part et à valider la méthode expérimentalement d'autre part.

- **Apports théoriques** La mise en pratique de la méthode de C. Fivet constitue une avancée faite dans ce travail. Par ailleurs, l'obtention d'un critère de rupture et une recherche approfondie du comportement du bois ont permis de rendre le modèle exploitable. Le but de la modélisation est de déterminer la capacité portante de l'assemblage et le lieu où la rupture s'effectuera ;
- **Apports expérimentaux** En reprenant le dispositif d'essais conçu spécialement pour le mémoire de N. Poelvoorde, de nouvelles configurations d'embrèvements ont été testées. Les résultats ont été analysés et interprétés par la méthode des champs de contraintes discontinues.

Ce travail est constitué de trois parties regroupant plusieurs chapitres. Le volet théorique regroupe les deux premières parties, tandis que la validation expérimentale constitue la dernière partie.

La première partie vise à définir convenablement le bois. La structure de l'arbre et les propriétés physiques sont définies dans le premier chapitre. Le second chapitre analyse le comportement du bois afin d'établir un critère de rupture propre au bois. Les influences sur les propriétés sont décelées dans le troisième chapitre. Dans celui-ci est également établie l'adaptation des valeurs de résistances utilisées dans la suite du travail à partir des valeurs caractéristiques.

La seconde partie permet le dimensionnement des assemblages. L'analyse des embrèvements selon les normes est établie dans le quatrième chapitre. Les lacunes de ce modèle y sont également mises en avant. La méthode d'analyse par champs de contrainte discontinus et la manipulation dynamique par les principes de la statique graphique sont ensuite décrites dans le sixième et septième chapitre. La mise en pratique de la méthode générale et pour certaines configurations est finalement effectuée dans le huitième chapitre.

La troisième partie présente les résultats expérimentaux. Les résultats d'essais de caractérisation du bois sont d'abord exposés et analysés dans le neuvième chapitre. Ils vérifient d'une part les propriétés du bois utilisé et d'autre part ils permettent de confirmer les recherches faites dans la première partie du travail. De nouvelles configurations sur les embrèvements sont ensuite expérimentées dans les chapitres dix à treize. Pour chacune de ces configurations, les résultats obtenus sont comparés à ceux attendus lors des recherches théoriques.

Finalement, les derniers chapitres ouvrent des pistes pour la poursuite des recherches relatives à ce travail et le concluent.

Caractérisation du matériau bois

Cette première partie vise à définir le bois en tant que matériau structural et à le distinguer des autres matériaux. Afin de bien comprendre le comportement du bois, il est important de connaître le bagage structural qui le compose. La constitution et l'agencement cellulaire conféré à chaque arbre caractérisent en grande partie les performances physiques et mécaniques de celui-ci. Elles sont donc dépendantes de l'essence de l'arbre et des conditions dans lesquelles il a grandi en un lieu donné. Bien que les propriétés physiques ne soient pas spécifiquement exploitées par la suite, leur prise de connaissance est essentielle pour la bonne compréhension du comportement du bois. Ceci est fait dans le *Chapitre 1*. Les deux chapitres suivants permettent de déterminer en profondeur les propriétés mécaniques du bois. Les lois de comportement du bois sont caractérisées en *Chapitre 2* en fonction de la direction de la charge par rapport au sens des fibres. Un critère de rupture est également défini dans ce chapitre. Finalement, en partant des résistances caractéristiques du bois données par la norme EN 338^[NBN 166], le *Chapitre 3* permet de déterminer les résistances du bois qui seront utilisées lors des essais expérimentaux.

1	Propriétés physiques du bois	15
1.1	Anatomie du bois	
1.2	Anisotropie	
1.3	Hygroscopicité	
1.4	Masse volumique	
1.5	Propriétés thermiques, acoustiques et résistance au feu	
1.6	Caractéristiques du Douglas	
2	Propriétés mécaniques du bois	21
2.1	Comportement du bois	
2.2	Comportement en dehors des axes orthotropes	
2.3	Prise en compte de l'interpénétration des fibres	
2.4	Critère général de rupture pour le bois	
3	Détermination des résistances du bois . . .	29
3.1	Variabilité des résistances du bois	
3.2	Prise en compte des influences des propriétés du bois au sein du dimensionnement	
3.3	Classement du bois	
3.4	Notion de résistance caractéristique	
3.5	Approche pour l'obtention des résistances réelles du bois	
3.6	Calcul à l'état limite ultime	

1. Propriétés physiques du bois

Plusieurs critères permettent de distinguer les arbres des autres plantes. Selon les botanistes, un arbre se caractérise par la croissance secondaire du tronc en des couches de tissus similaires, ce qui favorise le développement en hauteur et la ramification des branches augmentant ainsi la capacité d'exploitation de l'espace aérien ^[Kin90]. Cela permet de distinguer un arbre de plantes telles que les bambous ou les palmiers, qui ne se lignifient pas. D'autres caractéristiques permettent également de définir le bois, ce qui constitue la première partie de ce chapitre. Ensuite, les propriétés physiques et biologiques du bois seront introduites. L'accent sera mis sur les espèces de bois résineuses et plus précisément sur le Douglas, qui est l'essence de bois utilisée lors des essais en laboratoire mené dans le cadre de ce travail.

1.1. Anatomie du bois

Le bois est un matériau naturel, composé essentiellement de carbone, d'oxygène et d'hydrogène. Initialement sous forme d'eau et de dioxyde de carbone, des mécanismes, dont la photosynthèse, transforment ces éléments en cellulose, hémicellulose et lignine. Les cellules et les parois cellulaires dont sont constitués les tissus végétaux ont pour rôle le transport de sève, le stockage de substance nutritive et la fonction de soutien. Cette dernière est régie par la paroi cellulaire, qui présente une résistance à la compression (due à la présence de lignine) et une bonne résistance à la traction grâce à des chaînes de celluloses et d'hémicelluloses ^{(note 3) [Hou12]}.

Lorsqu'une coupe dans un tronc est faite (*Figure 1.1*), il est possible de distinguer le

NOTE 3

Ces chaînes forment un réseau qui agit comme des armatures orientées dans différentes orientations



FIGURE 1.1 – Coupe dans un tronc de Douglas ^[Pet06]

duramen de l'aubier :

- **Aubier** Constitué de cellules vivantes et mortes, il est situé en périphérie du tronc (partie claire de *Figure 1.1*). Il permet le passage de sève au travers de vaisseaux pour les feuillus et de trachéides pour les résineux. La présence de ces réseaux

de transport le rend moins durable et davantage fragile aux attaques biologiques. Il comporte généralement un nombre fixe de cernes d'accroissement. Lors d'un processus chimique appelé duramenisation, les cellules et vaisseaux de l'aubier se remplissent de dépôts. Cela anéantit toute activité physiologique des cellules.

- **Duramen** Composé de cellules mortes, il s'agit de la partie centrale de l'arbre. Il est généralement plus coloré (*Figure 1.1*) que l'aubier et plus durable aux attaques environnementales, étant donné qu'il est moins imprégnable que l'aubier. Au point de vue de leur résistance, l'aubier et le duramen ne se différencient pas spécialement.

Il existe plusieurs autres couches structurales dans un tronc d'arbre, mais ne contribuent pas à la fonction de soutien.

Sur *Figure 1.1* il est également possible de distinguer les cernes d'accroissement de l'arbre, qui se composent de deux zones distinctes :

- **Bois initial** Partie du cerne qui se forme à la période où le transport de sève brute est important (printemps). Cette couche est moins dense et plus claire que le bois final.
- **Bois final** Formée lorsque le besoin de sève est moins important (été) les cellules le constituant remplissent principalement le rôle de soutien. Ils ont un diamètre plus petit et une paroi plus épaisse. Il existe une différence notable entre les résistances du bois initial et du bois final qui est fonction de la proportion entre la quantité de matière et de vide.

La largeur des cernes et la proportion entre la quantité de bois initial et final sont influencées par les conditions de croissance de l'arbre. Par exemple, un arbre poussant dans des régions très froides verra son tronc augmenter de diamètre plus lentement qu'un arbre poussant dans un climat tempéré. D'autres facteurs tels que le type de sol et l'âge de l'arbre influencent également sa croissance. L'épaisseur des cernes peut donc varier au cours de la vie de l'arbre.

Un résineux se distingue d'un feuillu de par sa croissance rapide, mais possède un poids volumique globalement inférieur. Les fonctions de transport et de soutien sont remplies par les mêmes cellules dans le cas d'un résineux tandis qu'elles sont assurées par deux types de vaisseaux dans le cas d'un feuillu. Cela confère donc aux résineux des caractéristiques mécaniques axiales meilleures, tandis que les feuillus ont de meilleures résistances transversales^(note 4).

NOTE 4
pour des bois de
masses volumiques
égales

1.2. Anisotropie

Le bois a une structure fibreuse orientée selon les axes naturels de croissance de l'arbre, entraînant une anisotropie définie selon trois axes :

- **longitudinale**, axe de l'arbre correspondant à la direction des fibres de bois. Il est noté par l'indice l ;
- **radiale**, axe diamétral perpendiculaire au sens des fibres, noté par l'indice r ;
- **tangentielle**, axe concentrique et tangentiel aux cernes de bois. Il est noté par l'indice t .

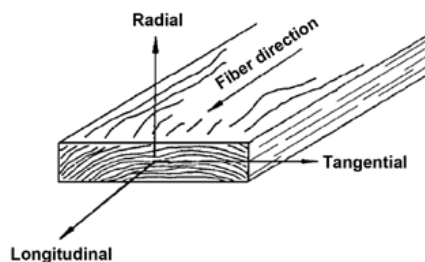


FIGURE 1.2 – Axes principaux^[Kre10]

Ces trois directions étant orthogonales, le terme d'orthotropie cylindrique du bois est de temps en temps utilisé lorsque l'on se réfère à un petit cube de bois sans défaut. Bien

que cette caractéristique du bois ait des répercussions plus mécaniques que physiques, elle est introduite dans cette partie pour la bonne compréhension de la suite.

Au point de vue mécanique, les propriétés tangentielles et radiales se différencient très peu^(note 5) par rapport à la différence entre ces propriétés et les propriétés longitudinales, le modèle se limitera à ne considérer que les directions suivantes :

- **axiale ou longitudinale** qui correspond à la direction parallèle au sens des fibres de bois, notée par l'indice $\parallel$ (certaines littératures utilisent l'indice 0) ;
- **transversale** qui comprend les axes perpendiculaires au sens de la fibre, notée par l'indice $\perp$ (certaines littératures utilisent l'indice 90).

1.3. Hygroscopicité

Cette propriété décrit la capacité du bois à absorber et restituer de l'eau. Elle se mesure comme suit :

$$w = \frac{m_{humide} - m_{sec}}{m_{sec}} (100\%) \quad (1.1)$$

où m_{humide} et m_{sec} sont respectivement les masses humide et sèche du bois. Il existe trois types d'eau dans le bois : l'eau libre, l'eau liée et l'eau de constitution. Bien que les deux premiers types d'eau soient responsables du retrait et du gonflement du bois (variations dimensionnelles), l'influence de l'hygroscopie sur les propriétés mécaniques du bois est essentiellement causée par l'eau liée. Cet effet est marqué sous le point de saturation des fibres comme représenté sur la *Figure 1.3*.

NOTE 5
Des études^[Red17] ont été menées afin d'analyser la différence entre le comportement en flexion longitudinale dont l'effort est appliqué parallèlement au plan radial ou tangentiellement. Il en ressort une différence de résistance de l'ordre de 1%.

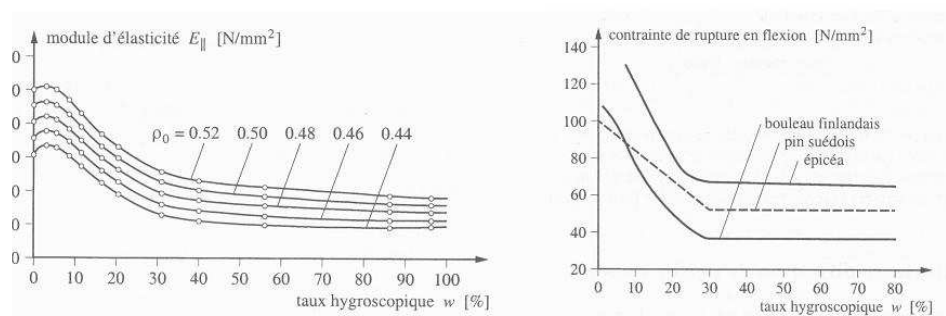


FIGURE 1.3 – Influence hygroscopique du bois^[Koi68]

1.3.1. Évolution de l'hygrométrie en fonction de l'environnement

Le bois réagit avec le milieu climatique dans lequel il est placé. Lorsqu'il est déposé dans un climat constant, il atteint une configuration hygrométrique influencée par l'humidité relative, la température et la pression de l'air, ainsi que la composition structurale et chimique du bois^[Die15]. Pour chacune des essences de bois, il est possible de dresser des chartes de teneur en eau aux conditions d'équilibre. Un exemple de ces courbes se trouve sur la *Figure 1.4*. Si les conditions environnantes varient, le bois réagit en adsorbant de l'eau si le taux d'humidité relative est plus élevé que dans les conditions précédentes, ou en désorbant de l'eau. Les vitesses d'adsorption et de désorption sont différentes comme le montre la figure *Figure 1.5*. Elles sont également définies spécifiquement pour chacune des espèces d'arbres. Il est à noter que ces courbes s'arrêtent à un taux hygrométrique environnant 30% , ce qui correspond au point de saturation des fibres en eau liée. Au-delà de ce niveau, on parle d'un bois *vert*. Il est donc possible de prédire le temps de transition d'un taux hygrométrique à un autre pour un élément en bois, tant que le taux initial et un bref historique des conditions climatiques auxquelles il a été soumis sont connus.

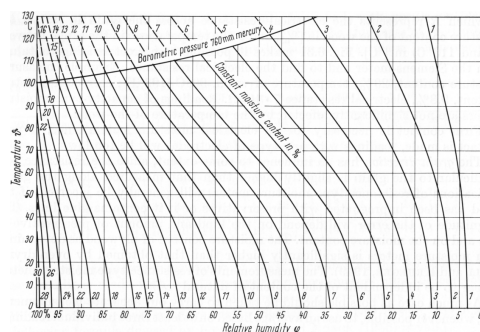


FIGURE 1.4 – Taux hygrométrique d'équilibre en fonction de la température et de l'humidité relative du Siitka Spruce ^{[Die15] [Kol68] [Sta53]}

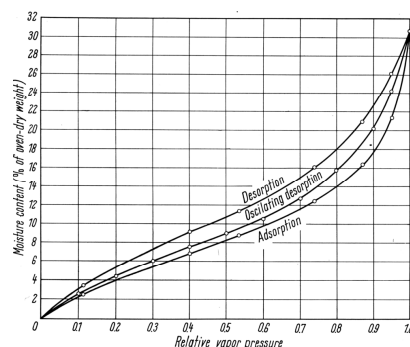


FIGURE 1.5 – Hysteresis d'hygrométrie ^{[Die15] [Kol68] [Key49]}

1.3.2. Influence de l'hygroscopie sur les dimensions

Étant donné que le bois est capable d'adsorber de l'eau ou d'en restituer, les dimensions de l'élément varient en conséquence. La mesure à laquelle le bois va se contracter ou se dilater dépend de l'essence de bois, et de la direction des fibres (voir le [Chapitre 2](#)) considérée. La variation dimensionnelle ΔL selon la direction considérée et une différence de teneur en eau ΔH se calcule comme suit :

$$\Delta L = \frac{\alpha \Delta H L}{100}$$

où α est le coefficient spécifique de retrait. La [Table 1.1](#) donne quelques exemples pour des bois de structure.

Par le fait que le bois se dilate et se contracte principalement le long des cernes de

Essence	Coefficient de retrait radial	Coefficient de retrait tangentiel	point de saturation des fibres
Chêne	0,15	0,25	31
Douglas	0,18	0,28	27
Épicéa	0,15	0,32	33
Pin sylvestre	0,19	0,37	30

TABLE 1.1 – Exemple de coefficient spécifique de retrait selon différentes essences ^[Hou12]

croissance, une distorsion apparaît. Cela résulte en un cambrement des pièces selon l'origine du bois où elles ont été découpées comme on peut le voir sur [Figure 1.6](#).

1.4. Masse volumique

La densité apparente d'une pièce de bois est directement liée au rapport entre la quantité de vide et de matière au sein de l'élément. Comme les vides n'apportent pas de contribution à la résistance, un bois lourd sera donc en conséquence plus solide, plus dur et plus stable qu'un bois léger ^[Hou12]. Il faut néanmoins différencier la masse volumique apparente du bois (qui est celle pesée à tout moment) et la masse volumique des parois cellulaires du bois ^(note 6). Il faut cependant avoir à l'œil que la masse volumique apparente dépend fortement de la teneur en eau du bois. Bien que l'eau soit souvent supposée comme incompressible, sa présence fausse la valeur de la densité, car elle prend

NOTE 6
qui est plus ou moins
constante pour toute
essence de bois et
vaut environ
1500kg/m³

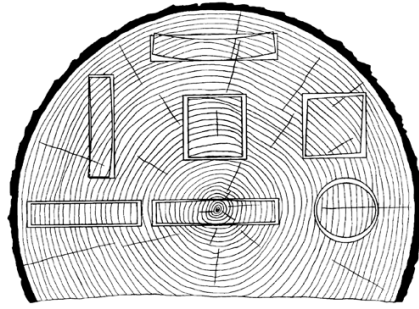


FIGURE 1.6 – Influence de l'emplacement de la poutre sur les variations dimensionnelles ^[Kre10]

la place de l'air dans les vides. La prise en compte de la teneur en eau dans la densité se fait par

$$\rho_b = \rho_a \frac{1 + 0,01\Delta w}{1 + 0,01\beta_v\Delta w} \quad (1.2)$$

où ρ_a et ρ_b sont les masses volumiques pour des teneurs en eau a et b , β_v est le coefficient volumétrique de retrait du bois par rapport à la variation hygrométrique, et $\Delta w = w_b - w_a$ est la variation de la teneur en eau (définie par (1.1)).

La densité varie également avec la taille des cernes, l'essence de l'arbre et le fait que le bois soit de l'aubier ou du duramen. De plus, les résistances changent également en fonction de s'il s'agit de bois initial ou final (la différence en terme de résistance est négligeable entre l'aubier et le duramen).

1.5. Propriétés thermiques, acoustiques et résistance au feu

Le taux hygroscopique est lié à la température. En effet, le bois s'assouplit avec une augmentation de la teneur en eau et de la température, et se rigidifie lorsqu'il se refroidit et en se séchant. Les conditions d'humidité relative auxquelles l'élément est exposé sont à prendre en compte dans la conception, car elles affectent la durabilité du matériau. À température ambiante, les effets de la température sont négligeables. En effet, une variation de température se traduit essentiellement par une variation du taux hygrométrique dans ce cas. De plus, les effets de la température se font principalement ressentir à des taux hygrométriques supérieurs au point de saturation des fibres ^[Ger80].

Dès lors, la température n'est pas un paramètre pris en compte au sein de ce travail. Par ailleurs, la structure cellulaire du bois possède une faible conductibilité thermique. Pour une épaisseur égale, le bois isole 300 fois mieux que l'acier, 9 fois mieux que le béton et 2 fois mieux que la brique ^[Hou12]. La conductibilité thermique diffère également selon le sens des fibres par rapport à la direction du transfert de chaleur.

Le bois n'est ni un bon isolant acoustique, ni un bon absorbant acoustique, mais ces propriétés peuvent être améliorées par traitement ou par des dispositions de montage spécifiques.

Bien que le bois reste un matériau inflammable, il présente une très bonne résistance au feu. Lorsqu'il est soumis au feu, le bois se consume en formant une couche externe de charbon dont le coefficient thermique est cinq fois moins élevé que le bois intact. Cette couche protège thermiquement le bois se trouvant en dessous, qui garde ses propriétés structurelles intactes. De plus, la vitesse de carbonisation est lente et sa valeur de base est de $0,6\text{mm}/\text{min}$. Il est donc aisé de concevoir une structure pouvant faire face à un incendie durant une durée de temps définie.

Finalement, il existe d'autres facteurs influençant les propriétés physiques d'un élément de bois tels que les moyens technologiques permettant la transformation de cet élément.

Par exemple, une poutre en lamellé-collé exempte de nœuds et dont les techniques de découpe et de production sont différentes d'une poutre de bois brut possède des caractéristiques mécaniques bien spécifiques.

1.6. Caractéristiques du Douglas

Le domaine de construction en Belgique est principalement dirigé autour des essences résineuses. Celles-ci ont pour avantage d'avoir une croissance rapide qui augmente sa disponibilité. De plus, elles possèdent un tronc droit et long, qui facilite le sciage.

L'essence utilisée lors des essais en laboratoire menés dans le cadre de ce travail est le Douglas. Une coupe d'un tronc de cette essence se trouve sur la *Figure 1.1*. Ci-dessous se trouvent quelques propriétés ^{[Hou12] [Woo]} de cette essence :

- le duramen se différencie bien de l'aubier par la couleur. Le contraste entre les cernes de printemps et d'été est également bien présent ;
- les fibres sont droites et le grain (aspérité naissante lors de la découpe) grossier ;
- il est abondant sur le marché belge du bois de structure^(note 7) ;
- le Douglas d'Europe contient peu de canaux résinifères, mais de nombreuses poches de résines ;
- sa densité moyennement lourde le catégorise au sein des résineux les plus durs ;
- le duramen est moyennement durable – classe de durabilité naturelle ||| – et est sensible à l'attaque des termites ;
- le bois se sèche facilement et se déforme peu, bien qu'il soit conseillé de le laisser sécher plus lentement que les autres résineux, afin d'éviter la formation de fentes. Le point de saturation des fibres est de 27% ;
- les nœuds sont adhérents et assez gros ;
- plus les cernes sont fins, plus le bois se laisse usiner.

Deux autres raisons poussant à utiliser cette essence lors de ce travail. D'une part, lors d'essais antérieurs menés par Nora Poelvoorde^[Poe15], le Douglas a également été utilisé. D'autre part cette, essence est aisément disponible auprès de fournisseurs localisés proche du laboratoire où ont été réalisés les essais repris dans ce présent travail.

Lors des essais menés en laboratoire, des poutres de section 8/23^(note 8) et 10/30 ont été analysées et testées. De telles sections ont été choisies, car elles reflètent les dimensions usuelles utilisées dans les charpentes.

NOTE 7

Il constitue 15,6% des besoins en essence résineuse et sa demande a fortement augmenté entre 1989 et 2009^[Bo11]

NOTE 8

Les dimensions exactes de cette section sont 75 × 225mm

2. Propriétés mécaniques du bois

Du point de vue mécanique, le bois se distingue des autres matériaux de construction par son anisotropie marquée. Pour une même sollicitation, sa réaction ne sera la même ni selon l'orientation par rapport au sens des fibres ni selon le sens de la sollicitation (traction ou compression).

2.1. Comportement du bois

Outre les résistances, le comportement du bois varie également selon la direction et le type de sollicitation.

Les courbes *Figure 2.1* représente les contraintes en fonction des déformations pour des

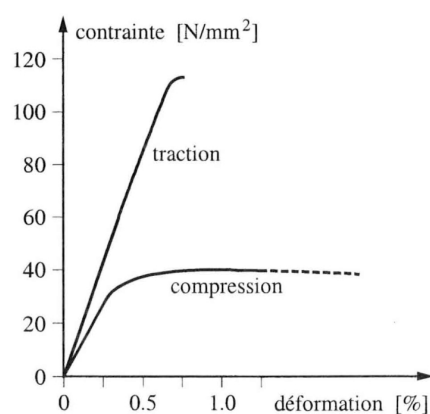


FIGURE 2.1 – Relation contrainte-déformation pour des sollicitations longitudinales pour un échantillon de bois sans défaut ^[Nat00]

sollicitations en compression et traction axiales. Elles sont constituées de trois zones caractéristiques :

- **la zone élastique** : pour de faibles contraintes, la déformation correspondante est linéaire et réversible. Dans ce domaine, la loi de Hooke est valable ;
- **la zone plastique** : cette zone débute à la limite d'élasticité, lorsque la déformation n'est plus proportionnelle à la contrainte. Si la sollicitation est retirée, une déformation résiduelle se forme. La longueur de ce palier détermine la ductilité du matériau ;
- **la zone de rupture** : amorcée à partir de la contrainte limite de rupture qui est la contrainte maximale atteinte, elle se caractérise par un défibrage lors d'une rupture en traction du bois et d'une pliure des fibres dans le cas de la compression.

Chaque matériau se comporte différemment lorsqu'il est sujet à une sollicitation et au sein d'un même matériau le comportement peut être différent en fonction de la direction de la sollicitation comme c'est le cas pour le bois. Il est possible d'idéaliser chaque type de réaction par un modèle afin de rendre le calcul aisé. Dans le cadre de ce travail, trois lois de comportement sont retenues : élastique, élasto-plastique et rigide-plastique comme schématisé sur la *Figure 2.2*. En établissant une simple comparaison des tendances entre

ces trois lois de comportement et la *Figure 2.1*, un comportement élastique dans le cas de la traction et un comportement élasto-plastique en compression semblent être les plus appropriés.

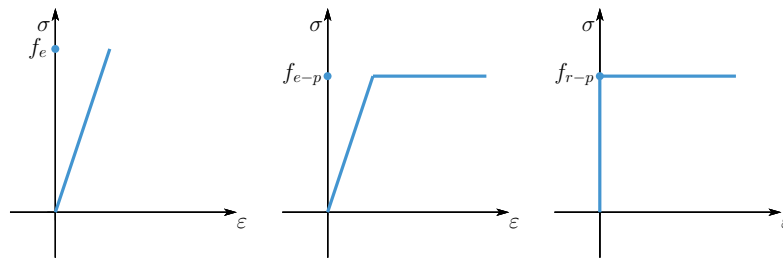


FIGURE 2.2 – (de g. à d.) Comportement élastique, élasto-plastique et rigide plastique^[Nat00]

Sollicitation en traction

Soit un bois parfait et sans défaut soumis à un effort de traction. En observant la *Figure 2.1*, on remarque une grande zone élastique par rapport à la zone plastique, qui atteint rapidement le point de rupture. Une traction au-delà de ce point entraîne une cassure des microfibrilles. On parle alors d'un comportement élastique et d'une rupture fragile. Il est d'autant plus marqué dans les directions transversales, où la rupture correspond à un arrachement des fibres entre elles. La résistance perpendiculaire étant bien plus faible que la résistance axiale, il est donc déconseillé de solliciter le bois dans cette direction. Il est à noter que la résistance en traction est davantage influencée par les défauts dans le bois que celle en compression. Les résistances sont notées par :

- **résistance caractéristique à la traction axiale** : $f_{t,\parallel,k}$
- **résistance caractéristique à la traction transversale** : $f_{t,\perp,k}$

Sollicitation en compression

En considérant à nouveau un bois parfait sans défaut, on remarque sur la *Figure 2.1* que la résistance est deux fois moins élevée que celle observée dans le cas d'une sollicitation en traction. Par contre, le palier plastique est plus grand que la zone élastique, bien que celle-ci soit bien marquée. On parle alors d'un comportement élasto-plastique. La rupture est entraînée par la pliure des microfibrilles. Étant donné l'écrasement des fibres, la résistance perpendiculaire aux fibres est nettement inférieure faible

Lorsque le rapport entre le côté le plus petit de la section sollicitée et la longueur de la poutre est inférieur à 1/5, le phénomène de flambement est également à prendre en compte. Les résistances sont notées par :

- **résistance caractéristique à la compression axiale** : $f_{c,\parallel,k}$
- **résistance caractéristique à la compression transversale** : $f_{c,\perp,k}$

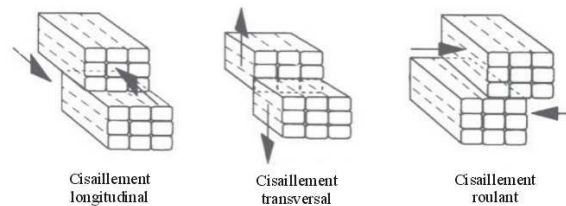
De manière générale, l'expression suivante est vérifiée :

$$f_{t,\parallel,k} > f_{c,\parallel,k} > f_{c,\perp,k} > f_{t,\perp,k} \approx 0 \quad (2.1)$$

Sollicitation en cisaillement

Le cisaillement τ correspond au glissement des fibres les unes par rapport aux autres, selon le plan et les directions de l'effort soumis. Il existe trois types de cisaillement selon les directions du bois représentés sur la *Figure 2.3*.

- **cisaillement longitudinal** ;
- **cisaillement transversal** ;
- **cisaillement roulant**.

FIGURE 2.3 – Type de cisaillement selon la direction^[Des14]

La résistance au cisaillement longitudinal est plus faible que celle en cisaillement transversal. Le cisaillement roulant est quant à lui rarement considéré dans le bois massif^[Lat15]. Il sera néanmoins traité dans ce travail, car il pourrait être à l'origine d'effets indésirables.

La résistance au cisaillement est notée par : $f_{v,d}$.

Sollicitation en flexion

Principalement étudié dans le cas d'une poutre, un effort de flexion fléchit l'élément de bois. Cela entraîne une zone comprimée, une zone tendue et entre celles-ci une fibre neutre dont sa longueur ne varie pas suite à l'effort de flexion comme illustré par la Figure 2.4 à gauche. Au sein d'une même section, plus la fibre s'éloigne de la fibre neutre, plus l'effort de traction/ compression augmente.

L'Eurocode 5 dimensionne une poutre en flexion selon une analyse élastique. La capacité ductile du bois n'est donc pas prise en compte. Les formes des efforts de compression et de traction au sein de la section sont triangulaires. La rupture se produit lorsque la résistance en compression ou en traction est atteinte dans l'une des fibres extrêmes.

Cependant, la résistance en traction d'un élément de bois est plus grande en traction qu'en compression (Figure 2.1) et le comportement du bois en compression possède une capacité ductile. Une analyse plastique pour un effort de flexion, tel que représenté par la Figure 2.4 à droite, est donc possible^(note 9). Bien que ce type de sollicitation est peu présent dans le cas des assemblages, l'approche d'analyse par le comportement élasto-plastique est un bel exemple de la redistribution des efforts due à la ductilité du matériau. Le modèle des champs de contraintes discontinus nécessitant cette hypothèse de redistribution des efforts, ce modèle de dimensionnement est décrit en Annexe A.

NOTE 9
Certaines méthodes de dimensionnement de structures à l'état limite ultime prennent en compte le comportement élasto-plastique du bois^[van10]

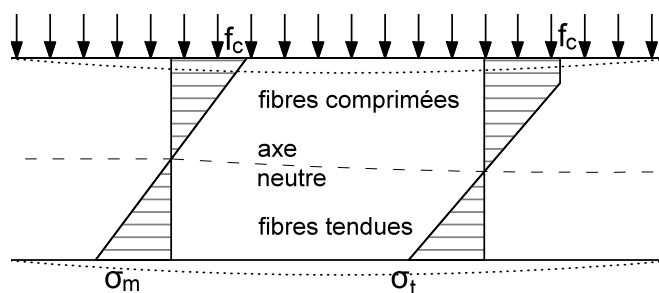


FIGURE 2.4 – Distribution des contraintes dans une poutre fléchie : analyse élastique à gauche et analyse plastique à droite

2.2. Comportement en dehors des axes orthotropes

Les valeurs de résistance en traction et en compression sont maximales lorsque la sollicitation agit parallèlement aux fibres du bois et minimales lorsque l'effort est perpendiculaire au sens des fibres. Il existe plusieurs modèles pour déterminer les résistances entre ces deux directions. Le modèle utilisé dans l'Eurocode est basé sur les équations de *Hagen, Hankinson et Kollmann* ^[Han21]. Cette formule empirique donne, pour un angle α , les valeurs de résistance en compression $f_{c,\alpha}$ et en traction $f_{t,\alpha}$.

$$f_{c,\alpha} = \frac{f_{c,\perp} \cdot f_{c,\parallel}}{f_{c,\perp} \cos^2(\alpha) + f_{c,\parallel} \sin^2(\alpha)} \quad (2.2)$$

$$f_{t,\alpha} = \frac{f_{t,\perp} \cdot f_{t,\parallel}}{f_{t,\perp} \cos^2(\alpha) + f_{t,\parallel} \sin^2(\alpha)} \quad (2.3)$$

Pour de faibles valeurs de α , la réduction de la résistance est significative, comme représentée par la *Figure 2.5*. Cette diminution est davantage prononcée en traction. Par exemple, pour un angle de 10° , la résistance à la traction a déjà diminué de moitié alors que celle à la compression a diminué de 20%. Cela renforce la volonté d'éviter tout effort de traction en dehors du sens des fibres.

Étant donné la forme des courbes, on parle dans le cadre du bois d'une anisotropie fortement non linéaire, et ceci spécialement en traction.

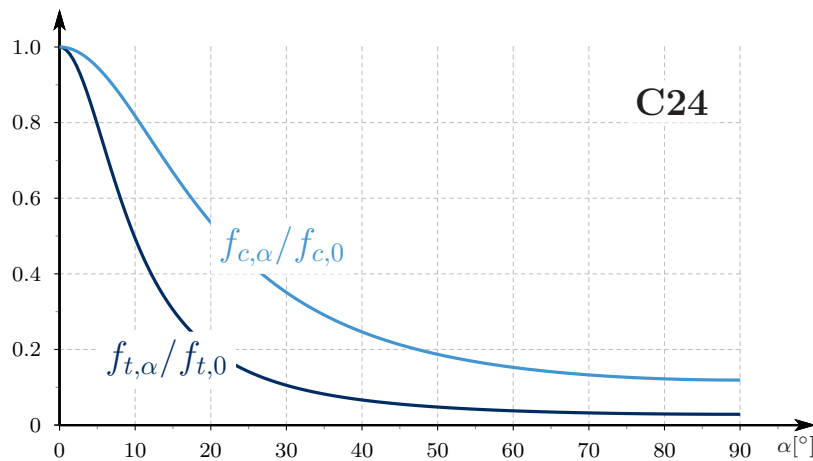


FIGURE 2.5 – Compression et traction oblique

Les théories de Hankinson et al. ne couvrent pas les configurations de cisaillement, mais une étude expérimentale faite par Rakesh Gupta ^[Gup12] analyse les variations de la résistance de cisaillement en fonction de l'angle. La résistance est alors exprimée par :

$$f_{v,\alpha} = \sqrt{f_{v,\parallel} \cos^2(\alpha) + f_{v,\perp} \sin^2(\alpha)} \quad (2.4)$$

2.3. Prise en compte de l'interpénétration des fibres

Dans le cas où deux pièces de bois sont en contact direct, les fibres des cernes de bois peuvent pénétrer d'une pièce à l'autre. Des parties de bois plus résistantes (bois final) s'appuient alors sur du bois plus tendre (bois initial) (*Section 1.1*). Ce phénomène s'accroît avec le parallélisme entre la direction des contraintes et le sens des fibres dans chacune des pièces. Au plus l'angle entre la contrainte et le sens des fibres augmente, moins la réduction de la résistance est importante pour être négligeable lorsque les deux

pièces sont perpendiculaires.

Ce phénomène est souvent négligé dans le dimensionnement d'assemblage, car il apparaît souvent pour des valeurs de contraintes supérieures que les contraintes de dimensionnement. De plus, il est responsable de déplacements significatifs mais pas de la rupture. L'Eurocode 5^[NBNO5] n'en tient même pas rigueur, tandis que les normes suisses^[Nor92] l'interprètent directement à l'aide des formules de compression oblique de *Hagen Hankinson et Kollmann*^[Han21] (2.2). Un facteur réducteur de 0,8 y est par contre affecté à la résistance à la compression parallèle aux fibres. L'équation devient :

$$f_{c,\alpha} = \frac{f_{c,\perp} \cdot 0,8 f_{c,\parallel}}{f_{c,\perp} \cos^2(\alpha) + 0,8 f_{c,\parallel} \sin^2(\alpha)} \quad (2.5)$$

La résistance de deux pièces placées de telles sortes que les fibres soient parallèles ($\alpha = 0$) est donc réduite de 20%, tandis que la résistance pour deux pièces assemblées perpendiculairement l'une à l'autre n'est pas affectée.

Il est à noter que le phénomène de pénétration des fibres n'est pas présent dans un assemblage par contact d'une pièce de bois sur un matériau rigide (bois/acier, bois/béton), et ceci pour n'importe quel angle α .

Une implémentation MATLAB permettant le calcul des résistances selon les formules de Hankinson et prenant en compte l'interpénétration des fibres se trouve dans l'*Annexe F.1*.

2.4. Critère général de rupture pour le bois

Jusqu'à présent les valeurs de résistance et les critères de rupture ne prenaient pas en compte les efforts sollicitant le bois dans plusieurs directions. Or, au sein d'un assemblage, le bois peut être soumis en même temps à des efforts de traction, de compression et de cisaillement. Déterminer un critère de rupture permet de vérifier l'état de contrainte par rapport à la résistance du matériau. Étant donné la nature anisotrope du matériau, les critères usuels de rupture utilisés pour d'autres matériaux comme le béton et l'acier (tel que les critères de *von Mises* pour les matériaux ductiles et de *Mohr-Coulomb* pour les matériaux fragiles) ne peuvent pas être utilisés. Afin de trouver un critère de rupture général pour les matériaux anisotropes, il est nécessaire de repartir des modèles qui sont à la base de ceux-ci et d'en déterminer un pour le bois.

Le critère de rupture utilisé dans le cadre de ce travail est celui de *Tsai-Wu* défini en 1971. L'hypothèse de base de ce critère de résistance est qu'il existe une surface^[NT 12] de rupture dans le plan de contrainte qui peut être écrit sous la forme scalaire suivante :

$$f(\sigma_k) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (2.6)$$

avec^(note 10) $i, j, k = 1, 2, \dots, 6$ et où F_i et F_{ij} sont les tenseurs de résistance du second et quatrième ordre respectivement. L'avantage de ce modèle, en plus d'être utilisé pertinemment dans plusieurs ouvrages^{[van10] [NT 12] [Clo95] [Mur07]}, est que la surface de rupture est résumée en un seul polynôme. D'autres modèles tels que celui de *Norris* (1950) comportent plusieurs critères dont l'intersection forme la surface de rupture.

NOTE 10
Cette relation est valable également pour les composantes de déformation :
 $G_i \varepsilon_i - G_{ij} \varepsilon_i \varepsilon_j = 1$

En négligeant les différences de résistance entre le plan radial et tangentiel, le bois peut être aperçu comme un matériau orthotropique ayant des résistances orthogonales. En négligeant les termes d'ordres supérieurs F_{ijk} , le plan de contrainte (2.6) s'écrit alors de la sorte :

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (2.7)$$

À cela, il est nécessaire de rajouter les considérations suivantes^[van10] :

- selon la réciprocité énergétique $F_{ij} = F_{ji}$ ($i \neq j$)

- étant donné que le bois est considéré comme orthotropique, l'interaction entre les contraintes de cisaillement dans certains plans n'est pas prise en compte. Donc : $F_{ij} = 0$ ($i \neq j$; $i, j = 4, 5, 6$)
- selon la symétrie de l'orthotropie dans les plans de base, les efforts de cisaillement doivent être identiques dans les directions positives et négatives, donc $F_6 = F_{16} = F_{26} = 0$.

Le critère de rupture (2.7) devient alors :

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1 \quad (2.8)$$

Il est alors nécessaire de trouver les valeurs des tenseurs de résistance. L'axe 1 est défini comme étant parallèle à la direction des fibres du bois. L'axe 2 est alors perpendiculaire à la direction des fibres. Dans le cas de la résistance en traction parallèle à la direction des fibres $X_t = \sigma_1$, l'équation (2.8) se simplifie, car $\sigma_6 = \sigma_2 = 0$ et s'écrit

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_1\sigma_1 = 1 \quad \text{donc} \quad F_{11}X_t^2 + F_1X_t = 1 \quad (2.9)$$

Similairement, dans le cas de la compression $\sigma_1 = -X_c$ dans la même direction :

$$F_{11}X_c^2 - F_1X_c = 1 \quad (2.10)$$

En résolvant ces deux équations (2.9)(2.10), les valeurs de F_{11} et F_1 sont déterminées :

$$F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} \quad \text{et} \quad F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \quad (2.11)$$

En suivant la même procédure pour l'axe 2 (perpendiculaire aux fibres de bois), on obtient :

$$F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} \quad \text{et} \quad F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \quad (2.12)$$

Finalement, dans le cas où il n'y a que du cisaillement ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$), la résistance au cisaillement S est obtenue par

$$F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (2.13)$$

Maintenant que tous les composants F_i et les composants diagonaux de F_{ij} sont déterminés, il reste à trouver les expressions des termes hors de la diagonale prises en compte pour le critère, soit F_{12} dans le cas présent. Ce terme est associé à l'interaction entre deux composantes d'efforts dans le critère de rupture, et sa définition peut varier^[C1095] en fonction de l'importance de certaines sollicitations par rapport aux axes et à d'autres efforts. Dans le cas de sollicitations en dehors des axes, *van der Put*^[van10] reprend le critère de rupture (2.8). Afin de quitter les axes principaux du bois, deux transformations sont offertes :

- les résistances quittent les axes principaux et pivotent d'un certain angle. Dans ce cas, les axes de symétrie du matériau changent et certains termes ne peuvent plus être exclus du critère.

$$\begin{aligned} &F'_1\sigma_1 + F'_2\sigma_2 + F'_6\sigma_6 + F'_{11}\sigma_1^2 + 2F'_{12}\sigma_1\sigma_2 \\ &+ F'_{22}\sigma_2^2 + F'_{66}\sigma_6^2 + 2F'_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F'_{26}\sigma_2\sigma_6 = 1 \end{aligned}$$

- un changement de repère est effectué sur les contraintes. Étant plus facile à calculer et à implémenter, cette transformation sera adoptée

$$F_1\sigma'_1 + F_2\sigma'_2 + F_{11}(\sigma'_1)^2 + 2F_{12}\sigma'_1\sigma'_2 + F_{22}(\sigma'_2)^2 + F_{66}(\sigma'_6)^2 = 1 \quad (2.14)$$

Afin de trouver le terme d'interaction F_{12} , le changement de variable effectué consiste à prendre une contrainte uniaxiale sollicitant le matériau en dehors de ses axes orthotropes :

$$\begin{cases} \sigma'_1 &= \sigma_m \cos^2 \theta \\ \sigma'_2 &= \sigma_m \sin^2 \theta \\ \sigma'_6 &= \sigma_m \cos \theta \sin \theta \end{cases}$$

L'équation (2.14) devient :

$$\begin{aligned} \sigma_m \cos^2 \theta \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) + \sigma_m \sin^2 \theta \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) + \frac{\sigma_m^2 \cos^4 \theta}{X_t X_c} \\ + 2F_{12} \sigma_m^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\sigma_m^2 \sin^4 \theta}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_m^2 \sin^4 \theta}{S^2} = 1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

En réécrivant les deux premiers termes

$$\frac{\sigma_m \cos^2 \theta}{X_t} + \frac{\sigma_m \sin^2 \theta}{Y_t} - \left(\frac{\sigma_m \cos^2 \theta}{X_c} + \frac{\sigma_m \sin^2 \theta}{Y_c} \right)$$

les formules de Hankinson (2.2) et (2.3) sont retrouvées :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_m \cos^2 \theta}{X_t} + \frac{\sigma_m \sin^2 \theta}{Y_t} &= 1 \\ \frac{\sigma_m \cos^2 \theta}{X_c} + \frac{\sigma_m \sin^2 \theta}{Y_c} &= 1 \end{aligned}$$

En multipliant la dernière équation par elle-même, une approximation par les moindres carrés selon le modèle de *Norris* peut être établie :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_m^2 \cos^4 \theta}{X_c^2} + \frac{2\sigma_m^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{Y_c X_c} + \frac{\sigma_m^2 \sin^4 \theta}{Y_c^2} &= 1 \\ \Downarrow \\ \frac{\sigma_m^2 \cos^4 \theta}{X_c^2} - \frac{\sigma_m^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{Y_c X_c} + \frac{\sigma_m^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{S^2} + \frac{\sigma_m^2 \sin^4 \theta}{Y_c^2} &= 1 \end{aligned}$$

Dès lors :

$$S = \sqrt{\frac{X_c Y_c}{3}} \quad (2.16)$$

Similairement, dans le cas de la traction, la relation $S^{-2} = 3/(X_t Y_t)$ est trouvée. Les mesures de S ont été confirmées expérimentalement par *Nielsen et Hansen* ^[Nielsen76] qui obtiennent $S \approx 0,6\sqrt{X_c Y_c} \approx 0,58\sqrt{X_c Y_c} = \sqrt{X_c Y_c}/3$ ^(note 11).

Le produit des deux formules de *Hankinson* ((2.2) et (2.3)) donne la condition de rupture que celle-ci se fasse en compression ou en traction :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_m^2 \cos^4 \theta}{X_t X_c} + \frac{\sigma_m^2 \sin^2 \theta \cos \theta}{X_c Y_t} + \frac{\sigma_m^2 \sin^4 \theta}{Y_t Y_c} + \sigma_m \cos^2 \theta \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \\ + \sigma_m \sin^2 \theta \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) + \frac{\sigma_m^2 \sin^2 \theta \cos \theta}{Y_c X_t} = 1 \end{aligned}$$

Ce qui correspond à l'expression (2.4). La valeur du terme d'interaction est ainsi déduite :

$$2F_{12} = \frac{1}{X_c Y_t} + \frac{1}{X_t Y_c} - \frac{3}{X_c Y_c}$$

NOTE 11

Le fait que la valeur de S soit d'avantage régit par les valeurs de résistances en compression que celles en traction peut s'expliquer par le fait que les lois de comportement en compression et en cisaillement offrent une certaine ductilité

Finalement le critère de rupture pour une sollicitation en dehors des axes orthotropes s'écrit

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1 \quad (2.17)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} \\ F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \\ F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} \\ F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \\ F_{66} = \frac{S^2}{3} \\ S = \sqrt{\frac{X_c Y_c}{X_t Y_t}} \\ 2F_{12} = \frac{1}{X_c Y_t} + \frac{1}{X_t Y_c} - \frac{3}{X_c Y_c} \end{array} \right.$$

Une implémentation MATLAB calculant les résistances du bois selon le critère de rupture se trouve dans l'[Annexe F.2](#).

3. Détermination des résistances du bois

Par des méthodes non destructives telles qu'un classement visuel ou un classement mécanique, il est possible de connaître a priori les résistances du bois comme définies au *Chapitre 2*, pour tout élément de bois. Ces valeurs de résistance ne sont toutefois pas faciles à obtenir, vu la large gamme de valeurs que peut prendre chacune de ces propriétés. En effet, par sa nature biologique, le bois possède davantage de facteurs d'influence que d'autres matériaux de construction (tels que le béton et l'acier). Durant les dernières décennies, des méthodes de fiabilité structurelle ont été développées pour assurer l'intégrité d'un ouvrage. Elles analysent d'une part les actions sollicitant la structure et d'autre part les résistances que le matériau de construction doit satisfaire. Les connaissances dans ce domaine sont donc de nos jours suffisamment développées de sorte que ces incertitudes soient prises en compte dans le calcul structurel.

3.1. Variabilité des résistances du bois

En plus des propriétés déjà citées dans le *Chapitre 1*, plusieurs paramètres détaillés ci-après sont à prendre en compte dans la détermination des caractéristiques du bois.

3.1.1. Masse volumique

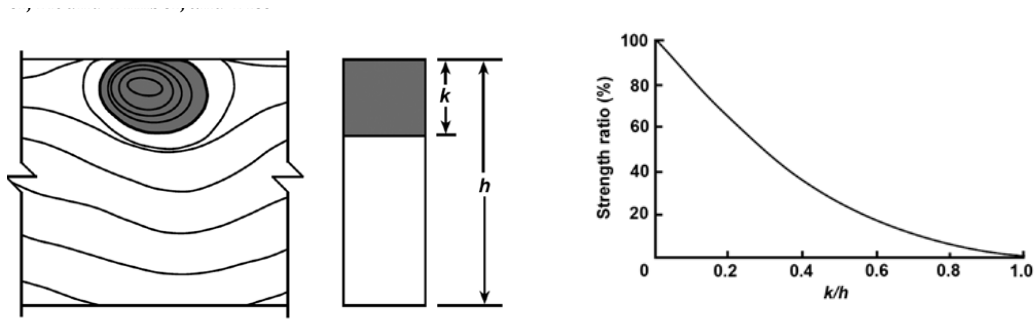
La masse volumique est une caractéristique qui peut varier en fonction de l'essence de bois et comme il a été vu dans le premier chapitre, la masse volumique des résineux est généralement inférieure à celle des feuillus (*Chapitre 1*). Cette propriété varie également au sein d'une essence. Étant donné qu'elle peut être liée à la proportion de matière et de vide au sein du bois, la masse volumique apparente du bois est une propriété intéressante, car elle peut facilement être corrélée à d'autres caractéristiques telles que les résistances du bois. Au sein d'une même essence, un élément de bois plus dense aura donc des résistances plus élevées.

3.1.2. Nœuds

Un nœud est ici défini comme la portion de la branche d'un arbre qui est incluse dans le tronc. L'influence des nœuds sur les résistances dépend de leur taille (ce qui constitue le paramètre le plus important), de leur emplacement, de leur forme, de leur état. Leur présence affaiblit la résistance du bois comme représenté sur la *Figure 3.1*. Cela est dû à :

- le bois parfait est déplacé en raison du nœud ;
- la continuité du bois est interrompue en périphérie du nœud
- les fibres de bois sont déviées donnant des pentes ne pouvant reprendre que de faibles efforts.
- le bois sèche anormalement en raison du nœud, ce qui résulte en des variations dimensionnelles non homogènes et à la présence de contraintes internes.

Leur effet sur la diminution de la résistance est bien plus grand pour des efforts axiaux de traction que pour des efforts axiaux de compression. La raison majeure est la non-adhésion des fibres en périphérie du nœud et à la sollicitation du bois

FIGURE 3.1 – Effet de la présence d'un noeud sur la résistance^[Kre10]

NOTE 12
 les fibres à la
 périphérie d'un noeud
 sont concentriques à
 celui-ci. La
 modification de la
 direction des fibres
 due à la présence du
 noeud impose une
 réduction de
 résistance

perpendiculairement aux fibres^(note 12). Une poutre en flexion sera donc bien moins affaiblie par un noeud localisé dans les fibres comprimées que par un noeud situé dans les fibres tendues. La présence de noeud affecte également la rigidité du bois.

3.1.3. Poches de résine et fissures

Bien que leur influence soit plus faible que celle des noeuds, la présence de poches de résine crée une discontinuité par un défaut d'adhésion entre les cernes de croissance. Plus la poche est grande, plus elle diminue la résistance du bois.

En ce qui concerne les fissures, leur apparition neutralise toute résistance en traction perpendiculaire aux fibres et en cisaillement. La section à considérer pour les calculs doit donc être ajustée.

3.1.4. Dimensions de la pièce

Depuis bien longtemps, il a été montré que la résistance en flexion diminue avec l'augmentation des dimensions géométriques la pièce de bois^[Boh66]. Ceci peut s'expliquer par le fait que plus les dimensions de la pièce augmentent, plus la probabilité d'avoir un défaut de grande influence augmente. Lors de la découpe de petites pièces, le trait de scie peut exclure des défauts majeurs. La technologie des poutres en lamellé-collé exploite cet effet, car les défauts de trop grande envergure sont exclus lors du sciage des lattes. Dans cette même optique, d'autres recherches^[Bra14] ont permis de remarquer que les résistances à la tension axiale étaient plus dispersées lorsque la longueur de la poutre augmentait.

Cette propriété du bois, appelée effet d'échelle, est à prendre en compte lors du dimensionnement de sorte à approcher le plus possible les caractéristiques réelles d'une pièce de bois. Par exemple, cela n'a pas de sens d'effectuer un essai en flexion sur une pièce de bois sans aucun défaut alors que la poutre entière en possède. Lors de la conception d'une structure, l'effet d'échelle est pris en compte au travers d'un coefficient γ_m . Il permet d'une part de pouvoir corriger les résultats des essais de caractérisation du bois sur des échantillons sans défaut, et d'autre part d'étudier la structure en ne se souciant pas de la quantité ni de l'emplacement des défauts. Il vaut :

$$\gamma_m = \begin{cases} 1,25 & \text{pour du lamellé-collé} \\ 1,3 & \text{pour du bois massif} \end{cases}$$

3.1.5. Pente de fil

Lorsque le trait de sciage ne suit pas la direction des fibres, les efforts sollicitant l'élément ne peuvent plus être considérés comme étant axiaux et la résistance diminue considérablement. Cet effet doit être pris en compte, car comme il a déjà été vu dans le comportement du bois hors des axes orthotropes [Section 2.2](#) un angle entre l'axe de la pièce et la pente des fibres diminue considérablement la résistance de la pièce.

3.1.6. Cerne de croissance

La proportion de bois initial et final a un effet sur la résistance. Le bois initial moins dense et se déforme plus facilement. Cette proportion peut se voir par le calcul de masse volumique étant donné que le bois initial a une densité 2 à 4 fois moins grande que le bois final. La résistance dépend donc de l'épaisseur des cernes ^[Lar01].

De plus, l'inclinaison des cernes au sein de la poutre soumise à un effort comme illustré sur *Figure 3.2* a une certaine importance sur son comportement. Bien que les normes ne fassent pas de distinction dans le sens des efforts lorsqu'il s'agit des directions perpendiculaires au sens des fibres, un effort de traction transversal et de cisaillement sera plus amplement repris pour un angle de 90° qu'un angle de 0° ou vice versa ^[Gup12].

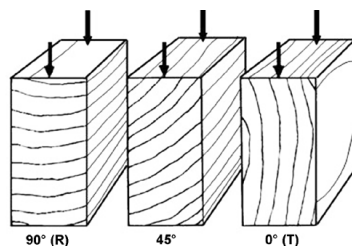


FIGURE 3.2 – Direction de l'effort par rapport à la direction des cernes de croissance ^[Kre10]

3.1.7. Influences hygrométriques

Comme il a déjà été énoncé dans la section *Section 1.3*, la teneur en eau influence principalement la résistance du bois et les variations dimensionnelles. Les différences hygrométriques peuvent être à l'origine de fissures comme ce l'est d'abord expliqué.

Contraintes internes dues à la variation hygrométrique

Une variation hygrométrique du bois en fonction de l'humidité relative environnante ne se fait pas de manière homogène comme cela est représenté sur *Figure 3.3*, des contraintes internes naissent alors ^[Lar01]. Cela peut conduire à la naissance de fissures. Lors d'études sur les effets immédiats de la variation de la teneur en eau en fonction

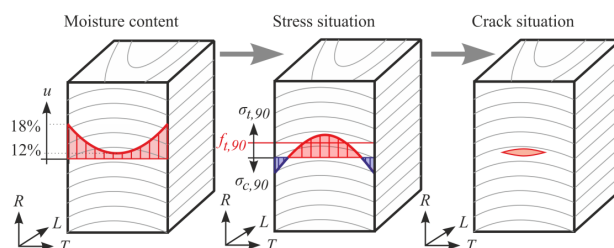


FIGURE 3.3 – Contraintes internes dues aux variations dimensionnelles ^[Die15]

de la température ^{[Ger80] [Lar01]}, les variations de l'inertie du bois I ont été mises en avant, ou plus particulièrement la variation du produit $E * I$ dans lequel E est le module d'élasticité. En plus d'une comparaison du produit $E * I$ avec les autres effets de la variation de la teneur en eau, ces études ont permis de remarquer qu'il pouvait y avoir des différences entre le bois initial et final.

Influence de l'hygroscopie sur les résistances

La plus grande influence de l'hygrométrie dans le cadre de ce mémoire est certainement son impact sur la variation des propriétés mécaniques. De manière générale, les propriétés mécaniques augmentent avec la diminution de la teneur en eau, mais avec une

amplitude différente (Figure 3.4). Au-delà du point de saturation des fibres, l'influence de la teneur en eau est négligeable (voir Figure 1.3).

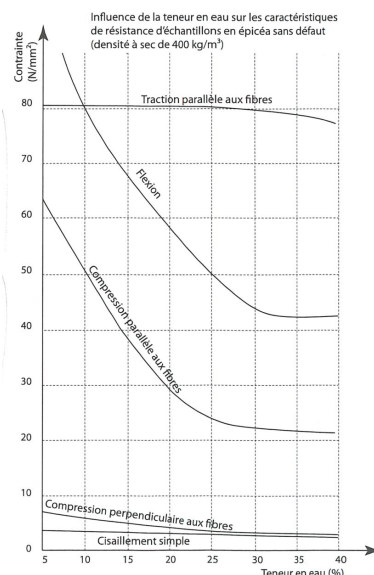


FIGURE 3.4 – Variation des caractéristiques de résistance en fonction du taux hygrométrique (cas d'un épicéa) ^[Hou12]

Étant donné l'importance de ce facteur, de nombreux chercheurs se sont penchés sur le sujet, mais les modèles pour ajuster les valeurs de résistance et les résultats qu'ils procurent sont assez dispersés. N'ayant pas été exploité intégralement lors des essais en laboratoire, la description ces modèles sont placés en *Annexe B*. L'un de ces modèles a néanmoins été développé dans le cadre de cette étude théorique et son implémentation MATLAB se trouve en *Annexe F.6*. Dans le cadre de la partie expérimentale, des valeurs de teneur en eau jusque 18% seront acceptées, ce qui correspond environ au taux hygrométrique d'équilibre d'une charpente ventilée. Toutefois, si la valeur du taux hygrométrique s'écarte trop de 12% ^(note 13), une correction sur les propriétés devra être faite par un de ces modèles.

NOTE 13
Valeur de référence
adoptée lors des
essais par la norme
EN 408 ^[ENB12]

3.1.8. Durée de chargement et historique de chargement

La durée de chargement a une influence négative sur les capacités portantes d'une structure en bois. Cela se traduit par deux effets :

- fluage et de relaxation, bien que cela ne soit pas autant prononcé que pour une structure en métal ^[Kre10] ;
- conséquences sur l'intégrité de la structure qui dépendent du temps pour certaines sollicitations proches de la charge de rupture.

Valeur corrigée par la norme

L'Eurocode 5 ^[ENB05] prend en compte la durée de chargement par un coefficient réducteur k_{mod} dépendant de la classe de service ^(note 14) et de la durée de chargement. Ce coefficient varie entre 0,5 (charge permanente) et 1,1 (charge instantanée). Si la combinaison de cas de charge comprend des charges différentes ayant un coefficient k_{mod} différent, la valeur de ce coefficient est déterminée par la charge de plus courte durée. Ce critère est néanmoins soumis à de vives critiques, car la charge de plus courte durée pourrait être largement inférieure à une charge de longue durée qui est bien plus déterminante au dimensionnement.

NOTE 14
Une classe de service
correspond à un
classement selon la
susceptibilité d'un
ouvrage à être exposé
à certains organismes
tels que les
champignons et les
insectes.

Modèle de Gerhards

Il n'existe pas de valeur k_{mod} correspondante à la configuration de temps utilisée lors des essais établis lors de ce travail. Il est donc nécessaire d'utiliser un modèle plus approfondi. Gerhards^[Ger79] utilise un modèle d'accumulation de dégâts λ . Ce modèle mathématique décrit la réduction à long terme de la résistance par une fonction de taux de contrainte dépendant de la durée de chargement. L'accumulation de dégâts est décrite par :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \exp\left(-A + B \frac{\sigma}{f_0}\right) \quad (3.1)$$

où A et B sont des constantes et f_0 est la valeur initiale de résistance. Il est à noter que cette expression dépendante de la contrainte σ n'utilise pas la notion de seuil de contrainte en dessous de laquelle le dégât n'est pas pris en compte (alors que ce seuil est pris en compte dans d'autres modèles tels que celui de Barrett et Foschi^[Bar78]). La solution de cette équation est donnée par

$$\frac{\sigma}{f_0} = \frac{A}{B} - \frac{\ln 10}{B}$$

En supposant une charge σ constante et en considérant f_t la résistance au moment t , l'équation devient :

$$\frac{f_t}{f_0} = \frac{1}{B} \ln(1 + (1 - \lambda)(\exp B - 1))$$

Par l'expérimentation et l'interprétation de ce modèle ainsi que l'utilisation d'une série de notions statistiques, il^[Sor05] a été possible de trouver des coefficients k_{mod} plus précis. La valeur suivante sera utilisée au cours de ce travail

$$k_{mod} = 1.01$$

Cette valeur correspond à une charge de vent et une durée de 10 minutes. Celle-ci est donc sécuritaire, car pour qu'un essai soit validé selon la norme EN 408^[NB12] la durée doit être de 5 ± 2 minutes. Ces durées correspondent donc plus que celles attribuées aux charges instantanées où $k_{mod} = 1.1$.

Influence de l'hygroscopie sur les valeurs de chargement

Bien que le modèle de Gerhards offre un critère suffisant quant à la durée de chargement, il ne fait intervenir que la charge sollicitant la structure. Afin d'obtenir un modèle plus réaliste, il est intéressant d'ajouter à l'expression (3.1) :

$$d\lambda/dt = f(\sigma)$$

des facteurs d'influence climatique tels que la teneur en eau M et la température T . L'évolution de l'accumulation de dégâts s'écrit alors

$$\frac{d\lambda}{dt} = g(\sigma, T, M, \dots)$$

Afin de prendre en compte le taux hygrométrique, une fonction^[Fri91] d'accumulation de dégâts : $h(w) = \exp(Cw + Dw^2)$ est introduite au modèle. Le critère de Gerhards (3.1) devient alors :

$$\frac{d\lambda}{dt} = f(\sigma) \cdot h(w) = \exp(-A + B\sigma + Cw + Dw^2)$$

La rupture de l'échantillon se déroule lorsque $\Delta\lambda = 1$, et donc $t_f = \exp(A - B\sigma - Cw - Dw^2)$. Les études expérimentales menées par Fridley montrent une influence considérable de l'hygrométrie dans les phénomènes de fluage, qui expliquerait une déviation des essais du modèle de Gerhards lorsque la teneur en eau n'est pas prise en compte.

3.2. Prise en compte des influences des propriétés du bois au sein du dimensionnement

Il existe d'autres paramètres influençant les caractéristiques du bois tels que le pourrissement, la différenciation entre l'aubier et le duramen, l'exposition à des climats agressifs, etc. Les raisons pour lesquelles ceux-ci n'ont pas été pris en compte dans le cadre de ce travail sont :

- certains critères ont mené à l'exclusion de l'élément de bois lors de la découpe et du tri par le fournisseur de bois.
- d'autres critères n'influencent pas considérablement les propriétés, influence qui ne peut de plus pas être quantifiée.
- certains critères sont en partie pris en compte dans d'autres critères déjà considérés.

Sur base des paramètres détaillés dans les sections précédentes et grâce aux connaissances scientifiques dans le domaine du bois, il est possible de compléter les procédures développées dans la norme EN384^[NBN10], de sorte à prendre en compte les incertitudes et à les borner.

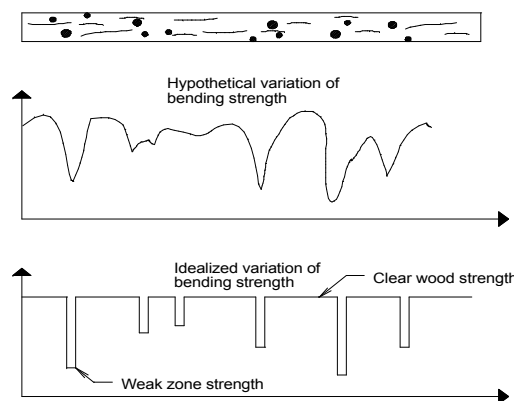
La prise en compte des facteurs d'influence peut se faire de manière qualitative, telle que la présence de noeud, poche de résine et fissure. Elle peut également s'effectuer quantitativement en ce qui concerne la masse volumique et les influences hygrométriques.

3.3. Classement du bois

Afin de caractériser les éléments de bois sciés pour leur utilisation, il est nécessaire de procéder à un classement selon leur géométrie et leurs caractéristiques physiques et mécaniques à l'aide de règles standardisées internationalement. Cela peut se faire par un classement visuel et/ou mécanique. En Belgique, le classement se fait essentiellement par voie visuelle à l'aide de la norme NBN 16-520^[NBN09]. Celle-ci prend en compte des critères tels que la présence de noeuds, de fentes, l'inclinaison des fibres et des cernes de croissances, les déformations le long de la section et les altérations dues aux agents biologiques. Elle permet ainsi de déterminer la classe de résistance à laquelle appartient un élément en bois. Pour les résineux, les valeurs de classes vont de C18 à C50, le nombre représentant la résistance à la flexion. Le classement donne une borne inférieure de résistance réelle à laquelle chaque section de chaque élément doit satisfaire. Par ailleurs, un élément est classé par le maillon faible de cet élément. Il s'agit de la section la moins résistante et donc la plus susceptible à se rompre prioritairement. Il se peut donc qu'un élément appartienne à une faible classe de résistance à cause d'un défaut la pénalisant, alors que les autres sections de l'élément appartiennent à une meilleure classe. Tel que représenté sur la *Figure 3.5*, la classe de résistance n'est pas seulement attribuée en fonction de la sévérité du maillon faible, mais également en fonction de sa fréquence. L'élément de bois contient des sections de résistances différentes et l'effet d'échelle (voir *Section 3.1.4*) est donc aussi bien présent^(note 15).

Il existe donc une distinction de résistance au travers des différentes classes de bois, mais également une distinction des caractéristiques de résistance au sein d'un même élément de bois (tel une poutre de section constante). Cette variabilité est caractéristique du bois, car il ne s'agit pas d'un matériau manufacturé pour lequel la maîtrise des propriétés est plus grande. Dès lors, le classement ne peut être établi comme pour les autres matériaux. Lors des essais effectués au cours de ce travail, il est donc avantageux d'utiliser des éléments de la plus haute classe qui peut être fournie dans le commerce (souvent C30). Cela permet de diminuer la variabilité des caractéristiques au sein d'un même élément, bien que des essais mécaniques aient été effectués sur ces éléments afin de leur attribuer une valeur de classe plus correcte.

NOTE 15
Certaines études
montrent que l'effet
d'échelle est moindre
pour les classes
inférieures^[Sta14]

FIGURE 3.5 – Modélisation de la variation de la résistance le long d'une poutre ^[Lar01]

3.4. Notion de résistance caractéristique

Joindre une classe à chaque élément de bois permet de connaître a priori la capacité portante de l'élément, car à chaque classe est associée une série de résistances qui sont définies par la norme EN 338 ^[NBN16b]. Le tableau reprenant les valeurs numériques est repris en *Annexe C*. Ces valeurs sont issues d'une multitude d'essais érigés selon la norme EN 408 ^[NBN12]. Par la disparité des résultats, il est possible de classer le nombre d'occurrences pour chaque résistance (*Figure 3.6*). Afin d'assurer l'intégrité de la structure, la valeur de référence pour la conception n'est pas la valeur moyenne f_m , mais une valeur inférieure. Dans le cas de beaucoup de matériaux, une valeur caractéristique f_k est plutôt choisie. Elle est définie comme la résistance sous laquelle seuls 5% des échantillons ont obtenu une valeur de résistance inférieure. On appelle cette valeur le 5^{ème} centile. La détermination et la vérification des valeurs caractéristique se font par la norme NBN EN 14358 ^[NBN16a].

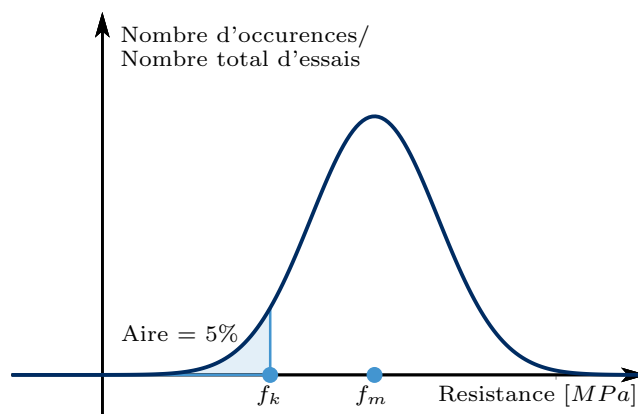


FIGURE 3.6 – Occurences de résistances

3.5. Approche pour l'obtention des résistances réelles du bois

Utiliser directement les valeurs caractéristiques dans le cadre de la détermination de la résistance d'assemblages n'a pas de sens, car celles-ci sont bien trop sécuritaires. Bien qu'il soit difficile de prédire exactement la valeur de rupture d'une structure, il existe des moyens pour s'en rapprocher le plus possible. D'une part, il est possible d'effectuer des essais destructifs sur des échantillons de bois pour connaître les résistances réelles selon différentes sollicitations. D'autre part, il est possible de caractériser les échantillons par des essais non destructifs (densité, visuel,...) et d'en déterminer la classe de bois. À

partir des valeurs de la norme EN 338 se trouvant en *Annexe C*, il est ensuite nécessaire de déterminer les valeurs moyennes pour chacune des résistances suivant la classe de bois qui a été attribuée à l'élément de bois^(note 16). Malheureusement, les normes ne nous donnent pas ces valeurs moyennes et il est donc nécessaire d'utiliser les notions de statistique qui ont été utilisées lors de la création de ces normes pour retrouver les valeurs moyennes.

Lors d'essais expérimentaux, la répartition des résistances tend vers une distribution normale dont la fonction cumulative est donnée par :

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

où μ est la moyenne des résultats obtenus et σ est l'écart type. Cette fonction n'est pas intégrable numériquement, mais certains programmes approchent les centiles par l'expression suivante

$$x_{fractile} = \mu - k\sigma$$

avec k un coefficient dépendant du centile considéré. Pour le 5^{ème} centile, $k = 1,645$ ^{[Mau01] [Cap15]}. Par ailleurs, le coefficient de variation (COV) lie la valeur moyenne et l'écart type par le rapport $COV = \sigma/\mu$. Ce paramètre dépend du type de sollicitation. *Table 3.1* donne les valeurs utilisées lors de ce travail.

Le passage de la valeur caractéristique à la valeur normale se fait donc par :

Propriété	COV
Compression parallèle au fil $f_{c, }$	18
Compression perpendiculaire au fil $f_{c,\perp}$	28
Traction parallèle au fil $f_{t, }$	25
Traction perpendiculaire au fil $f_{t,\perp}$	30
Flexion parallèle au fil $f_{m, }$	16
Cisaillement longitudinal $f_{v, }$	14
Module d'élasticité parallèle au fil $fE_{m, }$	22

TABLE 3.1 – Coefficient de variation^[Kre10]

$$f_m = \frac{f_k}{1 - 1,64 * COV} \quad (3.2)$$

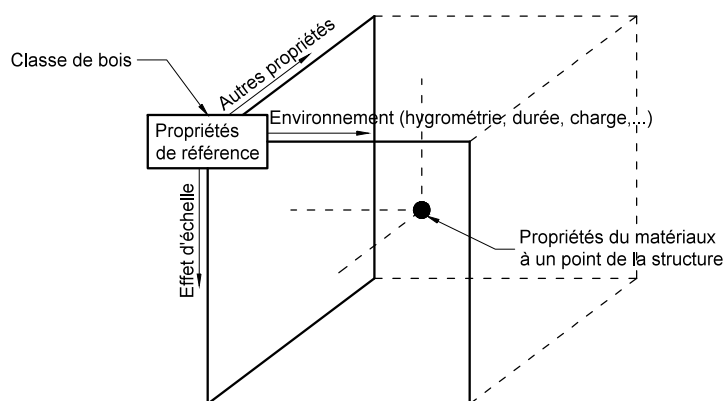
Comme susmentionnés, les essais menant aux résistances caractéristiques sont établis selon des configurations bien précises sur des échantillons dépourvus de défauts. Ils ne représentent donc pas la réalité. De plus, l'effet d'échelle et les conditions climatiques n'y sont pas pris en compte. Les propriétés d'un élément en bois sont donc conditionnées par leurs dimensions, les conditions climatiques, les durées de chargement, l'emplacement d'un échantillon dans l'ensemble de l'élément^[Koh07] et davantage d'influences (voir les sections précédentes) telles que représentées par la *Figure 3.7*.

La procédure suivie dans le cadre de ce travail afin d'obtenir la valeur de résistance réelle à partir d'un échantillon de bois est la suivante.

- 1) L'échantillon de bois est pesé et ses dimensions sont définies avec précision.
- 2) La classe de bois est définie selon la densité et un examen visuel (il est néanmoins apprécié d'effectuer un essai de flexion non destructif afin d'obtenir le module d'élasticité, pour plus de fiabilité).

NOTE 16

Il s'agit de faire le travail de l'édification des normes en sens inverse, car les essais menant à la norme EN 338 ont déterminé les valeurs caractéristiques à partir de graphes représentant la résistance en fonction du nombre d'occurrences (tel que la *Figure 3.6*) et où apparaît la valeur moyenne

FIGURE 3.7 – Modélisation des propriétés réelles du bois ^[Joi01]

- 3) La valeur moyenne est obtenue par (3.2) pour chacune des propriétés.
- 4) Par la mesure de la teneur en eau de l'échantillon à l'aide d'un hygromètre, la valeur moyenne est ajustée.
- 5) La pente des fil par rapport à l'axe de la poutre est prise en compte (voir Section 2.2).
- 6) Les autres paramètres sont pris en comptes à titre qualificatif plutôt que quantitatif. La présence d'un noeud de faible dimension est par exemple davantage prise en compte pour l'acceptation ou le rejet d'un essai, plutôt qu'un élément de calcul.

3.6. Calcul à l'état limite ultime

La philosophie adoptée dans le cadre du calcul à l'état limite ultime est simple. En effet, il suffit de vérifier que chacune des sollicitations S_d ne dépasse pas la valeur de résistance X_d de l'élément structural concerné, soit :

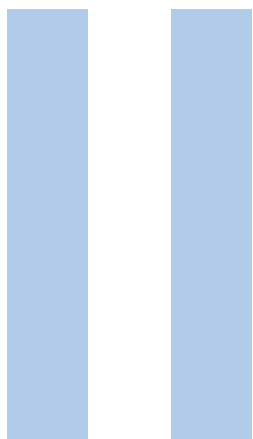
$$S_d \leq X_d$$

À partir des combinaisons de charges sollicitantes la structure, les efforts internes est calculé (moment, effort normal, effort tranchant ou couple de torsion). La valeur de résistance de conception (design) X_d est déterminée à partir de la résistance réelle X_r :

$$X_d = k_{mod} \frac{X_r}{\gamma_m} \quad (3.3)$$

Dans cette expression ; k_{mod} est le coefficient réducteur prenant en compte la classe de service de l'élément et le temps d'application de la charge (défini en Section 3.1.8) ; γ_m est le facteur de sécurité englobant toute autre incertitude^(note 17). Il vaut $\gamma_m = 1.3$ pour le bois massif.

NOTE 17
Une de ces incertitudes est la présence de noeud, telle que définie en Section 3.1.4



Validation théorique des assemblages

A présent que le matériau bois est suffisamment caractérisé, il est possible d'en définir les méthodes de dimensionnement.

Étant donné que ce travail se focalise principalement sur les assemblages par emboîtement, les propriétés, les domaines d'utilisation et ses caractéristiques géométriques de ce type d'assemblages seront premièrement définis (*Chapitre 4*).

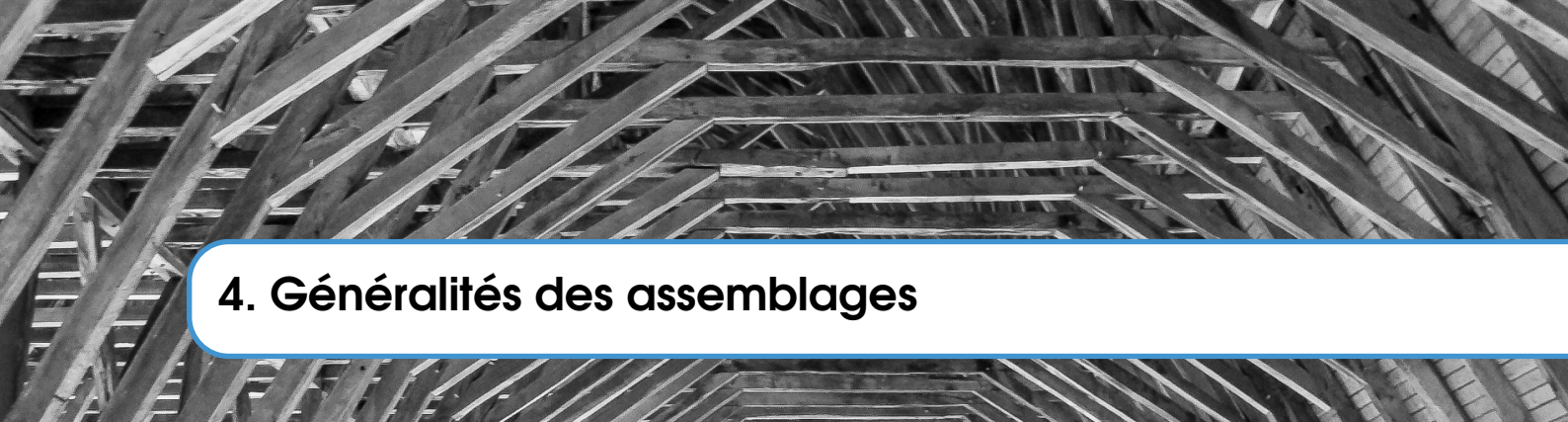
Jusqu'à présent, la méthode de dimensionnement utilisée pour le calcul des emboîtements est issue des critères de l'EUROCODE 5 qui est la norme de construction relative aux structures en bois. Bien que le présent travail cherche une méthodologie plus complète que cette méthode de dimensionnement, il est tout d'abord nécessaire de bien comprendre comment les méthodes actuelles de dimensionnement fonctionnent, détaillées au *Chapitre 5*.

Partant des travaux de Corentin Fivet, le *Chapitre 6* définit ensuite la méthode des champs de contraintes discontinus, qui permet de dépasser les restrictions de l'EUROCODE 5 et de pouvoir dimensionner tous les assemblages bois-bois selon la même méthode.

Afin de rendre la méthode des champs de contraintes discontinus applicable dans la pratique le *Chapitre 7* fait recours à la statique graphique pour rendre la manipulation des champs de contraintes discontinus dynamique.

Le *Chapitre 8* applique enfin la méthode des champs de contraintes discontinus aux emboîtements étudiée à la *Section 5.6*.

4	Généralités des assemblages	41
4.1	Emboîtements	
4.2	Géométrie d'un emboîtement	
5	Calculs selon les critères de l'Eurocode 5	45
5.1	Hypothèses	
5.2	Restrictions géométriques	
5.3	Calcul d'un emboîtement : cas simplifié	
5.4	Calcul d'un emboîtement : cas général	
5.5	Déviation du modèle suite à une imprécision géométrique	
5.6	Résultats pour un emboîtement idéalisé	
5.7	Modèle approfondi du talon	
5.8	Discussion sur la méthode de l'EUROCODE 5	
6	Manipulation des champs de contraintes discontinus	59
6.1	Mise en contexte de la méthode des champs de contraintes discontinus	
6.2	Méthode des champs de contraintes discontinus	
7	Manipulation à l'aide de la statique graphique	69
7.1	Introduction à la statique graphique	
7.2	Extension à la statique graphique	
7.3	Contrainte apportée dans le système	
7.4	Optimisation des chemins de charges	
8	Application des champs de contraintes discontinus	77
8.1	Construction des champs de contraintes discontinus	
8.2	Application de la méthode à un emboîtement simple	
8.3	Résultats théoriques pour un emboîtement idéalisé	
8.4	Vérification par le critère de rupture	
8.5	Comparaison des résultats en fonction de l'angle	



4. Généralités des assemblages

Un assemblage est un élément de structure permettant la liaison de plusieurs pièces afin de transmettre les efforts les sollicitant. Afin d'obtenir une conception rigoureuse d'une construction en bois, une connaissance spécifique dans le domaine des assemblages est tout aussi importante que la compréhension du système structural et du matériau dont est constitué l'ouvrage. Les assemblages restent souvent les éléments critiques du dimensionnement des membrures de par l'ampleur des sollicitations et la présence potentielle d'imperfections régnant dans la matière qui les constitue ou dans leur fabrication. Ainsi, la conception et la réalisation d'un assemblage en bois ont un impact direct sur le coût et à la durabilité de l'ouvrage. Elles nécessitent dès lors davantage de réflexion et de soin que leurs homologues en béton ou en acier. Par ailleurs, le comportement semi-rigide ou élasto-plastique des assemblages en bois les rend particulièrement efficaces dans des structures exposées aux séismes.

Bien qu'il existe un grand nombre de configurations possibles pour ces éléments de liaison, seuls quelques uns rallient les intérêts économiques, les exigences de durabilité, la facilité de montage et l'aspect architectural. Il en ressort trois catégories principales d'assemblages :

- **assemblages traditionnels** tels que les embrèvements et les tenons-mortaises dont les liaisons travaillent principalement en compression, par contact ou par frottement,
- **assemblages mécaniques** qui comprennent des connecteurs métalliques tels que des boulons, vis, clous qui travaillent principalement par cisaillement et par traction pour transmettre les efforts,
- **assemblages collés** qui sont utilisés principalement pour des entures multiples telles que l'aboutage, ces liaisons reprennent également des efforts de cisaillement, mais leur action se limite à la surface de collage.

Le choix du type d'assemblage lors de la phase de conception dépend de plusieurs critères tels que la modélisation mécanique, l'orientation des actions, le type d'assemblage, le type de sections à lier et leur géométrie. Comme le reste de la structure, la vérification des assemblages nécessite la détermination de leur rigidité par le calcul de leur déformation (ELS) ainsi que de leur résistance (ELU).

L'évolution des assemblages dans l'histoire a souvent reflété l'expression architecturale et le savoir-faire et la connaissance de son concepteur. La modélisation complète des assemblages demeure cependant un grand "chantier scientifique" qui bénéficie de nos jours des progrès numériques offerts par de nouvelles avancées technologiques. L'Eurocode 5 ^[NB05], responsable de la conception et du calcul des structures en bois, n'apporte pourtant pas à ce jour une solution complète au dimensionnement des assemblages. Certaines recommandations dans le cadre de ce travail ont dès lors été reprises de la norme suisse SIA 164 ^[Nor92].

4.1. Embrèvements

Un embrèvement est un assemblage bois-bois traditionnel. Il permet le transfert des efforts de compression par le contact établi entre deux pièces inclinées l'une par rapport à l'autre d'un angle β tel que représenté par la *Figure 4.1*.

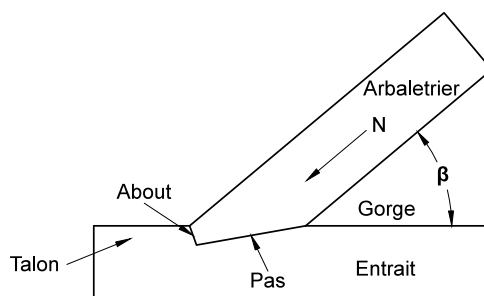


FIGURE 4.1 – Disposition et terminologie d'un embrèvement simple

Ce type d'assemblage est souvent utilisé en charpenterie. Il permet par exemple la jonction entre une contrefiche et un poinçon, entre un aisselier et le feu d'entrait ou encore près du pied de ferme entre un arbalétrier et un entrait tel qu'illustré sur la *Figure 4.2*. Par ailleurs, ils sont souvent utilisés dans les contreventements.

Lors des recherches expérimentales de Nora Poelvoorde^[Poe15], des embrèvements ont été testés, mais les résultats qu'ils ont fournis n'étaient pas suffisamment en concordance avec les attentes théoriques. C'est pour cela que le même type d'assemblage est analysé dans le cours de ce travail.

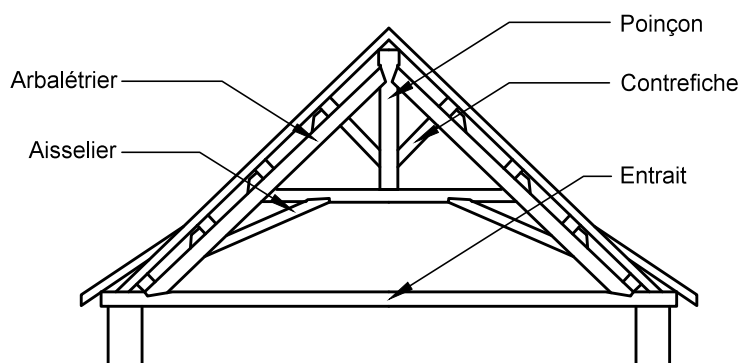


FIGURE 4.2 – Ferme et éléments de la charpente du toit

Un embrèvement génère principalement des efforts de compression obliques par rapport à la direction des fibres des surfaces en contact qui est le mode de fonctionnement le plus efficace. Certains efforts de cisaillement peuvent également être conséquents. L'embrèvement peut également reprendre certains efforts de traction lorsqu'il comporte un moyen de liaison supplémentaire tel qu'une cheville. Il peut aussi être bloqué latéralement s'il inclut un tenon. Un embrèvement peut être réalisé par une entaille de front (butée avant, embrèvement simple), par une entaille de flanc (butée arrière, embrèvement arrière), ou par la combinaison de ces principes (embrèvement double)(*Figure 4.3*). Ces deux dernières alternatives sont souvent utilisées lorsque la longueur du talon est insuffisante.

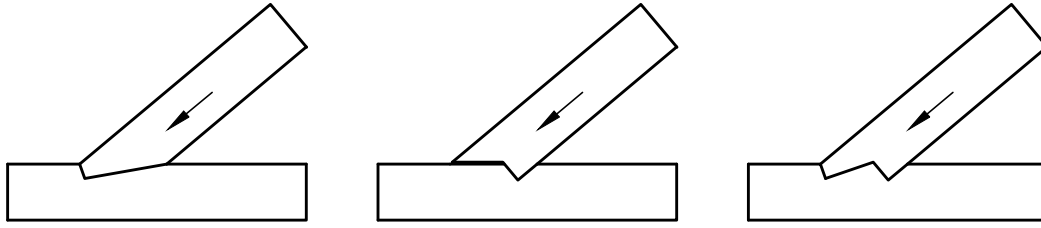


FIGURE 4.3 – Emboîtements simple, arrière et double

4.2. Géométrie d'un emboîtement

L'assemblage étudié est constitué d'un arbalétrier d'une largeur d et d'un entrait ayant une largeur h comme représenté sur la *Figure 4.4*. L'épaisseur des 2 pièces est souvent commune et vaut b . t est la profondeur de l'emboîtement.

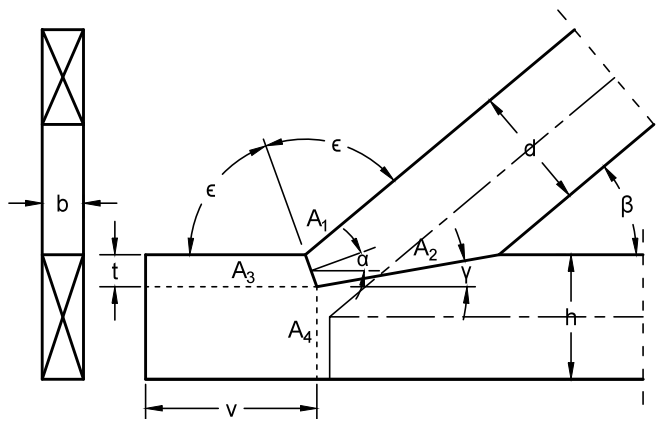


FIGURE 4.4 – Géométrie de l'emboîtement

Les angles suivants sont définis :

- α : angle formé par la résultante des forces agissant sur la surface d'about et l'axe des fibres de l'arbalétrier ;
- β : angle entre l'arbalétrier et l'entrait ;
- γ : angle de coupe du pas ;
- ϵ : angle de coupe de l'about.

Les différentes surfaces A_1 à A_4 telles que représentées sur la *Figure 4.4* sont alors déduites :

$$\text{– Surface d'about :} \quad A_1 = \frac{b t}{\cos(\beta/2)} \quad (4.1)$$

$$\text{– Surface de pas :} \quad A_2 = \left(\frac{d}{\sin \beta} - t \cdot \tan(\beta/2) \right) \frac{b}{\cos \gamma} \quad (4.2)$$

$$\text{– Surface de talon :} \quad A_3 = b \cdot v \quad (4.3)$$

$$\text{– Surface de l'entrait entaillé :} \quad A_4 = b \cdot (h - t) \quad (4.4)$$

5. Calculs selon les critères de l'Eurocode 5

Il existe deux grands types d'embrèvements simples, qui se différencient par la présence d'un angle droit ou non entre l'about et le pas de l'assemblage. Les hypothèses de calculs et les restrictions géométriques à considérer seront d'abord apportées. Ensuite, les approches de calcul seront présentées séparément dans la suite du travail.

La procédure utilisée par l'Eurocode consiste à vérifier successivement plusieurs critères de rupture possibles au sein de l'assemblage. De manière générale, elle consiste à vérifier que la contrainte σ découlant de la force F dans différentes sections A est inférieure à la valeur de la résistance de design f_d . Il est important de mentionner que les critères présentés ne découlent pas directement de l'Eurocode, mais de différentes interprétations des critères de calcul à l'état limite ultime (ELU) dans le cadre d'assemblages traditionnels.

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq f_k * \frac{k_{mod}}{\gamma_r} = f_d \quad (5.1)$$

La résistance de design f_d provient de la pondération de la résistance caractéristique f_k (voir la [Section 3.4](#)) par le coefficient k_{mod} et le coefficient γ_m tel que défini en [Section 3.6](#).

5.1. Hypothèses

Afin de se rapprocher le plus possible de la réalité, certaines hypothèses de dimensionnement sont posées :

- la découpe des pièces est supposée parfaite. Les efforts sont donc transmis dans le plan de l'assemblage. Les géométries réelles sont telles que définies lors de la conception ;
- Le frottement entre les plans de contact est négligé, les efforts ne sont donc transmis que par compression ;
- les variations dimensionnelles dues au gonflement et au retrait ne sont pas prises en compte ;
- les assemblages sont constitués de section de bois massif à essence unique.

5.2. Restrictions géométriques

Dans la pratique, la majorité des efforts sont transmis par l'about. Afin d'optimiser les résistances en compression oblique de part et d'autre de la surface d'about, il est nécessaire d'obtenir un angle ϵ égal dans l'entrait et l'arbalétrier par rapport à la direction des fibres. Dès lors, cet angle sera défini comme la bissectrice entre l'arbalétrier et l'entrait :

$$\epsilon = \frac{\pi - \beta}{2} \quad (5.2)$$

Par la [Figure 4.4](#) on trouve :

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{t}{d} \sin(\beta) - \frac{t}{\tan(\epsilon)} \right) \quad (5.3)$$

La surface de contact de l'about ne doit pas être trop grande, afin de ne pas trop entailler l'entrait. En effet, vu la grande influence des nœuds sur les sections sollicitées en traction par rapport à celles sollicitées en compression, il est préférable de ne pas avoir des sections nettes de l'entrait trop faibles dans le cas où des nœuds s'y situeraient. Il convient de poser^[Des14] :

$$\begin{cases} t \leq h/4 & \text{si } \beta \leq 50^\circ \\ h/6 \leq t \leq h/4 & \text{si } 50^\circ \leq \beta \leq 60^\circ \\ t \leq h/6 & \text{si } \beta > 60^\circ \end{cases} \quad (5.4)$$

La différence entre les valeurs de résistance obtenues par l'Eurocode 5 (négligeant l'interpénétration des fibres) et d'autres théories prenant en compte ce phénomène^[Nat00] reste cependant faible pour les angles α généralement rencontrés. L'angle α recommandé par l'Eurocode 5 se situe dans la gamme $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$. Par ailleurs les normes suisses^[Nor92] ne considèrent pas les efforts sur le pas, ou se contentent d'une simplification où l'about et le pas sont découpés perpendiculairement. Cette dernière résulte en $\gamma = \beta/2 = \alpha$ et est à présent détaillée.

5

5.3. Calcul d'un embrèvement : cas simplifié

Dans ce cas on lie la profondeur de l'embrèvement t avec les autres dimensions géométriques par :

$$t = \cos(\beta/2) \sin(\beta/2) \frac{d}{\sin(\beta)} = \frac{d}{2} \quad (5.5)$$

L'effort sollicitant N_s est alors repris par l'about (effort N_a) et par le pas (effort N_p) tel que représenté par la figure *Figure 5.1*.

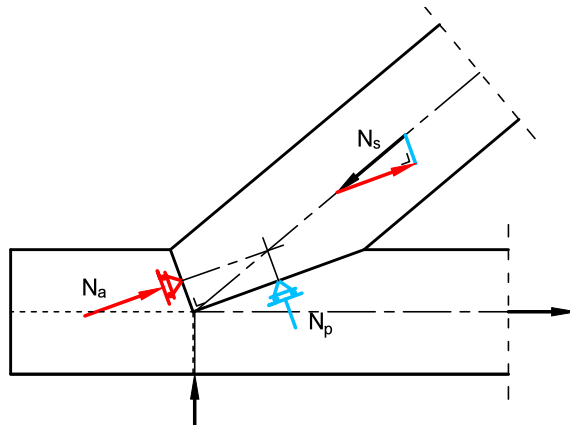


FIGURE 5.1 – Répartition des efforts dans le cas simplifié

Soit un embrèvement soumis à un effort N_s , on vérifie successivement les critères suivants :

1) Critère de compression oblique sur la surface d'about

L'effort transféré au sein de l'about vaut :

$$N_a = N_s \cos(\beta/2) \quad (5.6)$$

La condition (5.1) se réécrit à l'aide de (4.1) et de la simplification (5.5) comme suit :

$$\sigma_1 = \frac{N_s \cos(\beta/2)}{A_1} \leq f_{c,\beta/2,d}$$

La condition de dimensionnement sur l'épaisseur du talon est alors

$$t \geq \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{b \cdot f_{c,\beta/2,d}} \quad (5.7)$$

La résistance en compression oblique étant déterminée par (2.2).

2) Critère de compression oblique sur la surface du pas

La surface du pas telle que définie en (4.2) peut être simplifiée, car $\gamma = \beta/2$. Elle vaut alors :

$$A_2 = \frac{b t}{\sin(\gamma)} \quad (5.8)$$

On détermine l'effort transféré au travers du pas :

$$N_p = N_s \sin(\beta/2) \quad (5.9)$$

Similairement, par (5.9), la condition de rupture (5.1) devient alors :

$$\sigma_2 = \frac{N_s \sin(\beta/2)}{A_2} \leq f_{c,\pi/2-\gamma,d} \quad (5.10)$$

Cette condition n'est en principe jamais dépassée, et certaines sources^[Nor92] vont jusqu'à considérer que tout l'effort N_s est repris par l'about.

3) Critère de cisaillement sur le talon

L'effort rasant dans le talon est défini comme étant la composante horizontale de (5.6). Il est donné par :

$$N_t = N_s \cos^2(\beta/2) \quad (5.11)$$

La condition de rupture (5.1) pour la surface du talon (4.3) est dans ce cas-ci :

$$\tau_1 = \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{A_3} \leq \tau_d$$

La largeur b de l'élément peut être soumise à un facteur réducteur prenant en compte la fissuration de la poutre. Une condition sur la longueur du talon est alors obtenue :

$$v \geq \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{b \cdot \tau_d} \quad (5.12)$$

4) Critère de traction dans l'entrait

Ce dernier critère consiste à vérifier que la traction dans la section réduite de l'entrait n'est pas excessive. Par (5.11) et (4.3), la condition de rupture se traduit par :

$$\sigma_3 = \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{A_3} \leq f_{t,\parallel,d} \quad (5.13)$$

5.4. Calcul d'un emboîtement : cas général

L'hypothèse stipulant la perpendicularité entre l'about et le pas n'est à présent plus vérifiée. La géométrie de l'emboîtement est maintenant donnée par la Figure 5.2. Il en résulte que l'effort dans la surface d'about sera légèrement inférieur à sa valeur obtenue dans le cas précédent.

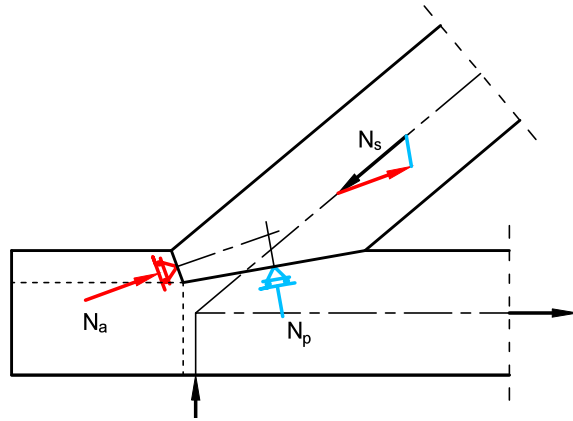


FIGURE 5.2 – Répartition des efforts dans le cas général

5

Il est donc possible de réutiliser les formules précédentes et d'obtenir une marge de sécurité pour le premier, le troisième et le quatrième critère. Par ailleurs, la force agissant dans le pas est supérieure que précédemment, mais ce critère reste non relevant par rapport au premier, car le taux de contrainte par rapport à la résistance est à nouveau nettement supérieur au sein de l'about que sur le pas. Le troisième et le quatrième critère se calculent avec les mêmes formules que dans le cas simplifié. Les critères deviennent :

1) Critère de compression oblique sur la surface d'about

L'effort transféré par la surface d'about vaut :

$$N_a = N_s (\cos(\beta/2) - \sin(\beta/2) \tan(\beta/2 - \gamma)) \quad (5.14)$$

Par (5.1), (5.14) et (4.1), le critère de rupture devient :

$$\sigma_1 = \frac{N_a}{A_1} \leq f_{c,\beta/2,d} \quad (5.15)$$

La résistance à la compression oblique étant déterminée par (2.2). Il est à noter que le critère

$$t \geq \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{b f_{c,\beta/2,d}}$$

est toujours vérifié dans ce cas-ci.

2) Critère de compression oblique sur la surface de pas

En suivant la même logique, l'effort transmis par le pas vaut

$$N_p = N_s \frac{\sin(\beta/2)}{\cos(\beta/2 - \gamma)} \quad (5.16)$$

Le critère de rupture devient donc :

$$\sigma_2 = \frac{N_p}{A_2} \leq f_{c,\pi/2-\gamma,d} \quad (5.17)$$

3) Critère de cisaillement sur le talon

L'effort horizontal dans le cas général vaut :

$$N_t = N_s (\cos(\beta/2) - \sin(\beta/2)) \tan(\beta/2 - \gamma) \cos(\beta/2) \quad (5.18)$$

La condition de rupture est alors :

$$\tau_1 = \frac{N_t}{A_3} \leq \tau_d \quad (5.19)$$

Il est à noter que le critère :

$$v \geq \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{b \cdot \tau_d}$$

est toujours vérifié dans ce cas-ci, la largeur b de l'élément pouvant être également soumise à un facteur réducteur prenant en compte la fissuration de la poutre.

4) Critère de traction dans l'entrait

Par (5.18), (4.4) et (5.1), le critère de rupture est donné par :

$$\sigma_3 = \frac{N_t}{A_4} \leq f_{t,\parallel,d} \quad (5.20)$$

En réalité l'axe de l'effort N_s devrait se déplacer du centre géométrique de l'arbalétrier, car l'équilibre du noeud exige que les 3 axes soient concourants. Un décalage e est alors créé comme représente par la *Figure 5.3*. Les conséquences de ce phénomène n'ont pas fait l'objet d'une étude spécifique dans la littérature, et des pistes seront donc abordées dans la suite de ce travail.

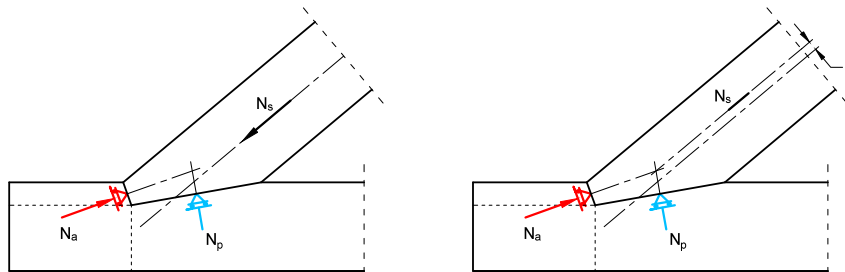


FIGURE 5.3 – Déplacement de la résultante de force

5.4.1. Comparaison des deux cas

Il a été mentionné que l'effort passant par l'about est inférieur dans le cas général par rapport au cas simplifié. Par contre, la surface de contact étant également plus petite dans le cas général, la contrainte dans l'about est supérieure pour une même sollicitation sur l'assemblage. De plus, les axes des résultantes de forces ne sont plus concourants dans le cas général, et risquent de générer des moments parasites locaux ou des efforts de frottement imprévus^[Lat15]. En ne considérant que l'assemblage, on préférera dans la mesure du possible de construire celui-ci avec les surfaces d'about et de pas perpendiculaires entre elles. Cependant, un assemblage fait souvent partie d'un système comportant d'autres éléments. De manière générale, des emboîtements ayant les surfaces d'about et de pas non-perpendiculaires entre elles seront donc rencontrés dans la plupart des structures en bois.

5.5. Déviation du modèle suite à une imprécision géométrique

Lors de la fabrication des assemblages, des imprécisions géométriques peuvent donner lieu à une modification significative de la répartition des efforts. Suite aux essais précédemment établis par Nora Poelvoorde^[Poe15], de nouvelles configurations présentant différents types d'imperfections sont donc étudiées afin de mieux comprendre leur impact sur le modèle. En particulier, une imprécision réduisant la surface de contact du pas sera testée ainsi qu'une imprécision de perpendicularité des machines de découpe. Bien que ces imprécisions géométriques dues au manque de rigueur lors du découpage semblent être une cause majeure de résultats non attendus lors des essais de Nora Poelvoorde, les variations dimensionnelles dues au retrait et au gonflement, les frottements non

négligeables sur les surfaces de contact et d'autres imprécisions lors de l'exécution de l'assemblage peuvent aussi constituer d'autres sources occasionnant une différence de ce résultat entre les modèles théoriques et les résultats d'essais.

5.5.1. Imprécision dans la surface de contact du pas

Le modèle théorique précédemment étudié compte sur une transmission parfaite des efforts sur les surfaces de l'about et du pas telle que représentée par la *Figure 5.4* de gauche. Des essais^[Nat00] ont fait la supposition qu'il existe en pratique un écart entre la réalité et ce modèle. En prenant en compte les imprécisions géométriques, le frottement sur les surfaces et les variations dimensionnelles dues à la variation hygrométrique, il est alors considéré que l'entièreté des efforts est seulement répartie sur la surface d'about, comme représenté sur *Figure 5.4* à droite. Ce modèle est celui utilisé dans la norme suisse SIA 164^[Nor92]. La version du modèle donnée dans la littérature^[Nat00] semble néanmoins compter des incohérences. Certaines modifications des valeurs de calcul ont dès lors été apportées dans ce travail.

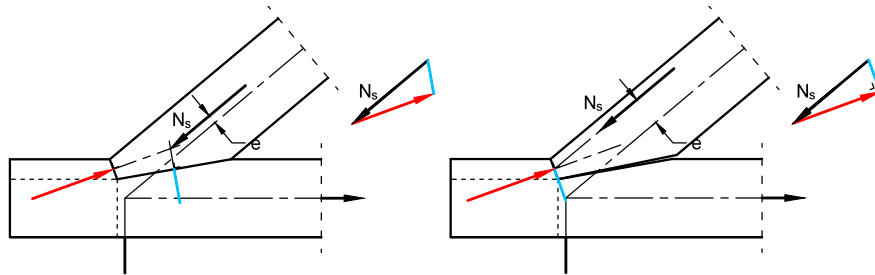


FIGURE 5.4 – Imprécision géométrique du pas

Les efforts de compression sur l'about sont supérieurs dans le cas où l'on considère les imprécisions géométriques. En effet, l'effort qui était repris en compression sur le pas est en majeure partie restitué en frottement sur la surface d'about, le reste étant repris par compression au travers de l'about.

1) Critère de compression oblique sur la surface d'about

Par analogie des différentes procédures utilisées précédemment l'effort sur la surface d'about est dans ce modèle $N_a = N_s \cos(\beta/2)$. La contrainte dans la surface d'about est donc :

$$\sigma_1 = \frac{N_a}{A_1} = \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{b t} \quad (5.21)$$

2) Critère de compression oblique sur la surface de pas

Comme il n'y a pas de contact entre les surfaces de pas, il ne peut pas y avoir des efforts qui se transmettent.

$$\sigma_2 = 0$$

3) Critère de cisaillement sur le talon

L'effort horizontal agissant sur le talon est supposé égal à la composante horizontale de l'effort dans l'about N_a . Le critère de cisaillement devient :

$$\tau_1 = \frac{N_a \cos(\beta/2)}{A_3} = \frac{N_s \cos^2(\beta/2)}{b v} \quad (5.22)$$

4) Critère de traction dans l'entrait

L'effort horizontal résultant à la charge appliquée sur l'assemblage vaut $N_s \cos(\beta)$, la condition s'écrit alors :

$$\sigma_3 = \frac{N_s \cos(\beta)}{b \cdot (h - t)} \quad (5.23)$$

Le premier et le troisième critère deviennent donc davantage contraignants, tandis que le dernier est sécuritaire dans le cas où l'on considère les imprécisions géométriques.

5.5.2. Imprécisions donnant des contraintes hors du plan

Lors des essais expérimentaux menés par Nora Poelvoorde^[Poe15], des ruptures inattendues se sont produites. Alors que ses attentes théoriques prédisaient une rupture par compression au niveau de l'about, c'est le talon qui s'est détaché. En plus d'erreurs provenant d'une mauvaise analyse du comportement de l'assemblage lorsqu'il est soumis à des efforts, certaines imprécisions ont pu s'être créées par une découpe imprécise des éléments de bois. Bien qu'il puisse en théorie exister une multitude de défauts différents, seuls deux cas prépondérants sont analysés dans ce travail, car ils sollicitent la poutre en cisaillement roulant^(note 18). Ce type de cisaillement est moins résistant que le cisaillement longitudinal et pourrait donc expliquer les observations faites par Nora. La norme NBN EN 1995^[NBN05] fait évaluer la valeur de la résistance au cisaillement roulant à celle de la traction perpendiculaire aux fibres qui est déterminée en [Section 3.5](#).

5

NOTE 18
Le cisaillement
roulant est défini en
Section 2.1

Désaxement de l'arbalétrier et de l'entrait

Soit un essai sur un emboîtement lors duquel l'arbalétrier et l'entrait ne sont pas dans le même axe. Cette situation est représentée par une vue du haut de l'assemblage sur la [Figure 5.5](#). Les imprécisions représentées sur ce schéma ainsi que le suivant ont été exagérées afin de bien remarquer le phénomène qui se produit entre les surfaces de l'about. On suppose que lors de la rupture le contact se fait sur l'ensemble des surfaces de l'about.

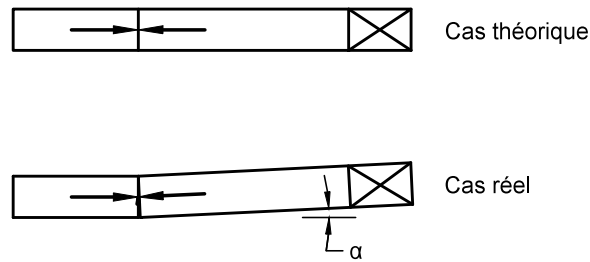


FIGURE 5.5 – Imprécision géométrique de l'axe entre l'arbalétrier et l'entrait

Soit e l'excentricité entre les deux axes, à l'extrémité haute de l'arbalétrier de longueur l . L'angle entre les deux axes vaut alors :

$$\tan \alpha = \frac{e}{l}$$

L'effort N_a exercé sur l'arbalétrier est alors réparti en une composante $H = N_a \cos(\alpha)$ et $V = N_a \sin(\alpha)$. La contrainte engendrant du cisaillement roulant est alors exprimée par :

$$\tau_r = \frac{N_a \sin(\alpha)}{b \cdot v} \quad (5.24)$$

Lors de la dernière série d'essais sur les emboîtements faite par Nora Poelvoorde^[Poe15] la plupart des échantillons ont subi une rupture due à un cisaillement dans le talon.

En insérant les valeurs de géométrie et des efforts dans la formule ci-dessus, la valeur du cisaillement roulant dans le talon est obtenue. Cependant, celle-ci est nettement inférieure à la valeur de résistance au cisaillement roulant donnée par les normes. En effet

Défaut dans les surfaces d'abouts

Une autre imprécision provoquant des efforts parasites provient d'une mauvaise découpe des deux surfaces d'abouts. N'étant pas parallèles, l'effort soumis lors de l'essai se répartira essentiellement sur un des deux côtés de l'about (voir le schéma de l'embrèvement vu de haut à la *Figure 5.6* du milieu). Il est néanmoins supposé que l'entièreté des surfaces d'abouts est sollicitée lors de la rupture. On ne remarque alors à ce stade plus l'écart séparant les deux surfaces d'about, le phénomène est alors simplifié tel que représenté sur la *Figure 5.6* du bas.

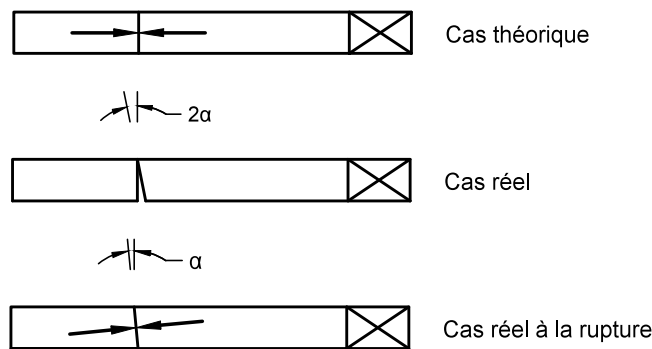


FIGURE 5.6 – Imprécision géométrique des surfaces d'about

L'imprécision initiale sur la perpendicularité des surfaces d'about, peut se traduire par un écart maximal i entre les deux abouts lorsque l'arbalétrier et l'entrait sont mis en place. L'angle α est alors donné par :

$$\tan \alpha = \frac{i}{2} \cdot \frac{1}{b}$$

Comme pour le cas précédent, l'effort N_a passant par l'about est décomposé en une partie horizontale $H = N_a \cos(\alpha)$ et une composante verticale $V = N_a \sin(\alpha)$. Cette dernière engendre du cisaillement roulant dans le talon qui est donné par :

$$\tau_r = \frac{N_a \sin(\tan^{-1}(i/(2b)))}{b v} \quad (5.25)$$

En remplaçant dans cette expression les valeurs obtenues par Nora Poelvoorde, les valeurs de cisaillement roulant sont obtenues, mais elles sont également bien moins grandes que la valeur théorique de résistance à la traction perpendiculaire.

5.5.3. Combinaison des deux défauts

Une imprécision due à une absence de contact du pas procure un effet légèrement défavorable quant à la résistance de l'embrèvement, tandis que les imprécisions engendrant du cisaillement roulant ont été jugées insignifiantes. Lorsqu'elles sont analysées séparément, ces imprécisions ne peuvent donc pas expliquer la rupture par cisaillement d'un assemblage alors que ce critère de rupture est calculé comme plus sécuritaire que celui d'une rupture par compression de l'about. Une combinaison de ces effets peut cependant être la cause de la rupture. De plus si la contrainte n'est pas uniformément

répartie sur les surfaces d'about comme le laisse suggérer l'imprécision due à un défaut dans celles-ci, il se pourrait que le mécanisme soit amorcé localement à l'endroit où les contraintes sont les plus importantes. Une fissure se transmet alors dans l'intégralité sur talon.

5.6. Résultats pour un embrèvement idéalisé

À présent que la méthode de dimensionnement selon les critères de rupture de l'EUROCODE 5 ainsi que les imprécisions majeures sont suffisamment développées, il est possible de l'appliquer à certaines configurations. Celles-ci correspondent aux essais menés en laboratoire. Une implémentation MATLAB permettant le calcul rapide des embrèvements se trouve en *Annexe F.3*.

5.6.1. Embrèvement simple de 25°

Soit un embrèvement simple ayant les caractéristiques décrite dans le *Table 5.1*.

Propriété	valeur
Angle entre l'arbalétrier et l'entrait β	25°
Épaisseur de l'embrèvement b	75mm
Hauteur de l'arbalétrier et de l'entrait $h = d$	225mm
Profondeur de l'about t	40mm
Longueur du talon v	300mm
Distance entre l'extrémité et l'appui inférieur d_1	100mm
Longueur de l'appui inférieur d_2	150mm
Taux hygroscopique	12%
Classe de bois	C40

TABLE 5.1 – Propriétés géométriques des assemblages analysés

En supposant que les hypothèses de calcul sont satisfaites, le dimensionnement selon les différentes méthodes donne les charges de rupture suivantes selon les différentes surfaces critiques :

	cas simplifié [kN]	cas général [kN]	cas sans contact entre les pas [kN]
Compression d'about	221.9	79.6	77.0
Compression de pas	841.3	821.3	0.0
Cisaillement de talon	112.5	110.3	106.8
Traction d'entrait	297.3	517.4	526.9

TABLE 5.2 – Charges de rupture pour chaque surfaces critiques selon l'EUROCODE 5

Il est à noter que la profondeur de l'embrèvement t prise en compte dans les calculs vaut par défaut de 40mm^(note 19), car il s'agit d'une valeur usuelle prise par les charpentiers. De plus, les essais effectués par Nora Poelvoorde^[Poe15] avaient cette même profondeur. Les imprécisions donnant des contraintes hors du plan n'ont pas été prises en compte. Bien qu'elles apportent un effet minorant les charges de rupture (voir *Section 5.5.3*), leur effet est négligeable. De plus, il peut difficilement être pris en compte dans les calculs.

De manière générale, les différences des résultats entre les différentes méthodes et pour

NOTE 19
Elle est évidemment
différente dans le cas
simplifié où l'angle
entre la surface de pas
et l'about contraint
cette profondeur

les différentes surfaces sont logiques. Le cas simplifié se distingue des deux autres, l'absence de contact du cas imprécis n'affecte donc que peu le dimensionnement. Dans le modèle simplifié, la rupture est supposée s'effectuer par un cisaillement du talon, tandis que dans les deux autres cas, la résistance dans la surface de l'about sera en premier lieu atteinte. Les efforts de compression sont plus sécuritaires dans le cas général par rapport au simplifié. Ceci est conforme aux conclusions de la [Section 5.5](#). Afin de confirmer qu'il est possible de négliger les défauts dans les surfaces d'about et les désaxements entre l'arbalétrier et l'entrait, les contraintes engendrées sont à présent calculées. Considérons à nouveau un assemblage tel que défini à la [Section 5.1](#). Lorsqu'un désaxement de $1,5^\circ$ (cela revient à un désaxement de 20 mm en tête d'un arbalétrier de 750 mm de long) et une charge de rupture de 100 kN sont considérés, la contrainte sollicitant le talon en cisaillement roulant est de $0,08\text{ MPa}$. Cela correspond à 20% de la résistance au cisaillement roulant. Par ailleurs, en considérant un même assemblage, mais ayant cette fois-ci un défaut de découpe de 2° , la contrainte sollicitant la structure en cisaillement roulant est alors de $0,04\text{ MPa}$ ce qui correspond au dixième de la résistance en cisaillement roulant. Dès lors, l'apport de ces défauts de découpes est négligeable sur l'erreur obtenue entre les résultats et le dimensionnement.

5.6.2. Embrèvement de 40°

Afin d'apporter une suite plus concrète au travail de Nora Poelvoorde^[Poe15], un cas où l'angle entre l'arbalétrier et l'entrait est de 40° est également étudié. Les autres dimensions géométriques sont par contre identiques aux essais de N. Poelvoorde, et sont répertoriées dans la [Table 5.3](#).

Propriété	valeur
Angle entre l'arbalétrier et l'entrait β	40°
Epaisseur de l'embrèvement b	75 mm
Hauteur de l'arbalétrier et de l'entrait $h = d$	222.5 mm
Profondeur de l'about t	43.1 mm
Longueur du talon v	293.3 mm
Distance entre l'extrémité et l'appui inférieur d_1	100 mm
Longueur de l'appui inférieur d_2	150 mm
Taux hygroscopique	12%
Classe de bois	C40

TABLE 5.3 – Propriétés géométriques des assemblages analysés

Les valeurs de ruptures selon les différents modèles sont données à la [Table 5.4](#).

	cas simplifié [kN]	cas général [kN]	cas sans contact entre les pas [kN]
Compression d'about	188.1	73.6	67.5
Compression de pas	353.2	331.9	0
Cisaillement de talon	128.2	128.3	117.8
Traction d'entrait	307.8	579.5	613.3

TABLE 5.4 – Charges de rupture pour chaque surfaces critiques selon l'EUROCODE 5

De manière générale, les surfaces d'about et de pas sont moins résistantes pour un

embrèvement de 40° , tandis que le talon et l'entrait réduit peuvent reprendre davantage d'efforts. Un embrèvement de 40° offre donc un assemblage plus résistant dans le cas simplifié, mais moins résistant dans les 2 autres cas. La résistance du cas général diffère à nouveau peu du cas où les surfaces de pas ne sont pas en contact.

5.7. Modèle approfondi du talon

Lors d'essais effectués sur des embrèvements simples pourvus d'un angle de 25° (*Chapitre 10*), la majorité des échantillons a subi une rupture par détachement du talon, alors que conformément à la *Section 5.6.1* ils auraient dû rompre par excès de compression sur la surface d'about. Une recherche plus approfondie a alors été menée afin d'expliquer la cause de ces ruptures. Premièrement, l'hypothèse de rupture par excès de cisaillement dans le talon a été émise, mais la combinaison de cette sollicitation à un phénomène de flexion composée due à l'excentricité de l'effort se situant dans l'about (tel que représenté par la *Figure 5.7*) a ensuite été privilégiée.

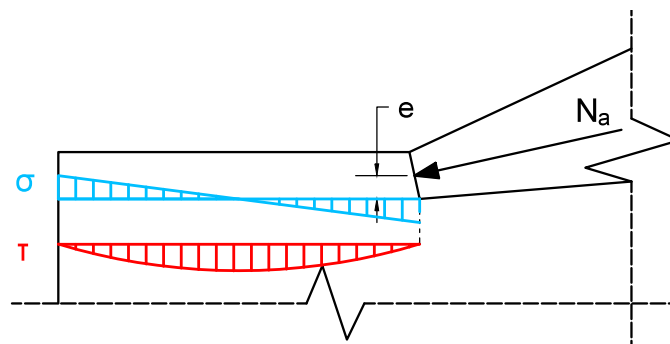


FIGURE 5.7 – Apparition de flexion due à l'excentricité de l'effort

Afin d'étudier ce phénomène, le critère de rupture de la *Section 2.4* est repris. Les contraintes sont à nouveau distinguées selon la direction parallèle σ_x (l'axe x correspond à la direction 1 dans la section *Section 2.4*) et perpendiculaire σ_y (l'axe y correspond à la direction 2 dans la section *Section 2.4*) à l'axe des fibres. Afin de faciliter le calcul, la résultante des forces appliquées sur la surface d'about est scindée en une composante horizontale et une verticale comme représentées sur la *Figure 5.8*.

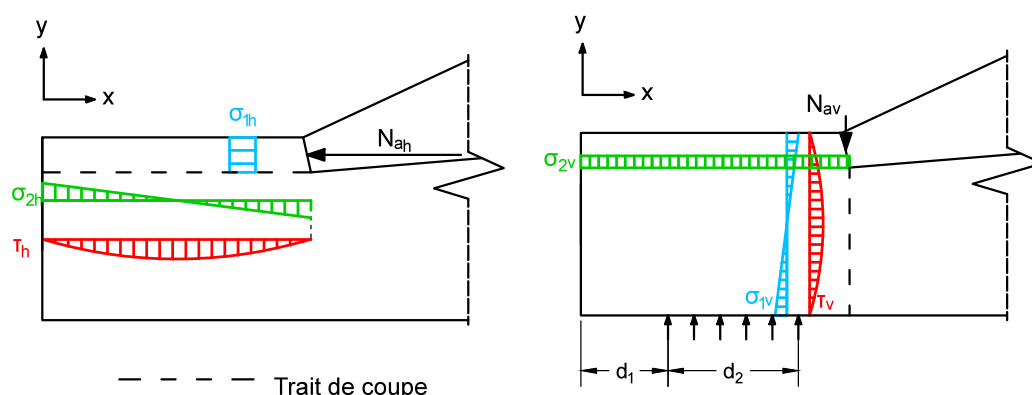


FIGURE 5.8 – Distinction des efforts horizontaux et verticaux au sein de l'élément

Une coupe horizontale au niveau de la surface du talon est effectuée ainsi qu'une coupe verticale parcourant l'avant de l'entrait (allant de l'extrémité gauche de l'entrait $y = 0$

jusqu'à la fin du talon $y = v$). En faisant l'hypothèse que le cas présent correspond au cas général, l'effort N_a transmis par l'about est donné par (5.14). Les expressions des contraintes dues aux efforts horizontaux (Figure 5.8 à gauche) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{x,h} = \frac{-N_a \cos \alpha}{b t} \\ \sigma_{y,h}(x) = \frac{-N_a \cos \alpha}{b v^3} \frac{t}{2} \left(\frac{v}{2} - x \right) \\ \tau_h(x) = \frac{N_a \cos \alpha}{2 \frac{b v^3}{12}} \left(\frac{v^2}{4} - \left(\frac{v}{2} - x \right)^2 \right) \end{array} \right.$$

5

Les efforts verticaux sont constitués d'une part de la composante verticale de l'effort appliqué sur l'about et d'autre part d'un effort réparti au niveau de l'appui inférieur (Figure 5.8 à droite). Les contraintes sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{x,v}(x) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 < x < d_1 & = 0 \\ d_1 < x < d_2 & = -N_a \cos \beta \frac{(x - d_1)^2}{2d_2} \left(\frac{h}{2} - t \right) \frac{1}{b h^3} \\ d_2 < x < v & = -N_a \cos \beta \left(x - \left(d_1 + \frac{d_2}{2} \right) \right) \left(\frac{h}{2} - a \right) \end{array} \right. \\ \sigma_{y,v} = \frac{-N_a \sin \alpha}{b t} \\ \tau_v(x) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 < x < d_1 & = 0 \\ d_1 < x < d_2 & = \frac{-N_a \cos \beta (x - d_1)}{2d_2 \frac{b h^3}{12}} \left(\frac{h^2}{4} - \left(\frac{h}{2} - a \right)^2 \right) \\ d_2 < x < v & = \frac{-N_a \cos \beta}{2 \frac{b h^3}{12}} \left(\frac{h^2}{4} - \left(\frac{h}{2} - a \right)^2 \right) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Connaissant l'expression des contraintes longitudinales, transversales et de cisaillement, il est possible de calculer le critère de rupture en chaque point de la surface du talon. À nouveau, un assemblage ayant les caractéristiques géométriques définies par la Table 5.1 est analysé. La charge N_s soumise sur l'arbalétrier est de $92.4kN$ (note 20).

Par une implémentation MATLAB (se trouvant en Annexe F.4) permettant d'obtenir le critère de rupture pour cet assemblage sollicité par cette charge, les graphes de la Figure 5.9 sont obtenus.

NOTE 20

Charge de rupture
moyenne obtenue lors
des essais (Chapitre
10)

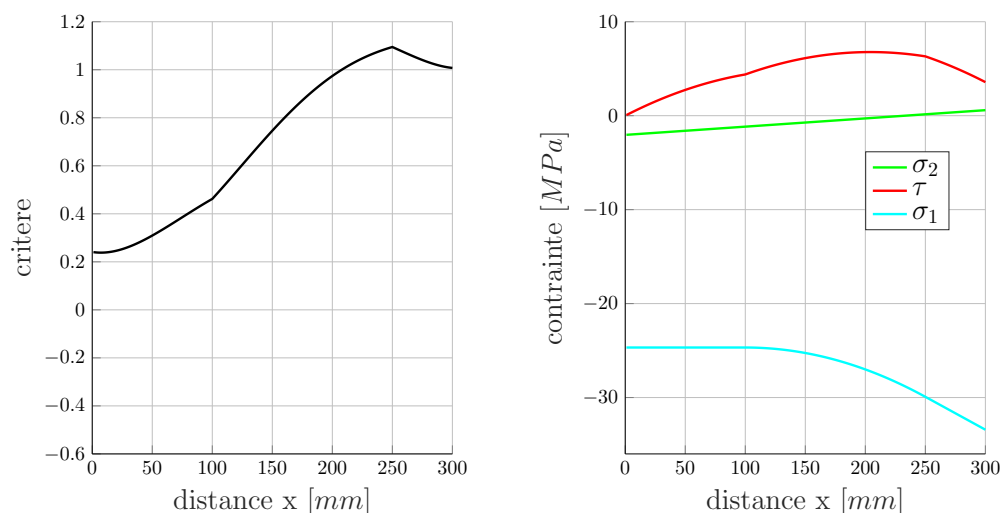


FIGURE 5.9 – Valeur du critère de rupture dans le talon (à gauche) ; contrainte longitudinale, transversale et de cisaillement (à droite)

Le critère de rupture est dépassé dans les dix derniers centimètres qui abordent le contact entre l'about et le talon (entre 200 et 300mm), pour atteindre une valeur maximale de 1,11.

Bien qu'il soit difficile de le démontrer, il se peut que malgré un critère de rupture dépassé, le bois continue à résister grâce à un durcissement dû matériau dû à la combinaison majeure de cisaillement et de compression dans le sens des fibres. Cette capacité de renforcement est liée à la ductilité du bois en compression et en cisaillement. Même si cela a été observé lors de recherches menées par le professeur van der Put^[van10], ce durcissement est contradictoire avec les ruptures fragiles observées lors des essais sur les embrèvements.

Étant donné une compression dans le sens des fibres constante au sein de la partie gauche du talon, le critère de rupture est influencé par le cisaillement et la contrainte perpendiculaire aux fibres. Le cisaillement et la contrainte dans l'axe x grandissent entre 10 et 15cm ce qui a pour effet d'accroître le critère de rupture. Lors des cinq derniers centimètres, le critère de rupture diminue suite à une atténuation linéaire de la compression dans le sens des fibres et un effort tranchant constant dû à l'appui inférieur. Sans ces deux apports, le critère continuerait à augmenter.

La prise en compte de l'interaction de l'ensemble des contraintes régnant dans le talon justifie en partie les ruptures fragiles par détachement du talon obtenues lors des essais. En effet, la charge de rupture utilisée dans ce modèle est la moyenne des valeurs de rupture obtenues lors des essais. Cette analyse laisse néanmoins certaines questions ouvertes telles que le comportement fragile de rupture observé lors des essais, alors que le modèle présenté laisse suggérer une certaine ductilité du matériau. Finalement, bien que le modèle justifie les ruptures par détachement du talon lors d'une mise en charge de 90kN, la rupture devrait toujours s'effectuer dans l'about (voir [Section 5.6.1](#)) et non dans le talon.

5.8. Discussion sur la méthode de l'EUROCODE 5

L'approche adoptée selon la philosophie de l'EUROCODE 5^(note 21) est logique et intuitive :

- elle identifie premièrement les endroits où une rupture pourrait se produire ;
- ensuite, elle calcule par des règles simples découlant de l'EUROCODE 5 les taux de contrainte au sein de ces surfaces ;
- finalement, elle détermine les dimensions des surfaces critiques afin que celles-ci

NOTE 21
Il est nécessaire de rappeler que le dimensionnement des embrèvements n'est pas décrit dans l'EUROCODE 5. L'analyse faite dans ce chapitre utilise les règles de calcul de cette norme et apporte donc une réponse au dimensionnement des embrèvements.

aient la capacité de reprendre les charges qui leur sont appliquées.

Bien que la méthode fournie par l'EUROCODE 5 procure des résultats satisfaisants, elle ne laisse pas beaucoup de liberté au concepteur. En effet, les méthodes existantes dans la littérature^{[Lat15] [Nat00] [Des14]} (dont ce chapitre fait la synthèse) imposent certaines restrictions qui sont souvent relatives aux géométries de l'assemblage. Même si la plupart d'entre ces restrictions sont légitimes, la méthode ne fournit aucune piste pour le concepteur voulant sortir de celles-ci. En effet, que se passerait-il si une charge était appliquée sur l'avant-bois comme représenté par *Figure 5.10* ou si l'angle entre l'entrait et l'arbalétrier était plus petit que 30° , ou si l'arbalétrier et l'entrait étaient d'une essence différente, ou si les axes d'application des efforts n'étaient pas concourants ?

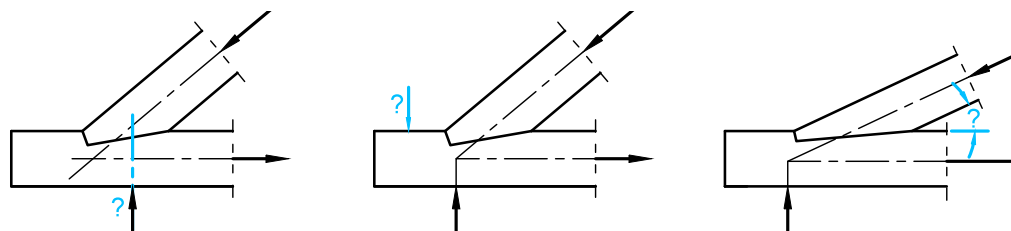


FIGURE 5.10 – Exemples de cas non couverts par l'EUROCODE 5 : déplacement de l'appui inférieur (à gauche), charge sur le talon (au centre), angle inférieur à 30°

Par ailleurs, la méthode suivant l'EUROCODE 5 utilise des hypothèses fortes telles que la négligence de l'interpénétration des fibres et du frottement. Certains de ces phénomènes ne sont pas évidents à prendre en compte, mais les négliger a un effet sur le dimensionnement. C'est pour cela que d'autres références ont donc dû être utilisées lors de la création de ce chapitre.

Les restrictions imposées par l'EUROCODE 5 et le manque de clarté pourraient être contournés en adoptant une autre approche de dimensionnement. Cela pourrait être fait en utilisant les cercles de Mohr ou une méthode d'éléments finis, mais le temps de calcul et d'analyse nécessaire relatif à ces méthodes rendrait l'étude de la structure beaucoup plus longue. Une solution serait alors d'utiliser le modèle des champs de contrainte discontinus et la statique graphique telle que présentée dans la suite de ce travail.



6. Manipulation des champs de contraintes discontinus

6.1. Mise en contexte de la méthode des champs de contraintes discontinus

La méthode des champs de contraintes discontinus et celle des bielles-et-tirants sont initialement développées pour l'analyse et le dimensionnement des structures en béton armé. Elles permettent la modélisation géométrique des chemins pris par les efforts au sein d'une structure. En suivant un développement différé et similaire à celui des constructions en béton armé, la méthode des champs de contraintes discontinus introduite par Ritter Morsch et Drucker s'est rapidement avérée efficace pour l'analyse des éléments de structure présentant des discontinuités géométriques. Elle permet également d'introduire aisément des efforts dans la structure ^[Kos09].

Cette méthode prend toutefois appui sur des hypothèses fortes qui sont dans certains cas incohérentes avec la réalité ou inapplicables au matériau bois. L'hypothèse majeure qui doit être vérifiée lors des essais en laboratoire menés lors de ce travail est l'applicabilité du théorème statique de la théorie de la plasticité. Bien que dans un premier temps cette hypothèse soit supposée valide, elle pourrait être révoquée lors de l'interprétation des essais expérimentaux.

Dans ce travail, on se limitera à l'usage manuel de la méthode des champs de contraintes discontinus dans le cadre d'un dimensionnement d'assemblage bois-bois. Bien que les principes des champs de contraintes discontinus soient décrits dans ce chapitre, la méthode proposée dans ce travail ne sera applicable qu'après le chapitre *Chapitre 7* où la manipulation dynamique des champs de contraintes discontinus est développée.

6.1.1. Revue des différents modèles de répartition des efforts

Le modèle des champs de contraintes discontinus permet de décrire la répartition des efforts internes dans un élément de structure à l'état limite ultime. Il existe d'autres modèles analogues bornant le modèle étudié :

- **le modèle des champs de contraintes continus** qui se base directement sur la théorie de la plasticité, ce modèle fournit une représentation graphique des contraintes principales agissant au sein d'un élément de structures modélisé par un maillage continu (*Figure 6.1*). L'utilisation de ce modèle pour le bois est compliquée, car il nécessite une connaissance rigoureuse de chaque élément constituant une structure, ce qui consiste une difficulté majeure pour un matériau non-homogène ;
- **le modèle des bielles-et-tirants** qui consiste à considérer la structure comme un treillis équivalent à nœuds rotulés au sein duquel les efforts normaux sont calculés. Dans la plupart des cas, il n'est pas possible d'être sûr que la structure se comportera réellement comme prédit. Néanmoins, le savoir-faire, certains principes et l'optimisation par les éléments finis permettent de se rapprocher du comportement réel. Par exemple, une fois le champ de contraintes continu d'une structure déterminé, il est possible de dériver la structure bielle-et-tirant en disposant des barres à la position des résultantes des contraintes. La procédure

inverse est possible, mais plus délicate, car la solution n'est pas unique^[Mut07]. Une utilisation simultanée de ces deux derniers modèles peut s'avérer efficace, car elle offre une réponse robuste et rapide au système^[Mut15] ;

- **le modèle des champs de contraintes discontinus** qui est construit sur base du modèle précédent, les éléments comprimés ou tendus sont représentés avec une épaisseur proportionnelle à l'effort axial qu'ils transmettent. Il est également possible d'obtenir les configurations de champs de contrainte à partir d'une analyse des champs de contrainte continus. Ce modèle, qui fait souvent appel aux éléments finis, est toutefois onéreux en temps et requiert un certain savoir-faire. En comparaison, le modèle des champs de contraintes discontinus peut facilement être informatisé et la manipulation de systèmes réticulés en équilibre pourrait être plus interactive et intuitive.

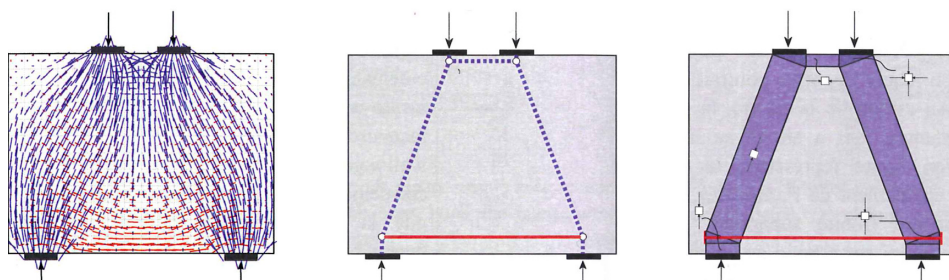


FIGURE 6.1 – Modèles répartition des contraintes : champs de contraintes continus (à gauche), bielles-et-tirants (au milieu), champs de contraintes discontinus (à droite)^[Mut11]

Chacun de ces modèles doit satisfaire les conditions d'équilibre et respecter les conditions de bord de la structure réelle^[Mut07]. Ils se différencient également par les hypothèses de calcul comme les lois de comportement du matériau ou la compatibilité des déformations qui n'est vérifiée que dans le modèle des champs de contraintes continus.

6.1.2. Théorème statique de la théorie plastique

Bien qu'il existe d'autres méthodes pour le dimensionnement des éléments structuraux, les trois modélisations présentées ci-dessus ont la particularité de prendre appui sur le théorème statique de la théorie de la plasticité. Ce théorème non-linéaire utilisé pour l'analyse de structure à la rupture est exprimé comme suit^[Hey08] :

"Tout chargement, à laquelle correspond un champ de contrainte statiquement admissible est inférieur ou égale au chargement ultime de la structure"

Par statiquement admissible sont sous-entendu les champs satisfaisant les conditions d'équilibre et de bord^[Cap15]. De plus, le champ ne peut en aucune section ou en aucun point dépasser le palier de résistance plastique. Il est supposé que le matériau plastique offre une ductilité suffisante^(note 22). Il va de soi que la structure ne peut présenter des instabilités locales^[Ron16] ou globales telles que le flambement ou le fluage.

Selon ce théorème, si une configuration de champs de contrainte discontinus satisfaisant la condition statique est construite, alors la structure est stable, quelque soit le comportement réel de la structure. Cela revient d'une part à dimensionner un élément sur base d'une seule configuration, dès le moment où cette dernière est raisonnablement choisie et que les hypothèses sont vérifiées. D'autre part, en partant du comportement d'une structure, il est possible de déterminer a priori la configuration prise. Ce travail adopte cette dernière direction lors des essais menés en laboratoire^(note 23).

NOTE 22

Ce théorème est également décrit comme étant la borne inférieure du calcul plastique, car dès le moment où l'on considère une structure à l'équilibre et que le matériau possède une ductilité suffisante, alors par la redistribution des efforts l'intégrité de la structure est assurée^{[Hey08] [Ron16]}

NOTE 23

Pour rappel, ces essais permettront de vérifier si cette théorie est applicable au bois

6.1.3. Applicabilité de la méthode des champs de contraintes discontinus

Le bois est un des matériaux de construction les plus anciens. Étant donné le délaissement de l'utilisation du bois au profit du béton et de l'acier le développement de nouvelles théories ne s'est donc jamais justifié comme étant indispensable vis-à-vis du savoir-faire ancestral lié à ce matériau traditionnel. L'interprétation des champs de contrainte discontinus au sein du bois n'est donc pour l'instant que très peu abordée dans la littérature. Ceci est dû à plusieurs raisons :

- **variabilité des propriétés au sein d'un élément** - Le bois comporte des défauts et les valeurs exactes de propriétés sont difficilement atteignables et contrôlables pour chaque élément. Le bois est ainsi considéré avec plus de suspensions par les ingénieurs que le béton et le métal dont la production est mieux contrôlée. On soumet le bois à de multiples facteurs réducteurs de sécurité^(note 24) et les recherches technologiques visant les limites des capacités du bois sont rares.
- **prise en compte de la plasticité dans le dimensionnement** - Une conséquence de la variabilité est la faible prise en compte des capacités limites du bois, telles que l'influence de la position au sein d'une poutre dans le calcul de traction, ou la ductilité du bois en compression qui n'est pas prise en compte dans le dimensionnement. Cette ductilité est pourtant un élément essentiel dans le cadre des champs de contrainte discontinus, mais qui est effacé par le comportement en traction du bois et le phénomène du maillon faible qui pousse à considérer des modèles de calcul qui ne poussent pas les propriétés du bois jusqu'aux limites.
- **anisotropie** - Ajouter au modèle la dépendance de la direction des efforts complique la logique à suivre quant au choix des configurations à prendre. De plus l'interprétation du modèle conçu pour un matériau homogène qu'est le béton est encore moins aisée.
- **comportement fragile en traction** - Le comportement hautement fragile du bois en traction réduit considérablement la possibilité d'application du modèle des champs de contrainte continus au bois. Que ce soit dans la direction longitudinale ou transversale, le comportement fragile du bois réduit la redistribution des efforts lorsque le palier ductile est atteint. Le béton est également fragile en traction, mais l'ajout d'armatures en acier dans ces zones permet de considérer le béton armé comme étant également ductile en traction. Certaines recherches^[Tra09] visent à consolider le bois par des armatures en acier. Cette analogie avec le béton armé serait une bonne solution, mais ces deux matériaux diffèrent fortement par l'anisotropie et les écarts de comportement des déformations lorsque le matériau est soumis à des efforts.

6

NOTE 24
Un témoin de la variabilité du matériau est le facteur γ_m Section 3.6 qui est inférieur dans le cadre du bois lamellé-collé $\gamma_m = 1,25$ par rapport sections brutes $\gamma_m = 1,3$. Le bois lamellé-collé, étant exempt au plus possible de maillons faibles, ses propriétés sont davantage homogènes et contrôlées

6.2. Méthode des champs de contraintes discontinus

La méthode des champs de contraintes discontinus peut être approchée aussi bien par les champs de contraintes continus que par la méthode des bielles-et-tirants, mais la construction d'une configuration de champs de contraintes discontinus (Figure 6.2) nécessite l'utilisation d'un réseau bielles-et-tirants adéquat :

- les barres en compression ou en traction permettant la transmission des efforts dans le modèle bielles-et-tirants sont équivalentes aux champs rectilignes de contraintes caractérisant les distributions des efforts dans le cadre des champs de contraintes discontinus. Les barres sont assimilables aux axes du champ de contrainte ;
- les nœuds permettant la transmission des efforts entre les différentes bielles/tirants prennent également une certaine épaisseur et deviennent des champs nodaux dans le cas du modèle des champs de contraintes discontinus. Dans certains cas, le nœud est le centre du cercle circonscrit au champ nodal.

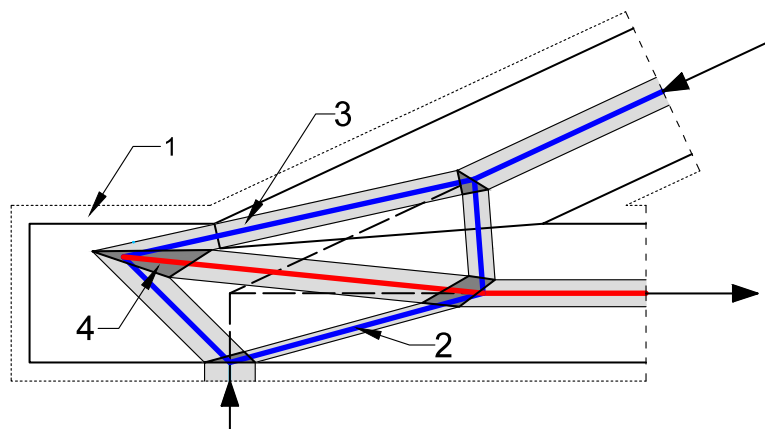


FIGURE 6.2 – Configuration de champs de contrainte discontinus. (1) Conditions de bords, (2) Réseau bielles-et-tirants équivalent, (3) Champ de contrainte rectiligne, (4) Champ nodal

6

Bien que cela puisse rajouter certains paramètres supplémentaires, le modèle des champs de contraintes discontinus est une représentation davantage conforme au comportement réel de l'assemblage par rapport à la méthodologie de l'EUROCODE 5.

Utiliser le modèle des champs de contraintes continus reviendrait à se rapprocher encore plus de la réalité, mais l'utilisation de ce modèle étant plus complexe, seul un modèle simplifié à l'aide de cette méthode s'avère utile afin de déterminer le réseau de champs de contraintes le plus réaliste. À titre d'exemple la *Figure 6.3* illustre un embrèvement tel qu'étudié. Certains paramètres n'ont pas pu être intégrés à ce modèle

En considérant certaines hypothèses et en respectant les conditions de bord, le modèle des champs de contraintes discontinus n'est donc constitué que de champs rectilignes et de champs nodaux. Tous deux permettant de distribuer les efforts au sein de la structure.

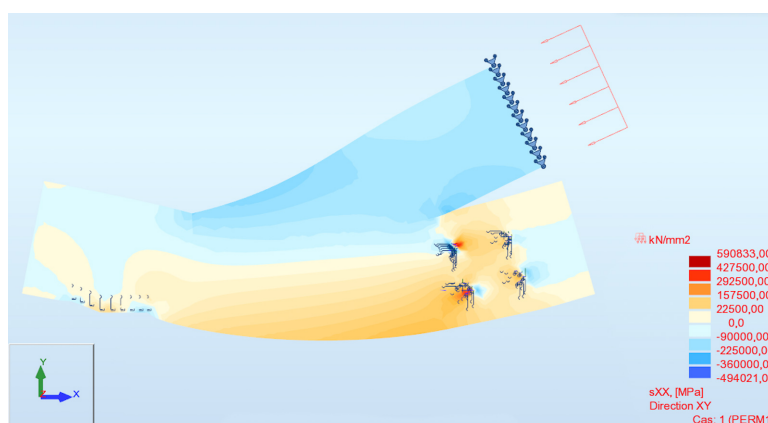


FIGURE 6.3 – Configuration d'embrèvement 25° par la méthode des éléments finis

6.2.1. Hypothèses restrictives

Appliquer les champs de contraintes discontinus au matériau bois implique certaines considérations préliminaires. Certaines hypothèses sont prises pour simplifier l'adaptation des champs de contraintes discontinus. Il est important de souligner que le but de ce travail consiste entre autres à vérifier l'applicabilité de ces hypothèses. Celles-ci seront donc remises en cause lors de l'interprétation des résultats obtenus lors des tests.

- **négligence des défauts du bois** - Le type de bois qui fait l'objet de cette

étude est du bois de structure, muni de défauts. Lors des essais expérimentaux, tout sera fait pour éviter l'influence de ces défauts, l'approche théorique considère donc que :

- le bois est sans défaut ;
- les fibres sont donc identiques les unes aux autres ;
- aucune différence n'est faite entre l'aubier et le duramen.
- **modèle élasto-plastique du bois** - Bien qu'il s'agisse de l'hypothèse qui suscite en partie la validation des champs de contraintes discontinus au sein du matériau bois, ce dernier est considéré comme ayant un comportement ductile en compression et fragile en traction.
- **qualité de la découpe** - La qualité de la découpe des assemblages est considérée comme irréprochable :
 - le contact entre les membres est parfait ;
 - il n'y a pas d'imprécision due à la découpe.
- **étude dans le plan** - Bien qu'il existe une différence de comportement entre les directions radiales et tangentielles, le cadre d'étude se limite à un matériau bidimensionnel. Le bois n'est plus considéré comme un matériau anisotrope, mais comme orthotrope. Cela est schématisé sur la *Figure 6.4*

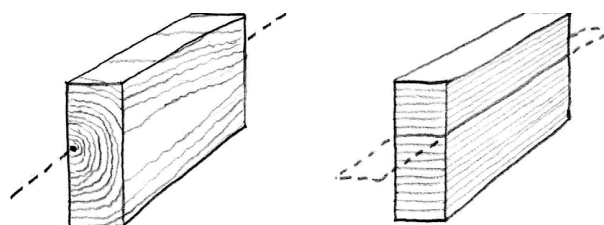


FIGURE 6.4 – Répartition des fibres selon un modèle orthotrope^[Fis12]

- **absence d'instabilité** - Suite à la dernière hypothèse, les phénomènes de torsion sont négligés. Par ailleurs, le déversement, le fluage, le flambement, les variations dimensionnelles dues aux variations d'humidité ne sont pas pris en compte.

6.2.2. Conditions de bord

Conditions sur les efforts

Pour rappel, les assemblages considérés dans ce travail sont des assemblages traditionnels, dans lesquels la transmission des efforts ne peut se faire que par compression ou frottement. Lors de la procédure de dimensionnement de l'assemblage par l'EUROCODE 5 le frottement est écarté le plus souvent possible, cela implique que les efforts ne peuvent qu'être normaux aux surfaces de contact. Cela réduirait largement les configurations de champs de contraintes possibles. Dans ce modèle, le frottement est dès lors considéré comme non négligeable. Il ne peut cependant dépasser la valeur maximale de frottement statique. Par défaut, un coefficient de frottement de 0,4^[Wis103] sera pris, ce qui correspond à un angle maximal de 33 degrés entre la direction de l'effort et la normale au plan de contact considéré^(note 25). Cet effort varie néanmoins selon le taux hygrométrique, la pente des fibres et la rugosité de la surface^{[Kol68] [Ara58]}.

Bien que le phénomène d'interpénétration des fibres (voir *Section 2.3*) soit considéré de façon indépendante par rapport au frottement, pour des efforts normaux importants la résistance au frottement est favorisée par l'imbrication des cernes des deux pièces de bois comprimées.

NOTE 25

Cet angle a également été pour référence du Douglas lors des dimensionnements d'assemblages drone-compatible^[Men17]

Conditions sur les limites géométriques

Pour que la transmission des efforts soit possible, il est nécessaire que l'intégralité des efforts soit imbriquée à l'intérieur de la matière. La surface de confinement peut être réduite davantage si des altérations possibles sont considérées. Ceci peut se faire par deux couches d'enrobages :

- **enrobage des imperfections géométriques** - Cette zone assure l'intégrité de la structure envers les imperfections de mise en oeuvre de l'assemblage. Les découpes ne seront jamais parfaites et il est nécessaire de prévoir de la marge afin de reprendre le jeu induit par les imprécisions. De plus, les fibres en périphérie de l'élément se comportent différemment et cet effet de bord peut engendrer des instabilités qui ne sont pas prises en compte par les hypothèses de calcul^[Fiv12]. Il est donc conseillé de ne pas charger les zones périphériques et considérer un enrobage $d_{ef,1}$ schématisé sur la *Figure 6.5*
- **enrobage préventif au feu** - Comme décrit en *Section 1.5* le bois présente une bonne résistance au feu. La manière la plus simple de concevoir une structure pouvant faire face à un incendie de durée déterminée est de prévoir une couche de protection. Lors d'un incendie celle-ci se consumera protégeant elle même le bois sein se trouvant en dessous. L'épaisseur en millimètres à prévoir pour un bois non protégé est déterminée par^[Lat15] :

$$d_{ef,2} = \beta_0 t_{fi,req} + 7 k_0$$

où :

- β_0 est la vitesse de combustion de l'essence
- $t_{fi,req}$ est le temps de résistance requis
- $7 k_0$ représente du bois qui n'est pas encore carbonisé, mais dont les propriétés mécaniques sont altérées.

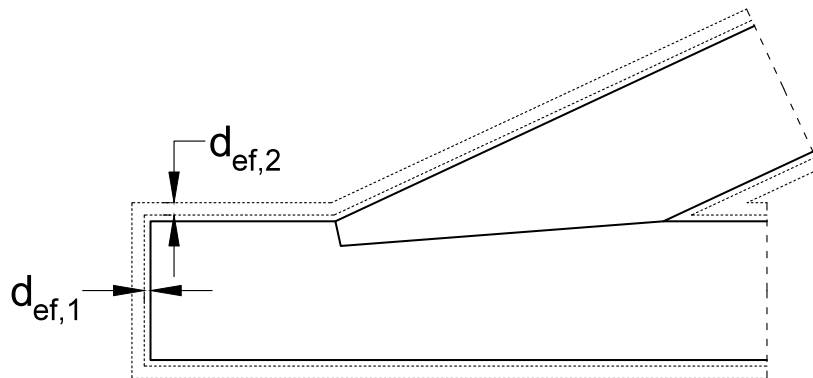


FIGURE 6.5 – Zones d'enrobage

6.2.3. Champs rectilignes

Un champ rectiligne est une surface rectangulaire dont deux bords opposés sont en contact avec un champ nodal comme représenté en gris clair sur la *Figure 6.2*. Les deux autres extrémités ne sont pas en contact avec d'autres bords. Il n'est donc pas possible de superposer des champs rectilignes, car l'intersection constituerait un champ nodal. L'axe principal de ces champs correspond à une bielle ou un tirant. Il existe plusieurs types de formes utilisées^[Shc87] illustré sur la *Figure 6.6*, mais seuls les champs rectilignes

sont utilisés dans ce travail.

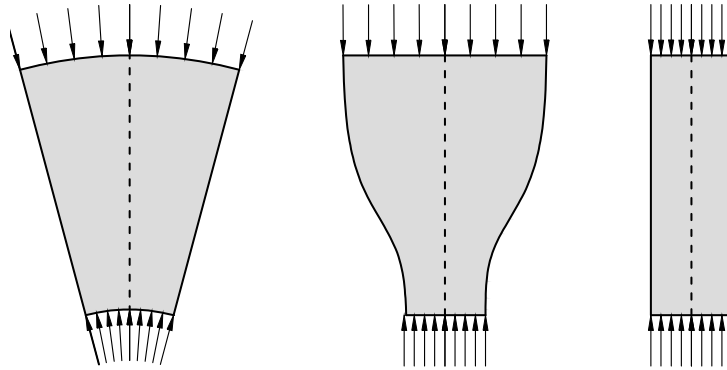


FIGURE 6.6 – Champ rectiligne en éventail, en bouteille et rectiligne (de gauche à droite)

Seuls les états de contraintes au sein de ces champs de rectilignes sont analysés. Bien que le bois possède un comportement élasto-plastique en compression, des lignes de discontinuités de contraintes (*Figure 6.7*) sont permises (propre à un comportement rigide plastique (*Figure 6.8*)). Les lignes de discontinuité, caractéristiques dans le modèle des champs de contraintes discontinus, doivent cependant respecter deux conditions^[Mut07] afin d'être admises :

- les contraintes de cisaillement τ des facettes parallèles et perpendiculaires à la ligne de discontinuité doivent être identiques de part et d'autre de la ligne de discontinuité ;
- les contraintes σ_n appliquées sur les facettes parallèles à la ligne de discontinuité sont également identiques de part et d'autre.

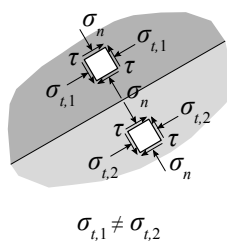


FIGURE 6.7 – Ligne de discontinuité^[Kos09]

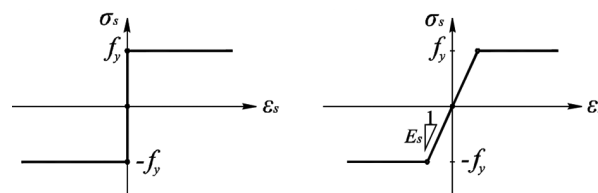


FIGURE 6.8 – Comportement rigide plastique (à gauche) et élasto-plastique (à droite)^[Mut15]

Suite à une étude approfondie sur le critère de comportement plastique établie par Muttoni et Ruiz^[Mut15] il s'avère qu'utiliser une loi de comportement élasto-plastique reste valable par rapport aux discontinuités^(note 26).

Pour tout point à l'intérieur du champ rectiligne l'état de contrainte est identique. La direction de la contrainte principale est la même que l'axe du champ et il n'y a pas de distinction faite entre les bielles et les tirants par rapport au champ de contrainte représentatif.

En connaissant la valeur de la contrainte principale σ_p , les états de contrainte dans un

NOTE 26
De plus, cela rend le comportement cinématique plus réaliste.

NOTE 27
le cercle passe par
l'origine (0,0) et par
le point (0, σ_p) qui est
le pôle du cercle

champ rectiligne peuvent directement être déduits à l'aide des cercles de Mohr^(note 27). La valeur des contraintes normale et de cisaillement peut alors être déduite pour n'importe quelle facette. Afin de comparer les valeurs de contraintes à la résistance il est nécessaire, à partir de l'inclinaison du champ par rapport à l'axe des fibres d'analyser les états de contrainte obtenus et les comparer au domaine de résistance. Une autre technique pour vérifier que les contraintes au sein d'un champ n'excèdent pas la valeur de résistance est l'utilisation d'un critère de rupture pour le bois similaire à celui fourni en [Section 2.4](#).

6.2.4. Champs nodaux

NOTE 28
c'est pour la même
raison que les champs
en bouteille et en
éventail n'ont pas été
retenus

6

NOTE 29
Un nœud
quasi-hydrostatique
n'est pas
hydrostatique, car
aucune contrainte
n'est appliquée
perpendiculairement
au plan d'étude et
l'état de contrainte
n'est donc pas égal
dans les 3 directions

Les champs rectilignes sont reliés entre eux par les champs nodaux. Il s'agit de polygones au travers desquels transitent les efforts entre les champs rectilignes. Afin de déduire rapidement l'état de contrainte, il est nécessaire de considérer que les champs à l'intérieur de chaque nœud sont uniformes^(note 28). L'état de contrainte est donc invariable à l'intérieur d'un champ, quelle que soit l'orientation du plan. Il n'est par ailleurs pas autorisé de superposer des champs nodaux.

Afin d'obtenir des champs uniformes, il est attendu que le nœud soit quasi hydrostatique. Chaque facette présente donc des contraintes équivalentes : des contraintes normales égales entre elles et aucun effort de cisaillement.^(note 29) ([Figure 6.9](#)).

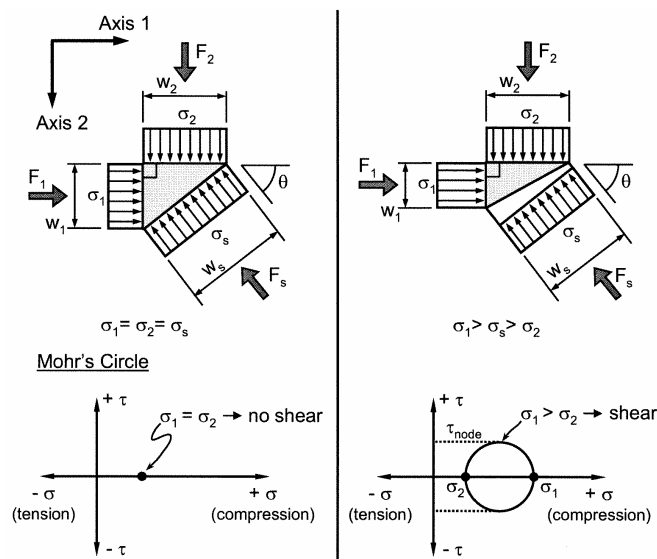


FIGURE 6.9 – Etat de contrainte dans des nœuds quasi hydrostatiques et non hydrostatique^[Mar07]

Des nœuds quasi hydrostatiques ne doivent pas être vérifiés, car les états de contraintes à l'intérieur sont égaux à ceux se trouvant dans les champs rectilignes équivalents.

Il est possible de regrouper, les champs nodaux ayant 3 facettes dans quatre catégories topologiques : CCC CCT CTT TTT, avec C pour compression et T pour traction ([Figure 6.10](#)). Les nœuds TTT sont à éviter à cause du caractère fortement fragile du bois en traction. Il est possible de modéliser des nœuds joignant davantage d'efforts par combinaison de ces quatre-ci^[Fiv12].

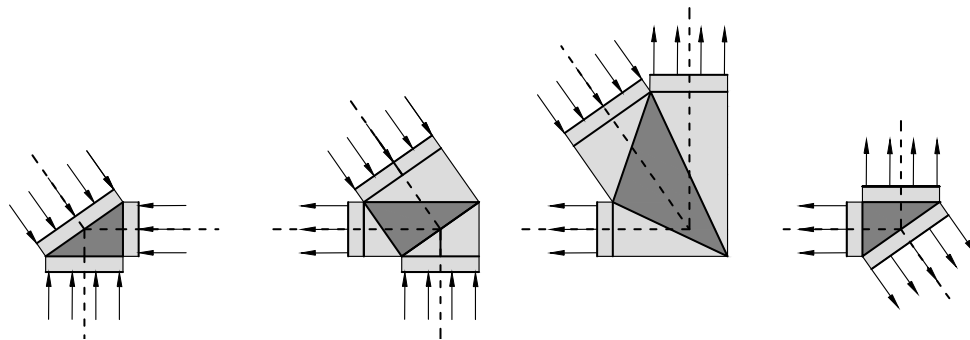


FIGURE 6.10 – nœuds CCC CCT CTT TTT (de gauche à droite)

Afin qu'un champ nodal soit quasi-hydrostatique, il est nécessaire que chaque facette soit perpendiculaire au champ rectiligne adjacent. Cela revient à dire que chaque bielle ou tirant représentant les champs rectilignes est une médiatrice au triangle formé par le champ nodal^(note 30). En plus d'impliquer une modification de la largeur de certains champs rectilignes, cette condition ne peut être remplie que dans certains. Par l'impossibilité de superposition des champs nodaux, seuls les champs ne reliant qu'un seul type de champ (CCC et TTT sur la Figure 6.10) sont quasi-hydrostatiques.

La condition de quasi-hydrostaticité n'étant faite que pour faciliter le calcul, il est possible d'analyser une structure avec des nœuds non-hydrostatiques, bien que le rapport entre la plus grande contrainte et la plus faible ne soit pas supérieur à 2^[Mar07]. La construction de tels nœuds se fait en joignant les intersections des bords des champs rectilignes. Afin d'assurer une répartition uniforme des contraintes sur chacune des facettes du champ nodal, l'axe du champ nodal (bielle ou tirant y correspondant) intersecte le milieu du côté du polygone. Ceci est valide pour tout champ nodal triangulaire, mais n'est valide pour les champs nodaux à quatre côtés dans certains cas^(note 31). Ce n'est par contre jamais vérifié pour des polygones avec cinq facettes ou plus^[Fiv12].

Bien que la déduction des états de contrainte pour un nœud quasi-hydrostatique soit directe, déterminer les états de contrainte pour un nœud non-hydrostatique ayant des répartitions uniformes sur chacune des facettes se fait par une construction des cercles de Mohr^[Mar85] (Figure 6.11).

Les étapes représentées sur Figure 6.11 sont les suivantes :

- **1-** Construire les cercles de Mohr correspondant aux trois champs rectilignes sur un même diagramme (Figure 6.11b). La droite perpendiculaire aux contraintes principales de chaque champ rectiligne de la Figure 6.11a (représenté sur le dessin par une droite pointillée) est translatée telle qu'elle passe par la valeur de la contrainte principale correspondante sur la Figure 6.11b. Les pôles des champs rectilignes sont déduits. Ils correspondent à l'autre l'intersection de la droite et du cercle correspondant au champs rectiligne.
- **2-** Trouver l'état de contrainte pour la facette parallèle au bord correspondant pour chacun des cercles. Sur le diagramme de Mohr, il s'agit de l'intersection du cercle avec une droite parallèle à la facette du champ rectiligne considéré passant par le pôle (ils sont chacun représentés par un point bleu sur Figure 6.11b).
- **3-** Le cercle de Mohr correspondant à l'état de contrainte au champ nodal peut être construit. Il est symétrique à l'axe des abscisses et passe par les intersections trouvées précédemment. Le pôle du cercle est l'intersection des trois droites.
- **4-** Par la construction du cercle de Mohr il est possible d'obtenir les valeurs des contraintes principales et les taux de cisaillement. Chacune de ces valeurs doit alors être inférieure à la résistance correspondante.

NOTE 30

Il est facile de déterminer l'épaisseur des champs rectiligne, car l'unique intersection entre les médiatrices correspond au centre du cercle circonscrit au triangle

6

NOTE 31

Par superposition des triangles pour former un champ nodal à quatre côtés, il faut que toutes les médianes du quadrilatère se joignent au nœud du schéma bielle et tirant équivalent

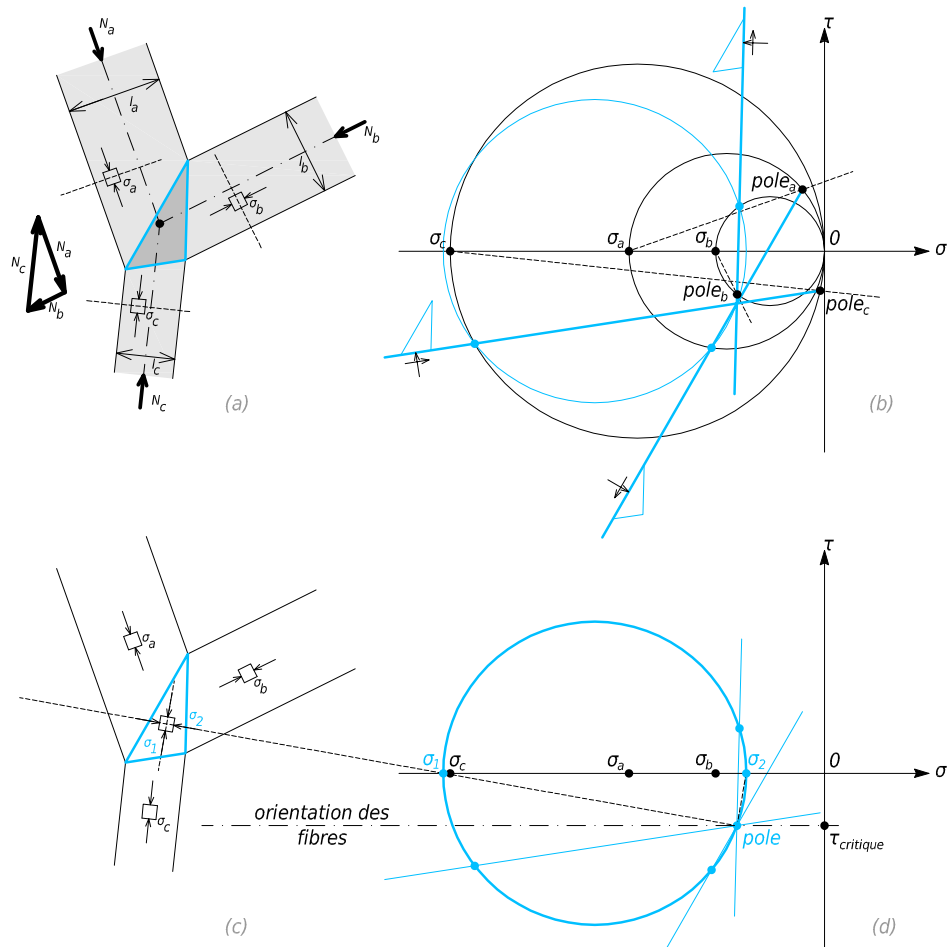


FIGURE 6.11 – Construction des cercles de Mohr représentant les états de contrainte au champ nodal. -a- champ nodal, -b- construction des cercles de Mohr, -c- vérification des contraintes principales, -d- cercle de Mohr du champ nodal ^[Fiv12]

Tous les éléments nécessaires à la construction des champs de contraintes sont à présent définis. Grâce aux hypothèses faites au début de ce chapitre, il est possible d'utiliser la méthode des champs de contraintes discontinus. Cependant, la manipulation de la méthode s'avère fastidieuse dans l'état actuel. Afin de la rendre plus aisée, certains principes de la statique graphique sont appliqués afin d'obtenir une manipulation dynamique. Cela est fait dans le chapitre suivant.



7. Manipulation à l'aide de la statique graphique

7.1. Introduction à la statique graphique

La statique graphique est une méthode graphique utilisée pour l'analyse statique des efforts axiaux existant dans les membres d'un système réticulé en équilibre ^(note 32). Bien qu'il soit possible de trouver des origines de cette méthode lors des travaux de Leonard de Vinci (études de compositions de forces), c'est grâce aux avancées scientifiques de Stevin, Newton, Varignon que la méthode fut plus largement définie. Au XIX^{ème} siècle, Maxwell ^[Max64] définit les figures réciproques et certains théorèmes, Cremona ^[Cre69] démontre l'analyse graphique au sein d'un treillis et Culmann ^[Cul66], qui est perçu comme le père de la statique graphique rend la méthode exploitable dans l'analyse de systèmes. Il a mis au point les techniques graphiques utilisées actuellement et a démontré comment celles-ci pouvaient permettre la résolution d'un grand nombre de problèmes structuraux ^[All09].

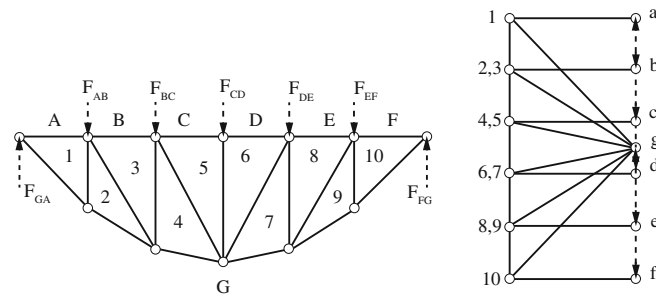
Au XX^{ème} siècle, l'influence de la statique graphique sur la conception et la vérification structurale sont notoires, notamment chez les ingénieurs tels que par M. Koechlin (co-designer de la tour Eiffel) ou R. Maillart ^[Zas08]. Malgré l'atout visuel important de cet outil qui permettait une conception critique et sensée dès les premières phases de l'analyse structurale ^[Des17], la conception par ordinateur a réduit l'utilisation de cette méthode ^[Baz15].

NOTE 32
il existe d'autres applications, qui ne sont pas exploitées dans ce travail

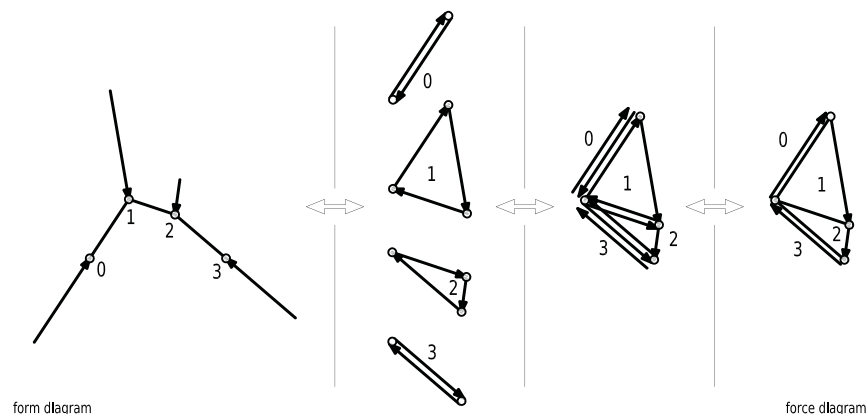
Basé sur le principe de parallélogramme de forces, un équilibre structural est représenté en statique graphique par :

- **un diagramme de situation** représentant les lignes d'action des efforts et l'équilibre de rotation des nœuds. La position et les connexions des barres et des efforts externes y sont définies au sein de l'élément
- **un diagramme des forces** où sont figurés l'amplitude des efforts et l'équilibre en translation des nœuds.

Étant donné que les nœuds sont conçus comme des articulations, la direction des efforts au sein des barres est identique à celle des barres. Il y a donc un parallélisme entre les segments des deux diagrammes qui définit l'une des deux règles de réciprocité entre les diagrammes. L'autre propriété lie l'équilibre statique de chaque nœud dans un des diagrammes à un polygone fermé dans son diagramme réciproque. La réciprocité assure donc les équilibres translationnel et rotationnel. Il est important de souligner que par le principe de réciprocité, chacun des deux diagrammes peut être considéré comme un diagramme de situation ou des forces ^{[Ron16] [Zal98]} (*Figure 7.1*).

FIGURE 7.1 – Réciprocité des diagrammes de situation et des forces^[Beg14]

La statique graphique peut tout aussi bien analyser le transfert d'efforts au sein d'une structure que la répartition des efforts au sein d'un treillis ou d'un caténaire. Ce dernier exemple nous permet d'illustrer cette méthode soit un système réticulé soumis à 4 forces (diagramme de situation de la *Figure 7.2*). Se trouvant à l'équilibre, la somme des forces appliquée en chaque nœud doit être nulle. Vectoriellement, cela revient à représenter les forces agissant sur ce nœud par un polygone fermé dont chacune des forces appliquées au nœud représente un côté (seconde figure). En faisant correspondre les côtés égaux des différents polygones, il est possible par une simplification d'obtenir le diagramme des forces (à droite sur la figure).

FIGURE 7.2 – Exemple de construction d'un diagramme des forces à partir d'un diagramme de situation^[Fiv13]

NOTE 33
ou notation de
Bow^[Za198]

NOTE 34
En plus l'évitement
d'erreur dans la
formation des
polygones, cela
permet une lecture
directe du sens des
efforts, voir
Zalewski^[Za198] chapitre
V

La description des membres est définie par la règle de la notation d'intervalles^(note 33) qui consiste à définir chaque zone du plan située entre deux forces externes par une lettre majuscule alors qu'un chiffre définit les espaces entre les membres dans le diagramme de situation. Par la réciprocité on retrouve les lettres (en minuscule cette fois-ci) définissant un nœud dans le diagramme des forces (*Figure 7.3*). Le passage de **A** vers **1** dans le diagramme de situation croise le membre correspondant à l'effort **a** → **1** dans le diagramme des forces. Afin de rendre la réciprocité des schémas possible, il est nécessaire de lire les efforts autour de chaque nœud dans un même sens. Dans le cadre de ce travail, le sens horlogique sera utilisé^(note 34).

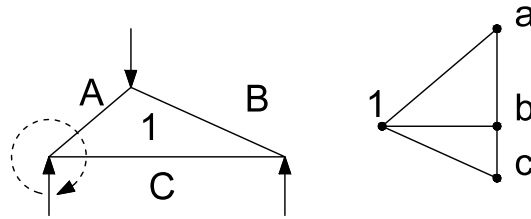


FIGURE 7.3 – Exemple simple de statique graphique

7.2. Extension à la statique graphique

Le CAD présente de nombreux bénéfices pour l'usage de la statique graphique. Alors que les diagrammes étaient autrefois dessinés à la main, la possibilité de les implémenter par voie numérique offre des ouvertures considérables favorisant le processus dynamique de la conception structurale. La thèse de C. Fivet^[Fiv13] met en avant deux concepts :

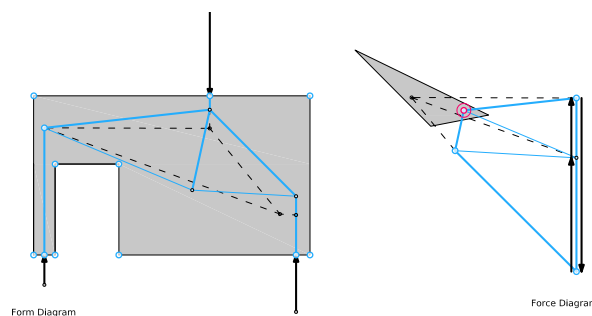
- **domaines géométriques** - La construction graphique de domaines géométriques limitant les positions possibles de chaque nœud des deux diagrammes ;
- **simultanéité des modifications** - Le passage d'un système équilibré à un autre par l'application manuelle d'opérations sur les deux diagrammes simultanément.

7.2.1. Domaines géométriques

Ce premier concept contraint chaque nœud du diagramme à l'intérieur d'un domaine géométrique représentant l'ensemble des positions possibles qui résolvent le problème. La présence de chaque nœud dans un domaine géométrique adéquat garantit le respect des conditions de bord et d'équilibre appliquées à la structure (*Figure 7.4*).

Ce domaine peut être construit manuellement ou automatiquement et des contraintes peuvent être appliquées au diagramme de situation et au diagramme des forces. Tout domaine peut être décrit par une combinaison logique (union, intersection et négation) de trois types de contraintes géométriques^[Fiv12] :

- **Demi-plan** qui restreint le domaine par une ligne à orientation donnée
- **Circulaire** où le nœud doit se trouver à l'extérieur ou à l'intérieur d'un cercle.
- **Fonction polaire** qui est similaire à la contrainte circulaire. Le nœud est ici contraint par une fonction polaire. Ce cas est fréquent dans le cadre du bois où la résistance change en fonction de la direction considérée.

FIGURE 7.4 – Domaines géométriques dans un voile^[Fiv15]

L'aire du domaine géométrique peut être liée à la robustesse d'une structure. Ce concept peut être défini par la propriété des structures qui leur permet de maximiser les redistributions de leurs efforts internes. Autrement dit, une redistribution des efforts due à un événement accidentel générant une modification dans la géométrie du système peut est d'autant plus aisée que le domaine géométrique est large^[Des17]. Cependant, la surface

d'un domaine géométrique d'un nœud est déterminée par les positions possibles que peut prendre le nœud au sein de la structure et par la résistance du nœud. Afin que la position des nœuds puisse être reprise par les domaines géométriques, il est nécessaire que le matériau soit considéré comme ductile et respecter le théorème statique de la théorie plastique. Dans le cas échéant, la mobilité des nœuds est davantage restreinte voire même empêchée. La prise en compte de la résistance d'un nœud par les domaines géométriques est applicable au bois. En outre, l'ajout des contraintes relatives à la position des nœuds dans les domaines géométriques ne peut donc pas prendre en compte la mobilité du nœud au sein de la structure dans le cas où le théorème statique de la théorie plastique ne peut être appliqué au bois. La robustesse d'un assemblage est donc réduite et inadéquate s'il n'est pas possible de considérer le comportement du bois comme ductile.

7.2.2. Simultanéité des modifications

Étant donné que le système doit être constamment en équilibre, toute modification apportée dans un diagramme résulte nécessairement en une modification dans l'autre diagramme. Les opérations peuvent agir sur un nœud, une barre, un effort et peuvent être de différentes natures : création d'un élément, modification, suppression, application de contrainte, etc. Afin de permettre ces actions simultanées, le programme GEOGÉBRA^[Int17] est utilisé dans le cadre de ce travail. Il s'agit d'un logiciel libre de géométrie dynamique en 2D/3D. EQUILIBRIUM^[Blo12] offre des tutoriels intéressants afin d'utiliser la statique graphique par ce programme.

7.3. Contrainte apportée dans le système

Les opérations limitant le domaine géométrique peuvent être rassemblées en différentes catégories

- Contrainte de condition de bord

D'une part, il est nécessaire que le réseau de champ de contraintes soit entièrement inscrit au sein du volume de confinement (*Section 6.2.2*) (*Figure 7.5*). Le travail de dimensionnement (calcul des dimensions en fonction des efforts) est différencié de la vérification d'un système (calcul des efforts en fonction des dimensions).

D'autre part, certaines conditions peuvent être affectées aux efforts externes. Il est nécessaire que le réseau de champs de contraintes puisse reprendre les efforts externes. Ces efforts doivent être en contact avec le réseau géométrique, qu'un champ soit aligné et que les efforts soient transmis par les champs de contraintes. Il faut également s'assurer que l'angle de frottement statique soit garanti et que le contact entre différents éléments respecte les conditions de contact^(note 35).

NOTE 35

i.e. le contact entre l'arbalétrier et l'entrait ne peut contenir que des champs en compression et aucun champ nodal ne peut croiser la surface de contact

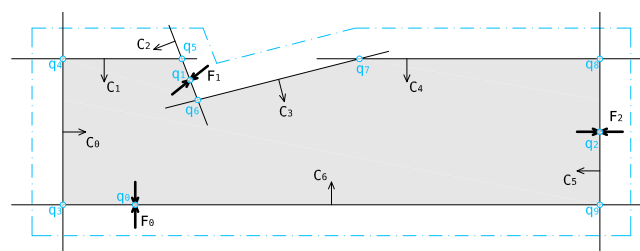


FIGURE 7.5 – Contraintes sur les conditions de bords d'un entrait (le domaine possible est représenté par la zone grisée)^[Fiv12]

- Contrainte sur les champs rectilignes

Garantir que les champs rectilignes n'engendrent pas de rupture s'effectue par le contrôle du taux de contrainte par rapport à la résistance du matériau. Il est possible de contraindre les champs en insérant des conditions dans les diagrammes des forces ou de situation (*Figure 7.6*).

Insérer un domaine géométrique dans le diagramme des forces permet de vérifier que chacune des contraintes est inférieure à sa valeur de résistance correspondante. Dans le cas où le matériau idéalisé est isotrope, cela revient à définir un domaine circulaire correspondant à l'effort résistant autour de chaque nœud du diagramme des forces, et s'assurer que les barres soient comprises à l'intérieur. Dans le cas où les résistances sont différentes selon la direction de sollicitations, le domaine est une combinaison de fonctions polaires.

Insérer un domaine géométrique dans le diagramme de situation revient à vérifier que pour une combinaison de forces définie par le diagramme des forces, le champ de largeur minimale correspondant à la largeur de résistance se situe intégralement au sein de la matière

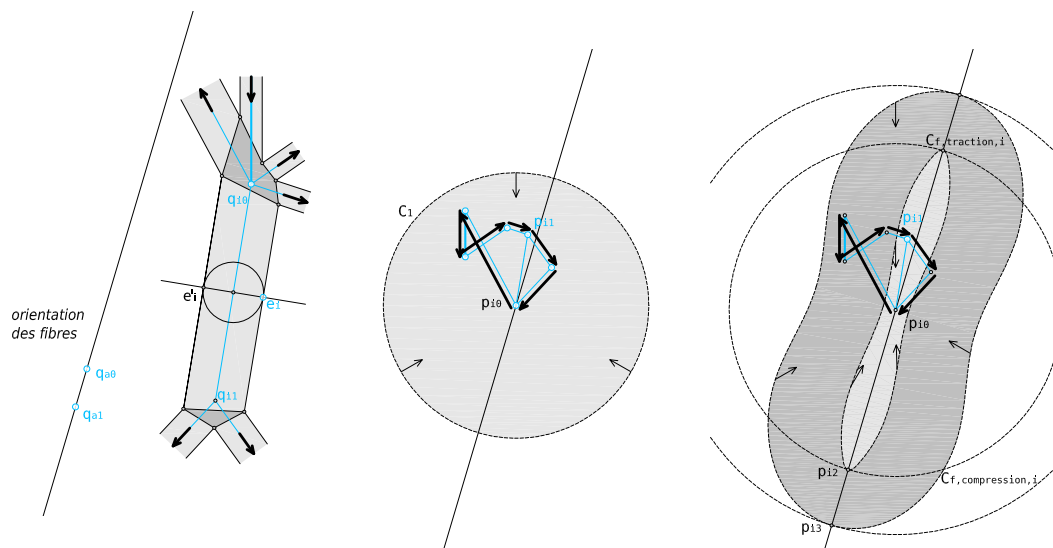


FIGURE 7.6 – Contrainte sur les champs rectilignes. Diagramme de situation(à gauche), diagramme des forces pour un matériau isotrope(au centre), diagramme des forces pour un matériau orthotrope(à droite). Le domaine est composé d'une fonction polaire dans le cas de la traction et d'une fonction polaire pour délimiter la compression [Fiv12]

- Contrainte sur les champs nodaux

Similairement aux restrictions établies par les contraintes sur les champs rectilignes, la résistance des champs nodaux doit être vérifiée. Seules des impositions sur le diagramme de situation doivent être établies pour les nœuds quasi-hydrostatiques, car le taux de contrainte au sein du nœud est vérifié lors de la vérification des champs rectilignes (*Section 6.2.4*). Vérifier les champs nodaux non-hydrostatiques se fait en deux étapes. Il est premièrement vérifié qu'ils soient entièrement inscrits dans le domaine de confinement. Ensuite les états de contrainte sont calculés et comparés au critère de rupture complet (*Section 2.4*).

- Contrainte de non-superposition de champs

Ne s'effectuant que par un contrôle visuel au sein du diagramme de situation, ce type de contrainte vise à éviter toute superposition de champs de contraintes (hypothèse

faite en *Section 6.2.4*). Plusieurs cas peuvent se présenter :

- Un champ peut en croiser un autre alors que les éléments du schéma bielles-et-tirants respectifs ne se croisent pas (*Figure 7.7 gauche*).
- Un champ peut se superposer à un autre lorsqu'une bielle ou un tirant se croise avec un autre. Ce cas n'est pas possible dans le cadre de la statique graphique, car chaque croisement dans le diagramme de situation conduit en la création d'un nœud (*Figure 7.7 centre*).
- Des champs peuvent se superposer en un nœud lorsque la largeur d'un champ incident est trop grande par rapport aux autres. En diminuant la taille de ce champ ou en augmentant la largeur des champs superposés il est possible de résoudre ce problème (*Figure 7.7 droite*).

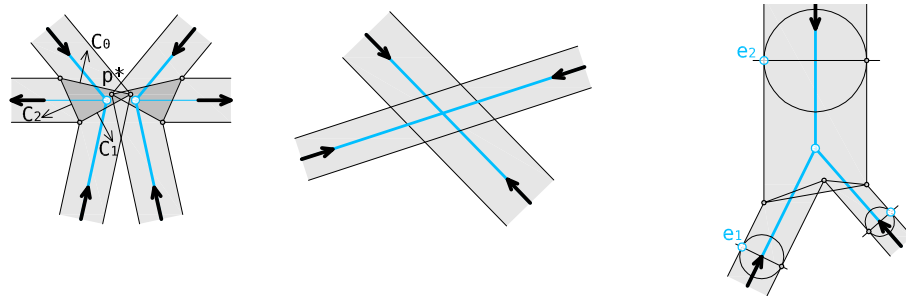


FIGURE 7.7 – Cas de superposition de champs^[Fiv12]

7.4. Optimisation des chemins de charges

Moyennant les conditions limitant les champs de contraintes définies dans les sections *Section 6.2* et *Section 7.3*, il reste encore beaucoup de possibilités de construction de champs de contraintes discontinus au sein d'un assemblage bois. Plusieurs questions viennent à l'esprit :

- Le réseau doit-il contenir beaucoup de barres et de nœuds ou doit-il être le plus simple possible ?
- Où les nœuds doivent-ils être placés afin de correspondre au mieux à la réalité ?

La réponse à la première question se trouve dans les recherches d'optimisation de différents ingénieurs : Kostic^[Kos09] qui, par l'analyse des champs de contraintes continus, constate que le réseau de bielles-et-tirants doit être le plus simple possible ; W. Zalewski^[Zal80] mentionne que cette configuration doit être la plus naturelle et la plus appropriée possible, car une structure optimisera toujours ses capacités à résister^(note 36). La réponse à la seconde question est plus complexe. Il est difficile de déterminer les répartitions et les distributions des efforts au sein du matériau, qui sont décrits par les chemins de charges. Néanmoins il existe différentes méthodes pour optimiser le système et déterminer au mieux les directions de ces chemins, toutes basées sur différents concepts. La méthode utilisée dans le cadre de ce travail fait usage de la statique graphique. Alors que la plupart des autres méthodes existantes se concentrent essentiellement sur l'optimisation de la typologie structurale (et donc sur le diagramme de situation), la méthode utilisée ici prend en compte le diagramme des forces et la réciprocité entre les géométries et les efforts. D'autres différences notables font de cette méthode un outil appréciable^[Beg14] :

- aucune matrice de raideur ne doit être calculée, seules des relations géométriques simples sont nécessaires ;
- par la garantie d'équilibre du système, un treillis ne doit pas forcément être

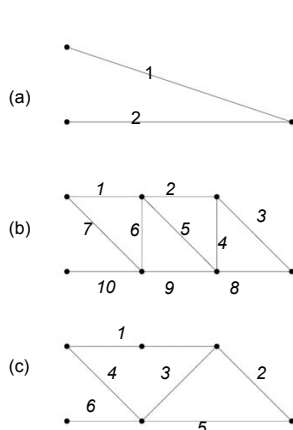
- triangulé. De plus, comme seules les solutions à l'équilibre sont possibles, le nombre de variables est réduit ;
- la position et la direction des efforts externes peuvent être modifiées en fonction de l'optimum ;
 - seuls des outils graphiques simples où l'usage d'équations simples^[Za198] est nécessaire ;
 - étant donné le maniement simultané des diagrammes de situation et des forces, la méthode s'avère efficace dans la création des champs de contraintes discontinus ;
 - l'optimisation n'engendre pas de création de barre ou de nœuds.

Néanmoins, cette méthode peut s'avérer itérative et l'utilisation d'une autre méthode pour débiter peut s'avérer bénéfique.

Comme d'autres types d'optimisation, la méthode présentée vise à optimiser les chemins de charge, ce qui a pour effet de minimiser au plus possible le volume de matière nécessaire pour reprendre ces efforts^(note 37). Le théorème de J.C. Maxwell^[Max64] nous fournit deux équations pour la caractérisation d'un treillis. Soit L_i la longueur des barres dans le diagramme de situation, F_i est la force correspondante (longueur dans le diagramme des forces), V est le volume de matière et f est la résistance de la matière. Les indices T et C correspondent respectivement à la notion de traction et de compression. La première équation est définie par :

$$\begin{aligned} \sum_i F_{T,i} L_{T,i} - \sum_i F_{C,i} L_{C,i} &= \sum_i V_{T,i} f_{T,i} - \sum_i V_{C,i} f_{C,i} \\ &= \sum_i \vec{F}_i \bullet \vec{r}_i = \text{constant} = T - C \end{aligned} \quad (7.1)$$

Cette première caractéristique d'un système réticulé (7.1) donne la valeur négative du travail nécessaire pour annuler les forces de réactions. Tant que la position et la direction des efforts externes restent inchangées, cette valeur reste constante comme le montre l'exemple de la Figure 7.8. Par la faculté de rester fixe, elle permet de vérifier que les calculs sont corrects.



Soit un treillis de hauteur B et de largeur $3B$. Celui-ci est retenu par deux appuis situés aux nœuds de gauche. Une force P est appliquée au nœud inférieur droit. Par l'application des formules de Maxwell, il se trouve que le treillis optimal d'entre les trois proposé est le treillis c car il minimise le volume requis et le déplacement causé par l'application de la force.

	$T - C$	$T + C$	facteur de déplacement
Treillis a	PB	$19PB$	19
Treillis b	PB	$17PB$	17
Treillis c	PB	$15PB$	15

FIGURE 7.8 – Exemple d'application des formules de Maxwell^[Bak26]

La seconde équation de J.C. Maxwell prend pour appui un comportement similaire en traction et en compression. Elle est définie^(note 38) par :

$$\begin{aligned} \sum_i F_{T,i} L_{T,i} + \sum_i F_{C,i} L_{C,i} &= \sum_i V_{T,i} f_{T,i} + \sum_i V_{C,i} f_{C,i} \\ &= \sigma V_{tot} = T + C \end{aligned} \quad (7.2)$$

NOTE 37
Cela correspond au principe de travail minimum

NOTE 38
Il est possible de trouver une définition similaire par l'indicateur de volume^[Lat12] donné par $W = \frac{f_{cd} V}{FL}$

NOTE 39
*P.Latteur^[Lat12] fait
 les mêmes
 constatations pour
 certains cas. Il établit
 une comparaison
 entre le critère de
 volume et d'un critère
 de déplacement*

Cette fonction fait le lien entre les efforts et le volume total de matière requis pour chacun des membres. Pour un système réticulé, il est donc possible de déterminer le système bielles-et-tirants nécessitant le moins de matière possible. Cet agencement est nommé **chemin de charges optimal**. W.F. Baker a par ailleurs montré que la configuration du chemin de charges optimal correspondait au système de raideur maximal^(note 39). Le système bielles-et-tirants optimal est donc le plus léger et le plus raide. Cela constitue un idéal dans l'approche de l'ingénieur.

Cependant l'hypothèse de comportement similaire dans tous les sens et directions n'est pas accessible dans le cas du bois et une approche alternative doit être adoptée. En partant également de la statique graphique, il est possible de trouver le chemin de charges optimal. À l'aide des longueurs de chaque membre dans le diagramme des forces F_i , dans le diagramme de situation L_i et de la résistance respective de chacun des membres, il est possible de déterminer le volume V des champs de contraintes rectilignes requis pour reprendre les sollicitations :

$$V = \sum \frac{F_i L_i}{f_i}$$

La similitude avec le critère de Maxwell (7.2) est directe. Dans le cas présent, la résistance de chaque élément est prise en compte et même si ce critère ne prend pas en compte le volume des champs nodaux, il offre une estimation acceptable. Prendre en compte les champs nodaux raffine le calcul, mais le calcul devient plus complexe. Il est à ajouter que la valeur de résistance prise en compte est la valeur de design. Il est donc considéré que la contrainte présente dans le champ est égale à cette valeur de résistance. Limiter le taux de contrainte au sein de chaque champ est possible en pondérant la résistance par $\eta = \sigma/f_{cd}$. Le critère d'optimisation s'écrit alors :

$$V = \frac{1}{\eta} \sum \frac{F_i L_i}{f_i}$$



8. Application des champs de contraintes discontinus

Le dernier chapitre de cette partie du travail permet de construire les champs de contraintes discontinus au sein d'un embrèvement tel que caractérisé dans les chapitres précédents. Il fournit donc le résultat pratique de la méthode définie auparavant. Le logiciel de géométrie dynamique GEOGEBRA est utilisé dans le cadre de ce travail et les illustrations données dans ce chapitre en proviennent. Certains paramètres qui ne sont pas explicitement développés auparavant sont également exploités dans ce chapitre.

8.1. Construction des champs de contraintes discontinus

Les différentes étapes de construction des champs de contraintes continus proposées dans ce travail sont :

- **1.** Déterminer les propriétés mécaniques du matériau et des variabilités qui peuvent être présentes. Ceci a été développé dans le *Chapitre 3*
- **2.** Définir la géométrie de l'assemblage par rapport au sens des fibres (*Section 5.2* et *Section 4.2*) :
 - dimensions maximales des pièces de bois ;
 - longueur du talon
 - profondeur de l'about
- **3.** Appliquer les conditions de bord, les charges externes et les conditions sur ces dernières (*Section 6.2.2*).
- **4.** Définir un réseau bielles-et-tirants en équilibre et qui respecte les conditions de bord. Tel que mentionné en *Section 7.4* pour respecter un réseau bielles-et-tirants il est nécessaire que le modèle soit suffisamment simple et qu'il soit réaliste. Créer le réseau bielles-et-tirants revient à créer le diagramme de situation. Le diagramme des forces doit être simultanément dessiné.
- **5.** À partir du diagramme de situation, déterminer les angles des chemins de charges par rapport à la direction des fibres. Il est alors possible de déterminer la résistance du bois pour chacun des champs rectilignes que sont les bielles ou les tirants. Au diagramme des forces, déterminer les intensités des efforts dans chacun des membres. Connaissant la résistance du bois pour chaque fragment du réseau et la force qui y transite, la surface minimale nécessaire pour reprendre les efforts à travers chaque champ rectiligne doit ensuite être déterminée. À nouveau, la largeur de l'assemblage (dimension hors du plan) est supposée rester constante.
- **6.** Déterminer les sommets des champs nodaux par le croisement des arrêtes connexes des champs rectilignes incidents aux nœuds. Joindre ces sommets crée le champ nodal.
- **7.** Calculer les contraintes au sein des champs nodaux jugés critiques par les cercles de Mohr (*Section 6.2.4*). Les valeurs de contraintes sont analysées par le critère de rupture (défini en *Section 2.4*). La vérification du critère de rupture se fait à l'aide d'une implémentation MATLAB dont le code source se trouve en *Annexe F.5*.

- 8. Les champs rectilignes et les champs nodaux étant dessinés, l'aire et donc le volume total nécessaire à reprendre les efforts est établi en sommant la surface de l'ensemble des champs.
- 9. Le volume du chemin de charges est minimisé pour une charge fixe en faisant fluctuer certains paramètres du diagramme de situation qui ne sont pas contraints (ex. : un noeud qui peut être déplacé le long d'une droite définie par un bord ou une bielle/tirant). L'état minimisé doit vérifier l'équilibre du système et les conditions de bord. L'état minimal est atteint selon les principes de Maxwell lorsqu'en respectant ces conditions, toute modification d'un paramètre libre mène à une augmentation du volume nécessaire pour reprendre les efforts.
- 10. La charge appliquée sur le système est modifiée jusqu'à ce que la rupture se produise i.e. lorsqu'un champ atteint sa valeur de résistance ou ne respecte plus ses conditions de bord. Il faut également vérifier que la valeur de résistance ne soit pas atteinte au sein des champs nodaux. Les étapes 9 et 10 sont itératives, car la modification de la charge entraîne un nouveau chemin de charges minimal.

La valeur de la charge rupture et le chemin de charges optimal sont obtenus lorsque pour un chemin de charges minimisé, la charge de rupture correspondante ne peut plus être augmentée sans qu'elle n'atteigne la résistance à un endroit du système. Celui-ci doit respecter pour cette configuration de champ de contraintes les conditions de bord et d'équilibre.

La charge de rupture correspond alors à la charge de dimensionnement. Si la capacité ductile du matériau s'avère admissible, alors cette charge correspond à une borne inférieure de la charge de rupture, car un nouveau mécanisme permettant de reprendre davantage d'efforts se mettra en place dès le moment où cette charge est atteinte.

8.2. Application de la méthode à un embrèvement simple

Afin d'illustrer la méthode de construction, les étapes de la section précédentes sont appliquées à plusieurs types d'embrèvements dans le but d'obtenir une analyse similaire à l'approche de l'EUROCODE 5 (*Chapitre 5*). Contrairement au choix des cas établis dans l'analyse par l'EUROCODE 5, basé sur les cas fournis dans la littérature, les cas analysés dans cette section sont basés sur des tests en laboratoire. Dans le premier cas d'analyse sont détaillées toutes les étapes de construction. Pour les cas suivants ne reprennent pas les étapes générales à la méthode ne sont plus explicitées.

8.2.1. Cas général pour un angle de 25°

L'analyse selon les champs de contraintes discontinus de ce type d'embrèvement est analogue à l'analyse selon l'EUROCODE 5 du cas général d'un embrèvement (*Section 5.4*). L'application des étapes de construction pour cet assemblage est les suivantes :

- 1. En supposant que le bois ne comporte pas de défaut (hypothèse qui est faite pour le calcul et approchée le plus possible lors des essais), la classe de résistance est déterminée à partir d'essais de caractérisation du bois menés au laboratoire (*Chapitre 9*). En prenant en compte l'hygrométrie, les résistances moyennes du bois sont calculées.
- 2. Conformément au calcul selon la méthodologie de l'Eurocode 5 *Section 5.6.1* et les essais expérimentaux, la longueur du talon est de 300mm pour une profondeur de 40mm (*Figure 8.1*). Les autres caractéristiques géométriques sont choisies afin que l'assemblage puisse être testé en laboratoire.

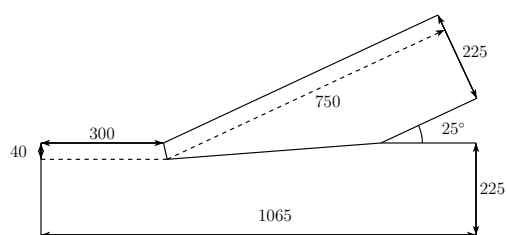


FIGURE 8.1 – Etape 2 - Propriétés géométriques

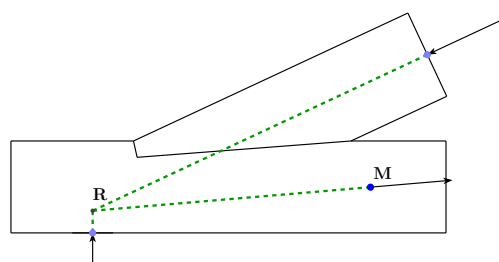


FIGURE 8.2 – Etape 3 - Conditions de bords

- **3.** Comme représenté sur la *Figure 8.2*, la charge appliquée sur l'entrait est reprise d'une part par un appui inférieur et d'autre part par quatre boulons centrés en M. Par l'utilisation d'appuis à rouleau, la position et la direction des efforts sur l'arbalétrier et sur le bas de l'entrait sont connus. Par un équilibre de force, la résultante des efforts repris par les boulons est connue. Par ailleurs, un angle de frottement maximal de 33 degrés est considéré (*Section 6.2.2*). Finalement, aucun enrobage n'est considéré, car l'assemblage n'est pas soumis au feu et le bois étant jeune, les imperfections géométriques telles que la fissuration sont négligées.
- **4.** Il est possible de construire un système de bielles-et-tirants qui correspond au diagramme de situation de la *Figure 8.3*. Par la construction simultanée des polygones des forces le diagramme des forces peut être construit (*Figure 8.4*). Il existe une multitude de possibilités, cependant le réseau doit être suffisamment simple afin de correspondre à la réalité. ^(note 40)

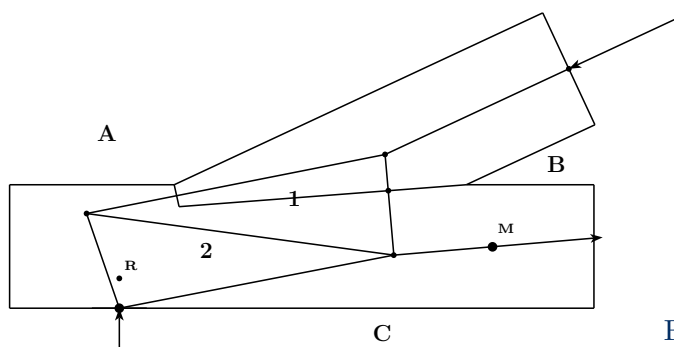


FIGURE 8.3 – Etape 4 - Diagramme de situation

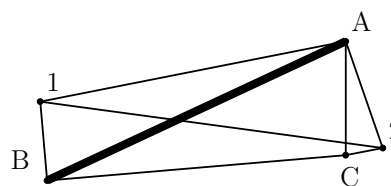


FIGURE 8.4 – Etape 4 - Diagramme des forces

- **5.** La largeur minimale pour chaque champ est déterminée. Elle correspond au diamètre d'un cercle dont le centre est situé sur la bielle ou le tirant correspondant à ce champ. En prenant les tangentes à ce cercle parallèles à la bielle ou le tirant, les côtés du champ rectiligne sont obtenus (*Figure 8.5*). Ici les champs incidents au noeud P_1 sont dessinés.

NOTE 40
 Avant d'obtenir le diagramme de la *Figure 8.3*, plusieurs réseaux ont été dessinés, mais une fois construit totalement, il s'avère que celui-ci est le plus optimal par rapport chemin de charges

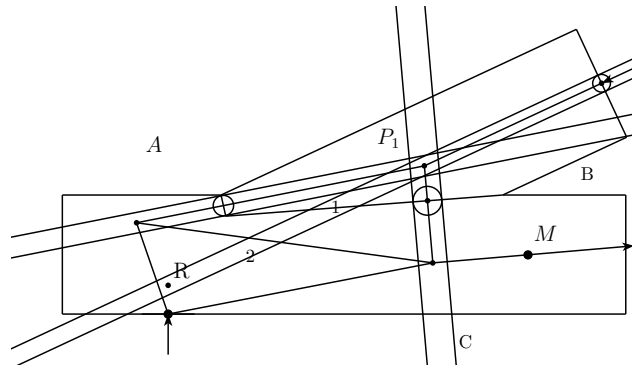


FIGURE 8.5 – Etape 5 - Champs rectilignes

- **6.** L'intersection des côtés adjacents des champs rectilignes incidents au noeud P_1 forment les sommets de ce noeud (*Figure 8.6*). En joignant ces sommets, le champ nodal est dessiné. Celui-ci n'est pas quasi-hydrostatique car le calcul est basé sur les largeurs minimales des champs rectilignes nécessaires pour reprendre les efforts. Il se peut que pour permettre de minimiser les discontinuités des efforts au sein du matériau, les champs rectilignes soient plus épais. Dès lors, les noeuds peuvent arriver à un état quasi-hydrostatique. Ces hypothèses n'ont pas pu être confirmées lors des essais. La *Figure 8.7* représente l'ensemble des champs de contraintes discontinus déterminés.

8

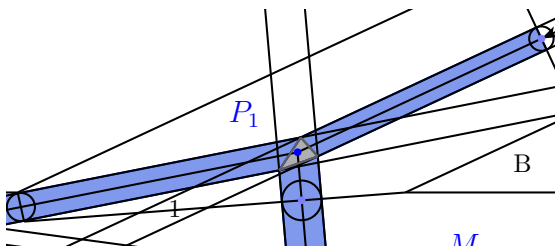


FIGURE 8.6 – Etape 6 - Champ nodal

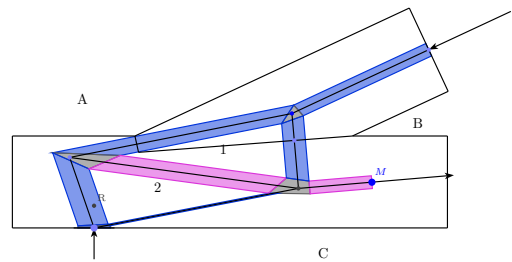


FIGURE 8.7 – Etape 6 - Ensemble des champs de contraintes discontinus

- **7.** Il l'a été observé lors des essais menés par Nora Poelvoorde^[Poelvoorde] que le talon et l'about sont les zones les plus vulnérables. Étudier le noeud proche du talon est donc essentiel. Les cercles de Mohr des trois champs rectilignes incidents à ce noeud sont dessinés (*Figure 8.8*). En suivant les étapes de constructions du cercle de Mohr représentant le noeud (*Section 6.2.4*) les contraintes principales au sein de ce noeud sont déterminées et comparées au critère de rupture (*Section 2.4*).

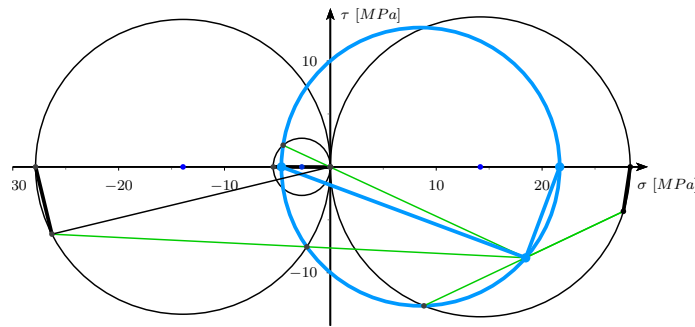


FIGURE 8.8 – Etape 7 - Calcul des contraintes du champ nodal

- **8.** Sachant que l'épaisseur de l'assemblage est constante, un facteur proportionnel au volume minimum requis pour reprendre les efforts peut être obtenu en faisant la somme de la surface des champs rectilignes et nodaux de *Figure 8.7*.
- **9.** Une fois que la surface totale des champs de contrainte est déterminée, il est possible de faire varier les paramètres du diagramme de situation qui ne sont pas figés afin d'obtenir le volume minimal requis pour reprendre les efforts. Dans le cas présent, la position des noeuds P_1 , P_2 , P_3 peut varier.

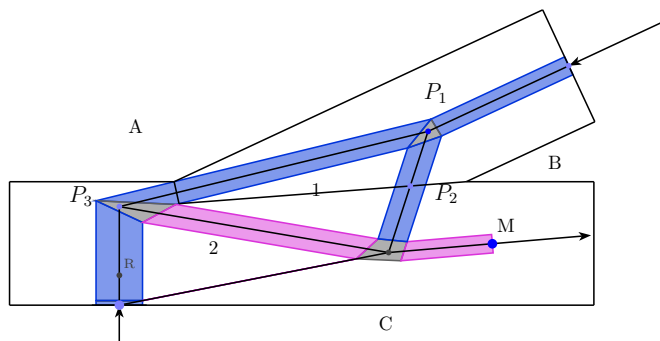


FIGURE 8.9 – Etape 9 - Optimisation du chemin de charges

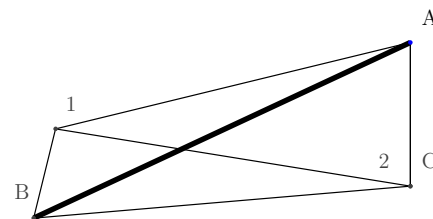


FIGURE 8.10 – Diagramme des forces correspondant au chemin de charges optimal

Le diagramme des forces correspondant au chemin de charges optimal est représenté sur *Figure 8.10*. Il est facile de remarquer qu'afin d'obtenir un chemin de charges optimal, l'effort passant par la barre 2 – C est négligeable. Cela explique pourquoi les points 2 et C sont confondus dans le diagramme des forces.

8.2.2. Cas général pour un angle de 40°

Toujours dans l'idée de répondre intégralement aux questions subsistant au travail de Nora Poelvoorde^[Poe15], le cas d'un emboîtement simple à 40° est analysé. Mis à part l'angle entre l'entrait et l'arbalétrier, rien ne différencie la construction de ce cas du précédent. L'implémentation GEOGEBRA développée dans le cadre de ce travail a pris cet angle en tant que paramètre, ce qui a facilité le travail. La seule étape à effectuer est l'optimisation du chemin de charges. Une fois celle-ci établie, les champs de contraintes discontinus (*Figure 8.11*), le diagramme des forces (*Figure 8.12*) et les cercles de Mohr correspondant au champ nodal situé proche du talon (*Figure 8.13*) sont obtenus.

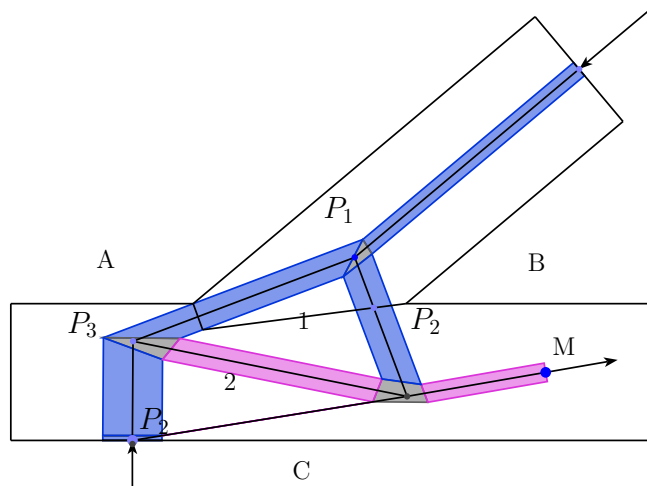


FIGURE 8.11 – Champ de contraintes discontinus optimisé par chemin de charges pour le cas à 40°

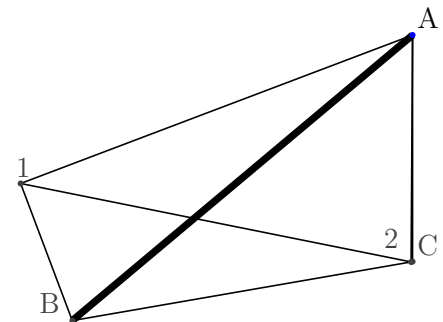


FIGURE 8.12 – Diagramme des forces

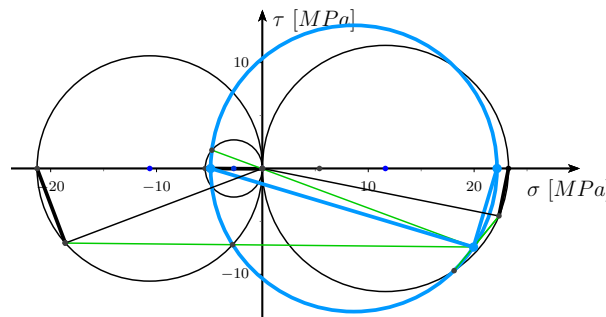


FIGURE 8.13 – Cercle de Mohr pour le champ nodal situé dans le talon

8.2.3. Cas imprécis pour un angle de 25°

Faire l'hypothèse d'un frottement sans glissement sur la surface de pas est atteignable en laboratoire, mais un simple défaut de découpe peut rendre cette hypothèse incorrecte. Le troisième cas analysé, conforme à [Section 5.5.1](#), stipule dès lors l'absence de tout contact sur la surface de pas. L'entièreté de l'effort passe donc par l'about. Cette absence de contact au niveau de la surface de pas est établie en créant un espacement entre l'entrait et l'arbalétrier qui grandirait au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'about ([Figure 8.14](#)). En plus de ces ajustements dans la géométrie la 3^{ème} étape, définissant les conditions de bords doit être redéfinie :

- **3.** La charge appliquée sur l'entrait est à nouveau reprise par un appui inférieur et quatre boulons centrés en M .

Le transfert de charge entre l'entrait et l'appui inférieur se fait à nouveau à l'aide d'un appui à roulement. Par contre, afin de garantir l'équilibre du système, l'effort soumis à l'arbalétrier comprend une composante parallèle à la direction de l'arbalétrier ainsi qu'une composante perpendiculaire.

Finalement, aucune épaisseur d'enrobage n'est considérée.

Une fois que toutes les étapes sont parcourues et que le chemin de charges est optimisé, les champs de contraintes discontinus ([Figure 8.14](#)), le diagramme des forces ([Figure 8.15](#)) et les cercles de Mohr correspondant au champ nodal situé proche du talon ([Figure 8.16](#)) sont obtenus. À nouveau, l'optimisation requiert un effort nul dans le champ rectiligne 1 – C nul ce qui explique que ces points sont confondus dans le diagramme des forces.

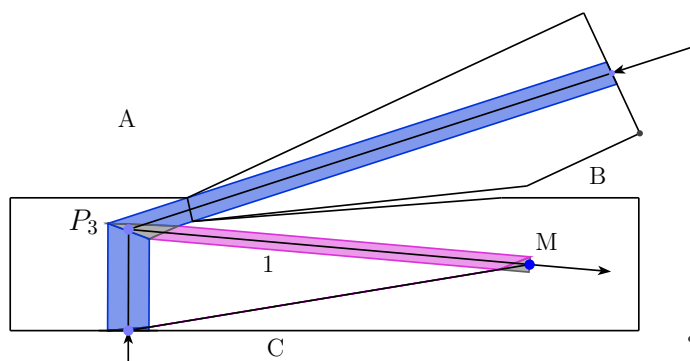


FIGURE 8.14 – Champs de contraintes discontinues optimisé par chemin de charges pour le cas imprécis

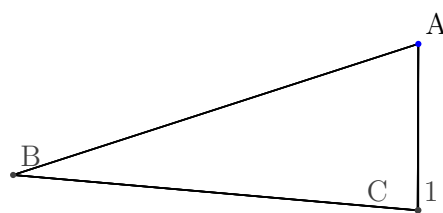


FIGURE 8.15 – Diagramme des forces

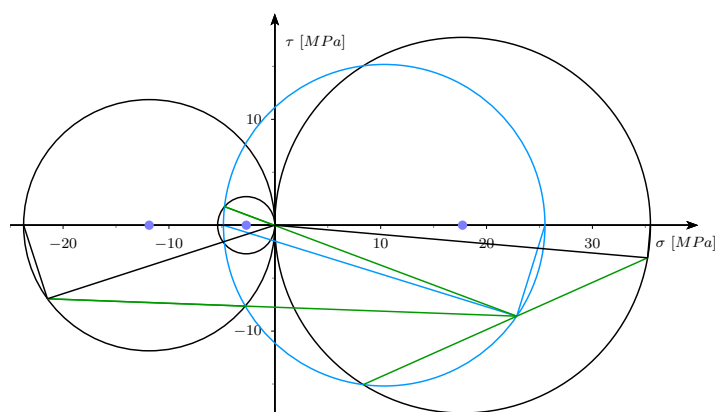


FIGURE 8.16 – Cercle de Mohr pour le champ nodal situé dans le talon

8.3. Résultats théoriques pour un embrèvement idéalisé

Similairement à la comparaison des résultats pour un embrèvement idéalisé selon la méthode de l'Eurocode 5 (*Section 5.6.1*), sont proposés à présent les résultats selon la méthode des champs de contraintes discontinues.

À nouveau un embrèvement simple de 25° d'hygrométrie de 12% est analysé sous plusieurs configurations ainsi qu'un embrèvement simple de 40° sous sa configuration générale. Les autres valeurs géométriques utilisées pour la plupart des analyses de ce travail sont données par le tableau *Table 5.1*^(note 41) et *Table 5.3* et par les tables *Table 5.3* et *Table 5.1*. Les hypothèses de calculs diffèrent de l'analyse selon l'Eurocode 5 et sont dans le cas présent décrites en *Section 6.2.1*. En suivant les étapes de construction *Section 8.2.1*, et en chargeant la structure jusqu'à rupture, les résultats obtenus sont donnés dans la *Table 8.1*

NOTE 41
Seule la présence d'un sifflet dans le pas du cas imprécis diffère les géométries de ce dernier

Cas	valeur de rupture	type de rupture
Général 25°	97.6kN	champ nodal du talon
Général 40°	77.3kN	champ rectiligne de l'about
Imprécis 25°	72.7kN	champ rectiligne de l'about

TABLE 8.1 – Résultats d'analyse par CCD

La charge de rupture obtenue correspond au passage des efforts par le chemin de charges optimal. Le dimensionnement présenté dans cette section ne prend pas en compte, il n'est pas possible de savoir si le chemin de charges peut dévier de son optimum et

être redistribué grâce à un comportement élasto-plastique du matériau et dans quelles mesures cela peut être fait.

La rupture s'effectue dans le cas général à 25° par une rupture au sein du champ nodal situé dans le talon. Si une distribution légèrement différente s'effectue, alors il faut s'attendre à une valeur de rupture plus élevée et à une rupture en compression à l'about, car la valeur pour ce type de rupture n'est que légèrement supérieure à celle pour un détachement de talon. Même si le modèle émet l'hypothèse d'un comportement élasto-plastique du matériau, rien ne le prouve jusqu'à présent. Cela est déterminé par les essais (*Chapitre 10* à *Chapitre 13*). Il faut noter que la résistance du champ nodal est proche de celle du champ rectiligne passant par l'about. Il se peut qu'à cause d'imprécisions la rupture se fasse au sein de l'about à la place du talon.

Dans le cas d'un embrèvement de 40° sous sa forme générale, le champ rectiligne de l'about atteint en premier sa résistance.

Finalement pour un embrèvement de 25° avec une imprécision de contact, la rupture se fera également au sein de l'about.

8.4. Vérification par le critère de rupture

En plus de déterminer la charge de rupture, il est nécessaire d'assurer l'intégrité structurelle du champ nodal qui a été déterminé critique. Différents champs de contraintes sont analysés par le critère de rupture au travers des cercles de Mohr. Huit champs de contraintes pertinents au sein du champ nodal du talon sont représentés sur la *Figure 8.17* et décrit par *Table 8.2*. *Figure 8.18* mettent en évidence les champs de contraintes par rapport à leur interprétation par les cercles de Mohr.

8

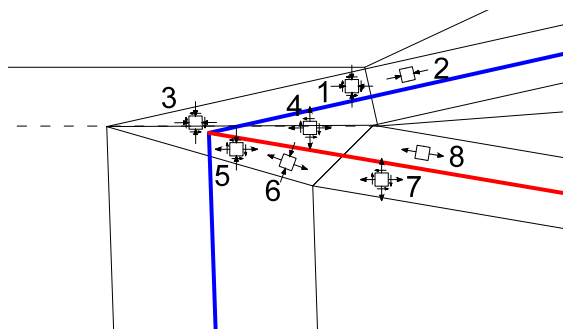


FIGURE 8.17 – Emplacement des états de contraintes analysés

1	Bielle selon la pente des fibres
2	Bielle selon ses directions principales
3	Interface entre la bielle et le champ nodal
4	Interface entre le champ nodal et la bielle
5	Champ nodal selon la pente de fibre
6	Champ nodal selon ses directions principales
7	Tirant selon la pente des fibres
8	Tirant selon ses directions principales

TABLE 8.2 – Description des états de contraintes

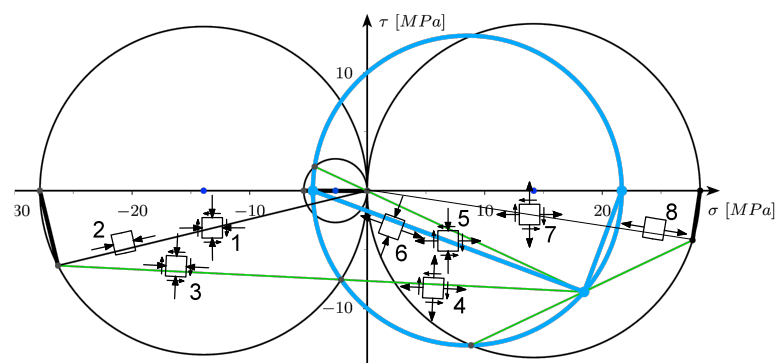


FIGURE 8.18 – Situation des champs de contraintes au sein des cercles de Mohr

8.4.1. Cas général 25°

Après avoir déterminé les valeurs des contraintes principales, les contraintes de cisaillement et l'angle des facettes par rapport à la direction des fibres, il est possible de déterminer le critère de rupture pour chacun de ces champs. Pour le cas général, ces critères de rupture sont représentés par la première colonne de la *Figure 8.19* et la *Table 8.3*. Deux de ces critères ont une valeur supérieure à l'unité. En sachant que les champs de contraintes tendant vers une rupture par détachement du talon, le fait que les critères de rupture soient dépassés renforce la probabilité à ce que ce type de rupture survienne. Deux possibilités sont envisagées :

- Les champs de contraintes dévient du chemin de charges optimal pour trouver une distribution des efforts plus saine pour le champ nodal. Cette possibilité est difficilement démontrable en laboratoire et se fonde sur l'hypothèse de comportement ductile du bois.
- Le volume de matière requis par le champ nodal est augmenté jusqu'à ce qu'aucun critère de rupture ne soit dépassé. Bien que cela nécessite le recours à des champs de contrainte en éventail, émettre l'hypothèse que les champs de contrainte sont plus épais que leur valeur minimale est logique (*Section 8.2.1*).

En partant de la seconde possibilité, il a été remarqué qu'en augmentant les côtés du champ nodal d'un facteur de 1.26, l'ensemble des critères de rupture sont en dessous de l'unité (*Figure 8.19* et *Table 8.3*). La *Figure 8.20* représente la variation des champs de contraintes suite à l'agrandissement du champ nodal. Bien que les conditions de bord ne soient plus respectées, cette figure permet essentiellement de représenter l'agrandissement du nœud ; aucune valeur de dimensionnement n'en a été extraite.

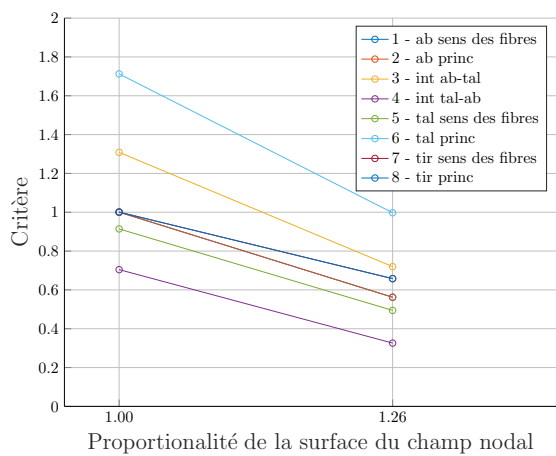


FIGURE 8.19 – Critères de rupture du champ nodal

	1	1.26
1	1.0006	0.5622
2	1.0006	0.5622
3	1.3086	0.7198
4	0.7045	0.3260
5	0.9141	0.4944
6	1.7126	0.9974
7	1.0006	0.6580
8	1.0006	0.6580

TABLE 8.3 – Valeurs des critères de ruptures

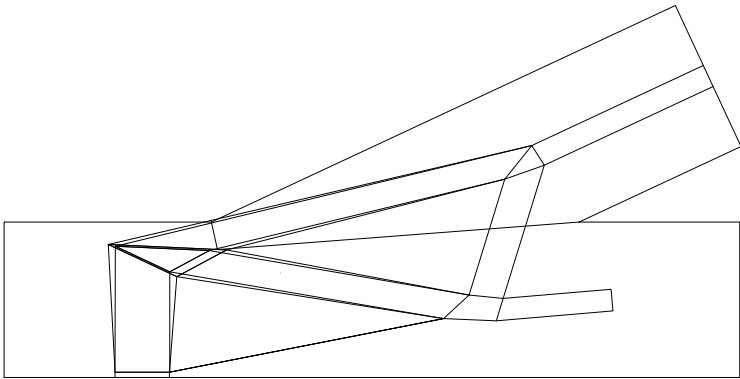
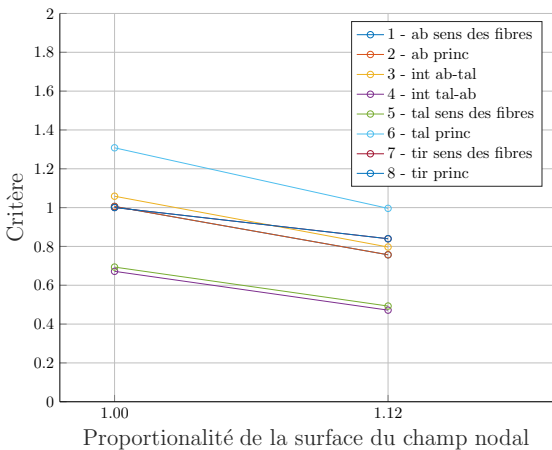


FIGURE 8.20 – Agrandissement du champ nodal - cas général

8.4.2. Cas général 40°

Bien que la rupture se produise dans ce cas-ci au sein du champ rectiligne passant par l’about, la *Table 8.4* et la *Figure 8.21* montrent que le du critère de rupture est dépassé en deux endroits différents. Les critères de rupture (évalué pour les mêmes surfaces que le cas précédent), même s’ils sont supérieurs à l’unité, restent en dessous de ceux du cas précédent. En augmentant les côtés du champ nodal par un facteur de 1.12, comme représenté par la *Figure 8.22*, l’ensemble des critères de rupture redescend en dessous de l’unité.



	1	1.26
1	1.0060	0.7571
2	1.0060	0.7571
3	1.0586	0.7970
4	0.6717	0.4718
5	0.6936	0.4929
6	1.3081	0.9962
7	1.0005	0.8396
8	1.0005	0.8396

TABLE 8.4 – Valeurs des critères de ruptures

FIGURE 8.21 – Critères de rupture du champ nodal

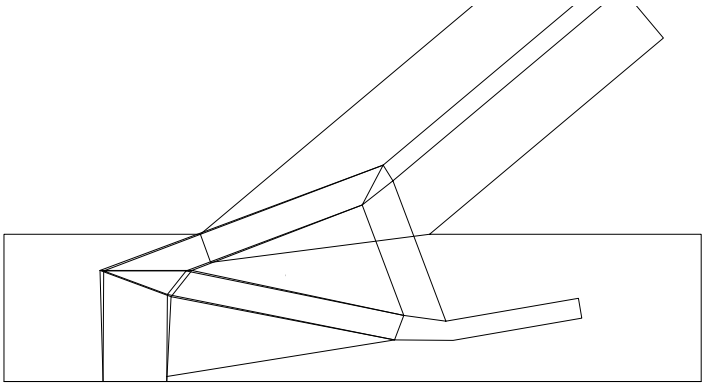
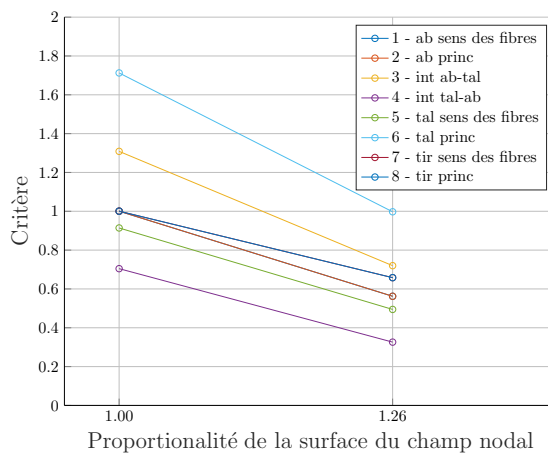


FIGURE 8.22 – Agrandissement du champ nodal - cas 40°

8.4.3. Cas imprécis 25°

En suivant une logique toute à fait similaire aux cas généraux, il a été remarqué que pour le cas possédant une imprécision au niveau du contact des surfaces de pas, deux critères de rupture sont également dépassés (*Figure 8.23* et *Table 8.5*). En augmentant les côtés du noeud par un facteur de 1.26, les critères redescendent en dessous de l'unité (comme représenté par *Figure 8.24*).



	1	1.26
1	1.0040	0.5258
2	1.0040	0.5258
3	1.2672	0.6624
4	0.8708	0.3975
5	1.0213	0.5215
6	1.7757	0.9967
7	1.0009	0.6297
8	1.0009	0.6297

FIGURE 8.23 – Critères de rupture du champ nodal

TABLE 8.5 – Valeurs des critères de ruptures

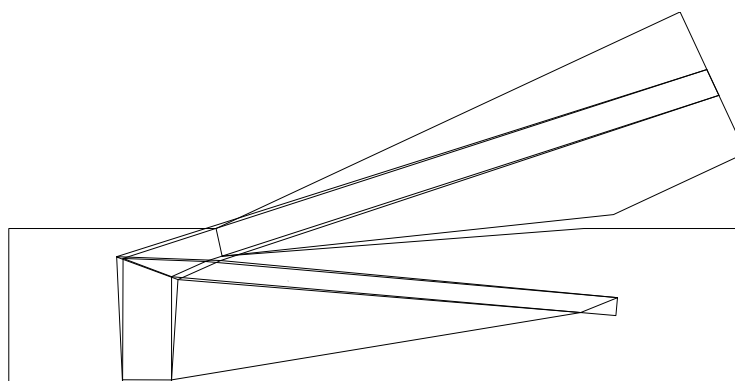


FIGURE 8.24 – Agrandissement du champ nodal - cas imprécis

8.5. Comparaison des résultats en fonction de l'angle

En plus des cas détaillés dans les sections précédentes, il est possible de déterminer les charges de rupture et les causes de ruptures pour d'autres angles. Mis à part l'angle β aucune donnée géométrique et relative au comportement du bois n'a été modifiée entre les différentes configurations. Par la *Figure 8.25* on remarque que l'angle donnant la charge de rupture maximale est de 25° . De plus le type de rupture diffère entre les trois premiers angles considérés et les autres.

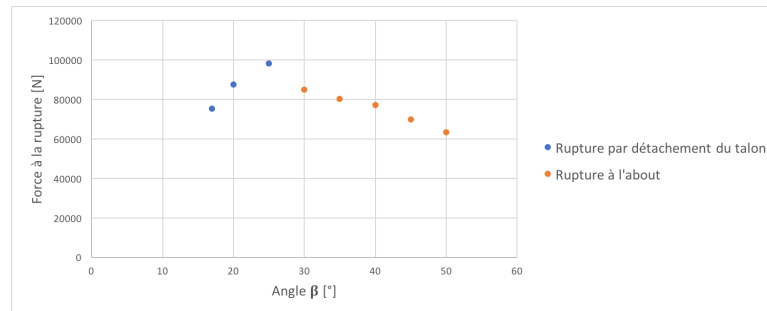


FIGURE 8.25 – Charge de rupture en fonction de l'angle β

Validation expérimentale des assemblages

Cette dernière partie vise à valider l'application des champs de contraintes discontinus au sein d'assemblages en bois, par la comparaison des résultats détaillée dans la seconde partie du travail avec ceux obtenus par essais menés en laboratoire.

Les campagnes d'essais se sont déroulées en deux phases, la première en mars et la seconde en juillet 2017. La première série d'échantillons (caractérisée par la lettre *A*) est issue d'embrèvements non testés par Nora Poelvoorde qui ont été redécoupés, tandis que la seconde série (caractérisée par la lettre *B*) provient de poutres fournies par une scierie.

Afin de vérifier les résistances moyennes des éléments et leur attribuer une classe de bois, le *Chapitre 9* vise d'abord à caractériser l'ensemble des échantillons. Il est à noter que la caractérisation ne s'est pas effectuée de la même façon pour les deux séries d'échantillons étant donné l'état d'avancement différent du travail lors des essais en laboratoire. Les échantillons de la première série ne seront en effet caractérisés que par leur densité tandis que l'usage de la résistance à la flexion permettra de mieux classer les poutres de la seconde série. Des essais de compression axiale, du cisaillement longitudinal et du module élastique ont également été effectués, dans le but de mieux percevoir le comportement du bois et de vérifier les études sur les résistances faites au cours de la première partie.

Les *Chapitre 10* à *Chapitre 13* détaillent les différents essais effectués sur les embrèvements. Le mode opératoire y est décrit et les résultats y sont présentés. Il est à noter que certaines valeurs d'essais ne sont pas issues des tests réalisés par l'étudiant, mais sont celles issues des essais de Nora Poelvoorde.

9	Caractérisation du bois	91
9.1	Méthodologie d'échantillonnage	
9.2	Détermination de la masse volumique	
9.3	Détermination de la teneur en eau	
9.4	Détermination du module local d'élasticité en flexion	
9.5	Détermination de la résistance en flexion axiale	
9.6	Détermination de la résistance en compression axiale	
9.7	Détermination de la résistance au cisaillement axiale	
9.8	Caractérisation des poutres servant aux assemblages	
10	Embrèvements à 25°	101
10.1	Dispositif d'essai	
10.2	Première série d'essais	
10.3	Seconde série d'essais	
10.4	Interprétation des résultats	
10.5	Comparaison avec le modèle de Nora Poelvoorde	
11	Embrèvements de 40°	111
11.1	Sections 8/23	
11.2	Sections 10/30	
11.3	Interprétation des résultats	
12	Embrèvements à 25° avec imprécision	115
12.1	Mode opératoire et résultats des essais	
12.2	Interprétation des résultats	
13	Embrèvements à 25° avec déplacement d'un appui	119
13.1	Mode opératoire et résultats des essais	
13.2	Interprétation des résultats	

9. Caractérisation du bois

Afin que les résultats des essais correspondent le plus possible aux modèles étudiés dans la seconde partie, il est nécessaire de bien connaître les éléments de bois utilisés. Cela s'effectue d'une part par le contrôle visuel des poutres dont sont issus les assemblages, afin d'éviter toute influence telle que les nœuds et les fissures (l'identification des variabilités fait l'objet de la [Section 3.1](#)). D'autre part, certaines séries d'essais sont effectuées afin de connaître par des essais mécaniques les propriétés du bois utilisé.

Selon la norme EN 338^[NBN16b], l'attribuer d'une classe de résistance à un élément de bois se fait à la suite d'un essai à sa résistance en flexion axiale ainsi qu'après avoir déterminé la masse volumique. Les modèles étudiés dans la partie précédente montrent une prépondérance des sollicitations en compression et en cisaillement. Des essais de ces types d'efforts seront également établis afin de connaître précisément les valeurs de résistance. Finalement, des essais hygrométriques seront effectués pour s'assurer que la teneur en eau des essais est convenable. L'ensemble des essais est conforme à la norme EN 408^[NBN12].

Mis à part les essais de flexion qui ont été réalisés à l'aide d'un vérin servo-hydraulique MTS de 100kN, l'entièreté des essais ont été effectués à l'aide d'une machine universelle électromécanique ZWICK ayant une capacité de 250kN.

Avant de décrire chacun de ces essais, la technique adoptée pour l'échantillonnage lors de la seconde série d'essais est en premier lieu décrite.

9.1. Méthodologie d'échantillonnage

À la seconde série d'essais est associée une campagne méticuleuse de caractérisation où le suivi de chaque élément n'a pas été laissé au hasard. Le but étant de caractériser au mieux le bois utilisé lors des essais sur les emboîtements. La procédure employée est la suivante :

- des poutres de douglas de section 8/23 et de longueur de 5,1m sont choisies de façon visuelle ;
- sur celles-ci sont dessinés grossièrement deux entrails et deux arbalétriers comme représentés sur le plan GE.02.01 en [Annexe D](#). Les emplacements sur la poutre de ces quatre membres dépendent de la présence de nœuds, de fissures et d'autres facteurs d'influence^(note 42). Les dessiner sur la poutre permet donc de s'assurer qu'au sein d'une même poutre deux assemblages sans défaut majeur puissent être extraits. Sur la poutre doit se trouver également une longueur suffisante pour extraire les échantillons des essais de caractérisation (pour chaque poutre deux échantillons pour les essais à la compression, deux échantillons pour les essais au cisaillement et un échantillon pour les essais à la flexion doivent donc également être extraits). Bien qu'il aurait été aisé et sans doute moins coûteux d'utiliser des poutres moins longues, une seule campagne d'essais de caractérisation est effectuée sur chaque poutre. Maximiser le nombre d'emboîtements à extraire par poutre pour un même nombre d'échantillons minimise le nombre de poutre et donc d'essais de caractérisations ;

NOTE 42
L'importance de la bonne connaissance des facteurs d'influence tels que décrits en Section 3.1 se justifie dans la situation présente

- une fois que toutes les parties de la poutre sont bien définies, la poutre est sectionnée à l'aide d'une tronçonneuse aux extrémités de chaque échantillon afin de permettre un transport facile des éléments ;
- l'ensemble des morceaux des poutres sont ensuite amenées dans la chambre climatisée du laboratoire LEMSC de l'UCL conditionnant le bois à une température de 20°C et à une humidité relative de 60%. Le taux hygrométrique est prélevé sur plusieurs éléments de bois afin de suivre son évolution ;
- une fois que la teneur en eau du bois est suffisamment stable et qu'elle a atteint des valeurs appréciables (*Section 3.1.7*), le bois est envoyé chez le menuisier pour les découpes^(note 43) ;
- Une fois les découpes réalisées, les embrèvements sont testés le plus rapidement possible, afin d'éviter toute variation dimensionnelle et tout relâchement d'éventuelles contraintes internes. Les essais permettant la caractérisation du bois doivent être effectués durant un intervalle de temps court par rapport aux essais de rupture des embrèvements, afin que les facteurs environnementaux affectent le moins possible les propriétés trouvées lors de ces essais par rapport aux propriétés effectives dans les échantillons des embrèvements.

NOTE 43

Les plans de découpes des embrèvements et des essais de caractérisations sont donnés en Annexe D

Les échantillons d'embrèvements de la première série (série A) n'ont pas suivi la procédure d'échantillonnage, car ils se trouvaient déjà dans le laboratoire. Ils regroupent les échantillons JC.A.1 à JC.A.6. Les échantillons de la seconde série, provenant de six poutres, ont servi à différents types d'essais. Ils sont regroupés sur *Table 9.1*

	Poutre B1	Poutre B2	Poutre B3	Poutre B4	Poutre B5	Poutre B6
Module de flexion	Flexion-B1	Flexion-B2	Flexion-B3	Flexion-B4	Flexion-B5	Flexion-B6
Résistance à la flexion	Flexion-B1	Flexion-B2	Flexion-B3	Flexion-B4	Flexion-B5	Flexion-B6
Résistance à la compression	Comp-B1.1	Comp-B2.1	Comp-B3.1	Comp-B4.1	Comp-B5.1	Comp-B6.1
	Comp-B1.2	Comp-B2.2	Comp-B3.2	Comp-B4.2	Comp-B5.2	Comp-B6.2
Résistance au cisaillement	Cisail-B1.1	Cisail-B2.1	Cisail-B3.1	Cisail-B4.1	Cisail-B5.1	Cisail-B6.1
	Cisail-B1.2	Cisail-B2.2	Cisail-B3.2	Cisail-B4.2	Cisail-B5.2	Cisail-B6.2
Essai sur embrèvement	JC-B.1.1	JC-B.2.1	JC-B.3.1	JC-B.4.1	JC-B.5.1	JC-B.6.1
	JC-B.1.2	JC-B.2.2	JC-B.3.2	JC-B.4.2	JC-B.5.2	JC-B.6.2

TABLE 9.1 – Noms des échantillons issus des poutres

9.2. Détermination de la masse volumique

Comme il a été expliqué à la *Section 3.1*, la masse volumique est une propriété importante du bois, car elle est proportionnelle à la quantité de vide et de matière au sein du matériau. Bon nombre de propriétés peuvent être déduites à partir de celle-ci.

Chaque élément analysé a été pesé et chacune de ses dimensions a été mesurée à plusieurs endroits pour ensuite en faire une moyenne. Le rapport de la masse et du volume d'un échantillon donne la masse volumique. Pour de petits échantillons, il est préférable que ceux-ci soient exempts de noeuds et de poches de résine, car ils peuvent influencer fortement la masse volumique. Les masses volumiques obtenues sont données dans la *Table 9.2*. Déterminées à partir des arbalétriers et les entrails, elles pourront servir à déterminer la classe de bois.

Échantillon	Masse volumique [kg/m ³]	Échantillon	Masse volumique [kg/m ³]
Poutre A.1	511,63	Poutre B.1	520,80
Poutre A.2	538,72	Poutre B.2	537,63
Poutre A.3	526,84	Poutre B.3	553,59
Poutre A.4	480,78	Poutre B.4	470,84
Poutre A.5	471,50	Poutre B.5	569,71
Poutre A.6	569,02	Poutre B.6	497,49

TABLE 9.2 – Masses volumiques des échantillons

9.3. Détermination de la teneur en eau

La masse volumique ainsi que les résistances sont fortement liées au taux hygrométrique du bois. La rigueur des normes impose à l'ensemble des essais d'être effectués pour une teneur en eau approchant les 12%^(note 44).

Étant donné le nombre d'échantillons à mesurer, la méthode de dessiccation est à éviter. Le taux hygrométrique a donc été mesuré selon la résistivité électrique présente dans le bois. L'appareil de mesure utilisé est un humidimètre à pointe conforme à la norme EN 13183-2 (*Figure 9.1*). Cet appareil est d'autant plus précis qu'il prend en compte l'essence du bois.

NOTE 44
même si des valeurs allant de 8% à 18% sont acceptées, mais la propriété analysée devra ajustée à 12%^[ENB10]

FIGURE 9.1 – Humidimètre à pointe^[Dom17]

Les deux électrodes (pointes) sont enfoncées de 1 à 2mm dans le bois dans le sens parallèle aux fibres. La mesure de la teneur en eau apparaît directement sur l'écran. Plusieurs mesures doivent être prises pour un même échantillon, la moyenne donnant la teneur en eau. Il faut également éviter de prendre des mesures proches des extrémités, des noeuds et des poches de résine.

9.4. Détermination du module local d'élasticité en flexion

À présent, une série d'essais mécaniques où les échantillons ont été mis en charge a été effectuée. Le premier type d'essai effectué permet de connaître le module local d'élasticité en flexion axiale du bois. Étant donné que l'essai est non destructif et qu'il utilise les mêmes échantillons que les essais de résistance à la flexion, l'apport de son résultat est bénéfique. De plus, il est utilisé lors du classement industriel du bois.

Un échantillon d'une hauteur $h = 45\text{mm}$ et d'une longueur $l = 19h$ est utilisé. L'épaisseur b doit être supérieure à 45mm afin d'éviter le déversement. Les dimensions précises sont données à la *Figure 9.2*. L'échantillon est mis en place dans un dispositif d'essai de flexion 4-points. Sur chaque côté de l'échantillon, un dispositif permettant

de connaître la flèche sur une longueur de $5h$ est ajouté. Il est constitué d'un capteur LVDT attaché sur un profilé en aluminium découpé sur mesure (*Figure 9.3*). La pointe du capteur repose quant à elle sur une petite équerre fixée au centre de l'échantillon. Les profilés sont suffisamment libres de mouvement et doivent frotter le moins possible à l'échantillon pour ne pas fausser les mesures. Par ailleurs, de petites plaquettes en métal de largeur égale à la moitié de la hauteur de l'échantillon sont placées à chaque appui afin d'éviter tout poinçonnement.

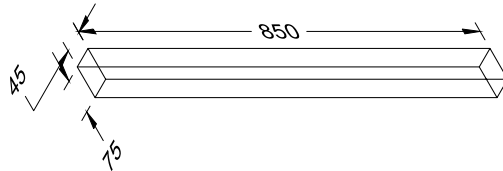


FIGURE 9.2 – Géométrie des essais de flexion

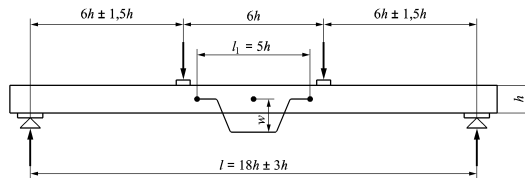


FIGURE 9.3 – Mise en place du dispositif

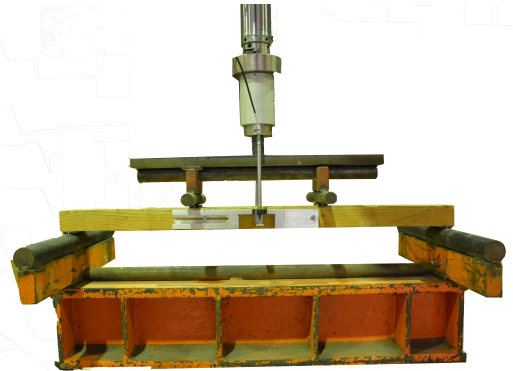


FIGURE 9.4 – Essai de flexion 4 points

9

Deux cycles de charges sont effectués avec une vitesse de charge et de décharge de $0,0003 \, h = 0,0135 \, \text{mm/s}$. La charge maximale appliquée lors de ces essais vaut $0,4 \, F_{\text{max,estimate}} = 0,4 * 12,7 = 5,08 \, \text{kN}$. La force F en tête du vérin, la moyenne des déplacements des capteurs LVDT w sont enregistrées lors des cycles de charge (*Figure 9.5*).

Afin d'obtenir le module d'élasticité, une analyse de régression doit être effectuée entre $0,1 \, F_{\text{max,estimate}}$ et $0,4 \, F_{\text{max,estimate}}$. Au sein de cette portion de graphe, une droite donnant un coefficient de corrélation de 0,99 ou mieux doit être trouvée. Soient (w_1, F_1) et (w_2, F_2) les points extrêmes de cette droite, I l'inertie de la section, l_1 la portée en flexion et a la distance entre un point de chargement et l'appui le plus proche, le module d'élasticité $E_{m,l}$ est donné par^(note 45)

$$E_{m,l} = \frac{a \, l_1^2 (F_2 - F_1)}{16 \, I (w_2 - w_1)}$$

NOTE 45

Cette expression peut rapidement être déterminée à l'aide du calcul de la flèche à partir du théorème de la force unité

NOTE 46

il est à noter que $0,4 F_{\text{max,est}}$ a dû être réévaluer à la suite de l'essai de résistance à la flexion de cet essai

Les résultats de ces essais sont donnés dans la *Table 9.3*^(note 46)

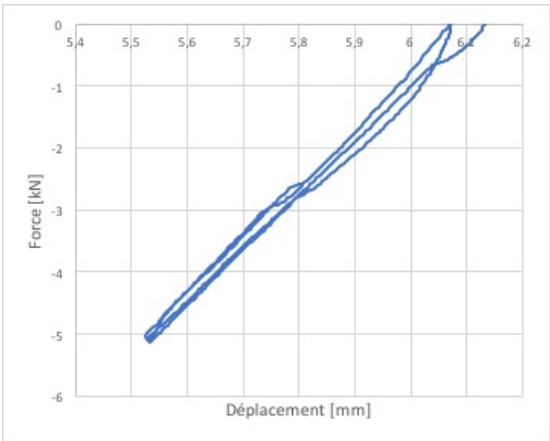


FIGURE 9.5 – Cycles de charge-décharge

Échantillon	Module moyen [GPa]
Flexion-B1	13,05
Flexion-B2	19,28
Flexion-B3	13,42
Flexion-B4	10,20
Flexion-B5	16,68
Flexion-B6	12,93

TABLE 9.3 – Module d’élasticité moyen

9.5. Détermination de la résistance en flexion axiale

Partant de la même configuration que les essais précédents, il est possible de déterminer la résistance à la flexion axiale. Le rail en aluminium et les capteurs LVDT sont par contre retirés, car ils ne sont pas utiles ici. Une charge est appliquée à vitesse constante telle que la valeur de résistance soit atteinte en $300 \pm 120 \text{ s}$ ^(note 47). Une vitesse de $0,077 \text{ mm/s}$ a ainsi déterminée par calcul théorique et par rajustement suite au premier essai. Le système est mis en charge jusqu’à rupture, comme on le voit sur la *Figure 9.6*. Dans tous les cas, la rupture a eu lieu entre les deux appuis supérieurs. Partant de la force appliquée, il est possible de déterminer les contraintes dans les fibres inférieures et supérieures :

NOTE 47
Certains essais ont duré plus que 420 secondes, mais les valeurs de rupture ont bien été atteintes préalablement

$$\sigma = \frac{3 F a}{b h^2}$$

Les courbes de contrainte-flèches sont représentées sur la *Figure 9.7* et retranscrites dans la *Table 9.4*. Un palier de ductilité est bien visible, et la contrainte à laquelle il se déroule est proche d’un essai à l’autre. Cela correspond à la rupture de la partie comprimée de la poutre. Le comportement ductile de ce type d’essai se clôture néanmoins par une rupture nette en traction des fibres inférieures. Ce comportement valide bien l’analyse élasto-plastique des poutres en bois telle que décrite en *Annexe A*. D’autres résultats des essais de flexion se trouvent en *Annexe E.1*.



Échantillon	Résistance [MPa]
Flexion-B1	73,33
Flexion-B2	84,27
Flexion-B3	67,74
Flexion-B4	54,36
Flexion-B5	77,93
Flexion-B6	67,26

TABLE 9.4 – Résistance à la flexion axiale

FIGURE 9.6 – Rupture en flexion

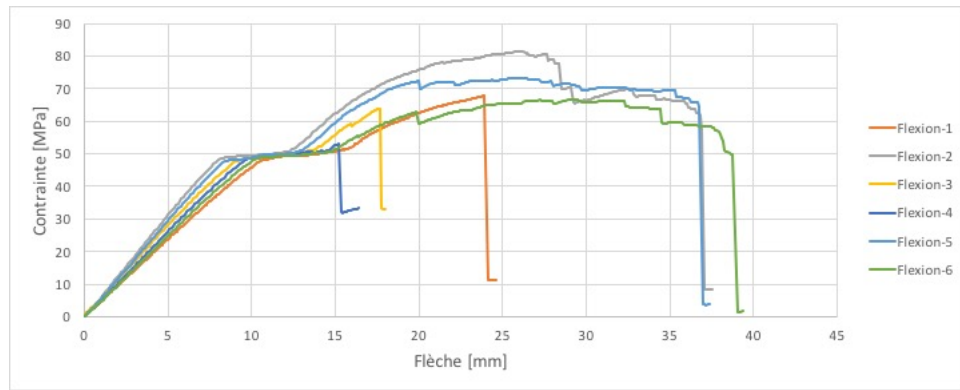


FIGURE 9.7 – Courbes contrainte-flèche des essais en flexion axiale

9.6. Détermination de la résistance en compression axiale

Bien que ce type d'essai ne soit pas qualifié comme étant primordial pour déterminer la classe de bois d'un élément, les résultats de la [Section 8.3](#) montrent que les sollicitations en compression mènent dans certains cas à la rupture. Obtenir une valeur précise de la résistance en compression axiale des échantillons semble donc bénéfique.

Les échantillons ont une section de $75 \times 60 \text{ mm}$ et conformément à la norme EN 408 ^[NBN12], leur hauteur doit être de 300 mm ([Figure 9.8, Annexe D](#)). Une fois découpées, leurs dimensions sont enregistrées ainsi que la teneur en humidité. Ils sont ensuite placés entre deux plateau^(note 48) ([Figure 9.9](#)). Une charge est appliquée à une vitesse constante de $0,01 \text{ mm/s}$. Cette vitesse est définie de sorte que la rupture se produise en $300 \pm 120 \text{ s}$. Durant l'application de la charge, la force exercée par le vérin et le déplacement du plateau supérieur sont mesurés. Ces données sont converties en contrainte et en déformation, pour obtenir le graphe de la [Figure 9.11](#). La résistance axiale à la compression $f_{c,\parallel,m}$ est définie par le rapport entre l'effort maximal F_{max} et la surface A :

$$f_{c,\parallel,m} = \frac{F_{max}}{A}$$

Pour la majorité des échantillons, la rupture s'effectue par écrasement des fibres. Elle est bien souvent localisée autour d'un petit noeud comme il est possible de le voir à la [Figure 9.10](#). Le comportement est quant à lui ductile. La [Table E.2](#) reprend les valeurs de résistance à la compression axiale et le type de rupture. D'autres informations sur ce type d'essai se trouvent en annexe [Section E.2](#).

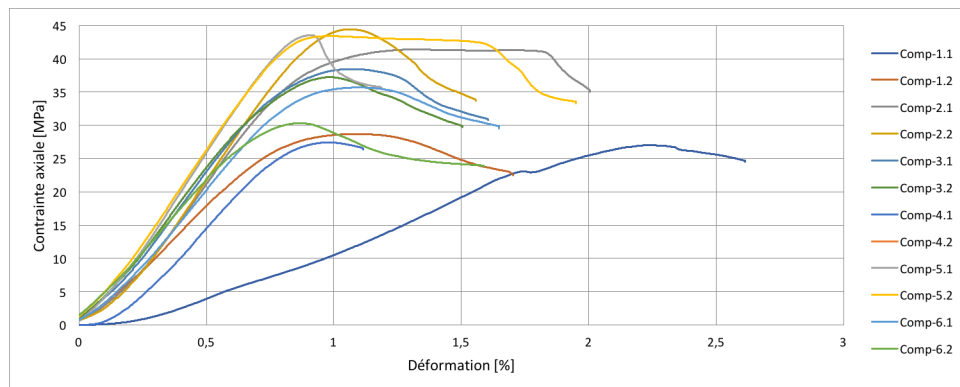


FIGURE 9.11 – Courbes contrainte-déformation des essais en compression axiale

NOTE 48

Un grand soin a été apporté dans le parallélisme et la planéité des surfaces mises en compression afin de ne pas entraîner d'efforts excentrés

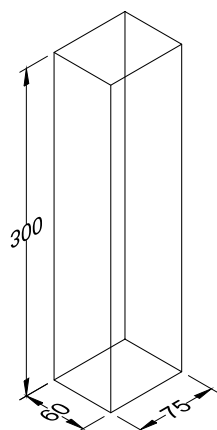


FIGURE 9.8 – Géométrie des essais de compression

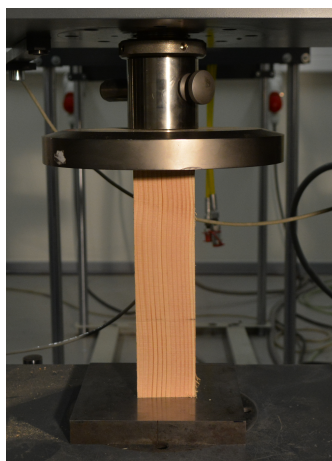


FIGURE 9.9 – Photo d'un essai de compression



FIGURE 9.10 – Rupture type en compression

Échantillon	Résistance [MPa]	Commentaire
Comp-B1.1	27,52	Essai refusé : l'essai comportait un matelas de Néoprène faussant les mesures, la rupture s'est effectuée autour de ce matelas
Comp-B1.2	28,70	Essai refusé : rupture d'un noeud
Comp-B2.1	42,11	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B2.2	43,71	Rupture par écrasement des fibres de bois et fissuration axiale
Comp-B3.1	40,07	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B3.2	43,71	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B4.1	38,16	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B4.2	29,05	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B5.1	43,42	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B5.2	44,01	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B6.1	35,11	Rupture par écrasement des fibres de bois
Comp-B6.2	30,33	Rupture par écrasement des fibres de bois

TABLE 9.5 – Résistance en compression

9.7. Détermination de la résistance au cisaillement axiale

Il existe plusieurs modes opératoires pour déterminer la résistance au cisaillement ^[Xu 09]. Bien qu'il induise également des efforts de compression, le mode opératoire tel que décrit dans la norme EN 408 sera utilisé. Après avoir vérifié leurs dimensions (définies par la norme et reprises sur la *Figure 9.12* et l'*Annexe D*) et enregistré leur taux hygrométrique, les échantillons sont collés sur des plats métalliques ^(note 49) à l'aide de colle à deux composants HILTI de sorte à les incliner de 14° (*Figure 9.13*). Après avoir attendu au moins 24 h, les dispositifs sont placés entre deux plateaux de mise en charge. Un matelas de Néoprène est également inséré entre le dispositif et un des plateaux afin de compenser d'éventuels défauts de parallélisme. Le système est mis en charge. La vitesse de chargement est calculée afin d'atteindre une rupture en 300 ± 120 s. En prenant en compte les déformations du matelas de Néoprène (dont une brève étude de comportement se trouve en *Section E.3*), cette vitesse doit donc être de 0,013 mm/s.

NOTE 49
Pour augmenter l'adhérence des plats, il est conseillé de les sabler préalablement

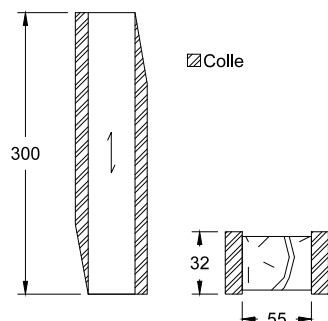


FIGURE 9.12 – Géométrie des essais de cisaillement

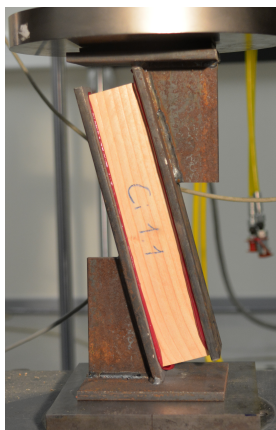


FIGURE 9.13 – photo d'un essai de cisaillement



FIGURE 9.14 – Rupture type en cisaillement

La résistance $f_{v,m}$ est déterminée à partir de l'effort à la rupture F_{max} , de la longueur l et de l'épaisseur b de l'échantillon :

$$f_{v,m} = \frac{F_{max} \cos(14)}{l b}$$

9

La majorité des échantillons se sont brisés majoritairement à l'interface entre un cerne initial et final (*Figure 9.14*). À deux reprises, de la colle s'est également retirée, mais les essais sont tout de même validés, car cette surface de colle est inférieure à 20% de la surface totale de contact.

Durant l'application de la charge, la force exercée par le vérin et le déplacement du plateau supérieur sont enregistrés. Ces données sont converties en contrainte et déformation pour obtenir le graphe de la *Figure 9.14*. Bien qu'un début d'un comportement ductile puisse être constaté, la rupture s'en suit tout de même brutalement. Les résistances sont données dans la *Table 9.6*.

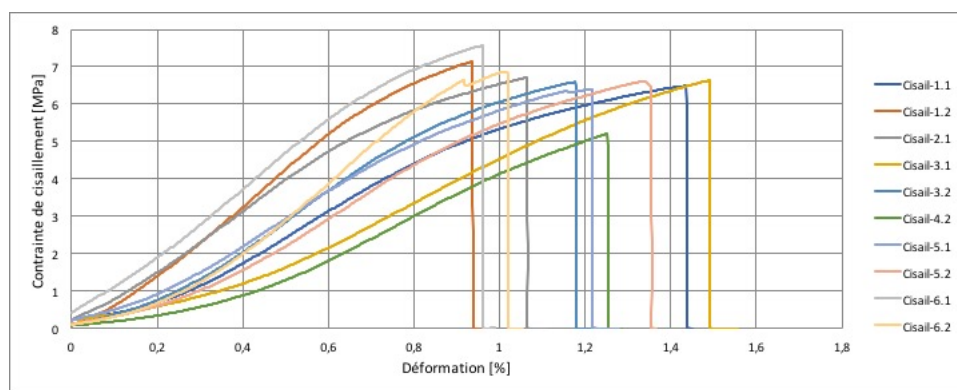


FIGURE 9.15 – Courbes contrainte-déformation des essais en cisaillement

Échantillon	Résistance [MPa]	Commentaire
Cisail-B1.1	6,48	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B1.2	7,14	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B2.1	6,71	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B2.2	/	L'essai n'a pas été effectué
Cisail-B3.1	6,64	Rupture avec léger détachement de colle
Cisail-B3.2	6,59	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B4.1	/	L'essai n'a pas été effectué
Cisail-B4.2	5,21	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B5.1	6,40	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B5.2	6,60	Rupture le long de l'interface de cernes
Cisail-B6.1	7,57	Rupture traversant toutes les cernes
Cisail-B6.2	6,87	Rupture le long de l'interface de cernes

TABLE 9.6 – Résistance en cisaillement

9.8. Caractérisation des poutres servant aux assemblages

Le classement des éléments de bois diffère selon la campagne d'essais, comme il a été mentionné dans l'introduction. Seule la masse volumique permettra de déterminer la classe de bois de la première série d'essais. Accompagnées de la résistance à la flexion, les poutres de la seconde série d'essais peuvent être classées. Les classes de bois sont données par la *Table 9.7* Lorsqu'une classe de bois est affectée à un élément

Échantillon	Masse volumique	Module flexion	Résistance flexion	Résistance compression	Résistance cisaillement	Classe affectée
Embrèvement A.1	C40					C40
Embrèvement A.2	C45					C45
Embrèvement A.3	C45					C45
Embrèvement A.4	C35					C35
Embrèvement A.5	C35					C35
Embrèvement A.6	C50					C50
Poutre B.1	C45	C35	C50	C22	C50	C45
Poutre B.2	C45	C50	C50	C50	C50	C50
Poutre B.3	C50	C35	C50	C45	C50	C50
Poutre B.4	C30	C22	C40	C24	C16	C35
Poutre B.5	C50	C50	C50	C50	C24	C50
Poutre B.6	C40	C35	C50	C30	C50	C45

TABLE 9.7 – Classes de rupture

en prenant pour base les valeurs caractéristiques, il est nécessaire que la densité et la résistance à la flexion présentent au minimum les valeurs données par les normes *Annexe C*. Le présent travail s'intéresse par contre aux valeurs moyennes et non aux valeurs caractéristiques. La philosophie de chercher la classe bornant vers le bas la valeur observée lors des essais est ici mise de côté au profit d'une analyse visant la classe qui est la plus proche des valeurs trouvées. La masse volumique et la résistance à la flexion permettent de déterminer la classe de bois, comme requis par la norme EN338 [NBN166]. Les valeurs obtenues lors des autres types d'essais permettent de vérifier les tendances et les coefficients de variation déterminés en *Section 3.5*. Mis à part certaines exceptions, les tendances sont bien vérifiées. De manière générale la poutre B.4 a des valeurs inférieures aux autres. Les poutres B.3 et B.5 ont quant à elles des propriétés supérieures aux autres. Bien que les tendances sont représentatives pour tout type

d'essais, l'exactitude des coefficients de variation (défini en *Section 3.5*) n'est pas encore prouvée. L'analyse de l'erreur commise entre les moyennes des résultats obtenus et les valeurs provenant de la norme (*Table 9.8*) permet de tirer certaines conclusions à ce sujet.

La comparaison des résultats obtenus pour les essais de densité, de résistance à la compression et de résistance au cisaillement est encourageante, car les résistances moyennes obtenues lors des essais ne diffèrent que très légèrement des valeurs moyennes provenant des classes. Cependant, les erreurs de 13% sont étonnantes dans le cas des essais de flexion. Cela peut soit être dû à une mauvaise mise en oeuvre des essais effectués, soit d'un mauvais coefficient de variation^(note 50). L'erreur commise dans le cas de la résistance à la flexion est aussi due au fait qu'aucune classe supérieure à C50 ne soit définie, ce qui borne les possibilités de résistance à la flexion et augmente l'erreur. Étant donné que certaines sources vont jusqu'à considérer une résistance à la flexion axiale de 85MPa ^{[Kre10](note 51)}. La flexion n'étant pas une sollicitation principale exploitée dans le calcul des embrèvements selon les deux méthodes théoriques définies dans la partie précédente de ce travail, les valeurs des coefficients de variation ne changeront pas suite à cette analyse.

NOTE 50
Aucun COV n'a été affecté au module de flexion moyen, car ils figurent littéralement dans la norme 338 en Annexe C

NOTE 51
Valeur nettement supérieure à la résistance en flexion axiale moyenne pour la classe C50 donnée par la norme qui est de 67MPa

Type d'essai	Valeur moyenne obtenue par les essais	Valeur moyenne selon la classe attribuée	Erreur [%]
Densité	515,83	520,71	0,93
Module de flexion	12,33	14,26	13,51
Résistance à la flexion	61,01	70,81	13,84
Résistance à la compression	38,78	37,64	3,00
Résistance au cisaillement	6,59	6,62	0,47

TABLE 9.8 – Analyse du COV

10. Embrèvements à 25°

Les configurations adoptées lors des essais sur les embrèvements ressemblent à celles testées par Nora Poelvoorde. Durant son travail, elle a dû créer un dispositif rendant possible la mise en charge du dispositif. Étant donné que ce travail vise entre autres à apporter des réponses aux questions restées ouvertes par Nora Poelvoorde et que ce dispositif offre suffisamment de possibilités, il sera à nouveau utilisé au fil des essais menés en laboratoire.

10.1. Dispositif d'essai

Le banc d'essai établi par Nora Poelvoorde est composé d'un ensemble de plats métalliques soudés les uns aux autres rendant possibles les essais établis sur les embrèvements. Un plan et une photo sont donnés par *Figure 10.1*. Apportant des points d'appui tels qu'envisagé lors de l'approche théorique, il permet la mise en essai d'embrèvement de 40° ou de 25°. C'est pour cela que deux séries de quatre trous sont percées au travers des plats métalliques. Ces trous permettent le passage d'écrous retenant l'arrière de l'entrait. L'appui inférieur est constitué d'un simple plat métallique dans le cas d'un angle de 40° et d'une cale métallique d'un angle de $40 - 25 = 15^\circ$ pour la configuration d'angle à 25°. Lorsque l'embrèvement est placé sur le dispositif, la position de l'arbalétrier est verticale ce qui permet d'être chargé par le vérin dans cette direction.

Le banc d'essai est placé sur la machine servo-mécanique universelle et fixée par deux boulons. La position du dispositif sur la machine est telle que l'équilibre soit maintenu, et que l'effort soumis à l'entrait soit centré.

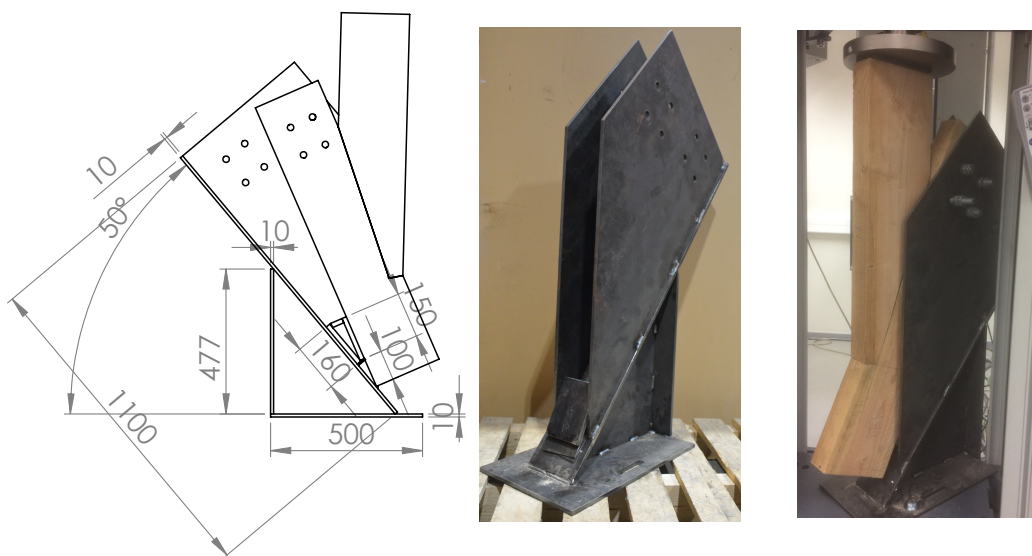


FIGURE 10.1 – Plan, photo du dispositif d'essai et de la mise en place

10.2. Première série d'essais

Cette première série d'essais expérimente six embrèvements simples ayant un angle de 25° et une section 8/23. Afin d'éviter toute confusion, cette première série d'essais correspond à la première série d'échantillons. Le reste des essais effectués durant ce travail ont été faits par la seconde série d'échantillons. L'intérêt de cette configuration est qu'elle n'est pas couverte par l'EUROCODE 5. Comme cela a été mentionné en [Section 5.2](#), l'angle β entre l'arbalétrier et l'entrait est borné entre $30^\circ < \beta < 60^\circ$. Le but de ce travail étant de déterminer le champ d'application de la méthode des champs de contraintes discontinus, vérifier si cette méthode va au-delà des impositions des normes actuelles est un atout considérable.

Ce type d'essai a déjà été effectué par Nora Poelvoorde, mais le mode de rupture obtenu n'était majoritairement pas celui qu'elle attendait. Bien qu'elle prédisait une rupture par dépassement de la résistance à la compression sur la surface d'about, deux tiers des essais ont subi une rupture par détachement du talon. Elle n'a malheureusement pas trouvé de justification complète à ces résultats expérimentaux. Une des hypothèses qu'elle a remise en question fut l'imperfection possible des découpes qu'elle a faites elle-même.

Le but de cette série d'essais est de tester à nouveau des embrèvements simples inclinés de 25° dans les mêmes conditions que les essais de Nora Poelvoorde ; la seule différence étant que certaines découpes ont été faites par un menuisier. En plus de vérifier les résultats obtenus par Nora Poelvoorde, elle a donné l'occasion à l'étudiant de se familiariser aux pratiques expérimentales. Cela lui a notamment permis de déceler diverses erreurs commises dans la mise en oeuvre des essais par Nora Poelvoorde :

- la force ne pouvait être appliquée correctement sur l'entrait, car les dispositifs d'accroches du banc d'essai n'étaient pas alignés avec la machine d'essais^(note 52) ;
- l'appui inférieur de l'entrait était mal incliné et l'espacement entre l'entrait et l'appui était trop important. Cela a pu engendrer des moments de flexion au sein de l'entrait et des imprécisions entre l'entrait et l'arbalétrier ;
- une des six découpes a été faite par l'étudiant en utilisant le matériel disponible au laboratoire. Certaines machines telles que la scie à ruban n'offre pas une précision suffisante. Après avoir remarqué ce défaut, il a néanmoins été possible de rectifier les erreurs dans le cas de cette découpe. Comme suggéré, Nora Poelvoorde n'a peut-être pas eu le temps, les facilités matérielles et le savoir-faire nécessaire pour établir des découpes de qualité suffisante.

Aucune norme encadrant des essais expérimentaux sur des assemblages en bois n'a pu être trouvée dans la littérature. Afin d'obtenir le protocole d'essais le plus réaliste, des points communs avec les essais de détermination des propriétés du bois tels que décrits dans la norme EN408^[NBN12] ont été appliqués. Une attention particulière a donc été amenée sur deux points principaux :

- la rupture doit avoir lieu en 300 ± 120 s. Dès lors une vitesse de $0,033 \text{ mm/s}$ ^(note 53) a été prise en compte ;
- le taux hygrométrique doit avoisiner les 12%. Il faut également que l'entièreté des essais caractérisation du bois joints à aux essais sur les embrèvements doive être effectuée dans un délai court afin de se trouver dans les mêmes conditions.

Le dispositif d'essai est premièrement fixé sur la machine servo-mécanique universelle. L'échantillon de l'embrèvement est ensuite fixé par quatre boulons au dispositif. Avant la mise en charge, une vérification est faite à l'aide d'un inclinomètre sur l'inclinaison de l'entrait par rapport au dispositif, sur l'arbalétrier par rapport à l'entrait, et sur le plateau de mise en charge par rapport à l'arbalétrier. De plus, la coïncidence entre les surfaces de pas et d'about est contrôlée. La mise en charge peut enfin avoir lieu. La

NOTE 52

De nouveaux trous ont dû être faits dans le bas du dispositif dans le cadre de ce travail. Ceux conçus par Nora Poelvoorde n'étaient pas centrés.

10

NOTE 53

Vitesse déterminée suite à des essais de calibration menés par Nora Poelvoorde

force et le déplacement sont enregistrés tout au long de l'essai (*Figure 10.2*). La mise en charge du dispositif a également été filmée (avec un centrage de la caméra sur l'about).

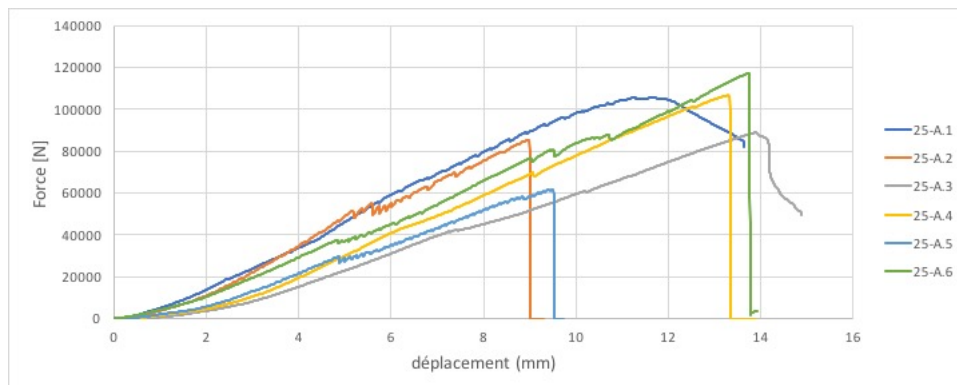


FIGURE 10.2 – Courbes force-déplacement de la première série d'essais d'embranchements simples incliné à 25°

Selon la géométrie précise et la classe de bois de chaque assemblage, il est possible d'en calculer leur résistance selon la méthodologie de l'EUROCODE 5 (*Section 5.4*) et selon le modèle des champs de contraintes discontinus (*Section 8.2.1*). Les résultats sont donnés dans la *Table 10.1*. Lors du dimensionnement selon les deux méthodes, aucun coefficient γ_m (voir *Section 3.6*) n'a été appliqué, car une attention particulière à ce qu'aucun défaut (tel qu'un noeud ou une fissure) ne soit situé dans la zone proche de l'about et du talon. Les variabilités du matériau sont donc suffisamment réduites que pour ne pas devoir prendre en compte ce coefficient.

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon EC5 [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
JC-A.1	105,57	About	74,88	88,80
JC-A.2	85,42	Talon	75,65	85,60
JC-A.3	88,85	About	73,20	88,80
JC-A.4	106,74	Talon	71,40	83,80
JC-A.5	61,96	Talon	71,40	83,80
JC-A.6	117,44	Talon	92,50	98,80

TABLE 10.1 – Rupture et dimensionnement de la première série d'embranchements de 25°

La marge d'erreur de calcul entre les résultats mesurés et la méthode selon l'EUROCODE 5 est de 27,3%, tandis que celle obtenue avec la méthode des champs de contraintes discontinus est de 15,5%. Les deux méthodes donnent néanmoins des résultats sécuritaires par rapport à la rupture réelle. Au point de vue du mode de rupture, la méthode selon l'EUROCODE 5 prédisait une rupture par dépassement de la résistance en compression au sein de la surface d'about, alors que les champs de contraintes discontinus suggéraient une rupture par détachement du talon. Il est à noter que la valeur de rupture au sein de la surface d'about est très légèrement supérieure à celle par détachement du talon (*note 54*). La variabilité du bois et les imprécisions géométriques peuvent donc expliquer, à l'aide du modèle des champs de contraintes discontinus, les deux modes de rupture présents. Les *Figure 10.3* et *Figure 10.5* montrent respectivement une rupture par dépassement de la résistance sur la surface d'about et par détachement du talon. Lors des ruptures au niveau de la surface d'about, les fibres d'une pièce s'interpénétraient à celle de l'autre

NOTE 54
La valeur de rupture par détachement du talon est nettement supérieure à celle par compression de l'about dans le dimensionnement selon l'EC5

(Figure 10.4), mais cela n'est pas la cause principale de la rupture. La rupture est en effet principalement due à une pliure des fibres comme on peut le voir sur Figure 10.3. Ce phénomène est plus accentué ici que lors des essais de compression axiale (Section 9.6). La surface de rupture par détachement du talon ne ressemble par contre pas à celle obtenue lors des essais de résistance au cisaillement (Section 9.7), car dans le cas présent la rupture ne s'effectue pas au niveau de l'interface entre les cernes, mais les traverse chacune. Le phénomène d'interpénétration des fibres peut également être aperçu sur certains échantillons qui se sont brisés par détachement du talon.



FIGURE 10.3 – Rupture par dépassement de la résistance de la surface d'about



FIGURE 10.4 – Interpénétration des fibres



FIGURE 10.5 – Rupture par détachement du talon

Par ailleurs, les vidéos prises lors des essais n'ont pas permis de voir avec précision les déplacements ayant lieu à l'about. Elles confirment donc bien le caractère fragile de la rupture par détachement de talon lorsque les images sont analysées les unes après les autres, mais aucune propagation de fissures n'a pu être vue.

Avant de tirer des conclusions plus générales, il est possible d'intégrer à ces résultats ceux obtenus par Nora Poelvoorde lors de ses essais sur des embrèvements à 25°. La résistance de chacun des échantillons a été calculée à nouveau avec les deux méthodes de dimensionnement définies dans la partie théorique de ce travail. N'ayant pas assisté à ces essais, certaines considérations peuvent échapper à ce dimensionnement. Les résultats sont donnés à la Table 10.2.

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon EC5 [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
Nora-3.1	97,93	Talon	95,60	78,00
Nora-3.2	87,51	Talon	76,50	66,90
Nora-3.3	97,84	About	95,60	78,00
Nora-3.4	76,78	Talon	76,50	66,90
Nora-3.5	92,28	About	95,60	78,00
Nora-3.6	82,47	Talon	95,60	78,00

TABLE 10.2 – Rupture et dimensionnement des embrèvements à 25° de Nora Poelvoorde

Étant donné que les configurations d'essais de ces douze échantillons sont les mêmes, il est possible de représenter les courbes force-déplacement selon le mode de rupture (Figure 10.6 et Figure 10.7).

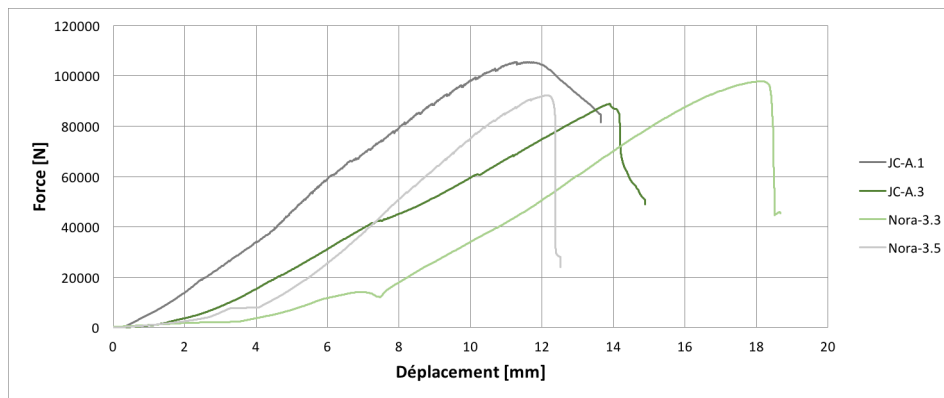


FIGURE 10.6 – Courbes force-déplacement des emboîtements simples à 25° dont la rupture s'est effectuée au niveau de l'about

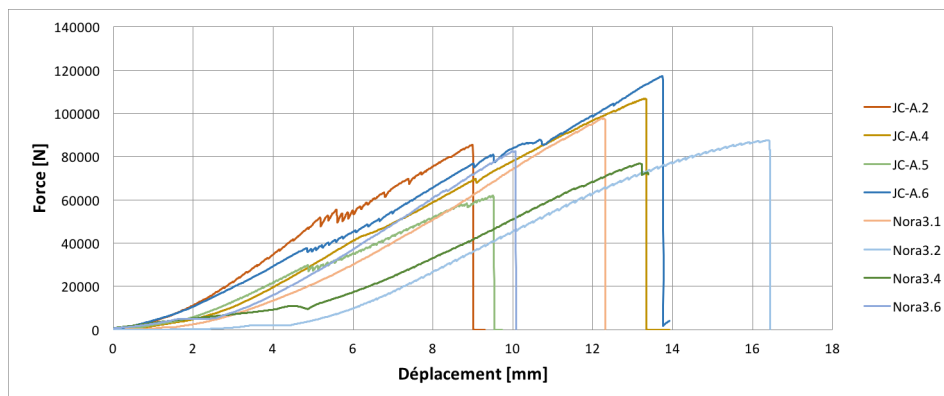


FIGURE 10.7 – Courbes force-déplacement des emboîtements simples à 25° dont la rupture s'est effectuée au niveau du talon

En prenant en compte les essais de Nora Poelvoorde ainsi que les nouveaux réalisés dans le cadre de ce travail, les erreurs deviennent 23,6% pour le dimensionnement selon les normes et 10,8% selon la méthode des champs de contraintes discontinus.

Ces erreurs peuvent provenir de plusieurs phénomènes qui peuvent mettre à mal les hypothèses de calcul (définies à la [Section 5.1](#) et à la [Section 6.2.1](#)) :

- variabilité des propriétés du bois ;
- imprécision de la découpe ;
- hypothèses de calcul erronées, telles que la valeur de k_{mod} ;
- flambement local des fibres de bois dans le cas des ruptures par compression ;
- couples et efforts parasites naissant suite au déplacement de l'emboîtement sous la charge sollicitante. Un calcul du second ordre prenant en compte les déplacements devrait être effectué pour vérifier cette hypothèse ;
- coefficient de frottement du bois qui serait modifié sous des charges importantes. Lors de la rupture par compression, un déplacement est visible entre les surfaces des pas des deux pièces à partir du moment où l'about rentrait en phase de rupture. Cela est logique, car le déplacement dû à la rupture de l'about est indépendant de l'effort de frottement agissant entre les pas. Cependant, ce déplacement pourrait avoir une répercussion sur le coefficient de frottement qui n'a pas été prise en compte ;
- effet d'échelle négligé par rapport aux efforts transversaux. Certaines études ont montré que les proportions de surface dont sont appliqués des efforts transversaux de part et d'autre de l'élément de bois ont une influence, comme il est possible de constater sur la [Figure 10.8](#).

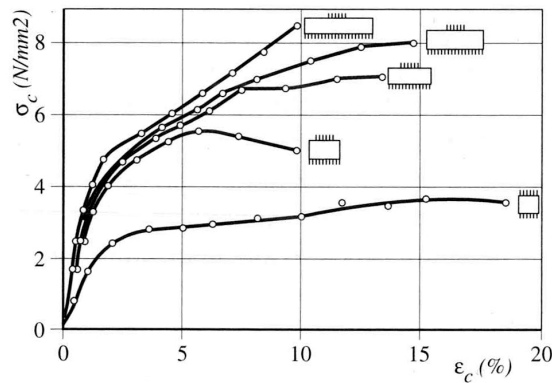


FIGURE 10.8 – Efforts transversaux sous différentes configurations de chargements ^[Str96]

Davantage de données relatives à ces essais se trouvent en *Annexe E.4*.

10.3. Seconde série d'essais

La première série d'essais repose sur quelques imprécisions au niveau de l'ajustement entre le dispositif d'essai et l'échantillon. De plus, certains paramètres restaient incontrôlables. Une nouvelle série d'essais s'est alors avérée intéressante pour rectifier ces indéterminations. Dès lors :

- l'appui inférieur a été remis à niveau et son inclinaison a été rectifiée ;
- le frottement au niveau de l'appui inférieur et de l'appui où est appliquée la charge ont été réduits fortement, en remplaçant les appuis de base (constitués d'un contact entre la pièce de bois et un plat métallique) par des appuis à rouleau. De plus, la charge appliquée à l'embranchement a été recentrée, car la surface de contact étant inférieure ^(note 55) *Figure 10.9*.

NOTE 55
Par mesure de
sécurité, l'espacement
entre les deux
rouleaux n'a pas été
davantage réduit

10

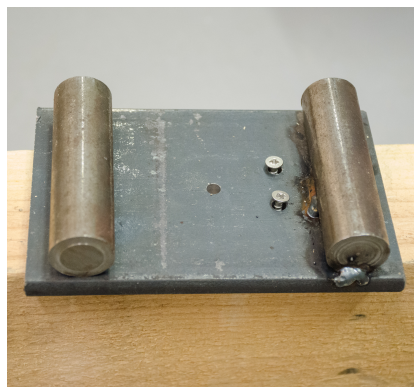


FIGURE 10.9 – Appuis à rouleau inférieur (sous l'entrait) et supérieur (sur l'arbalétrier)

Une fois ces changements effectués à la mise en place, le mode opératoire reste exactement le même que pour les essais précédents.

Trois des quatre essais réalisés dans ce cadre ont éprouvé une rupture par détachement du talon, tandis que l'essai JC-B.5.2 a subi un dépassement de la contrainte en compression au niveau des surfaces d'about (*Figure 10.10*).

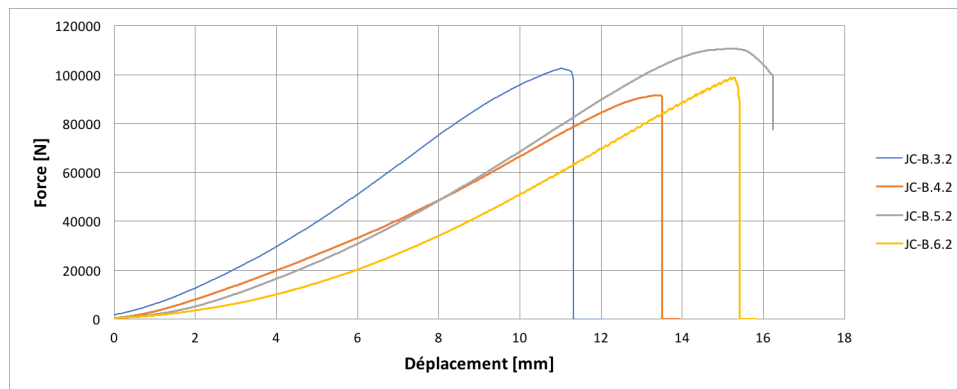


FIGURE 10.10 – Courbes force-déplacement des emboîtements simples à 25° de la seconde série d'essais

Les résultats des dimensionnements sont repris à la *Table 10.3*.

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon EC5 [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
JC-B.3.2	102,62	Talon	84,0	98,40
JC-B.4.2	91,54	Talon	72,69	85,50
JC-B.5.2	110,69	About	83,02	97,50
JC-B.6.2	98,87	Talon	79,66	93,50

TABLE 10.3 – Rupture et dimensionnement de la seconde série d'emboîtements à 25°

Les erreurs de calcul sont de 20,8% pour le dimensionnement selon l'EC5 et de 7% selon la méthode des champs de contraintes discontinus. Bien que le nombre d'essais ne soit pas exhaustif, l'erreur ne cesse de diminuer avec le contrôle plus important des paramètres d'essais. De plus, l'écart type des essais diminue également. Passant de 19,9 et 8,5 pour les essais de la première série et ceux de Nora Poelvoorde, la valeur obtenue à présent est de 7,9. Par ailleurs, en classant les échantillons selon leur classe de bois et en analysant l'erreur commise entre la valeur de la rupture réelle et le dimensionnement selon la méthode des champs de contrainte discontinus, l'erreur commise est de maximum 9,3%, ce qui est encourageant pour la validation.

10.4. Interprétation des résultats

En comparant les résultats obtenus pour ces seize emboîtements à 25° plusieurs tendances peuvent être observées. On remarque en effet que les valeurs de rupture diminuent avec l'augmentation de l'hygrométrie (*Figure 10.11*). Ce résultat est conforme aux recherches menées à la *Section 3.1*. Par contre, la force de rupture augmente avec la masse volumique du bois *Figure 10.11*. La masse volumique étant intrinsèquement liée à la résistance du bois, il est donc logique que la force de rupture augmente avec la résistance.

Par ailleurs, en comparant les déplacements en fonction de la masse volumique, la *Figure 10.13* montre une diminution du déplacement lors de la rupture lorsque le bois est plus dense, ce qui semble tout à fait cohérent. Lors de la tendance précédente, la masse volumique était liée à la résistance, alors qu'ici elle est associée au module élastique du bois. Finalement, le déplacement à la rupture augmente avec la force de rupture (*Figure 10.14*), ce qui semble également logique.

Bien que la méthode de dimensionnement selon l'EUROCODE 5 soit bien définie, certaines

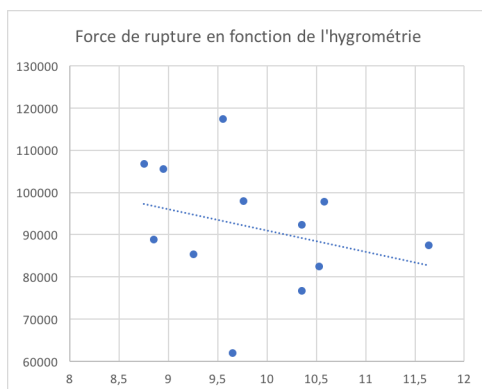


FIGURE 10.11 – Diminution de la résistance en fonction du taux hygrométrique

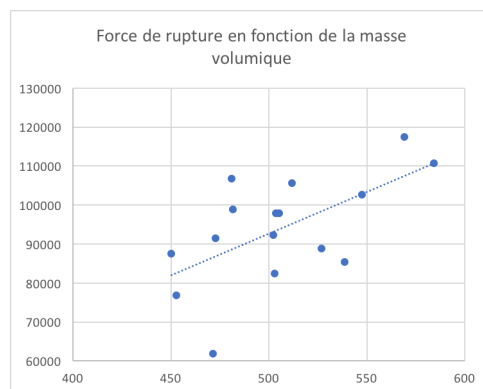


FIGURE 10.12 – Augmentation de la résistance en fonction de la masse volumique de l'échantillon

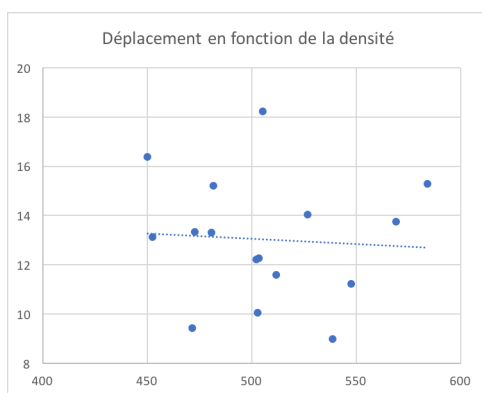


FIGURE 10.13 – Diminution du déplacement à la rupture en fonction de la masse volumique de l'échantillon

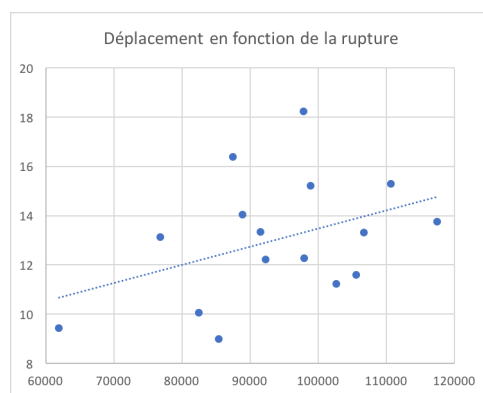


FIGURE 10.14 – Augmentation du déplacement à la rupture en fonction de la force de rupture

10

considérations particulières doivent être prises dans le cas du dimensionnement selon la méthode des champs de contraintes discontinus. Avec cette méthode, le chemin de charge optimal offrant la rigidité maximale au système a été considéré comme critère de base. Une des questions à l'origine de ce travail était de savoir s'il était possible de considérer la ductilité du bois dans le but d'utiliser la théorie statique du théorème plastique (*Section 6.1.2*). Or, les résultats des essais montrent qu'il n'est pas possible de dévier du chemin de charge optimal. S'il était possible de considérer la ductilité du matériau, alors les efforts auraient pu être redistribués au sein de la matière dès le moment où la limite plastique aurait été atteinte dans certaines régions de la matière (*note 56*). Ces configurations géométriquement modifiées auraient activé d'autres mécanismes, qui auraient été plus favorables au comportement que l'on cherche à installer (*note 57*). La valeur de rupture aurait été supérieure à la valeur de dimensionnement et la rupture se serait dès lors davantage produite par compression de l'about. La valeur de dimensionnement aurait alors été considérée comme inférieure à la résistance de l'assemblage (tel que décrit par le théorème statique de la théorie plastique). Cependant, les essais montrent que ces mécanismes ne peuvent être activés.

Étant donné que l'état de chemin de charge recherché correspond à celui maximisant la rigidité, le résultat de l'analyse faite lors de ce travail est donc une analyse élastique qui est une solution particulière de l'analyse plastique. Cette analyse élastique utilise les schémas bielles-et-tirants, mais ne peut considérer le comportement ductile du bois et

NOTE 56

Annexe A est un bel exemple d'analyse de la flexion d'une poutre de bois utilisant l'analyse plastique

NOTE 57

Pour rappel, la théorie statique au théorème plastique offre une borne inférieure à la résistance d'un système

donc le théorème statique de la théorie plastique. Paradoxalement, lors de la construction et l'optimisation des champs de contraintes discontinus, des configurations plastiques sont néanmoins initialement exploitées, dans le but d'atteindre une configuration élastique. Par ailleurs, les essais de résistance en compression (*Section 9.6*) montrent bien que le bois possède une certaine ductilité sous ce type de sollicitation. Il est donc tout à fait envisageable de considérer, dans certaines mesures, une augmentation de la taille d'un champ nodal tel que décrit à la *Section 8.4* afin d'assurer l'intégrité de cette région, tant que celui-ci respecte les conditions de bord et d'équilibre. Par contre, les essais montrent bien qu'il n'est pas possible de déplacer les champs. Le concept de domaine géométrique perd donc de son sens dans le cas de l'analyse des assemblages en bois. L'augmentation de la taille d'un champ nécessite la mise en place de champ en éventail ou en bouteille, remplaçant les champs rectilignes. Cette hypothèse de la mise en place de champ en éventail et en forme de bouteille n'a jamais été réfutée lors de l'analyse théorique, mais étant donné que cela apporte encore plus de paramètres au sein du système, la simplification faisant l'usage uniquement de champs rectilignes a été faite ici.

Finalement, deux modes de rupture ont été observés lors de ces essais. D'une part, une rupture par dépassement de la résistance sur la surface d'about comme cela était prédit par l'EUROCODE 5, et d'autre part une rupture par détachement de talon telle que dimensionnée selon la méthode des champs de contraintes discontinus. Lors de cette dernière méthode (*Section 8.3*), les deux critères étaient fort proches. Il est donc tout à fait normal de rencontrer les deux types de rupture avec une prédominance de la rupture par détachement du talon. Le bois reste en effet un matériau très variable à l'intérieur d'un même élément, il est donc difficile de prévoir exactement son comportement.

10.5. Comparaison avec le modèle de Nora Poelvoorde

En plus d'interpréter les résultats obtenus par l'application de la méthode définie dans ce travail il est également possible de déterminer pourquoi l'analyse de Nora Poelvoorde relative à ces assemblages n'a pas pu aboutir. En reprenant son propre schéma de champs de contraintes discontinus (*Figure 10.15*), plusieurs constatations peuvent être faites :

- la charge reprise par l'appui inférieur nécessite que le contact se fasse avec une reprise d'effort de frottement. Or, par la seconde série d'essais, il a été montré que ce n'était pas le cas ;
- les quatre boulons ne reprennent dans ce cas-ci qu'un effort qui est horizontal à l'entrait. Bien que cela ne soit pas forcément le cas dans des charpentes, l'entrait testé lors de ces essais peut reprendre des efforts tranchant qui sont également repris par les boulons ;
- le dimensionnement établi par Nora Poelvoorde considère que les efforts sont transmis à partir de l'arbalétrier vers l'entrait par deux surfaces qui sont les pas et l'about. Cependant, elle considère également que ces efforts sont transmis au centre de ces surfaces et que le frottement ne peut pas être pris en compte. Or rien ne nous défend de transmettre les efforts autre par qu'au milieu de ces surfaces. De plus lors des essais, aucun déplacement n'a été constaté entre les deux surfaces de pas (sauf lors de la rupture par compression de l'about). Le frottement doit donc être pris en compte dans le modèle ;
- A partir de *Figure 10.15*, aucune information n'est fournie quant à la répartition des efforts dans l'entrait. Cette négligence a pu erroné le modèle adopté par Nora Poelvoorde.
- Les chemins de charges tels que modélisés par Nora Poelvoorde ne sont pas optimisés. Par les différentes charges de rupture obtenues par les essais, il a été

montré que les chemins de charges doivent bel et bien être optimisés. En ajoutant ces constations les phénomènes décrits dans la première série d'essais pouvant expliquer les erreurs entre le dimensionnement et la réalité, il est possible de comprendre pourquoi Nora Poelvoorde obtenait une erreur moyenne de 17,3% lors de ses essais d'embrèvements simples de 25°.

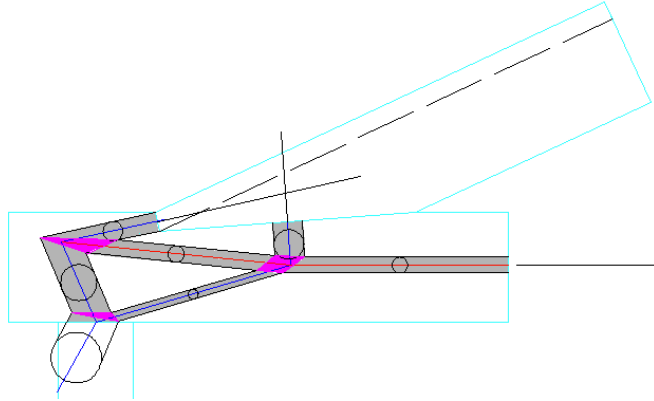


FIGURE 10.15 – Champs de contraintes discontinues relatifs à un embrèvement de 25° obtenus par Nora Poelvoorde^[Poe15]

11. Embrèvements de 40°

11.1. Sections 8/23

Afin d'analyser une seconde configuration, les résultats expérimentaux d'embrèvements simples ayant un angle $\beta = 40^\circ$ et une section 8/23 de Nora Poelvoorde ont été repris. Bien qu'ils n'aient pas été testés directement en laboratoire lors de ce travail, les résultats fournis par Nora Poelvoorde nous permettent d'enrichir l'analyse effectuée ici.

À nouveau, les échantillons ont été chargés à une vitesse constante de $0,033\text{mm/s}$ sur le banc d'essai jusqu'à atteindre la rupture. Les courbes force-déplacement enregistrées lors de ces essais sont données par la *Figure 11.1*. Tous les embrèvements se sont rompus par dépassement de la résistance en compression sur les surfaces d'about.

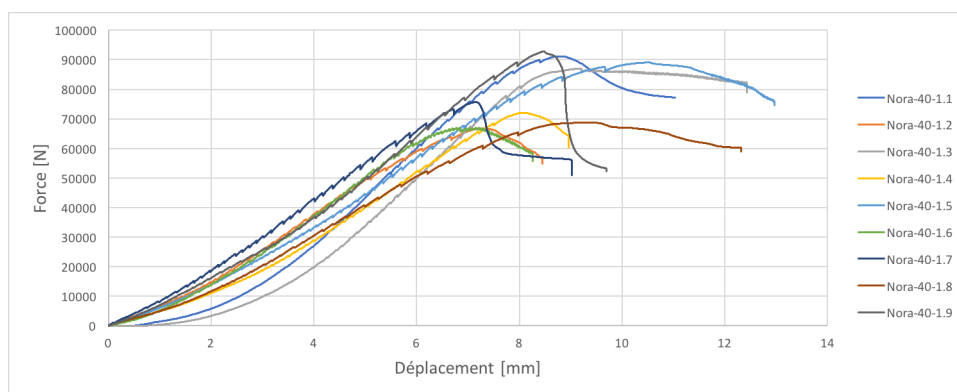


FIGURE 11.1 – Courbes force-déplacement des embrèvements simples de 40° de section 8/23

En réévaluant les valeurs de dimensionnement selon l'EUROCODE 5 et selon la méthode des champs de contrainte discontinus (*Table 11.1*), le taux d'erreur commis par le dimensionnement est de 11,8% par la première méthode et de 8,5% pour la seconde respectivement. Bien qu'un embrèvement à 40° soit bien un cas couvert par L'EUROCODE 5^(note 58), la méthode développée dans ce travail reste plus précise.

NOTE 58
L'angle β est bien
dans la gamme
 $30 < \beta < 60^\circ$

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon EC5 [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
Nora-1.2	66,74	About	77,62	81,10
Nora-1.3	87,00	About	77,62	81,10
Nora-1.4	72,05	About	77,62	81,10
Nora-1.5	89,03	About	77,62	81,10
Nora-1.6	67,11	About	64,10	67,10
Nora-1.7	75,68	About	71,03	74,60
Nora-1.8	68,71	About	82,38	74,60
Nora-1.9	92,76	About	81,81	85,50

TABLE 11.1 – Rupture et dimensionnement des embrèvements à 40° de section 8/23 établis par Nora Poelvoorde

11.2. Sections 10/30

Une seconde configuration adoptée par Nora Poelvoorde est l'augmentation de la section tout en gardant un angle de $\beta = 40^\circ$. La section a à présent une hauteur de 300mm et une épaisseur de 100mm. La procédure de mise en charge reste la même, si ce n'est que la vitesse de chargement est à présent de 0,05mm/s. Les courbes force-déplacement sont données par la *Figure 11.2*. Tous les embrèvements se sont rompus par dépassement de la résistance en compression sur les surfaces d'about.

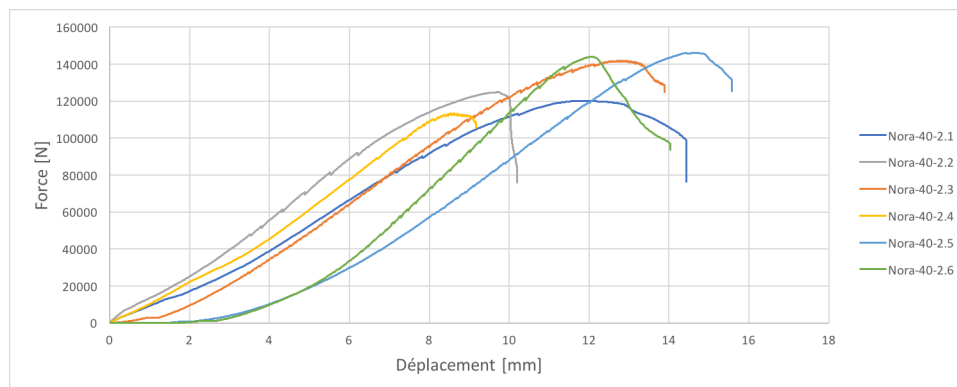


FIGURE 11.2 – Courbes force-déplacement des embrèvements simples à 40° de section 10/30

Les résultats du dimensionnement sont donnés à la *Table 11.2*. Les erreurs moyennes commises par les différentes méthodes de dimensionnement sont d'une part de 16,8% selon l'EUROCODE 5 (*Section 5.6.2*), et de 11,4% selon la méthode des champs de contraintes discontinus (*Section 8.2.2*). Bien qu'à nouveau la méthode des champs de contraintes discontinus soit plus précise, le taux d'erreur est néanmoins nettement supérieur que pour les analyses précédentes. Cela peut s'expliquer par le fait que l'effet d'échelle est davantage présent pour des pièces de bois de plus grandes dimensions.

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon EC5 [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
Nora-2.1	120,16	About	111,7	118,7
Nora-2.2	124,82	About	111,7	118,7
Nora-2.3	141,92	About	111,7	118,7
Nora-2.4	113,51	About	111,7	118,7
Nora-2.5	146,01	About	117,7	125,2
Nora-2.6	143,92	About	111,7	118,7

TABLE 11.2 – Rupture et dimensionnement des embranchements à 40° de section 8/23 établis par Nora Poelvoorde

Davantage de valeurs enregistrées lors de ces essais se trouvent en *Annexe E.5*

11.3. Interprétation des résultats

La concordance entre le type de rupture obtenue en laboratoire et celle prédite par les deux techniques de dimensionnement rend cette configuration intéressante. L'interprétation faite lors des essais précédents reste valable. Les chemins de charges considérés sont à nouveau ceux qui minimisent la quantité de matière requise pour reprendre les efforts. Cependant, à présent, ce sont les limites géométriques des surfaces de l'about qui bornent la quantité d'efforts pouvant y être transférée (*Section 8.2.2*).

Il faut bien noter que ces essais n'ont pas été effectués par l'étudiant. Certains détails ou considérations n'ont donc pu être pris en compte.

12. Embrèvements à 25° avec imprécision

12.1. Mode opératoire et résultats des essais

Bien que toutes les interprétations faites jusqu'à présent aillent dans le même sens, tous les assemblages testés sont des assemblages simples de géométrie similaire. Par ailleurs, même si la méthode des champs de contraintes discontinus - sous les restrictions faites en [Section 10.4](#) - s'avère efficace pour le dimensionnement d'assemblage en bois, certaines caractéristiques restent floues. Une de celles-ci est la répartition des efforts entre la surface d'about et de pas. Les interprétations de l'EUROCODE 5 stipulent qu'il n'y a pas de frottement entre ces surfaces de contact, et que l'effort est centré par rapport à chacune des surfaces. La norme suisse SIA 164^[Sia164] ([Section 5.5.1](#)) va quant à elle jusqu'à ne pas admettre de contact au sein des surfaces de pas. C'est vers cette optique que la prochaine configuration testée se dirige. Dans le but de s'assurer de la bonne répartition des efforts, les surfaces de pas ne seront donc plus en contact. Comme précédemment, des embrèvements ayant un angle $\beta = 25^\circ$ et une section 8/23 sont utilisés, la seule différence étant ici que l'arbalétrier est coupé davantage afin de laisser un espace entre les deux surfaces de pas. Ce sifflet augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'about. Le plan des échantillons correspondant à ce cas se trouve en [Annexe D](#) sous la référence AS.02.02. Ces cas ont été traités de manière théorique en [Section 5.5.1](#) et [Section 8.2.3](#).

À nouveau, les échantillons sont testés à une vitesse de $0,033\text{mm/s}$ sur le banc d'essai. Afin d'assurer l'équilibre, un matelas de Néoprène a été placé entre l'arbalétrier et le plateau de mise en charge. Des rouleaux sont utilisés pour reprendre les efforts au niveau de l'appui inférieur. La [Figure 12.1](#) reprend les courbes force-déplacement obtenues lors de ces essais.

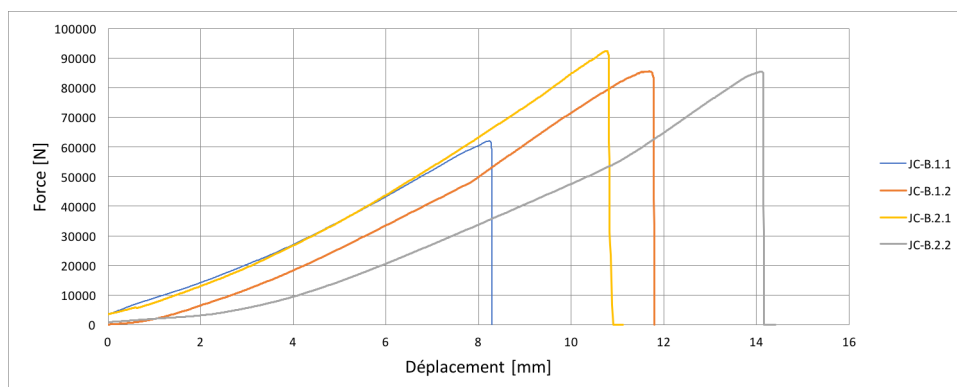


FIGURE 12.1 – Courbes force-déplacement des embrèvements simples à 25° pourvus d'une imprécision au niveau des surfaces de pas

Les résultats réels et du dimensionnement sont donnés à la [Table 12.1](#). Davantage de données à ce sujet sont également reprises en [Annexe E.6](#).

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon SIA [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
JC-B.1.1	62,06	Talon	76,46	102,40
JC-B.1.2	85,57	Talon	84,54	109,90
JC-B.2.1	92,35	Talon	86,82	112,90
JC-B.2.2	85,50	Talon	83,57	116,60

TABLE 12.1 – Rupture et dimensionnement des embrèvements de 25° pourvus d'une imprécision au niveau des surfaces de pas

Les erreurs commises sont assez surprenantes. Alors que le dimensionnement selon les normes suisses ne dévie que de 8,2%, la méthode des champs de contraintes discontinus n'offre qu'un résultat supérieur à la valeur de rupture de 20,8% près. De plus, bien que les deux méthodes de dimensionnements prévoyaient une rupture par dépassement de la résistance en compression sur la surface d'about, l'ensemble des échantillons a subi une rupture par détachement du talon. Bien qu'elle ne soit pas très visible, la plupart des échantillons ont néanmoins subi une légère interpénétration des fibres au niveau de l'about. En plus de montrer une certaine ductilité locale du bois, ce phénomène montre que la valeur de résistance aux surfaces d'about était presque atteinte.

Un phénomène bien visible permet néanmoins de justifier cette déviation par rapport aux modèles théoriques. Au fur et à mesure de la mise en charge, l'espacement entre l'entrait et l'arbalétrier ne cesse de diminuer (*Figure 12.2* et *Figure 12.3*). Les déformations à l'extrémité de l'arbalétrier ont en effet modifié les conditions théoriques d'essai. Le modèle tel que conçu et étudié en *Section 8.2.3* n'est donc possible que si le matériau est indéformable ou pour de petites sollicitations (ce qui n'est bien évidemment pas le cas pour ces essais).



FIGURE 12.2 – Photo prise au commencement de l'essai



FIGURE 12.3 – Photo prise juste avant la rupture par détachement du talon

12.2. Interprétation des résultats

Bien que les résultats ne soient pas ceux qui étaient espérés, plusieurs conclusions peuvent néanmoins être tirées. Premièrement, considérer qu'il n'y ait pas de contact entre les surfaces de pas tel que l'envisage la norme suisse SIA164 n'est pas correct. Les déformations tendront en effet à joindre les surfaces, même si ce n'est que dans une certaine proportion. Deuxièmement, il est possible de définir un modèle de champs de contraintes discontinus reflétant le phénomène aperçu lors des essais (*Figure 12.4*).

Les résultats obtenus en appliquant cette modélisation sont plus proches des résultats obtenus en laboratoire, mais la rupture reste située au niveau du talon.

Cependant la configuration représentée à la *Figure 12.4* ne correspond pas à l'optimum

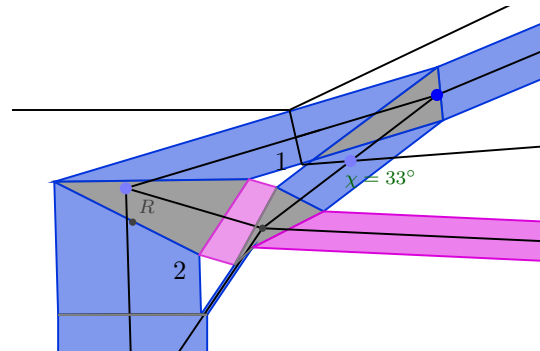


FIGURE 12.4 – Rectification du modèle GEOGEBRA pour l'embrèvement de 25° ayant une imprécision de surface

selon les chemins de charges, mais à l'état qui s'en approche le plus et qui respecte les conditions de bord. Afin d'atteindre les chemins de charges optimaux, l'angle χ doit être inférieur à 33°. Cela est en contradiction avec les conditions de bords, mais explique la rupture rencontrée lors de ces essais. Lors de la mise en charge les efforts horizontaux de la charge appliquée sur le pas sont repris essentiellement par l'about, car l'angle de frottement statique étant dépassé, le frottement induit un déplacement ou dans le cas présent une déformation. La composante verticale de l'effort transmise par le pas est néanmoins reprise par le pas. En abrogeant la condition de bord faite sur le frottement et en modélisant à nouveau cette configuration, les résultats suivants obtenus se trouvent dans le tableau *Table 12.2*

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
JC-B.1.1	62,06	Talon	73,4
JC-B.1.2	85,57	Talon	79,2
JC-B.2.1	92,35	Talon	82,1
JC-B.2.2	85,50	Talon	83,5

TABLE 12.2 – Rupture et dimensionnement des embrèvements de 25° pourvus d'une imprécision au niveau des surfaces de pas

Les chemins de charge optimaux requièrent un angle χ de 26°. Afin d'obtenir la charge de rupture telle que donnée par le *Table 12.2*, il a fallu convertir les charges horizontales sollicitant le pas en contraintes de compression selon l'axe des fibres dans l'about et en contraintes de cisaillement réparties sur le talon. Un élargissement des dimensions du noeud situé dans le talon a été fait par le même facteur que dans le cas d'un embrèvement simple (*Section 8.4.1*). En analysant les taux de contraintes obtenues par le critère de rupture, une valeur pour la charge de rupture est obtenue. Selon ce nouveau dimensionnement, la rupture s'effectue par un détachement du talon. Les charges de rupture obtenues par le second dimensionnement sont nettement plus proches de la réalité. Ces valeurs ne diffèrent plus que de 9,8% et mis à part pour le premier échantillon dont la charge de rupture est anormalement faible, les charges de dimensionnement sont sécuritaires par rapport à la charge réelle de rupture. Bien que le résultat de cette configuration ne correspond pas à celui prédit dans le dimensionnement théorique (de

par les déformations réduisant l'écart entre les deux surfaces de pas), elle apporte une interprétation intéressante : la répartition des efforts au sein d'un assemblage en bois tendra à optimiser son chemin de charge, même s'il est nécessaire pour cela d'abroger une condition de bord.

La méthodologie utilisée pour avoir ces derniers résultats diffère des analyses précédentes. Lors du premier dimensionnement, aucun contact n'a été considéré entre les surfaces de pas. Or, les essais ont montré qu'à cause des déformations, un contact se créait tout de même entre ces surfaces, un nouveau modèle qui considère un autre mécanisme de rupture a donc dû être créé. Lors de cette nouvelle analyse, il a été considéré que l'angle de frottement était minimum de 33°. Cependant cela a mené à des charges de rupture bien plus grande que celles rencontrées lors des essais. Finalement, en abrogeant l'angle de frottement, un troisième mécanisme de rupture a été imaginé. Les résultats de celui-ci sont concluants. Lors de l'analyse de ce cas, il a donc été nécessaire de trouver dans un premier temps le mécanisme de rupture qui correspond au mieux à celui observé lors des essais. Dès le moment où le mécanisme de rupture correspondant au mieux à la réalité est identifié, il faut déterminer au sein de ce mécanisme la valeur de résistance minimale. Cela est fait par les étapes d'itération entre l'optimisation de chemin de charges et le calcul de la charge de rupture (étape 9 et 10 de la construction des champs de contrainte). En fait, le processus entrepris correspond à appliquer à trois reprises l'approche de l'analyse cinématique du système. Dans un premier temps le mécanisme de rupture est identifié et dans un second temps, au sein de ce mécanisme, la valeur de résistance minimale est calculée. Le but étant de minimiser la charge requise pour la mise en place du mécanisme de rupture le plus plausible. Par l'optimisation des chemins de charges, le résultat qui est trouvé correspond à nouveau à la solution élastique. Cette solution élastique étant en fait un cas particulier de l'analyse plastique.

13. Embrèvements à 25° avec déplacement d'un appui

13.1. Mode opératoire et résultats des essais

La dernière configuration étudiée est similaire aux précédentes ($\beta = 25^\circ$, section 8/23) si ce n'est que l'appui inférieur est situé à 8,5 cm du bord inférieur gauche de l'entrait. Ce cas est intéressant dans le sens où les normes ne différencient pas cette configuration de l'embrèvement simple. Le dimensionnement selon la méthodologie de l'EUROCODE 5 reste donc ici exactement la même que celle décrite en *Section 5.6.1*.

Au niveau du dimensionnement selon les champs de contraintes discontinus, en suivant à nouveau les étapes de construction correspondantes (*Section 8.1*)^(note 59), le diagramme de situation (*Figure 13.1*), le diagramme de forces (*Figure 13.2*) et les contraintes du champ nodal (*Figure 13.3*) peuvent être obtenus.

Une vitesse de 0,033 mm/s est à nouveau utilisée pour la mise en charge qui s'effectue

NOTE 59

Il a seulement fallu repartir du cas général pour un angle de 25° (Section 8.2.1), modifier la position de l'appui inférieur et optimiser les chemins de charges

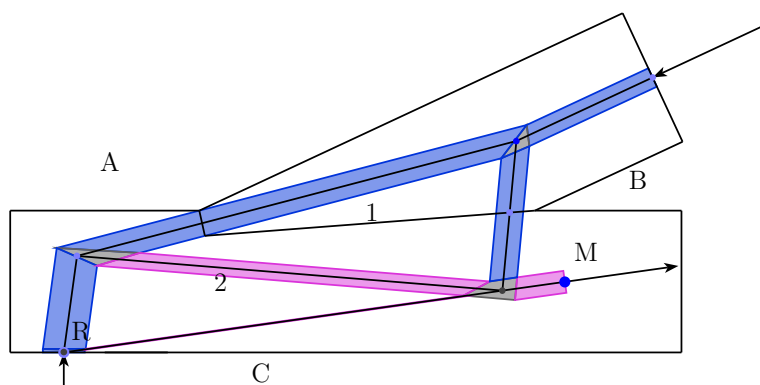


FIGURE 13.1 – Champ de contraintes discontinus optimisé par chemin de charges pour la configuration avec l'appui déplacé

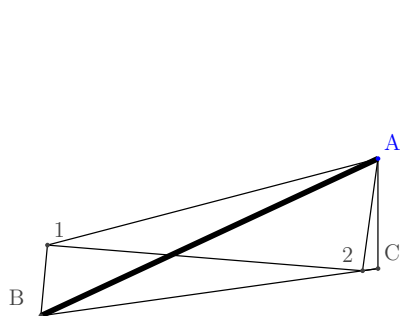


FIGURE 13.2 – Diagramme des forces

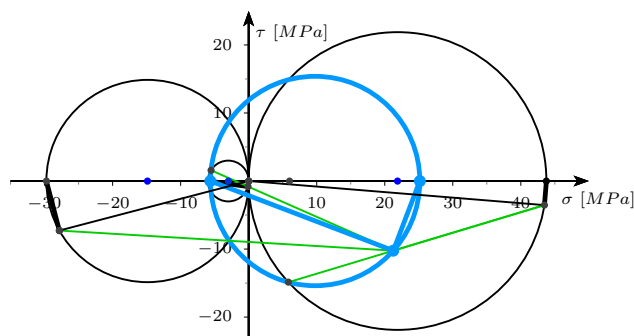


FIGURE 13.3 – Cercles de Mohr pour le champ nodal situé dans le talon

jusqu'à la rupture. L'appui inférieur et l'appui sur lequel est exercée la charge du vérin sont à nouveau des appuis à roulement. Les enregistrements des forces et déplacements se trouvent sur la *Figure 13.4* tandis que les résultats de rupture et de dimensionnement

se trouvent à la *Table 13.1* (détails en *Annexe E.7*). Lors du 4^{ème} essai, un écrasement bref des fibres de l'extrémité de l'arbalétrier s'est produit. S'en est suivi une reprise constante d'efforts aux alentours de 56kN . L'ensemble des ruptures présente toutefois un caractère ductile, et est caractérisé par un dépassement de la résistance à la compression de l'about.

Afin de respecter le critère de rupture au sein du noeud proche du talon, il est nécessaire d'augmenter sa surface d'un facteur de 1,32. Au vu de la place disponible, cela est tout à fait possible.

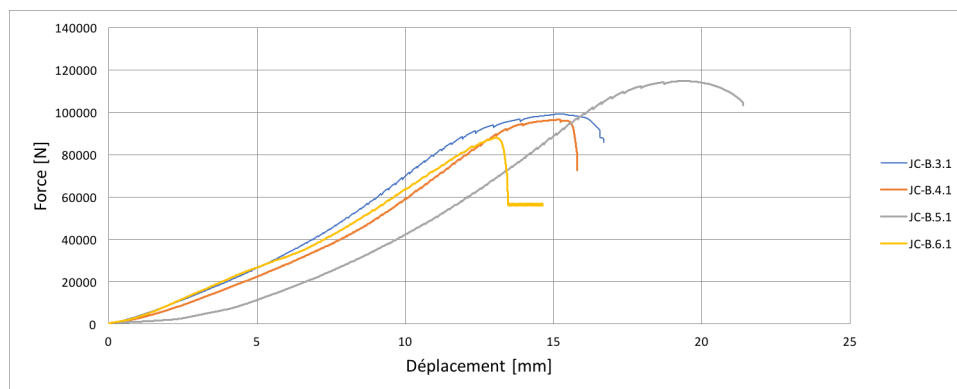


FIGURE 13.4 – Courbes force-déplacement des embrèvements simples à 25° pour l'appui inférieur déplacé vers l'avant

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Surface de rupture	$N_{rupture}$ selon EC5 [kN]	$N_{rupture}$ selon CCD [kN]
JC-B.3.1	99,18	About	89,11	99,60
JC-B.4.1	96,59	About	67,66	88,80
JC-B.5.1	114,77	About	88,48	99,40
JC-B.6.1	89,79	About	78,10	88,50

TABLE 13.1 – Rupture et dimensionnement des embrèvements à 25° pour l'appui inférieur déplacé vers l'avant de l'entrait

L'erreur de calcul commise par le dimensionnement selon l'EUROCODE 5 est de 19,0% tandis que la méthode des champs de contraintes discontinus offre des résultats à 5,8% près.

13.2. Interprétation des résultats

En plus de fournir des résultats de dimensionnement opportun du point de vue de la méthode des champs de contraintes discontinus, cette configuration est très intéressante, car la différence qu'elle implique n'est pas perceptible au niveau du dimensionnement selon l'EUROCODE 5. De plus, pour une même géométrie d'assemblage, le type de rupture est différent que dans le cas général d'un embrèvement à 25° avec un appui à 10 cm du bord inférieur gauche. Étant donné que le chemin de charge optimal a été utilisé lors du dimensionnement, l'interprétation des résultats faite en *Section 10.4* reste valide. On remarque néanmoins que afin de pouvoir résister, le noeud situé près du talon doit être davantage augmenté que pour les autres configurations. Rien ne nous empêche à nouveau de le faire car il y a suffisamment de matière disponible autour de ce noeud que pour pouvoir reprendre des efforts. Cependant, aucune valeur n'a pu permettre d'identifier dans quelle mesure il est possible d'augmenter la taille de ce noeud.

Conclusion

Suite à une prise de conscience de l'être humain face au déséquilibre environnemental et aux atouts que le bois offre par rapport à des matériaux plus récents, l'intérêt pour le bois en tant que matériau structural dans la construction moderne s'est accru lors des dernières décennies. Plus précisément, les assemblages ne comportant que du bois suscitent un regain d'attention de par les avantages qu'ils offrent par rapport à leurs homologues contenant de l'acier, tels que leur capacité à résister au feu et leur coût de production réduit.

Cependant, les normes actuelles (EUROCODE 5^[NBN05]) ne proposent pas de méthode de dimensionnement complète des assemblages bois-bois et favorisent l'utilisation des assemblages comportant du métal. Bien qu'il soit toujours possible de faire recours aux éléments finis par la méthode des champs de contraintes continus, cette solution demande du temps et un certain niveau de connaissances pour l'ingénieur qui l'utilise. Dans le but de trouver une méthode alternative, Corentin Fivet^[Fiv12] a recherché les modalités permettant l'étude des assemblages en bois par manipulation graphique à l'aide de la statique graphique des champs de contraintes discontinus. Bien que, suite à ce travail, cette manipulation se soit avérée efficace, certaines hypothèses nécessaires faites sur le comportement du bois n'ont pu être vérifiées. De ce fait, si la prise en compte d'un comportement ductile du bois ne pouvait être admise, alors l'emploi du théorème statique de la théorie plastique ne pouvait être autorisé, et la méthode s'avérerait inapplicable dans le cas des assemblages en bois.

La vérification du comportement du bois peut se faire de façon expérimentale par des essais en laboratoire d'assemblages à taille réelle. C'est la procédure qui a été employée par Nora Poelvoorde^[Poe15] qui a testé diverses configurations d'embrèvements jusqu'à leur rupture. Malheureusement, les résultats obtenus lors de ces essais n'ont pas permis la validation de l'application des champs de contraintes discontinus au sein d'assemblages bois-bois.

Partant des recherches susmentionnées, l'objectif de ce travail est de valider la méthode des champs de contraintes discontinus au sein d'assemblages bois-bois. En particulier, le volet théorique basé sur les études de Corentin Fivet, a été renforcé et le volet expérimental initié par Nora Poelvoorde a été réanalysé et de nouveaux essais ont été menés.

Il est difficile d'étudier des éléments en bois si le matériau lui-même n'est pas suffisamment défini. Son comportement est en effet d'autant plus complexe que celui du béton ou du métal de par son origine biologique et son anisotropie. La première des trois parties de ce travail a donc consisté à déterminer exhaustivement le matériau bois. Bien qu'il présente une certaine ductilité en compression, les sollicitations en traction sur le bois sont reprises de manière élastique. Rien ne prouve toutefois que cela discrédite tout comportement ductile lorsqu'un assemblage est considéré dans son ensemble. Il est donc possible que les propriétés fragiles du bois en traction soient entravées lorsque la traction est mêlée à d'autres sollicitations. Afin de prendre en compte la superposition

de diverses contraintes, il a donc été nécessaire de définir un critère de rupture propre au bois. Partant du Modèle de Tsai-Wu et des recherches du professeur T. van der Put, un critère de rupture prenant en compte des sollicitations de traction, de compression et de cisaillement a été défini. Il est donc plus complet que le critère de résistance développé par Hankinson et al. car, il prend en compte le cisaillement. De plus, il a l'avantage de ne se résumer qu'à une seule expression.

Après avoir analysé en détail le comportement du bois, les valeurs des propriétés mécaniques du bois telles que les résistances et les phénomènes pouvant les influencer ont été déterminées. En plus des éléments visibles pouvant faire varier ces résistances (tels que la présence de nœuds et de fissures), il a été montré que l'hygrométrie, la durée de chargement et la masse volumique ont une influence considérable sur les propriétés mécaniques du bois.

La mesure principale analysée lors des essais expérimentaux étant la charge de rupture, il est de plus nécessaire de connaître les résistances moyennes du bois et non les résistances caractéristiques données par les normes ^[NBN166]. Par la notion statistique de coefficients de variation, ces résistances ont pu être obtenues.

Une fois les lois de comportement du bois analysées et les résistances connues, différentes configurations d'embrèvements ont été dimensionnées dans une seconde partie du travail. Afin que l'analyse du dimensionnement par les champs de contraintes discontinus soit la plus complète, les résultats ont été comparés avec une autre méthode de dimensionnement. La charge de rupture de diverses configurations d'embrèvements a donc été déterminée par la méthode relative à l'EUROCODE 5 ^(note 60). Plusieurs considérations limitent néanmoins le champ d'application de cette méthode :

- plusieurs restrictions sur ce type d'assemblage y sont faites, telles que sur la profondeur de l'embrèvement ou sur les possibilités d'angle entre l'arbalétrier et l'entrait ;
- certaines hypothèses de calcul telles que la négligence du frottement entre les pièces de bois s'avèrent erronées ;
- la méthode n'apporte pas de solution ou de piste face aux configurations sortant des restrictions susmentionnées. Par exemple, il n'est dès lors pas possible de savoir comment se comporte un embrèvement pour lequel une charge est appliquée sur le talon.

Il a été montré qu'un dimensionnement par la manipulation graphique des champs de contraintes discontinus peut apporter une solution à l'ensemble de ces restrictions. Il faut cependant vérifier que ce modèle peut bien être appliqué au bois. Pour ce faire, les différentes hypothèses à poser ont tout d'abord été détaillées. Ensuite, les quatre éléments constitutifs de la méthode ont été définis :

- les schémas bielles-et-tirants, qui sont à l'origine de la création des champs de contraintes discontinus, dans le sens où ils correspondent aux axes d'un champ et qu'ils permettent l'évaluation des efforts y passant ;
- les conditions de bord, qui doivent être vérifiées pour que la transmission des efforts soit possible ;
- les champs de contraintes rectilignes, par lesquels transitent les efforts ;
- les champs nodaux, qui permettent le transfert des charges entre des différents champs rectilignes.

Bien qu'avec les outils définis jusqu'à présent la méthode puisse être appliquée aux assemblages, sa manipulation reste fastidieuse car manuelle. L'apport de la statique graphique rend de ce fait la manipulation plus aisée et efficace. Les notions de base de la méthode ont donc été définies, ainsi que les extensions qui peuvent être apportées par la manipulation par ordinateur des champs de contraintes discontinus. L'apport

NOTE 60

Il est important de souligner que l'EUROCODE 5 ne fournit pas un dimensionnement spécifique aux embrèvements. Les règles de calculs des structures en bois procurées par la norme sont appliquées à un embrèvement

dynamique de la statique graphique permet en effet d'une part d'obtenir une simultanéité des modifications dans le diagramme de situation et dans le diagramme des forces, ce qui permet de connaître pour toute position des nœuds d'un système réticulé la force qui transite par chacune des barres, et donc de connaître l'épaisseur nécessaire du champ rectiligne de. D'autre part, la statique graphique pourrait permettre l'analyse des domaines géométriques en tant qu'éléments contraignant les résistances et l'emplacement des nœuds ce qui faciliterait le dimensionnement. Directement liées à ces domaines géométriques, plusieurs contraintes peuvent être néanmoins apportées au système :

- conditions de bord ;
- contrainte sur les champs rectilignes ;
- contrainte sur les champs nodaux ;
- contrainte de non-superposition des charges.

Il reste encore à déterminer de la manière la plus appropriée possible, les chemins probables par lesquels transitent les efforts. N. Kostic^[Kos09] constate que la distribution des efforts au sein de la matière suivrait la configuration la plus simple possible tandis que W. Zalewski^[Zal80] mentionne que cette configuration doit être la plus naturelle et la plus appropriée possible^(note 61). Grâce à l'utilisation des équations de Maxwell^[Max64] il a été possible de calculer un chemin de charges optimal pour toute configuration d'embranchements. Ce chemin de charges correspond d'une part à la quantité minimale de matière que le système doit mobiliser pour reprendre les efforts et d'autre part à la raideur maximale de ce système.

Il a ensuite été possible de construire les champs de contraintes discontinus pour différentes configurations d'embranchements. Celles-ci correspondent à celles testées expérimentalement.

La troisième partie du travail concerne les essais expérimentaux menés au laboratoire. Elle reprend d'une part les essais de caractérisation du matériau bois qui ont permis de classer précisément les échantillons utilisés lors des essais ; ainsi que de vérifier les valeurs de coefficient de variation et les autres recherches faites sur le bois dans la première partie du travail.

D'autre part, elle détaille les essais réalisés sur des embrèvements à taille réelle. En plus des configurations adoptées par Nora Poelvoorde, de nouvelles ont également été créées, testées et analysées.

Ces essais ont permis de déterminer dans quelle mesure la méthode des champs de contraintes discontinus peut être appliquée au bois. Il s'avère qu'elle offre dans l'ensemble un résultat de dimensionnement plus correct que la méthode issue de l'EUROCODE 5. En plus de fournir une charge de rupture plus exacte, le type de rupture qu'elle prévoit reflète les résultats obtenus lors des essais.

Le dimensionnement par manipulation graphique a été réalisé sur base du chemin de charges optimal. Si le matériau possédait une capacité ductile, alors la redistribution des efforts serait possible dès le moment où la résistance plastique est atteinte dans l'assemblage. Un mécanisme différent serait en effet activé pour continuer à reprendre les efforts. Dès lors, si la charge de rupture mesurée en laboratoire s'avérait plus importante que la charge de dimensionnement calculée, ou que le mécanisme de rupture différerait de celui prédit, alors le théorème statique de la théorie plastique pourrait être appliqué au bois. Cependant, les résultats obtenus lors des essais montrent que le bois a un comportement qui ne quitte pas le chemin de charges optimal. L'hypothèse de comportement ductile n'est donc pas vérifiée dans le cadre des assemblages en bois.

Les résultats de la méthode de dimensionnement par champs de contraintes discontinus concordant suffisamment aux charges de rupture mesurées lors des essais, ce travail ouvre néanmoins la voie vers une nouvelle méthode de dimensionnement des assemblages en

NOTE 61

Ces constatations ont sans doute été faites antérieurement par d'autres scientifiques, mais la source convenable n'a pas pu être définie

bois proche de la manipulation par champs de contraintes discontinus. Étant donné que les chemins de charges optimaux correspondent aux typologies maximisant la raideur, le dimensionnement des assemblages bois-bois peut dès lors s'effectuer par une analyse élastique plutôt que plastique utilisant les schémas bielles-et-tirants et les chemins de charges optimaux. Elle ne peut donc pas considérer le comportement ductile dans le cadre de la distribution des efforts par les chemins de charges.

La description de cette nouvelle méthode de dimensionnement a principalement été fondée sur l'interprétation des seize essais, effectués sur des embrèvements de 25° au modèle théorique. Les essais effectués par Nora Poelvoorde sur des embrèvements de 40° ont mené aux mêmes conclusions. Les essais menés sur des assemblages de 25° ayant une imprécision de contact au niveau du pas ont quant à eux montré que même si une condition de bord tel que le frottement n'est pas vérifiée, les charges transiteront par le chemin de charges optimal. La dernière configuration étudiée dans le cadre de ce travail permet de se rendre compte que la simple modification de l'emplacement de l'appui inférieur de l'embrèvement engendre des charges et un type de rupture différents de la configuration de base. En plus de fournir des résultats plus précis par rapport à la méthodologie décrite selon l'EUROCODE 5 pour la quasi-totalité des essais, la méthode développée dans le cadre de ce travail apporte une solution au dimensionnement au cas où l'appui inférieur a été déplacé alors que le calcul selon l'EUROCODE 5 ne le distingue pas de la configuration générale d'un embrèvement simple de 25°.

Poursuite du travail

Ce travail a permis une avancée théorique et expérimentale considérable dans l'analyse des champs de contraintes discontinus. La méthode basée sur les travaux de Corentin Fivet^[Fiv12] a été consolidée. Elle a pu être appliquée à diverses configurations d'embrèvements. Cependant, le logiciel de géométrie dynamique GEOGEBRA utilisé présente des limites. Les contraintes apportées dans le système par l'extension de la statique graphique n'ont pu être que partiellement implémentées. L'implémentation de la méthode dans un programme plus adéquat tel que GRASSHOPPER^[Dav] sous RHINO^[McN] permettra de rendre le dimensionnement plus aisé, rapide et précis. De plus, ce programme qui est actuellement fortement utilisé par les ingénieurs peut permettre une automatisation de l'optimisation des chemins de charge.

Bien que la méthode définie dans ce travail s'avère efficace pour diverses configurations d'embrèvements, il est nécessaire de la vérifier pour d'autres types d'assemblages bois-bois^(note 62).

En plus d'effectuer de nouvelles séries d'essais à d'autres assemblages, il est judicieux de s'intéresser aux déformations qui se produisent lors de la mise en charge. Cela peut être fait par une corrélation digitale d'image (DIC)^{[Bla15] [Reb15]}, même si les applications de cette méthode ne sont pas très répandues jusqu'à présent dans le domaine du bois. Par l'utilisation de ce type d'analyse permettra de voir avec précision l'évolution des champs de contraintes au sein de l'assemblage. Il sera néanmoins requis de prendre en compte plus rigoureusement des facteurs tels que la pente des fibres, la direction des cernes et le taux hygrométriques.

Ce travail a montré que l'analyse plastique des assemblages en bois ne peut être effectuée telle que cela est fait pour le béton. Néanmoins, certaines configurations d'assemblages renforcées par des tiges filetées peuvent présenter une certaine ductilité. Ces applications font l'objet de recherches par l'équipe de Martin Trautz^[Tra09]. Dès lors, bien que les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de ce travail discréditent le comportement ductile du bois, celui-ci peut être à nouveau considéré dans le cas d'assemblages renforcés. De plus, certaines notions définies dans la partie théorique (tel que les domaines géométriques) n'ont pas pu être exploitées davantage de par l'absence de ductilité au sein des assemblages. Elles peuvent être analysées à nouveau dans le cas d'assemblages renforcés.

Finalement, certains assemblages peuvent être sollicités dans trois directions. Élargir le modèle à la troisième composante proposerait un dimensionnement à tous les types d'assemblages^(note 63).

NOTE 62

Une extension pour les assemblages collés, ou les assemblages faits de bois lamellés-collés peut également être faite, mais il est préférable de se concentrer dans un premier temps à des assemblages bois-bois

NOTE 63

Des recherches sur l'extension de la statique graphique à la troisième dimension sont actuellement en cours à l'UCL^[Jas14]

IV

Annexes

	Bibliographie	130
A	Modèle élastoplastique dans le cas d'une poutre en flexion	136
B	Modèle d'ajustement des propriétés mécaniques selon le taux hygrométrique	139
B.1	Modèle d'ajustement linéaire	
B.2	Modèle surfacique	
B.3	Modèle de distribution normale	
B.4	Modèle de distribution de Weibull	
C	Valeurs de résistance de rigidité et de masse volumique selon la norme EN338	142
D	Plans d'échantillons	143
E	Essais Expérimentaux	148
E.1	Essai de flexion	
E.2	Essai de compression	
E.3	Taux de déformation du matelas de Néoprène	
E.4	Embrèvement de 25°	
E.5	Embrèvement de 40°	
E.6	Embrèvement de 25° avec imprécision	
E.7	Embrèvement de 25° avec déplacement d'un appui	
F	Implémentations MATLAB	151
F.1	Résistances en dehors des axes orthotropes - critère de Hankinson	
F.2	Évaluation du critère de rupture en fonction des champs de contraintes	
F.3	Dimensionnement d'embrèvements selon la méthodologie de l'Eurocode 5	
F.4	Évaluation du critère de rupture au sein du talon	
F.5	Évaluation du critère de rupture au sein du champ nodal	
F.6	Modèle surfacique de l'influence hygrométrique sur les propriétés mécaniques du bois	

Bibliographie

- ALLEN E., ZALEWSKI W. *Form and Foces : Designing Efficient, Expressive structures*. Wiley et Sons, 2009 (cf. p. 69).
- APLIN E.N., GREEN D.W., BARETT J.D. « The influence of moisture content on the flexural properties of douglas fir dimension lumber ». In : *United States Department of Agriculture, Forest Products Laboratory, Research Paper FPL-475* (1986) (cf. p. 140).
- ATTACK D., TABOR D. « The Friction of wood ». In : *The royal society publishing* (1958) (cf. p. 63).
- BAKER W.F., BEGHINI A., MAZUREK A. « Applications of structural optimizarion in architectural design ». In : *Proceedings of the ASCE structures congress* (20126) (cf. p. 75).
- BARETT J.D., FOSCHI R.O. « Duration of load and probability of failure in wood - Part 1 : modelling creep rupture ». In : *Canadian Journal Civil Engineering* Vol 5.N. 4 (1978), (cf. p. 33).
- BAXTER S.C JOHNSON A., FRALICK B.S. « Revisiting graphical statics ». In : *ASEE* (2015). Conference paper (cf. p. 69).
- BEGHINI L.L., CARRION J., BAKER W.F. « Structural optimisation using graphic statics ». In : *Structural and Multidisciplinary Optimization* (2014) (cf. p. 70, 74).
- BLABER J., ADAIR B., ANTONIOU A. « Ncorr : Open-Source 2D Digital Image Correlation Matlab Software ». In : *Experimental Mechanics* (2015) (cf. p. 127).
- BLOCK - RESEARCH GROUP - ETH ZURICH. *eQuilibrium - an interactive, graphic static-based learning platform for structural design*. 2012. URL : <http://block.arch.ethz.ch/equilibrium> (cf. p. 72).
- BOHANNAN B. « Effect of size on bending strength of wood members ». In : *Forect Service Research, US Department of Agriculture Paper FPL 56* (1966) (cf. p. 30).
- BOLDRINI S. « Le secteur du sciage en Belgique - Besoins en matière première et production ». In : *Fédération Nationale des Scieries* (2011) (cf. p. 20).
- BRANDNER R., SCHICKHOFER G. « Length effects on tensile strength in timber members with and without joints ». In : *Material and joints in timber structures - recent developments technology* (2014), p. 751–760 (cf. p. 30).
- BRUNNER M. « On the plastic design of timber beams with a complex cross section ». In : *WCTE - Canada* (2000) (cf. p. 136).
- CAP J.F. « Calcul organique du béton - Séance 3 : Principe de base du calcul des structures en béton armé ». In : *LAUCE 2031*. Note de cours donné à l'Ecole Polytechnique de Louvain. 2015 (cf. p. 36, 60).
- CENTRE TECHNIQUE DU BOIS ET DE L'AMEUBLEMENT. *Structure en bois aux états limites – Introduction à l'eurocode 5 et l'eurocode 8*. 1996 (cf. p. 139).
- CLOUSTON C. *The Tsai-Wu Strength Theory for Douglas-fir Laminated Veneer*. The University of British Columbia, 1995 (cf. p. 25, 26).
- CREMONA L. *Corso di statica grafica*. Regio Istituto Tecnico Superiore - Milano, 1868-1869 (cf. p. 69).

- CULMANN C. *Die graphische statik*. Zurich - Meyer und Zeller, 1866 (cf. p. 69).
- DAVIDSON S. *Grasshopper - Algorithmic modeling for rhino*. Consulté en aout 2017. URL : <http://www.grasshopper3d.com/> (cf. p. 127).
- DESCAMPS T. *Dimensionnement et technologie des structures en bois, introduction à l'Eurocode 5*. T. vol 1. Université de Mons - Faculté Polytechnique, 2014 (cf. p. 23, 46, 58).
- DESCHUYTENEER A., ZASTAVNI D. « Structural Robustness at the conceptual stage ». In : *IABSE Workshop Helsinki - Ignorance, Uncertainty and human errors in structural engineering* (2017). Conference paper (cf. p. 69, 71).
- DIETSCH P., FRANKE S., WINTER S. « Methods to determine wood moisture content and their applicability in monitoring concepts ». In : *Technische Universität München* (2015), p. 1–5 (cf. p. 17, 18, 31).
- DOMOSYSTEM - HUMIDITE ET ENVIRONNEMENT. *Humitest Timb*. Consulté en juillet 2017. URL : <http://www.domosystem.fr/fr/produits/appareils-1/testeur-humidite-materiaux-2/testeur-humidite-bois-33> (cf. p. 93).
- EVANS J.W., EVANS J.K., GREEN D.W. « Computer programs for adjusting the mechanical properties of 2-inch Dimension lumber for changes in moisture content ». In : *United States Department of Agriculture, Forest Products Laboratory, General Technical Report FPL-GTR-63* (1990) (cf. p. 139, 140).
- FIVET C. « Recherche des modalités permettant l'étude des assemblages en bois par manipulation graphique de champs de contrainte discontinus ». Travail présenté en vue de l'obtention du certificat d'université le bois dans la structure - orientation structure. École Polytechnique de Louvain, mai 2012 (cf. p. 10, 63, 64, 66–68, 71–74, 122, 127).
- FIVET C. « Constraint based graphic statics - A geometrical support for computer aided structural equilibrium design ». Thèse de doctorat. Ecole polytechnique de Louvain - LOCI, 2013 (cf. p. 70, 71).
- FIVET C., ZASTAVNI D. « A fully approach for interactive constraint-based structural equilibrium design ». In : *Elsevier - Computer-Aided Design* Vol 61 (2015), p. 42–57 (cf. p. 71).
- FRIDLEY K.J., TANG R.C., SOLTIS L.A. « Moisture effects on load duration behavior of lumber part 1 : Effect of constant relative humidity ». In : *Wood and fiber science* Vol. 23 (1991), p. 114–127 (cf. p. 33).
- GERHARDS C. C. « Time related effects on wood strength : a linear cumulative damage theory ». In : *Wood Science* (1979), p. 139–144 (cf. p. 33).
- GERHARDS C. C. « Effect of moisture content and temperature on the mechanical properties of wood : an analyse of immediate effects ». In : *Forest Products laboratory. Forest Service, U.S. Department of Agriculture* (1980) (cf. p. 19, 31).
- GREEN D.W., EVANS J.W., APLIN E.N. « Predicting the effect of moisture content on the flexural properties of douglas fir dimension lumber ». In : *Wood and fiber science* Vol. 20 (1987), p. 107–131 (cf. p. 139).

- GREEN D.W., PELLERIN R.F., KRETSCHMANN D.E. *Moisture content and tensile strength of douglas fir dimension lumber*. T. Research paper FPL - RP - 497. United States Department of Agriculture - Forest Service - Forest Products Laboratory, 1990 (cf. p. 140).
- GUPTA R., SINHA A. « Effect of grain angle on shear strength of Douglas Fir wood ». In : *Holzforschung* (2012) (cf. p. 24, 31).
- HANKINSON R. L., « Investigation of crushing strength of spruce at varying angle of grain ». In : *Washington DC : US Ais Service Inform Circular III.259* (1921) (cf. p. 24, 25).
- HEYMAN J. *Basic Structural Theory*. Cambridge University Press, 2008 (cf. p. 60).
- HOUT INFO BOIS. *Bois - guide poue le bon usage*. Document réalisé dans le cadre du programme Interreg IV A France-Wallonie-Vlaanderen, 2012 (cf. p. 9, 15, 18–20, 32).
- HOUT INFO BOIS. « Etat de la construction bois en Belgique 2015-2016 ». In : (2017). Poursuite des enquêtes 2011-2012 et 2013-2014 menées par Hout Info Bois (cf. p. 9).
- INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE. *GeoGebra Math Calculators with Graphing, Geometry, 3D, Spreadsheet, CAS and more*. 2017. URL : <https://www.geogebra.org/> (cf. p. 72).
- JASIENSKI J-P., FIVET C., ZASTAVNI D. « Various perspectives of the extension of graphic statics to the third dimension ». In : (2014). Proceedings of the IAS-SLTE 2014 Symposium : Shells, membranes and spatial structures (cf. p. 127).
- JOINT COMMITTEE OF STRUCTURAL SAFETY. « Probabilistic model code - Part3 : Resistance model ». In : (2001) (cf. p. 37).
- KEYLWERTH R. « Einfache Kontrollmessung bei der Holztrocknung ». In : *Holz-Zentralblatt* Vol. 75 (1949), p. 307–309 (cf. p. 18).
- KING D.A. « The adaptative significance of tree height ». In : *The american naturalist, University of chicago press* Vol. 135.n. 6 (1990), p.809–828 (cf. p. 15).
- KOHLER J., SORENSEN J.D., FABER M.H. « Probabilistic modeling of timber structures ». In : *Structural safety* Vol. 29 (2007), p. 255–267 (cf. p. 36).
- KOLB J. *Bois - systèmes constructifs*. Seconde édition. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2011 (cf. p. 9).
- KOLLMANN F.F.P., CÔTÉ W.A., *Principles of wood science and tehnology*. T. vol 1. Springer Berlin Heidelberg, 1968. ISBN : 978-3-642-87928-9 (cf. p. 17, 18, 63).
- KOSTIC N. « Topologie des champs de contraintes pour le dimensionnement des structures en béton armé ». Thèse de doctorat. Thèse de doct. Ecole polytechnique de Lausanne, Ibéton, 2009 (cf. p. 59, 65, 74, 124).
- KRETSCHMANN. *Wood handbook – wood as an engineering material – chapter 5 and 7*. T. General Technical Report FPL-GTR-190. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2010 (cf. p. 16, 19, 30–32, 36, 100).

- LARSEN H.J. « Properties affecting reliability design of timber structures ». In : *Seminar on Reliability of timber structures*. Portugal. 2001 (cf. p. 31, 35).
- LATTEUR P. *Calculer une structure - de la théorie à l'exemple*. 5^{ème} édition. Harmattan-Academia, 2012 (cf. p. 75, 76).
- LATTEUR P. « Structure en bois ». In : *LAUCE 2183*. Note de cours donné à l'Ecole Polytechnique de Louvain. 2015 (cf. p. 23, 49, 58, 64).
- MARJAC. *Charpente centrale église St-Girons de Monein*. Consulté en aout 2017. URL : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Charpente_centrale_%C3%A9glise_St-Girons_de_Monein.jpg (cf. p. 39).
- MARTI P. « Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design ». In : *American Concrete Institute Journal - Technical paper* Vol 82-4 (1985), (cf. p. 67).
- MARTIN B.T., SANDERS D.H. *Verification and implementation of strut and tie model in LFRD bridge design specifications*. American association of state highway et transportation officials (AASHTO), 2007 (cf. p. 66, 67).
- MAUNUS A.R., FONSELIUS M., TORATTI T. « Reliability analysis of timber structures ». In : *VTT Research notes* (2001) (cf. p. 36).
- MAXWELL J.C. « On Reciprocal figures and diagram of forces ». In : *Philosophical Magazine* Vol 27 (1864), p. 250–261 (cf. p. 69, 75, 124).
- MCNEEL R. AND ASSOCIATES. *Rhinoceros - concevoir, modéliser, présenter, réaliser*. Consulté en aout 2017. URL : www.rhino3d.com (cf. p. 127).
- MENDERLIER C., DE FURSTENBERG T. « Etude de faisabilité de structures en bois drone-compatible ». Travail de fin d'étude promu par P. LATTEUR. Ecole polytechnique de Louvain - Université Catholique de Louvain, 2017 (cf. p. 63).
- MURRAY Y.D. *Manual for LS-DYNA Wood Material Model 143*. U.S. Department of transportation - Federal Highway Administration, 2007 (cf. p. 25).
- MUTTONI A., FERNANDEZ RUIZ M. « Champs de contraintes pour le béton structural ». In : *Tracés* 5 (2007), p. 17–21 (cf. p. 60, 65).
- MUTTONI A., FERNANDEZ RUIZ M., KOSTIC N. *Champs de contraintes et méthode de bielles-et-tirants : Applications dans la conception et le dimensionnement des structures en béton armé*. Syllabus. Laboratoire de construction en béton IBÉTON, Faculté de l'environnement naturel, architectural et construit ENAC, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne EPFL, 2011 (cf. p. 60).
- MUTTONI A., FERNANDEZ RUIZ M., NIKETIC F. « Design versus assessment of concrete structures using stress fields and strut-and-tie models ». In : *ACI Structural Journal* 112.5 (2015), p. 605–616 (cf. p. 60, 65).
- NATTERER J., SANDOZ J.-L., REY M. *Construction en bois - Matériau, technologie et dimensionnement*. T. vol 13. Traité de génie civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2000. ISBN : 2-88074-400-8 (cf. p. 21, 22, 46, 50, 58).
- NBN B 16-520. *Classement visuel du bois de structure à section rectangulaire*. Norme belge enregistrée, 2009 (cf. p. 34).

- NBN EN 14358. *Détermination et caractérisation des valeurs caractéristiques*. Edition de 2007-2016. mise à jour de 2016. Norme belge enregistrée, 2016 (cf. p. 35).
- NBN EN 1995-1-1. *Conception et calcul des structures en bois - Partie 1-1 : Généralité - Règles communes et règles pour les bâtiments*. Edition de 1995-2005. mise à jour de 2005. Norme belge enregistrée, 2005 (cf. p. 10, 25, 32, 41, 51, 122, 136, 137).
- NBN EN 338. *Bois de structure - classes de résistance*. Edition de 2009-2016. mise à jour de 2016. Le contenu de la norme est tiré de la version 2009 tandis que les valeurs numériques proviennent de la mise à jour de 2016. Norme belge enregistrée, 2016 (cf. p. 13, 35, 91, 99, 123, 136).
- NBN EN 384. *Structures en bois - Détermination des valeurs caractéristiques des propriétés mécaniques et de la masse volumique*. Edition de 2004-2010. mise à jour de 2004. Norme belge enregistrée, 2010 (cf. p. 34, 93, 139, 141, 142).
- NBN EN 408+A1. *Structures en bois - Bois de structure et lamellé-collé - Détermination de certaines propriétés physique et mécaniques*. Edition de 2010-2012. mise à jour de 2012. Norme belge enregistrée, 2012 (cf. p. 32, 33, 35, 91, 96, 102, 141, 142).
- NIELSEN M.P., HANSEN L.P. « Foreløbig Rapport vedrørende Brudbetinjelse for træ ». In : *København-Aalborg* (1976) (cf. p. 27).
- NORME SIA 164. *Construction en bois*. Edition de 1981-92. mise à jour 1992. Zurich : Société suisse des ingénieurs et des architectes, 1992 (cf. p. 25, 41, 46, 47, 50).
- N.T. MASCIA, E.A. NICOLAS. « Evaluation of Tsai–Wu criterion and Hankinson’s formula for a Brazilian wood species by comparison with experimental off-axis strength tests ». In : *Taylor and Francis - Wood material Science and ingineering* 7 (2012), p. 49–58 (cf. p. 25).
- PETWOE. *Coast Douglas Fir - Cut through treetrunk*. Photograph of an item shown at an educational fair, consulté en aout 2017. 2006. URL : <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Douglasie.jpg> (cf. p. 15).
- POELVOORDE N. « Validation expérimentale d’analyse par champs de contrainte discontinus à noeuds quasi-hydrostatiques au sein d’assemblages bois-bois ». Travail de fin d’études. Ecole polytechnique de Louvain, 2015 (cf. p. 10, 20, 42, 49, 51, 53, 54, 81, 110, 122).
- REBSTOCK F., BOMARK P., SANDBERG D. « Makerjoint, a new concept for joining members in timber engineering - strength and failure analysis ». In : *Pro Ligno* Vol 11.N. 4 (2015), p. 397–404 (cf. p. 127).
- REDE V., ESSERT S., KODVANI J. « Annual ring orientation effect on bending strength of subfossil elm wood ». In : *Journal Wood Science* Vol 36 (2017), p. 31–36 (cf. p. 17).
- RONDEAUX J.-F., ZASTAVNI D. « Graphical limit state analysis of hyperstatic structures ». In : *IASS Anual Symposium 2016* (2016) (cf. p. 60, 69).
- SHCLAICH J., SCHAEFER K., JENNEWIN M. « Towards a consistent desin of structural concrete ». In : *PCI Journal* Vol. 32 (1987), (cf. p. 64).

- SORENSEN J.D., SVENSSON S., STANG B.D. « Reliability-based calibration of load duration factors for timber structures ». In : *Science Direct - Structural safety* Vol. 27 (2005), p. 153–169 (cf. p. 33).
- STAMM A.J., HARRIS E.E. « Chemical processing of wood ». In : *Publ. Co. Inc., New York* (1953) (cf. p. 18).
- STAPEL P, VAN DE KUILEN J.-W. « Influence of cross section and knot assessment on the strength of visually graded Norway spruce ». In : *European Journal Wood Product* Vol 72 (2014), p. 213–227 (cf. p. 34).
- STEIGER R. « Mech. Eigenschaften von Schweiz. Fichten-Bauholz bei Biege-, Zug-, Druck- and komplizierter M/N-Beanspruchung ». In : *IBK-Bericht* Vol. 221 (1996) (cf. p. 136).
- STRUCTURAL TIMBER EDUCATION PROGRAM. *Structures en bois aux états limites-Introduction à l'Eurocode 5*. Step 1- Matériaux et bases de calcul. Union nationale française de charpente, menuiserie parquets, 1996 (cf. p. 106).
- TRAUTZ M., KOJ C. « Self-tapping screws as reinforcement for timber structures ». In : *Evolution and trends in design - Analysis and construction of shell and spatial structures* (2009) (cf. p. 61, 127).
- VAN DER PUT T.A.C.M. « Failure criterion for timber beams loaded in bending, compression and shear ». In : *wood Material Science and Engineering* Vol. 5 (2010), p. 41–49 (cf. p. 23, 25, 26, 57).
- WILLIAMSON S., GORST N., CLARCK L. « Friction in temporary works ». In : *Health and safety executive* B15 2TT (2003) (cf. p. 63).
- WOODFORUM. *Oregon Pine - Douglas d'europe*. Consulté en aout 2017. URL : <http://www.woodforum.be/fr/essences/oregon-pine-douglas-d'europe> (cf. p. 20).
- XU B. « Modélisation du comportement mécanique d'assemblages bois avec prise en compte de critères de rupture ». Thèse de doctorat. Génie des procédés - Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand, 2009 (cf. p. 97).
- ZALEWSKI W. *The concept of the flow of forces*. Exerpt from notes on structural behavior for architecture students. 1975-1980 (cf. p. 74, 124).
- ZALEWSKI W., ALLEN E. *Shaping structures - Statics*. New York : John Wiley et Sons, 1998 (cf. p. 69, 70, 75).
- ZASTAVNI D. « La conception chez Robert Maillart - Morphogénèse des structures architecturales ». Thèse de doctorat. Ecole polytechnique de Louvain - Unité d'architecture et de génie civil, 2008 (cf. p. 69).

A. Modèle élastoplastique dans le cas d'une poutre en flexion

Le présent travail analyse le comportement plastique du matériau bois lorsqu'il est sollicité. Afin d'introduire ce modèle, la répartition des contraintes dans le cas d'une poutre en flexion est étudiée en introduisant la ductilité du matériau. Bien que le bois aie une rupture fragile en traction, il se comporte tel un matériau ductile en compression. Il est alors modélisé par un comportement élastique en traction et elasto-plastique en compression (*Figure A.2*).

La répartition de contrainte au sein d'une poutre soumise à un phénomène de flexion

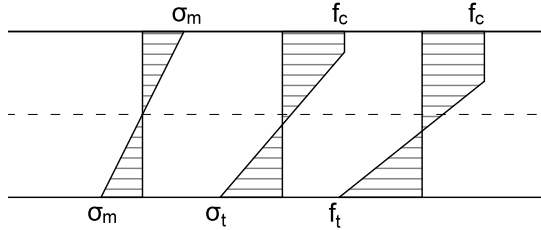


FIGURE A.1 – Distribution des contraintes de plus en plus élevées dans une poutre fléchie

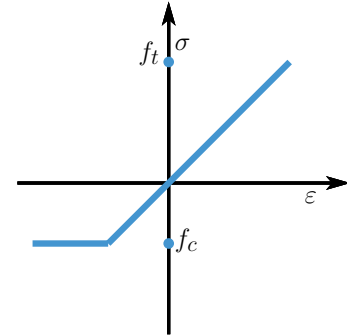


FIGURE A.2 – Relation contrainte déformation dans le cas présent

est selon l'Eurocode 5^[NBN05] linéaire (*Figure A.1* à gauche). La valeur de la contrainte de la fibre extrême en compression est donc égale à celle de la fibre extrême en traction. La rupture s'effectue donc lorsque la contrainte dans l'une des fibres extrêmes atteint la valeur de résistance du matériau. Ce comportement est vrai pour une poutre vérifiant les hypothèses de Bernoulli et dont le matériau la composant réagit élastiquement. Or, ce dernier critère n'est pas justifié dans l'analyse à la rupture du bois. Le comportement du matériau est supposé dans ce cas comme elasto-plastique en compression et élastique-fragile en traction (*Figure A.2*).

En respectant la comptabilité de déformation et en supposant que la ductilité en compression du bois implique une redistribution des efforts, les contraintes en compression sont au plus maximum à la limite d'élasticité du bois. Dès que cette limite est atteinte, les contraintes en compression prennent alors une forme trapézoïdale (*Figure A.1* au milieu). Au plus les sollicitations en flexion augmentent, au plus le plateau d'écoulement plastique augmente (*Figure A.1* à droite). La résistance à la traction n'est dans ce cas pas égale à celle reprise dans les classes^[NBN16b]. Suite à des recherches faites par Thünell^[Bru00] et conformément aux analyses de Van Der Put^[VdPut] par rapport à l'effet d'échelle et la position des contraintes au sein de la section de la poutre, la résistance en traction prise dans ce cas-ci est donnée par :

$$f_{t,\parallel,Thünell} = f_{c,\parallel,classes} \left(\frac{f_{c,\parallel,classes} + f_{m,classes}}{3f_{c,\parallel,classes} - f_{m,classes}} \right)$$

Cette résistance est plus grande que celle donnée dans les classes ce qui rend l'analyse cohérente^(note 64). Utiliser une valeur différente des classes seulement pour la traction est dû à un effet d'échelle bien plus marqué, ce qui n'est pas le cas pour la compression^{[Ste96] [Bru00]}. En prenant appui sur le schéma *Figure A.3* la résultante des efforts et le bras de levier correspondant pour une poutre soumise à un effort de flexion composée sont donnés par :

$$R = b \frac{\sigma_t + \sigma_c}{2} \left(\frac{(h-x)\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_c} - \frac{\sigma_c(h-x)}{\sigma_t + \sigma_c} \right)$$

$$e = \frac{h}{2} - \frac{h-x}{3}$$

NOTE 64

Si la résistance en traction était inférieure à celle en compression, alors la rupture se produirait avant la création d'un palier d'écoulement plastique, sauf dans le cas d'une flexion composée

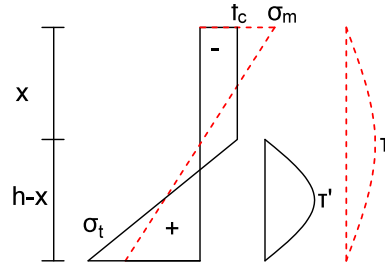


FIGURE A.3 – Distribution des contraintes en supposant la création d'un palier d'écoulement plastique

Le moment M par unité de largeur b au sein de la poutre est alors donné par

$$\frac{M}{b} = R e = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{2} (h - x) \left(\frac{h}{2} - \frac{h - x}{3} \right) \quad (\text{A.1})$$

En établissant la résultante des forces, il est possible d'obtenir une expression pour les efforts normaux N dans la section :

$$\frac{N}{b h} = \sigma_c - \frac{\sigma_t + \sigma_c}{2} \left(1 - \frac{x}{h} \right) \quad (\text{A.2})$$

En intégrant cette dernière expression (A.2) dans l'expression du moment (A.1), il est possible de la simplifier pour ne pas dépendre de la hauteur x .

$$\frac{6M}{b h^2} = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \left(\sigma_c - \frac{N}{b h} \right) \left(3 - 2 \left(\sigma_c - \frac{N}{b h} \right) \frac{2}{\sigma_c + \sigma_t} \right)$$

Lorsque la rupture survient, il est supposé que les fibres supérieures se trouvent déjà dans le palier d'écoulement plastique. En intégrant (A.2) L'expression devient :

$$\frac{6M}{b h^2} = f_c \left(1 - \frac{N}{b h f_c} \right) \left(-1 + 3 \frac{\sigma_t}{f_c} + 4 \frac{N}{b h f_c} \right) \frac{f_c (f_c - \sigma_t)}{(f_c + \sigma_t)^2}$$

Lorsque $N = 0$ la flexion est simple et donc :

$$\frac{6M}{b h^2} = f_c^2 \frac{(3\sigma_t/f_c)(f_c - \sigma_t)}{(f_c + \sigma_t)^2} = \sigma_m$$

où σ_m est la contrainte apparente élastique en flexion simple. En définissant le moment résistant par M_u et la résistance à la compression par N_u , la rupture d'une poutre soumise en flexion composée est atteinte lorsque les fibres extrêmes en traction atteignent la valeur de résistance de Thünell, $\sigma_t = f_{t,\parallel, \text{Thünell}}$. Le critère de rupture est dans ce cas donné par :

$$\frac{M}{M_u} = \left(1 - \frac{N}{N_u} \right) \left(1 + \frac{4}{3(f_t/f_c) - 1} \frac{N}{N_u} \right) \quad (\text{A.3})$$

Dans le cas où $f_t \gg f_c$ l'expression (A.3) devient :

$$\frac{M}{M_u} + \frac{N}{N_u} = 1$$

Cela correspond au critère sécuritaire de dimensionnement ^[NBN05] qui est utilisé lorsqu'un effort de flexion est combiné à une sollicitation en traction. Le rapport de résistance $s = f_t/f_c$ dépend du pourcentage exigé (Section 3.4), mais l'affectation d'un rapport moyen $s = 1,67$ ^[VdPut] dans l'expression (A.3) le critère insécuritaire est obtenu :

$$\frac{M}{M_u} + \left(\frac{N}{N_u} \right)^2 = 1$$

Cette définition du critère est obtenue lorsque la flexion est combinée à une sollicitation en compression. Il procure un effet favorable à la compression dû à la ductilité du bois lors de ce type de sollicitation ^[Lateur]. Bien que l'Eurocode n'utilise pas le comportement plastique du bois en compression dans le cadre de l'analyse des poutres, les critères de ruptures l'incluent.

En utilisant le même procédé d'analyse, La contrainte de cisaillement est donnée par :

$$V = \frac{2}{3} \tau \left(1 - \frac{x}{h} \right) bh$$

le critère de rupture est alors :

$$\frac{V}{V_u} + \frac{N}{N_u} = 1$$

B. Modèle d'ajustement des propriétés mécaniques selon le taux hygrométrique

Étant donné la complexité du phénomène et la dispersion des résultats obtenus en fonctions des différentes méthodes de vérification expérimentales, plusieurs modèles permettant d'ajuster les propriétés mécaniques du bois en fonction de la teneur en eau ont été élaborés. Bien souvent, ils prennent appui sur une configuration de référence et ajustent par des paramètres les résistances à des taux hygrométriques différents. De plus, les différents modèles n'acceptent en général que des taux hygrométriques allant de 8 à 18%, le bois se comportant différemment hors de ces régions. Les plus pertinents de ces différents modèles sont détaillés ci-dessous.

B.1. Modèle d'ajustement linéaire

Ce modèle ajuste les propriétés d'un taux hygrométrique vers un autre en appliquant un certain ratio. De manière générale, cela résulte à l'équation ^[Gre87] suivante :

$$P_2 = P_1 * \left(\frac{a + b M_2}{a + b M_1} \right)$$

où P_1 et P_2 sont les valeurs des propriétés et M_1 , M_2 sont les taux d'humidité. Ici encore, les valeurs des coefficients d'ajustements a et b diffèrent selon les sources. La norme NBN EN 384 ^[NBN10] et le CTBA ^[Cen96] donnent les ajustements repris sur le [Table B.1](#). On voit une nette différence entre les deux séries de résultats, qui pourrait être expliquée par la différence entre les essences de bois analysées ou le mode opératoire des essais effectués.

Propriétés mécaniques	variation selon EN 384 [%]	variation selon CTBA [%]
Compression parallèle au fil $f_{c, }$	3	5
Compression perpendiculaire au fil $f_{c,\perp}$	/	5
Traction parallèle au fil $f_{t, }$	0	2,5
Traction perpendiculaire au fil $f_{t,\perp}$	0	2
Flexion parallèle au fil $f_{m, }$	0	4
Cisaillement longitudinal f_v	/	2,5
Module d'élasticité $E_{m, }$	1	1,5

TABLE B.1 – Variation des propriétés mécaniques en termes de pourcentage

B.2. Modèle surfacique

Plusieurs études ^[Gre87] ^[Eva90] ont examiné les distributions des résultats d'essais analysant l'influence du taux d'humidité sur les résistances. Il ressort de la [Figure B.1](#), que pour chaque centile ^(note 65), il est possible de dessiner une courbe des résistances. Ceci est valable pour toute essence et toute dimension d'arbre. Ces lignes de contour définissent une surface ([Figure B.2](#)) qui permet d'ajuster les propriétés d'un taux hygrométrique vers un autre.

Afin de construire ces surfaces, *Evans* est parti des distributions de la [Figure B.1](#). La jonction des points pour chaque centile de ce graphe peut être assimilée à une équation du second degré.

Les surfaces obtenues sur la [Figure B.2](#) sont alors approximées en ajustant toutes les lignes de contours selon une courbe quadratique :

$$P_i = a + b M_i + c M_i^2$$

où a , b et c sont uniques et à déterminer pour chaque courbe. Chaque courbe se base sur des propriétés initiales P_1 définies pour un taux hygrométrique M_1 . Les valeurs de

NOTE 65

Un centile est une des 99 part issues de la répartition d'une distribution statistique en 100 classes d'effectif égal. La Section 3.4 utilise également cette notion

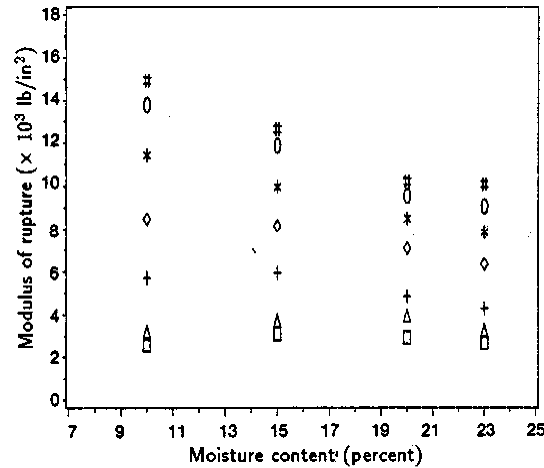


FIGURE B.1 – Effet hygrométrique sur la résistance à la flexion d'un Southern Pine (centile de bas en haut : 5, 10, 25, 50, 75, 90, 95) ^[Eva90]

a , b et c sont alors déterminées en fonction des propriétés initiales. Connaissant le taux hygroscopique final, la valeur finale P_2 est déterminée par :

$$P_2 = P_1 + b (M_2 - M_1) + c (M_2^2 - M_1^2)$$

Il est donc nécessaire d'avoir une valeur de référence P_1 pour un taux hygroscopique M_1 sur base de laquelle les surfaces peuvent être déterminées.

La Figure B.2 donne les résultats d'une implémentation MALTAB (*Annexe ??*) traduite d'un code FORTRAN 77 établie pour le calcul des variations hygrométriques ^[Eva90]. Ce modèle se base sur des études expérimentales ^[Gre90] ^[Ap186] et n'est applicable que pour des hygrométries $8 \leq M_i \leq 23$.

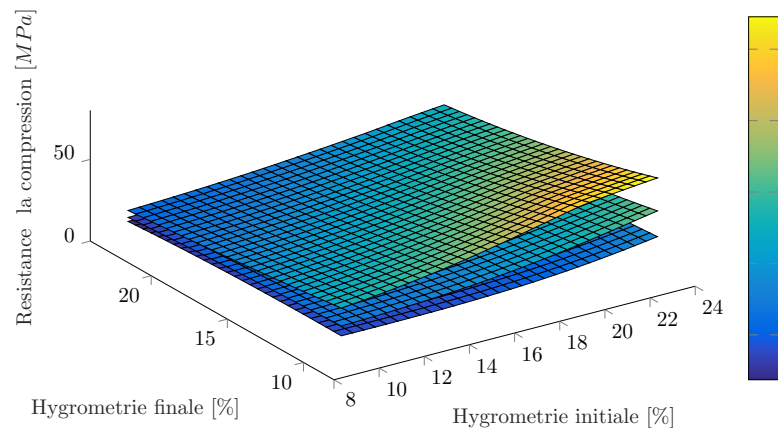


FIGURE B.2 – Résistance finale en fonction de l'hygrométrie initiale et finale. Les surfaces ont une résistance initiale (de bas en haut) de 18, 24 et 35 MPa

B.3. Modèle de distribution normale

Un troisième type de modèle est obtenu en ajustant une distribution normale pour toute combinaison de classes de bois et taux d'hygrométrie. En donnant une valeur moyenne μ et une déviation standard σ à M_1 et M_2 et en présumant le centile comme constant, alors la résistance finale P_2 au taux hygroscopique M_2 est liée à la résistance initiale P_1

par :

$$P_2 = \sigma_2 \frac{P_1 - \mu_1}{\sigma_1} + \mu_2$$

B.4. Modèle de distribution de Weibull

Finalement, en suivant la même stratégie que le modèle précédent, il est possible de construire une courbe de distribution de Weibull. La construction de celles-ci nécessite néanmoins un ajustement préliminaire des données à la courbe de Weibull. Les résistances pour des niveaux hygrométriques 1 et 2 différents sont alors liées par :

$$P_2 = \omega_2 \frac{P_1 - l_1^{m_1/m_2}}{\omega_1} + l_2$$

avec m_i un paramètre de forme, ω_i un paramètre d'échelle et l_i un paramètre d'emplancement.

Lors d'essais sur le bois, la teneur en humidité doit être égale à 12% selon la norme NBN EN 408 ^[NBN12]. Si cela n'est pas possible, les valeurs de module élastique et de résistance doivent être corrigées par la norme NBN EN 384 ^[NBN10] ou par tout autre régression.

Dans le cadre de la partie expérimentale de ce travail, le modèle surfacique sera utilisé pour corriger les résistances si elles s'éloignent trop de 12%. Il est en effet facile à implémenter, à utiliser et les résultats obtenus par celui-ci sont suffisamment proches de la réalité. Lors d'échantillonnages, il est important de prendre des mesures d'hygrométrie à différents endroits et loin des bords, car la teneur en eau peut varier fortement d'un échantillon à un autre.

C. Valeurs de résistance de rigidité et de masse volumique selon la norme EN338

Propriétés de résistance en N/mm^2	Classe	C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50
Flexion													
Traction axiale	$f_{m,\parallel,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50
Traction transversale	$f_{t,\parallel,k}$	7,2	8,5	10	11,5	13	14,5	16,5	19	22,5	26	30	33,5
Compression axiale	$f_{t,\perp,k}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
Compression axiale	$f_{c,\parallel,k}$	16	17	18	19	20	21	22	24	25	27	29	30
Cisaillement	$f_{c,\perp,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,7	2,7	2,8	2,9	3,0
	$f_{v,\parallel,k}$	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
Propriétés de rigidité en kN/mm^2													
Module d'élasticité moyen en flexion axiale	$E_{m,\parallel,mean}$	7,0	8,0	9,0	9,5	10	11	11,5	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0
Module d'élasticité caractéristique en flexion axiale	$E_{m,\parallel,k}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,1	10,7
Module d'élasticité transversal moyen	$E_{m,\perp,mean}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53
Module d'élasticité cisaillement	G_{mean}	0,44	0,50	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,0
Masse volumique en kg/m^3													
Masse volumique caractéristique	ρ_k	290	310	320	330	340	350	360	380	390	400	410	430
Masse volumique moyenne	ρ_{mean}	350	370	380	400	410	420	430	450	470	480	490	520

Note 1 : Les valeurs données ci dessus pour la résistance à la traction, la résistance à la compression, la résistance au cisaillement, le module d'élasticité caractéristique en flexion, le module d'élasticité transversal moyen, et le module de cisaillement moyen ont été calculé au moyen des équations données dans l'EN 384 ^[EN101]

Note 2 : Les valeurs de résistance à la traction sont estimées de façon sécuritaire dans la mesure où le classement est effectué à partir des résistances en flexion.

Note 3 : Les propriétés disposées dans le tableau sont compatibles avec des bois présentant une teneur en humidité correspondant à une température de 20°C et une humidité relative de 65%, ce qui correspond à une teneur en humidité de 12% pour la plupart des essences

Note 4 : Les valeurs caractéristiques de résistance au cisaillement sont données pour du bois sans fissures, selon l'EN 408 ^[EN121]

Note 5 : Ces classes peuvent également être utilisées pour des bois feuillus présentant un profil de résistance et de masse volumique similaire, tel que par exemple le peuplier ou le châtaignier.

Note 6 : La résistance de flexion à chant peut aussi être utilisée dans le cas de flexion à plat.

D. Plans d'échantillons

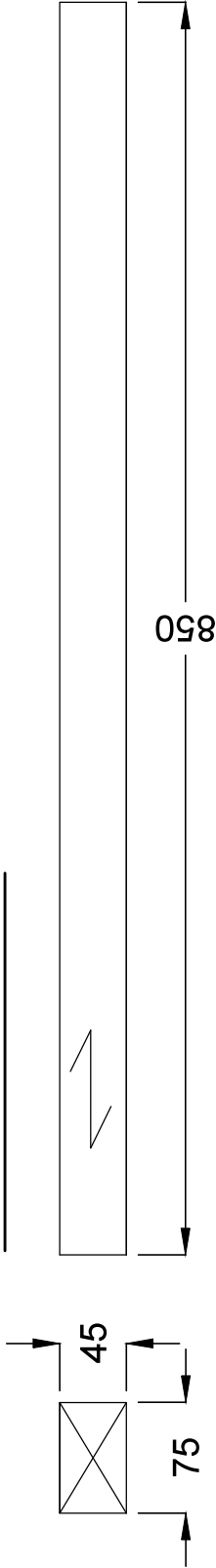
Les plans de découpes figurant dans cette section sont répertoriés de manière suivante

- **CA.01.01** Essais de caractérisation du bois. Ils permettent de définir à l'aide d'essais mécaniques, la classe des poutres de bois utilisées.
- **AS.02.01** Essais sur des assemblages de 25° simple. Mis à part les embrèvements pourvus d'une imprécision au niveau du pas de l'arbalétrier, tous les embrèvements possèdent ces géométries.
- **AS.02.02** Essais sur des embrèvements dont les surfaces de pas laissent un espacement entre l'arbalétrier et l'entrait
- **GE.02.01** Profil de découpe type dans une poutre de 8/23 de 5,1m de long.

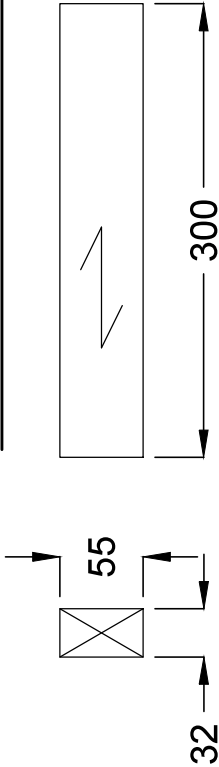
NOTES

- 1) TOUTES LES DIMENSIONS SONT DONNES EN MILLIMETRES
- 2) LES QUANTITES DE BOIS, LES PARAMETRES A PRENDRE EN COMPTE LORS DU CHOIX DES POUTRES ET LORS DES DECOUPES DES ECHANTILLONS SONT DECRITES DANS LE DOCUMENT LIE

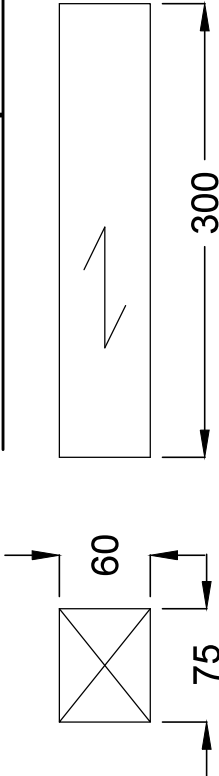
Essai de Flexion



Essai de Cisaillement



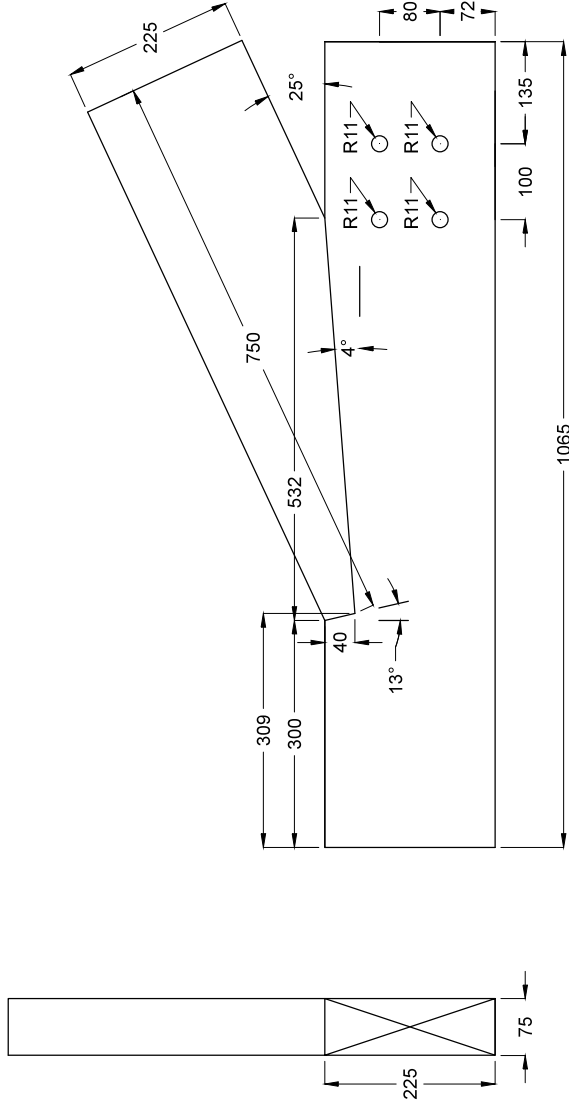
Essai de Compression



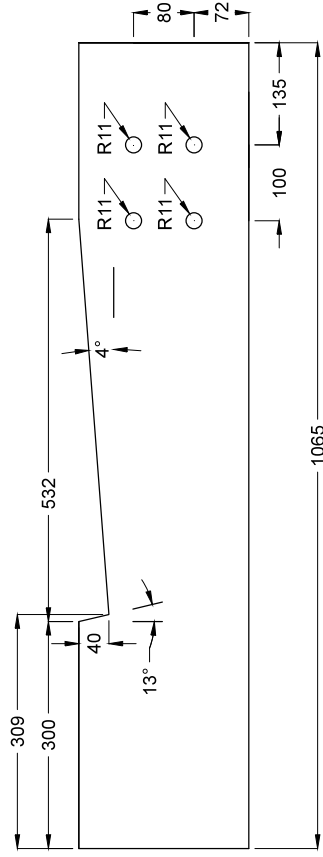
DESSIN		JEAN-CHARLES MISSON	
VERIFICATION		DENIS ZASTAVNI	
PROJET	DATE		
LFSAB 2990	26/07/17		
TRAVAIL DE FIN D ETUDE	ECHELLE		
	1:5		
TITRE DE DOCUMENT	DWG NO.		
ESSAIS CARACTERISATION	CA.02.01		
DOCUMENTS LIE: PROTOCOLE D'ESSAIS PR.04v1			

NOTES

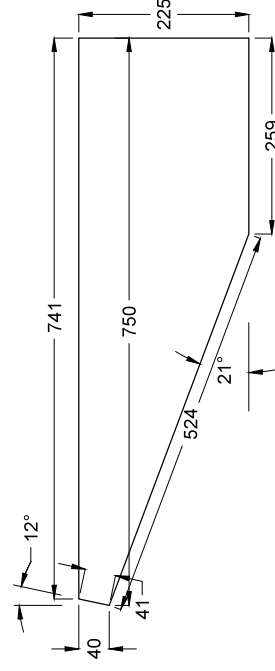
- 1) TOUTES LES DIMENSIONS SONT DONNÉES EN MILLIMÈTRES
- 2) LES QUANTITÉS DE BOIS, LES PARAMÈTRES À PRENDRE EN COMPTE LORS DU CHOIX DES POUTRES ET LORS DES DECOUPES DES ÉCHANTILLONS SONT DÉCRITES DANS LE DOCUMENT LIE



Plan de l'embrèvement



Plan de l'entrait

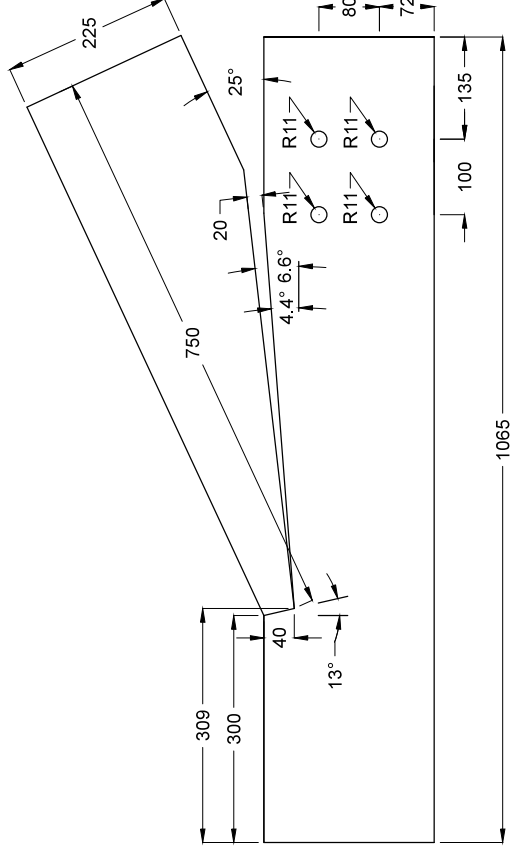
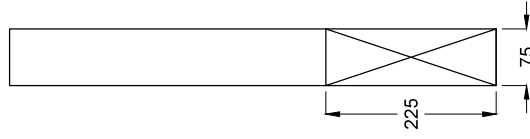


Plan de l'arbalétrier

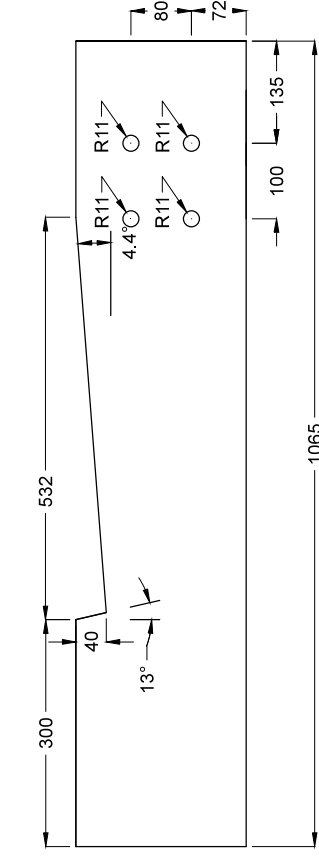
DESSIN JEAN-CHARLES MISSON	
VERIFICATION DENIS ZASTAVNI	
PROJET LFSAB 2990 TRAVAIL DE FIN D'ETUDE	DATE 15/04/17 ECHELLE 1:10
TITRE DE DOCUMENT ASSEMBLAGE 25°	DWG NO. AS.02.01
DOCUMENTS LIE: PROTOCOLE D'ESSAIS PR.04v1	

NOTES

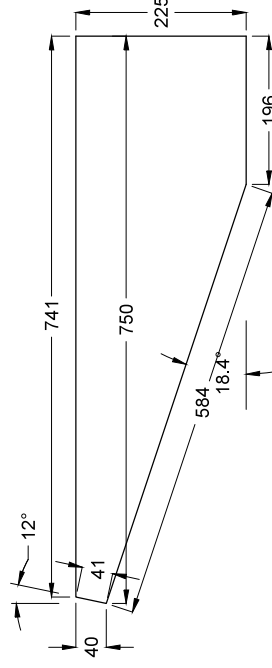
- 1) TOUTES LES DIMENSIONS SONT DONNÉES EN MILLIMÈTRES
- 2) LES QUANTITÉS DE BOIS, LES PARAMÈTRES À PRENDRE EN COMPTE LORS DU CHOIX DES POUTRES ET LORS DES DECOUPES DES ÉCHANTILLONS SONT DÉCRITES DANS LE DOCUMENT LIE



Plan de l'embrèvement



Plan de l'entrain

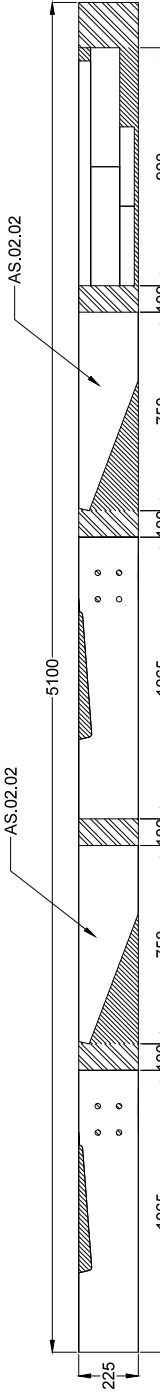
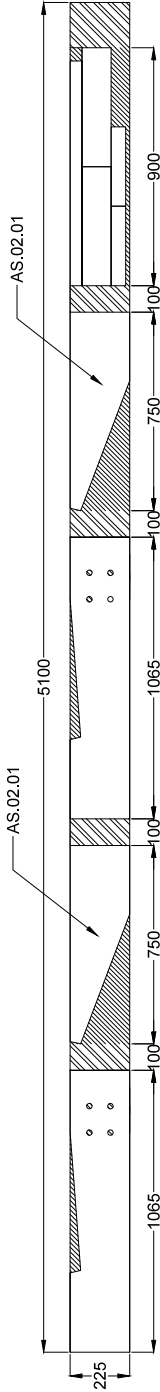


Plan de l'arbalétrier

DESSIN	JEAN-CHARLES MISSON
VERIFICATION	
DENIS ZASTAVNI	
PROJET	DATE
LFSAB 2990	02/05/17
TRAVAIL DE FIN D'ETUDE	ECHELLE
	1:10
TITRE DE DOCUMENT	DWG NO.
ASSEMBLAGE 25° IMPRECIS	AS.02.02
DOCUMENTS LIE: PROTOCOLE D'ESSAIS PR.04/1	

NOTES

- 1) TOUTES LES DIMENSIONS SONT DONNEES EN MILLIMETRES
- 2) LES QUANTITES DE BOIS, LES PARAMETRES A PRENDRE EN COMPTE LORS DU CHOIX DES POUTRES ET LORS DES DECOUPES DES ECHANTILLONS SONT DECRITES DANS LE DOCUMENT LIE
- 3) CE PLAN CONSTITUE UN EXEMPLE DE DECOUPE, IL PEUT DONC ETRE ADAPTE EN FONCTION DES DEFAUTS PRESENT DANS LA POUTRE, VOIR DOCUMENT LIE POUR LES CRITERES



LEGENDE

- ▨ PARTIE A RETIRER
- ▨ ESPACE TAMPON, VOIR NOTE 3

DESSIN	JEAN-CHARLES MISSON
VERIFICATION	DENIS ZASTAVNI
PROJET	LFSAB 2990
DATE	22/04/17
ECHELLE	1:20
TITRE DE DOCUMENT	TRAVAIL DE FIN D ETUDE
PAGE NO	GE.02.01
DES POUTRES	ECHANTILLON - DECOUPE
DOCUMENTS LIE: PROTOCOLE D'ESSAIS PRO4v1	

E. Essais Expérimentaux

Ce chapitre apporte d'avantage de données expérimentales mesurées lors des essais.

E.1. Essai de flexion

Échantillon	Résistance [MPa]	Module [GPa]	Masse volumique [kg/m ³]	Taux hygrométrique [%]
Flexion-B1	73,33	13,05	513,46	12,6
Flexion-B2	84,27	19,28	535,47	12,8
Flexion-B3	67,74	13,42	518,39	13,3
Flexion-B4	54,36	10,20	420,41	12,7
Flexion-B5	77,93	16,68	523,48	12,5
Flexion-B6	67,26	12,93	420,48	12,1

TABLE E.1 – Essai de flexion

E.2. Essai de compression

Échantillon	Résistance [MPa]	Masse volumique [kg/m ³]	Taux hygrométrique [%]
Comp-B1.1	27,52	502,28	12,4
Comp-B1.2	28,70	511,85	12,5
Comp-B2.1	42,11	531,83	12,6
Comp-B2.2	43,71	531,56	13,0
Comp-B3.1	40,07	532,18	13,3
Comp-B3.2	43,71	521,94	13,4
Comp-B4.1	38,16	480,16	13,3
Comp-B4.2	29,05	418,21	13,0
Comp-B5.1	43,42	510,04	12,5
Comp-B5.2	44,01	525,53	12,6
Comp-B6.1	35,11	418,34	12,0
Comp-B6.2	30,33	412,80	11,9

TABLE E.2 – Essai en compression

E.3. Taux de déformation du matelas de Néoprène

Plusieurs essais ont recouru à l'utilisation d'un matelas de Néoprène. Il avait une surface de $100 \times 120\text{mm}$ et une épaisseur de 4mm . Sa courbe contrainte déformation est donnée par *Figure E.1*

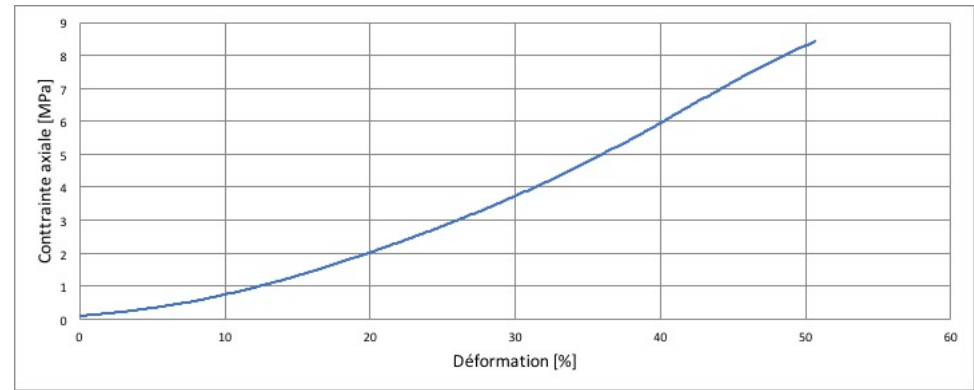


FIGURE E.1 – Courbes contrainte-déformation d’un matelas de Néoprène

E.4. Embrèvement de 25°

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Classe de bois	Masse Volumique [kg/m ³]	Taux hygrométrique [%]	Déplacement à la rupture [mm]
JC-A.1	105,57	C40	511,63	8,95	11,59
JC-A.2	85,42	C45	538,72	9,25	9,00
JC-A.3	88,85	C45	526,84	8,85	14,03
JC-A.4	106,74	C35	480,78	8,75	13,30
JC-A.5	61,96	C35	471,49	9,65	9,43
JC-A.6	117,44	C50	569,01	9,55	13,76
Nora-3.1	97,93	C40	503,37	9,76	12,28
Nora-3.2	87,51	C27	450,08	11,64	16,37
Nora-3.3	97,84	C40	505,14	10,58	18,24
Nora-3.4	76,78	C27	452,52	10,35	13,13
Nora-3.5	92,28	C40	502,21	10,35	12,21
Nora-3.6	82,47	C40	502,68	10,53	10,07
JC-B-3.2	102,62	C50	547,56	12,17	11,24
JC-B-4.2	91,54	C35	472,74	13,43	13,33
JC-B-5.2	110,69	C50	584,01	12,59	15,30
JC-B-6.2	98,87	C40	481,60	11,90	15,2

TABLE E.3 – Embrèvement simple de 25° : cas général

E.5. Embrèvement de 40°

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Classe de bois	Masse Volumique [kg/m ³]	Taux hygrométrique [%]	Déplacement à la rupture [mm]
Nora-1.2	66,74	C45	528	11,41	7,24
Nora-1.3	87,00	C45	530	10,95	9,19
Nora-1.4	72,05	C45	522	11,44	8,06
Nora-1.5	89,03	C45	520	10,73	10,50
Nora-1.6	67,11	C27	446	10,48	6,84
Nora-1.7	75,68	C35	488	11,23	7,15
Nora-1.8	68,71	C35	482	12,42	9,37
Nora-1.9	92,76	C50	559	9,36	8,46
Nora-2.1	120,16	C45	523	10,87	11,96
Nora-2.2	124,82	C45	521	10,50	9,74
Nora-2.3	141,92	C45	523	11,20	12,77
Nora-2.4	113,51	C45	523	12,03	8,63
Nora-2.5	146,01	C50	552	10,48	14,69
Nora-2.6	143,92	C45	524	11,13	12,05

TABLE E.4 – Embrèvement simple de 40° : cas général

E.6. Embrèvement de 25° avec imprécision

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Classe de bois	Masse Volumique [kg/m ³]	Taux hygrométrique [%]	Déplacement à la rupture [mm]
JC-B.1.1	62,06	C45	506,62	11,8	8,2
JC-B.1.2	85,57	C50	534,99	12,5	11,8
JC-B.2.1	92,35	C50	535,69	11,8	10,9
JC-B.2.2	85,50	C50	539,56	12,6	14,2

TABLE E.5 – Embrèvement simple de 40° : cas général

E.7. Embrèvement de 25° avec déplacement d'un appui

Échantillon	$N_{rupture}$ réel [kN]	Classe de bois	Masse Volumique [kg/m ³]	Taux hygrométrique [%]	Déplacement à la rupture [mm]
JC-B.3.1	99,18	C50	559,63	12,47	15,2
JC-B.4.1	96,59	C30	468,95	12,02	15,5
JC-B.5.1	114,77	C50	555,41	12,11	19,4
JC-B.6.1	89,79	C45	513,38	12,68	13,2

TABLE E.6 – Embrèvement simple de 40° : cas général

F. Implémentations MATLAB

L'ensemble des codes sources se trouvent uniquement dans la version électronique de ce travail.

F.1. Résistances en dehors des axes orthotropes - critère de Hankinson

Cette fonction permet de calculer la résistance en fonction de l'angle et de la classe de bois. Bien que cette implémentation soit rapide, elle est utilisée dans plusieurs autres fonctions ce qui explique son intérêt ici.

```
1 function [res] = hankinson(ang, classe)
2 %permet de calculer la resistance oblique selon hankinson avec ...
   (colone2)ou sans (colone1) interpenetration des fibres.
3 %Ligne 1 Traction et Ligne 2 Compression
4 if(ang > (pi/2))
5     ang = ang/180*pi;
6     warning('angle in degree converted in radians');
7 end
8 duc = 2;% si duc ==2 la ductilite en compression n'est pas prise en ...
   compte, si duc == 2.5 la ductilite est prise en compte
9 %Traction
10 rta = classe(2);
11 rtt = classe(3);
12 res(1,1) = (rta*rtt)/(rtt*(cos(ang))^2+rta*(sin(ang))^2);
13 res(1,2) = (rta*rtt)/(rtt*(cos(ang))^2+rta*(sin(ang))^2);% ...
   l'interpenetration des fibres ne peut se produire qu'en compression
14 %Compression
15 rca = classe(4);
16 rct = classe(5);
17 res(2,1) = (rca*rct)/(rct*(cos(ang))^duc+rca*(sin(ang))^duc);
18 res(2,2) = 0.8*rca*rct/(rct*(cos(ang))^2+0.8*rca*(sin(ang))^2);
19 end
```

F.2. Évaluation du critère de rupture en fonction des champs de contraintes

Ce script permet de réévaluer les résistances du bois en fonction du critère de rupture développé dans ce travail. Le résultat de ce script est un graphe représentant les contraintes de compression et de traction en dehors des axes orthotropes (*Figure F.1*). Bien que cela ne soit pas utile en tant que tel, les variantes de ce code peuvent donner d'autres résultats plus exploitables. Une de ces possibilités se trouve en *Annexe F.4* et *Annexe F.5*

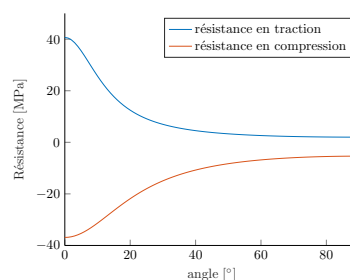


FIGURE F.1 – Résistance en dehors des axes orthotropes

```
1 %% Uniaxial off-grain-axis strength 1.2.5=> implementation from a ...
   article of strength criterium of wood made by van der Put
2 %% strength
3 res = 35;
```

```

4 Xc = vdc(4,res); %compression longitudinale -X'
5 Yc = vdc(5,res); %compression transversale -Y'
6 Xt = vdc(2,res); %Traction longitudinale X
7 Yt = vdc(3,res); %Traction transversale Y
8 S = sqrt(Xc*Yc/3); %Cisaillement
9 F1 = 1/Xt - 1/Xc;
10 F11= 1/(Xt*Xc);
11 F2 = 1/Yt - 1/Yc;
12 F22= 1/(Yt*Yc);
13 F12= (1/(Xc*Yt)+1/(Xt*Yc)-3/(Xc*Yc))/2;
14 F66= 1/S^2;
15 crit = zeros(6,91);
16 syms sm;
17 for i =0:1:90
18     %% stress
19     theta = i*pi/180;
20     s1 = sm*cos(theta)*cos(theta);
21     s2 = sm*sin(theta)*sin(theta);
22     s6 = sm*sin(theta)*cos(theta);
23     %% criteria
24     temp= ...
           double(solve(F1*s1+F2*s2+(F11*s1^2)+F22*(s2)^2+F66*s6^2+2*F12*s1*s2 ...
                        ==1, sm));
25     crit(1,i+1) = temp(2);
26     crit(3,i+1) = temp(1);
27 end
28 hold on
29 l = linspace(0,90,91);
30 plot(l,crit(1,:)) plot(l,crit(3,:))
31 legend('resistance en traction','resistance en compression')
32 xlabel('angle') ylabel('Resistance [MPa]')
33 hold off

```

F.3. Dimensionnement d'embrèvements selon la méthodologie de l'Eurocode 5

Permet de connaître les efforts maximaux que peuvent reprendre les surfaces critiques selon les différents modèles (simplifié, général, imprécis). Si une force précise est placée en tant qu' input, alors la fonction calculera le critère de rupture.

```

1 function A = eurocode1(beta, classe,N)
2 %EUROCODE function enable computation of wood junction using EU5.
3 % EUROCODE( BETA CLASSE ) gives the strength in kN
4 % Input BETA is the angle between the two pieces
5 % Input CLASSE is the wood Strangth classification
6 % EUROCODE( BETA CLASSE N ) gives the strength criterion
7 % Input BETA is the angle between the two pieces
8 % Input CLASSE is the wood Strangth classification
9 % Input N Applied Load
10 %valeur geometrique
11 b = 75; % Largeur des poutres
12 h = 225; % hauteur de l'arbaletrier
13 d = 225; % hauteur de l'entrait
14 v = 300; % Longueur de l'avant bois
15 t = 75; % laisser a 0 par default, il sera calcule par la suite selon ...
    les pratiques
16 if (t == 0)
17     if(beta ≤ 50)
18         t = h/4;
19     elseif(beta ≥ 60)
20         t = h/6;
21     else t = h/(4 + 2*(beta-50)/10);
22     end
23 end
24 A = zeros(4); % Initialisation de la matrice de sortie

```

```

25 % Coefficient de securite
26 kmod = 1.01;
27 % angles
28 betar = beta/180*pi;
29 epsir = (pi-betar)/2;
30 gammr = atan(t/(d/sin(betar)-t/tan(epsir)));
31 %Methodologie
32 % 1- trouver les surfaces d'application
33 % nargin == 2 (on cherche l'effort de rupture):
34 % 2- determiner la conditions de rupture
35 % 3- trouver la force provoquant la rupture pour chacun des cas
36 % nargin == 3 (on verifie les resistance par rapport a un effort connu):
37 % 2- determiner la condition de rupture inversee
38 % 3- trouver dans quel mesure l'effort a ete depasse
39 %%%%%%%%%%%%%%
40 %cas simplifie
41 %%%%%%%%%%%%%%les surface de pas et d'about sont perpendiculaire ...
    entre elles.
42 t1 = d*sin(betar/2)/sin(betar);
43 gammr1 = betar/2;
44 sa1 = b*t1/cos(betar/2);%Surface d'about
45 sp1 = b*t1/sin(gammr1);%Surface de pas
46 st1 = b*(v+t1/tan(epsir));%Surface de talon
47 se1 = b*(h-t1);%Surface d'entrait reduit
48 if(nargin==2)
49     hankb = hankinson(betar/2,classe); %resistance compression oblique ...
        sur l'about
50     hankg = hankinson(pi/2-gammr,classe); %resistance compression ...
        oblique sur le pas
51     resal = hankb(2,1)/1000; %pas de prise en compte de l'interpenetration
52     respl = hankg(2,1)/1000; % pas de prise en compte de ...
        l'interpenetration
53     rest1 = classe(6)/1000; % cisaillement
54     resel = classe(2)/1000; % traction axiale
55     A(1,1) = sa1*resal*kmod/cos(betar/2);
56     A(2,1) = sp1*respl*kmod/sin(betar/2);
57     A(3,1) = st1*rest1*kmod/(cos(betar/2))^2;
58     A(4,1) = se1*resel*kmod/(cos(betar/2))^2;
59 elseif(nargin == 3)
60     ca1 = N*cos(betar/2)/sa1*1000;
61     cp1 = N*sin(betar/2)/sp1*1000;
62     ct1 = N*(cos(betar/2))^2/st1*1000;
63     te1 = N*(cos(betar/2))^2/se1*1000;
64     hankb = hankinson(betar/2,classe)*kmod;
65     hankg = hankinson(pi/2-gammr,classe)*kmod;
66     ra1 = ca1/hankb(1);
67     rp1 = cp1/hankg(1);
68     rt1 = ct1/classe(6)/kmod;
69     re1 = te1/classe(2)/kmod;
70     A(1,1) = ra1;
71     A(2,1) = rp1;
72     A(3,1) = rt1;
73     A(4,1) = re1;
74 else
75     error('too much input in simplified case');
76 end
77 %%%%%%%%%%%%%%
78 %cas general
79 %%%%%%%%%%%%%%
80 sa2 = b*t/cos(betar/2);%Surface d'about
81 sp2 = b*(d/sin(betar)-t*tan(betar/2))/cos(gammr); %surface pas
82 st2 = b*(v+t/tan(epsir));%Surface de talon
83 se2 = b*(h-t);%Surface d'entrait reduit
84 if(nargin==2)
85     hankb = hankinson(betar/2,classe); %resistance compression oblique ...
        sur l'about
86     hankg = hankinson(pi/2-gammr,classe); %resistance compression ...
        oblique sur le pas
87     resal = hankb(2,1)/1000; %pas de prise en compte de l'interpenetration
88     respl = hankg(2,1)/1000; % pas de prise en compte de ...

```

```

    l'interpenetration
89     rest1 = classe(6)/1000; % cisaillement
90     resel = classe(2)/1000; % traction axiale
91     A(1,2) = ...
        sa2*resal*kmod/(cos(betar/2)-sin(betar/2)*tan(betar/2-gammr));
92     A(2,2) = sp2*respl*kmod/(sin(betar/2)/cos(betar/2-gammr));
93     A(3,2) = ...
        st2*rest1*kmod/((cos(betar/2)-sin(betar/2)*tan(betar/2-gammr))*cos(betar/2));
94     A(4,2) = ...
        se2*resel*kmod/((cos(betar/2)-sin(betar/2)*tan(betar/2-gammr))*cos(betar/2));
95 elseif(nargin == 3)
96     hankb = hankinson(betar/2,classe); %resistance compression oblique ...
        sur l'about
97     hankg = hankinson(pi/2-gammr,classe); %resistance compression ...
        oblique sur le pas
98     fa2 = N*(cos(betar/2)-sin(betar/2)*tan(betar/2-gammr));
99     fp2 = N*(sin(betar/2)/cos(betar/2-gammr));
100    ft2 = N*((cos(betar/2)-sin(betar/2)*tan(betar/2-gammr))*cos(betar/2));
101    fe2 = N*((cos(betar/2)-sin(betar/2)*tan(betar/2-gammr))*cos(betar/2));
102    ca2 = fa2/sa2*1000;
103    cp2 = fp2/sp2*1000;
104    ct2 = ft2/st2*1000;
105    te2 = fe2/se2*1000;
106    ra2 = ca2/hankb(1)/kmod;
107    rp2 = cp2/hankg(1)/kmod;
108    rt2 = ct2/classe(6)/kmod;
109    re2 = te2/classe(2)/kmod;
110    A(1,2) = ra2;
111    A(2,2) = rp2;
112    A(3,2) = rt2;
113    A(4,2) = re2;
114 else
115     error('too much input in general case');
116 end
117 %%%%%%%%%%%
118 %cas imprecision
119 %%%%%%%%%%%
120 sa3 = b*t/cos(betar/2); %Surface d'about
121 st3 = b*(v+t/tan(epsir)); %Surface de talon
122 se3 = b*(h-t); %Surface d'entrait reduit
123 if(nargin==2)
124     hankb = hankinson(betar/2,classe); %resistance compression oblique ...
        sur l'about
125     resal = hankb(2,1)/1000; %pas de prise en compte de l'interpenetration
126     rest1 = classe(6)/1000; % cisaillement
127     resel = classe(2)/1000; % traction axiale
128     A(1,3) = sa3*resal*kmod/cos(betar/2);
129     A(3,3) = st3*rest1*kmod/(cos(betar/2))^2;
130     A(4,3) = se3*resel*kmod/cos(betar);
131 elseif(nargin == 3)
132     hankb = hankinson(betar/2,classe); %resistance compression oblique ...
        sur l'about
133     ca3 = N*cos(betar/2)*1000/sa3;
134     ct3 = N*(cos(betar/2))^2*1000/st3;
135     te3 = N*(cos(betar/2))^2/se3*1000;
136     ra3 = ca3/hankb(1)/kmod;
137     rt3 = ct3/classe(6)/kmod;
138     re3 = te3/classe(2)/kmod;
139     A(1,3) = ra3;
140     A(3,3) = rt3;
141     A(4,3) = re3;
142 else
143     error('too much input in undesired case');
144 end

```

F.4. Évaluation du critère de rupture au sein du talon

Code source à l'origine de *Figure 5.9*.

```

1  clear all;
2  %Valeur Nora C35
3  load vdc
4  classe = 37;
5  Xc = vdc(4,classe); %compression longitudinale -X'
6  Yc = vdc(5,classe); %compression tangentielle -Y'
7  Xt = vdc(2,classe); %Traction longitudinale X
8  Yt = vdc(3,classe); %0.79;%Traction tangentielle Y
9  S = sqrt(Xc*Yc/3); %Cisaillement
10 alpha = 12.5*pi/180;
11 beta = 25*pi/180;
12 N = 90e3*(cos(alpha)-sin(alpha)*tan(alpha-5*pi/180));
13 b = 75;
14 talon = 300;
15 about = 40;
16 d1 = 100;%distance entre le bout et le debut de l'appui inf
17 d2 = 150;%Distance entre le debut et la fin de l'appui inf
18 infe = d1+d2/2;%distance entre la din de la piece et l'appui inferieur
19 h = 225;%hauteur de la piece de bois
20 Ia = b*talon^3/12; %grande inertie de l'about
21 Ih = b*h^3/12;
22 F1 = 1/Xt - 1/Xc;
23 F11= 1/(Xt*Xc);
24 F2 = 1/Yt - 1/Yc;
25 F22= 1/(Yt*Yc);
26 F12= (1/(Xc*Yt)+1/(Xt*Yc)-3/(Xc*Yc))/2;
27 F66= 1/S^2;
28 betal = 0.95; %securitaire
29 F166 = 0;%betal*F66/(3*Yc);
30 A = zeros(5,talon);
31 for i=1:1:talon
32 %calcul des contrainte sur la surface de rupture du talon
33 %contrainte pour N*cos(alpha)
34 slh = -(N*cos(alpha)/(b*about));
35 s2h = -(N*cos(alpha)*(about/2)/Ia)*(talon/2-i);
36 tauh = N*cos(alpha)/(2*Ia)*((talon^2)/4-(talon/2-i)^2);
37 %contrainte pour N*sin(alpha)
38 s2v = -N*sin(alpha)/(b*talon);
39 if(i<=d1)
40     slv = 0;
41     tauv = 0;
42 elseif(i>=d1 && i<=(d1+d2))
43     slv = -N*cos(beta)*((i-d1)^2/(2*d2))*(h/2-about)/Ih;
44     tauv = N*cos(beta)*(i-d1)/(2*Ih*d2)*((h^2)/4-(h/2-about)^2);
45 elseif(i>=(d1+d2) && i<=talon)
46     slv = -N*cos(beta)*(i-infe)*(h/2-about)/Ih;
47     tauv = N*cos(beta)/(2*Ih)*((h^2)/4-(h/2-about)^2);
48 end
49 s1 = slh+slv;
50 s2 = s2h+s2v;
51 tau = tauh+tauv;
52 condi = ...
53     F1*s1+F2*s2+(F11*s1^2)^2+F22*(s2)^2+F66*(tau)^2+2*F12*s1*s2+3*F166*s1*(tau)^2;
54     A(1,i) = i;
55     A(2,i) = s2;
56     A(3,i) = tau;
57     A(4,i) = condi;
58     A(5,i) = s1;
59 end
60 close all;
61 subplot(1,2,1) plot(A(1,:),A(4,:))
62 xlabel('distance (mm)') ylabel('critere')
63 subplot(1,2,2) hold on; grid on;
64 plottools('on');
65 plot(A(1,:),A(2,:)) plot(A(1,:),A(3,:)) plot(A(1,:),A(5,:))
66 xlabel('distance (mm)') ylabel('contrainte (MPa)')
67 legend('s2','tau','s1')
68 hold off;

```


F.5. Évaluation du critère de rupture au sein du champ nodal

Code source permettant de connaître le critère de rupture au niveau des différentes surfaces critiques d'un champ nodal tel que décrit en *Section 8.1*. Ce code est lié aux résultats obtenus par l'implémentation GEOGEBRA de la méthode des champs de contrainte discontinus.

```

1  %% Condition for Discontinuous Stress Field inside wood joint v2
2
3  %% preparing the workspace
4  save('stressgeo.mat','stressgeo')% Matrix containing all values of ...
   stresses from Geogebra
5  clear all
6  close all
7  load stressgeo
8  stressgeo
9  load vdc
10 %% strength class and result matrix initialization
11 res = 37;
12 sizesg = size(stressgeo);
13 condi = zeros(sizesg(1)/3,sizesg(2)/2);
14 %% looping among the different configuration
15 for j=1:1:sizesg(2)/2
16     %% Looping among the different
17     for i=1:1:sizesg(1)/3
18         %% angle between stress field and grain direction
19         alpha = stressgeo(i*3-2,j*2-1)*pi/180;
20         %% Stress conversion from geogebra implementation to real values
21         s1 = -(2200-stressgeo(i*3-1,j*2-1))/30;
22         s2 = -(2200-stressgeo(i*3,j*2-1))/30;
23         s6 =stressgeo(i*3-1,j*2)/30;
24         %% Strength
25         Resx = hankinson(alpha,vdc(:,res)); % parralel to grain strength
26         Xc = Resx(2,1); %compressive
27         Xt = Resx(1,1); %Tensile
28         Resy = hankinson(pi/2 - alpha,vdc(:,res)); % transversal strength
29         Yc = Resy(2,1);
30         Yt = Resy(1,1);
31         S = sqrt(Xc*Yc/3);
32         F1 = 1/Xt - 1/Xc;
33         F11= 1/(Xt*Xc);
34         F2 = 1/Yt - 1/Yc;
35         F22= 1/(Yt*Yc);
36         F12= (1/(Xc*Yt)+1/(Xt*Yc)-3/(Xc*Yc))/2;
37         F66= 1/S^2;
38         %% Serie d'essais pour verifier les conditions
39         if(F11<0)
40             error('F11 must be positive');
41         elseif(F22<0)
42             error('F22 must be positive');
43         elseif(F66<0)
44             error('F66 must be positive');
45         elseif(F11*F22<F12^2)
46             error('F12 must be smaller than the product F11*F22');
47         end
48         condi(i,j) = ...
           F1*s1+F2*s2+(F11*s1^2)+F22*(s2)^2+F66*s6^2+2*F12*s1*s2;
49     end
50 end
51 hold on
52 grid on
53 plot(condi','-o')
54 legend('1 - ab sens des fibres','2 - ab princ','3 - int ab-tal','4 - ...
   int tal-ab','5 - tal sens des fibres','6 - tal princ','7 - tir ...
   sens des fibres','8 - tir princ')
55 hold off

```

F.6. Modèle surfacique de l'influence hygrométrique sur les propriétés mécaniques du bois

Le premier code permet de calculer la variation d'une résistance ou d'un module de base ayant une hygrométrie de base et dont on veut connaître la valeur finale. Le script suivant est à l'origine de *Figure B.2*.

```

1  function [OUT] = moisture(TYPE,INIT,AMC,TMC)
2  % SUBROUTINE TO ADJUST STRENGTH PROPERTIES FOR MOISTURE CONTENT
3  % INPUT TYPE:
4  %   RMOR - Moment of rupture of the specimen
5  %   EMOE - Moment of elasticity of the specimen
6  %   UCS - Ultimate compression strength of the specimen
7  %   UTS - Ultimate tensile strength of the specimen
8  %INPUT INIT STRENGTH
9  %   INIT - Value of initial strength
10 %INPUT MOISTURE CONTENT
11 %   AMC - Actual moisture content of the specimen
12 %   TMC - Target Moisture content of the specimen
13 % OUTPUT:
14 %   RADJ - Adjusted MOR value or UCS or UTS
15 %   EADJ - Adjusted MOE value
16 % This code is a translation of a FORTAN77 old code
17 if(AMC < 8)%Setting initial value
18     disp('initial moisture content adjusted to lower boundary AMC = 8');
19     AMC = 8;
20 elseif(AMC > 23)
21     disp('initial moisture content adjusted to larger boundary AMC = ...
22         23');
23     AMC = 23;
24 end
25 if(TMC < 8)
26     disp('target moisture content adjusted to lower boundary TMC = 8');
27     TMC = 8;
28 elseif(TMC > 23)
29     disp('target moisture content adjusted to larger boundary TMC = 23');
30     TMC = 23;
31 end
32 if(INIT<0)%Error Message
33     error('negative INIT value can not be insered');
34 end
35 INIT = INIT*0.145037738007;%conversion MPa to 10^3*pound/inch^2
36 if(strcmp(TYPE,'EMOE'))
37     OUT = ecalc(INIT,AMC,TMC);
38 elseif(strcmp(TYPE,'RMOR'))
39     OUT = rcalc(INIT,AMC,TMC);
40     if(OUT < 0.1)
41         OUT = 0.1;
42     end
43 % (normalisation) adjusting the data with the correct ajustement ...
44 % to target moisture
45 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
46 SPMEANM = 0;%TO BE MODIFIED IF NEED OF NORMALIZATION
47 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
48 if(SPMEANM ≠0)
49     disp('normalisation of RMOR')
50     XMEANM = 10.12045;
51     DIFF = INIT-1;
52     ZMOR = (DIFF*(XMEANM/SPMEANM))+1;
53     if(INIT≤1)
54         ZMOR = INIT;
55     end
56 ADJRN = rcalc(ZMOR,AMC,TMC);
57 DIFF2 = ADJRN-1;
58 OUT = (DIFF2*(SPMEANM/XMEANM))+1;
59 if(ZMOR < 1)
60     OUT = ADJRN;
61 end

```

```

60         if(INIT ≤ 0)
61             OUT = 0;
62         end
63     end %end normalisation
64 elseif(strcmp(TYPE, 'UTS'))
65         OUT = tcalc(INIT, AMC, TMC);
66         % (normalisation) adjusting the data with the correct ...
67         % adjustment to target moisture
68         %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
69         SPMEANT = 0; %TO BE MODIFIED IF NEED OF NORMALIZATION
70         %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
71         if(SPMEANT ≠ 0)
72             disp('normalisation of UTS')
73             XMEANT = 7.45279;
74             ZUTS = INIT * (XMEANT / SPMEANT);
75             ADJRNT = tcalc(ZUTS, AMC, TMC);
76             OUT = ADJRNT * (SPMEANT / XMEANT);
77         end %end normalisation
78 elseif(strcmp(TYPE, 'UCS'))
79         OUT = stcalc(INIT, AMC, TMC);
80         % (normalisation) adjusting the data with the correct ...
81         % adjustment to target moisture
82         %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
83         SPMEANC = 0; %TO BE MODIFIED IF NEED OF NORMALIZATION
84         %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
85         if(SPMEANC ≠ 0)
86             disp('normalisation of UCS')
87             XMEANC = 5.785;
88             ZUCS = INIT * (XMEANC / SPMEANC);
89             ADJRNC = stcalc(ZUCS, AMC, TMC);
90             OUT = ADJRNC * (SPMEANC / XMEANC);
91         end %end normalisation
92 else
93     error('wrong type entry');
94 end
95 OUT = OUT / 0.145037738007; %conversion 10^3*pound/inch^2 to MPa
96
97 function [RADJ] = rcalc(RMOR, AMC, TMC)
98 %Subroutine to fit a fixed quadratic surface (cubic)
99 if(RMOR < 0) %Error Check
100     error('negative RMOR in RCALC');
101 end
102 B = [-.45336002443, .37073911, -.047331957, .0013200499, .01348986358, ...
103     -.01083274, .0012329926, -0.000033199128];
104 %Setting up the cubic equation C1 + C2*R + C3*R^2 + C4*R^3 for which ...
105 %roots are desired
106 C(1) = RMOR + (B(1) * (15 - AMC)) + (B(5) * (15^2 - AMC^2));
107 C(2) = (B(2) * (15 - AMC)) + (B(6) * (15^2 - AMC^2)) - 1;
108 C(3) = (B(3) * (15 - AMC)) + (B(7) * (15^2 - AMC^2));
109 C(4) = (B(4) * (15 - AMC)) + (B(8) * (15^2 - AMC^2));
110 if(AMC == 15) %finding roots
111     R15 = RMOR;
112 else
113     R15 = cubic(C, RMOR);
114 end
115 if(R15 > 13) %construction un upper bound
116     R15 = 13;
117 end
118 if(RMOR < 1) %Construction a louwer bound
119     R15 = 1.488;
120 end
121 if(R15 < 1.488)
122     R15 = 1.488;
123 end
124 B115 = B(1) + B(2) * R15 + B(3) * R15^2 + B(4) * R15^3; %Finding MOR at TMC
125 B1115 = B(5) + B(6) * R15 + B(7) * R15^2 + B(8) * R15^3;
126 Y = RMOR + B115 * (TMC - AMC) + B1115 * (TMC^2 - AMC^2);
127 RADJ = Y;
128 if(RADJ < 0.1)
129     RADJ = 0.1;
130 end

```

```

127 end
128 end
129 function [EADJ] = ecalc(EMOE,AMC,TMC)
130 %SUBROUTINE To CALCULATE MOE OF SPECIMEN AT TARGET MOISTURE
131 A=1.8566;
132 B=-.023722;
133 PCT=( (A+B*TMC) / (A+B*AMC) );
134 EADJ=EMOE*PCT;
135 end
136 function [TADJ] = tcalc(UTS,AMC,TMC)
137 %SUBROUTINE TO FIT A FIXED QUADRATIC SURFACE (CUBIC)
138 B = [-.18947228958,0.29393506,-0.054178160,0.0031627702,0.00585499434,...
139      -0.00843352,0.0014837455,-0.000088102328];
140 %SETTING UP THE CUBIC EQUATION C1 + C2*R + C3*(R**2) + C4*(R**3) FOR ...
141      WHICH ROOTS ARE DESIRED
142 C(1) = UTS + (B(1)*(15-AMC)) + (B(5)*(15^2-AMC^2));
143 C(2) = (B(2)*(15-AMC)) + (B(6)*(15^2-AMC^2))-1;
144 C(3) = (B(3)*(15-AMC)) + (B(7)*(15^2-AMC^2));
145 C(4) = (B(4)*(15-AMC)) + (B(8)*(15^2-AMC^2));
146 if(AMC==15)%Finding the Roots
147     T15 = UTS;
148 else
149     T15 = cubic(C,UTS);
150 end
151 if(T15>=10)%CONSTRUCTING AN UPPER BOUND
152     T15=10;
153 end
154 if(UTS>=10)
155     T15 = 10;
156 end
157 if(T15<=.9)%CONSTRUCTING AN LOWER BOUND
158     T15=.9;
159 end
160 if(UTS<=.3)
161     T15 = .9;
162 end
163 B115 = B(1)+B(2)*T15+B(3)*T15^2 + B(4)*T15^3;%FINDING UTS AT TMC
164 B1115 = B(5)+B(6)*T15+B(7)*T15^2 + B(8)*T15^3;
165 Y = UTS+B115*(TMC-AMC)+B1115*(TMC^2-AMC^2);
166 if(T15<=0.9)%FANNING THE BOTTOM
167     CHANGE= Y-UTS;
168     TMCB = 15;
169     UTS2 = 0.9;
170     TATAMC = UTS2+(B115*(AMC-TMCB)) + (B1115*(AMC^2-TMCB^2));
171     CHANGE = CHANGE*(UTS/TATAMC);
172     Y = UTS + CHANGE;
173 end
174 TADJ = Y;
175 end
176 function [CADJ] = stcalc(UCS,AMC,TMC)
177 %SUBROUTINE TO FIT A FIXED QUADRATIC SURFACE (CUBIC)
178 B = [.173389,.137645,-.0875026,.00733659,...
179      -.0036906,-.004534,.00224092,-.000189583];
180 %SETTING UP THE CUBIC EQUATION C1 + C2*R + C3*(R**2) + C4*(R**3) FOR ...
181      WHICH ROOTS ARE DESIRED
182 C(1) = UCS + (B(1)*(15-AMC)) + (B(5)*(15^2-AMC^2));
183 C(2) = (B(2)*(15-AMC)) + (B(6)*(15^2-AMC^2))-1;
184 C(3) = (B(3)*(15-AMC)) + (B(7)*(15^2-AMC^2));
185 C(4) = (B(4)*(15-AMC)) + (B(8)*(15^2-AMC^2));
186 if(AMC==15)%Finding the Roots
187     ST15 = UCS;
188 else
189     ST15 = cubic(C,UCS);
190 end
191 if(ST15>=6.393)%CONSTRUCTING AN UPPER BOUND
192     ST15=6.393;
193 end
194 if(UCS>=10)
195     ST15 = 6.393;
196 end
197 end

```

```

195 if (ST15≤2.5)%CONSTRUCTING AN LOWER BOUND
196     ST15=2.5;
197 end
198 B115 = B(1)+B(2)*ST15+B(3)*ST15^2 + B(4)*ST15^3;%FINDING UTS AT TMC
199 B1115 = B(5)+B(6)*ST15+B(7)*ST15^2 + B(8)*ST15^3;
200 Y = UCS+B115*(TMC-AMC)+B1115*(TMC^2-AMC^2);
201 if (ST15≤2.5)%FANNING THE BOTTOM
202     CHANGE= Y-UCS;
203     TMCB = 15;
204     UCS2 = 2.5;
205     TATAMC = UCS2+(B115*(AMC-TMCB))+(B1115*(AMC^2-TMCB^2));
206     CHANGE = CHANGE*(UCS/TATAMC);
207     Y = UCS + CHANGE;
208 end
209 CAdj = Y;
210 end
211 function [RE15] = cubic(D,RMOR)
212 %SUBROUTINE TO FIND ROOTS IN THE CUBIC ...
213     EQUATION: (C(4)*R15*R15*R15)+(C(3)*R15*R15)+(C(2)*R15)+C(1)=0 ...
214     USING NOTATION AND METHODS DISCUSSED IN THE C.R.C. STANDARD ...
215     MATHEMATICAL TABLES. THE EQUATION MAY BE WRITTEN ...
216     (R15*R15*R15)+((C(3)/C(4)*(R15*R15))+((C(2)/C(4))*R15)+(C(1)/C(4))=0 ...
217     OR WHEN CHANGED TO C.R.C. NOTATION ...
218     AS: ((Y*Y*Y)+(P*(Y*Y))+(Q*Y)+R=0 WHEN Y IS USED FOR R15 AND
219 Q = D(2) / D(4);
220 R = D(1) / D(4);
221 P = D(3) / D(4);
222 %IF WE SUBSTITUTE Y=X-(P/3) FOR Y, THE EQUATION BECOMES (X*X*X)+(A*X)+B=0
223 %FOR SOLUTION OF THE ROOTS:
224 A=((3*Q)-(P*P))/3;
225 B=(2*(P*P*P)-(9*P*Q)+(27*R))/27;
226 Z=((B*B)/4)+((A*A*A)/27);
227 %WHETHER THE VALUE OF THE TERM Z IS POSITIVE, ZERO, OR NEGATIVE ...
228     DETERMINES HOW MANY REAL ROOTS THERE ARE AND HOW THE ROOTS ARE ...
229     CALCULATED.THE CALCULATED ROOTS WILL BE PLACED IN THE ARRAY Y ...
230     NOTE:THE "CUBE ROOT OF ANY VALUE N" = EXP((LOG(N))/3) WITH SIGN ...
231     RETURNED IF Z IS POSITIVE THERE IS ONE ROOT WHICH IS CALCULATED ...
232     AND PLACED IN Y(1)
233 if (Z > 0.0)
234     NROOT=1;
235     ZA=(-(B/2)+sqrt(Z));
236     ZB=(-(B/2)-sqrt(Z));
237     if (ZA == 0)
238         CA=0;
239     end
240     if(ZB == 0)
241         CB=0;
242     end
243     if(ZA > 0)
244         CA=exp((log(ZA))/3);
245     end
246     if(ZB > 0)
247         CB=exp((log(ZB))/3);
248     end
249     if(ZA < 0)
250         CA=-exp((log(-1*ZA))/3);
251     end
252     if(ZB < 0)
253         CB=-exp((log(-ZB))/3);
254     end
255     X(1)=CA+CB;
256     Y(1) = X(1)-P/3;
257     RE15 = Y(1);
258 else
259     NROOT = 3;
260     if(Z == 0.0)%IF Z IS 0 THERE ARE THREE ROOTS, TWO OF WHICH ARE EQUAL
261         ZN=-(B/2);
262         if(ZN == 0)
263             CA=0;
264         end
265     end

```

```

254         if (ZN > 0)
255             CA=exp((log(ZN))/3);
256         end
257         if (ZN < 0)
258             CA=-exp((log(-1*ZN))/3);
259         end
260         CB=CA;
261         X(1)=CA+CB;
262         X(2)=-(CA+CB)/2;
263         X(3)=X(2);
264     else %IF Z IS NEGATIVE THERE ARE THREE ROOTS WHICH ARE CALCULATED ...
265         USING A TRIGONOMETRIC SOLUTION
266         THETA=acos((-B/2)/sqrt((-A^3)/27));
267         X(1)=2*(sqrt(-A/3))*cos(THETA/3);
268         X(2)=2*(sqrt(-A/3))*cos((THETA/3)+2.0944);
269         X(3)=2*(sqrt(-A/3))*cos((THETA/3)+4.1888);
270     end
271     %IN THE CASE OF MULTIPLE ROOTS, WE NOW HAVE THE SOLUTIONS IN TERMS OF ...
272     X FOR A SOLUTION IN TERMS OF Y, WE MUST SUBSTITUTE Y=X-(P/3)
273     if (NROOT == 3)%== to be verified (could be ≠)
274         Y(1)=X(1)-(P/3);
275         Y(2)=X(2)-(P/3);
276         Y(3)=X(3)-(P/3);
277         if (abs(RMOR-Y(1)) > abs(RMOR-Y(2))) %IN THE CASE OF MULTIPLE ...
278             ROOTS, THE ROOT CLOSEST TO RMOR WILL BE USED
279             Y(1)=Y(2);
280         end
281         if (abs(RMOR-Y(1)) > abs(RMOR-Y(3)))
282             Y(1)=Y(3);
283         end
284     end
285     RE15=Y(1);

```

```

1  [X,Y] = meshgrid(9:0.5:23,9:0.5:23);
2  Z = zeros(length(X));
3  for i = 1:1:length(X)
4      for j = 1:1:length(X)
5          Z(i,j) = moisture('UCS',18,X(i,j),Y(i,j));
6          A(i,j) = moisture('UCS',27,X(i,j),Y(i,j));
7          C(i,j) = moisture('UCS',35,X(i,j),Y(i,j));
8      end
9  end
10 hold on
11 surf(X,Y,Z) surf(X,Y,A) surf(X,Y,C)
12 xlabel('AMC'); ylabel('TMC'); zlabel('UCS');
13 hold off

```

